Universidade Federal da Bahia - UFBA
Instituto de Matemática e Estatística - IME
Departamento de Matemática

MAT A07 - Álgebra Linear A
Aula 3 - Matrizes
Operações Elementares, Matriz Escalonada e Matriz Linha Reduzida à Forma Escada

Professora: Isamara Alves

09/03/2021

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$.

Seja $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. As "OPERAÇÕES ELEMENTARES" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

Seja $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. As "Operações Elementares" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

- Permuta da i-ésima linha com a k-ésima linha; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$. As "Operações Elementares" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

- Permuta da i-ésima linha com a k-ésima linha; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

  Notação: $L_i \longleftrightarrow L_k$ ou $L_k \longleftrightarrow L_i$

Seja $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. As "OPERAÇÕES ELEMENTARES" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

- PERMUTA da i-ésima linha com a k-ésima linha; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftrightarrow L_k \text{ ou } L_k \longleftrightarrow L_i}$$

EXEMPLO:

Seja $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. As "OPERAÇÕES ELEMENTARES" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

- PERMUTA da i-ésima linha com a k-ésima linha; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftrightarrow L_k \text{ ou } L_k \longleftrightarrow L_i}$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix}$$

Seja $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. As "Operações Elementares" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

- Permuta da i-ésima linha com a k-ésima linha; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftrightarrow L_k \text{ ou } L_k \longleftrightarrow L_i}$$

Exemplo:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} L_1 \longleftrightarrow L_2$$

Seja $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. As "OPERAÇÕES ELEMENTARES" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

- PERMUTA da i-ésima linha com a k-ésima linha; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftrightarrow L_k \text{ ou } L_k \longleftrightarrow L_i}$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} L_1 \longleftrightarrow L_2 \begin{bmatrix} 2 & 4+6i & 0 \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Seja $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. As "Operações Elementares" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

- Permuta da i-ésima linha com a k-ésima linha; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftrightarrow L_k \text{ ou } L_k \longleftrightarrow L_i}$$

Exemplo:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} L_1 \longleftrightarrow L_2 \begin{bmatrix} 2 & 4+6i & 0 \\ 3i & 4 & 1 \\ & & \end{bmatrix}$$

Seja $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. As "OPERAÇÕES ELEMENTARES" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

- PERMUTA da i-ésima linha com a k-ésima linha; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftrightarrow L_k \text{ ou } L_k \longleftrightarrow L_i}$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} L_1 \longleftrightarrow L_2 \begin{bmatrix} 2 & 4+6i & 0 \\ 3i & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix}$$

Seja $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. As "OPERAÇÕES ELEMENTARES" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

- PERMUTA da i-ésima linha com a k-ésima linha; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftrightarrow L_k \text{ ou } L_k \longleftrightarrow L_i}$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} L_1 \longleftrightarrow L_2 \begin{bmatrix} 2 & 4+6i & 0 \\ 3i & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix}$$

Matrizes - Operações Elementares

Definição

- MULTIPLICAÇÃO da i-ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{K}; \alpha \neq 0; \forall i = 1, \cdots, m$.

- Multiplicação da i-ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{K}; \alpha \neq 0; \forall i = 1, \cdots, m$.

  $\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftarrow \alpha L_i \text{ ou } \alpha L_i \longrightarrow L_i}$

- **Multiplicação** da i-ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{K}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i = 1, \cdots, m$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftarrow \alpha L_i \text{ ou } \alpha L_i \longrightarrow L_i}$$

Exemplo:

- MULTIPLICAÇÃO da i-ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{K}; \alpha \neq 0; \forall i = 1, \cdots, m.$

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftarrow \alpha L_i \text{ ou } \alpha L_i \longrightarrow L_i}$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix}$$

- MULTIPLICAÇÃO da i-ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{K}; \alpha \neq 0; \forall i = 1, \cdots, m.$

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftarrow \alpha L_i \text{ ou } \alpha L_i \longrightarrow L_i}$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} L_3 \longleftarrow \left(-\frac{1}{2}\right) L_3$$

- MULTIPLICAÇÃO da i-ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{K}; \alpha \neq 0; \forall i = 1, \cdots, m$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftarrow \alpha L_i \text{ ou } \alpha L_i \longrightarrow L_i}$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} L_3 \longleftarrow (-\tfrac{1}{2})L_3 \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

- MULTIPLICAÇÃO da i-ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{K}; \alpha \neq 0; \forall i = 1, \cdots, m$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftarrow \alpha L_i \text{ ou } \alpha L_i \longrightarrow L_i}$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} L_3 \longleftarrow (-\tfrac{1}{2})L_3 \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ & & \end{bmatrix}$$

- MULTIPLICAÇÃO da i-ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{K}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i = 1, \cdots, m$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftarrow \alpha L_i \text{ ou } \alpha L_i \longrightarrow L_i}$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} L_3 \longleftarrow (-\tfrac{1}{2})L_3 \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & 1 & -7 \end{bmatrix}$$

Matrizes - Operações Elementares

Definição

- MULTIPLICAÇÃO da i-ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{K}; \alpha \neq 0; \forall i = 1, \cdots, m$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftarrow \alpha L_i \text{ ou } \alpha L_i \longrightarrow L_i}$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} L_3 \longleftarrow (-\tfrac{1}{2})L_3 \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & 1 & -7 \end{bmatrix} L_3 \longleftarrow (-2)L_3$$

- MULTIPLICAÇÃO da i-ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{K}; \alpha \neq 0; \forall i = 1, \cdots, m.$

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftarrow \alpha L_i \text{ ou } \alpha L_i \longrightarrow L_i}$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} L_3 \longleftarrow (-\tfrac{1}{2})L_3 \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & 1 & -7 \end{bmatrix} L_3 \longleftarrow (-2)L_3$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix}$$

- MULTIPLICAÇÃO da i-ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{K}; \alpha \neq 0; \forall i = 1, \cdots, m$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftarrow \alpha L_i \text{ ou } \alpha L_i \longrightarrow L_i}$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} L_3 \longleftarrow (-\tfrac{1}{2})L_3 \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & 1 & -7 \end{bmatrix} L_3 \longleftarrow (-2)L_3$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix}$$

- SUBSTITUIÇÃO da i-ésima linha pela i-ésima linha MAIS α VEZES a k-ésima linha; $\alpha \in \mathbb{K}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

Matrizes - Operações Elementares

Definição

- SUBSTITUIÇÃO da i-ésima linha pela i-ésima linha MAIS α VEZES a k-ésima linha; $\alpha \in \mathbb{K}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftarrow L_i + \alpha L_k \text{ ou } L_i + \alpha L_k \longrightarrow L_i}$$

- SUBSTITUIÇÃO da i-ésima linha pela i-ésima linha MAIS α VEZES a k-ésima linha; $\alpha \in \mathbb{K}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftarrow L_i + \alpha L_k \text{ ou } L_i + \alpha L_k \longrightarrow L_i}$$

EXEMPLO:

