

## Universidade Federal da Bahia - UFBA Instituto de Matemática e Estatística - IME Departamento de Matemática



MAT A07 - Álgebra Linear A Aula 20

Transformações Lineares:

Operações e Matriz Associada

Professora: Isamara C. Alves

Data: 20/05/2021

Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}),\mathbb{R}^3)$  tal que;

Matriz Associada

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$ 

#### Matriz Associada

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\};$ 

#### Matriz Associada

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$ 

#### Matriz Associada

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ ;

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{n,3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{n,3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) =$$

#### Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{-2}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3)=(0,1,0)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{-2}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) +$$

#### Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{-2}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{m_3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) +$$

#### Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{n,3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{-2}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{-3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2)$$

#### Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{-3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_3) +$$

#### Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{n,3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{n,3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$
  
 $\mathcal{F}(e_2) =$ 

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\geqslant 3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$
  
 $\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1)$ 

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$
  
$$\mathcal{F}(e_2) = (0,0,1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 - e_3) + a_{2$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$
  
$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

#### Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0,0,1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{n^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{n,3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\geqslant 3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0,0,1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\geqslant 3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) =$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\geqslant 3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 - e_3)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\geqslant 3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\geqslant 3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(e_1 + e_2) + a_{34}(e_1 + e_3)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\geqslant 3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\geqslant 3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3)$$

#### Matriz Associada

# Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\geqslant 3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

#### Matriz Associada

# Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\geqslant 3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 - e_3) + 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 - e_3)$$

#### Matriz Associada

# Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\geqslant 3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0,0,1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1,0,0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1,0,0)$$

#### Matriz Associada

# Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1, 0, 0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{14}(e_1 - e_3) + a_{14}(e_1 - e_3) + a_{14}(e_1 - e_3)$$

#### Matriz Associada

# Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\geqslant 3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0,0,1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1,0,0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1,0,0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2)$$

#### Matriz Associada

# Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\geqslant 3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0,0,1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1,0,0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1,0,0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

#### Matriz Associada

# Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0,0,1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1,0,0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1,0,0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3)$$

#### Matriz Associada

# Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0,0,1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1,0,0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1,0,0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0$$

#### Matriz Associada

# Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0,0,1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1,0,0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1,0,0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2)$$

#### Matriz Associada

# Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0,0,1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1,0,0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1,0,0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3)$$

#### Matriz Associada

# Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\geqslant 3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0,0,1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1,0,0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1,0,0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

#### Matriz Associada

# Exercícios - Solução:

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

#### Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0,0,1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1,0,0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1,0,0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$A \text{ matrix associada:}$$

MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre Letivo - 2021.1

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{=3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

#### Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0,0,1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1,0,0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1,0,0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$[\mathcal{F}]_{eta_{\mathbb{R}^3}}^{eta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = egin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \ & & & \end{bmatrix}$$

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{=3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

#### Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0,0,1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1,0,0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1,0,0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$[\mathcal{F}]_{eta_{\mathbb{R}^3}}^{eta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = egin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{n-3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

#### Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0,0,1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1,0,0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1,0,0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$[\mathcal{F}]_{eta_{\mathbb{R}^3}}^{eta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = egin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \ 1 & 0 & 0 & 0 \ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{n-3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

#### Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$
 
$$\mathcal{F}(e_2) = (0,0,1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$
 
$$\mathcal{F}(e_4) = (1,0,0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$
 
$$\mathcal{F}(e_1) = (1,0,0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{dim}(\mathbb{R}^3) \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}} \underbrace{\mathbf{dim}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}_{\substack{\mathbf{dim}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

1. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{n-3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

#### Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0,1,0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$
 
$$\mathcal{F}(e_2) = (0,0,1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$
 
$$\mathcal{F}(e_4) = (1,0,0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$
 
$$\mathcal{F}(e_1) = (1,0,0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{dim}(\mathbb{R}^3) \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}} \underbrace{\mathbf{dim}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}_{\substack{\mathbf{dim}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

Matriz Associada

# Exercícios - Solução:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;

Matriz Associada

# Exercícios - Solução:

1. 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$ .

Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

1. 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$ .

Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

1. 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$ .

$$[\mathcal{F}] =$$

Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

1. 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} & [\mathcal{F}(e_1)] \end{bmatrix}$$

Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

1. 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] \end{bmatrix}$$

Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

1. 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

1. 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

1. 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$ .

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1];$$

1. 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$ .

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3];$$

1. 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$ .

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

$$[\mathcal{F}(e_{\boldsymbol{1}})] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_{\boldsymbol{2}})] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_{\boldsymbol{3}})] = [e_2];$$

1. 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$ .

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} & [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] & \end{bmatrix}$$

$$[\mathcal{F}(e_{\!\boldsymbol{1}})] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_{\!\boldsymbol{2}})] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_{\!\boldsymbol{3}})] = [e_2]; \quad [\mathcal{F}(e_{\!\boldsymbol{4}})] = [e_1].$$

1. 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$ .

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_2]; \quad [\mathcal{F}(e_4)] = [e_1].$$
 
$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ & & & & \\ & & & & \\ \end{bmatrix}$$

1. 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$ .

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

$$\begin{split} [\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_2]; \quad [\mathcal{F}(e_4)] = [e_1]. \\ [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \end{bmatrix} \end{split}$$

1. 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$ .

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_2]; \quad [\mathcal{F}(e_4)] = [e_1].$$

$$[\mathcal{F}] = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \ 0 & 0 & 1 & 0 \ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

1. 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$ .

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_2]; \quad [\mathcal{F}(e_4)] = [e_1].$$

$$[\mathcal{F}] = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \ 0 & 0 & 1 & 0 \ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{ 3 imes 4 \atop \textit{dim}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}_{\textit{dim}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}$$

1. 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y)$ .

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_2]; \quad [\mathcal{F}(e_4)] = [e_1].$$

$$[\mathcal{F}] = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \ 0 & 0 & 1 & 0 \ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{ 3 imes 4 \atop \textit{dim}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}_{\textit{dim}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}$$

# Transformações Lineares Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;

Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$ 

Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F}\in\mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z)=(x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}^{'}=\{e_1-e_3,e_1+e_2,-e_3\}$ 

Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}^{'} = \{e_1-e_3,e_1+e_2,-e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1,e_2,e_3\}$ ;

Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F}\in\mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z)=(x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}^{'}=\{e_1-e_3,e_1+e_2,-e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3}=\{e_1,e_2,e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathfrak{p}_3}'}^{\beta_{\mathfrak{p}_3}'}$  ;

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}'}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1-e_3)=$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1-e_3)=(0,0,-1)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1-e_3)=(0,0,-1)=a_{1\textcolor{red}{1}}(e_1-e_3)+$$

#### Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

2. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathfrak{p}_3}^{\prime}}^{\beta_{\mathfrak{p}_3}^{\prime}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1-e_3)=(0,0,-1)=a_{1\mathbf{1}}(e_1-e_3)+a_{2\mathbf{1}}(e_1+e_2)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathfrak{p}_3}^{\prime}}^{\beta_{\mathfrak{p}_3}^{\prime}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1-e_3)=(0,0,-1)=a_{1\mathbf{1}}(e_1-e_3)+a_{2\mathbf{1}}(e_1+e_2)+$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathfrak{p}^3}}^{\beta_{\mathfrak{p}^3}'}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja 
$$\mathcal{F}\in\mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z)=(x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}^{'}=\{e_1-e_3,e_1+e_2,-e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3}=\{e_1,e_2,e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathfrak{p}_3}^{\prime}}^{\beta_{\mathfrak{p}_3}^{\prime}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1-e_3)=(0,0,-1)=a_{1\mathbf{1}}(e_1-e_3)+a_{2\mathbf{1}}(e_1+e_2)+a_{3\mathbf{1}}(-e_3)=0(e_1-e_3)+$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathfrak{p}^3}}^{\beta_{\mathfrak{p}^3}'}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1-e_3)=(0,0,-1)=a_{1\mathbf{1}}(e_1-e_3)+a_{2\mathbf{1}}(e_1+e_2)+a_{3\mathbf{1}}(-e_3)=0(e_1-e_3)+0(e_1+e_2)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$$
 tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{eta_{\mathfrak{p}_3}^{\prime}}^{eta_{\mathfrak{p}_3}^{\prime}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1-e_3) = (0,0,-1) = a_{11}(e_1-e_3) + a_{21}(e_1+e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1-e_3) + 0(e_1+e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1-e_3) + 0(e_1+e_3) + 0$$

Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1-e_3,e_1+e_2,-e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1,e_2,e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathfrak{p}^3}}^{\beta_{\mathfrak{p}^3}^2}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$
  
 $\mathcal{F}(e_1 + e_2) =$ 

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1-e_3) = (0,0,-1) = a_{11}(e_1-e_3) + a_{21}(e_1+e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1-e_3) + 0(e_1+e_2) + 1(-e_3)$$
  
$$\mathcal{F}(e_1+e_2) = (1,0,1)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 - e_3) + a_{21}(e$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{P}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^2}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 - e_3) + a_{22}(e$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{P}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^2}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathfrak{p}^3}}^{\beta_{\mathfrak{p}^3}'}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{P}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^2}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = 0$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{P}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^2}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1)$$

#### Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathfrak{p}^3}}^{\beta_{\mathfrak{p}^3}^2}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{P}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^2}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2)$$

Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) +$$

Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{P}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^2}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3)$$

Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{P}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^2}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3)$$

Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{P}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^2}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2)$$

Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{P}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^2}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3)$$

Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{P}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^2}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 2(-e_3)$$

Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}'}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

### Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 2(-e_3)$$

A matriz associada:

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathfrak{g}_3}^{\prime}}^{\beta_{\mathfrak{R}^3}^{\prime}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

### Assim,

$$\mathcal{F}(e_1-e_3) = (0,0,-1) = a_{11}(e_1-e_3) + a_{21}(e_1+e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1-e_3) + 0(e_1+e_2) + 1(-e_3)$$
 
$$\mathcal{F}(e_1+e_2) = (1,0,1) = a_{12}(e_1-e_3) + a_{22}(e_1+e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1-e_3) + 0(e_1+e_2) + -2(-e_3)$$
 
$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1,0,-1) = a_{13}(e_1-e_3) + a_{23}(e_1+e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1-e_3) + 0(e_1+e_2) + 2(-e_3)$$

A matriz associada:

$$[\mathcal{F}]_{eta_{\mathbb{R}^3}^{'}}^{eta_{\mathbb{R}^3}^{'}} = egin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \ & & \end{bmatrix}$$

## Exercícios - Solução:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

### Assim,

$$\mathcal{F}(e_1-e_3) = (0,0,-1) = a_{11}(e_1-e_3) + a_{21}(e_1+e_2) + a_{31}(-e_3) = 0 \\ (e_1-e_3) + 0 \\ (e_1+e_2) = (1,0,1) = a_{12}(e_1-e_3) + a_{22}(e_1+e_2) + a_{32}(-e_3) = 1 \\ (e_1-e_3) + 0 \\ (e_1+e_2) + 2 \\ (e_1+e_2) +$$

A matriz associada:

$$[\mathcal{F}]_{eta_{\mathbb{R}^3}^{'}}^{eta_{\mathbb{R}^3}^{'}} = egin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

#### Assim,

$$\mathcal{F}(e_1-e_3) = (0,0,-1) = a_{11}(e_1-e_3) + a_{21}(e_1+e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1-e_3) + 0(e_1+e_2) + 1(-e_3)$$
 
$$\mathcal{F}(e_1+e_2) = (1,0,1) = a_{12}(e_1-e_3) + a_{22}(e_1+e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1-e_3) + 0(e_1+e_2) + -2(-e_3)$$
 
$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1,0,-1) = a_{13}(e_1-e_3) + a_{23}(e_1+e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1-e_3) + 0(e_1+e_2) + 2(-e_3)$$

A matriz associada:

$$[\mathcal{F}]_{eta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}^{eta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}} = egin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \ 0 & 0 & 0 \ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathfrak{p}_3}^{\prime}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}^{\prime}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

#### Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 2(-e_3)$$

#### A matriz associada:

$$[\mathcal{F}]_{eta_{\mathbb{R}^{3}}^{'}}^{eta_{\mathbb{R}^{3}}^{'}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}_{\underbrace{3}_{dim(\mathbb{R}^{2})}}$$

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathfrak{p}_3}^{\prime}}^{\beta_{\mathfrak{p}_3}^{\prime}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

#### Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$
 
$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$
 
$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 2(-e_3)$$

A matriz associada:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}^{'}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}^{'}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}_{\underbrace{3}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}}^{\times}$$

MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre Letivo - 2021.1

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x,y,z) = (x+z,0,y+z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathfrak{g}_3}^{\prime}}^{\beta_{\mathfrak{R}^3}^{\prime}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

#### Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$
 
$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$
 
$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 2(-e_3)$$

#### A matriz associada:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}^{'}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}^{'}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}_{\underbrace{\mathbf{3}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \underbrace{\mathbf{3}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}$$

Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. 
$$F(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

2. 
$$\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

2. 
$$F(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

$$[\mathcal{F}] =$$

Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. 
$$F(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} & [\mathcal{F}(e_1)] \end{bmatrix}$$

Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

2. 
$$\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] \end{bmatrix}$$

Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

2. 
$$\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. 
$$F(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1];$$

Matriz Associada

## Exercícios - Solução:

2. 
$$F(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3];$$

Matriz Associada

### Exercícios - Solução:

2. 
$$\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_1 + e_3].$$

2. 
$$\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_1 + e_3].$$

$$[\mathcal{F}] = egin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \ & & \end{bmatrix}$$

2. 
$$F(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_1 + e_3].$$

$$[\mathcal{F}] = egin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. 
$$F(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_1 + e_3].$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. 
$$F(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

$$[\mathcal{F}(\textbf{e_1})] = [\textbf{e}_1]; \quad [\mathcal{F}(\textbf{e_2})] = [\textbf{e}_3]; \quad [\mathcal{F}(\textbf{e_3})] = [\textbf{e}_1 + \textbf{e}_3].$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{\text{dist}(\mathbb{P}^3)}$$

2. 
$$\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_1 + e_3].$$

$$[\mathcal{F}] = egin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \ 0 & 0 & 0 \ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{\underbrace{\mathfrak{Z}}_{\text{tor}(\mathbb{F}^3)}} imes$$

2. 
$$\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_1 + e_3].$$

$$[\mathcal{F}] = egin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \ 0 & 0 & 0 \ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{\substack{3 \ dim(\mathbb{R}^3)}} imes_{\substack{dim(\mathbb{R}^3)}}$$

Operador Identidade

 $\begin{array}{c} \textbf{DEFINIÇÃO:} \\ \textbf{Indicamos por } \mathcal{I}_{\mathcal{V}} \end{array}$ 

Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos <code>Operador Linear Identidade</code>

Operador Identidade

#### DEFINIÇÃO:

Operador Identidade

#### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos  $\operatorname{OPERADOR}$  LINEAR IDENTIDADE a transformação linear dada por:

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}}:\mathcal{V}
ightarrow\mathcal{V}$$

Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos  $\operatorname{OPERADOR}$  LINEAR IDENTIDADE a transformação linear dada por:

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}}: \mathcal{V} o \mathcal{V}$$
  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v)$ 

Operador Identidade

#### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos OPERADOR LINEAR IDENTIDADE a transformação linear dada por:

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}}: \mathcal{V} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = v; \forall v \in \mathcal{V}$ 

Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos  $\operatorname{OPERADOR}$  LINEAR IDENTIDADE a transformação linear dada por:

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}}: \mathcal{V} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = v; \forall v \in \mathcal{V}$ 

Sejam 
$$eta_{\mathcal{V}}=\{\emph{v}_1,\emph{v}_2,\ldots,\emph{v}_n\}$$
 e  $eta_{\mathcal{V}}^{'}=\{\emph{v}_1^{'},\emph{v}_2^{'},\ldots,\emph{v}_n^{'}\}$ 

Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}}: \mathcal{V} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = v; \forall v \in \mathcal{V}$ 

Sejam 
$$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$$
 e  $\beta_{\mathcal{V}}^{'} = \{v_1^{'}, v_2^{'}, \dots, v_n^{'}\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ .

Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}}: \mathcal{V} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = v; \forall v \in \mathcal{V}$ 

Sejam 
$$\beta_{\mathcal{V}}=\{\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2,\ldots,\mathbf{v}_n\}$$
 e  $\beta_{\mathcal{V}}^{'}=\{\mathbf{v}_1^{'},\mathbf{v}_2^{'},\ldots,\mathbf{v}_n^{'}\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ . Então,

#### Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}}: \mathcal{V} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = v; \forall v \in \mathcal{V}$ 

Sejam 
$$\beta_{\mathcal{V}}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$$
 e  $\beta_{\mathcal{V}}^{'}=\{v_1^{'},v_2^{'},\ldots,v_n^{'}\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ . Então, 
$$[\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{'}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

#### Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}}: \mathcal{V} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = v; \forall v \in \mathcal{V}$ 

Sejam 
$$\beta_{\mathcal{V}}=\{\emph{v}_1,\emph{v}_2,\ldots,\emph{v}_n\}$$
 e  $\beta_{\mathcal{V}}^{'}=\{\emph{v}_1^{'},\emph{v}_2^{'},\ldots,\emph{v}_n^{'}\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ . Então,

$$\left[\mathcal{I}_{\mathcal{V}}\right]_{\beta_{\mathcal{V}}^{'}}^{\beta_{\mathcal{V}}} =$$

Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}}: \mathcal{V} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = v; \forall v \in \mathcal{V}$ 

Sejam 
$$eta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$$
 e  $eta_{\mathcal{V}}^{'} = \{v_1^{'}, v_2^{'}, \dots, v_n^{'}\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ . Então,

$$[\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{'}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{'}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}}: \mathcal{V} \to \mathcal{V} \ \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = v; \forall v \in \mathcal{V}$$

Sejam 
$$eta_{\mathcal{V}} = \{ \emph{v}_1, \emph{v}_2, \dots, \emph{v}_n \}$$
 e  $eta_{\mathcal{V}}^{'} = \{ \emph{v}_1^{'}, \emph{v}_2^{'}, \dots, \emph{v}_n^{'} \}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ . Então,

$$[\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{eta_{\mathcal{V}}^{'}}^{eta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}]_{eta_{\mathcal{V}}^{'}}^{eta_{\mathcal{V}}}$$

onde, 
$$[\mathcal{I}]_{\beta'_{\lambda}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos  $\operatorname{Operador\ Linear\ Identidade}$  a transformação linear dada por:

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}}: \mathcal{V} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = v; \forall v \in \mathcal{V}$ 

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}}=\{\textit{v}_1,\textit{v}_2,\ldots,\textit{v}_n\}$  e  $\beta_{\mathcal{V}}^{'}=\{\textit{v}_1^{'},\textit{v}_2^{'},\ldots,\textit{v}_n^{'}\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ . Então,

$$[\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{eta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{eta_{\mathcal{V}}}=[\mathcal{I}]_{eta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{eta_{\mathcal{V}}}$$

onde,  $[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é a MATRIZ MUDANÇA DA BASE  $\beta_{\mathcal{V}}$  para  $\beta_{\mathcal{V}}'$ .

Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos  $\operatorname{Operador\ Linear\ Identidade}$  a transformação linear dada por:

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}}: \mathcal{V} \to \mathcal{V} \ \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = v; \forall v \in \mathcal{V}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}}=\{\textit{v}_1,\textit{v}_2,\ldots,\textit{v}_n\}$  e  $\beta_{\mathcal{V}}^{'}=\{\textit{v}_1^{'},\textit{v}_2^{'},\ldots,\textit{v}_n^{'}\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ . Então,

$$[\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{eta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{eta_{\mathcal{V}}}=[\mathcal{I}]_{eta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{eta_{\mathcal{V}}}$$

onde,  $[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é a MATRIZ MUDANÇA DA BASE  $\beta_{\mathcal{V}}$  para  $\beta_{\mathcal{V}}'$ .

## Transformação Linear

Operação: Adição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  ${\mathcal V}$  e  ${\mathcal U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  ${\mathbb K}$  e

## Transformação Linear

Operação: Adição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal V$  e  $\mathcal U$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb K$  e sejam  $\mathcal F,\mathcal G\in\mathcal L(\mathcal V,\mathcal U).$ 

Operação: Adição

#### Definição:

Sejam  $\mathcal V$  e  $\mathcal U$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb K$  e sejam  $\mathcal F,\mathcal G\in\mathcal L(\mathcal V,\mathcal U)$ . Denotamos por  $\mathcal F+\mathcal G$ 

Operação: Adição

#### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e denominamos  $\mathrm{Adiç}\tilde{\mathrm{A}}\mathrm{O}$  das  $\mathrm{Transformaç}\tilde{\mathrm{O}}\mathrm{ES}$   $\mathrm{Lineares}\ \mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ 

Operação: Adição

#### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F},\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  e denominamos  $\mathrm{Adig}$ ÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a aplicação definida da seguinte forma:

Operação: Adição

#### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F},\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  e denominamos  $\mathrm{Adiç}\tilde{\mathrm{A}}\mathrm{O}$  das  $\mathrm{Transforma}\tilde{\mathrm{c}}\tilde{\mathrm{o}}\mathrm{E}\mathrm{S}$   $\mathrm{Lineares}$   $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a aplicação definida da seguinte forma:

$$\mathcal{F}+\mathcal{G}:\mathcal{V}\rightarrow\mathcal{U}$$

Operação: Adição

#### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F},\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  e denominamos  $\mathrm{Adiç}$ ÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a aplicação definida da seguinte forma:

$$\mathcal{F} + \mathcal{G}: \mathcal{V} o \mathcal{U} \ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) =$$

Operação: Adição

#### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F},\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  e denominamos  $\mathrm{Adig}$ ÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a aplicação definida da seguinte forma:

$$\mathcal{F} + \mathcal{G}: \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
  
 $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v);$ 

Operação: Adição

#### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F},\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  e denominamos  $\mathrm{Adig}$ ÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a aplicação definida da seguinte forma:

$$\mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
  
 $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}$ 

Operação: Adição

#### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F},\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  e denominamos  $\mathrm{Adiç}\tilde{\mathrm{A}}\mathrm{O}$  das  $\mathrm{Transforma}\tilde{\mathrm{c}}\tilde{\mathrm{o}}\mathrm{E}\mathrm{S}$   $\mathrm{Lineares}$   $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a aplicação definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} \to \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$ 

Operação: Adição

#### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F},\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  e denominamos  $\mathrm{Adiç}$ ÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a aplicação definida da seguinte forma:

$$\begin{split} \mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} \to \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{split}$$

E ainda,  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  é também uma transformação linear:

Operação: Adição

#### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F},\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  e denominamos  $\mathrm{Adig}$ ÃO das  $\mathrm{Transformag}$ ÕES  $\mathrm{Lineares}~\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a aplicação definida da seguinte forma:

$$\begin{split} \mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{split}$$

E ainda,  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{F}+\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U}).$ 

Operação: Adição

#### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F},\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  e denominamos  $\mathrm{Adiç}\tilde{\mathrm{A}}\mathrm{O}$  das  $\mathrm{Transforma}\tilde{\mathrm{C}}\mathrm{O}\mathrm{E}\mathrm{S}$   $\mathrm{Lineares}$   $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a aplicação definida da seguinte forma:

$$\begin{split} \mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} \to \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{split}$$

E ainda,  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{F}+\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U}).$ 

Sejam 
$$eta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$$
,  $eta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ 

Operação: Adição

#### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F},\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  e denominamos  $\mathrm{Adig}$ ÃO das  $\mathrm{Transformag}$ ÕES  $\mathrm{Lineares}~\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a aplicação definida da seguinte forma:

$$\begin{split} \mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} \to \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{split}$$

E ainda,  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{F}+\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U}).$ 

Operação: Adição

#### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F},\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  e denominamos  $\mathrm{Adig}$ ÃO das  $\mathrm{Transformag}$ ÕES  $\mathrm{Lineares}~\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a aplicação definida da seguinte forma:

$$\begin{split} \mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} \to \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{split}$$

E ainda,  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{F}+\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U}).$ 

Operação: Adição

#### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F},\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  e denominamos  $\mathrm{Adig}$ ÃO das  $\mathrm{Transformag}$ ÕES  $\mathrm{Lineares}~\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a aplicação definida da seguinte forma:

$$\begin{split} \mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} \to \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{split}$$

E ainda,  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{F} + \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

$$[\mathcal{F}+\mathcal{G}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{U}}}$$

Operação: Adição

#### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F},\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  e denominamos  $\mathrm{Adig}$ ÃO das  $\mathrm{Transformag}$ ÕES  $\mathrm{Lineares}~\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a aplicação definida da seguinte forma:

$$\begin{split} \mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} \to \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{split}$$

E ainda,  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{F}+\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U}).$ 

$$[\mathcal{F} + \mathcal{G}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{U}}}$$

Operação: Adição

#### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F},\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  e denominamos  $\mathrm{Adig}$ ÃO das  $\mathrm{Transformag}$ ÕES  $\mathrm{Lineares}~\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a aplicação definida da seguinte forma:

$$\begin{split} \mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} \to \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{split}$$

E ainda,  $\mathcal{F}+\mathcal{G}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{F}+\mathcal{G}\in\mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U}).$ 

$$[\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta \mu}^{\beta \nu} = [\mathcal{F}]_{\beta \mu}^{\beta \nu} + [\mathcal{G}]_{\beta \mu}^{\beta \nu}.$$

Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  ${\mathcal V}$  e  ${\mathcal U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  ${\mathbb K};$ 

Operação: Multiplicação por Escalar

#### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ .

Operação: Multiplicação por Escalar

#### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda \mathcal{F}$ 

Operação: Multiplicação por Escalar

#### DEFINIÇÃO:

Operação: Multiplicação por Escalar

### Definição:

Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

$$\lambda \mathcal{F}: \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$

Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

$$\lambda \mathcal{F}: \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
  
 $(\lambda \mathcal{F})(v) =$ 

Operação: Multiplicação por Escalar

### Definição:

$$\lambda \mathcal{F}: \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
  
 $(\lambda \mathcal{F})(v) = \lambda \mathcal{F}(v);$ 

Operação: Multiplicação por Escalar

#### DEFINIÇÃO:

$$\lambda \mathcal{F}: \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
$$(\lambda \mathcal{F})(v) = \lambda \mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

Operação: Multiplicação por Escalar

### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda \mathcal{F}$  e denominamos Multiplicação da Transformação Linear  $\mathcal{F}$  por um escalar a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\lambda \mathcal{F}: \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
$$(\lambda \mathcal{F})(v) = \lambda \mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

E ainda,  $\lambda \mathcal{F}$ 

Operação: Multiplicação por Escalar

#### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda \mathcal{F}$  e denominamos Multiplicação da Transformação Linear  $\mathcal{F}$  por um escalar a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\lambda \mathcal{F}: \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
$$(\lambda \mathcal{F})(v) = \lambda \mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

E ainda,  $\lambda \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:

Operação: Multiplicação por Escalar

#### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda \mathcal{F}$  e denominamos Multiplicação da Transformação Linear  $\mathcal{F}$  por um escalar a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\lambda \mathcal{F}: \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
$$(\lambda \mathcal{F})(v) = \lambda \mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

E ainda,  $\lambda \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\lambda \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Operação: Multiplicação por Escalar

### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda \mathcal{F}$  e denominamos Multiplicação da Transformação Linear  $\mathcal{F}$  por um escalar a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\lambda \mathcal{F}: \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
$$(\lambda \mathcal{F})(v) = \lambda \mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

E ainda,  $\lambda \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\lambda \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Sejam 
$$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \ \beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$$

Operação: Multiplicação por Escalar

### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda \mathcal{F}$  e denominamos Multiplicação da Transformação Linear  $\mathcal{F}$  por um escalar a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\lambda \mathcal{F}: \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
$$(\lambda \mathcal{F})(v) = \lambda \mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

