



## 二叉树的分层遍历和路径

- 二叉树的分层遍历
- 二叉树的路径

数据之法  
结构之美  
算法之道

zhuyungang@jlu.edu.cn



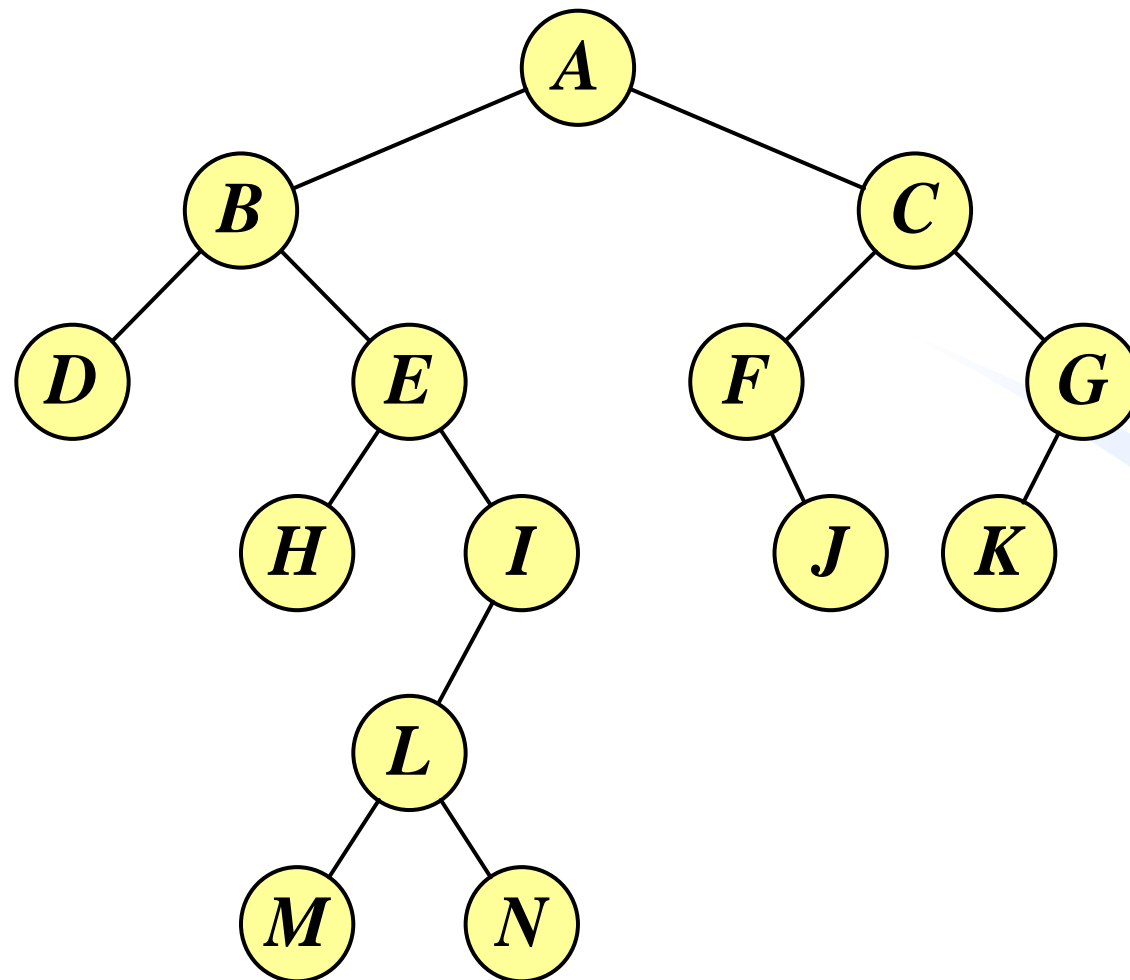
# 统计二叉树每层结点信息

统计一棵二叉树中每层叶结点的数目【吉林大学上机考试题】。

➤需要识别每层的结束，每层结束后，统计该层信息。

## 方案1:

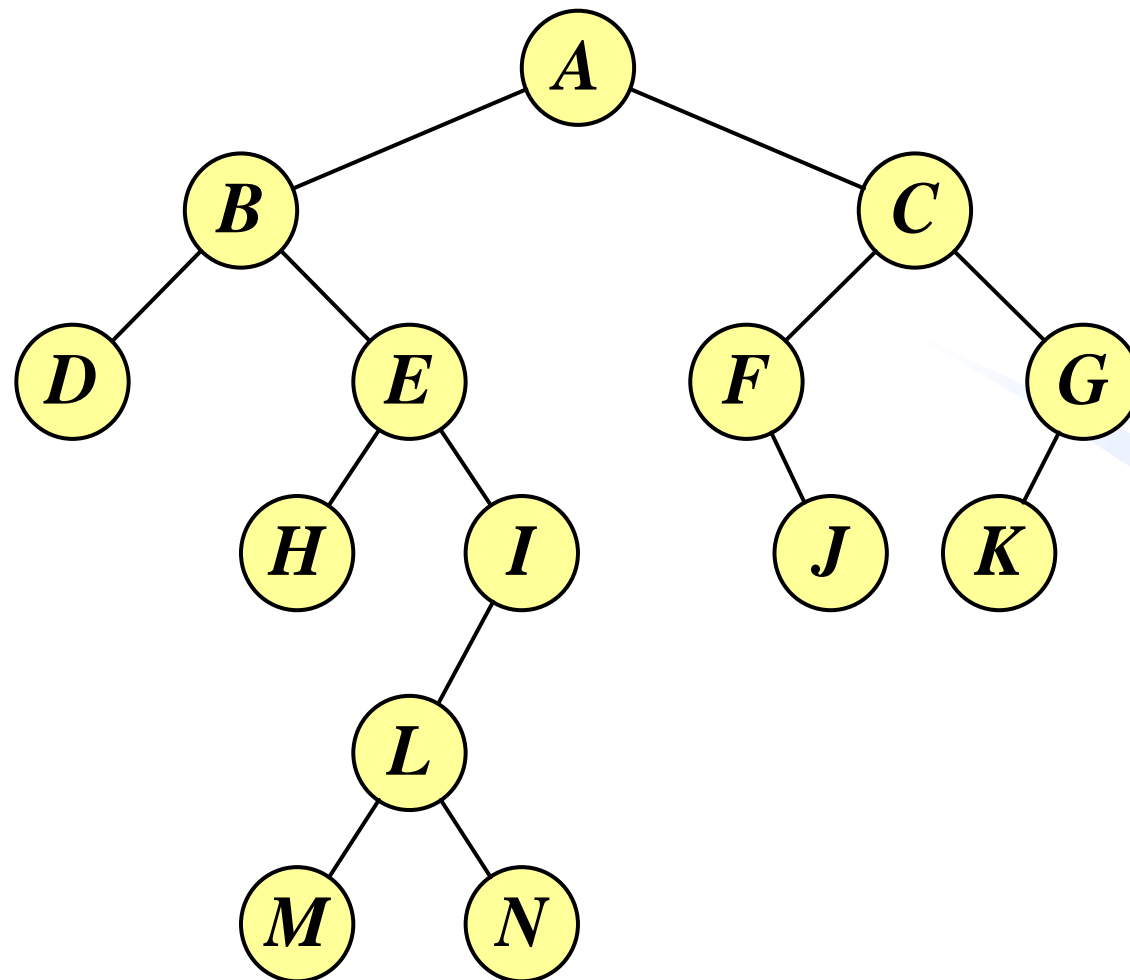
- ✓可以设置一个不同于队列中其他结点的特殊结点（比如空结点NULL）来表示每层的结束。
- ✓遍历第0层时，先将根结点入队，再将NULL入队。在遍历过程中，当NULL出队时，表示已经遍历完本层，将NULL再入队，此时NULL即为下一层的结尾。