- SUBSTITUIÇÃO da i-ésima linha pela i-ésima linha MAIS α VEZES a k-ésima linha; $\alpha \in \mathbb{K}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftarrow L_i + \alpha L_k \text{ ou } L_i + \alpha L_k \longrightarrow L_i}$

EXEMPLO:

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix}$$

- **Substituição** da i-ésima linha pela i-ésima linha MAIS α VEZES a k-ésima linha; $\alpha \in \mathbb{K}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftarrow L_i + \alpha L_k \text{ ou } L_i + \alpha L_k \longrightarrow L_i}$$

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} L_1 \longleftarrow L_1 + (2)L_3$$

- **Substituição** da i-ésima linha pela i-ésima linha mais α vezes a k-ésima linha; $\alpha \in \mathbb{K}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftarrow L_i + \alpha L_k \text{ ou } L_i + \alpha L_k \longrightarrow L_i}$$

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} L_1 \longleftarrow L_1 + (2)L_3 \begin{bmatrix} 3i & 0 & 29 \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

- SUBSTITUIÇÃO da i-ésima linha pela i-ésima linha MAIS α VEZES a k-ésima linha; $\alpha \in \mathbb{K}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

Notação: $L_i \longleftarrow L_i + \alpha L_k$ ou $L_i + \alpha L_k \longrightarrow L_i$

EXEMPLO:

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} L_1 \longleftarrow L_1 + (2)L_3 \begin{bmatrix} 3i & 0 & 29 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ & & \end{bmatrix}$$

- SUBSTITUIÇÃO da i-ésima linha pela i-ésima linha MAIS α VEZES a k-ésima linha; $\alpha \in \mathbb{K}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftarrow L_i + \alpha L_k \text{ ou } L_i + \alpha L_k \longrightarrow L_i}$$

EXEMPLO:

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} L_1 \longleftarrow L_1 + (2)L_3 \begin{bmatrix} 3i & 0 & 29 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix}$$

- SUBSTITUIÇÃO da i-ésima linha pela i-ésima linha MAIS α VEZES a k-ésima linha; $\alpha \in \mathbb{K}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i, k = 1, \cdots, m$; $i \neq k$.

$$\boxed{\text{Notação: } L_i \longleftarrow L_i + \alpha L_k \text{ ou } L_i + \alpha L_k \longrightarrow L_i}$$

EXEMPLO:

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} L_1 \longleftarrow L_1 + (2)L_3 \begin{bmatrix} 3i & 0 & 29 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix}$$

Observação.1: Não podemos, no mesmo momento, efetuar mais de uma operação elementar com uma mesma linha.

OBSERVAÇÃO.1: Não podemos, <u>no mesmo momento</u>, efetuar mais de uma operação elementar com uma mesma linha.

EXEMPLO:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix}$$

Observação.1: Não podemos, no mesmo momento, efetuar mais de uma operação elementar com uma mesma linha.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \longleftarrow L_1 + (3i)L_3$$

Observação.1: Não podemos, no mesmo momento, efetuar mais de uma operação elementar com uma mesma linha.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_1 \longleftarrow L_1 + (3i)L_3 \\ op_2 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \end{array}$$

Observação.1: Não podemos, <u>no mesmo momento</u>, efetuar mais de uma operação elementar com uma mesma linha.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_1 \longleftarrow L_1 + (3i)L_3 \\ op_2 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \\ \cancel{op_3} : L_2 \longleftrightarrow L_3 \end{array}$$

Observação.1: Não podemos, <u>no mesmo momento</u>, efetuar mais de uma operação elementar com uma mesma linha.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_1 \longleftarrow L_1 + (3i)L_3 \\ op_2 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \\ \cancel{op_3} : L_2 \longleftrightarrow L_3 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ & \\ & \end{bmatrix}$$

Observação.1: Não podemos, no mesmo momento, efetuar mais de uma operação elementar com uma mesma linha.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \begin{array}{l} op_1 : L_1 \longleftarrow L_1 + (3i)L_3 \\ op_2 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \\ \cancel{op_3 :} L_2 \longleftrightarrow L_3 \end{array} \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 4 & 8+12i \\ & \end{bmatrix}$$

Observação.1: Não podemos, <u>no mesmo momento</u>, efetuar mais de uma operação elementar com uma mesma linha.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_1 \longleftarrow L_1 + (3i)L_3 \\ op_2 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \\ \cancel{op_3} : L_2 \longleftrightarrow L_3 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 4 & 8+12i \\ 0 & -2i \end{bmatrix}$$

OBSERVAÇÃO.1: Não podemos, no mesmo momento, efetuar mais de uma operação elementar com uma mesma linha.

EXEMPLO:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_1 \longleftarrow L_1 + (3i)L_3 \\ op_2 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \\ \cancel{op_3} : L_2 \longleftrightarrow L_3 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 4 & 8+12i \\ 0 & -2i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 10 \\ & \\ & \end{bmatrix}$$

Observação.1: Não podemos, no mesmo momento, efetuar mais de uma operação elementar com uma mesma linha.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_1 \longleftarrow L_1 + (3i)L_3 \\ op_2 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \\ \cancel{op_3 :} L_2 \longleftrightarrow L_3 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 4 & 8+12i \\ 0 & -2i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 4 & 8+12i \\ & \end{bmatrix}$$

Observação.1: Não podemos, no mesmo momento, efetuar mais de uma operação elementar com uma mesma linha.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \begin{array}{l} op_1 : L_1 \longleftarrow L_1 + (3i)L_3 \\ op_2 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \\ \cancel{op_3} : L_2 \longleftrightarrow L_3 \end{array} \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 4 & 8+12i \\ 0 & -2i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 4 & 8+12i \\ 0 & -2i \end{bmatrix}$$

OBSERVAÇÃO.1: Não podemos, no mesmo momento, efetuar mais de uma operação elementar com uma mesma linha.

EXEMPLO:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \begin{array}{l} op_1 : L_1 \longleftarrow L_1 + (3i)L_3 \\ op_2 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \\ \cancel{op_3} : L_2 \longleftrightarrow L_3 \end{array} \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 4 & 8+12i \\ 0 & -2i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 4 & 8+12i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \longleftrightarrow L_3$$

Observação.1: Não podemos, no mesmo momento, efetuar mais de uma operação elementar com uma mesma linha.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \begin{array}{l} op_1 : L_1 \longleftarrow L_1 + (3i)L_3 \\ op_2 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \\ \cancel{op_3} : L_2 \longleftrightarrow L_3 \end{array} \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 4 & 8+12i \\ 0 & -2i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 4 & 8+12i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \longleftrightarrow L_3 \quad \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ & \\ & \end{bmatrix}$$

OBSERVAÇÃO.1: Não podemos, <u>no mesmo momento</u>, efetuar mais de uma operação elementar com uma mesma linha.