E ainda,  $\lambda \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\lambda \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda \mathcal{F}$  e denominamos Multiplicação da Transformação Linear  $\mathcal{F}$  por um escalar a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\lambda \mathcal{F}: \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
$$(\lambda \mathcal{F})(v) = \lambda \mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

E ainda,  $\lambda \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\lambda \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Operação: Multiplicação por Escalar

### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda \mathcal{F}$  e denominamos Multiplicação da Transformação Linear  $\mathcal{F}$  por um escalar a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\lambda \mathcal{F}: \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
$$(\lambda \mathcal{F})(v) = \lambda \mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

E ainda,  $\lambda \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\lambda \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

$$[\lambda \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

Operação: Multiplicação por Escalar

### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda \mathcal{F}$  e denominamos Multiplicação da Transformação Linear  $\mathcal{F}$  por um escalar a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\lambda \mathcal{F}: \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
$$(\lambda \mathcal{F})(v) = \lambda \mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

E ainda,  $\lambda \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\lambda \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

$$[\lambda \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \lambda$$

Operação: Multiplicação por Escalar

### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda \mathcal{F}$  e denominamos Multiplicação da Transformação Linear  $\mathcal{F}$  por um escalar a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\lambda \mathcal{F}: \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
$$(\lambda \mathcal{F})(v) = \lambda \mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

E ainda,  $\lambda \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\lambda \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

$$[\lambda \mathcal{F}]_{\beta \mu}^{\beta \nu} = \lambda [\mathcal{F}]_{\beta \mu}^{\beta \nu}.$$

Operação: Multiplicação por Escalar

### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda \mathcal{F}$  e denominamos Multiplicação da Transformação Linear  $\mathcal{F}$  por um escalar a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\lambda \mathcal{F}: \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
$$(\lambda \mathcal{F})(v) = \lambda \mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

E ainda,  $\lambda \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\lambda \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

$$[\lambda \mathcal{F}]_{\beta \mu}^{\beta \nu} = \lambda [\mathcal{F}]_{\beta \mu}^{\beta \nu}.$$

Operação: Composição

#### Definição:

Sejam  $\mathcal V$  ,  $\mathcal U$  e  $\mathcal W$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb K$  e

Operação: Composição

### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ .

Operação: Composição

### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$ 

Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Operação: Composição

### Definição:

$$\mathcal{G}o\mathcal{F}:\mathcal{V}\to\mathcal{W}$$

Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

$$(\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) = \mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{W}$$

Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

$$\mathcal{G}$$
o $\mathcal{F}: \mathcal{V} o \mathcal{W}$  $(\mathcal{G}$ o $\mathcal{F})(v) = \mathcal{G}(\mathcal{F}(v))$ 

Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

$$\mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{W}$$
  
 $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) = \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u)$ 

Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

$$\mathcal{G}\circ\mathcal{F}:\mathcal{V}\to\mathcal{W} \\
(\mathcal{G}\circ\mathcal{F})(v)=\mathcal{G}(\mathcal{F}(v))=\mathcal{G}(u)=w;$$

Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

$$\begin{array}{c} \mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) = \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{array}$$

Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G}o\mathcal{F}$  e denominamos Composição das Transformações Lineares  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{array}{c} \mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) = \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{array}$$

E ainda, GoF

Operação: Composição

#### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G}o\mathcal{F}$  e denominamos Composição das Transformações Lineares  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{array}{c} \mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) = \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{array}$$

E ainda, GoF é também uma transformação linear:

Operação: Composição

### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G}o\mathcal{F}$  e denominamos Composição das Transformações Lineares  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{array}{c} \mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) = \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{array}$$

E ainda, GoF é também uma transformação linear:  $GoF \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Operação: Composição

### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G}o\mathcal{F}$  e denominamos Composição das Transformações Lineares  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{array}{c} \mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) = \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{array}$$

E ainda,  $\mathcal{G}o\mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{G}o\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{W})$ .

Sejam 
$$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\},$$

Operação: Composição

### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G}o\mathcal{F}$  e denominamos Composição das Transformações Lineares  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{array}{c} \mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) = \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{array}$$

E ainda,  $\mathcal{G}o\mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{G}o\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{W})$ .

Sejam 
$$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$$
,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ ,

Operação: Composição

#### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G}o\mathcal{F}$  e denominamos Composição das Transformações Lineares  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{array}{c} \mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) = \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{array}$$

E ainda,  $\mathcal{G}o\mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{G}o\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{W})$ .

Sejam 
$$\beta_{\mathcal{V}}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$$
,  $\beta_{\mathcal{U}}=\{u_1,u_2,\ldots,u_m\}$ ,  $\beta_{\mathcal{W}}=\{w_1,w_2,\ldots,w_r\}$ 

Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G}o\mathcal{F}$  e denominamos Composição das Transformações Lineares  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{array}{c} \mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) = \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{array}$$

E ainda,  $\mathcal{G}o\mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{G}o\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{W})$ .

Operação: Composição

### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G}o\mathcal{F}$  e denominamos Composição das Transformações Lineares  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{array}{c} \mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) = \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{array}$$

E ainda, GoF é também uma transformação linear:  $GoF \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Operação: Composição

### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G}o\mathcal{F}$  e denominamos Composição das Transformações Lineares  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{array}{c} \mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) = \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{array}$$

E ainda, GoF é também uma transformação linear:  $GoF \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

$$[\mathcal{G}o\mathcal{F}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{W}}}$$

Operação: Composição

### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G}o\mathcal{F}$  e denominamos Composição das Transformações Lineares  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{array}{c} \mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) = \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{array}$$

E ainda, GoF é também uma transformação linear:  $GoF \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

$$[\mathcal{G} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{W}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathcal{W}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}$$

Operação: Composição

### Definição:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G}o\mathcal{F}$  e denominamos Composição das Transformações Lineares  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{array}{c} \mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) = \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V} \end{array}$$

E ainda, GoF é também uma transformação linear:  $GoF \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

$$[\mathcal{G} \circ \mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{W}}} = [\mathcal{G}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{W}}} [\mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{U}}}.$$

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ .

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo,

$$\mathsf{Sejam}\ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \textcolor{red}{\mathcal{U}})\ \mathsf{e}\ \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\textcolor{red}{\mathcal{U}}, \textcolor{black}{\mathcal{W}}).\ \mathsf{Ent\~ao},\ \mathcal{G} \mathit{o} \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \textcolor{black}{\mathcal{W}}).$$

Sejam 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$$
 e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \to \mathcal{U}$$

Sejam 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$$
 e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G}o\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \to \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(\mathbf{u}) =$$

Sejam 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$$
 e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G}o\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \to \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})({\color{red} u}) = \mathcal{F}(\mathcal{G}({\color{red} u}))$$

Sejam 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$$
 e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G}o\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \to \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(\mathbf{u}) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(\mathbf{u})) = \mathcal{F}(\mathbf{w})$$

Sejam 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$$
 e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G}o\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \to \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(\mathbf{u}) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(\mathbf{u})) = \mathcal{F}(\mathbf{w}) \Rightarrow \text{ absurdo!};$$

Sejam 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \textcolor{red}{\mathcal{U}})$$
 e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\textcolor{red}{\mathcal{U}}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G}o\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \to \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(\mathbf{u}) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(\mathbf{u})) = \mathcal{F}(\mathbf{w}) \Rightarrow \text{ absurdo!}; \text{ pois, } \mathbf{w} \notin \mathcal{V}.$$

Sejam 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \textcolor{red}{\mathcal{U}})$$
 e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\textcolor{red}{\mathcal{U}}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G}o\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNÇÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \to \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(\mathbf{u}) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(\mathbf{u})) = \mathcal{F}(\mathbf{w}) \Rightarrow \text{ absurdo!}; \text{ pois, } \mathbf{w} \notin \mathcal{V}.$$

$$\mathcal{W} \subseteq \mathcal{V}$$

Sejam 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \textcolor{red}{\mathcal{U}})$$
 e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\textcolor{red}{\mathcal{U}}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G}o\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNCÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \to \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(\mathbf{u}) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(\mathbf{u})) = \mathcal{F}(\mathbf{w}) \Rightarrow \text{ absurdo!}; \text{ pois, } \mathbf{w} \notin \mathcal{V}.$$

$$\mathcal{W} \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow w \in \mathcal{V}$$

Sejam 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \textcolor{red}{\mathcal{U}})$$
 e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\textcolor{red}{\mathcal{U}}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G}o\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNCÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \to \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(\mathbf{u}) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(\mathbf{u})) = \mathcal{F}(\mathbf{w}) \Rightarrow \text{ absurdo!}; \text{ pois, } \mathbf{w} \notin \mathcal{V}.$$

$$\mathcal{W} \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow w \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(w)$$

Sejam 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$$
 e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G}o\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNCÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \to \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(\mathbf{u}) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(\mathbf{u})) = \mathcal{F}(\mathbf{w}) \Rightarrow \text{ absurdo!}; \text{ pois, } \mathbf{w} \notin \mathcal{V}.$$

$$\mathcal{W} \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow w \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(w) = u \in \mathcal{U}$$

Sejam 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$$
 e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G}o\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNCÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \to \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(\underline{u}) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(\underline{u})) = \mathcal{F}(\underline{w}) \Rightarrow \text{ absurdo!}; \text{ pois, } \underline{w} \notin \mathcal{V}.$$

$$\mathcal{W} \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow w \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(w) = u \in \mathcal{U} \Rightarrow$$

Sejam 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$$
 e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G}o\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNCÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \to \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(\mathbf{u}) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(\mathbf{u})) = \mathcal{F}(\mathbf{w}) \Rightarrow \text{ absurdo!}; \text{ pois, } \mathbf{w} \notin \mathcal{V}.$$

Exceto se.

$$\mathcal{W} \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow w \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(w) = u \in \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{F} \circ \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{U}).$$

Operação: Inversa

#### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e

Operação: Inversa

#### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$ 

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se,

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ 

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) =$ 

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$ 

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G}o\mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G}o\mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F}o\mathcal{G}) =$ 

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ;

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G}o\mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F}o\mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$ 

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a INVERSA da  $\mathcal{F}$ .

