



Universidade Federal da Bahia - UFBA  
Instituto de Matemática e Estatística - IME  
Departamento de Matemática



# MAT A07 - Álgebra Linear A

## Aula 13

Subespaços Vetoriais: Intersecção, União, Soma  
Dependência e Independência Linear, Bases



**Professora:** Isamara C. Alves

Data: 27/10/2020

# Subespaços Vetoriais

Subespaço Gerado



EXERCÍCIOS:

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ,  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ,  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$  **subespaços vetoriais** de  $\mathcal{V}$ .

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ,  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$  **subespaços vetoriais** de  $\mathcal{V}$ .

1. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ,  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$  **subespaços vetoriais** de  $\mathcal{V}$ .

1. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .
2. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ,  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$  **subespaços vetoriais** de  $\mathcal{V}$ .

1. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .
2. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .  
( DICA: utilize a propriedade  $[S_1] + [S_2] = [S_1 \cup S_2]$  )

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ,  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$  **subespaços vetoriais** de  $\mathcal{V}$ .

1. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .
2. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .  
( DICA: utilize a propriedade  $[S_1] + [S_2] = [S_1 \cup S_2]$  )
3. Determine um conjunto de geradores para  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .



# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ,  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$  **subespaços vetoriais** de  $\mathcal{V}$ .

1. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .
2. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .  
( DICA: utilize a propriedade  $[S_1] + [S_2] = [S_1 \cup S_2]$  )
3. Determine um conjunto de geradores para  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .

# Subespaços Vetoriais

Subespaço Gerado



## EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$\forall A \in \mathcal{W}_1$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\forall A \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\forall A \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$   
 $\forall A \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\forall A \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\forall A \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{W}_1 =$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\forall A \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \right]$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\forall A \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \right]$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\forall A \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\forall A \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right];$$

e

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\forall A \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right];$$

e

$$\forall A \in \mathcal{W}_2$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\forall A \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right];$$

e

$$\forall A \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 0 & d \\ -d & 0 \end{pmatrix}$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\forall A \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right];$$

e

$$\forall A \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 0 & d \\ -d & 0 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$



# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\forall A \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right];$$

e

$$\forall A \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 0 & d \\ -d & 0 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right]$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\forall A \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right];$$

e

$$\forall A \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 0 & d \\ -d & 0 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\forall A \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right];$$

e

$$\forall A \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 0 & d \\ -d & 0 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

# Subespaços Vetoriais

Subespaço Gerado



## EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 =$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \right]$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2} \right];$$



# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e}$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 =$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right]$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

Então,  $\forall A \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

$$\text{Então, } \forall A \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

$$\text{Então, } \forall A \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$



# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

$$\text{Então, } \forall A \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

$$\text{Então, } \forall A \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

$$\text{Então, } \forall A \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$a = 0;$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

$$\text{Então, } \forall A \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$a = 0; b = d;$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

$$\text{Então, } \forall A \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$a = 0; b = d; c = -d;$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

$$\text{Então, } \forall A \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$a = 0; b = d; b = -d; c = 0$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

$$\text{Então, } \forall A \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$a = 0; b = d; b = -d; c = 0 \Rightarrow$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

$$\text{Então, } \forall A \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$
$$a = 0; b = d; b = -d; c = 0 \Rightarrow a = b = c = d = 0$$



# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

$$\text{Então, } \forall A \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$
$$a = 0; b = d; b = -d; c = 0 \Rightarrow a = b = c = d = 0 \Rightarrow A = 0_2$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

$$\text{Então, } \forall A \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$
$$a = 0; b = d; b = -d; c = 0 \Rightarrow a = b = c = d = 0 \Rightarrow A = 0_2 \Rightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

$$\text{Então, } \forall A \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$a = 0; b = d; b = -d; c = 0 \Rightarrow a = b = c = d = 0 \Rightarrow A = 0_2 \Rightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$$

por definição matemática:  $\{0\} := [\emptyset] \Rightarrow$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right].$$

$$\text{Então, } \forall A \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$a = 0; b = d; b = -d; c = 0 \Rightarrow a = b = c = d = 0 \Rightarrow A = 0_2 \Rightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$$

*por definição matemática:*  $\{0\} := [\emptyset] \Rightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset]$

# Subespaços Vetoriais

Subespaço Gerado



## EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 =$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \right]$$



# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \right]$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e}$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 =$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right]$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right];$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right]; \text{ então,}$$

$$\forall A \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right]; \text{ então,}$$

$$\forall A \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$



# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right]; \text{ então,}$$

$$\forall A \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right]; \text{ então,}$$

$$\forall A \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right]; \text{ então,}$$

$$\forall A \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right]; \text{ então,}$$

$$\forall A \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b+d \\ b-d & c \end{pmatrix}$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right]; \text{ então,}$$

$$\forall A \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b+d \\ b-d & c \end{pmatrix} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [v_1; v_2; v_3]$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right]; \text{ então,}$$

$$\forall A \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b+d \\ b-d & c \end{pmatrix} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [v_1; v_2; v_3; u_1]$$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

**EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)**  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right]; \text{ então,}$$

$$\forall A \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b+d \\ b-d & c \end{pmatrix} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [v_1; v_2; v_3; u_1]$$

E, como  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$ , temos que :

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right]; \text{ então,}$$

$$\forall A \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b+d \\ b-d & c \end{pmatrix} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [v_1; v_2; v_3; u_1]$$

E, como  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$ , temos que :

$$\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) = [v_1; v_2; v_3; u_1]$$



# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

EXERCÍCIOS:(RESPOSTAS)  $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$

$$\mathcal{W}_1 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{v_1}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{v_2}; \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right]; \text{ e } \mathcal{W}_2 = \left[ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{u_1} \right]; \text{ então,}$$

$$\forall A \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow A = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b+d \\ b-d & c \end{pmatrix} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [v_1; v_2; v_3; u_1]$$

E, como  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$ , temos que :

$$\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) = [v_1; v_2; v_3; u_1]$$

# Subespaços Vetoriais

Subespaço Gerado



EXERCÍCIOS:

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ,  $\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1 + a_2\}$

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ,  $\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1 + a_2\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 + a_1 = 0 \text{ e } a_2 = 0\}$  **subespaços vetoriais** de  $\mathcal{V}$ .

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ,  $\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1 + a_2\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 + a_1 = 0 \text{ e } a_2 = 0\}$  **subespaços vetoriais** de  $\mathcal{V}$ .

1. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ,  $\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1 + a_2\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 + a_1 = 0 \text{ e } a_2 = 0\}$  **subespaços vetoriais** de  $\mathcal{V}$ .

1. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .
2. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ,  $\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1 + a_2\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 + a_1 = 0 \text{ e } a_2 = 0\}$  **subespaços vetoriais** de  $\mathcal{V}$ .

1. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .
2. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .
3. Determine um conjunto de geradores para  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ,  $\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1 + a_2\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 + a_1 = 0 \text{ e } a_2 = 0\}$  **subespaços vetoriais** de  $\mathcal{V}$ .

1. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .
2. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .
3. Determine um conjunto de geradores para  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .
4. Determine um subespaço  $\mathcal{W}_3$  de  $\mathcal{V}$  tal que  $\mathcal{V} = \mathcal{W}_2 \oplus \mathcal{W}_3$  onde,  $\mathcal{W}_3 \neq \mathcal{W}_1$ .



# Subespaços Vetoriais

## Subespaço Gerado

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ,  $\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1 + a_2\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 + a_1 = 0 \text{ e } a_2 = 0\}$  **subespaços vetoriais** de  $\mathcal{V}$ .

1. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .
2. Determine um conjunto de geradores para  $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$ .
3. Determine um conjunto de geradores para  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .
4. Determine um subespaço  $\mathcal{W}_3$  de  $\mathcal{V}$  tal que  $\mathcal{V} = \mathcal{W}_2 \oplus \mathcal{W}_3$  onde,  $\mathcal{W}_3 \neq \mathcal{W}_1$ .

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

DEFINIÇÃO:

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ .

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)**

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, existem escalares  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  tais que

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, existem escalares  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  tais que

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, existem escalares  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  tais que

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, existem escalares  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  tais que

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$$



# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, existem escalares  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  tais que

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$$

se, e somente se,  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$ .

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, existem escalares  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  tais que

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$$

se, e somente se,  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$ .

Caso contrário, dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE DEPENDENTE (LD)**.

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, existem escalares  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  tais que

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$$

se, e somente se,  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$ .

Caso contrário, dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE DEPENDENTE (LD)**.

Ou seja, se existir na **COMBINAÇÃO LINEAR NULA**,

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, existem escalares  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  tais que

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$$

se, e somente se,  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$ .