EXEMPLO:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \begin{array}{l} op_1 : L_1 \longleftarrow L_1 + (3i)L_3 \\ op_2 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \\ \cancel{op_3} : L_2 \longleftrightarrow L_3 \end{array} \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 4 & 8+12i \\ 0 & -2i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 4 & 8+12i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \longleftrightarrow L_3 \quad \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 0 & -2i \\ & \end{bmatrix}$$

Observação.1: Não podemos, no mesmo momento, efetuar mais de uma operação elementar com uma mesma linha.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \begin{array}{l} op_1 : L_1 \longleftarrow L_1 + (3i)L_3 \\ op_2 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \\ \cancel{op_3} : L_2 \longleftrightarrow L_3 \end{array} \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 4 & 8+12i \\ 0 & -2i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 4 & 8+12i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \longleftrightarrow L_3 \quad \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 0 & -2i \\ 4 & 8+12i \end{bmatrix}$$

Matrizes - Operações Elementares

Observações

Observação.1: Não podemos, no mesmo momento, efetuar mais de uma operação elementar com uma mesma linha.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \begin{array}{l} op_1 : L_1 \longleftarrow L_1 + (3i)L_3 \\ op_2 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \\ \cancel{op_3} : L_2 \longleftrightarrow L_3 \end{array} \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 4 & 8+12i \\ 0 & -2i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 4 & 8+12i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \longleftrightarrow L_3 \quad \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 0 & -2i \\ 4 & 8+12i \end{bmatrix}$$

Observação.2: Não podemos <u>alterar</u> as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $L_2 \longleftarrow 2L_2 + 4L_3$.

OBSERVAÇÃO.2: Não podemos alterar as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $\cancel{L_2 \longleftarrow 2L_2 + 4L_3}$.
O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \longleftarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \longleftarrow L_2 + 4L_3$.

Observação.2: Não podemos <u>alterar</u> as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $\cancel{L_2 \longleftarrow 2L_2 + 4L_3}$.
O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \longleftarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \longleftarrow L_2 + 4L_3$.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 6i \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Observação.2: Não podemos alterar as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $\cancel{L_2 \longleftarrow 2L_2 + 4L_3}$.
O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \longleftarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \longleftarrow L_2 + 4L_3$.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 6i \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad op_1 : L_2 \longleftarrow (2)L_2$$

Observação.2: Não podemos alterar as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $\cancel{L_2 \longleftarrow 2L_2 + 4L_3}$.
O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \longleftarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \longleftarrow L_2 + 4L_3$.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 6i \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad op_1 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \quad \begin{bmatrix} -3 & i \\ & \\ & \end{bmatrix}$$

OBSERVAÇÃO.2: Não podemos alterar as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $\cancel{L_2 \longleftarrow 2L_2 + 4L_3}$.
O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \longleftarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \longleftarrow L_2 + 4L_3$.

EXEMPLO:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 6i \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad op_1 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \quad \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 12i \\ & \end{bmatrix}$$

Observação.2: Não podemos alterar as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $\cancel{L_2 \longleftarrow 2L_2 + 4L_3}$.
O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \longleftarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \longleftarrow L_2 + 4L_3$.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 6i \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad op_1 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \quad \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 12i \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Observação.2: Não podemos <u>alterar</u> as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $\xcancel{L_2 \longleftarrow 2L_2 + 4L_3}$.
O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \longleftarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \longleftarrow L_2 + 4L_3$.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 6i \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad op_1 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \quad \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 12i \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & i \\ & \\ & \end{bmatrix}$$

Observação.2: Não podemos <u>alterar</u> as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $\cancel{L_2 \longleftarrow 2L_2 + 4L_3}$.
O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \longleftarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \longleftarrow L_2 + 4L_3$.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 6i \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad op_1 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \quad \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 12i \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 12i \\ & \end{bmatrix}$$

Observação.2: Não podemos alterar as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $\cancel{L_2 \longleftarrow 2L_2 + 4L_3}$.
O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \longleftarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \longleftarrow L_2 + 4L_3$.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 6i \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad op_1 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \quad \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 12i \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 12i \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Observação.2: Não podemos alterar as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $\cancel{L_2 \longleftarrow 2L_2 + 4L_3}$.
O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \longleftarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \longleftarrow L_2 + 4L_3$.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 6i \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad op_1 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \quad \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 12i \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 12i \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad op_2 : L_2 \longleftarrow L_2 + (4)L_3$$

Observação.2: Não podemos <u>alterar</u> as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $\cancel{L_2 \longleftarrow 2L_2 + 4L_3}$.
O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \longleftarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \longleftarrow L_2 + 4L_3$.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 6i \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad op_1 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \quad \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 12i \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 12i \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad op_2 : L_2 \longleftarrow L_2 + (4)L_3 \quad \begin{bmatrix} -3 & i \\ & \\ & \end{bmatrix}$$

Observação.2: Não podemos alterar as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $\cancel{L_2 \longleftarrow 2L_2 + 4L_3}$.
O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \longleftarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \longleftarrow L_2 + 4L_3$.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 6i \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad op_1 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \quad \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 12i \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 12i \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad op_2 : L_2 \longleftarrow L_2 + (4)L_3 \quad \begin{bmatrix} -3 & i \\ 8 & 4+12i \\ & \end{bmatrix}$$

Observação.2: Não podemos alterar as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $\cancel{L_2 \longleftarrow 2L_2 + 4L_3}$.
O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \longleftarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \longleftarrow L_2 + 4L_3$.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 6i \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad op_1 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \quad \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 12i \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 12i \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad op_2 : L_2 \longleftarrow L_2 + (4)L_3 \quad \begin{bmatrix} -3 & i \\ 8 & 4+12i \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Observação.2: Não podemos <u>alterar</u> as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $\cancel{L_2 \longleftarrow 2L_2 + 4L_3}$.
O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \longleftarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \longleftarrow L_2 + 4L_3$.

Exemplo:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 6i \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad op_1 : L_2 \longleftarrow (2)L_2 \quad \begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 12i \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & i \\ 0 & 12i \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad op_2 : L_2 \longleftarrow L_2 + (4)L_3 \quad \begin{bmatrix} -3 & i \\ 8 & 4+12i \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$.

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é LINHA EQUIVALENTE à matriz B

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é LINHA EQUIVALENTE à matriz B se, e somente se, a matriz B é obtida a partir de um NÚMERO FINITO de operações elementares aplicadas sobre as linhas da matriz A.

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é LINHA EQUIVALENTE à matriz B se, e somente se, a matriz B é obtida a partir de um NÚMERO FINITO de operações elementares aplicadas sobre as linhas da matriz A.