---

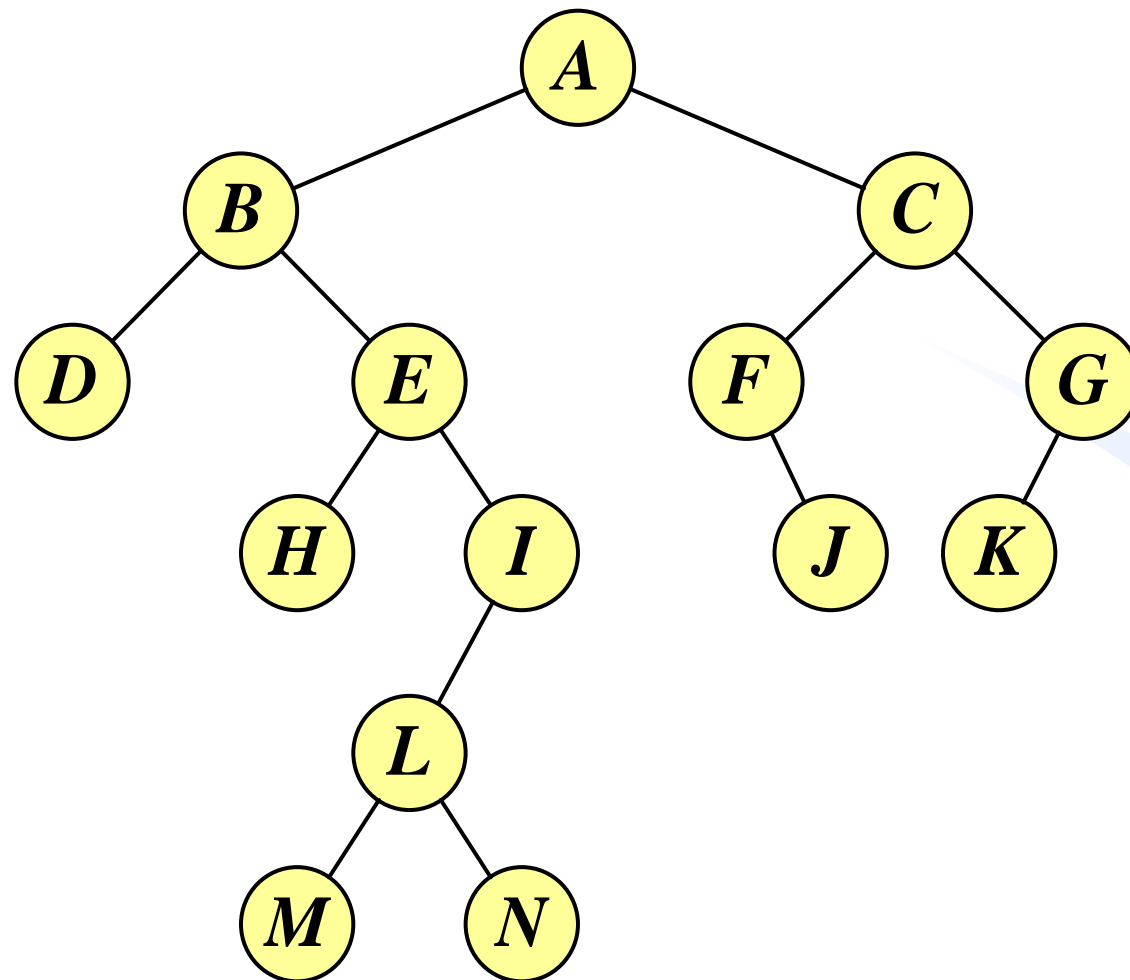
**A** **null**

---



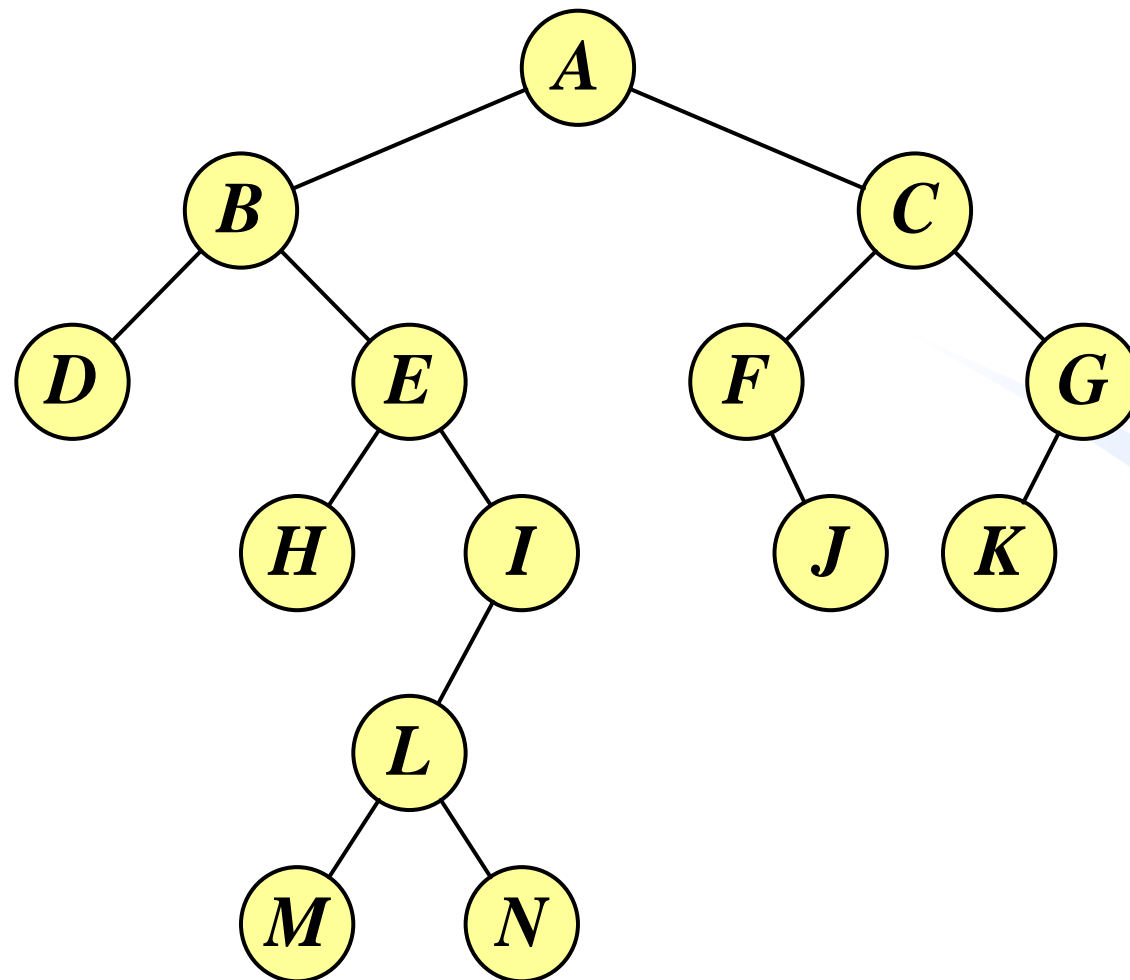
A

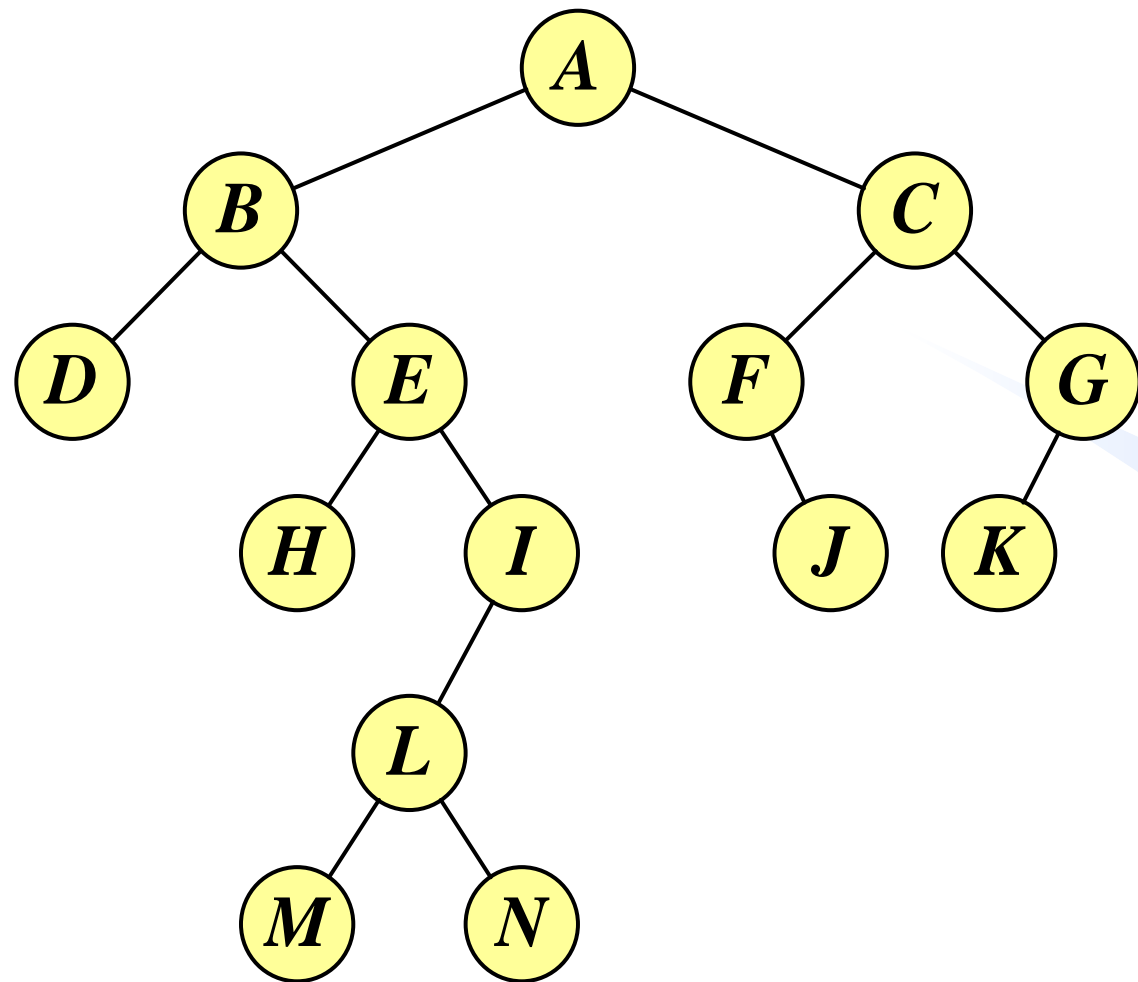
null B C

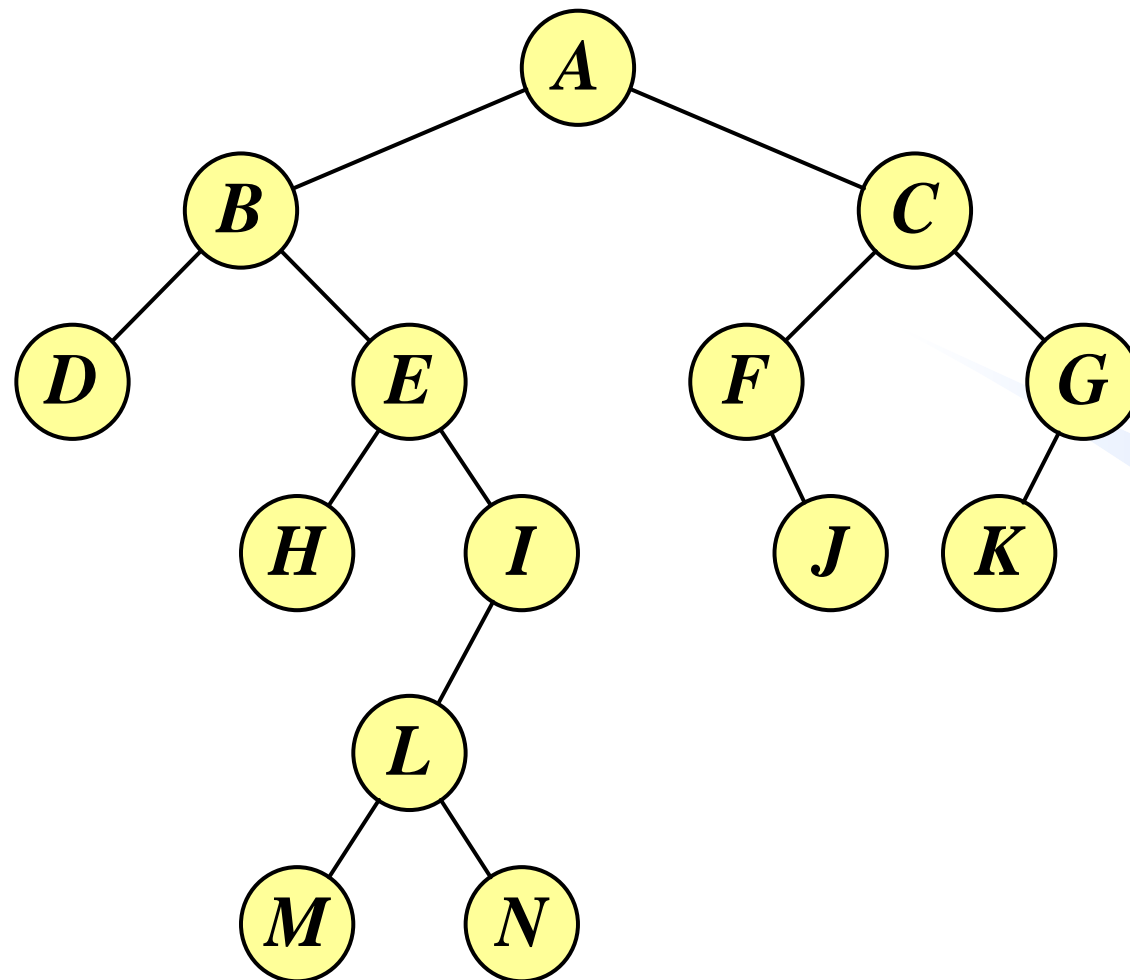


**A** null

**B** **C** null











```
int LeafInEachLevel (TreeNode *root, int leafnum[]){  
    if(root==NULL) return -1;  
    Queue<TreeNode*> q ; int h=0;  
    q.enqueue(root);  
    q.enqueue(NULL); //NULL入队  
    while (!q.empty()){  
        TreeNode * p=q.dequeue(); //出队一个结点  
        if(p==NULL) { //本层结束  
            h++;  
            if(!q.empty()) q.enqueue(NULL);  
        }else{  
            if(p->left==NULL && p->right==NULL) leafnum[h]++;  
            if(p->left!=NULL) q.enqueue(p->left);  
            if(p->right!=NULL) q.enqueue(p->right);  
        }  
    }  
    return h-1; //返回二叉树的高度  
};
```