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a INVERSA da  $\mathcal{F}$ 

#### Notação:

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ .  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a INVERSA da  $\mathcal{F}$ 

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a INVERSA da  $\mathcal{F}$ 

$$\mathcal{F}^{-1}:\mathcal{U} o\mathcal{V}$$

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é Invertível se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a INVERSA da  $\mathcal{F}$ 

$$\mathcal{F}^{-1}: \mathcal{U} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{F}^{-1}(u) = v;$ 

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é Invertível se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a INVERSA da  $\mathcal{F}$ 

$$\mathcal{F}^{-1}: \mathcal{U} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{F}^{-1}(u) = v; \quad \forall u \in \mathcal{U}$ 

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a INVERSA da  $\mathcal{F}$ 

$$\mathcal{F}^{-1}: \mathcal{U} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{F}^{-1}(u) = v; \quad \forall u \in \mathcal{U}$ 

Sejam 
$$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$$
 e

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a INVERSA da  $\mathcal{F}$ 

$$\mathcal{F}^{-1}: \mathcal{U} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{F}^{-1}(u) = v; \quad \forall u \in \mathcal{U}$ 

Sejam 
$$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$$
 e  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ ,

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a INVERSA da  $\mathcal{F}$ 

NOTAÇÃO:  $\mathcal{F}^{-1}$ 

$$\mathcal{F}^{-1}: \mathcal{U} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{F}^{-1}(u) = v; \quad \forall u \in \mathcal{U}$ 

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ , bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ . respectivamente.

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a INVERSA da  $\mathcal{F}$ 

NOTAÇÃO:  $\mathcal{F}^{-1}$ 

$$\mathcal{F}^{-1}: \mathcal{U} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{F}^{-1}(u) = v; \quad \forall u \in \mathcal{U}$ 

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ , bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente, com m = n.

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a INVERSA da  $\mathcal{F}$ 

NOTAÇÃO:  $\mathcal{F}^{-1}$ 

$$\mathcal{F}^{-1}: \mathcal{U} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{F}^{-1}(u) = v; \quad \forall u \in \mathcal{U}$ 

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ , bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ . respectivamente, com m = n. Então.

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a INVERSA da  $\mathcal{F}$ 

NOTAÇÃO:  $\mathcal{F}^{-1}$ 

$$\mathcal{F}^{-1}: \mathcal{U} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{F}^{-1}(u) = v; \quad \forall u \in \mathcal{U}$ 

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ , bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente, com m = n. Então.

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}$$

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a INVERSA da  $\mathcal{F}$ 

NOTAÇÃO:  $\mathcal{F}^{-1}$ 

$$\mathcal{F}^{-1}: \mathcal{U} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{F}^{-1}(u) = v; \quad \forall u \in \mathcal{U}$ 

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ , bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ . respectivamente, com m = n. Então.

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = ([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1}.$$

Operação: Inversa

#### DEFINICÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a INVERSA da  $\mathcal{F}$ 

NOTAÇÃO:  $\mathcal{F}^{-1}$ 

$$\mathcal{F}^{-1}: \mathcal{U} \to \mathcal{V}$$
  
 $\mathcal{F}^{-1}(u) = v; \quad \forall u \in \mathcal{U}$ 

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ , bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ . respectivamente, com m = n. Então.

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = ([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1}.$$

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

Se 
$$\mathcal{F}\in\mathcal{L}(\mathcal{V}, \begin{subarray}{c} \mathcal{U} \end{subarray}$$
 possui inversa,  $\mathcal{F}^{-1}\in\mathcal{L}(\begin{subarray}{c} \mathcal{U} \end{subarray}, \mathcal{V})$ : 
$$(\mathcal{F}o\mathcal{F}^{-1})$$

Se 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \textcolor{red}{\mathcal{U}})$$
 possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\textcolor{red}{\mathcal{U}}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) =$$

Se 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \textcolor{red}{\mathcal{U}})$$
 possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\textcolor{red}{\mathcal{U}}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$$

Se 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \textcolor{red}{\mathcal{U}})$$
 possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\textcolor{red}{\mathcal{U}}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$$
 e

Se 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \textcolor{red}{\mathcal{U}})$$
 possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\textcolor{red}{\mathcal{U}}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) =$$

Se 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \textcolor{red}{\mathcal{U}})$$
 possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\textcolor{red}{\mathcal{U}}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ e \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

# Transformações Lineares

Se 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \textcolor{red}{\mathcal{U}})$$
 possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\textcolor{red}{\mathcal{U}}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde:

#### Observação

Se 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \textcolor{red}{\mathcal{U}})$$
 possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\textcolor{red}{\mathcal{U}}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

$$\left[\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}
ight]_{eta_{\mathcal{U}}}^{eta_{\mathcal{U}}}$$

#### OBSERVAÇÃO

Se 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \textcolor{red}{\mathcal{U}})$$
 possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\textcolor{red}{\mathcal{U}}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

$$[\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

#### OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ e \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta u}^{\beta u} = [\mathcal{F}]_{\beta u}^{\beta v} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta v}^{\beta u}$$

#### OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}$$

#### OBSERVAÇÃO

Se 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \textcolor{red}{\mathcal{U}})$$
 possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\textcolor{red}{\mathcal{U}}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \,\, e \,\, (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}^{-1}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n;$$

#### OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ e \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad \mathbf{m} = \mathbf{n}.$$

#### OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ e \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde:

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad \mathbf{m} = \mathbf{n}.$$

$$\left[\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}
ight]_{eta_{\mathcal{V}}}^{eta_{\mathcal{V}}}$$

#### OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde:

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad \mathbf{m} = \mathbf{n}.$$

$$[\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}]_{eta \mathcal{V}}^{eta \mathcal{V}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{eta \mathcal{V}}^{eta \mathcal{U}}$$

#### OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde:

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad \mathbf{m} = \mathbf{n}.$$

$$\left[\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}\right]_{\beta \nu}^{\beta \nu} = \left[\mathcal{F}^{-1}\right]_{\beta \nu}^{\beta u} \left[\mathcal{F}\right]_{\beta u}^{\beta \nu}$$

#### OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde:

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad \mathbf{m} = \mathbf{n}.$$

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

#### OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde:

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad \mathbf{m} = \mathbf{n}.$$

$$[\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_{n}.$$

#### OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde:

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad \mathbf{m} = \mathbf{n}.$$

е

$$[\mathcal{F}^{-1}o\mathcal{F}]^{\beta\nu}_{\beta\nu} = [\mathcal{F}^{-1}]^{\beta\mu}_{\beta\nu}[\mathcal{F}]^{\beta\nu}_{\beta\mu} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]^{\beta\nu}_{\beta\nu} = \mathcal{I}_{n}.$$

#### OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ e \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde:

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad \mathbf{m} = \mathbf{n}.$$

е

$$[\mathcal{F}^{-1}o\mathcal{F}]^{\beta\nu}_{\beta\nu} = [\mathcal{F}^{-1}]^{\beta\mu}_{\beta\nu}[\mathcal{F}]^{\beta\nu}_{\beta\mu} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]^{\beta\nu}_{\beta\nu} = \mathcal{I}_n.$$

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

#### OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde:

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad \mathbf{m} = \mathbf{n}.$$

е

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_{n}.$$

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}$$

#### OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde:

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad \mathbf{m} = \mathbf{n}.$$

е

$$[\mathcal{F}^{-1}o\mathcal{F}]^{\beta\nu}_{\beta\nu} = [\mathcal{F}^{-1}]^{\beta\mu}_{\beta\nu}[\mathcal{F}]^{\beta\nu}_{\beta\mu} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]^{\beta\nu}_{\beta\nu} = \mathcal{I}_n.$$

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}$$

#### OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde:

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}^{-1}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad \textbf{\textit{m}} = \textbf{\textit{n}}.$$

е

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_{n}.$$

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

#### OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde:

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta \mathcal{U}}^{\beta \mathcal{U}} = [\mathcal{F}]_{\beta \mathcal{U}}^{\beta \mathcal{V}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta \mathcal{V}}^{\beta \mathcal{U}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta \mathcal{U}}^{\beta \mathcal{U}} = \mathcal{I}_n; \quad \mathbf{m} = \mathbf{n}.$$

е

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_{n}.$$

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_{n}.$$

#### OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde:

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta u}^{\beta u} = [\mathcal{F}]_{\beta u}^{\beta v} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta v}^{\beta u} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta u}^{\beta u} = \mathcal{I}_{n}; \quad \mathbf{m} = \mathbf{n}.$$

