Universidade Federal da Bahia - UFBA
Instituto de Matemática e Estatística - IME
Departamento de Matemática

MAT A07 - Álgebra Linear A
Aula 4 - Matrizes
Matriz Elementar, Posto e Nulidade
Determinante

Professora: Isamara Alves

11/03/2021

Definição.1(Posto):
Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A.

Definição.1(Posto):
Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{P}(A)$ e denominamos Posto de A "o número de linhas não-nulas da matriz B".

Definição.1(Posto):
Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{P}(A)$ e denominamos Posto de A "o número de linhas não-nulas da matriz B".

Definição.2(Nulidade): Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A.

Definição.1(Posto):
Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{P}(A)$ e denominamos Posto de A "o número de linhas não-nulas da matriz B".

Definição.2(Nulidade): Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{N}(A)$ e denominamos Nulidade de A "o escalar $(n - \mathcal{P}(A))$ "; n é o número de colunas da matriz A.

Definição.1(Posto):
Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{P}(A)$ e denominamos POSTO de A "o número de linhas não-nulas da matriz B".

Definição.2(Nulidade): Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{N}(A)$ e denominamos NULIDADE de A "o escalar $(n - \mathcal{P}(A))$ "; n é o número de colunas da matriz A.

EXEMPLOS:

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

Definição.1(POSTO):
Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{P}(A)$ e denominamos POSTO de A "o número de linhas não-nulas da matriz B".

Definição.2(NULIDADE): Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{N}(A)$ e denominamos NULIDADE de A "o escalar $(n - \mathcal{P}(A))$"; n é o número de colunas da matriz A.

EXEMPLOS:

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}}$

Definição.1(Posto):
Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{P}(A)$ e denominamos Posto de A "o número de linhas não-nulas da matriz B".

Definição.2(Nulidade): Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{N}(A)$ e denominamos Nulidade de A "o escalar $(n - \mathcal{P}(A))$"; n é o número de colunas da matriz A.

Exemplos:

1. $$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Definição.1(POSTO):
Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{P}(A)$ e denominamos POSTO de A "o número de linhas não-nulas da matriz B".

Definição.2(NULIDADE): Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{N}(A)$ e denominamos NULIDADE de A "o escalar $(n - \mathcal{P}(A))$ "; n é o número de colunas da matriz A.

EXEMPLOS:

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B$.

Definição.1(Posto):
Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{P}(A)$ e denominamos Posto de A "o número de linhas não-nulas da matriz B".

Definição.2(Nulidade): Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{N}(A)$ e denominamos Nulidade de A "o escalar $(n - \mathcal{P}(A))$"; n é o número de colunas da matriz A.

Exemplos:

1. $$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B\ .$$

   $\mathcal{P}(A) = 3$

Definição.1(POSTO):
Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{P}(A)$ e denominamos POSTO de A "o número de linhas não-nulas da matriz B".

Definição.2(NULIDADE): Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{N}(A)$ e denominamos NULIDADE de A "o escalar $(n - \mathcal{P}(A))$"; n é o número de colunas da matriz A.

EXEMPLOS:

1. $$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B .$$

   $\mathcal{P}(A) = 3$ e $\mathcal{N}(A) = 3 - 3 = 0$.

Definição.1(Posto):
Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{P}(A)$ e denominamos Posto de A "o número de linhas não-nulas da matriz B".

Definição.2(Nulidade): Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ tal que B é uma Matriz na Forma Escada e linha equivalente à matriz A. Indicamos por $\mathcal{N}(A)$ e denominamos Nulidade de A "o escalar $(n - \mathcal{P}(A))$"; n é o número de colunas da matriz A.

Exemplos:

1. $$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B \ .$$

   $\mathcal{P}(A) = 3$ e $\mathcal{N}(A) = 3 - 3 = 0$.

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}}$

2. $$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. $$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B$$

2. $$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B$$

$\mathcal{P}(A) = 2$

2. $$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dfrac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B$$

$\mathcal{P}(A) = 2$ e $\mathcal{N}(A) = 3 - 2 = 1$.

2. $$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dfrac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B$$

$\mathcal{P}(A) = 2$ e $\mathcal{N}(A) = 3 - 2 = 1$.

Determine o Posto e a Nulidade das matrizes abaixo, efetuando operações elementares sobre as linhas das matrizes.

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 6 & -2 \end{bmatrix}$

Determine o Posto e a Nulidade das matrizes abaixo, efetuando operações elementares sobre as linhas das matrizes.

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 6 & -2 \end{bmatrix}$

(b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -4 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

Determine o Posto e a Nulidade das matrizes abaixo, efetuando operações elementares sobre as linhas das matrizes.

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 6 & -2 \end{bmatrix}$

(b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -4 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

(a) $A \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}}$

(a) $A \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 8 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(a) $A \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 8 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\mathcal{P}(A) = 2$

(a) $A \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 8 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\mathcal{P}(A) = 2$ e $\mathcal{N}(A) = 4 - 2 = 2$.

(a) $A \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 8 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\mathcal{P}(A) = 2$ e $\mathcal{N}(A) = 4 - 2 = 2$.

(b) $A \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}}$

(a) $A \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 8 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\mathcal{P}(A) = 2$ e $\mathcal{N}(A) = 4 - 2 = 2$.

(b) $A \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(a) $A \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 8 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\mathcal{P}(A) = 2$ e $\mathcal{N}(A) = 4 - 2 = 2$.

(b) $A \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\mathcal{P}(A) = 3$

(a) $A \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 8 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\mathcal{P}(A) = 2$ e $\mathcal{N}(A) = 4 - 2 = 2$.

(b) $A \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\mathcal{P}(A) = 3$ e $\mathcal{N}(A) = 3 - 3 = 0$.

(a) $A \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 8 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\mathcal{P}(A) = 2$ e $\mathcal{N}(A) = 4 - 2 = 2$.

(b) $A \underbrace{\cdots \sim \cdots}_{\text{ops. elementares}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\mathcal{P}(A) = 3$ e $\mathcal{N}(A) = 3 - 3 = 0$.

Seja $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

Seja $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz E_n é uma "Matriz Elementar"

Seja $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz E_n é uma "MATRIZ ELEMENTAR" se, e somente se, E_n é obtida a partir de uma ÚNICA operação elementar efetuada **sobre as linhas da matriz identidade de mesma ordem**, I_n.

Seja $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz E_n é uma "MATRIZ ELEMENTAR" se, e somente se, E_n é obtida a partir de uma ÚNICA operação elementar efetuada **sobre as linhas da matriz identidade de mesma ordem**, I_n.

EXEMPLOS:

1. $E_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; pois,

Seja $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz E_n é uma "MATRIZ ELEMENTAR" se, e somente se, E_n é obtida a partir de uma ÚNICA operação elementar efetuada **sobre as linhas da matriz identidade de mesma ordem**, I_n.

EXEMPLOS:

1. $E_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; pois, $I_3 \xrightarrow{op} E_3$; $op : L_1 \leftrightarrow L_3$

Seja $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz E_n é uma "MATRIZ ELEMENTAR" se, e somente se, E_n é obtida a partir de uma ÚNICA operação elementar efetuada **sobre as linhas da matriz identidade de mesma ordem**, I_n.

EXEMPLOS:

1. $E_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; pois, $I_3 \xrightarrow{op} E_3$; $op : L_1 \leftrightarrow L_3$

2. $E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; pois,

Seja $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz E_n é uma "MATRIZ ELEMENTAR" se, e somente se, E_n é obtida a partir de uma ÚNICA operação elementar efetuada **sobre as linhas da matriz identidade de mesma ordem**, I_n.

EXEMPLOS:

1. $E_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; pois, $I_3 \xrightarrow{op} E_3$; $op : L_1 \leftrightarrow L_3$

2. $E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; pois, $I_3 \xrightarrow{op} E_3$; $op : L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1$

Seja $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz E_n é uma "MATRIZ ELEMENTAR" se, e somente se, E_n é obtida a partir de uma ÚNICA operação elementar efetuada **sobre as linhas da matriz identidade de mesma ordem**, I_n.

EXEMPLOS:

1. $E_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; pois, $I_3 \xrightarrow{op} E_3$; $op : L_1 \leftrightarrow L_3$

2. $E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; pois, $I_3 \xrightarrow{op} E_3$; $op : L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1$

3. $E_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; pois,

Seja $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz E_n é uma "MATRIZ ELEMENTAR" se, e somente se, E_n é obtida a partir de uma ÚNICA operação elementar efetuada **sobre as linhas da matriz identidade de mesma ordem**, I_n.

EXEMPLOS:

1. $E_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; pois, $I_3 \xrightarrow{op} E_3$; $op : L_1 \leftrightarrow L_3$

2. $E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; pois, $I_3 \xrightarrow{op} E_3$; $op : L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1$

3. $E_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; pois, $I_2 \xrightarrow{op} E_2$; $op : L_1 \leftarrow -\frac{1}{4}L_1$

Seja $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz E_n é uma "MATRIZ ELEMENTAR" se, e somente se, E_n é obtida a partir de uma ÚNICA operação elementar efetuada **sobre as linhas da matriz identidade de mesma ordem**, I_n.

EXEMPLOS:

1. $E_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; pois, $I_3 \xrightarrow{op} E_3$; $op : L_1 \leftrightarrow L_3$

2. $E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; pois, $I_3 \xrightarrow{op} E_3$; $op : L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1$

3. $E_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; pois, $I_2 \xrightarrow{op} E_2$; $op : L_1 \leftarrow -\frac{1}{4}L_1$

Sejam $A \in \mathcal{M}_{n \times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar.

Sejam $A \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar. Se aplicarmos sobre as linhas de $A_{n\times m}$ a MESMA OPERAÇÃO ELEMENTAR que transforma I_n em E_n

Sejam $A \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar. Se aplicarmos sobre as linhas de $A_{n\times m}$ a MESMA OPERAÇÃO ELEMENTAR que transforma I_n em E_n obteremos a matriz $E_n.A_{n\times m}$.