*leafnum[h]*表示第*h*层的叶结点数。调用时*leafnum*数组各元素值应初始化为0。



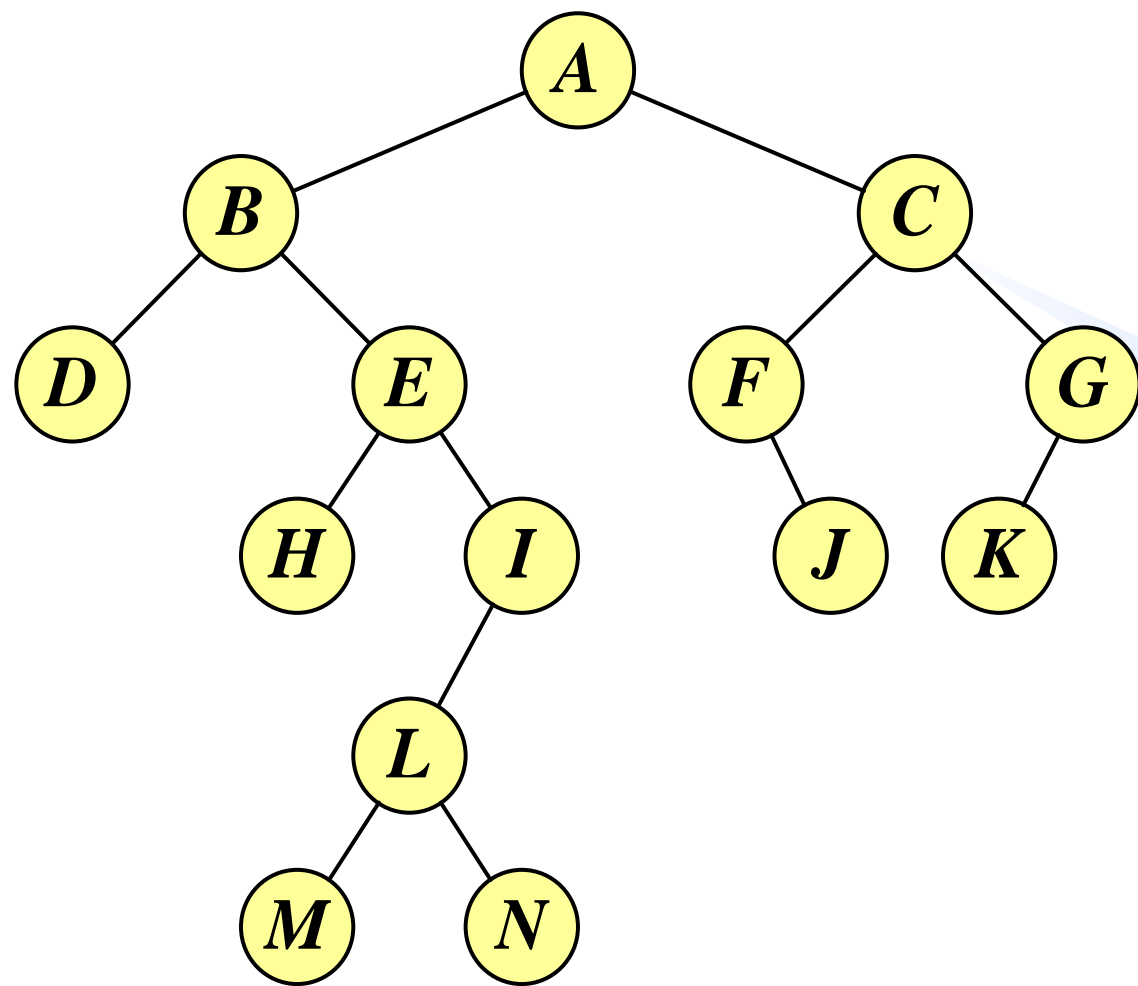
## 统计二叉树每层结点信息

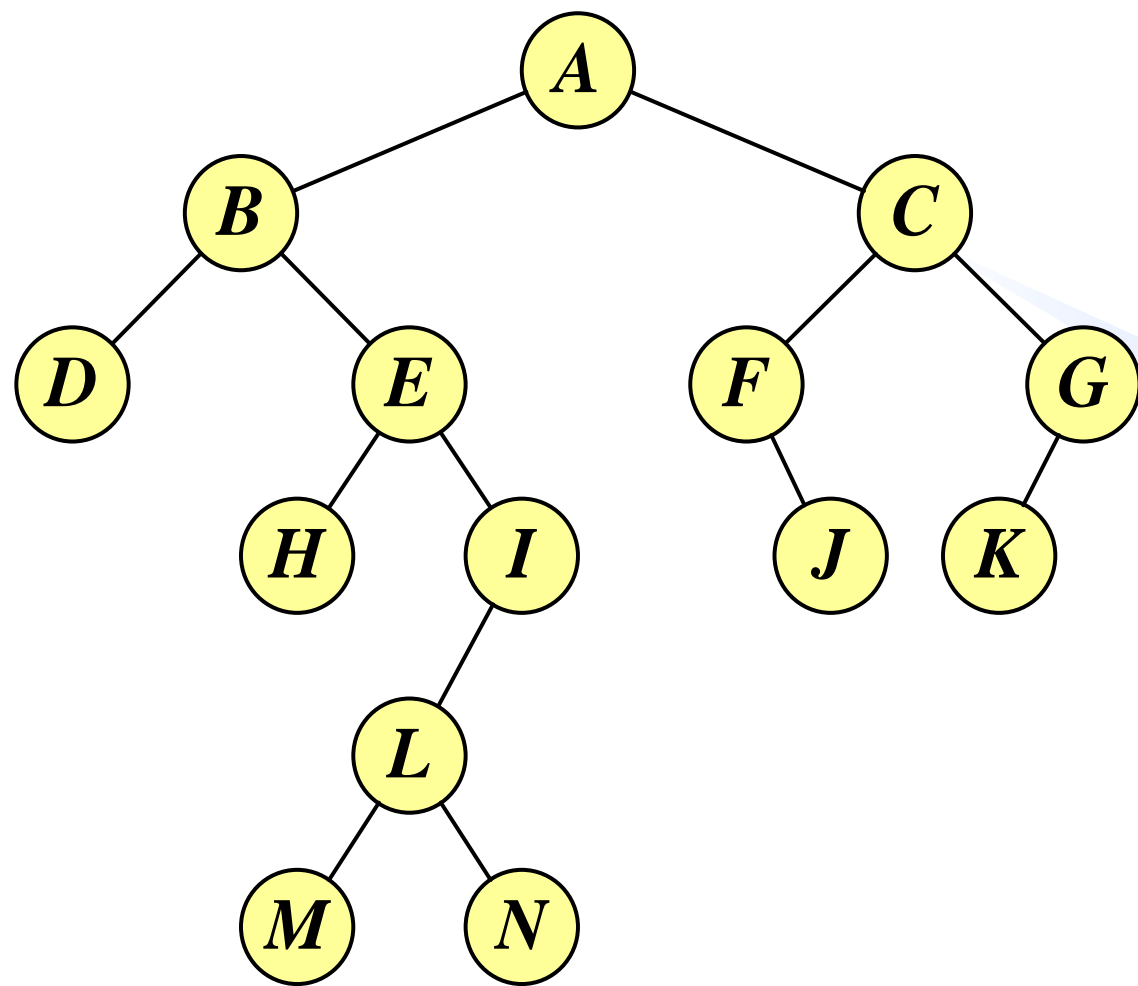
统计一棵二叉树中每层叶结点的数目【吉林大学上机考试题】。

➤需要识别每层的结束，每层结束后，统计该层信息。

### 方案2:

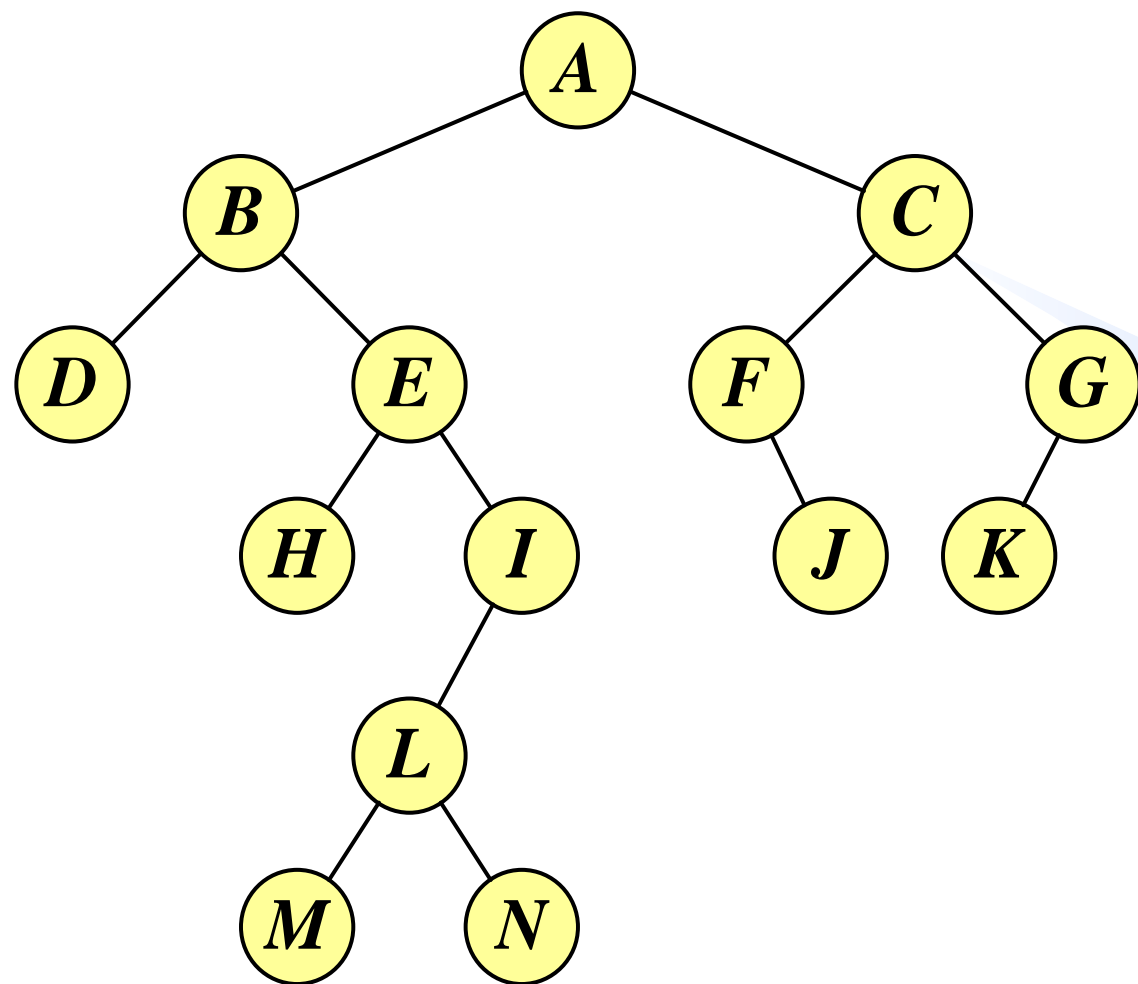
- ✓每层结点全部出队后，队列中的元素即为下一层的全部结点
- ✓出队时，在while循环里面做个for循环，根据队列中元素个数，把同层结点连续出队。





**A**

**B C**



**A** **B** **C**

**D** **E** **F** **G**



```
int LeafInEachLevel (TreeNode *root, int leafnum[]){
    if(root==NULL) return -1;
    Queue<TreeNode*> q ; int h=0;
    q.enqueue(root);
    while (!q.empty()){
        int size=q.size(); //size为本层结点数
        for(int i=0; i<size; i++){ //连续出队并访问本层结点
            TreeNode * p=q.dequeue();
            if(p->left==NULL && p->right==NULL) leafnum[h]++;
            if(p->left!=NULL) q.enqueue(p->left);
            if(p->right!=NULL) q.enqueue(p->right);
        }
        h++; //本层结束，准备访问下一层
    }
    return h-1; //返回二叉树的高度
};
```

*leafnum[h]*表示第*h*层的叶结点数。调用时*leafnum*数组各元素值应初始化为0



## 统计二叉树每层结点信息

统计一棵二叉树中每层叶结点的数目 【吉林大学上机考试题】。

➤需要识别每层的结束，每层结束后，统计该层信息。

### 方案3:

- ✓采用先根遍历，用变量 $k$ 标识递归深度，每进入一层递归（向下一层访问结点）， $k$ 加1，递归深度 $k$ 其实就是当前访问的结点所在的层数。
- ✓用数组 $leafnum[]$ 记录各层叶结点数目，每访问到一个叶结点时， $leafnum[k]++$ ，表示第 $k$ 层叶节点数目加1。
- ✓当遍历完成后， $leafnum[i]$ 数组就存储了第 $i$ 层叶节点数目。



```
void LeafInEachLevel(TreeNode *t, int k, int leafnum[], int &h){  
    //计算每层叶结点数存入leafnum[]数组, h为二叉树高度即最大层数  
    //k为递归深度, 每往深递归一层k加1, k亦为当前访问结点所在层数  
    if(t==NULL) return; //空树  
    if(k>h) h=k; //若当前层数超过最大树高, 则更新树高  
    if(t->left==NULL && t->right==NULL) leafnum[k]++;  
    LeafInEachLevel(t->left, k+1, leafnum, h);  
    LeafInEachLevel(t->right, k+1, leafnum, h);  
}
```

### 初始调用

int h=-1; //h为遍历过程中遇到的最大层数, 初值 $\leq 0$

LeafInEachLevel(root, 0, leafnum, h)