Caso contrário, dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE DEPENDENTE (LD)**.

Ou seja, se existir na COMBINAÇÃO LINEAR NULA, pelo menos um escalar  $\lambda_i \neq 0$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, existem escalares  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  tais que

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$$

se, e somente se,  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$ .

Caso contrário, dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE DEPENDENTE (LD)**.

Ou seja, se existir na COMBINAÇÃO LINEAR NULA, pelo menos um escalar  $\lambda_i \neq 0$  então os vetores em  $S$  são **LINEARMENTE DEPENDENTES**:

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, existem escalares  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  tais que

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$$

se, e somente se,  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$ .

Caso contrário, dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE DEPENDENTE (LD)**.

Ou seja, se existir na COMBINAÇÃO LINEAR NULA, pelo menos um escalar  $\lambda_i \neq 0$  então os vetores em  $S$  são **LINEARMENTE DEPENDENTES**:

$$v_i = -\frac{1}{\lambda_i}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_{i-1} v_{i-1} + \lambda_{i+1} v_{i+1} + \dots + \lambda_n v_n)$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, existem escalares  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  tais que

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$$

se, e somente se,  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$ .

Caso contrário, dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE DEPENDENTE (LD)**.

Ou seja, se existir na COMBINAÇÃO LINEAR NULA, pelo menos um escalar  $\lambda_i \neq 0$  então os vetores em  $S$  são **LINEARMENTE DEPENDENTES**:

$$v_i = -\frac{1}{\lambda_i}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_{i-1} v_{i-1} + \lambda_{i+1} v_{i+1} + \dots + \lambda_n v_n)$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, existem escalares  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  tais que

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$$

se, e somente se,  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$ .

Caso contrário, dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE DEPENDENTE (LD)**.

Ou seja, se existir na COMBINAÇÃO LINEAR NULA, pelo menos um escalar  $\lambda_i \neq 0$  então os vetores em  $S$  são **LINEARMENTE DEPENDENTES**:

$$v_i = -\frac{1}{\lambda_i}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_{i-1} v_{i-1} + \lambda_{i+1} v_{i+1} + \dots + \lambda_n v_n)$$



# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.1:

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}\},$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}\}$ ,

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\}$ ,

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i =$$



# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1)$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0)$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0)$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \end{cases}$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA;



# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ;

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ;

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i =$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) +$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) +$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1)$$



# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0)$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3) = (0, 0)$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3) = (0, 0) \Rightarrow$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ \end{cases}$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_3 \end{cases}$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_3 \end{cases}$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_3 \end{cases}$$

logo,

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_3 \end{cases}$$

logo,  $\lambda_1 = 0$



# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_3 \end{cases}$$

logo,  $\lambda_1 = 0$  e  $\lambda_2 = \lambda_3$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_3 \end{cases}$$

logo,  $\lambda_1 = 0$  e  $\lambda_2 = \lambda_3 \Rightarrow 0 \cdot (2, 0) +$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_3 \end{cases}$$

logo,  $\lambda_1 = 0$  e  $\lambda_2 = \lambda_3 \Rightarrow 0 \cdot (2, 0) + \lambda_3(0, -1) +$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_3 \end{cases}$$

logo,  $\lambda_1 = 0$  e  $\lambda_2 = \lambda_3 \Rightarrow 0 \cdot (2, 0) + \lambda_3(0, -1) + \lambda_3(0, 1) =$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_3 \end{cases}$$

logo,  $\lambda_1 = 0$  e  $\lambda_2 = \lambda_3 \Rightarrow 0 \cdot (2, 0) + \lambda_3(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0)$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_3 \end{cases}$$

logo,  $\lambda_1 = 0$  e  $\lambda_2 = \lambda_3 \Rightarrow 0 \cdot (2, 0) + \lambda_3(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (0, -1) = -(0, 1)$ ;

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_3 \end{cases}$$

logo,  $\lambda_1 = 0$  e  $\lambda_2 = \lambda_3 \Rightarrow 0 \cdot (2, 0) + \lambda_3(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (0, -1) = -(0, 1)$ ; ou seja, os vetores em  $S_2$  são **linearmente dependentes**

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_3 \end{cases}$$

logo,  $\lambda_1 = 0$  e  $\lambda_2 = \lambda_3 \Rightarrow 0 \cdot (2, 0) + \lambda_3(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (0, -1) = -(0, 1)$ ;

ou seja, os vetores em  $S_2$  são **linearmente dependentes** pois; o vetor  $v_1$  pode ser escrito como combinação linear do vetor  $v_2$  e vice-versa.



# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então, em  $S_1$ , para  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

portanto, fazendo a COMBINAÇÃO LINEAR NULA; obtemos  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ; ou seja, os vetores em  $S_1$  são **linearmente independentes**.

Enquanto que em  $S_2$ ; para  $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ ;

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 0) + \lambda_2(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ -\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_3 \end{cases}$$

logo,  $\lambda_1 = 0$  e  $\lambda_2 = \lambda_3 \Rightarrow 0 \cdot (2, 0) + \lambda_3(0, -1) + \lambda_3(0, 1) = (0, 0) \Rightarrow (0, -1) = -(0, 1)$ ;

ou seja, os vetores em  $S_2$  são **linearmente dependentes** pois; o vetor  $v_1$  pode ser escrito como combinação linear do vetor  $v_2$  e vice-versa.

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}\},$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:  
 $\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i =$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 3, -1) + \lambda_2(0, 1, 1) =$$



# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 3, -1) + \lambda_2(0, 1, 1) = (0, 0, 0)$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 3, -1) + \lambda_2(0, 1, 1) = (0, 0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1,$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 3, -1) + \lambda_2(0, 1, 1) = (0, 0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2,$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 3, -1) + \lambda_2(0, 1, 1) = (0, 0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1)$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 3, -1) + \lambda_2(0, 1, 1) = (0, 0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) =$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 3, -1) + \lambda_2(0, 1, 1) = (0, 0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) = (0, 0, 0) \Rightarrow$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 3, -1) + \lambda_2(0, 1, 1) = (0, 0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) = (0, 0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \\ \end{cases}$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 3, -1) + \lambda_2(0, 1, 1) = (0, 0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) = (0, 0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ \end{cases}$$



# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 3, -1) + \lambda_2(0, 1, 1) = (0, 0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) = (0, 0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ 3\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 3, -1) + \lambda_2(0, 1, 1) = (0, 0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) = (0, 0, 0) \Rightarrow$$
$$\begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ 3\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = -3\lambda_1 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 3, -1) + \lambda_2(0, 1, 1) = (0, 0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) = (0, 0, 0) \Rightarrow$$
$$\begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ 3\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = -3\lambda_1 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \\ -\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 3, -1) + \lambda_2(0, 1, 1) = (0, 0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) = (0, 0, 0) \Rightarrow$$
$$\begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ 3\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = -3\lambda_1 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \\ -\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 3, -1) + \lambda_2(0, 1, 1) = (0, 0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) = (0, 0, 0) \Rightarrow$$
$$\begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ 3\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = -3\lambda_1 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \\ -\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 3, -1) + \lambda_2(0, 1, 1) = (0, 0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) = (0, 0, 0) \Rightarrow$$
$$\begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ 3\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = -3\lambda_1 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \\ -\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

Como,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0 \Rightarrow$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 3, -1) + \lambda_2(0, 1, 1) = (0, 0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) = (0, 0, 0) \Rightarrow$$
$$\begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ 3\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = -3\lambda_1 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \\ -\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

Como,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0 \Rightarrow$  os vetores em  $S_1$  são **LI**.

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

EXEMPLO.2:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $S = \{\underbrace{(2, 3, -1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 1, 1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ .

Então,  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ , fazendo a combinação linear nula:

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = \lambda_1(2, 3, -1) + \lambda_2(0, 1, 1) = (0, 0, 0) \Rightarrow (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) = (0, 0, 0) \Rightarrow$$
$$\begin{cases} 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \\ 3\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = -3\lambda_1 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \\ -\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

Como,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0 \Rightarrow$  os vetores em  $S_1$  são **LI**.



# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

OBSERVAÇÕES:

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### OBSERVAÇÕES:

Seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ;  $n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** do espaço vetorial  $\mathcal{V}$ .

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### OBSERVAÇÕES:

Seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ;  $n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** do espaço vetorial  $\mathcal{V}$ .

Note que  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### OBSERVAÇÕES:

Seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ;  $n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** do espaço vetorial  $\mathcal{V}$ .