Sejam $A \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar. Se aplicarmos sobre as linhas de $A_{n\times m}$ a MESMA OPERAÇÃO ELEMENTAR que transforma I_n em E_n obteremos a matriz $E_n.A_{n\times m}$. Ou seja, Sejam $A \in \mathcal{M}_{n \times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar. Se aplicarmos sobre as linhas de $A_{n \times m}$ a MESMA OPERAÇÃO ELEMENTAR que transforma I_n em E_n obteremos a matriz $E_n.A_{n \times m}$. Ou seja, Se $I_n \xrightarrow{op} E_n$

Sejam $A \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar. Se aplicarmos sobre as linhas de $A_{n\times m}$ a MESMA OPERAÇÃO ELEMENTAR que transforma I_n em E_n obteremos a matriz $E_n.A_{n\times m}$. Ou seja, Se $I_n \xrightarrow{op} E_n$ então $A_{n\times m} \xrightarrow{op} E_n.A_{n\times m}$.

Sejam $A \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar. Se aplicarmos sobre as linhas de $A_{n\times m}$ a MESMA OPERAÇÃO ELEMENTAR que transforma I_n em E_n obteremos a matriz $E_n.A_{n\times m}$. Ou seja, Se $I_n \xrightarrow{op} E_n$ então $A_{n\times m} \xrightarrow{op} E_n.A_{n\times m}$.

EXEMPLOS: Sejam as matrizes: $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$;

Sejam $A \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar. Se aplicarmos sobre as linhas de $A_{n\times m}$ a MESMA OPERAÇÃO ELEMENTAR que transforma I_n em E_n obteremos a matriz $E_n.A_{n\times m}$. Ou seja, Se $I_n \xrightarrow{op} E_n$ então $A_{n\times m} \xrightarrow{op} E_n.A_{n\times m}$.

EXEMPLOS: Sejam as matrizes: $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1+i & 3 \\ 5 & -4i & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

Sejam $A \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar. Se aplicarmos sobre as linhas de $A_{n\times m}$ a MESMA OPERAÇÃO ELEMENTAR que transforma I_n em E_n obteremos a matriz $E_n.A_{n\times m}$. Ou seja, Se $I_n \xrightarrow{op} E_n$ então $A_{n\times m} \xrightarrow{op} E_n.A_{n\times m}$.

EXEMPLOS: Sejam as matrizes: $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1+i & 3 \\ 5 & -4i & -\dfrac{1}{2} \end{bmatrix}$

1. Se $op : L_1 \leftrightarrow L_2$ então

Sejam $A \in \mathcal{M}_{n \times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar. Se aplicarmos sobre as linhas de $A_{n \times m}$ a MESMA OPERAÇÃO ELEMENTAR que transforma I_n em E_n obteremos a matriz $E_n.A_{n \times m}$. Ou seja, Se $I_n \xrightarrow{op} E_n$ então $A_{n \times m} \xrightarrow{op} E_n.A_{n \times m}$.

EXEMPLOS: Sejam as matrizes: $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1+i & 3 \\ 5 & -4i & -\dfrac{1}{2} \end{bmatrix}$

1. Se $op : L_1 \leftrightarrow L_2$ então $E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ e;

Sejam $A \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar. Se aplicarmos sobre as linhas de $A_{n\times m}$ a MESMA OPERAÇÃO ELEMENTAR que transforma I_n em E_n obteremos a matriz $E_n.A_{n\times m}$. Ou seja, Se $I_n \xrightarrow{op} E_n$ então $A_{n\times m} \xrightarrow{op} E_n.A_{n\times m}$.

EXEMPLOS: Sejam as matrizes: $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1+i & 3 \\ 5 & -4i & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

1. Se $op : L_1 \leftrightarrow L_2$ então $E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ e; $E_2.A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 5 & -4i & -\frac{1}{2} \\ 2 & 1+i & 3 \end{bmatrix}$

Sejam $A \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar. Se aplicarmos sobre as linhas de $A_{n\times m}$ a MESMA OPERAÇÃO ELEMENTAR que transforma I_n em E_n obteremos a matriz $E_n.A_{n\times m}$. Ou seja, Se $I_n \xrightarrow{op} E_n$ então $A_{n\times m} \xrightarrow{op} E_n.A_{n\times m}$.

EXEMPLOS: Sejam as matrizes: $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1+i & 3 \\ 5 & -4i & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

1. Se $op : L_1 \leftrightarrow L_2$ então $E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ e; $E_2.A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 5 & -4i & -\frac{1}{2} \\ 2 & 1+i & 3 \end{bmatrix}$

2. Se $op : L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1$ então

Sejam $A \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar. Se aplicarmos sobre as linhas de $A_{n\times m}$ a MESMA OPERAÇÃO ELEMENTAR que transforma I_n em E_n obteremos a matriz $E_n.A_{n\times m}$. Ou seja, Se $I_n \xrightarrow{op} E_n$ então $A_{n\times m} \xrightarrow{op} E_n.A_{n\times m}$.

EXEMPLOS: Sejam as matrizes: $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1+i & 3 \\ 5 & -4i & -\dfrac{1}{2} \end{bmatrix}$

1. Se $op : L_1 \leftrightarrow L_2$ então $E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ e; $E_2.A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 5 & -4i & -\dfrac{1}{2} \\ 2 & 1+i & 3 \end{bmatrix}$

2. Se $op : L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1$ então $E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e;

Sejam $A \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar. Se aplicarmos sobre as linhas de $A_{n\times m}$ a MESMA OPERAÇÃO ELEMENTAR que transforma I_n em E_n obteremos a matriz $E_n.A_{n\times m}$. Ou seja, Se $I_n \xrightarrow{op} E_n$ então $A_{n\times m} \xrightarrow{op} E_n.A_{n\times m}$.

EXEMPLOS: Sejam as matrizes: $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1+i & 3 \\ 5 & -4i & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

1. Se $op : L_1 \leftrightarrow L_2$ então $E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ e; $E_2.A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 5 & -4i & -\frac{1}{2} \\ 2 & 1+i & 3 \end{bmatrix}$
2. Se $op : L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1$ então $E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e; $E_2.A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1+i & 3 \\ 9 & 2-2i & -\frac{11}{2} \end{bmatrix}$

Sejam $A \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar. Se aplicarmos sobre as linhas de $A_{n\times m}$ a MESMA OPERAÇÃO ELEMENTAR que transforma I_n em E_n obteremos a matriz $E_n.A_{n\times m}$. Ou seja, Se $I_n \xrightarrow{op} E_n$ então $A_{n\times m} \xrightarrow{op} E_n.A_{n\times m}$.

EXEMPLOS: Sejam as matrizes: $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1+i & 3 \\ 5 & -4i & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

1. Se $op : L_1 \leftrightarrow L_2$ então $E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ e; $E_2.A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 5 & -4i & -\frac{1}{2} \\ 2 & 1+i & 3 \end{bmatrix}$
2. Se $op : L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1$ então $E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e; $E_2.A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1+i & 3 \\ 9 & 2-2i & -\frac{11}{2} \end{bmatrix}$
3. Se $op : L_1 \leftarrow -\frac{1}{4}L_1$ então

Sejam $A \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar. Se aplicarmos sobre as linhas de $A_{n\times m}$ a MESMA OPERAÇÃO ELEMENTAR que transforma I_n em E_n obteremos a matriz $E_n.A_{n\times m}$. Ou seja, Se $I_n \xrightarrow{op} E_n$ então $A_{n\times m} \xrightarrow{op} E_n.A_{n\times m}$.

EXEMPLOS: Sejam as matrizes: $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1+i & 3 \\ 5 & -4i & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

1. Se $op : L_1 \leftrightarrow L_2$ então $E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ e; $E_2.A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 5 & -4i & -\frac{1}{2} \\ 2 & 1+i & 3 \end{bmatrix}$
2. Se $op : L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1$ então $E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e; $E_2.A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1+i & 3 \\ 9 & 2-2i & -\frac{11}{2} \end{bmatrix}$
3. Se $op : L_1 \leftarrow -\frac{1}{4}L_1$ então $E_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e;

Sejam $A \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar. Se aplicarmos sobre as linhas de $A_{n\times m}$ a MESMA OPERAÇÃO ELEMENTAR que transforma I_n em E_n obteremos a matriz $E_n.A_{n\times m}$. Ou seja, Se $I_n \xrightarrow{op} E_n$ então $A_{n\times m} \xrightarrow{op} E_n.A_{n\times m}$.

EXEMPLOS: Sejam as matrizes: $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1+i & 3 \\ 5 & -4i & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

1. Se $op : L_1 \leftrightarrow L_2$ então $E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ e; $E_2.A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 5 & -4i & -\frac{1}{2} \\ 2 & 1+i & 3 \end{bmatrix}$
2. Se $op : L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1$ então $E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e; $E_2.A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1+i & 3 \\ 9 & 2-2i & -\frac{11}{2} \end{bmatrix}$
3. Se $op : L_1 \leftarrow -\frac{1}{4}L_1$ então $E_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e; $E_2.A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4}(1+i) & -\frac{3}{4} \\ 5 & -4i & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

Sejam $A \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$ e E_n uma matriz elementar. Se aplicarmos sobre as linhas de $A_{n\times m}$ a MESMA OPERAÇÃO ELEMENTAR que transforma I_n em E_n obteremos a matriz $E_n.A_{n\times m}$. Ou seja, Se $I_n \xrightarrow{op} E_n$ então $A_{n\times m} \xrightarrow{op} E_n.A_{n\times m}$.

EXEMPLOS: Sejam as matrizes: $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1+i & 3 \\ 5 & -4i & -\dfrac{1}{2} \end{bmatrix}$

1. Se $op : L_1 \leftrightarrow L_2$ então $E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ e; $E_2.A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 5 & -4i & -\dfrac{1}{2} \\ 2 & 1+i & 3 \end{bmatrix}$

2. Se $op : L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1$ então $E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e; $E_2.A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1+i & 3 \\ 9 & 2-2i & -\dfrac{11}{2} \end{bmatrix}$

3. Se $op : L_1 \leftarrow -\dfrac{1}{4}L_1$ então $E_2 = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e; $E_2.A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{2} & -\dfrac{1}{4}(1+i) & -\dfrac{3}{4} \\ 5 & -4i & -\dfrac{1}{2} \end{bmatrix}$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Elementar - Teorema

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$. Então, a matriz B é **linha equivalente à matriz** A se, e somente se, Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{n \times m}(\mathbb{K})$. Então, a matriz B é **linha equivalente à matriz** A se, e somente se, existe uma matriz $P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tal que $B = PA$; onde, Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$. Então, a matriz B é **linha equivalente à matriz** A se, e somente se, existe uma matriz $P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tal que $B = PA$; onde,

para t operações elementares: $P = E_n^{(t)} \dots E_n^{(k)} \dots E_n^{(3)} E_n^{(2)} E_n^{(1)}$;

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$. Então, a matriz B é **linha equivalente à matriz** A se, e somente se, existe uma matriz $P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tal que $B = PA$; onde, para t operações elementares: $P = E_n^{(t)} \ldots E_n^{(k)} \ldots E_n^{(3)} E_n^{(2)} E_n^{(1)}$;
e $E_n^{(k)}$ é a $k-$ésima matriz elementar de ordem n; $\forall k = 1, 2, \ldots, t-1, t$.

