Universidade Federal da Bahia - UFBA
Instituto de Matemática e Estatística - IME
Departamento de Matemática

MAT A07 - Álgebra Linear A

Exercícios - Respostas - II^a Unidade

Espaços Vetoriais e Subespaços: Operações, Bases Coordenadas, Matriz mudança de Base, Ortogonalidade

Professora: Isamara

Data: 13/04/2021

Subespaços Vetoriais

Exercício.1 (Solução)

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 =$

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z$

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y$

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$

Subespaços Vetoriais

Exercício.1 (Solução)

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 =$

Subespaços Vetoriais

Exercício.1 (Solução)

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$

Subespaços Vetoriais

Exercício.1 (Solução)

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$ é o subespaço nulo.

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$ é o subespaço nulo.

(b) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$

Subespaços Vetoriais

Exercício.1 (Solução)

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$ é o subespaço nulo.

(b) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2;$

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$ é o subespaço nulo.

(b) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$;

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$ é o subespaço nulo.

(b) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$ é o subespaço nulo.

(b) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$ é o subespaço nulo.

(b) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid$

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$ é o subespaço nulo.

(b) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1)$

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$ é o subespaço nulo.

(b) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0)$

Subespaços Vetoriais

Exercício.1 (Solução)

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$ é o subespaço nulo.

(b) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\}$

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\implies \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$ é o subespaço nulo.

(b) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\} = \mathbb{R}^3$;

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$ é o subespaço nulo.

(b) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\} = \mathbb{R}^3$;
logo; a soma é também um subespaço vetorial.

Subespaços Vetoriais

Exercício.1 (Solução)

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$ é o subespaço nulo.

(b) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\} = \mathbb{R}^3$;
logo; a soma é também um subespaço vetorial.

(c) Enquanto que $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$

Subespaços Vetoriais

Exercício.1 (Solução)

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\implies \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$ é o subespaço nulo.

(b) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\} = \mathbb{R}^3$;
logo; a soma é também um subespaço vetorial.

(c) Enquanto que $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não será um subespaço do $\mathbb{R}^3$;

Subespaços Vetoriais

Exercício.1 (Solução)

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$ é o subespaço nulo.

(b) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\} = \mathbb{R}^3$;
logo; a soma é também um subespaço vetorial.

(c) Enquanto que $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não será um subespaço do $\mathbb{R}^3$; pois $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$,

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$ é o subespaço nulo.

(b) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\} = \mathbb{R}^3$;
logo; a soma é também um subespaço vetorial.

(c) Enquanto que $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não será um subespaço do $\mathbb{R}^3$; pois $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$, ou seja, um subespaço não é um subconjunto do outro.

Subespaços Vetoriais

Exercício.1 (Solução)

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$ é o subespaço nulo.

(b) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\} = \mathbb{R}^3$;
logo; a soma é também um subespaço vetorial.

(c) Enquanto que $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não será um subespaço do $\mathbb{R}^3$; pois $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$, ou seja, um subespaço não é um subconjunto do outro.

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:

Subespaços Vetoriais

Exercício.2 (Solução)

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})|$

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1$ e

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(b) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(b) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$;

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(b) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$; logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(b) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$; logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(b) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$; logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente, $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(b) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$; logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente, $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) Enquanto que

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(b) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$; logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente, $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) Enquanto que
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 =$

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(b) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$; logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente, $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) Enquanto que
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) |$

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(b) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$; logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente, $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) Enquanto que
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | p(t) = a_1 + a_1 t + a_2 t^2 +$

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(b) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$; logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente, $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) Enquanto que
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | p(t) = a_1 + a_1 t + a_2 t^2 + b_0 + b_1 t\}$

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(b) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$; logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente, $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) Enquanto que
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | p(t) = a_1 + a_1 t + a_2 t^2 + b_0 + b_1 t\}$
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 =$

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(b) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$; logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente, $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) Enquanto que
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | p(t) = a_1 + a_1 t + a_2 t^2 + b_0 + b_1 t\}$
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | (a_1 + b_0) +$