//leafnum[i]表示第i层的叶结点数, 初始调用前数组各元素值初始化为0





## 二叉树的分层遍历和路径

- 二叉树的分层遍历
- **二叉树的路径**

数据之法  
结构之美  
算法之道

zhuyungang@jlu.edu.cn

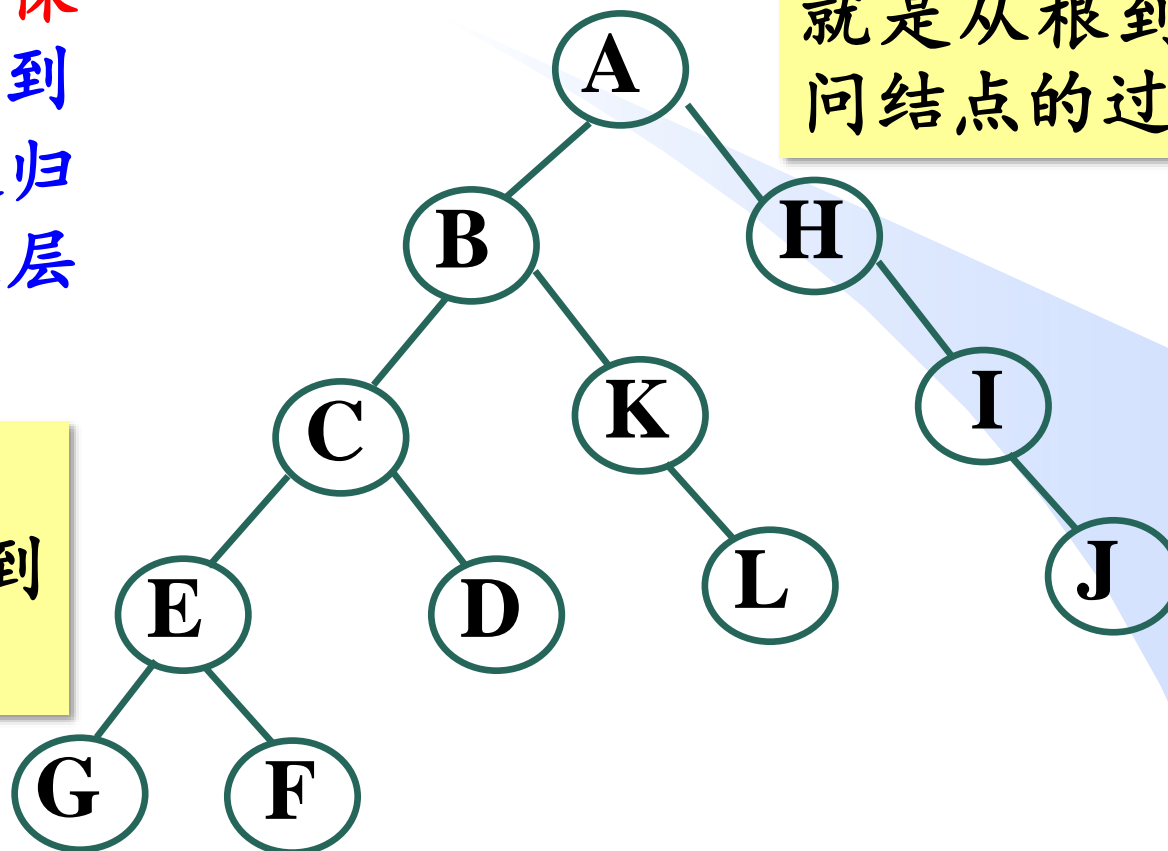
# 二叉树的路径

先根遍历，将沿途访问的结点保存在 $Path$ 数组中，即得到从根到当前访问结点的一条路径。递归深度对应当前访问的结点所在层数，亦即当前路径的长度。

当前访问的结点存入 $Path[k]$ ，则 $Path[0]...Path[k]$ 即为从根到当前访问结点的路径。

$k$ 为先根遍历的递归深度

先根遍历的过程就是从根到叶访问结点的过程



$Path$	A				
$k=0$	1	2	3	4	

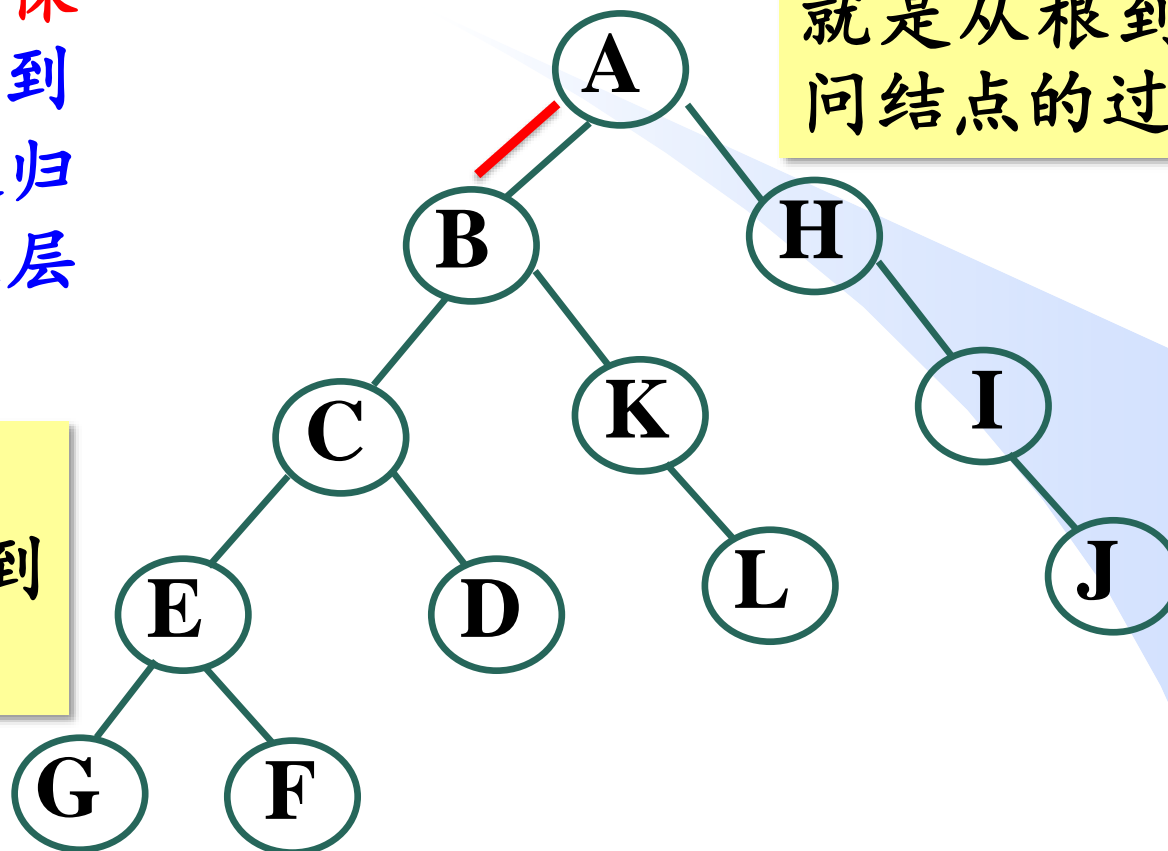
# 二叉树的路径

先根遍历，将沿途访问的结点保存在 $Path$ 数组中，即得到从根到当前访问结点的一条路径。递归深度对应当前访问的结点所在层数，亦即当前路径的长度。

当前访问的结点存入 $Path[k]$ ，则 $Path[0]...Path[k]$ 即为从根到当前访问结点的路径。

$k$ 为先根遍历的递归深度

先根遍历的过程就是从根到叶访问结点的过程



$Path$	A	B			
	0	$k=1$	2	3	4

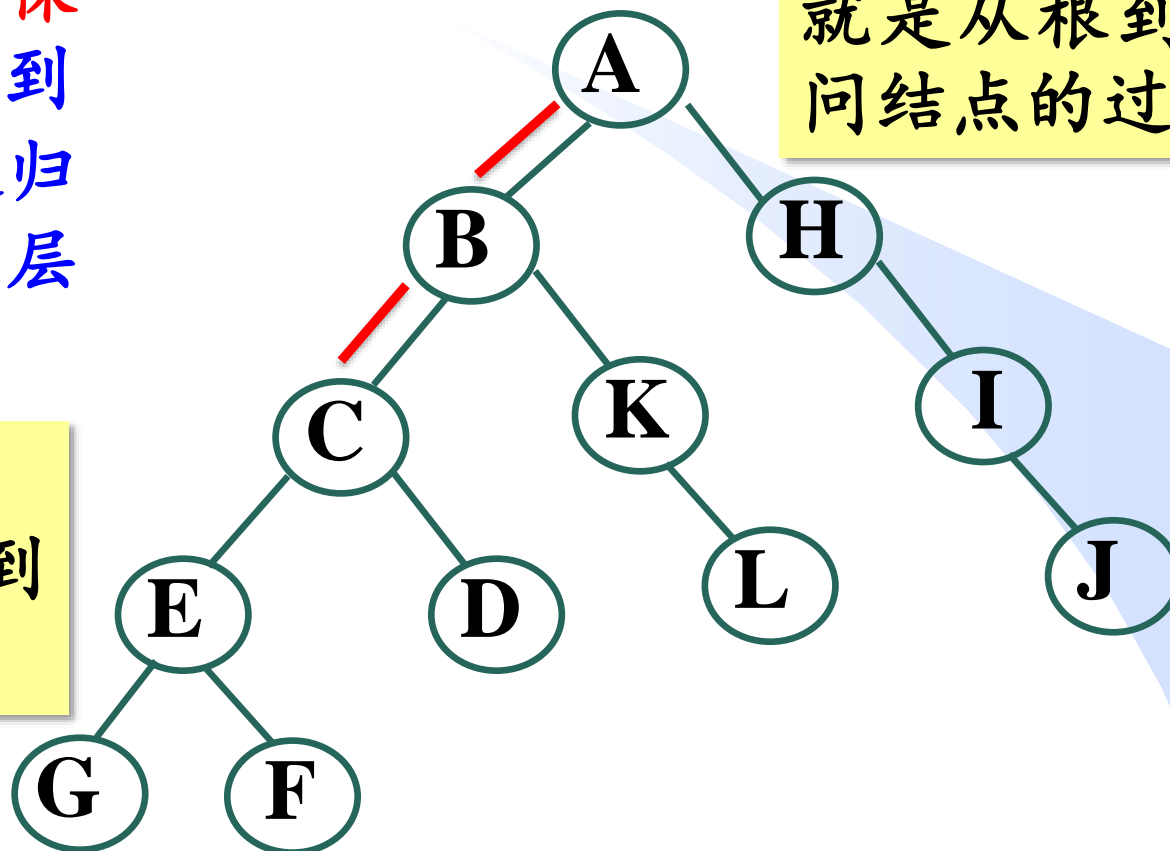
# 二叉树的路径

先根遍历，将沿途访问的结点保存在 $Path$ 数组中，即得到从根到当前访问结点的一条路径。递归深度对应当前访问的结点所在层数，亦即当前路径的长度。

当前访问的结点存入 $Path[k]$ ，则 $Path[0]...Path[k]$ 即为从根到当前访问结点的路径。

$k$ 为先根遍历的递归深度

先根遍历的过程就是从根到叶访问结点的过程