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$. Então, a matriz B é **linha equivalente à matriz** A se, e somente se, existe uma matriz $P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tal que $B = PA$; onde,
para t operações elementares: $P = E_n^{(t)} \dots E_n^{(k)} \dots E_n^{(3)} E_n^{(2)} E_n^{(1)}$;
e $E_n^{(k)}$ é a $k-$ésima matriz elementar de ordem n; $\forall k = 1, 2, \dots, t-1, t$.
Observe que

$$A \sim B \Leftrightarrow$$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Elementar - Teorema

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$. Então, a matriz B é **linha equivalente à matriz** A se, e somente se, existe uma matriz $P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tal que $B = PA$; onde, para t operações elementares: $P = E_n^{(t)} \dots E_n^{(k)} \dots E_n^{(3)} E_n^{(2)} E_n^{(1)}$;
e $E_n^{(k)}$ é a $k-$ésima matriz elementar de ordem n; $\forall k = 1, 2, \dots, t-1, t$.
Observe que

$$A \sim B \Leftrightarrow A \overset{op_1,\dots op_k,\dots,op_t}{\underbrace{\sim}_{t\text{-ops.elements.}}} B$$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Elementar - Teorema

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$. Então, a matriz B é **linha equivalente à matriz** A se, e somente se, existe uma matriz $P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tal que $B = PA$; onde,
para t operações elementares: $P = E_n^{(t)} \dots E_n^{(k)} \dots E_n^{(3)} E_n^{(2)} E_n^{(1)}$;
e $E_n^{(k)}$ é a $k-$ésima matriz elementar de ordem n; $\forall k = 1, 2, \dots, t-1, t$.
Observe que

$$A \sim B \Leftrightarrow A \sim \overset{op_1,\dots op_k,\dots,op_t}{\underbrace{\cdots\cdots}_{t\text{-ops.elements.}}} \sim B.$$

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$. Então, a matriz B é **linha equivalente à matriz** A se, e somente se, existe uma matriz $P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tal que $B = PA$; onde, para t operações elementares: $P = E_n^{(t)} \dots E_n^{(k)} \dots E_n^{(3)} E_n^{(2)} E_n^{(1)}$;
e $E_n^{(k)}$ é a $k-$ésima matriz elementar de ordem n; $\forall k = 1, 2, \dots, t-1, t$.
Observe que

$$A \sim B \Leftrightarrow A \sim \underbrace{\overset{op_1,\dots op_k,\dots,op_t}{\cdots\cdots}}_{t\text{-ops.elements.}} \sim B.$$

Assim,

$$(E_n^{(t)} \dots (E_n^{(k)} \dots (E_n^{(3)} \overbrace{(E_n^{(2)} \underbrace{(E_n^{(1)} A)}_{op1})}^{op2}))) = B$$

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$. Então, a matriz B é **linha equivalente à matriz** A se, e somente se, existe uma matriz $P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tal que $B = PA$; onde, para t operações elementares: $P = E_n^{(t)} \ldots E_n^{(k)} \ldots E_n^{(3)} E_n^{(2)} E_n^{(1)}$;
e $E_n^{(k)}$ é a $k-$ésima matriz elementar de ordem n; $\forall k = 1, 2, \ldots, t-1, t$.
Observe que

$$A \sim B \Leftrightarrow A \sim \overset{op_1,\ldots op_k,\ldots,op_t}{\underbrace{\ldots\ldots}_{t\text{-ops.elements.}}} \sim B.$$

Assim,

$$(E_n^{(t)} \ldots (E_n^{(k)} \ldots (E_n^{(3)} \overbrace{(E_n^{(2)} \underbrace{(E_n^{(1)} A)}_{op1})}^{op2}))) = B$$

$$\underbrace{(E_n^{(t)} \ldots E_n^{(k)} \ldots E_n^{(3)} E_n^{(2)} E_n^{(1)})}_{P} A = B$$

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{K})$. Então, a matriz B é **linha equivalente à matriz** A se, e somente se, existe uma matriz $P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tal que $B = PA$; onde, para t operações elementares: $P = E_n^{(t)} \ldots E_n^{(k)} \ldots E_n^{(3)} E_n^{(2)} E_n^{(1)}$;
e $E_n^{(k)}$ é a $k-$ésima matriz elementar de ordem n; $\forall k = 1, 2, \ldots, t-1, t$.
Observe que

$$A \sim B \Leftrightarrow A \sim \underbrace{\overset{op_1,\ldots op_k,\ldots,op_t}{\cdots\cdots}}_{t\text{-ops.elements.}} \sim B.$$

Assim,

$$(E_n^{(t)} \ldots (E_n^{(k)} \ldots (E_n^{(3)} \overbrace{(E_n^{(2)} \underbrace{(E_n^{(1)} A)}_{op1})}^{op2}))) = B$$

$$\underbrace{(E_n^{(t)} \ldots E_n^{(k)} \ldots E_n^{(3)} E_n^{(2)} E_n^{(1)})}_{P} A = B$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \sim \overset{op_1 \cdots op_5}{\cdots} \sim$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \sim \overset{op_1 \cdots op_5}{\cdots} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dfrac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B;$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \sim \overset{op_1 \cdots op_5}{\cdots} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dfrac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B;$$

pelo teorema temos,

$$\left(E_3^{(5)} E_3^{(4)} E_3^{(3)} E_3^{(2)} E_3^{(1)}\right) A = B;$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \sim \overset{op_1 \cdots op_5}{\cdots} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dfrac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B;$$

pelo teorema temos,

$$(E_3^{(5)} E_3^{(4)} E_3^{(3)} E_3^{(2)} E_3^{(1)})A = B;$$

com,

$op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \sim \overset{op_1 \cdots op_5}{\cdots} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dfrac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B;$$

pelo teorema temos,

$$(E_3^{(5)} E_3^{(4)} E_3^{(3)} E_3^{(2)} E_3^{(1)})A = B;$$

com,

$op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_1} E_3^{(1)}$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \sim \overset{op_1 \cdots op_5}{\cdots} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dfrac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B;$$

pelo teorema temos,

$$(E_3^{(5)} E_3^{(4)} E_3^{(3)} E_3^{(2)} E_3^{(1)})A = B;$$

com,

$op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_1} E_3^{(1)}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \sim \overset{op_1 \cdots op_5}{\cdots} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dfrac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B;$$

pelo teorema temos,

$$(E_3^{(5)} E_3^{(4)} E_3^{(3)} E_3^{(2)} E_3^{(1)})A = B;$$

com,

op_1 : $L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_1} E_3^{(1)}$

op_2 : $L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_2} E_3^{(2)}$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \sim \overset{op_1 \cdots op_5}{\cdots} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B;$$

pelo teorema temos,

$$(E_3^{(5)} E_3^{(4)} E_3^{(3)} E_3^{(2)} E_3^{(1)})A = B;$$

com,

$op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_1} E_3^{(1)}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_2} E_3^{(2)}$

$op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \sim \overset{op_1 \cdots op_5}{\cdots} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dfrac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B;$$

pelo teorema temos,

$$(E_3^{(5)} E_3^{(4)} E_3^{(3)} E_3^{(2)} E_3^{(1)})A = B;$$

com,

$$op_1 : L_1 \leftarrow (\tfrac{1}{2})L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_1} E_3^{(1)}$$
$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_2} E_3^{(2)}$$
$$op_3 : L_2 \leftarrow (\tfrac{1}{3-3i})L_2 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_3} E_3^{(3)}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \sim \overset{op_1 \cdots op_5}{\cdots} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dfrac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B;$$

pelo teorema temos,

$$(E_3^{(5)} E_3^{(4)} E_3^{(3)} E_3^{(2)} E_3^{(1)})A = B;$$

com,

$op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_1} E_3^{(1)}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_2} E_3^{(2)}$

$op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_3} E_3^{(3)}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \sim \overset{op_1 \cdots op_5}{\cdots} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dfrac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B;$$

pelo teorema temos,

$$(E_3^{(5)} E_3^{(4)} E_3^{(3)} E_3^{(2)} E_3^{(1)})A = B;$$

com,

$op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_1} E_3^{(1)}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_2} E_3^{(2)}$

$op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_3} E_3^{(3)}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_4} E_3^{(4)}$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \sim \overset{op_1 \cdots op_5}{\cdots} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dfrac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B;$$

pelo teorema temos,

$$(E_3^{(5)} E_3^{(4)} E_3^{(3)} E_3^{(2)} E_3^{(1)})A = B;$$

com,

$op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2})L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_1} E_3^{(1)}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_2} E_3^{(2)}$

$op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i})L_2 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_3} E_3^{(3)}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_4} E_3^{(4)}$

$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (6-6i)L_2$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Elementar - Teorema - Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \sim \overset{op_1 \cdots op_5}{\cdots} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dfrac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B;$$

pelo teorema temos,

$$(E_3^{(5)} E_3^{(4)} E_3^{(3)} E_3^{(2)} E_3^{(1)})A = B;$$

com,

$$op_1 : L_1 \leftarrow (\tfrac{1}{2})L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_1} E_3^{(1)}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_2} E_3^{(2)}$$

$$op_3 : L_2 \leftarrow (\tfrac{1}{3-3i})L_2 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_3} E_3^{(3)}$$

$$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_4} E_3^{(4)}$$

$$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (6-6i)L_2 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_5} E_3^{(5)}$$

Matrizes - Operações Elementares

Matriz Elementar - Teorema - Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \sim \overset{op_1 \cdots op_5}{\cdots} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dfrac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B;$$

pelo teorema temos,

$$\left(E_3^{(5)} E_3^{(4)} E_3^{(3)} E_3^{(2)} E_3^{(1)}\right) A = B;$$

com,

$op_1 : L_1 \leftarrow (\frac{1}{2}) L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_1} E_3^{(1)}$

$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_2} E_3^{(2)}$

$op_3 : L_2 \leftarrow (\frac{1}{3-3i}) L_2 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_3} E_3^{(3)}$

$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_4} E_3^{(4)}$

$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (6-6i) L_2 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_5} E_3^{(5)}$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \sim \overset{op_1 \cdots op_5}{\cdots} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dfrac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \dfrac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B;$$

pelo teorema temos,

$$(E_3^{(5)} E_3^{(4)} E_3^{(3)} E_3^{(2)} E_3^{(1)})A = B;$$

com,

$$op_1 : L_1 \leftarrow (\tfrac{1}{2})L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_1} E_3^{(1)}$$

$$op_2 : L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_2} E_3^{(2)}$$

$$op_3 : L_2 \leftarrow (\tfrac{1}{3-3i})L_2 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_3} E_3^{(3)}$$

$$op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_4} E_3^{(4)}$$

$$op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - (6-6i)L_2 \Rightarrow I_3 \xrightarrow{op_5} E_3^{(5)}$$

Seja $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$.