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(b) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$; logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente, $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) Enquanto que
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | p(t) = a_1 + a_1 t + a_2 t^2 + b_0 + b_1 t\}$
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | (a_1 + b_0) + (a_1 + b_1)t + a_2 t^2\}$

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(b) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$; logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente, $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) Enquanto que
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | p(t) = a_1 + a_1 t + a_2 t^2 + b_0 + b_1 t\}$
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | (a_1 + b_0) + (a_1 + b_1)t + a_2 t^2\} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$

Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(b) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$; logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente, $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) Enquanto que
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | p(t) = a_1 + a_1 t + a_2 t^2 + b_0 + b_1 t\}$
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | (a_1 + b_0) + (a_1 + b_1) t + a_2 t^2\} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

(b) Por (a) temos que;

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

(b) Por (a) temos que;
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

(b) Por (a) temos que;
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$.

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

(b) Por (a) temos que;
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$. logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$

Subespaços Vetoriais

Exercício.3 (Solução)

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

(b) Por (a) temos que;
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$. logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

(b) Por (a) temos que;
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$. logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente,
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

(b) Por (a) temos que;
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$. logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente,
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 =$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

(b) Por (a) temos que;
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$. logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente,
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4$

Subespaços Vetoriais

Exercício.3 (Solução)

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

(b) Por (a) temos que;
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$. logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente,
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid (x, y, z, w) =$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

(b) Por (a) temos que;
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$. logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente,
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid (x, y, z, w) = (-y_1, y_1, z_1, w_1) +$

Subespaços Vetoriais

Exercício.3 (Solução)

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

(b) Por (a) temos que;
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$. logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente,
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid (x, y, z, w) = (-y_1, y_1, z_1, w_1) + (x_2, y_2, -w_2, w_2) =$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

(b) Por (a) temos que;
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$. logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente,
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid (x, y, z, w) = (-y_1, y_1, z_1, w_1) + (x_2, y_2, -w_2, w_2) =$
$(-y_1 + x_2,$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

(b) Por (a) temos que;
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$. logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente,
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid (x, y, z, w) = (-y_1, y_1, z_1, w_1) + (x_2, y_2, -w_2, w_2) =$
$(-y_1 + x_2, y_1 + y_2,$

Subespaços Vetoriais

Exercício.3 (Solução)

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

(b) Por (a) temos que;
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$. logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente,
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid (x, y, z, w) = (-y_1, y_1, z_1, w_1) + (x_2, y_2, -w_2, w_2) =$
$(-y_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 - w_2,$

Subespaços Vetoriais

Exercício.3 (Solução)

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y=0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid z+w=0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x=-y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid z=-w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x=-y \text{ e } z=-w\}$

(b) Por (a) temos que;
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$. logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente,
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid (x,y,z,w) = (-y_1, y_1, z_1, w_1) + (x_2, y_2, -w_2, w_2) =$
$(-y_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 - w_2, w_1 + w_2)\}$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

(b) Por (a) temos que;
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$. logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente,
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid (x, y, z, w) = (-y_1, y_1, z_1, w_1) + (x_2, y_2, -w_2, w_2) =$
$(-y_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 - w_2, w_1 + w_2)\} = \mathbb{R}^4$.

Subespaços Vetoriais

Exercício.3 (Solução)

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

(b) Por (a) temos que;
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$. logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente,
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid (x, y, z, w) = (-y_1, y_1, z_1, w_1) + (x_2, y_2, -w_2, w_2) =$
$(-y_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 - w_2, w_1 + w_2)\} = \mathbb{R}^4$.
Portanto, $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$ é subespaço vetorial.

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z + w = 0\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid z = -w\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y \text{ e } z = -w\}$

(b) Por (a) temos que;
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 \neq \mathcal{W}_2$. logo, $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$ consequentemente,
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ **não é um subespaço vetorial**.

(c) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid (x, y, z, w) = (-y_1, y_1, z_1, w_1) + (x_2, y_2, -w_2, w_2) = (-y_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 - w_2, w_1 + w_2)\} = \mathbb{R}^4$.
Portanto, $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$ é subespaço vetorial.