$Path$	A	B	C		
	0	1	$k=2$	3	4

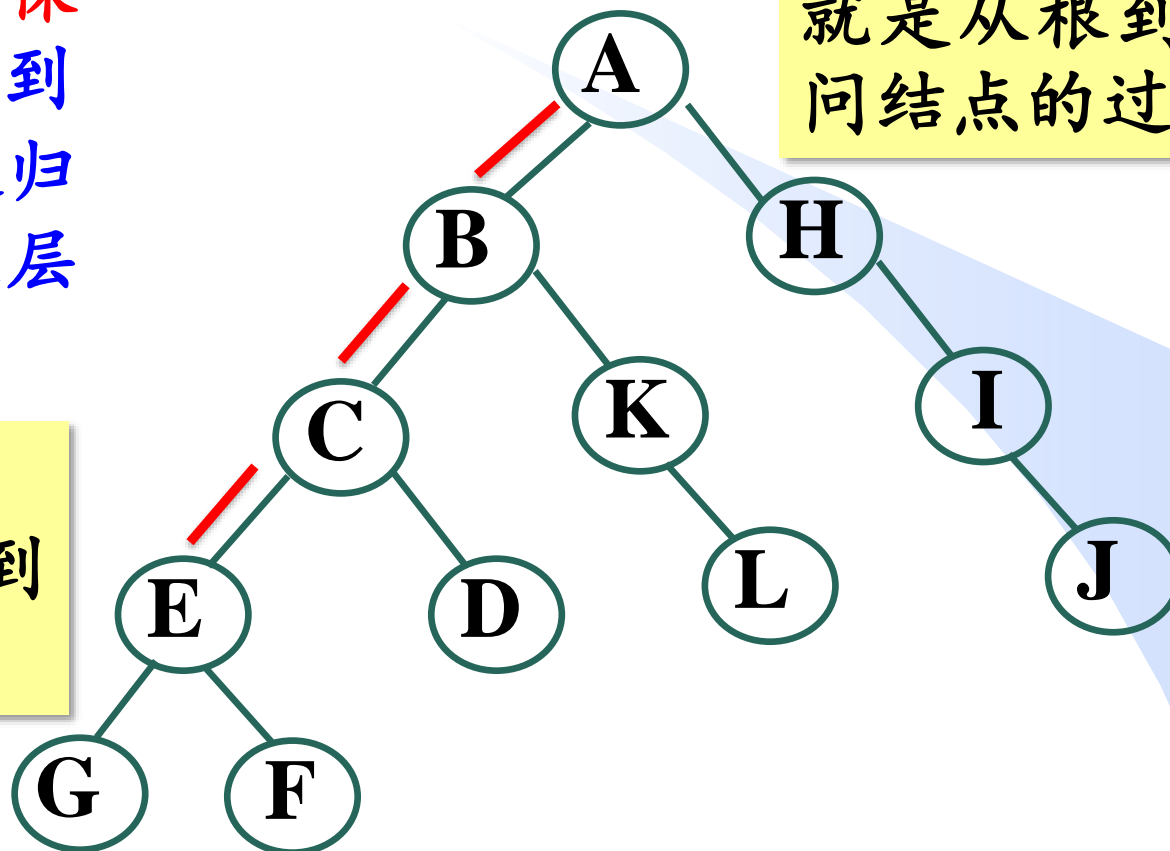
# 二叉树的路径

先根遍历，将沿途访问的结点保存在 $Path$ 数组中，即得到从根到当前访问结点的一条路径。递归深度对应当前访问的结点所在层数，亦即当前路径的长度。

当前访问的结点存入 $Path[k]$ ，则 $Path[0]...Path[k]$ 即为从根到当前访问结点的路径。

$k$ 为先根遍历的递归深度

先根遍历的过程就是从根到叶访问结点的过程



$Path$	$A$	$B$	$C$	$E$	
	0	1	2	$k=3$	4



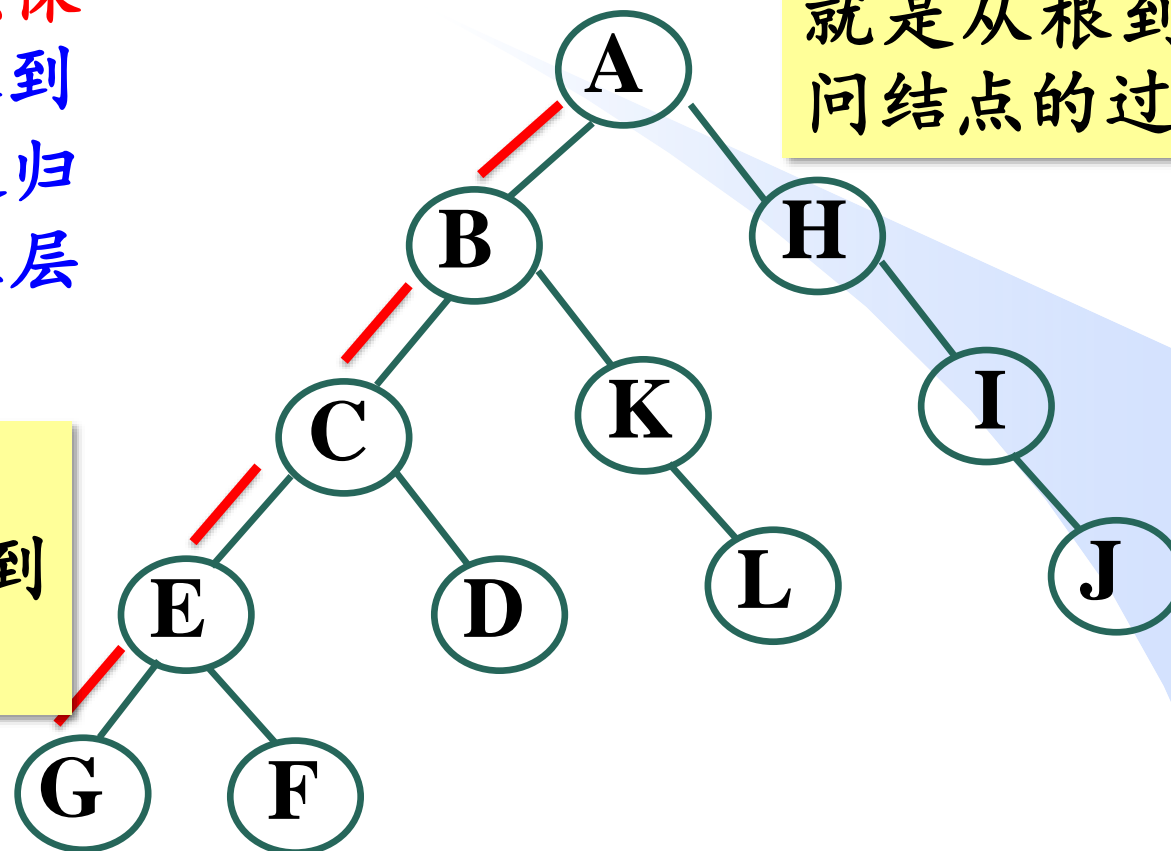
# 二叉树的路径

先根遍历，将沿途访问的结点保存在 $Path$ 数组中，即得到从根到当前访问结点的一条路径。递归深度对应当前访问的结点所在层数，亦即当前路径的长度。

当前访问的结点存入 $Path[k]$ ，则 $Path[0]...Path[k]$ 即为从根到当前访问结点的路径。

$k$ 为先根遍历的递归深度

先根遍历的过程就是从根到叶访问结点的过程



$Path$	$A$	$B$	$C$	$E$	$G$
	0	1	2	3	$k=4$

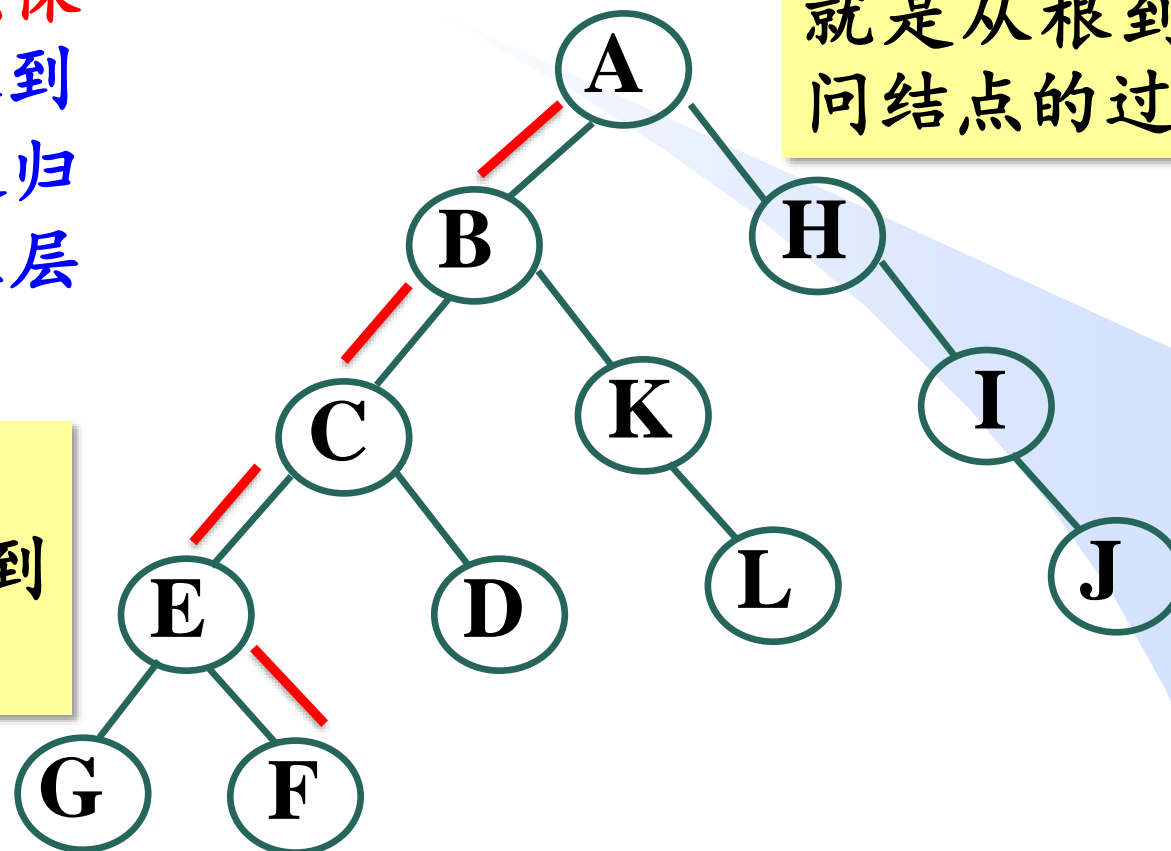
# 二叉树的路径

先根遍历，将沿途访问的结点保存在 $Path$ 数组中，即得到从根到当前访问结点的一条路径。递归深度对应当前访问的结点所在层数，亦即当前路径的长度。

当前访问的结点存入 $Path[k]$ ，则 $Path[0]...Path[k]$ 即为从根到当前访问结点的路径。

$k$ 为先根遍历的递归深度

先根遍历的过程就是从根到叶访问结点的过程



$Path$	$A$	$B$	$C$	$E$	$F$
	0	1	2	3	$k=4$