Seja $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou

Seja $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

Seja $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = |A| =$$

Seja $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} =$$

Seja $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}$$

Seja $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

Seja $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1+i \\ 5 & -\dfrac{1}{2} \end{bmatrix}$.

Seja $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1+i \\ 5 & -\dfrac{1}{2} \end{bmatrix}$.

$det(A) = |A| =$

Seja $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1+i \\ 5 & -\dfrac{1}{2} \end{bmatrix}$.

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} 2 & 1+i \\ 5 & -\dfrac{1}{2} \end{vmatrix} =$$

Seja $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1+i \\ 5 & -\dfrac{1}{2} \end{bmatrix}$.

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} 2 & 1+i \\ 5 & -\dfrac{1}{2} \end{vmatrix} = (2).(-\frac{1}{2})$$

Seja $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1+i \\ 5 & -\dfrac{1}{2} \end{bmatrix}$.

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} 2 & 1+i \\ 5 & -\dfrac{1}{2} \end{vmatrix} = (2).(-\frac{1}{2}) - (1+i).(5) =$$

Seja $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1+i \\ 5 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$.

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} 2 & 1+i \\ 5 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} = (2).(-\frac{1}{2}) - (1+i).(5) = -1 - 5 - 5i$$

Seja $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1+i \\ 5 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$.

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} 2 & 1+i \\ 5 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} = (2).(-\frac{1}{2}) - (1+i).(5) = -1 - 5 - 5i$$

$$\mathrm{det}(\mathrm{A})$$

Seja $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1+i \\ 5 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$.

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} 2 & 1+i \\ 5 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} = (2).(-\frac{1}{2}) - (1+i).(5) = -1 - 5 - 5i$$

$$\boxed{\text{det(A)} = \text{-6-5i}}.$$

Seja $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1+i \\ 5 & -\dfrac{1}{2} \end{bmatrix}$.

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} 2 & 1+i \\ 5 & -\dfrac{1}{2} \end{vmatrix} = (2).(-\frac{1}{2}) - (1+i).(5) = -1 - 5 - 5i$$

$$\boxed{\text{det(A) = -6-5i}}.$$

Seja $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{K})$.

Seja $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou

Seja $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

Seja $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

Matrizes - Determinantes

Definição

Seja $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = \begin{vmatrix} \cancel{a_{11}} & \cancel{a_{12}} & \cancel{a_{13}} \\ \cancel{a_{21}} & a_{22} & a_{23} \\ \cancel{a_{11}} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11} \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{11}} -$$

Seja $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = \begin{vmatrix} \cancel{a_{11}} & \cancel{a_{12}} & \cancel{a_{13}} \\ a_{21} & \cancel{a_{22}} & a_{23} \\ a_{31} & \cancel{a_{32}} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{11}} - a_{12}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{12}} +$$

Seja $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = \begin{vmatrix} \cancel{a_{11}} & \cancel{a_{12}} & \cancel{a_{13}} \\ a_{21} & a_{22} & \cancel{a_{23}} \\ a_{31} & a_{32} & \cancel{a_{33}} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{11}} - a_{12}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{12}} + a_{13}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}_{A_{13}} =$$

Seja $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{11}} - a_{12}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{12}} + a_{13}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}_{A_{13}} =$$

$$a_{11}.det(A_{11})$$

Seja $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{11}} - a_{12}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{12}} + a_{13}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}_{A_{13}} =$$

$$a_{11}.det(A_{11}) - a_{12}.det(A_{12})$$

Seja $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{11}} - a_{12}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{12}} + a_{13}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}_{A_{13}} =$$

$$a_{11}.det(A_{11}) - a_{12}.det(A_{12}) + a_{13}.det(A_{13}) =$$

Seja $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{11}} - a_{12}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{12}} + a_{13}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}_{A_{13}} =$$

$$a_{11}.det(A_{11}) - a_{12}.det(A_{12}) + a_{13}.det(A_{13}) = \sum_{j=1}^{3}$$

Seja $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{11}} - a_{12}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{12}} + a_{13}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}_{A_{13}} =$$

$$a_{11}.det(A_{11}) - a_{12}.det(A_{12}) + a_{13}.det(A_{13}) = \sum_{j=1}^{3} (-1)^{1+j}$$

Seja $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{11}} - a_{12}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{12}} + a_{13}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}_{A_{13}} =$$

$$a_{11}.det(A_{11}) - a_{12}.det(A_{12}) + a_{13}.det(A_{13}) = \sum_{j=1}^{3} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}).$$

Seja $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{K})$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{11}} - a_{12}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{12}} + a_{13}.\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}_{A_{13}} =$$

$$a_{11}.det(A_{11}) - a_{12}.det(A_{12}) + a_{13}.det(A_{13}) = \sum_{j=1}^{3} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}).$$

Matrizes - Determinantes

Definição

$$det(A_3) = \sum_{j=1}^{3}$$

$$det(A_3) = \sum_{j=1}^{3} (-1)^{1+j}$$

$$det(A_3) = \sum_{j=1}^{3} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}).$$

$$det(A_3) = \sum_{j=1}^{3} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}).$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$.

$$det(A_3) = \sum_{j=1}^{3} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}).$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$.

$det(A) =$

$$det(A_3) = \sum_{j=1}^{3} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}).$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} \cancel{5} & \cancel{-3} & \cancel{0} \\ \cancel{1} & -\dfrac{1}{2} & 2 \\ \cancel{-1} & -3 & 4 \end{bmatrix}.$

$$det(A) = 5.\underbrace{\begin{vmatrix} -\dfrac{1}{2} & 2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{11}} -$$

$$det(A_3) = \sum_{j=1}^{3} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}).$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} \cancel{5} & \cancel{-3} & \cancel{0} \\ 1 & \cancel{-\frac{1}{2}} & 2 \\ -1 & \cancel{-3} & 4 \end{bmatrix}$.

$$det(A) = 5.\underbrace{\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{11}} - (-3).\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{12}} +$$

$$det(A_3) = \sum_{j=1}^{3} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}).$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} \cancel{5} & \cancel{-3} & \cancel{0} \\ 1 & -\frac{1}{2} & \cancel{4} \\ -1 & -3 & \cancel{4} \end{bmatrix}$.

$$det(A) = 5.\underbrace{\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{11}} - (-3).\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{12}} + 0.\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -3 \end{vmatrix}}_{A_{13}} =$$

$$det(A_3) = \sum_{j=1}^{3} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}).$$

Exemplo: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{bmatrix}.$

$det(A) = 5.\underbrace{\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{11}} - (-3).\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{12}} + 0.\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -3 \end{vmatrix}}_{A_{13}} =$

$5[(-\frac{1}{2}.4) - (-3.2)]$

$$det(A_3) = \sum_{j=1}^{3} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}).$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$.

$$det(A) = 5.\underbrace{\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{11}} -(-3).\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{12}} +0.\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -3 \end{vmatrix}}_{A_{13}} =$$

$$5[(-\frac{1}{2}.4) - (-3.2)] + 3[(1.4) - (-1.2)]$$

$$det(A_3) = \sum_{j=1}^{3} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}).$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$.

$$det(A) = 5.\underbrace{\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{11}} - (-3).\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{12}} + 0.\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -3 \end{vmatrix}}_{A_{13}} =$$

$$5[(-\frac{1}{2}.4) - (-3.2)] + 3[(1.4) - (-1.2)] + 0 =$$

$$det(A_3) = \sum_{j=1}^{3} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}).$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$.

$$det(A) = 5.\underbrace{\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{11}} - (-3).\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{12}} + 0.\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -3 \end{vmatrix}}_{A_{13}} =$$

$$5[(-\frac{1}{2}.4) - (-3.2)] + 3[(1.4) - (-1.2)] + 0 = 5(-2+6) + 3(4+2) \Rightarrow$$

$$det(A_3) = \sum_{j=1}^{3} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}).$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$.

$$det(A) = 5.\underbrace{\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{11}} - (-3).\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{12}} + 0.\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -3 \end{vmatrix}}_{A_{13}} =$$

$$5[(-\frac{1}{2}.4) - (-3.2)] + 3[(1.4) - (-1.2)] + 0 = 5(-2+6) + 3(4+2) \Rightarrow \text{det(A)}$$

$$det(A_3) = \sum_{j=1}^{3} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}).$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$.

$$det(A) = 5.\underbrace{\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{11}} - (-3).\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{12}} + 0.\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -3 \end{vmatrix}}_{A_{13}} =$$

$$5[(-\frac{1}{2}.4) - (-3.2)] + 3[(1.4) - (-1.2)] + 0 = 5(-2+6) + 3(4+2) \Rightarrow \boxed{\det(A) = 38}.$$

$$det(A_3) = \sum_{j=1}^{3} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}).$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$.

$$det(A) = 5.\underbrace{\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{11}} -(-3).\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}}_{A_{12}} +0.\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -3 \end{vmatrix}}_{A_{13}} =$$

$$5[(-\frac{1}{2}.4) - (-3.2)] + 3[(1.4) - (-1.2)] + 0 = 5(-2+6) + 3(4+2) \Rightarrow \boxed{\det(A) = 38}.$$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$. Denotamos por $det(A)$ ou