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 =$

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z$

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y$

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 =$

Subespaços Vetoriais

Exercício.4 (Solução)

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$

Subespaços Vetoriais

Exercício.4 (Solução)

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2;$

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$;

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid$

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1)$

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0)$

Subespaços Vetoriais

Exercício.4 (Solução)

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\}$

Subespaços Vetoriais

Exercício.4 (Solução)

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\} = \mathbb{R}^3$.

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\} = \mathbb{R}^3$.
Logo, por (i) e (ii) temos que $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\} = \mathbb{R}^3$.
Logo, por (i) e (ii) temos que $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z\} \Longrightarrow$

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\} = \mathbb{R}^3$.
Logo, por (i) e (ii) temos que $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z\} \Longrightarrow \mathcal{W}_1 = [(-1, 0, 1), (0, 1, 0)]$

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\} = \mathbb{R}^3$.
Logo, por (i) e (ii) temos que $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z\} \Longrightarrow \mathcal{W}_1 = [(-1, 0, 1), (0, 1, 0)] = [\underbrace{e_3 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_2}_{v_2}]$

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\} = \mathbb{R}^3$.
Logo, por (i) e (ii) temos que $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z\} \Longrightarrow \mathcal{W}_1 = [(-1, 0, 1), (0, 1, 0)] = [\underbrace{e_3 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_2}_{v_2}]$ e, o

conjunto dos vetores $\{v_1, v_2\}$ é Linearmente independente

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\} = \mathbb{R}^3$.
Logo, por (i) e (ii) temos que $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z\} \Longrightarrow \mathcal{W}_1 = [(-1, 0, 1), (0, 1, 0)] = [\underbrace{e_3 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_2}_{v_2}]$ e, o

conjunto dos vetores $\{v_1, v_2\}$ é Linearmente independente pois
$\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 0$

Subespaços Vetoriais

Exercício.4 (Solução)

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\} = \mathbb{R}^3$.
Logo, por (i) e (ii) temos que $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z\} \Longrightarrow \mathcal{W}_1 = [(-1, 0, 1), (0, 1, 0)] = [\underbrace{e_3 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_2}_{v_2}]$ e, o conjunto dos vetores $\{v_1, v_2\}$ é Linearmente independente pois
$\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 0 \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\}$

Subespaços Vetoriais

Exercício.4 (Solução)

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y = z = 0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\} = \mathbb{R}^3$.
Logo, por (i) e (ii) temos que $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z\} \Longrightarrow \mathcal{W}_1 = [(-1, 0, 1), (0, 1, 0)] = [\underbrace{e_3 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_2}_{v_2}]$ e, o conjunto dos vetores $\{v_1, v_2\}$ é Linearmente independente pois
$\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 0 \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e

(a) Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$:

Considerando os subespaços de $\mathbb{R}^3$:
$\mathcal{W}_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x+z=0\}$ e
$\mathcal{W}_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x+y=0 \text{ e } z=0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x=-z \text{ e } x=-y \text{ e } z=0\}$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x=y=z=0\}$
$\Longrightarrow \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$.

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = u_1 + u_2; u_1 \in \mathcal{W}_1, u_2 \in \mathcal{W}_2\}$; então,
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u = (-z_1, y_1, z_1) + (-y_2, y_2, 0) = (-z_1 - y_2, y_1 + y_2, z_1)\} = \mathbb{R}^3$.
Logo, por (i) e (ii) temos que $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
$\mathcal{W}_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x=-z\} \Longrightarrow \mathcal{W}_1 = [(-1,0,1),(0,1,0)] = [\underbrace{e_3 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_2}_{v_2}]$ e, o
conjunto dos vetores $\{v_1, v_2\}$ é Linearmente independente pois
$\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 0 \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\}$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)]$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\}$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 =$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} =$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} =$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\}$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset]$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$
Portanto,