Note que  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$  é um SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES HOMOGÊNEO;

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### OBSERVAÇÕES:

Seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ;  $n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** do espaço vetorial  $\mathcal{V}$ .

Note que  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$  é um SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES HOMOGÊNEO; então,

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### OBSERVAÇÕES:

Seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ;  $n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** do espaço vetorial  $\mathcal{V}$ .

Note que  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$  é um SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES HOMOGÊNEO; então,

- Dizemos que  $S$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### OBSERVAÇÕES:

Seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ;  $n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** do espaço vetorial  $\mathcal{V}$ .

Note que  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$  é um SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES HOMOGÊNEO; então,

- Dizemos que  $S$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, e somente se, o SISTEMA HOMOGÊNEO

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### OBSERVAÇÕES:

Seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ;  $n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** do espaço vetorial  $\mathcal{V}$ .

Note que  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$  é um SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES HOMOGÊNEO; então,

- Dizemos que  $S$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, e somente se, o SISTEMA HOMOGÊNEO é **possível e determinado**,



# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### OBSERVAÇÕES:

Seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ;  $n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** do espaço vetorial  $\mathcal{V}$ .

Note que  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$  é um SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES HOMOGÊNEO; então,

- Dizemos que  $S$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, e somente se, o SISTEMA HOMOGÊNEO é **possível e determinado**, isto é, possui apenas a solução TRIVIAL:

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### OBSERVAÇÕES:

Seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ;  $n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** do espaço vetorial  $\mathcal{V}$ .

Note que  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$  é um SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES HOMOGÊNEO; então,

- Dizemos que  $S$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, e somente se, o SISTEMA HOMOGÊNEO é **possível e determinado**, isto é, possui apenas a solução TRIVIAL:  
 $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_i = \dots = \lambda_n = 0; \forall i = 1, \dots, n.$

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### OBSERVAÇÕES:

Seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ;  $n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** do espaço vetorial  $\mathcal{V}$ .

Note que  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$  é um SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES HOMOGÊNEO; então,

- Dizemos que  $S$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, e somente se, o SISTEMA HOMOGÊNEO é **possível e determinado**, isto é, possui apenas a solução TRIVIAL:  
 $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_i = \dots = \lambda_n = 0; \forall i = 1, \dots, n.$
- Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE DEPENDENTE (LD)**

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### OBSERVAÇÕES:

Seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** do espaço vetorial  $\mathcal{V}$ .

Note que  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$  é um SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES HOMOGÊNEO; então,

- Dizemos que  $S$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, e somente se, o SISTEMA HOMOGÊNEO é **possível e determinado**, isto é, possui apenas a solução TRIVIAL:  
 $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_i = \dots = \lambda_n = 0; \forall i = 1, \dots, n$ .
- Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE DEPENDENTE (LD)** se, e somente se, o SISTEMA HOMOGÊNEO

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### OBSERVAÇÕES:

Seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** do espaço vetorial  $\mathcal{V}$ .

Note que  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$  é um SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES HOMOGÊNEO; então,

- Dizemos que  $S$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, e somente se, o SISTEMA HOMOGÊNEO é **possível e determinado**, isto é, possui apenas a solução TRIVIAL:  
 $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_i = \dots = \lambda_n = 0; \forall i = 1, \dots, n$ .
- Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE DEPENDENTE (LD)** se, e somente se, o SISTEMA HOMOGÊNEO é **possível e indeterminado**,

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### OBSERVAÇÕES:

Seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ;  $n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** do espaço vetorial  $\mathcal{V}$ .

Note que  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$  é um SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES HOMOGÊNEO; então,

- Dizemos que  $S$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, e somente se, o SISTEMA HOMOGÊNEO é **possível e determinado**, isto é, possui apenas a solução TRIVIAL:  
 $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_i = \dots = \lambda_n = 0; \forall i = 1, \dots, n$ .
- Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE DEPENDENTE (LD)** se, e somente se, o SISTEMA HOMOGÊNEO é **possível e indeterminado**, isto é, possui infinitas soluções, incluindo a TRIVIAL.

# Espaços Vetoriais

## Dependência e Independência Linear

### OBSERVAÇÕES:

Seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ;  $n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** do espaço vetorial  $\mathcal{V}$ .