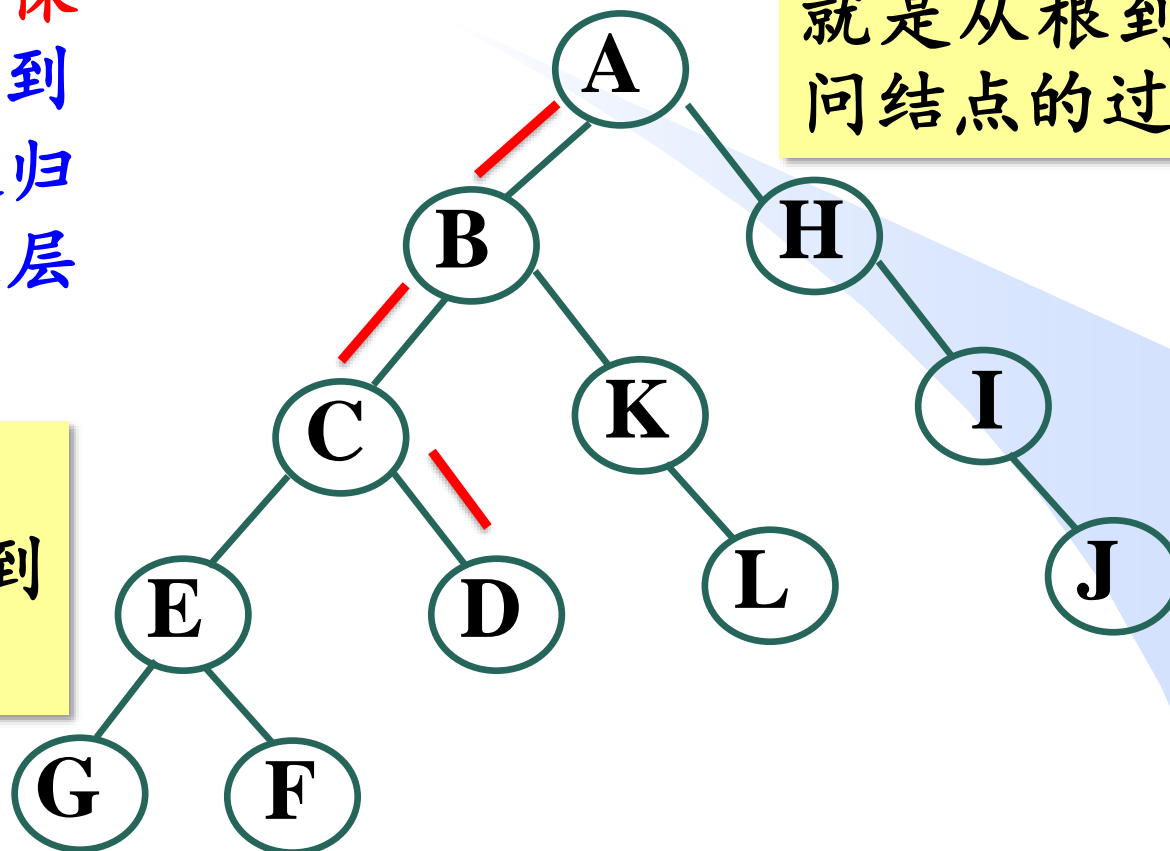
# 二叉树的路径

先根遍历，将沿途访问的结点保存在 $Path$ 数组中，即得到从根到当前访问结点的一条路径。递归深度对应当前访问的结点所在层数，亦即当前路径的长度。

当前访问的结点存入 $Path[k]$ ，则 $Path[0]...Path[k]$ 即为从根到当前访问结点的路径。

$k$ 为先根遍历的递归深度

先根遍历的过程就是从根到叶访问结点的过程



$Path$	$A$	$B$	$C$	$D$	$F$
	0	1	2	$k=3$	4



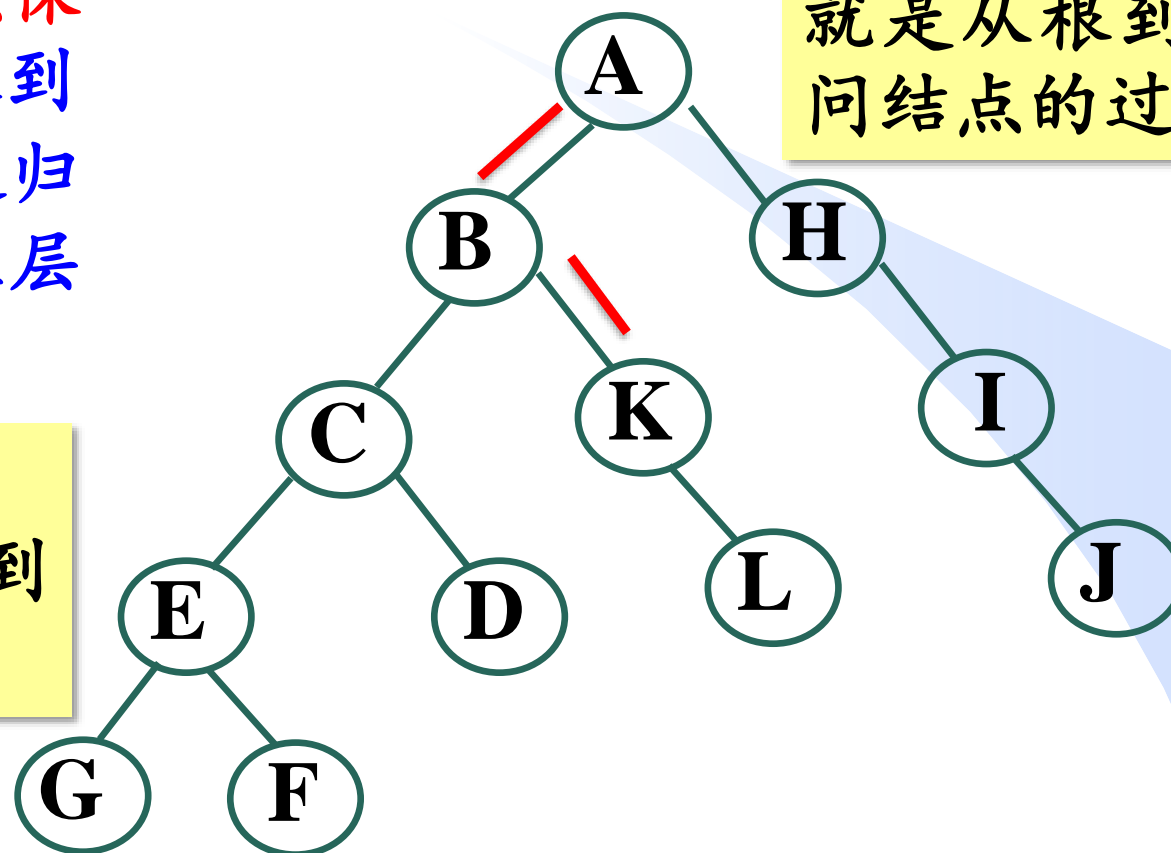
# 二叉树的路径

先根遍历，将沿途访问的结点保存在 $Path$ 数组中，即得到从根到当前访问结点的一条路径。递归深度对应当前访问的结点所在层数，亦即当前路径的长度。

当前访问的结点存入 $Path[k]$ ，则 $Path[0]...Path[k]$ 即为从根到当前访问结点的路径。

$k$ 为先根遍历的递归深度

先根遍历的过程就是从根到叶访问结点的过程



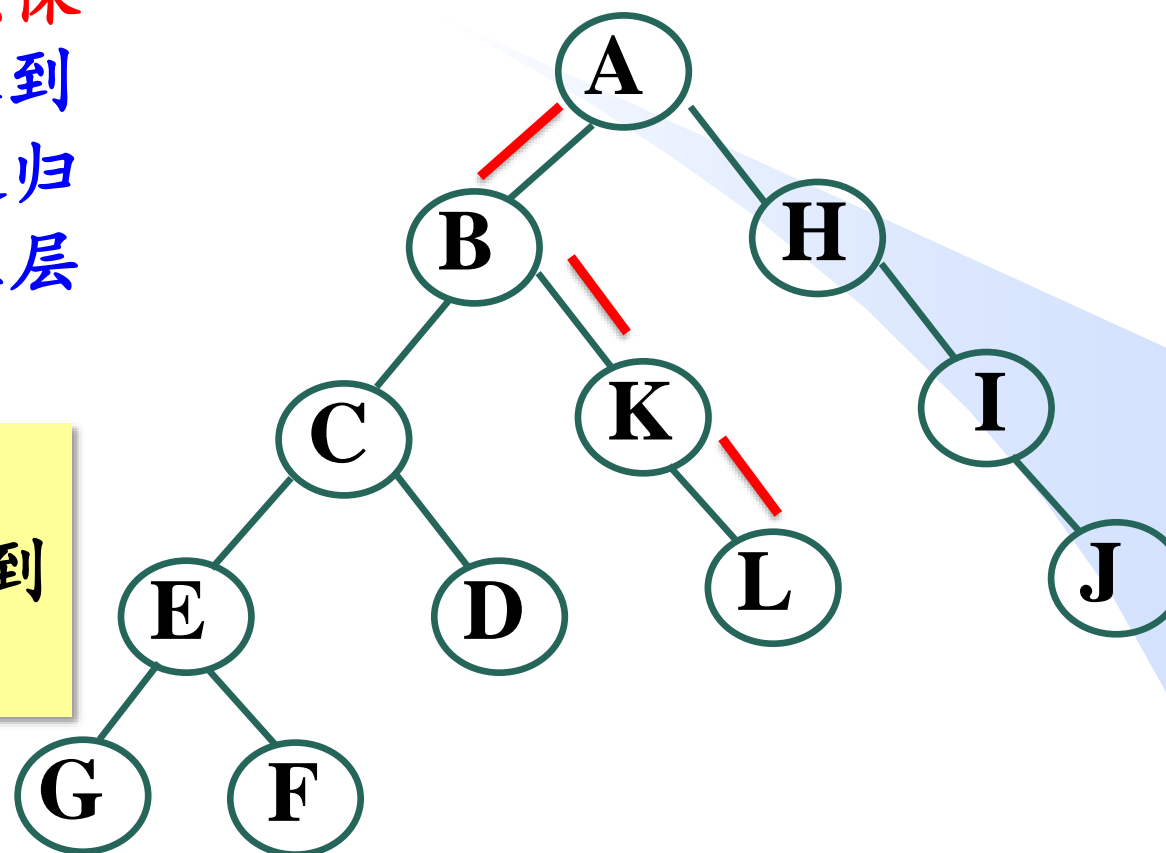
$Path$	A	B	K	D	F
	0	1	$k=2$	3	4

# 二叉树的路径

先根遍历，将沿途访问的结点保存在 $Path$ 数组中，即得到从根到当前访问结点的一条路径。递归深度对应当前访问的结点所在层数，亦即当前路径的长度。

当前访问的结点存入 $Path[k]$ ，则 $Path[0]...Path[k]$ 即为从根到当前访问结点的路径。

$k$ 为先根遍历的递归深度



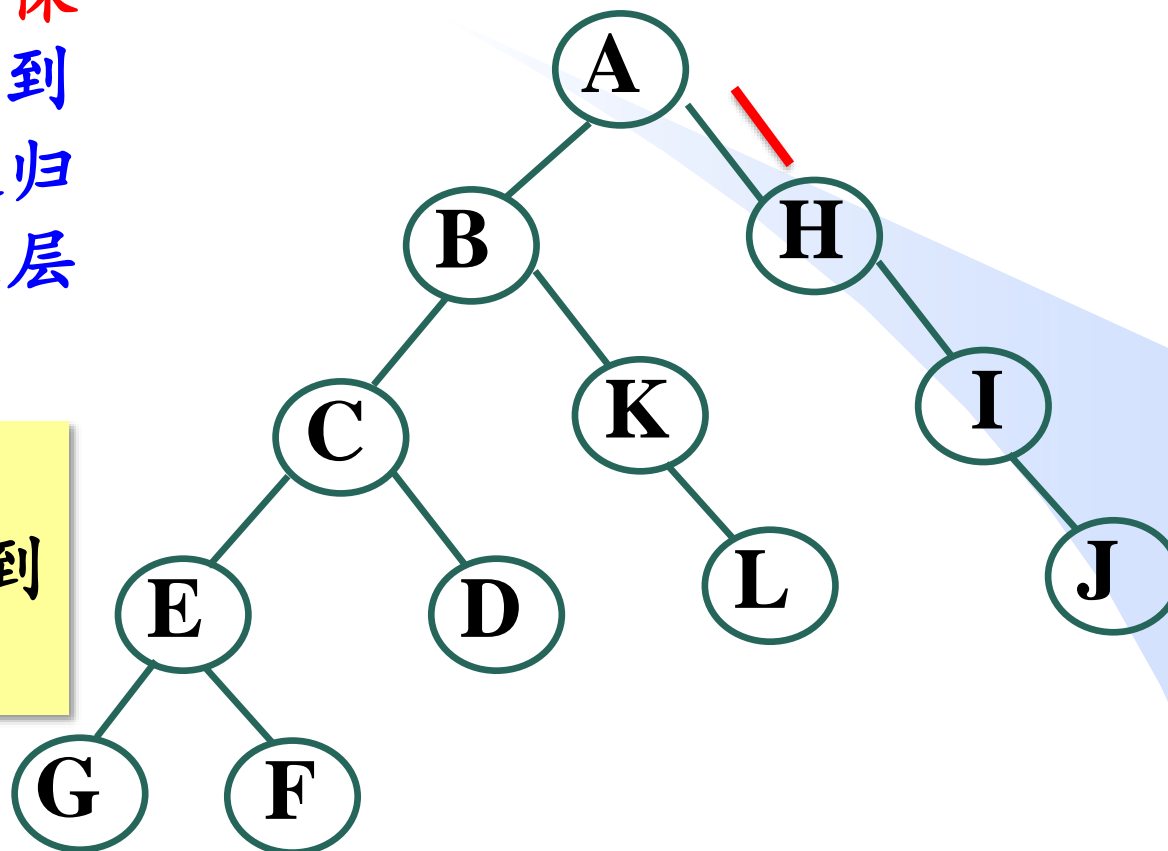
$Path$	A	B	K	L	F
	0	1	2	$k=3$	4

# 二叉树的路径

先根遍历，将沿途访问的结点保存在 $Path$ 数组中，即得到从根到当前访问结点的一条路径。递归深度对应当前访问的结点所在层数，亦即当前路径的长度。