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = a_{11}.det(A_{11})$$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = a_{11}.det(A_{11}) - a_{12}.det(A_{12})$$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = a_{11}.det(A_{11}) - a_{12}.det(A_{12}) + \ldots + (-1)^{1+n} a_{1n}.det(A_{1n})$$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = a_{11}.det(A_{11}) - a_{12}.det(A_{12}) + \ldots + (-1)^{1+n}a_{1n}.det(A_{1n})$$

$$det(A) = \sum_{j=1}^{n}$$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = a_{11}.det(A_{11}) - a_{12}.det(A_{12}) + \ldots + (-1)^{1+n}a_{1n}.det(A_{1n})$$

$$det(A) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{1+j}$$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = a_{11}.det(A_{11}) - a_{12}.det(A_{12}) + \ldots + (-1)^{1+n} a_{1n}.det(A_{1n})$$

$$det(A) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}) = \sum_{j=1}^{n}$$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = a_{11}.det(A_{11}) - a_{12}.det(A_{12}) + \ldots + (-1)^{1+n} a_{1n}.det(A_{1n})$$

$$det(A) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}) = \sum_{j=1}^{n} a_{1j}.(C_{1j})$$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = a_{11}.det(A_{11}) - a_{12}.det(A_{12}) + \ldots + (-1)^{1+n}a_{1n}.det(A_{1n})$$

$$det(A) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}) = \sum_{j=1}^{n} a_{1j}.(C_{1j})$$

onde, $C_{1j} = (-1)^{1+j} det(A_{1j})$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = a_{11}.det(A_{11}) - a_{12}.det(A_{12}) + \ldots + (-1)^{1+n}a_{1n}.det(A_{1n})$$

$$det(A) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}) = \sum_{j=1}^{n} a_{1j}.(C_{1j})$$

onde, $C_{1j} = (-1)^{1+j} det(A_{1j})$ é denomidado COFATOR$(1, j)$ de A_n.

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = a_{11}.det(A_{11}) - a_{12}.det(A_{12}) + \ldots + (-1)^{1+n}a_{1n}.det(A_{1n})$$

$$det(A) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}) = \sum_{j=1}^{n} a_{1j}.(C_{1j})$$

onde, $C_{1j} = (-1)^{1+j} det(A_{1j})$ é denomidado COFATOR$(1, j)$ de A_n.

OBSERVAÇÃO: O cálculo do determinante de A

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$. Denotamos por $det(A)$ ou $|A|$, e denominamos DETERMINANTE DA MATRIZ A o escalar obtido do seguinte modo;

$$det(A) = a_{11}.det(A_{11}) - a_{12}.det(A_{12}) + \ldots + (-1)^{1+n} a_{1n}.det(A_{1n})$$

$$det(A) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{1+j} a_{1j}.det(A_{1j}) = \sum_{j=1}^{n} a_{1j}.(C_{1j})$$

onde, $C_{1j} = (-1)^{1+j} det(A_{1j})$ é denomidado COFATOR$(1, j)$ de A_n.
OBSERVAÇÃO: O cálculo do determinante de A pela **expansão de cofatores** pode ser feita em relação à qualquer linha (ou coluna) pois o det(A) não altera.

O determinante de uma matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$,

O determinante de uma matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$, pode ser calculado pela expansão de cofatores pela i-ésima linha;

O determinante de uma matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$, pode ser calculado pela expansão de cofatores pela i-ésima linha;

$$det(A) = a_{i1}.C_{i1}$$

O determinante de uma matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$, pode ser calculado pela expansão de cofatores pela i-ésima linha;

$$det(A) = a_{i1}.C_{i1} + a_{i2}.C_{i2}$$

O determinante de uma matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$, pode ser calculado pela expansão de cofatores pela i-ésima linha;

$$det(A) = a_{i1}.C_{i1} + a_{i2}.C_{i2} + \ldots + a_{in}.C_{in} =$$

O determinante de uma matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$, pode ser calculado pela expansão de cofatores pela i-ésima linha;

$$det(A) = a_{i1}.C_{i1} + a_{i2}.C_{i2} + \ldots + a_{in}.C_{in} = \sum_{j=1}^{n}$$

O determinante de uma matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$, pode ser calculado pela expansão de cofatores pela i-ésima linha;

$$det(A) = a_{i1}.C_{i1} + a_{i2}.C_{i2} + \ldots + a_{in}.C_{in} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}.(C_{ij})$$

O determinante de uma matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$, pode ser calculado pela expansão de cofatores pela *i*-ésima linha;

$$det(A) = a_{i1}.C_{i1} + a_{i2}.C_{i2} + \ldots + a_{in}.C_{in} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}.(C_{ij})$$

e também pode ser calculado pela expansão de cofatores pela *j*-ésima coluna;

O determinante de uma matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$, pode ser calculado pela expansão de cofatores pela i-ésima linha;

$$det(A) = a_{i1}.C_{i1} + a_{i2}.C_{i2} + \ldots + a_{in}.C_{in} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}.(C_{ij})$$

e também pode ser calculado pela expansão de cofatores pela j-ésima coluna;

$$det(A) = a_{1j}.C_{1j}$$

O determinante de uma matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$, pode ser calculado pela expansão de cofatores pela *i*-ésima linha;

$$det(A) = a_{i1}.C_{i1} + a_{i2}.C_{i2} + \ldots + a_{in}.C_{in} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}.(C_{ij})$$

e também pode ser calculado pela expansão de cofatores pela *j*-ésima coluna;

$$det(A) = a_{1j}.C_{1j} + a_{2j}.C_{2j}$$

O determinante de uma matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$, pode ser calculado pela expansão de cofatores pela *i*-ésima linha;

$$det(A) = a_{i1}.C_{i1} + a_{i2}.C_{i2} + \ldots + a_{in}.C_{in} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}.(C_{ij})$$

e também pode ser calculado pela expansão de cofatores pela *j*-ésima coluna;

$$det(A) = a_{1j}.C_{1j} + a_{2j}.C_{2j} + \ldots + a_{nj}.C_{nj} =$$

O determinante de uma matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$, pode ser calculado pela expansão de cofatores pela *i*-ésima linha;

$$det(A) = a_{i1}.C_{i1} + a_{i2}.C_{i2} + \ldots + a_{in}.C_{in} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}.(C_{ij})$$

e também pode ser calculado pela expansão de cofatores pela *j*-ésima coluna;

$$det(A) = a_{1j}.C_{1j} + a_{2j}.C_{2j} + \ldots + a_{nj}.C_{nj} = \sum_{i=1}^{n}$$

O determinante de uma matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$, pode ser calculado pela expansão de cofatores pela i-ésima linha;

$$det(A) = a_{i1}.C_{i1} + a_{i2}.C_{i2} + \ldots + a_{in}.C_{in} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}.(C_{ij})$$

e também pode ser calculado pela expansão de cofatores pela j-ésima coluna;

$$det(A) = a_{1j}.C_{1j} + a_{2j}.C_{2j} + \ldots + a_{nj}.C_{nj} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}.(C_{ij})$$

O determinante de uma matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$, pode ser calculado pela expansão de cofatores pela i-ésima linha;

$$det(A) = a_{i1}.C_{i1} + a_{i2}.C_{i2} + \ldots + a_{in}.C_{in} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}.(C_{ij})$$

e também pode ser calculado pela expansão de cofatores pela j-ésima coluna;

$$det(A) = a_{1j}.C_{1j} + a_{2j}.C_{2j} + \ldots + a_{nj}.C_{nj} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}.(C_{ij})$$

onde, $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$

O determinante de uma matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$, pode ser calculado pela expansão de cofatores pela i-ésima linha;

$$det(A) = a_{i1}.C_{i1} + a_{i2}.C_{i2} + \ldots + a_{in}.C_{in} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}.(C_{ij})$$

e também pode ser calculado pela expansão de cofatores pela j-ésima coluna;

$$det(A) = a_{1j}.C_{1j} + a_{2j}.C_{2j} + \ldots + a_{nj}.C_{nj} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}.(C_{ij})$$

onde, $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ é denomidado COFATOR(i, j) ou

O determinante de uma matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$, pode ser calculado pela expansão de cofatores pela i-ésima linha;

$$det(A) = a_{i1}.C_{i1} + a_{i2}.C_{i2} + \ldots + a_{in}.C_{in} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}.(C_{ij})$$

e também pode ser calculado pela expansão de cofatores pela j-ésima coluna;

$$det(A) = a_{1j}.C_{1j} + a_{2j}.C_{2j} + \ldots + a_{nj}.C_{nj} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}.(C_{ij})$$

onde, $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ é denomidado COFATOR(i, j) ou COMPLEMENTO ALGÉBRICO do elemento a_{ij} de A_n.

O determinante de uma matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$, pode ser calculado pela expansão de cofatores pela i-ésima linha;

$$det(A) = a_{i1}.C_{i1} + a_{i2}.C_{i2} + \ldots + a_{in}.C_{in} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}.(C_{ij})$$

e também pode ser calculado pela expansão de cofatores pela j-ésima coluna;

$$det(A) = a_{1j}.C_{1j} + a_{2j}.C_{2j} + \ldots + a_{nj}.C_{nj} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}.(C_{ij})$$

onde, $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ é denomidado COFATOR(i, j) ou COMPLEMENTO ALGÉBRICO do elemento a_{ij} de A_n.