Note que  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$  é um SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES HOMOGÊNEO; então,

- Dizemos que  $S$  é **LINEARMENTE INDEPENDENTE (LI)** se, e somente se, o SISTEMA HOMOGÊNEO é **possível e determinado**, isto é, possui apenas a solução TRIVIAL:  
 $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_i = \dots = \lambda_n = 0; \forall i = 1, \dots, n$ .
- Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  é **LINEARMENTE DEPENDENTE (LD)** se, e somente se, o SISTEMA HOMOGÊNEO é **possível e indeterminado**, isto é, possui infinitas soluções, incluindo a TRIVIAL.

# Espaços Vetoriais

Base

DEFINIÇÃO:



# Espaços Vetoriais

## Base

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **finitamente gerado**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ .

# Espaços Vetoriais

## Base

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **finitamente gerado**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  forma uma **BASE**

# Espaços Vetoriais

## Base

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **finitamente gerado**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  forma uma **BASE** para o espaço vetorial  $\mathcal{V}$ , se, e somente se,

# Espaços Vetoriais

## Base

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **finitamente gerado**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  forma uma **BASE** para o espaço vetorial  $\mathcal{V}$ , se, e somente se,

- (i)  $S$  GERA  $\mathcal{V}$ ; e

# Espaços Vetoriais

## Base

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **finitamente gerado**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  forma uma **BASE** para o espaço vetorial  $\mathcal{V}$ , se, e somente se,

- (i)  $S$  GERA  $\mathcal{V}$ ; e
- (ii)  $S$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE.

# Espaços Vetoriais

## Base

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **finitamente gerado**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  forma uma **BASE** para o espaço vetorial  $\mathcal{V}$ , se, e somente se,

- (i)  $S$  GERA  $\mathcal{V}$ ; e
- (ii)  $S$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE.

Ou seja;

# Espaços Vetoriais

## Base

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **finitamente gerado**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  forma uma **BASE** para o espaço vetorial  $\mathcal{V}$ , se, e somente se,

- (i)  $S$  GERA  $\mathcal{V}$ ; e
- (ii)  $S$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE.

Ou seja;

- (i)  $\forall u \in \mathcal{V}$

# Espaços Vetoriais

## Base

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **finitamente gerado**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  forma uma **BASE** para o espaço vetorial  $\mathcal{V}$ , se, e somente se,

- (i)  $S$  GERA  $\mathcal{V}$ ; e
- (ii)  $S$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE.

Ou seja;

(i)  $\forall u \in \mathcal{V} \Rightarrow u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i;$



# Espaços Vetoriais

## Base

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **finitamente gerado**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  forma uma **BASE** para o espaço vetorial  $\mathcal{V}$ , se, e somente se,

- (i)  $S$  GERA  $\mathcal{V}$ ; e
- (ii)  $S$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE.

Ou seja;

- (i)  $\forall u \in \mathcal{V} \Rightarrow u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K};$  e

# Espaços Vetoriais

## Base

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **finitamente gerado**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  forma uma **BASE** para o espaço vetorial  $\mathcal{V}$ , se, e somente se,

- (i)  $S$  GERA  $\mathcal{V}$ ; e
- (ii)  $S$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE.

Ou seja;

- (i)  $\forall u \in \mathcal{V} \Rightarrow u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; e
- (ii)  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = 0$

# Espaços Vetoriais

## Base

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **finitamente gerado**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  forma uma **BASE** para o espaço vetorial  $\mathcal{V}$ , se, e somente se,

- (i)  $S$  GERA  $\mathcal{V}$ ; e
- (ii)  $S$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE.

Ou seja;

- (i)  $\forall u \in \mathcal{V} \Rightarrow u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K};$  e
- (ii)  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = 0 \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, \dots, n.$

# Espaços Vetoriais

## Base

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **finitamente gerado**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  forma uma **BASE** para o espaço vetorial  $\mathcal{V}$ , se, e somente se,

- (i)  $S$  GERA  $\mathcal{V}$ ; e
- (ii)  $S$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE.

Ou seja;

- (i)  $\forall u \in \mathcal{V} \Rightarrow u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K};$  e
- (ii)  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = 0 \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, \dots, n.$

**NOTAÇÃO:**

# Espaços Vetoriais

## Base

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **finitamente gerado**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  forma uma **BASE** para o espaço vetorial  $\mathcal{V}$ , se, e somente se,

- (i)  $S$  GERA  $\mathcal{V}$ ; e
- (ii)  $S$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE.

