

$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$

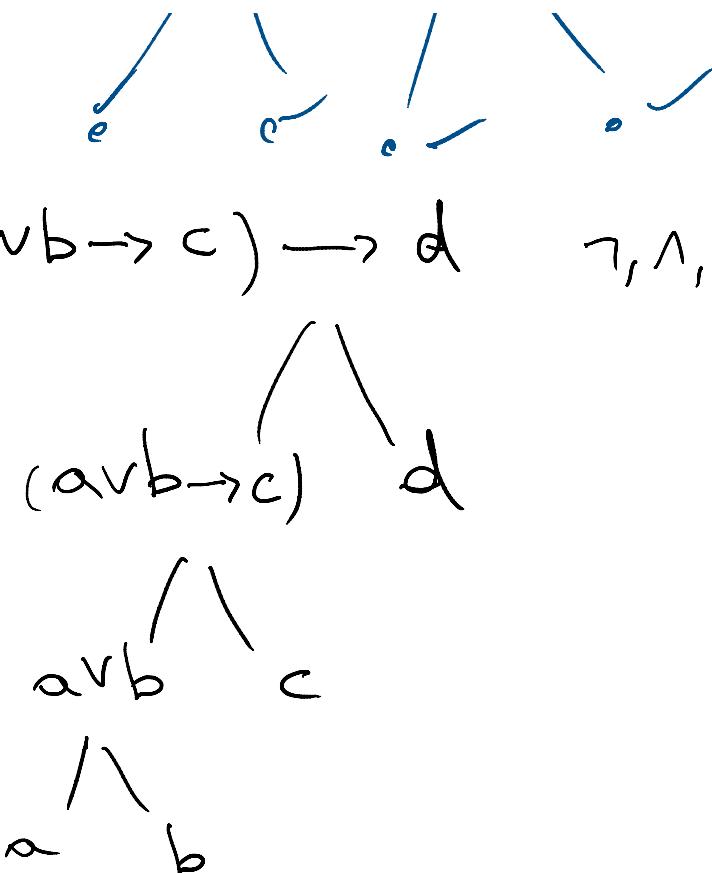
"Suponha que
 φ, ψ possuem
mº par de parêntesis"

$$\begin{array}{l} \varphi \text{ } 2n \\ \psi \text{ } 2m \\ (\varphi \square \psi) \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2 + 2n + 2m &= \\ &= 2(1 + n + m) \end{aligned}$$

$\neg\varphi$ tem $2n$





$$\text{sub}(\varphi) = \{ \varphi, a \vee b \rightarrow c, d, a \vee b, \\ c, a, b \}$$

$$\text{sub}((a \vee b \rightarrow c) \rightarrow d) = \{ (a \vee b \rightarrow c) \rightarrow d \}$$

$$\vee \underline{\text{sub}}(a \vee b \rightarrow c) \vee \underline{\text{sub}}(d) =$$

$$= \{ (a \vee b \rightarrow c) \rightarrow d \} \cup$$

$$\{a \vee b \rightarrow c\} \cup_{\text{sub}(a \vee b)} \cup_{\text{sub}(c)} \cup$$

$$\{dy\} =$$

$$= \{(a \vee b \rightarrow c) \rightarrow d, a \vee b \rightarrow c\} \cup$$

$$\{a \vee b\} \cup \text{sub}(a) \cup \text{sub}(b) \cup \{c\} \cup$$

$$\{a \vee b\} \cup \text{sub}(a) \cup \text{sub}(b) \cup \{c\} \cup \{d\} =$$

$$= \{(a \vee b \rightarrow c) \rightarrow d, a \vee b \rightarrow c, a \vee b\} \\ \cup \{a \vee b \rightarrow c\} \cup \{a \vee b\} \cup \{c, d\} = \dots$$