Notação: $A \sim B$

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é LINHA EQUIVALENTE à matriz B se, e somente se, a matriz B é obtida a partir de um NÚMERO FINITO de operações elementares aplicadas sobre as linhas da matriz A.

$$\boxed{\text{Notação: } A \sim B}$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix}$$

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é LINHA EQUIVALENTE à matriz B se, e somente se, a matriz B é obtida a partir de um NÚMERO FINITO de operações elementares aplicadas sobre as linhas da matriz A.

$$\boxed{\text{Notação: } A \sim B}$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{array}{l} op_1 : L_3 \longleftarrow -\frac{1}{2}L_3 \\ op_2 : L_1 \longleftrightarrow L_2 \end{array}} \begin{bmatrix} 2 & 4+6i & 0 \\ 3i & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -7 \end{bmatrix} = B_3$$

Matrizes - Operações Elementares

Matrizes Linhas Equivalentes

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é LINHA EQUIVALENTE à matriz B se, e somente se, a matriz B é obtida a partir de um NÚMERO FINITO de operações elementares aplicadas sobre as linhas da matriz A.

$$\boxed{\text{Notação: } A \sim B}$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{matrix} op_1 : L_3 \longleftarrow -\frac{1}{2}L_3 \\ op_2 : L_1 \longleftrightarrow L_2 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 2 & 4+6i & 0 \\ 3i & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -7 \end{bmatrix} = B_3$$

$$\Downarrow$$

$$A_3 \sim B_3$$

Matrizes - Operações Elementares

Matrizes Linhas Equivalentes

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é LINHA EQUIVALENTE à matriz B se, e somente se, a matriz B é obtida a partir de um NÚMERO FINITO de operações elementares aplicadas sobre as linhas da matriz A.

$$\boxed{\text{Notação: } A \sim B}$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{matrix} op_1 : L_3 \longleftarrow -\frac{1}{2}L_3 \\ op_2 : L_1 \longleftrightarrow L_2 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 2 & 4+6i & 0 \\ 3i & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -7 \end{bmatrix} = B_3$$

$$\Downarrow$$

$$A_3 \sim B_3$$

Propriedades:

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$.

PROPRIEDADES:

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$.

1. REFLEXIVA: $A \sim A$.

Propriedades:

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$.

1. Reflexiva: $A \sim A$.
2. Simétrica: Se $A \sim B$ então $B \sim A$.

Propriedades:

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$.

1. Reflexiva: $A \sim A$.
2. Simétrica: Se $A \sim B$ então $B \sim A$.
3. Transitiva: Se $(A \sim B)$ e $(B \sim C)$ então $A \sim C$.

Propriedades:

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$.

1. Reflexiva: $A \sim A$.
2. Simétrica: Se $A \sim B$ então $B \sim A$.
3. Transitiva: Se $(A \sim B)$ e $(B \sim C)$ então $A \sim C$.

Exemplo:

PROPRIEDADES:

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$.

1. REFLEXIVA: $A \sim A$.
2. SIMÉTRICA: Se $A \sim B$ então $B \sim A$.
3. TRANSITIVA: Se $(A \sim B)$ e $(B \sim C)$ então $A \sim C$.

EXEMPLO:

A_3

Propriedades:

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$.

1. Reflexiva: $A \sim A$.
2. Simétrica: Se $A \sim B$ então $B \sim A$.
3. Transitiva: Se $(A \sim B)$ e $(B \sim C)$ então $A \sim C$.

Exemplo:

$$A_3 \;\begin{array}{l} op_1 : L_3 \longleftarrow -\frac{1}{2}L_3 \\ op_2 : L_1 \longleftarrow L_1 + 5L_2 \end{array}\; B_3$$

PROPRIEDADES:

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$.

1. REFLEXIVA: $A \sim A$.
2. SIMÉTRICA: Se $A \sim B$ então $B \sim A$.
3. TRANSITIVA: Se $(A \sim B)$ e $(B \sim C)$ então $A \sim C$.

EXEMPLO:

$$A_3 \begin{array}{l} op_1 : L_3 \longleftarrow -\frac{1}{2}L_3 \\ op_2 : L_1 \longleftarrow L_1 + 5L_2 \end{array} \quad B_3 \quad op_3 : L_3 \longleftarrow -2L_3$$

Propriedades:

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$.

1. Reflexiva: $A \sim A$.
2. Simétrica: Se $A \sim B$ então $B \sim A$.
3. Transitiva: Se $(A \sim B)$ e $(B \sim C)$ então $A \sim C$.

Exemplo:

$$A_3 \begin{array}{l} op_1 : L_3 \longleftarrow -\frac{1}{2}L_3 \\ op_2 : L_1 \longleftarrow L_1 + 5L_2 \end{array} B_3 \begin{array}{l} op_3 : L_3 \longleftarrow -2L_3 \\ op_4 : L_1 \longleftarrow L_1 - 5L_2 \end{array}$$

PROPRIEDADES:

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$.

1. REFLEXIVA: $A \sim A$.
2. SIMÉTRICA: Se $A \sim B$ então $B \sim A$.
3. TRANSITIVA: Se $(A \sim B)$ e $(B \sim C)$ então $A \sim C$.

EXEMPLO:

$$\underbrace{A_3 \; \begin{array}{l} op_1 : L_3 \longleftarrow -\frac{1}{2}L_3 \\ op_2 : L_1 \longleftarrow L_1 + 5L_2 \end{array} \; B_3 \; \begin{array}{l} op_3 : L_3 \longleftarrow -2L_3 \\ op_4 : L_1 \longleftarrow L_1 - 5L_2 \end{array} \; A_3}_{\Downarrow}$$

Propriedades:

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$.

1. Reflexiva: $A \sim A$.
2. Simétrica: Se $A \sim B$ então $B \sim A$.
3. Transitiva: Se $(A \sim B)$ e $(B \sim C)$ então $A \sim C$.

Exemplo:

$$\underbrace{A_3 \quad \begin{array}{l} op_1 : L_3 \longleftarrow -\frac{1}{2}L_3 \\ op_2 : L_1 \longleftarrow L_1 + 5L_2 \end{array} \quad B_3 \quad \begin{array}{l} op_3 : L_3 \longleftarrow -2L_3 \\ op_4 : L_1 \longleftarrow L_1 - 5L_2 \end{array} \quad A_3}_{\Downarrow}$$

$$A_3 \sim B_3 \sim A_3$$

Propriedades:

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$.

1. Reflexiva: $A \sim A$.
2. Simétrica: Se $A \sim B$ então $B \sim A$.
3. Transitiva: Se $(A \sim B)$ e $(B \sim C)$ então $A \sim C$.

Exemplo:

$$\underbrace{A_3 \quad \begin{array}{l} op_1 : L_3 \longleftarrow -\frac{1}{2}L_3 \\ op_2 : L_1 \longleftarrow L_1 + 5L_2 \end{array} \quad B_3 \quad \begin{array}{l} op_3 : L_3 \longleftarrow -2L_3 \\ op_4 : L_1 \longleftarrow L_1 - 5L_2 \end{array} \quad A_3}_{\Downarrow}$$

$$A_3 \sim B_3 \sim A_3$$

Seja $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$.