Ou seja;

- (i)  $\forall u \in \mathcal{V} \Rightarrow u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; e
- (ii)  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = 0 \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, \dots, n$ .

**NOTAÇÃO:**

$$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$$

# Espaços Vetoriais

## Base

**DEFINIÇÃO:** Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **finitamente gerado**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$ , um **subconjunto finito** de  $\mathcal{V}$ . Dizemos que  $S \subset \mathcal{V}$  forma uma **BASE** para o espaço vetorial  $\mathcal{V}$ , se, e somente se,

- (i)  $S$  GERA  $\mathcal{V}$ ; e
- (ii)  $S$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE.

Ou seja;

- (i)  $\forall u \in \mathcal{V} \Rightarrow u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; e
- (ii)  $\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = 0 \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, \dots, n$ .

**NOTAÇÃO:**

$$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$$

# Espaços Vetoriais

Base

EXEMPLO.1:

# Espaços Vetoriais

## Base

EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \underbrace{\{(2, 0)\}}_{v_1}$ ,



# Espaços Vetoriais

## Base

EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e

# Espaços Vetoriais

## Base

EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1},$

# Espaços Vetoriais

## Base

EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\}$ ,

# Espaços Vetoriais

## Base

EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

# Espaços Vetoriais

## Base

EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

(i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois

# Espaços Vetoriais

## Base

EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

(i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2$

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

(i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i$

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

(i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2)$ ;



# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

(i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; e

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

(i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; e

(ii)  $S_1$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

- (i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; e
- (ii)  $S_1$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (0, 0)$$

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

- (i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; e
- (ii)  $S_1$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
 $\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (0, 0) \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, 2$  ; é apenas a TRIVIAL.

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

- (i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; e
- (ii)  $S_1$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
 $\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (0, 0) \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, 2$  ; é apenas a TRIVIAL.

Portanto,  $S_1$  forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

- (i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; e
- (ii)  $S_1$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
 $\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (0, 0) \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, 2$  ; é apenas a TRIVIAL.

Portanto,  $S_1$  forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :  $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1},$

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

- (i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; e
- (ii)  $S_1$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
 $\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (0, 0) \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, 2$  ; é apenas a TRIVIAL.

Portanto,  $S_1$  forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :  $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\}$ .

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

- (i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; e
- (ii)  $S_1$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
 $\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (0, 0) \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, 2$  ; é apenas a TRIVIAL.

Portanto,  $S_1$  forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :  $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\}$ .

Enquanto que  $S_2$  NÃO forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :



# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

- (i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; e
- (ii)  $S_1$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
 $\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (0, 0) \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, 2$  ; é apenas a TRIVIAL.

Portanto,  $S_1$  forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :  $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\}$ .

Enquanto que  $S_2$  NÃO forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :

- (i)  $S_2$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

- (i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; e
- (ii)  $S_1$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
 $\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (0, 0) \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, 2$  ; é apenas a TRIVIAL.

Portanto,  $S_1$  forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :  $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\}$ .

Enquanto que  $S_2$  NÃO forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :

- (i)  $S_2$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2$

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

- (i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; e
- (ii)  $S_1$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
 $\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (0, 0) \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, 2$  ; é apenas a TRIVIAL.

Portanto,  $S_1$  forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :  $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\}$ .

Enquanto que  $S_2$  NÃO forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :

- (i)  $S_2$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i$

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

- (i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; e
- (ii)  $S_1$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
 $\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (0, 0) \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, 2$  ; é apenas a TRIVIAL.

Portanto,  $S_1$  forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :  $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\}$ .

Enquanto que  $S_2$  NÃO forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :

- (i)  $S_2$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3)$ ;

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

- (i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; e
- (ii)  $S_1$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
 $\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (0, 0) \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, 2$  ; é apenas a TRIVIAL.

Portanto,  $S_1$  forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :  $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\}$ .

Enquanto que  $S_2$  NÃO forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :

- (i)  $S_2$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; mas,

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

- (i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; e
- (ii)  $S_1$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
 $\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (0, 0) \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, 2$  ; é apenas a TRIVIAL.

Portanto,  $S_1$  forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :  $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\}$ .

Enquanto que  $S_2$  NÃO forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :

- (i)  $S_2$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; mas,
- (ii)  $S_2$  NÃO é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

- (i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; e
- (ii)  $S_1$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
 $\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (0, 0) \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, 2$  ; é apenas a TRIVIAL.