Relações e Funções

entre $A \times B$

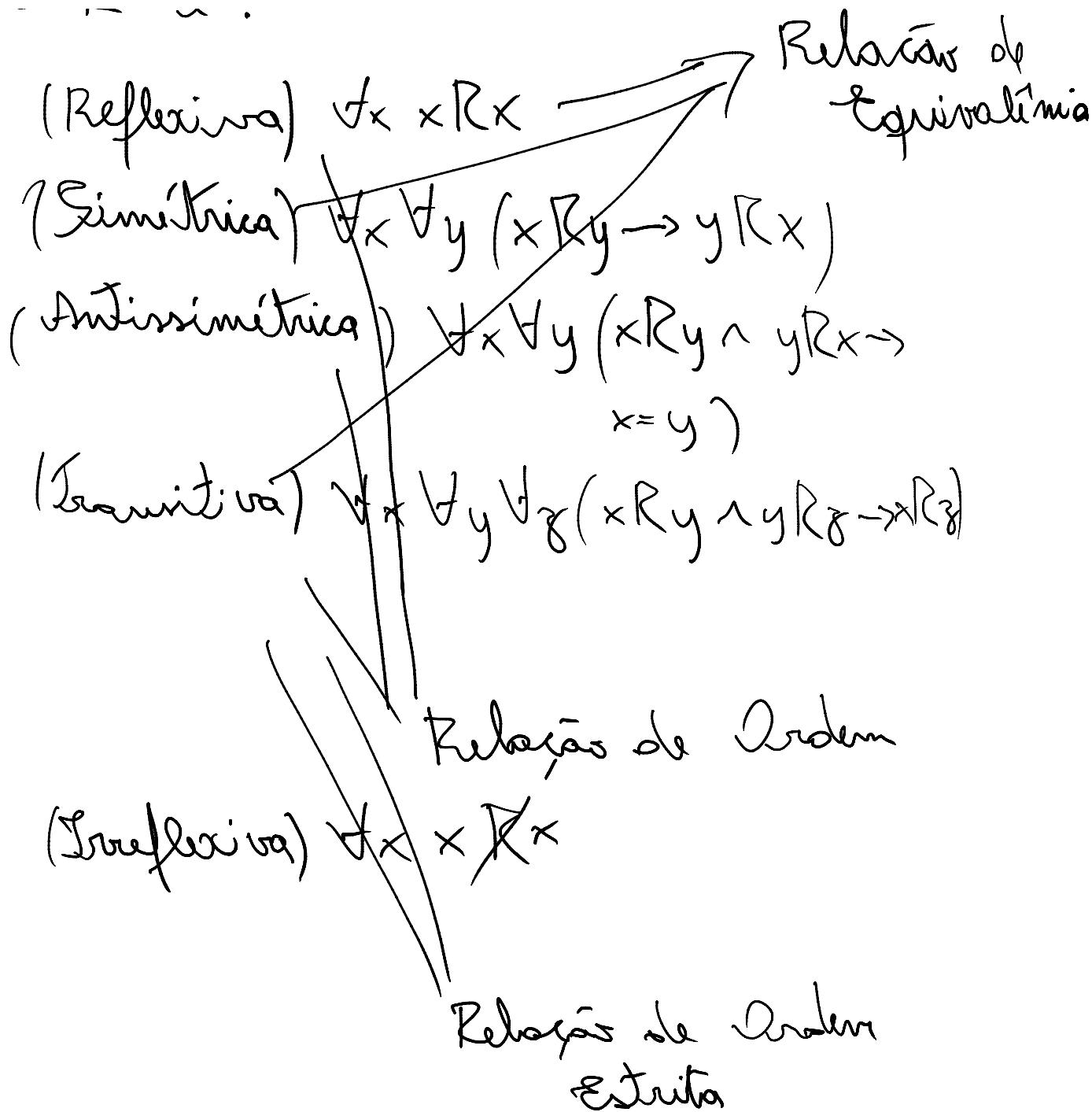
Relação: Uma relação binária é um subconjunto $R \subseteq A \times B$. Existem alguns tipos de relações. $(xRy, R(x,y))$

Agora veja que uma relação de ordem n num conjunto A é um subconjunto $R \subseteq \underbrace{A \times \dots \times A}_{n \text{ vezes}}$.

Se $R \subseteq A \times A$ é uma relação binária, e $x, y, z \in A$, então digamos que R é:

→ Relações de

+ - - - .



Funções: Uma função f de A para B ,
 $f: A \rightarrow B$, é uma relação $f \subseteq A \times B$
t. q. se $(a, b), (a, c) \in f$, então $b=c$.

Tipos de funções:

(i) Injetoras: $\forall x_1, x_2 \in A, \forall y \in B$

$$\underbrace{f(x_1) = y = f(x_2)}_{\rightarrow} \quad x_1 = x_2$$

(ii) Sobrejetoras: $\text{Im}(f) = B \iff$

$$\iff \forall b \in B \exists a \in A$$

$$f(a) = b$$

(iii) Bijetas: inj + sobr.

Enumerabilidade: Um conjunto X é "enumerável" se existe uma função injetora $f: X \rightarrow \mathbb{N}$.

$$0 = \emptyset$$

$$1 = \{\emptyset\} = \{0\}$$

$$2 = \{\emptyset, \{0\}\} = \{0, 1\}$$

.

:

$$2^{\mathbb{N}} = \{0, 1\}^{\mathbb{N}} = \{f \mid f: \mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\}\}$$

$A^B : \{f \mid f: B \rightarrow A\}$

$\downarrow \downarrow \downarrow +$
001101...

Schöning: Logic for
Computer
Scientists