Seja $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é uma MATRIZ NA FORMA ESCADA (ESCALONADA) se, e somente se, A satizfaz as seguintes condições:

Seja $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é uma MATRIZ NA FORMA ESCADA (ESCALONADA) se, e somente se, A satizfaz as seguintes condições:

1. Toda coluna da matriz A que possui o primeiro elemento **não-nulo** de alguma linha, tem os elementos **abaixo** iguais a zero;

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é uma MATRIZ NA FORMA ESCADA (ESCALONADA) se, e somente se, A satizfaz as seguintes condições:

1. Toda coluna da matriz A que possui o primeiro elemento **não-nulo** de alguma linha, tem os elementos **abaixo** iguais a zero;

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é uma MATRIZ NA FORMA ESCADA (ESCALONADA) se, e somente se, A satizfaz as seguintes condições:

1. Toda coluna da matriz A que possui o primeiro elemento **não-nulo** de alguma linha, tem os elementos **abaixo** iguais a zero;

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Se A tem linhas nulas e não-nulas então as linhas nulas estão abaixo das linhas não-nulas; e,

2. Se A tem linhas nulas e não-nulas então as linhas nulas estão abaixo das linhas não-nulas; e,

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Se A tem linhas nulas e não-nulas então as linhas nulas estão abaixo das linhas não-nulas; e,

Exemplo:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Se A tem r, linhas não-nulas e o primeiro elemento não-nulo da i-ésima linha ocorre na coluna $c_i; \forall i = 1, \cdots, r; 1 \leq r \leq m$ então os escalares c_i respeitam a ordem crescente: $c_1 < c_2 < \cdots < c_r$.

3. Se A tem r, linhas não-nulas e o primeiro elemento não-nulo da i-ésima linha ocorre na coluna $c_i; \forall i = 1, \cdots, r; 1 \leq r \leq m$ então os escalares c_i respeitam a ordem crescente: $c_1 < c_2 < \cdots < c_r$.

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

3. Se A tem r, linhas não-nulas e o primeiro elemento não-nulo da i-ésima linha ocorre na coluna $c_i; \forall i = 1, \cdots, r; 1 \leq r \leq m$ então os escalares c_i respeitam a ordem crescente: $c_1 < c_2 < \cdots < c_r$.

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \ r = 2 \Rightarrow c_1 = 1;$$

3. Se A tem r, linhas não-nulas e o primeiro elemento não-nulo da i-ésima linha ocorre na coluna $c_i; \forall i = 1, \cdots, r; 1 \leq r \leq m$ então os escalares c_i respeitam a ordem crescente: $c_1 < c_2 < \cdots < c_r$.

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \ r = 2 \Rightarrow c_1 = 1; c_2 =$$

3. Se A tem r, linhas não-nulas e o primeiro elemento não-nulo da i-ésima linha ocorre na coluna $c_i; \forall i = 1, \cdots, r; 1 \leq r \leq m$ então os escalares c_i respeitam a ordem crescente: $c_1 < c_2 < \cdots < c_r$.

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \ r = 2 \Rightarrow c_1 = 1; c_2 = 3$$

3. Se A tem r, linhas não-nulas e o primeiro elemento não-nulo da i-ésima linha ocorre na coluna $c_i; \forall i = 1, \cdots, r; 1 \leq r \leq m$ então os escalares c_i respeitam a ordem crescente: $c_1 < c_2 < \cdots < c_r$.

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \ r = 2 \Rightarrow c_1 = 1; c_2 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2$$

3. Se A tem r, linhas não-nulas e o primeiro elemento não-nulo da i-ésima linha ocorre na coluna $c_i; \forall i = 1, \cdots, r; 1 \leq r \leq m$ então os escalares c_i respeitam a ordem crescente: $c_1 < c_2 < \cdots < c_r$.

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \; r = 2 \Rightarrow c_1 = 1; c_2 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2$$

Exemplos:

EXEMPLOS:

1. $A_4 = \begin{bmatrix} -2i & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$;

EXEMPLOS:

1. $A_4 = \begin{bmatrix} -2i & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \ c_1 = 1; c_2 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2$

EXEMPLOS:

1. $A_4 = \begin{bmatrix} -2i & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \; c_1 = 1; c_2 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2$

2. $A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & -6 & 6 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -3i \\ 0 & 0 & 8 & 4 \end{bmatrix};$

EXEMPLOS:

1. $A_4 = \begin{bmatrix} -2i & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \ c_1 = 1; c_2 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2$

2. $A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & -6 & 6 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -3i \\ 0 & 0 & 8 & 4 \end{bmatrix}; \ c_1 = 1; c_2 = 2; c_3 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2 < c_3$

EXEMPLOS:

1. $A_4 = \begin{bmatrix} -2i & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \ c_1 = 1; c_2 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2$
2. $A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & -6 & 6 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -3i \\ 0 & 0 & 8 & 4 \end{bmatrix}; \ c_1 = 1; c_2 = 2; c_3 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2 < c_3$
3. $A_{m\times n} = O_{m\times n}$

Exemplos:

1. $A_4 = \begin{bmatrix} -2i & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $c_1 = 1; c_2 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2$
2. $A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & -6 & 6 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -3i \\ 0 & 0 & 8 & 4 \end{bmatrix}$; $c_1 = 1; c_2 = 2; c_3 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2 < c_3$
3. $A_{m\times n} = O_{m\times n}$
4. $I_n; r = n; c_1 = 1 < c_2 = 2 < \cdots < c_n = n$

Exemplos:

1. $A_4 = \begin{bmatrix} -2i & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $c_1 = 1; c_2 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2$
2. $A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & -6 & 6 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -3i \\ 0 & 0 & 8 & 4 \end{bmatrix}$; $c_1 = 1; c_2 = 2; c_3 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2 < c_3$
3. $A_{m\times n} = O_{m\times n}$
4. $I_n; r = n; c_1 = 1 < c_2 = 2 < \cdots < c_n = n$

Seja $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$.

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é uma MATRIZ LINHA REDUZIDA À FORMA ESCADA(M.L.R.F.E.) se, e somente se, A satizfaz as seguintes condições:

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é uma MATRIZ LINHA REDUZIDA À FORMA ESCADA(M.L.R.F.E.) se, e somente se, A satizfaz as seguintes condições:

1. Se A tem r linhas não-nulas; $1 \leq r \leq m$, então o primeiro elemento não-nulo de cada uma destas linhas é igual a **1**;

Seja $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é uma MATRIZ LINHA REDUZIDA À FORMA ESCADA(M.L.R.F.E.) se, e somente se, A satizfaz as seguintes condições:

1. Se A tem r linhas não-nulas; $1 \leq r \leq m$, então o primeiro elemento não-nulo de cada uma destas linhas é igual a **1**;
2. Toda coluna da matriz A que possui o primeiro elemento não-nulo de alguma linha, tem os **demais** elementos iguais a zero;

Seja $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é uma MATRIZ LINHA REDUZIDA À FORMA ESCADA(M.L.R.F.E.) se, e somente se, A satizfaz as seguintes condições:

1. Se A tem r linhas não-nulas; $1 \leq r \leq m$, então o primeiro elemento não-nulo de cada uma destas linhas é igual a **1**;
2. Toda coluna da matriz A que possui o primeiro elemento não-nulo de alguma linha, tem os **demais** elementos iguais a zero;
3. Se A tem linhas nulas e não-nulas então as linhas nulas estão abaixo das linhas não-nulas; e,

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é uma MATRIZ LINHA REDUZIDA À FORMA ESCADA(M.L.R.F.E.) se, e somente se, A satizfaz as seguintes condições:

1. Se A tem r linhas não-nulas; $1 \leq r \leq m$, então o primeiro elemento não-nulo de cada uma destas linhas é igual a **1**;
2. Toda coluna da matriz A que possui o primeiro elemento não-nulo de alguma linha, tem os **demais** elementos iguais a zero;
3. Se A tem linhas nulas e não-nulas então as linhas nulas estão abaixo das linhas não-nulas; e,
4. Se A tem r, linhas não-nulas e o primeiro elemento não-nulo da i-ésima linha ocorre na coluna $c_i; \forall i = 1, \cdots, r; 1 \leq r \leq m$ então os escalares c_i respeitam a ordem crescente: $c_1 < c_2 < \cdots < c_r$.