е

$$[\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_{n}.$$

então:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_{n}.$$

logo,

#### OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde:

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}^{-1}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad \mathbf{m} = \mathbf{n}.$$

е

$$[\mathcal{F}^{-1}o\mathcal{F}]^{\beta\nu}_{\beta\nu} = [\mathcal{F}^{-1}]^{\beta\mu}_{\beta\nu}[\mathcal{F}]^{\beta\nu}_{\beta\mu} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]^{\beta\nu}_{\beta\nu} = \mathcal{I}_n.$$

então:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

logo,

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}$$

#### OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde:

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta u}^{\beta u} = [\mathcal{F}]_{\beta u}^{\beta v} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta v}^{\beta u} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta u}^{\beta u} = \mathcal{I}_n; \quad \mathbf{m} = \mathbf{n}.$$

е

$$[\mathcal{F}^{-1}o\mathcal{F}]^{\beta\nu}_{\beta\nu} = [\mathcal{F}^{-1}]^{\beta\mu}_{\beta\nu}[\mathcal{F}]^{\beta\nu}_{\beta\mu} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]^{\beta\nu}_{\beta\nu} = \mathcal{I}_n.$$

então:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

logo,

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = ([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1}.$$

Se 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \textcolor{red}{\mathcal{U}})$$
 possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\textcolor{red}{\mathcal{U}}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde:

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]^{eta_{\mathcal{U}}}_{eta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}^{-1}]^{eta_{\mathcal{U}}}_{eta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]^{eta_{\mathcal{U}}}_{eta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad \pmb{m} = \pmb{n}.$$

е

$$[\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]^{eta_{\mathcal{U}}}_{eta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

$$[\mathcal{F}]^{\beta\nu}_{\beta\mu}[\mathcal{F}^{-1}]^{\beta\mu}_{\beta\nu} = [\mathcal{F}^{-1}]^{\beta\mu}_{\beta\nu}[\mathcal{F}]^{\beta\nu}_{\beta\mu} = \mathcal{I}_n.$$

logo,

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = ([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1}.$$

Assim, podemos afirmar que

Se 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$$
 possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} o \mathcal{F}^{-1}]^{eta_{\mathcal{U}}}_{eta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}^{-1}]^{eta_{\mathcal{U}}}_{eta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]^{eta_{\mathcal{U}}}_{eta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_{n}; \quad \pmb{m} = \pmb{n}.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} o \mathcal{F}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]^{eta_{\mathcal{U}}}_{eta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

então;

$$[\mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{U}}}[\mathcal{F}^{-1}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{V}}}[\mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n.$$

logo,

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{i,j}}^{\beta_{i,j}} = ([\mathcal{F}]_{\beta_{i,j}}^{\beta_{i,j}})^{-1}.$$

Assim, podemos afirmar que "se a matriz  $[\mathcal{F}]^{eta 
u}_{eta 
u}$ 

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \; \mathsf{e} \; (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]^{eta_{\mathcal{U}}}_{eta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}^{-1}]^{eta_{\mathcal{U}}}_{eta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]^{eta_{\mathcal{U}}}_{eta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad \pmb{m} = \pmb{n}.$$

е

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_{n}.$$

então; 
$$[\mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{U}}}[\mathcal{F}^{-1}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{V}}}=[\mathcal{F}^{-1}]^{\beta_{\mathcal{U}}}_{\beta_{\mathcal{U}}}[\mathcal{F}]^{\beta_{\mathcal{V}}}_{\beta_{\mathcal{U}}}=\mathcal{I}_{n}.$$

logo,

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = ([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1}.$$

Assim, podemos afirmar que "se a matriz  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  for invertível

Se 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \textcolor{red}{\mathcal{U}})$$
 possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\textcolor{red}{\mathcal{U}}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \ \mathrm{e} \ (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]^{eta_{\mathcal{U}}}_{eta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}^{-1}]^{eta_{\mathcal{U}}}_{eta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]^{eta_{\mathcal{U}}}_{eta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad \pmb{m} = \pmb{n}.$$

е

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]^{eta_{\mathcal{U}}}_{eta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

$$[\mathcal{F}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{U}}}[\mathcal{F}^{-1}]^{eta_{\mathcal{U}}}_{eta_{\mathcal{V}}}=[\mathcal{F}^{-1}]^{eta_{\mathcal{U}}}_{eta_{\mathcal{V}}}[\mathcal{F}]^{eta_{\mathcal{V}}}_{eta_{\mathcal{U}}}=\mathcal{I}_n.$$

logo,

então:

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = ([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1}.$$

Assim, podemos afirmar que "se a matriz  $[\mathcal{F}]_{\beta\nu}^{\beta\nu}$  for invertível então  $\mathcal{F}$  possui inversa!

Operações - Propriedades

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e

Operações - Propriedades

Operações - Propriedades

1. 
$$(\mathcal{F} + 0)(v)$$

Operações - Propriedades

1. 
$$(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$$

#### Operações - Propriedades

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v)$

#### Operações - Propriedades

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$

#### Operações - Propriedades

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v)$

#### Operações - Propriedades

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$

#### Operações - Propriedades

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F}+\mathcal{G})(v)$

#### Operações - Propriedades

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v)$

#### Operações - Propriedades

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :

#### Operações - Propriedades

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :  $\forall \lambda \in \mathbb{K}$ .

### Operações - Propriedades

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :  $\forall \lambda \in \mathbb{K}$ .
- 5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) =$

### Operações - Propriedades

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :  $\forall \lambda \in \mathbb{K}$ .
- 5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v)$

#### Operações - Propriedades

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :  $\forall \lambda \in \mathbb{K}$ .
- 5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v)$  e  $(\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) =$

#### Operações - Propriedades

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :  $\forall \lambda \in \mathbb{K}$ .
- 5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v)$  e  $(\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v)$ .

### Operações - Propriedades

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :  $\forall \lambda \in \mathbb{K}$ .
- 5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v)$  e  $(\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v)$ .
- 6. Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U} \Rightarrow$

### Operações - Propriedades

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :  $\forall \lambda \in \mathbb{K}$ .
- 5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v)$  e  $(\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v)$ .
- 6. Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{F}^k(\mathbf{v}) =$

### Operações - Propriedades

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :  $\forall \lambda \in \mathbb{K}$ .
- 5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v)$  e  $(\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v)$ .
- 6. Se  $V = U \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = (\mathcal{F}o \dots o\mathcal{F})(v); \quad k \in \mathbb{N}.$ k-composições

### Operações - Propriedades

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espacos vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U}).$ 

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :  $\forall \lambda \in \mathbb{K}$ .
- 5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v)$  e  $(\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v)$ .
- 6. Se  $V = U \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = (\mathcal{F}o \dots o\mathcal{F})(v); \quad k \in \mathbb{N}.$ *k*–composições

por definição:

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :  $\forall \lambda \in \mathbb{K}$ .
- 5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v)$  e  $(\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v)$ .
- 6. Se  $V = U \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = (\mathcal{F}o \dots o\mathcal{F})(v); \quad k \in \mathbb{N}.$ k-composições

por definição:  $\mathcal{F}^0(v) = \mathcal{I}_{v}$ 

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :  $\forall \lambda \in \mathbb{K}$ .
- 5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v)$  e  $(\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v)$ .
- 6. Se  $V = U \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = (\mathcal{F}o \dots o\mathcal{F})(v); \quad k \in \mathbb{N}.$ *k*–composições

por definição: 
$$\mathcal{F}^0(v)=\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$
 e  $\mathcal{F}^1(v)=\mathcal{F}(v)$ 

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :  $\forall \lambda \in \mathbb{K}$ .
- 5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v)$  e  $(\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v)$ .
- 6. Se  $V = U \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = (\mathcal{F}o \dots o\mathcal{F})(v); \quad k \in \mathbb{N}.$ *k*–composições

por definição: 
$$\mathcal{F}^0(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$
 e  $\mathcal{F}^1(v) = \mathcal{F}(v)$   
Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(v) =$ 

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :  $\forall \lambda \in \mathbb{K}$ .
- 5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v)$  e  $(\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v)$ .
- 6. Se  $V = U \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = (\mathcal{F}o \dots o\mathcal{F})(v); \quad k \in \mathbb{N}.$ *k*–composições

por definição: 
$$\mathcal{F}^0(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$
 e  $\mathcal{F}^1(v) = \mathcal{F}(v)$   
Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v)$ 

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :  $\forall \lambda \in \mathbb{K}$ .
- 5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v)$  e  $(\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v)$ .
- 6. Se  $V = U \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = (\mathcal{F}o \dots o\mathcal{F})(v); \quad k \in \mathbb{N}.$ *k*–composições

por definição: 
$$\mathcal{F}^0(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$
 e  $\mathcal{F}^1(v) = \mathcal{F}(v)$ 

Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(\mathbf{v}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\mathbf{v})$  dizemos que

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v); \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
- 5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v)$  e  $(\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v)$ .
- 6. Se  $V = U \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = (\mathcal{F}o \dots o\mathcal{F})(v); \quad k \in \mathbb{N}.$ k-composições

por definição: 
$$\mathcal{F}^0(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$
 e  $\mathcal{F}^1(v) = \mathcal{F}(v)$ 

Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v)$  dizemos que  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR AUTO-REFLEXIVO

### Operações - Propriedades

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espacos vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U}).$ 

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :  $\forall \lambda \in \mathbb{K}$ .
- 5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v)$  e  $(\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v)$ .
- 6. Se  $V = U \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = (\mathcal{F}o \dots o\mathcal{F})(v); \quad k \in \mathbb{N}.$ k-composições

por definição: 
$$\mathcal{F}^0(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$
 e  $\mathcal{F}^1(v) = \mathcal{F}(v)$ 

Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v)$  dizemos que  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR AUTO-REFLEXIVO Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(\mathbf{v}) = \mathcal{F}(\mathbf{v})$ 

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :  $\forall \lambda \in \mathbb{K}$ .
- 5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v)$  e  $(\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v)$ .
- 6. Se  $V = U \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = (\mathcal{F}o \dots o\mathcal{F})(v); \quad k \in \mathbb{N}.$ k-composições

por definição: 
$$\mathcal{F}^0(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$
 e  $\mathcal{F}^1(v) = \mathcal{F}(v)$ 

Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v)$  dizemos que  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR AUTO-REFLEXIVO Se V = U e  $\mathcal{F}^2(v) = \mathcal{F}(v)$  dizemos que  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR IDEMPOTENTE.