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$
Portanto, $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) =$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$
Portanto, $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2)$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$
Portanto, $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) =$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$
Portanto, $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 2 + 1 - 0 =$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$
Portanto, $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 2 + 1 - 0 = 3$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$
Portanto, $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 2 + 1 - 0 = 3$
$\Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$
Portanto, $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 2 + 1 - 0 = 3$
$\Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^3) =$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$
Portanto, $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 2 + 1 - 0 = 3$
$\Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^3) = 3$

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1$.
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$
Portanto, $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 2 + 1 - 0 = 3$
$\Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^3) = 3$
e, como $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathbb{R}^3$

Subespaços Vetoriais

Exercício.4 (Solução)

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$
Portanto, $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 2 + 1 - 0 = 3$
$\Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^3) = 3$
e, como $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathbb{R}^3$ então; $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \mathbb{R}^3$.

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$
Portanto, $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 2 + 1 - 0 = 3$
$\Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^3) = 3$
e, como $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathbb{R}^3$ então; $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \mathbb{R}^3$.
Logo; $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$ e

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1.$
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$
Portanto, $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 2 + 1 - 0 = 3$
$\Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^3) = 3$
e, como $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathbb{R}^3$ então; $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \mathbb{R}^3$.
Logo; $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$;

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1$.
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$
Portanto, $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 2 + 1 - 0 = 3$
$\Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^3) = 3$
e, como $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathbb{R}^3$ então; $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \mathbb{R}^3$.
Logo; $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$; concluimos que $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.

(ii) $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_3 - e_1, e_2\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$; e
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y \text{ e } z = 0\} \Longrightarrow \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0)] = [e_2 - e_1]$
$\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_2) = 1$.
Então, o subespaço
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -z \text{ e } x = -y \text{ e } z = 0\} = \{x = y = z = 0\} = \{0\} \Longrightarrow$
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = [\emptyset] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$
Portanto, $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 2 + 1 - 0 = 3$
$\Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^3) = 3$
e, como $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathbb{R}^3$ então; $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \mathbb{R}^3$.
Logo; $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{0\}$; concluimos que $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) |$

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1$ e

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 =$

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) |$

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | p(t) = a_1 + a_1 t + a_2 t^2 +$

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | p(t) = a_1 + a_1 t + a_2 t^2 + b_0 + b_1 t\}$

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | p(t) = a_1 + a_1 t + a_2 t^2 + b_0 + b_1 t\}$
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 =$

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | p(t) = a_1 + a_1 t + a_2 t^2 + b_0 + b_1 t\}$
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | (a_1 + b_0) +$

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | p(t) = a_1 + a_1 t + a_2 t^2 + b_0 + b_1 t\}$
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | (a_1 + b_0) + (a_1 + b_1)t + a_2 t^2\}$

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | p(t) = a_1 + a_1 t + a_2 t^2 + b_0 + b_1 t\}$
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | (a_1 + b_0) + (a_1 + b_1)t + a_2 t^2\} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | p(t) = a_1 + a_1 t + a_2 t^2 + b_0 + b_1 t\}$
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | (a_1 + b_0) + (a_1 + b_1)t + a_2 t^2\} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$
Por (ii) temos que $\mathcal{P}_2(\mathbb{R}) = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$;

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | p(t) = a_1 + a_1 t + a_2 t^2 + b_0 + b_1 t\}$
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | (a_1 + b_0) + (a_1 + b_1)t + a_2 t^2\} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$
Por (ii) temos que $\mathcal{P}_2(\mathbb{R}) = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$; porém, por (i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \{0\}$.

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | p(t) = a_1 + a_1 t + a_2 t^2 + b_0 + b_1 t\}$
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | (a_1 + b_0) + (a_1 + b_1)t + a_2 t^2\} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$
Por (ii) temos que $\mathcal{P}_2(\mathbb{R}) = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$; porém, por (i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \{0\}$.
Logo, $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ **não é soma direta** de $\mathcal{W}_1$ com $\mathcal{W}_2$.

(b) Considere os seguintes subespaços de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_0 = a_1\}$,
$\mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid a_2 = 0\}$.