Portanto,  $S_1$  forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :  $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\}$ .

Enquanto que  $S_2$  NÃO forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :

- (i)  $S_2$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; mas,
- (ii)  $S_2$  NÃO é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
 $\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = (0, 0)$  ; NÃO é apenas a TRIVIAL;

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

- (i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; e
- (ii)  $S_1$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
 $\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (0, 0) \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, 2$  ; é apenas a TRIVIAL.

Portanto,  $S_1$  forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :  $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\}$ .

Enquanto que  $S_2$  NÃO forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :

- (i)  $S_2$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; mas,
- (ii)  $S_2$  NÃO é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
 $\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = (0, 0)$  ; NÃO é apenas a TRIVIAL; o sistema homogêneo obtido pela combinação linear nula possui infinitas soluções.



# Espaços Vetoriais

## Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $S_1 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$ , e  $S_2 = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$ .

- (i)  $S_1$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; e
- (ii)  $S_1$  é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
 $\sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i = (0, 0) \Leftrightarrow \lambda_i = 0; \forall i = 1, 2$  ; é apenas a TRIVIAL.

Portanto,  $S_1$  forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :  $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 0)}_{v_1}, \underbrace{(0, -1)}_{v_2}\}$ .

Enquanto que  $S_2$  NÃO forma uma BASE para  $\mathcal{V}$ :

- (i)  $S_2$  GERA  $\mathcal{V}$ ; pois  $\forall u \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow u = \sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = (2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3); \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$ ; mas,
- (ii)  $S_2$  NÃO é LINEARMENTE INDEPENDENTE; pois a solução do sistema homogêneo :  
 $\sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i = (0, 0)$  ; NÃO é apenas a TRIVIAL; o sistema homogêneo obtido pela combinação linear nula possui infinitas soluções.

# Espaços Vetoriais

Base

EXERCÍCIOS:

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial finitamente gerado sobre um corpo  $\mathbb{K}$ ; e  $\beta_{\mathcal{V}}$  uma base de  $\mathcal{V}$ .

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial finitamente gerado sobre um corpo  $\mathbb{K}$ ; e  $\beta_{\mathcal{V}}$  uma base de  $\mathcal{V}$ . Nos itens abaixo, determine uma base para cada um dos espaços vetoriais.

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial finitamente gerado sobre um corpo  $\mathbb{K}$ ; e  $\beta_{\mathcal{V}}$  uma base de  $\mathcal{V}$ . Nos itens abaixo, determine uma base para cada um dos espaços vetoriais.

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial finitamente gerado sobre um corpo  $\mathbb{K}$ ; e  $\beta_{\mathcal{V}}$  uma base de  $\mathcal{V}$ . Nos itens abaixo, determine uma base para cada um dos espaços vetoriais.

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$

2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^3$

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial finitamente gerado sobre um corpo  $\mathbb{K}$ ; e  $\beta_{\mathcal{V}}$  uma base de  $\mathcal{V}$ . Nos itens abaixo, determine uma base para cada um dos espaços vetoriais.

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^3$
3.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial finitamente gerado sobre um corpo  $\mathbb{K}$ ; e  $\beta_{\mathcal{V}}$  uma base de  $\mathcal{V}$ . Nos itens abaixo, determine uma base para cada um dos espaços vetoriais.

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^3$
3.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$
4.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$



# Espaços Vetoriais

## Base

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial finitamente gerado sobre um corpo  $\mathbb{K}$ ; e  $\beta_{\mathcal{V}}$  uma base de  $\mathcal{V}$ . Nos itens abaixo, determine uma base para cada um dos espaços vetoriais.

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^3$
3.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$
4.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$
5.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial finitamente gerado sobre um corpo  $\mathbb{K}$ ; e  $\beta_{\mathcal{V}}$  uma base de  $\mathcal{V}$ . Nos itens abaixo, determine uma base para cada um dos espaços vetoriais.

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^3$
3.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$
4.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$
5.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$
6.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{C})$

# Espaços Vetoriais

## Base

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial finitamente gerado sobre um corpo  $\mathbb{K}$ ; e  $\beta_{\mathcal{V}}$  uma base de  $\mathcal{V}$ . Nos itens abaixo, determine uma base para cada um dos espaços vetoriais.

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^3$
3.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$
4.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$
5.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$
6.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{C})$