OBSERVAÇÃO: O sinal é dado pelo termo $(-1)^{i+j}$ alternando os sinais em $+$ ou $-$;

OBSERVAÇÃO: O sinal é dado pelo termo $(-1)^{i+j}$ alternando os sinais em $+$ ou $-$;

$$\underbrace{\begin{vmatrix} + & - & + & - & \cdots \\ - & + & - & + & \cdots \\ + & - & + & - & \cdots \\ - & + & - & + & \cdots \\ + & - & + & - & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \ddots \end{vmatrix}}_{\text{“tabuleiro de xadrez”}}$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$det(A_4) =$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} \cancel{2} & \cancel{-2} & \cancel{0} & \cancel{0} \\ \cancel{0} & 3 & 2 & -1 \\ \cancel{-1} & 0 & 1 & 0 \\ \cancel{3} & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2). \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} +$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} \cancel{2} & \cancel{-2} & \cancel{0} & \cancel{0} \\ 0 & \cancel{3} & 2 & -1 \\ -1 & \cancel{0} & 1 & 0 \\ 3 & \cancel{0} & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$(2).(-1)^{1+1}(3).$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} \cancel{3} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ \cancel{0} & 1 & 0 \\ \cancel{0} & 4 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$(2).(-1)^{1+1}(3).\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} +$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2). \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2). \begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$(2).(-1)^{1+1}(3). \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(-1).$$

Exemplo: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} \cancel{0} & 2 & -1 \\ \cancel{-1} & \cancel{1} & \cancel{0} \\ \cancel{3} & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$(2).(-1)^{1+1}(3).\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(-1).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} +$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$(2).(-1)^{1+1}(3).\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(-1).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(3).$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} \cancel{0} & 2 & -1 \\ \cancel{-1} & 1 & 0 \\ \cancel{3} & \cancel{4} & \cancel{2} \end{vmatrix} =$$

$$(2).(-1)^{1+1}(3).\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(-1).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$(2).(-1)^{1+1}(3).\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(-1).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 2.(3.2)$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$(2).(-1)^{1+1}(3).\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(-1).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(3).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 2.(3.2) + 2.(8)$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$(2).(-1)^{1+1}(3).\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(-1).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 2.(3.2) + 2.(8) + 2.(3)$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$(2).(-1)^{1+1}(3).\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(-1).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 2.(3.2) + 2.(8) + 2.(3) \Rightarrow$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$(2).(-1)^{1+1}(3).\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(-1).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 2.(3.2) + 2.(8) + 2.(3) \Rightarrow \text{det}(A)$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$(2).(-1)^{1+1}(3).\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(-1).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 2.(3.2) + 2.(8) + 2.(3) \Rightarrow \boxed{\det(A) = 34}.$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$(2).(-1)^{1+1}(3).\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(-1).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 2.(3.2) + 2.(8) + 2.(3) \Rightarrow \boxed{\text{det}(\text{A}) = 34}.$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$det(A_4) =$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} \cancel{2} & \cancel{-2} & \cancel{0} & \cancel{0} \\ \cancel{0} & 3 & 2 & -1 \\ \cancel{0} & 0 & 1 & 0 \\ \cancel{0} & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} +$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} \cancel{2} & \cancel{-2} & \cancel{0} & \cancel{0} \\ 0 & \cancel{3} & 2 & -1 \\ 0 & \cancel{0} & 1 & 0 \\ 0 & \cancel{0} & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i=1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} =$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (2).(-1)^{1+1}(3).$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} \cancel{3} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ \cancel{0} & 1 & 0 \\ \cancel{0} & 0 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (2).(-1)^{1+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} +$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (2).(-1)^{1+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(0).$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} \cancel{0} & 2 & -1 \\ \cancel{0} & \cancel{1} & \cancel{0} \\ \cancel{0} & 0 & 2 \end{vmatrix} = (2).(-1)^{1+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} +$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (2).(-1)^{1+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(0).$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i=1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} \cancel{0} & 2 & -1 \\ \cancel{0} & 1 & 0 \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{2} \end{vmatrix} = (2).(-1)^{1+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (2).(-1)^{1+1}(3).$$
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$$
$$2.(3.2)$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (2).(-1)^{1+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$2.(3.2) + 2.(0)$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (2).(-1)^{1+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$2.(3.2) + 2.(0) + 2.(0)$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (2).(-1)^{1+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$2.(3.2) + 2.(0) + 2.(0) = 2.3.2 \Rightarrow$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (2).(-1)^{1+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$2.(3.2) + 2.(0) + 2.(0) = 2.3.2 \Rightarrow \text{det}(\text{A})$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (2).(-1)^{1+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$2.(3.2) + 2.(0) + 2.(0) = 2.3.2 \Rightarrow \boxed{\det(A) = 12}.$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Cálculo do $det(A_4)$ pela expansão de cofatores com linha $\boxed{i = 1}$:

$$det(A_4) = (-1)^{1+1}(2).\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2).\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (2).(-1)^{1+1}(3).$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{2+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (2).(-1)^{3+1}(0).\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$2.(3.2) + 2.(0) + 2.(0) = 2.3.2 \Rightarrow \boxed{\det(A) = 12}.$$

Teorema: Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma MATRIZ TRIANGULAR.

Teorema: Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma MATRIZ TRIANGULAR.
Então,

$$det(A) = a_{11}.a_{22}. \ \ldots \ .a_{nn}.$$

Teorema: Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma MATRIZ TRIANGULAR.
Então,

$$det(A) = a_{11}.a_{22}.\ \ldots\ .a_{nn}.$$

Ou seja, o determinante de uma MATRIZ TRIANGULAR é **o produto dos elementos da sua diagonal principal**;

Teorema: Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma MATRIZ TRIANGULAR.
Então,

$$det(A) = a_{11}.a_{22}.\ \ldots\ .a_{nn}.$$

Ou seja, o determinante de uma MATRIZ TRIANGULAR é **o produto dos elementos da sua diagonal principal**;

$$det(A) = \prod_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Teorema: Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma MATRIZ TRIANGULAR.
Então,

$$det(A) = a_{11}.a_{22}. \ \ldots \ .a_{nn}.$$

Ou seja, o determinante de uma MATRIZ TRIANGULAR é **o produto dos elementos da sua diagonal principal**;

$$det(A) = \prod_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

OBSERVAÇÃO: Note que o resultado deste teorema é válido também para uma matriz DIAGONAL.

Teorema: Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma MATRIZ TRIANGULAR.
Então,

$$det(A) = a_{11}.a_{22}. \ \ldots \ .a_{nn}.$$

Ou seja, o determinante de uma MATRIZ TRIANGULAR é **o produto dos elementos da sua diagonal principal**;

$$det(A) = \prod_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

OBSERVAÇÃO: Note que o resultado deste teorema é válido também para uma matriz DIAGONAL. EXEMPLO:

$$det(I_4) = \prod_{i=1}^{4} a_{ii} = 1.1.1.1 = 1.$$

Teorema: Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma MATRIZ TRIANGULAR.
Então,

$$det(A) = a_{11}.a_{22}.\ \ldots\ .a_{nn}.$$

Ou seja, o determinante de uma MATRIZ TRIANGULAR é **o produto dos elementos da sua diagonal principal**;

$$det(A) = \prod_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

OBSERVAÇÃO: Note que o resultado deste teorema é válido também para uma matriz DIAGONAL. EXEMPLO:

$$det(I_4) = \prod_{i=1}^{4} a_{ii} = 1.1.1.1 = 1.$$

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

PROPRIEDADES:

1. Se A tem, pelo menos, uma linha (ou coluna) nula então $det(A) = 0$

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

PROPRIEDADES:

1. Se A tem, pelo menos, uma linha (ou coluna) nula então $det(A) = 0$
2. Se A tem, pelo menos, duas linhas (ou colunas) iguais então $det(A) = 0$

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

PROPRIEDADES:

1. Se A tem, pelo menos, uma linha (ou coluna) nula então $det(A) = 0$
2. Se A tem, pelo menos, duas linhas (ou colunas) iguais então $det(A) = 0$
3. Se A tem, pelo menos, uma linha (ou coluna) sendo combinação de outras linhas (ou colunas) então $det(A) = 0$

Matrizes - Determinantes

Propriedades

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

PROPRIEDADES:

1. Se A tem, pelo menos, uma linha (ou coluna) nula então $det(A) = 0$
2. Se A tem, pelo menos, duas linhas (ou colunas) iguais então $det(A) = 0$
3. Se A tem, pelo menos, uma linha (ou coluna) sendo combinação de outras linhas (ou colunas) então $det(A) = 0$
4. O determinante do produto entre matrizes de mesma ordem é igual ao produto dos seus determinantes:

Matrizes - Determinantes

Propriedades

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

PROPRIEDADES:

1. Se A tem, pelo menos, uma linha (ou coluna) nula então $det(A) = 0$
2. Se A tem, pelo menos, duas linhas (ou colunas) iguais então $det(A) = 0$
3. Se A tem, pelo menos, uma linha (ou coluna) sendo combinação de outras linhas (ou colunas) então $det(A) = 0$
4. O determinante do produto entre matrizes de mesma ordem é igual ao produto dos seus determinantes:
   $det(A.B) = det(B.A) = det(A).det(B)$.

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

PROPRIEDADES:

1. Se A tem, pelo menos, uma linha (ou coluna) nula então $det(A) = 0$
2. Se A tem, pelo menos, duas linhas (ou colunas) iguais então $det(A) = 0$
3. Se A tem, pelo menos, uma linha (ou coluna) sendo combinação de outras linhas (ou colunas) então $det(A) = 0$
4. O determinante do produto entre matrizes de mesma ordem é igual ao produto dos seus determinantes:
   $det(A.B) = det(B.A) = det(A).det(B)$.
5. O determinante da transposta da matriz A é igual ao seu determinante:
   $det(A^t) = det(A)$.

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

PROPRIEDADES:

1. Se A tem, pelo menos, uma linha (ou coluna) nula então $det(A) = 0$
2. Se A tem, pelo menos, duas linhas (ou colunas) iguais então $det(A) = 0$
3. Se A tem, pelo menos, uma linha (ou coluna) sendo combinação de outras linhas (ou colunas) então $det(A) = 0$
4. O determinante do produto entre matrizes de mesma ordem é igual ao produto dos seus determinantes:
   $det(A.B) = det(B.A) = det(A).det(B)$.
5. O determinante da transposta da matriz A é igual ao seu determinante:
   $det(A^t) = det(A)$.
6. Se A, B, C são idênticas, a menos pelo fato de que a i-ésima linha (ou j-ésima coluna) de C é a soma das i-ésimas linhas (ou j-ésimas colunas) das matrizes A e B, então $det(C) = det(A) + det(B)$.