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é uma MATRIZ LINHA REDUZIDA À FORMA ESCADA(M.L.R.F.E.) se, e somente se, A satizfaz as seguintes condições:

1. Se A tem r linhas não-nulas; $1 \leq r \leq m$, então o primeiro elemento não-nulo de cada uma destas linhas é igual a **1**;
2. Toda coluna da matriz A que possui o primeiro elemento não-nulo de alguma linha, tem os **demais** elementos iguais a zero;
3. Se A tem linhas nulas e não-nulas então as linhas nulas estão abaixo das linhas não-nulas; e,
4. Se A tem r, linhas não-nulas e o primeiro elemento não-nulo da i-ésima linha ocorre na coluna $c_i; \forall i = 1, \cdots, r; 1 \leq r \leq m$ então os escalares c_i respeitam a ordem crescente: $c_1 < c_2 < \cdots < c_r$.

Exemplos:

EXEMPLOS:

1. $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$;

EXEMPLOS:

1. $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \; c_1 = 1; c_2 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2$

EXEMPLOS:

1. $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \ c_1 = 1; c_2 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2$

2. $A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -3i \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix};$

EXEMPLOS:

1. $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \ c_1 = 1; c_2 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2$

2. $A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -3i \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}; \ c_1 = 1; c_2 = 2; c_3 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2 < c_3$

EXEMPLOS:

1. $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \; c_1 = 1; c_2 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2$
2. $A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -3i \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}; \; c_1 = 1; c_2 = 2; c_3 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2 < c_3$
3. $A_{m\times n} = O_{m\times n}$

EXEMPLOS:

1. $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; c_1 = 1; c_2 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2$
2. $A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -3i \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}; c_1 = 1; c_2 = 2; c_3 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2 < c_3$
3. $A_{m\times n} = O_{m\times n}$
4. $I_n; r = n; c_1 = 1 < c_2 = 2 < \cdots < c_n = n$

EXEMPLOS:

1. $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; c_1 = 1; c_2 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2$
2. $A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -3i \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}; c_1 = 1; c_2 = 2; c_3 = 3 \Rightarrow c_1 < c_2 < c_3$
3. $A_{m\times n} = O_{m\times n}$
4. $I_n; r = n; c_1 = 1 < c_2 = 2 < \cdots < c_n = n$

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **única** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **única** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancel{2}^{\,1} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$$

Proposição: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **<u>única</u>** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

Exemplo.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \overset{1}{\cancel{2}} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **única** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **<u>única</u>** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$$

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **única** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$$

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **única** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow \left(\frac{1}{2}\right)L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **única** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow \left(\frac{1}{2}\right)L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \left[\begin{matrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ & & \end{matrix} \right.$$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **única** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \overset{1}{\cancel{2}} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \overset{0}{\cancel{-1}} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **única** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancel{2}^{\,1} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancel{-1}^{\,0} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancel{3-3i}^{\,1} & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$$

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **única** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **única** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Proposição: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma <u>**única**</u> Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

Exemplo.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\left[\begin{matrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ & & \end{matrix}\right.$$

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **<u>única</u>** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \overset{1}{\cancel{2}} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \overset{0}{\cancel{-1}} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \overset{1}{\cancel{3-3i}} & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

Proposição: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **<u>única</u>** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

Exemplo.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **única** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{6-6i} & -6+2i \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (6-6i)L_2 \end{array}$$

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **única** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{6-6i} & -6+2i \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (6-6i)L_2 \end{array}$$

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **<u>única</u>** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{6-6i} & -6+2i \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (6-6i)L_2 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **única** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{6-6i} & -6+2i \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (6-6i)L_2 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \end{bmatrix}$$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **única** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{6-6i} & -6+2i \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (6-6i)L_2 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B_3$$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **única** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{6-6i} & -6+2i \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (6-6i)L_2 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B_3 \text{ é a matriz}$$

M.L.R.F.E. de A

PROPOSIÇÃO: Toda matriz $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ é linha equivalente a uma **única** Matriz Linha Reduzida à Forma Escada.

EXEMPLO.1:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{6-6i} & -6+2i \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (6-6i)L_2 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dfrac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B_3 \text{ é a matriz}$$

M.L.R.F.E. de A

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \overset{1}{\cancel{2}} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancel{2}^{1} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancel{2}^{\,1} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

Exemplo.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancel{2}^{1} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancel{-1}^{0} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

Exemplo.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \left[\begin{array}{ccc} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ & & \end{array} \right.$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ & & \end{bmatrix}$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

Exemplo.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

$$\text{EXEMPLO.2: } A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$$

$$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$$
$$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$
$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$
$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$

$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ & & \end{bmatrix}$$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

Exemplo.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$
$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8+4i}{3} \end{bmatrix}$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$
$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8+4i}{3} \end{bmatrix}$

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$
$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \cancelto{1}{\frac{8+4i}{3}} \end{bmatrix}$ $op_6 : L_3 \leftarrow (\frac{3}{8+4i})L_3$

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$
$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \cancelto{1}{\frac{8+4i}{3}} \end{bmatrix}$ $op_6 : L_3 \leftarrow (\frac{3}{8+4i})L_3$

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$
$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \cancelto{1}{\frac{8+4i}{3}} \end{bmatrix}$ $op_6 : L_3 \leftarrow (\frac{3}{8+4i})L_3$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$
$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \cancelto{1}{\frac{8+4i}{3}} \end{bmatrix}$ $op_6 : L_3 \leftarrow (\frac{3}{8+4i})L_3$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \end{bmatrix}$

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$
$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \cancelto{1}{\frac{8+4i}{3}} \end{bmatrix}$ $op_6 : L_3 \leftarrow (\frac{3}{8+4i})L_3$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$
$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \cancelto{1}{\frac{8+4i}{3}} \end{bmatrix}$ $op_6 : L_3 \leftarrow (\frac{3}{8+4i})L_3$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$
$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \cancelto{1}{\frac{8+4i}{3}} \end{bmatrix}$ $op_6 : L_3 \leftarrow (\frac{3}{8+4i})L_3$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cancelto{0}{\frac{10+8i}{3}} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - \frac{10+8i}{3}L_3$

Exemplo.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} op_4 &: L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2 \\ op_5 &: L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2 \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \cancelto{1}{\frac{8+4i}{3}} \end{bmatrix} \quad op_6 : L_3 \leftarrow (\frac{3}{8+4i})L_3 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cancelto{0}{\frac{10+8i}{3}} \\ 0 & 1 & \cancelto{0}{\frac{-2-i}{3}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - \frac{10+8i}{3} L_3$$

$$op_8 : L_2 \leftarrow L_2 - \frac{-2-i}{3} L_3$$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

Exemplo.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$
$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$ $\quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \cancelto{1}{\frac{8+4i}{3}} \end{bmatrix}$ $\quad op_6 : L_3 \leftarrow (\frac{3}{8+4i})L_3 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cancelto{0}{\frac{10+8i}{3}} \\ 0 & 1 & \cancelto{0}{\frac{-2-i}{3}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - \frac{10+8i}{3}L_3$

$op_8 : L_2 \leftarrow L_2 - \frac{-2-i}{3}L_3$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Linha Reduzida à Forma Escada (M.L.R.F.E.)

