

第2章 绪论 作业选讲

Last updated on 2024.10

THE STATE OF THE S



▶以学生的成绩表为例,按照逻辑结构、存储结构和相关操作三个方面,讨论它的数据结构。

>逻辑结构:线性结构

>存储结构:顺序存储、链接存储、索引存储

▶相关操作:插入、删除、修改、排序、查找



分析下面程序段的时间复杂性。

$$\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{i} \sum_{k=0}^{J-1} 1$$



$$\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{i} \sum_{k=0}^{j-1} 1 = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{i} j = \sum_{i=0}^{n} \frac{i(i+1)}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n} (i^2 + i) = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=0}^{n} i^2 + \sum_{i=0}^{n} i \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} \right]$$



$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{12} + \frac{n(n+1)}{4}$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{12} + \frac{3n(n+1)}{12}$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+4)}{12}$$

$$= \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

$$= \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

$$O(n^3)$$



$$\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=i}^{n-1} 1$$

$$= \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} k$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} = O(n^2)$$



》将下列算法的时间复杂性O(n), $O(2^n)$, $O(\log_2 n)$, $O(n\log_2 n)$, $O(n^5)$, $O(n^2+1)$, $O(n^3-n^2)$, 按由低到高的顺序排列, 其中, n 是数据的输入规模。

 $> O(\log_2 n), O(n), O(n\log_2 n), O(n^2+1), O(n^3-n^2), O(n^5), O(2^n)$



- >编写一个算法, 判断任一整数 n 是否为素数。
- ▶素数:指在一个大于1的自然数中,除了1和此整数自身外,不能被 其他自然数整除的数。

```
bool IsPrime(int n){
    if (n<=1) return false;
    for( int i=2; i<n; i++)
        if (n % i==0) return false;
    return true;
}</pre>
```



改进一

- >一个数不可能被"比自己的一半还大的数"整除。

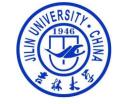
2 3 4 5 6 7 8 9

- >如果2...n-1中的数i能整除n,即n/i等于某个正整数k,由于i< n,所以k不可能等于1,故k≥2.
- $> n/i \ge 2$, 所以 $i \le \lfloor n/2 \rfloor$
- \triangleright 对于2...n-1, 我们只需测试前n/2个数, n/2以后的数肯定不能整除n, 无需测试。



炎进一

```
bool IsPrime(int n){
    if (n<=1) return false;
    for( int i=2; i<=n/2; i++)
    if (n % i==0) return false;
    return true;
}</pre>
```



改进二

- \triangleright 如果n不是素数,它有约数, $n=a\times b$,其中a和b为正整数
- \triangleright 则a、b中必有一个小于或等于 \sqrt{n} ,一个大于或等于 \sqrt{n} 。

```
2 \cdots a \cdots \sqrt{n} \cdots b \cdots n-1
```

> 如果n不是素数,它必然有一个约数≤ \sqrt{n}

```
bool IsPrime(int n) {
    if(n<=1) return false ;
    int t=int(sqrt(n));
    for(int i=2; i<=t; i++)
        if(n % i==0) return false;
    return true;
}</pre>
```



改进三

除2之外的偶数都不是素数。

```
bool IsPrime(int n){
    if(n==2) return true;
    if(n<=1 || n % 2==0) return false;
    int t=int(sqrt(n));
    for(int i=3; i<=t; i+=2)
        if(n % i==0) return false;
    return true;
}</pre>
```