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

PROPRIEDADES:

1. Se A tem, pelo menos, uma linha (ou coluna) nula então $det(A) = 0$
2. Se A tem, pelo menos, duas linhas (ou colunas) iguais então $det(A) = 0$
3. Se A tem, pelo menos, uma linha (ou coluna) sendo combinação de outras linhas (ou colunas) então $det(A) = 0$
4. O determinante do produto entre matrizes de mesma ordem é igual ao produto dos seus determinantes:
   $det(A.B) = det(B.A) = det(A).det(B)$.
5. O determinante da transposta da matriz A é igual ao seu determinante:
   $det(A^t) = det(A)$.
6. Se A, B, C são idênticas, a menos pelo fato de que a i-ésima linha (ou j-ésima coluna) de C é a soma das i-ésimas linhas (ou j-ésimas colunas) das matrizes A e B, então $det(C) = det(A) + det(B)$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$;

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$; $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ e

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$; $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $C_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

Exemplo:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$; $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $C_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

$$det(A) =$$

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$; $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $C_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

$$det(A) = 10;$$

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$; $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $C_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

$$det(A) = 10; det(B) =$$

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$; $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $C_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

$$det(A) = 10; det(B) = 0;$$

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$; $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $C_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

$$det(A) = 10; det(B) = 0; det(C) =$$

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$; $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $C_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

$$det(A) = 10;\ det(B) = 0;\ det(C) = 10.$$

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$; $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $C_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

$$det(A) = 10;\ det(B) = 0;\ det(C) = 10.$$

$$det(C) = det(A) + det(B)$$

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$; $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $C_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

$$det(A) = 10; det(B) = 0; det(C) = 10.$$

$$det(C) = det(A) + det(B) = 10 + 0 = 10.$$

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$; $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $C_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

$$det(A) = 10;\ det(B) = 0;\ det(C) = 10.$$

$$det(C) = det(A) + det(B) = 10 + 0 = 10.$$

Sejam $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma matriz Elementar.

Sejam $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma matriz Elementar.

PROPRIEDADES:

1. Se E é obtida pela permuta de duas linhas da matriz I_n então

Sejam $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma matriz Elementar.

PROPRIEDADES:

1. Se E é obtida pela permuta de duas linhas da matriz I_n então $det(E) = (-1)det(I_n)$

Sejam $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma matriz Elementar.

PROPRIEDADES:

1. Se E é obtida pela permuta de duas linhas da matriz I_n então $det(E) = (-1)det(I_n) = -1$

Sejam $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma matriz Elementar.

PROPRIEDADES:

1. Se E é obtida pela permuta de duas linhas da matriz I_n então $det(E) = (-1)det(I_n) = -1$
2. Se E é obtida pela multiplicação da i-ésima linha da matriz I_n pelo escalar $\alpha \neq 0$ então

Sejam $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma matriz Elementar.

PROPRIEDADES:

1. Se E é obtida pela permuta de duas linhas da matriz I_n então $det(E) = (-1)det(I_n) = -1$
2. Se E é obtida pela multiplicação da i-ésima linha da matriz I_n pelo escalar $\alpha \neq 0$ então $det(E) = \alpha det(I_n)$

Sejam $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma matriz Elementar.

PROPRIEDADES:

1. Se E é obtida pela permuta de duas linhas da matriz I_n então $det(E) = (-1)det(I_n) = -1$
2. Se E é obtida pela multiplicação da i-ésima linha da matriz I_n pelo escalar $\alpha \neq 0$ então $det(E) = \alpha det(I_n) = \alpha$

Sejam $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma matriz Elementar.

PROPRIEDADES:

1. Se E é obtida pela permuta de duas linhas da matriz I_n então $det(E) = (-1)det(I_n) = -1$
2. Se E é obtida pela multiplicação da i-ésima linha da matriz I_n pelo escalar $\alpha \neq 0$ então $det(E) = \alpha det(I_n) = \alpha$
3. Se E é obtida pela substituição da i-ésima linha da matriz I_n pela i-ésima linha mais α vezes a k-ésima linha então

Sejam $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma matriz Elementar.

PROPRIEDADES:

1. Se E é obtida pela permuta de duas linhas da matriz I_n então $det(E) = (-1)det(I_n) = -1$
2. Se E é obtida pela multiplicação da i-ésima linha da matriz I_n pelo escalar $\alpha \neq 0$ então $det(E) = \alpha det(I_n) = \alpha$
3. Se E é obtida pela substituição da i-ésima linha da matriz I_n pela i-ésima linha mais α vezes a k-ésima linha então $det(E) = det(I_n)$

Sejam $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma matriz Elementar.

PROPRIEDADES:

1. Se E é obtida pela permuta de duas linhas da matriz I_n então $det(E) = (-1)det(I_n) = -1$
2. Se E é obtida pela multiplicação da i-ésima linha da matriz I_n pelo escalar $\alpha \neq 0$ então $det(E) = \alpha det(I_n) = \alpha$
3. Se E é obtida pela substituição da i-ésima linha da matriz I_n pela i-ésima linha mais α vezes a k-ésima linha então $det(E) = det(I_n) = 1$

Sejam $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma matriz Elementar.

PROPRIEDADES:

1. Se E é obtida pela permuta de duas linhas da matriz I_n então $det(E) = (-1)det(I_n) = -1$
2. Se E é obtida pela multiplicação da i-ésima linha da matriz I_n pelo escalar $\alpha \neq 0$ então $det(E) = \alpha det(I_n) = \alpha$
3. Se E é obtida pela substituição da i-ésima linha da matriz I_n pela i-ésima linha mais α vezes a k-ésima linha então $det(E) = det(I_n) = 1$

OBSERVAÇÃO: Note que podemos utilizar as propriedades dos determinantes aplicados sobre as matrizes elementares para generalizar o cálculo dos determinantes de qualquer matriz A_n ao efetuarmos operações elementares sobre as suas linhas.

Sejam $E \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$ uma matriz Elementar.

PROPRIEDADES:

1. Se E é obtida pela permuta de duas linhas da matriz I_n então $det(E) = (-1)det(I_n) = -1$
2. Se E é obtida pela multiplicação da i-ésima linha da matriz I_n pelo escalar $\alpha \neq 0$ então $det(E) = \alpha det(I_n) = \alpha$
3. Se E é obtida pela substituição da i-ésima linha da matriz I_n pela i-ésima linha mais α vezes a k-ésima linha então $det(E) = det(I_n) = 1$

OBSERVAÇÃO: Note que podemos utilizar as propriedades dos determinantes aplicados sobre as matrizes elementares para generalizar o cálculo dos determinantes de qualquer matriz A_n ao efetuarmos operações elementares sobre as suas linhas.

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

PROPRIEDADES:

1. Se B é obtida pela permuta de duas linhas da matriz A então

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

PROPRIEDADES:

1. Se B é obtida pela permuta de duas linhas da matriz A então

$$det(B) = (-1)det(A).$$

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

PROPRIEDADES:

1. Se B é obtida pela permuta de duas linhas da matriz A então

$$det(B) = (-1)det(A).$$

2. Se B é obtida pela multiplicação da i-ésima linha da matriz A pelo escalar $\alpha \neq 0$ então

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

PROPRIEDADES:

1. Se B é obtida pela permuta de duas linhas da matriz A então

$$det(B) = (-1)det(A).$$

2. Se B é obtida pela multiplicação da i-ésima linha da matriz A pelo escalar $\alpha \neq 0$ então

$$det(B) = (\alpha)det(A).$$

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

PROPRIEDADES:

1. Se B é obtida pela permuta de duas linhas da matriz A então
$$det(B) = (-1)det(A).$$
2. Se B é obtida pela multiplicação da i-ésima linha da matriz A pelo escalar $\alpha \neq 0$ então
$$det(B) = (\alpha)det(A).$$

OBSERVAÇÃO: Note que podemos generalizar o cálculo do determinante da matriz $B = \alpha A$

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

Propriedades:

1. Se B é obtida pela permuta de duas linhas da matriz A então

$$det(B) = (-1)det(A).$$

2. Se B é obtida pela multiplicação da i-ésima linha da matriz A pelo escalar $\alpha \neq 0$ então

$$det(B) = (\alpha)det(A).$$

observação: Note que podemos generalizar o cálculo do determinante da matriz $B = \alpha A \Rightarrow det(B) = (\alpha^n)det(A)$.

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

PROPRIEDADES:

1. Se B é obtida pela permuta de duas linhas da matriz A então
$$det(B) = (-1)det(A).$$
2. Se B é obtida pela multiplicação da i-ésima linha da matriz A pelo escalar $\alpha \neq 0$ então
$$det(B) = (\alpha)det(A).$$
OBSERVAÇÃO: Note que podemos generalizar o cálculo do determinante da matriz $B = \alpha A \Rightarrow det(B) = (\alpha^n)det(A)$.
3. Se B é obtida pela substituição da i-ésima linha da matriz A pela i-ésima linha mais α vezes a k-ésima linha então

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

PROPRIEDADES:

1. Se B é obtida pela permuta de duas linhas da matriz A então

$$det(B) = (-1)det(A).$$

2. Se B é obtida pela multiplicação da i-ésima linha da matriz A pelo escalar $\alpha \neq 0$ então

$$det(B) = (\alpha)det(A).$$

   OBSERVAÇÃO: Note que podemos generalizar o cálculo do determinante da matriz $B = \alpha A \Rightarrow det(B) = (\alpha^n)det(A)$.

3. Se B é obtida pela substituição da i-ésima linha da matriz A pela i-ésima linha mais α vezes a k-ésima linha então

$$det(B) = det(A).$$

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; $n \geq 2$.

PROPRIEDADES:

1. Se B é obtida pela permuta de duas linhas da matriz A então

$$det(B) = (-1)det(A).$$

2. Se B é obtida pela multiplicação da i-ésima linha da matriz A pelo escalar $\alpha \neq 0$ então

$$det(B) = (\alpha)det(A).$$

OBSERVAÇÃO: Note que podemos generalizar o cálculo do determinante da matriz $B = \alpha A \Rightarrow det(B) = (\alpha^n)det(A)$.