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$
$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \cancelto{1}{\frac{8+4i}{3}} \end{bmatrix}$ $op_6 : L_3 \leftarrow (\frac{3}{8+4i})L_3$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cancelto{0}{\frac{10+8i}{3}} \\ 0 & 1 & \cancelto{0}{\frac{-2-i}{3}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - \frac{10+8i}{3}L_3$
$op_8 : L_2 \leftarrow L_2 - \frac{-2-i}{3}L_3$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$
$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \cancelto{1}{\frac{8+4i}{3}} \end{bmatrix}$ $op_6 : L_3 \leftarrow (\frac{3}{8+4i})L_3$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cancelto{0}{\frac{10+8i}{3}} \\ 0 & 1 & \cancelto{0}{\frac{-2-i}{3}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - \frac{10+8i}{3}L_3$
$op_8 : L_2 \leftarrow L_2 - \frac{-2-i}{3}L_3$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

EXEMPLO.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancel{2}^{1} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancel{-1}^{0} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancel{3-3i}^{1} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & \cancel{5}^{0} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancel{4}^{0} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$
$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \cancel{\frac{8+4i}{3}}^{1} \end{bmatrix}$ $op_6 : L_3 \leftarrow (\frac{3}{8+4i})L_3$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cancel{\frac{10+8i}{3}}^{0} \\ 0 & 1 & \cancel{\frac{-2-i}{3}}^{0} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - \frac{10+8i}{3}L_3$
$op_8 : L_2 \leftarrow L_2 - \frac{-2-i}{3}L_3$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Exemplo.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2 \quad$ $\begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$
$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2 \quad$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \cancelto{1}{\frac{8+4i}{3}} \end{bmatrix}$ $\quad op_6 : L_3 \leftarrow (\frac{3}{8+4i})L_3 \quad$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cancelto{0}{\frac{10+8i}{3}} \\ 0 & 1 & \cancelto{0}{\frac{-2-i}{3}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - \frac{10+8i}{3}L_3$
$op_8 : L_2 \leftarrow L_2 - \frac{-2-i}{3}L_3 \quad$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_3$

Exemplo.2: $A_3 = \begin{bmatrix} \cancelto{1}{2} & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ \cancelto{0}{-1} & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & \cancelto{1}{3-3i} & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & \cancelto{0}{5} & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & \cancelto{0}{4} & 0 \end{bmatrix}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$
$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (4)L_2$ $\quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \cancelto{1}{\frac{8+4i}{3}} \end{bmatrix}$ $\quad op_6 : L_3 \leftarrow (\frac{3}{8+4i})L_3 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cancelto{0}{\frac{10+8i}{3}} \\ 0 & 1 & \cancelto{0}{\frac{-2-i}{3}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - \frac{10+8i}{3}L_3$
$op_8 : L_2 \leftarrow L_2 - \frac{-2-i}{3}L_3$ $\quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_3$ é a matriz M.L.R.F.E. de A.

Observação.3:
Note que, nos dois exemplos acima, foi seguido um padrão nas operações elementares:

Observação.3:

Note que, nos dois exemplos acima, foi seguido um padrão nas operações elementares:

1° As operações são efetuadas da *esquerda para a direita*.

Observação.3:

Note que, nos dois exemplos acima, foi seguido um padrão nas operações elementares:

1° As operações são efetuadas da *esquerda para a direita*.

2° Faz-se o primeiro elemento não-nulo da *linha principal (pivô)* igual a 1 efetuando a operação elementar da multiplicação;

Observação.3:

Note que, nos dois exemplos acima, foi seguido um padrão nas operações elementares:

1° As operações são efetuadas da *esquerda para a direita*.

2° Faz-se o primeiro elemento não-nulo da *linha principal (pivô)* igual a 1 efetuando a operação elementar da multiplicação; sendo que o ESCALAR escolhido é o *inverso deste elemento não-nulo* (exs: op_1, op_3, op_6)

OBSERVAÇÃO.3:

Note que, nos dois exemplos acima, foi seguido um padrão nas operações elementares:

1° As operações são efetuadas da *esquerda para a direita*.

2° Faz-se o primeiro elemento não-nulo da *linha principal (pivô)* igual a 1 efetuando a operação elementar da <u>multiplicação</u>; sendo que o ESCALAR escolhido é o *inverso deste elemento não-nulo* (exs: op_1, op_3, op_6)

3° Aplica-se a operação elementar da <u>substituição</u> nas outras linhas não-nulas da matriz, a fim de **zerar** os elementos da **mesma coluna** daquele elemento igual a 1 na linha pivô.

OBSERVAÇÃO.3:

Note que, nos dois exemplos acima, foi seguido um padrão nas operações elementares:

1° As operações são efetuadas da *esquerda para a direita*.

2° Faz-se o primeiro elemento não-nulo da *linha principal (pivô)* igual a 1 efetuando a operação elementar da multiplicação; sendo que o ESCALAR escolhido é o *inverso deste elemento não-nulo* (exs: op_1, op_3, op_6)

3° Aplica-se a operação elementar da substituição nas outras linhas não-nulas da matriz, a fim de **zerar** os elementos da **mesma coluna** daquele elemento igual a 1 na linha pivô. O ESCALAR utilizado nesta operação elementar é o *oposto do elemento a ser zerado em cada linha* e deve ser multipicado pela linha principal (exs: $op_2, op_4, op_5, op_7, op_8$).

OBSERVAÇÃO.3:

Note que, nos dois exemplos acima, foi seguido um padrão nas operações elementares:

1° As operações são efetuadas da *esquerda para a direita*.

2° Faz-se o primeiro elemento não-nulo da *linha principal (pivô)* igual a 1 efetuando a operação elementar da multiplicação; sendo que o ESCALAR escolhido é o *inverso deste elemento não-nulo* (exs: op_1, op_3, op_6)

3° Aplica-se a operação elementar da substituição nas outras linhas não-nulas da matriz, a fim de **zerar** os elementos da **mesma coluna** daquele elemento igual a 1 na linha pivô. O ESCALAR utilizado nesta operação elementar é o *oposto do elemento a ser zerado em cada linha* e deve ser multipicado pela linha principal (exs: $op_2, op_4, op_5, op_7, op_8$).