当前访问的结点存入 $Path[k]$ ，则 $Path[0]...Path[k]$ 即为从根到当前访问结点的路径。

$k$ 为先根遍历的递归深度



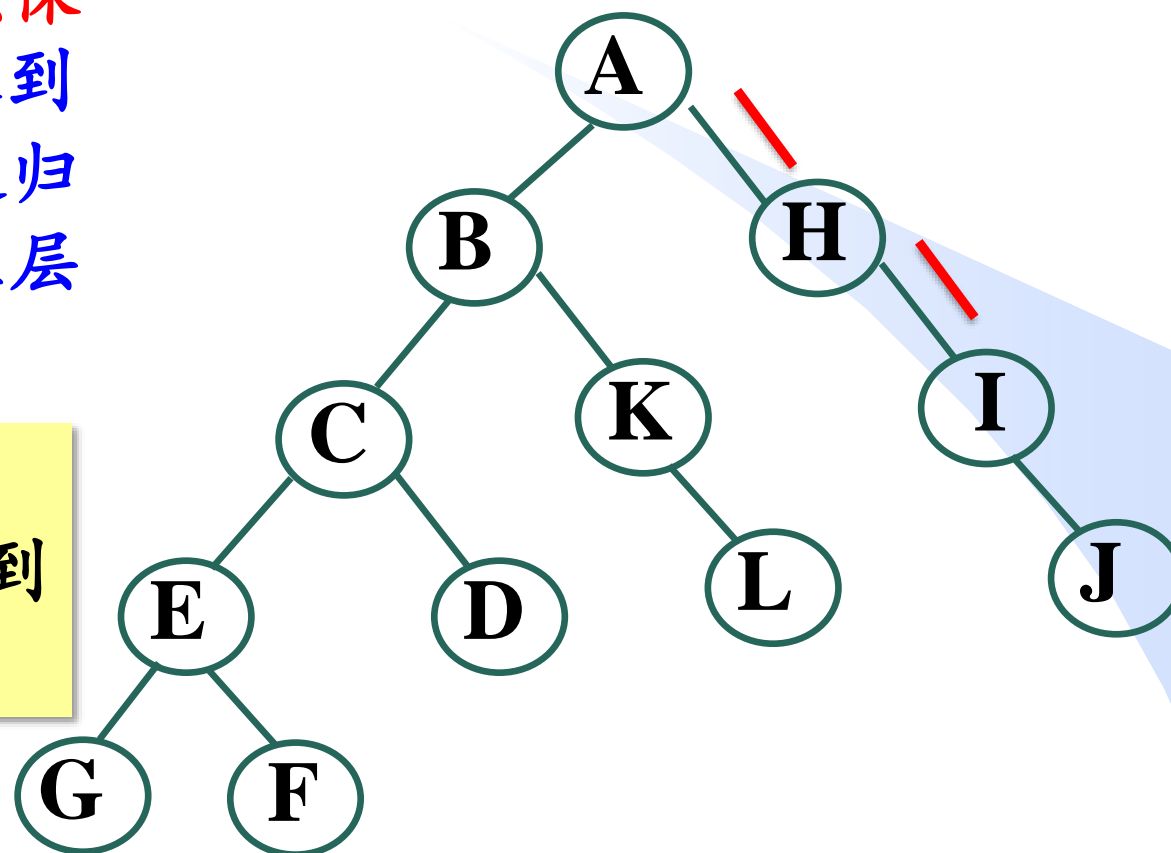
$Path$	$A$	$H$	$K$	$L$	$F$
	0	$k=1$	2	3	4

# 二叉树的路径

先根遍历，将沿途访问的结点保存在 $Path$ 数组中，即得到从根到当前访问结点的一条路径。递归深度对应当前访问的结点所在层数，亦即当前路径的长度。

当前访问的结点存入 $Path[k]$ ，则 $Path[0]...Path[k]$ 即为从根到当前访问结点的路径。

$k$ 为先根遍历的递归深度



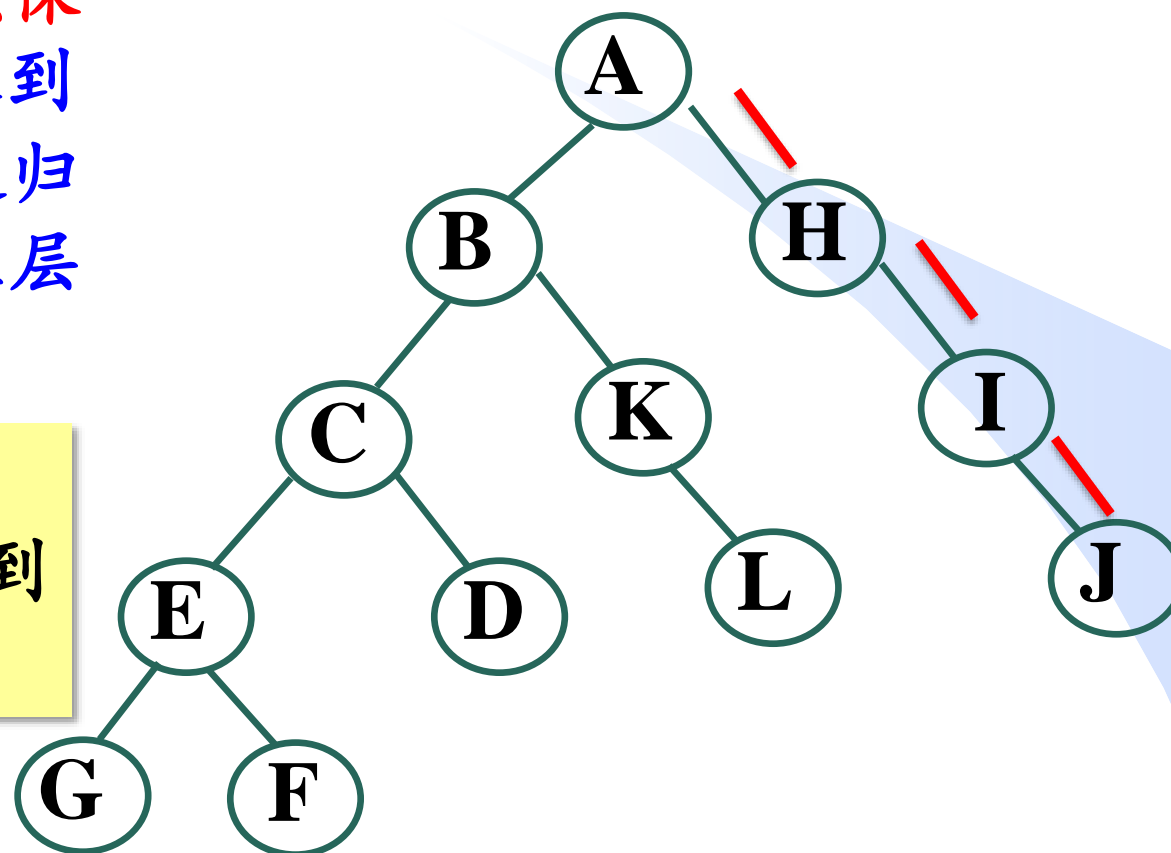
$Path$	$A$	$H$	$I$	$L$	$F$
	0	1	$k=2$	3	4

# 二叉树的路径

先根遍历，将沿途访问的结点保存在 $Path$ 数组中，即得到从根到当前访问结点的一条路径。递归深度对应当前访问的结点所在层数，亦即当前路径的长度。

当前访问的结点存入 $Path[k]$ ，则 $Path[0]...Path[k]$ 即为从根到当前访问结点的路径。

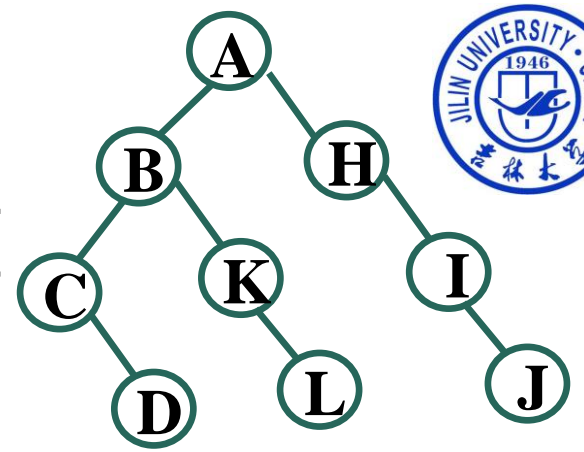
$k$ 为先根遍历的递归深度



$Path$	A	H	I	J	F
	0	1	2	$k=3$	4



## 二叉树的路径



```
void findPath(TreeNode *t, int path[], int k){
```

```
    //输出从根到叶的所有路径, k为递归深度
```

```
    if(t==NULL) return;
```

```
    path[k] = t->data;
```

```
    if(t->left==NULL && t->right==NULL) { //找到一条路径
```

```
        for(int i=0; i<=k; i++) //输出找到的路径
```

```
            printf("%d ", path[i]);
```

```
        printf("\n");
```

```
        return;
```

```
    }
```

```
    findPath(t->left, path, k+1);
```

```
    findPath(t->right, path, k+1);
```

```
}
```

先根遍历  
回溯

初始调用  
findPath(root, path, 0)

## 二叉树的路径

```
bool findPath(TreeNode *t, int path[], int x, int k){  
    //输出从根到数据值等于x的一条路径, k为递归深度  
    if(t==NULL) return false;  
    path[k] = t->data;  
    if(t->data == x) { //找到一条路径  
        for(int i=0; i<=k; i++) //输出找到的路径  
            printf("%d ", path[i]);  
        printf("\n");  
        return true;  
    }  
    if(findPath(t->left, path, x, k+1)) return true;  
    if(findPath(t->right, path, x, k+1)) return true;  
    return false;  
}
```

初始调用

findPath(root, path, x, 0)

}