3. Se B é obtida pela substituição da i-ésima linha da matriz A pela i-ésima linha mais α vezes a k-ésima linha então

$$det(B) = det(A).$$

EXEMPLO:

$$det(A_4) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix}$$

EXEMPLO:

$$det(A_4) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftrightarrow L_2$$

Exemplo:

$$det(A_4) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftrightarrow L_2 \; (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix}$$

EXEMPLO:

$$det(A_4) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftrightarrow L_2 \; (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftarrow (\frac{1}{3})L_1$$

EXEMPLO:

$$det(A_4) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftrightarrow L_2 \; (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftarrow (\frac{1}{3})L_1$$

$$(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix}$$

EXEMPLO:

$$det(A_4) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftrightarrow L_2 \; (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftarrow (\frac{1}{3})L_1$$

$$(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \quad L_3 \longleftarrow L_3 - (2)L_1$$

Exemplo:

$$det(A_4) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftrightarrow L_2 \; (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftarrow (\frac{1}{3})L_1$$

$$(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} L_3 \longleftarrow L_3 - (2)L_1 \\ L_4 \longleftarrow L_4 - (5)L_1 \end{array}$$

EXEMPLO:

$$det(A_4) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftrightarrow L_2 \; (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftarrow (\frac{1}{3})L_1$$

$$(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \longleftarrow L_3 - (2)L_1 \\ L_4 \longleftarrow L_4 - (5)L_1 \end{matrix}$$

EXEMPLO:

$$det(A_4) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftrightarrow L_2 \; (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftarrow (\frac{1}{3}) L_1$$

$$(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \longleftarrow L_3 - (2)L_1 \\ L_4 \longleftarrow L_4 - (5)L_1 \end{matrix} \quad (-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \end{vmatrix}$$

EXEMPLO:

$$det(A_4) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftrightarrow L_2 \; (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftarrow (\frac{1}{3})L_1$$

$$(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; \begin{matrix} L_3 \longleftarrow L_3 - (2)L_1 \\ L_4 \longleftarrow L_4 - (5)L_1 \end{matrix} \; (-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \end{vmatrix} \; L_2 \longleftrightarrow L_4$$

EXEMPLO:

$$det(A_4) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftrightarrow L_2 \; (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftarrow (\frac{1}{3})L_1$$

$$(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; \begin{matrix} L_3 \longleftarrow L_3 - (2)L_1 \\ L_4 \longleftarrow L_4 - (5)L_1 \end{matrix} \; (-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \end{vmatrix} \; L_2 \longleftrightarrow L_4$$

$$(-1)(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \end{vmatrix}$$

EXEMPLO:

$$det(A_4) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftrightarrow L_2 \; (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftarrow (\frac{1}{3})L_1$$

$$(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; \begin{array}{l} L_3 \longleftarrow L_3 - (2)L_1 \\ L_4 \longleftarrow L_4 - (5)L_1 \end{array} \; (-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \end{vmatrix} \; L_2 \longleftrightarrow L_4$$

$$(-1)(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \end{vmatrix} \; L_3 \longleftarrow L_3 + (4)L_2$$

EXEMPLO:

$$det(A_4) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftrightarrow L_2 \; (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftarrow (\frac{1}{3})L_1$$

$$(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; \begin{array}{l} L_3 \longleftarrow L_3 - (2)L_1 \\ L_4 \longleftarrow L_4 - (5)L_1 \end{array} \; (-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \end{vmatrix} \; L_2 \longleftrightarrow L_4$$

$$(-1)(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \end{vmatrix} \; \begin{array}{l} L_3 \longleftarrow L_3 + (4)L_2 \\ L_4 \longleftarrow L_4 + (2)L_2 \end{array}$$

EXEMPLO:

$$det(A_4) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftrightarrow L_2 \; (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftarrow (\frac{1}{3})L_1$$

$$(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; \begin{array}{l} L_3 \longleftarrow L_3 - (2)L_1 \\ L_4 \longleftarrow L_4 - (5)L_1 \end{array} \; (-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \end{vmatrix} \; L_2 \longleftrightarrow L_4$$

$$(-1)(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \end{vmatrix} \; \begin{array}{l} L_3 \longleftarrow L_3 + (4)L_2 \\ L_4 \longleftarrow L_4 + (2)L_2 \end{array}$$

EXEMPLO:

$$det(A_4) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftrightarrow L_2 \; (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftarrow (\frac{1}{3})L_1$$

$$(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; \begin{array}{l} L_3 \longleftarrow L_3 - (2)L_1 \\ L_4 \longleftarrow L_4 - (5)L_1 \end{array} \; (-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \end{vmatrix} \; L_2 \longleftrightarrow L_4$$

$$(-1)(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \end{vmatrix} \; \begin{array}{l} L_3 \longleftarrow L_3 + (4)L_2 \\ L_4 \longleftarrow L_4 + (2)L_2 \end{array} \; (-1)(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \\ 0 & 0 & 15 & -33 \\ 0 & 0 & 0 & -13 \end{vmatrix}$$

EXEMPLO:

$$det(A_4) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftrightarrow L_2 \; (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftarrow (\frac{1}{3})L_1$$

$$(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; \begin{matrix} L_3 \longleftarrow L_3 - (2)L_1 \\ L_4 \longleftarrow L_4 - (5)L_1 \end{matrix} \; (-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \end{vmatrix} \; L_2 \longleftrightarrow L_4$$

$$(-1)(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \end{vmatrix} \; \begin{matrix} L_3 \longleftarrow L_3 + (4)L_2 \\ L_4 \longleftarrow L_4 + (2)L_2 \end{matrix} \; (-1)(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \\ 0 & 0 & 15 & -33 \\ 0 & 0 & 0 & -13 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow det(A) = (-1)(-1).(3)$$

EXEMPLO:

$$det(A_4) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftrightarrow L_2 \; (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; L_1 \longleftarrow (\frac{1}{3})L_1$$

$$(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \; \begin{matrix} L_3 \longleftarrow L_3 - (2)L_1 \\ L_4 \longleftarrow L_4 - (5)L_1 \end{matrix} \; (-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \end{vmatrix} \; L_2 \longleftrightarrow L_4$$

$$(-1)(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \end{vmatrix} \; \begin{matrix} L_3 \longleftarrow L_3 + (4)L_2 \\ L_4 \longleftarrow L_4 + (2)L_2 \end{matrix} \; (-1)(-1).(3) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -9 \\ 0 & 0 & 15 & -33 \\ 0 & 0 & 0 & -13 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow det(A) = (-1)(-1).(3)\,[1.(-1).15.(-13)] = 585$$

1. Calcule o determinante da seguinte matriz: $det(A_4) = \begin{vmatrix} -1 & 0 & -\frac{1}{2} & 3 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$

1. Calcule o determinante da seguinte matriz: $det(A_4) = \begin{vmatrix} -1 & 0 & -\frac{1}{2} & 3 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$

2. Calcule o determinante das matrizes abaixo, com $\lambda \in \mathbb{R}$.

   (a) $det(A_2) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 \\ 1 & 1-\lambda \end{vmatrix}$

1. Calcule o determinante da seguinte matriz: $det(A_4) = \begin{vmatrix} -1 & 0 & -\frac{1}{2} & 3 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$

2. Calcule o determinante das matrizes abaixo, com $\lambda \in \mathbb{R}$.

   (a) $det(A_2) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 \\ 1 & 1-\lambda \end{vmatrix}$ (b) $det(A_3) = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 0 & -2 \\ 1 & 1-\lambda & 1 \\ 0 & 0 & 2-\lambda \end{vmatrix}$

1. Calcule o determinante da seguinte matriz: $det(A_4) = \begin{vmatrix} -1 & 0 & -\frac{1}{2} & 3 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$

2. Calcule o determinante das matrizes abaixo, com $\lambda \in \mathbb{R}$.

   (a) $det(A_2) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 \\ 1 & 1-\lambda \end{vmatrix}$ (b) $det(A_3) = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 0 & -2 \\ 1 & 1-\lambda & 1 \\ 0 & 0 & 2-\lambda \end{vmatrix}$

3. Seja $A_3 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

1. Calcule o determinante da seguinte matriz: $det(A_4) = \begin{vmatrix} -1 & 0 & -\frac{1}{2} & 3 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$
2. Calcule o determinante das matrizes abaixo, com $\lambda \in \mathbb{R}$.
   (a) $det(A_2) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 \\ 1 & 1-\lambda \end{vmatrix}$ (b) $det(A_3) = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 0 & -2 \\ 1 & 1-\lambda & 1 \\ 0 & 0 & 2-\lambda \end{vmatrix}$
3. Seja $A_3 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$
   Calcule o $det(A_3 - \lambda I_3)$.

1. Calcule o determinante da seguinte matriz: $det(A_4) = \begin{vmatrix} -1 & 0 & -\frac{1}{2} & 3 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$

2. Calcule o determinante das matrizes abaixo, com $\lambda \in \mathbb{R}$.

   (a) $det(A_2) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 \\ 1 & 1-\lambda \end{vmatrix}$ (b) $det(A_3) = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 0 & -2 \\ 1 & 1-\lambda & 1 \\ 0 & 0 & 2-\lambda \end{vmatrix}$

3. Seja $A_3 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

   Calcule o $det(A_3 - \lambda I_3)$.

   Em seguida, substitua λ por A e obtenha uma nova matriz.

1. Calcule o determinante da seguinte matriz: $det(A_4) = \begin{vmatrix} -1 & 0 & -\frac{1}{2} & 3 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$

2. Calcule o determinante das matrizes abaixo, com $\lambda \in \mathbb{R}$.

   (a) $det(A_2) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 \\ 1 & 1-\lambda \end{vmatrix}$ (b) $det(A_3) = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 0 & -2 \\ 1 & 1-\lambda & 1 \\ 0 & 0 & 2-\lambda \end{vmatrix}$

3. Seja $A_3 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

   Calcule o $det(A_3 - \lambda I_3)$.

   Em seguida, substitua λ por A e obtenha uma nova matriz.

   Qual é a matriz resultante?

1. Calcule o determinante da seguinte matriz: $det(A_4) = \begin{vmatrix} -1 & 0 & -\frac{1}{2} & 3 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$

2. Calcule o determinante das matrizes abaixo, com $\lambda \in \mathbb{R}$.

   (a) $det(A_2) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 \\ 1 & 1-\lambda \end{vmatrix}$ (b) $det(A_3) = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 0 & -2 \\ 1 & 1-\lambda & 1 \\ 0 & 0 & 2-\lambda \end{vmatrix}$

3. Seja $A_3 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

   Calcule o $det(A_3 - \lambda I_3)$.
   Em seguida, substitua λ por A e obtenha uma nova matriz.
   Qual é a matriz resultante?