EXEMPLO.3:

Seja a matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix}; a \in \mathbb{R}$$

Efetuando operações elementares sobre as linhas da matriz A, determine para quais valores de $a \in \mathbb{R}$ a matriz A é linha equivalente à matriz I_3.

Exemplo.3:

Seja a matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix}; a \in \mathbb{R}$$

Efetuando operações elementares sobre as linhas da matriz A, determine para quais valores de $a \in \mathbb{R}$ a matriz A é linha equivalente à matriz I_3. (Dica: Efetue as operações elementares, normalmente. Todavia, não esqueça de impor as condições de existência quando o escalar $a \in \mathbb{R}$ aparecer no denominador.)

EXEMPLO.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix}$$

Exemplo.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1$$

EXEMPLO.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array}$$

Exemplo.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array}$$

Exemplo.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & a-1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Exemplo.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & a-1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2$$

Exemplo.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & a-1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2$$

Exemplo.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & a-1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Exemplo.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & a-1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2$$

EXEMPLO.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & a-1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \end{array}$$

EXEMPLO.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & a-1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \; op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{array}{l} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \end{array}$$

EXEMPLO.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & a-1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1+2a \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 0 & 3+a \end{bmatrix}$$

EXEMPLO.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & a-1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1+2a \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 0 & 3+a \end{bmatrix}$$

$op_6 : L_3 \leftarrow \frac{1}{3+a} L_3$; sse $a \neq -3$

Exemplo.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & a-1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1+2a \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 0 & 3+a \end{bmatrix}$$

$op_6 : L_3 \leftarrow \frac{1}{3+a} L_3$; sse $a \neq -3$

EXEMPLO.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & a-1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1+2a \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 0 & 3+a \end{bmatrix}$$

$$op_6 : L_3 \leftarrow \frac{1}{3+a} L_3; \text{ sse } a \neq -3 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1+2a \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

EXEMPLO.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & a-1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1+2a \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 0 & 3+a \end{bmatrix}$$

$$op_6 : L_3 \leftarrow \frac{1}{3+a} L_3; \text{ sse } a \neq -3 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1+2a \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - (-1+2a)L_3$$

EXEMPLO.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & a-1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1+2a \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 0 & 3+a \end{bmatrix}$$

$$op_6 : L_3 \leftarrow \frac{1}{3+a} L_3; \text{ sse } a \neq -3 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1+2a \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - (-1+2a)L_3 \\ op_8 : L_2 \leftarrow L_2 - (1-a)L_3 \end{array}$$

Exemplo.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & a-1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1+2a \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 0 & 3+a \end{bmatrix}$$

$$op_6 : L_3 \leftarrow \frac{1}{3+a} L_3; \text{ sse } a \neq -3 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1+2a \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - (-1+2a)L_3 \\ op_8 : L_2 \leftarrow L_2 - (1-a)L_3 \end{array}$$

Exemplo.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & a-1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1+2a \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 0 & 3+a \end{bmatrix}$$

$$op_6 : L_3 \leftarrow \frac{1}{3+a}L_3; \text{ sse } a \neq -3 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1+2a \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - (-1+2a)L_3 \\ op_8 : L_2 \leftarrow L_2 - (1-a)L_3 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

EXEMPLO.3:

$$A=\begin{bmatrix}1&2&1\\1&1&a\\-3&-5&1\end{bmatrix}\quad \begin{matrix}op_1: L_2\leftarrow L_2-L_1\\ op_2: L_3\leftarrow L_3+3L_1\end{matrix}\quad \begin{bmatrix}1&2&1\\0&-1&a-1\\0&1&4\end{bmatrix}\quad op_3: L_2\leftarrow(-1)L_2$$

$$\begin{bmatrix}1&2&1\\0&1&1-a\\0&1&4\end{bmatrix}\quad \begin{matrix}op_4: L_1\leftarrow L_1-2L_2\\ op_5: L_3\leftarrow L_3-L_2\end{matrix}\quad \begin{bmatrix}1&0&-1+2a\\0&1&1-a\\0&0&3+a\end{bmatrix}$$

$$op_6: L_3\leftarrow \frac{1}{3+a}L_3;\ \text{sse } a\neq -3\quad \begin{bmatrix}1&0&-1+2a\\0&1&1-a\\0&0&1\end{bmatrix}\quad \begin{matrix}op_7: L_1\leftarrow L_1-(-1+2a)L_3\\ op_8: L_2\leftarrow L_2-(1-a)L_3\end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\Rightarrow A_3\sim I_3,\ \text{sse},\ a\in\mathbb{R}-\{-3\}.$$

EXEMPLO.3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & a-1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1+2a \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 0 & 3+a \end{bmatrix}$$

$$op_6 : L_3 \leftarrow \frac{1}{3+a} L_3; \text{ sse } a \neq -3 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1+2a \\ 0 & 1 & 1-a \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - (-1+2a)L_3 \\ op_8 : L_2 \leftarrow L_2 - (1-a)L_3 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A_3 \sim I_3, \text{ sse, } a \in \mathbb{R} - \{-3\}.$$

1. Sejam as matrizes:
   (a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 7 \end{bmatrix}$ (b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2i & 0 \\ 3 & 2 & 5 \\ 3 & 8 & 5i \end{bmatrix}$ Efetue operações elementares sobre as linhas das matrizes A a fim de obter uma matriz triangular superior.

1. Sejam as matrizes:
   (a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 7 \end{bmatrix}$ (b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2i & 0 \\ 3 & 2 & 5 \\ 3 & 8 & 5i \end{bmatrix}$ Efetue operações elementares sobre as linhas das matrizes A a fim de obter uma matriz triangular superior.

2. Sejam as matrizes:
   (a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 7 \end{bmatrix}$

   Efetue operações elementares sobre as linhas das matrizes acima, a fim de obter, se possível, a matriz identidade I_3.

1. Sejam as matrizes:
(a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 7 \end{bmatrix}$ (b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2i & 0 \\ 3 & 2 & 5 \\ 3 & 8 & 5i \end{bmatrix}$ Efetue operações elementares sobre as linhas das matrizes A a fim de obter uma matriz triangular superior.

2. Sejam as matrizes:
(a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 7 \end{bmatrix}$
Efetue operações elementares sobre as linhas das matrizes acima, a fim de obter, se possível, a matriz identidade I_3.

3. Efetue operações elementares sobre as linhas das matrizes abaixo a fim de obter para cada uma a M.L.R.F.E. .

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 6 & -2 \end{bmatrix}$

3. Efetue operações elementares sobre as linhas das matrizes abaixo a fim de obter para cada uma a M.L.R.F.E. .

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 6 & -2 \end{bmatrix}$ (b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -4 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

3. Efetue operações elementares sobre as linhas das matrizes abaixo a fim de obter para cada uma a M.L.R.F.E. .

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 6 & -2 \end{bmatrix}$ (b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -4 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$