- 1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
- 2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
- 3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
- 4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda \mathcal{F})(v) + (\lambda \mathcal{G})(v)$ :  $\forall \lambda \in \mathbb{K}$ .
- 5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v)$  e  $(\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v)$ .
- 6. Se  $V = U \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = (\mathcal{F}o \dots o\mathcal{F})(v); \quad k \in \mathbb{N}.$ k-composições

por definição: 
$$\mathcal{F}^0(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$
 e  $\mathcal{F}^1(v) = \mathcal{F}(v)$ 

Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v)$  dizemos que  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR AUTO-REFLEXIVO Se V = U e  $\mathcal{F}^2(v) = \mathcal{F}(v)$  dizemos que  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR IDEMPOTENTE.

Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS: Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e

Matriz Associada - Operações

Matriz Associada - Operações

Matriz Associada - Operações

$$\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y);$$

Matriz Associada - Operações

$$\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y); \ \mathcal{H}(x,y,z) = (x+z,0,y+z);$$

Matriz Associada - Operações

$$\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y); \ \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \ \mathbf{e} \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS: Sejam 
$$\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y); \ \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \ \mathbf{e} \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\};$ 

Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS: Sejam 
$$\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$$
 e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x+w,z,y); \ \mathcal{H}(x,y,z) = (x+z,0,y+z); \ \mathbf{e} \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam 
$$eta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}=\{e_3,e_2,e_4,e_1\};\ eta_{\mathbb{R}^3}=\{e_1-e_3,e_1+e_2,-e_3\}$$

Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS: Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y); \ \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \ \mathbf{e} \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

#### Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS: Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y); \ \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \ \mathbf{e} \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre, se possível, as matrizes associadas as seguintes funções:

#### Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS: Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y); \ \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \ \mathbf{e} \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre, se possível, as matrizes associadas as seguintes funções:

$$(3\mathcal{F}+\mathcal{G})$$
,

#### Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS: Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y); \ \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \ \mathbf{e} \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre, se possível, as matrizes associadas as seguintes funções:

$$(3\mathcal{F}+\mathcal{G})$$
,  $(\mathcal{H}o\mathcal{F})$ ,

### Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS: Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y); \ \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \ \mathbf{e} \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre, se possível, as matrizes associadas as seguintes funções:

$$(3\mathcal{F}+\mathcal{G})$$
,  $(\mathcal{H}o\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G}o\mathcal{H})$ ,

### Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS: Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y); \ \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \ \mathbf{e} \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre, se possível, as matrizes associadas as seguintes funções:

$$(3\mathcal{F}+\mathcal{G})$$
,  $(\mathcal{H}o\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G}o\mathcal{H})$ ,  $\mathcal{G}^{-1}$  e  $\mathcal{H}^{-1}$ .

### Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS: Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y); \ \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \ \mathbf{e} \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre, se possível, as matrizes associadas as seguintes funções:

$$(3\mathcal{F}+\mathcal{G})$$
,  $(\mathcal{H}\circ\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G}\circ\mathcal{H})$ ,  $\mathcal{G}^{-1}$  e  $\mathcal{H}^{-1}$ .

Assim,

#### Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS: Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y); \ \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \ \mathbf{e} \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre, se possível, as matrizes associadas as seguintes funções:

$$(3\mathcal{F}+\mathcal{G})$$
,  $(\mathcal{H}o\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G}o\mathcal{H})$ ,  $\mathcal{G}^{-1}$  e  $\mathcal{H}^{-1}$ .

Assim, temos que determinar as matrizes associadas às tranformações lineares

EXEMPLOS: Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y); \ \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \ \mathbf{e} \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre, se possível, as matrizes associadas as seguintes funções:

$$(3\mathcal{F}+\mathcal{G})$$
,  $(\mathcal{H}o\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G}o\mathcal{H})$ ,  $\mathcal{G}^{-1}$  e  $\mathcal{H}^{-1}$ .

Assim, temos que determinar as matrizes associadas às tranformações lineares e efetuar as possíveis operações entre estas matrizes.

EXEMPLOS: Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y); \ \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \ \mathbf{e} \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre, se possível, as matrizes associadas as seguintes funções:

$$(3\mathcal{F}+\mathcal{G})$$
,  $(\mathcal{H}o\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G}o\mathcal{H})$ ,  $\mathcal{G}^{-1}$  e  $\mathcal{H}^{-1}$ .

Assim, temos que determinar as matrizes associadas às tranformações lineares e efetuar as possíveis operações entre estas matrizes.

(Vamos utilizar as matrizes associadas calculadas nos exercícios anteriores.)

EXEMPLOS: Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F}\left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}\right) = (x + w, z, y); \ \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \ \mathbf{e} \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}; \ \beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre, se possível, as matrizes associadas as seguintes funções:

$$(3\mathcal{F}+\mathcal{G})$$
,  $(\mathcal{H}o\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G}o\mathcal{H})$ ,  $\mathcal{G}^{-1}$  e  $\mathcal{H}^{-1}$ .

Assim, temos que determinar as matrizes associadas às tranformações lineares e efetuar as possíveis operações entre estas matrizes.

(Vamos utilizar as matrizes associadas calculadas nos exercícios anteriores.)

EXEMPLOS: 
$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{dim}(\mathbb{R}^3) \\ \text{dim}(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\mathbf{dim}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}_{\substack{\mathbf{dim}(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\mathbf{dim}(\mathcal{M}_$$

EXEMPLOS: 
$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{dim}(\mathbb{R}^3) \\ \text{dim}(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\mathbf{dim}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}_{\substack{\mathbf{dim}(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\mathbf{dim}(\mathcal{M}_$$

EXEMPLOS: 
$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}_{\underbrace{\mathfrak{J}}_{dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\mathfrak{J}}_{dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}$$

EXEMPLOS: 
$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\mathbf{e}}_{\substack{dim(\mathbb{R}^{3}) \\ dim(\mathbb{M}_{2}(\mathbb{R}))}} \mathbf{e}_{\substack{dim(\mathbb{M}_{2}(\mathbb{R}))}} \mathbf{e}_{\substack{dim(\mathbb{R}^{3}) \\ \beta_{\mathbb{R}^{3}}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\mathbf{3}}_{\substack{dim(\mathbb{R}^{3}) \\ dim(\mathbb{R}^{3})}} \times \underbrace{\mathbf{3}}_{\substack{dim(\mathbb{R}^{3}) \\ dim(\mathbb{R}^{3})}}$$

$$\begin{split} & [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{M}_{2}(\mathbb{R}))}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} \times \underbrace{\mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} \times \underbrace{\mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} \times \underbrace{\mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} \times \underbrace{\mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \mathbf{g}_{\mathbb{R}^{3}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \mathbf{g}_{\mathbb{R$$

$$\begin{split} & [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{M}_{2}(\mathbb{R}))}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} \times \underbrace{\mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} \times \underbrace{\mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} \times \underbrace{\mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} \times \underbrace{\mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}} = \mathbf{g}_{\dim(\mathbb{R}^{3})}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \mathbf{g}_{\mathbb{R}^{3}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \mathbf{g}_{\mathbb{R$$

### Matriz Associada - Operações

$$\begin{split} & \text{EXEMPLOS:} \\ & [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{ \begin{array}{c} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf$$

### Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS: 
$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R}))}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3}} e \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R}))}{4}} e \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R}))}{4}} e \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

### Calculando;

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

### Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS: 
$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{M}_{2}(\mathbb{R}))} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} = \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^$$

 $[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{-2}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{-2}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{-2}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ 

EXEMPLOS: 
$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{M}_{2}(\mathbb{R}))} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} = \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^$$

$$\begin{split} &[3\mathcal{F}+\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} \\ &[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \end{split}$$

### Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS: 
$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\mathbf{3}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \underbrace{\mathbf{4}}_{\dim(\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R}))} \mathbf{e} \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}}(\mathbb{R})} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\mathbf{3}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \underbrace{\mathbf{4}}_{\dim(\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R}))} \mathbf{e}$$
 Calculando;

 $[(\mathcal{H}o\mathcal{F})]_{\beta}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}$ 

 $[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ 

EXEMPLOS: 
$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{M}_{2}(\mathbb{R}))} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} = \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \times \underbrace{\mathbf{g}}_{\dim(\mathbb{R}^$$

$$\begin{split} [3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} &= 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} \\ [(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} &= [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} \end{split}$$

