

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Matemática Discreta II
Prof. Ciro Russo
Primeira unidade – 04/12/2013

1. Encontre o mdc positivo dos seguintes pares de números inteiros.
a. 123 e 231 **b.** 201 e 93 **c.** 1422 e -108

2. Seja R a relação definida sobre \mathbb{N}^2 ao fim de obter os inteiros relativos.
a. Demonstre a propriedade transitiva para R .
b. Qual é a classe de equivalência do par $(2, 0)$?
c. Encontre, no conjunto seguinte, os pares que estão na relação R com $(431, 532)$:
$$\{(1620, 1720), (1, 102), (0, 102), (202, 101), (523, 422)\}.$$

d. Defina o produto $[(a, b)]_R \cdot [(c, d)]_R$ no conjunto quociente \mathbb{N}^2/R .

3. Demonstre, usando o princípio de indução, as seguintes.
a. Para todo $n \geq 1$, 9 divide $10^n - 1$.
b. Para todo $n \geq 0$,
$$\sum_{k=0}^n a^k = \frac{1 - a^{n+1}}{1 - a}$$

onde a é um qualquer número real $\neq 1$.
c. Para todo $n \geq 1$,
$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

4. Defina, por recorrência:
a. a multiplicação entre números naturais,
b. a potência a^n de base $a \in \mathbb{R}$ e expoente natural,
c. a sequência a_n ($n \geq 0$) de números inteiros na qual $a_0 = 0$, $a_1 = -1$ e todo a_n , com $n \geq 2$, é o módulo da soma dos dois termos anteriores, se n é par, e o oposto desse módulo, se n é ímpar.

Escreva também os primeiros 10 termos da sequência da letra **c**.