EXEMPLOS: 
$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\underset{dim(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{dim(\mathbb{M}_{2}(\mathbb{R}))}{4}} e \ [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\underset{dim(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{dim(\mathbb{R}^{3})}{3}} \times \underbrace{\underset{dim(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{dim(\mathbb{R}^{3})}{4}} e$$

$$[\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\underset{dim(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{dim(\mathbb{M}_{2}(\mathbb{R}))}{4}} \times \underbrace{\underset{dim(\mathbb{R}^{3})}{4} \times \underset{dim(\mathbb{M}_{2}(\mathbb{R}))}{4}} e$$

$$\text{Calculando};$$

$$\begin{split} [3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\dot{\beta}\dot{\mathcal{M}}_{2}(\mathbb{R})} &= 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}}(\mathbb{R})} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}}(\mathbb{R})} \\ [(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}}(\mathbb{R})} &= [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}}(\mathbb{R})} \\ [\mathcal{H}^{-1}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} &= \end{split}$$

EXEMPLOS: 
$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{3 \times 4}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{4}_{\dim(\mathbb{M}_{2}(\mathbb{R}))} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{3 \times 3}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{3}_{\dim(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{3}_{\dim(\mathbb{R}^$$

$$\begin{split} &[3\mathcal{F}+\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} \\ &[(\mathcal{H}o\mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}_3}}[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} \\ &[\mathcal{H}^{-1}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = ([\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}})^{-1} \end{split}$$

### Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS: 
$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R}))}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R}))}{3}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R}))}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R}))}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R}))}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R}))}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R}))}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R}))}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R}))}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1$$

### Calculando:

Calculando; 
$$[3\mathcal{F}+\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}=3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}+[\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}\\ [(\mathcal{H}\circ\mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}=[\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}\\ [\mathcal{H}^{-1}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}=([\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}})^{-1}\Rightarrow \text{ A matriz, apesar de ser quadrada,}$$

### Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS: 
$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R}))}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{3} \times \underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{4} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{4}} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{4} e \ [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})} \underbrace{\underset{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})}{4} e \ [\mathfrak{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} = \underbrace{\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^{3})$$

### Calculando:

Calculando; 
$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$
 
$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$
 
$$[\mathcal{H}^{-1}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = ([\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}})^{-1} \Rightarrow \text{ A matriz, apesar de ser quadrada, } \mathbf{não \'e invertível!}$$

#### Matriz Associada - Operações

$$\begin{split} & \text{EXEMPLOS:} \\ & [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{ \begin{array}{c} \\ 3 \\ \text{dim}(\mathbb{R}^3) \end{array}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^3)} \mathbf{e} & [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{ \begin{array}{c} 3 \\ \text{dim}(\mathbb{R}^3) \end{array}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^3)} \mathbf{e} \\ & [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{ \begin{array}{c} 3 \\ \text{dim}(\mathbb{R}^3) \end{array}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^3)} \times \underbrace{ \begin{array}{c} 4 \\ \text{dim}(\mathbb{M}_2(\mathbb{R})) \end{array}}_{\text{dim}(\mathbb{M}_2(\mathbb{R}))} \end{split}$$

### Calculando:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}}$$
$$[(\mathcal{H}o\mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}}$$
$$[2(-1)^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} - (12(-1)^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}})^{-1} \rightarrow A \text{ matrix on } A$$

 $[\mathcal{H}^{-1}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = ([\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}})^{-1} \Rightarrow \text{ A matriz, apesar de ser quadrada, } \mathbf{não} \text{ \'e invertível!}$  (observe que a matriz possui uma linha nula.)

#### Matriz Associada - Operações

$$\begin{split} & \text{EXEMPLOS:} \\ & [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{ \begin{array}{c} \\ 3 \\ \text{dim}(\mathbb{R}^3) \end{array}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^3)} \mathbf{e} & [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{ \begin{array}{c} 3 \\ \text{dim}(\mathbb{R}^3) \end{array}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^3)} \mathbf{e} \\ & [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{ \begin{array}{c} 3 \\ \text{dim}(\mathbb{R}^3) \end{array}}_{\text{dim}(\mathbb{R}^3)} \times \underbrace{ \begin{array}{c} 4 \\ \text{dim}(\mathbb{M}_2(\mathbb{R})) \end{array}}_{\text{dim}(\mathbb{M}_2(\mathbb{R}))} \end{split}$$

### Calculando:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}}$$
$$[(\mathcal{H}o\mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}}^{\beta_{\mathcal{M}_{2}(\mathbb{R})}}$$
$$[2(-1)^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}} - (12(-1)^{\beta_{\mathbb{R}^{3}}})^{-1} \rightarrow A \text{ matrix on } A$$

 $[\mathcal{H}^{-1}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = ([\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}})^{-1} \Rightarrow \text{ A matriz, apesar de ser quadrada, } \mathbf{não} \text{ \'e invertível!}$  (observe que a matriz possui uma linha nula.)

Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

Matriz Associada - Operações

#### EXEMPLOS:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{eta_{\mathbb{R}^3}}^{eta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} =$$

Matriz Associada - Operações

#### EXEMPLOS:

$$[3\mathcal{F}+\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}=3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

Matriz Associada - Operações

#### EXEMPLOS:

$$[3\mathcal{F}+\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

Matriz Associada - Operações

#### EXEMPLOS:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

Matriz Associada - Operações

#### EXEMPLOS:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\left[ \left( \mathcal{H} o \mathcal{F} 
ight) 
ight]_{eta_{\mathbb{D}^3}}^{eta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} =$$

Matriz Associada - Operações

#### EXEMPLOS:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{eta_{\mathbb{R}^3}}^{eta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{eta_{\mathbb{R}^3}}^{eta_{\mathbb{R}^3}}$$

Matriz Associada - Operações

#### EXEMPLOS:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

Matriz Associada - Operações

#### EXEMPLOS:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Matriz Associada - Operações

#### EXEMPLOS:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Matriz Associada - Operações

#### EXEMPLOS:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Matriz Associada - Operações

### Exercícios:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,

Matriz Associada - Operações

### Exercícios:

Sejam 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$$
,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) =$ 

Matriz Associada - Operações

### Exercícios:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x$ 

Matriz Associada - Operações

### Exercícios:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt$ 

Matriz Associada - Operações

### Exercícios:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, v, z, w) = x - vt + wt^2$ 

Matriz Associada - Operações

### Exercícios:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, v, z, w) = x - vt + wt^2 - zt^3$ :

Matriz Associada - Operações

### Exercícios:

Sejam 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$$
,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$ ;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \mathbf{e}$$

Matriz Associada - Operações

### Exercícios:

Sejam 
$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$$
,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$ :

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \ \mathbf{e} \ [\mathcal{H}] = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \ 1 & -1 & -1 & 0 \ 1 & -1 & -1 & 1 \ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Matriz Associada - Operações

### Exercícios:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R})), \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, v, z, w) = x - vt + wt^2 - zt^3$ :

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \ \mathbf{e} \ [\mathcal{H}] = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \ 1 & -1 & -1 & 0 \ 1 & -1 & -1 & 1 \ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Encontre, se possível, as matrizes associadas às seguintes funções:

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$ ;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \ \mathbf{e} \ [\mathcal{H}] = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \ 1 & -1 & -1 & 0 \ 1 & -1 & -1 & 1 \ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Encontre, se possível, as matrizes associadas às seguintes funções:  $(5\mathcal{F})$ ,

Matriz Associada - Operações

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$ :

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \ \mathbf{e} \ [\mathcal{H}] = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \ 1 & -1 & -1 & 0 \ 1 & -1 & -1 & 1 \ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Encontre, se possível, as matrizes associadas às seguintes funções:  $(5\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{H}o\mathcal{F})$ ,

### Exercícios:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ . tais que  $\mathcal{F}(x, v, z, w) = x - vt + wt^2 - zt^3$ :

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \ \mathbf{e} \ [\mathcal{H}] = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \ 1 & -1 & -1 & 0 \ 1 & -1 & -1 & 1 \ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Encontre, se possível, as matrizes associadas às seguintes funções:  $(5\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{H}o\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G} + (\mathcal{H}o\mathcal{F}))$ .

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$ ;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \ \mathbf{e} \ [\mathcal{H}] = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \ 1 & -1 & -1 & 0 \ 1 & -1 & -1 & 1 \ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Encontre, se possível, as matrizes associadas às seguintes funções:  $(5\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{H}o\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G}+(\mathcal{H}o\mathcal{F}))$ ,  $\mathcal{G}^{-1}$ ,  $\mathcal{H}^{-1}$ ,  $(\mathcal{H}o\mathcal{F})^{-1}$ ,  $(\mathcal{H}o\mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$ , e  $\mathcal{G}^2$ .

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$ ;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \ \mathbf{e} \ [\mathcal{H}] = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \ 1 & -1 & -1 & 0 \ 1 & -1 & -1 & 1 \ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Encontre, se possível, as matrizes associadas às seguintes funções:  $(5\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{H}o\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G}+(\mathcal{H}o\mathcal{F}))$ ,  $\mathcal{G}^{-1}$ ,  $\mathcal{H}^{-1}$ ,  $(\mathcal{H}o\mathcal{F})^{-1}$ ,  $(\mathcal{H}o\mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$ , e  $\mathcal{G}^2$ .