(i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | a_0 = a_1 \text{ e } a_2 = 0\}$

(ii) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | p(t) = a_1 + a_1 t + a_2 t^2 + b_0 + b_1 t\}$
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) | (a_1 + b_0) + (a_1 + b_1)t + a_2 t^2\} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$
Por (ii) temos que $\mathcal{P}_2(\mathbb{R}) = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$; porém, por (i) $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \{0\}$.
Logo, $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ **não é soma direta** de $\mathcal{W}_1$ com $\mathcal{W}_2$.

Considere o seguinte subespaço de $\mathbb{R}^4$:

Considere o seguinte subespaço de $\mathbb{R}^4$:
$\mathcal{W} = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0$

Considere o seguinte subespaço de $\mathbb{R}^4$:
$\mathcal{W} = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\}$.

Considere o seguinte subespaço de $\mathbb{R}^4$:
$\mathcal{W} = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.

Considere o seguinte subespaço de $\mathbb{R}^4$:
$\mathcal{W} = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Considere o seguinte subespaço de $\mathbb{R}^4$:

Subespaços Vetoriais

Exercício.5 (Solução)

Considere o seguinte subespaço de $\mathbb{R}^4$:
$\mathcal{W} = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Considere o seguinte subespaço de $\mathbb{R}^4$:

$$\forall u \in \mathcal{W};$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathbb{R}^4$:
$\mathcal{W} = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Considere o seguinte subespaço de $\mathbb{R}^4$:

$$\forall u \in \mathcal{W}; u = (-y, y, -w, w) =$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathbb{R}^4$:
$\mathcal{W} = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Considere o seguinte subespaço de $\mathbb{R}^4$:

$$\forall u \in \mathcal{W}; u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) +$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathbb{R}^4$:
$\mathcal{W} = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Considere o seguinte subespaço de $\mathbb{R}^4$:

$$\forall u \in \mathcal{W}; u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1)$$

$$\Rightarrow \mathcal{W} = [\underbrace{(-1, 1, 0, 0)}_{e_2 - e_1},$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathbb{R}^4$:
$\mathcal{W} = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Considere o seguinte subespaço de $\mathbb{R}^4$:

$$\forall u \in \mathcal{W}; u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1)$$

$$\Rightarrow \mathcal{W} = [\underbrace{(-1, 1, 0, 0)}_{e_2 - e_1}, \underbrace{(0, 0, -1, 1)}_{e_4 - e_3}]$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$;

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix}$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11} e_1$$

Subespaços Vetoriais

Exercício.6 (Solução)

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11} e_1 + a_{22} e_4$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11} e_1 + a_{22} e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1,$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11} e_1 + a_{22} e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11} e_1 + a_{22} e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C});$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11}e_1 + a_{22}e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); \; A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix}$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11}e_1 + a_{22}e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C});\ A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11} e_1 + a_{22} e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); \ A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11} e_1 + a_{22} e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C});\ A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Subespaços Vetoriais

Exercício.6 (Solução)

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11} e_1 + a_{22} e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C});\ A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + b_1 i \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11}e_1 + a_{22}e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C});\ A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + b_1 i\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$+ a_2\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11} e_1 + a_{22} e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C});\ A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + b_1 i \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ a_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + b_2 i \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11}e_1 + a_{22}e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C});\ A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + b_1 i\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$+a_2\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + b_2 i\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1 e_1$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11} e_1 + a_{22} e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C});\ A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + b_1 i \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ a_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + b_2 i \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1 e_1 + b_1 (i e_1)$$

Subespaços Vetoriais

Exercício.6 (Solução)

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11} e_1 + a_{22} e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C});\ A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + b_1 i \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ a_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + b_2 i \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1 e_1 + b_1 (i e_1) + a_2 e_4$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11}e_1 + a_{22}e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C});\ A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + b_1 i \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ a_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + b_2 i \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1e_1 + b_1(ie_1) + a_2e_4 + b_2(ie_4)$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11} e_1 + a_{22} e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C});\ A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + b_1 i \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ a_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + b_2 i \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1 e_1 + b_1 (ie_1) + a_2 e_4 + b_2 (ie_4) \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1,$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11} e_1 + a_{22} e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C});\ A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + b_1 i \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ a_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + b_2 i \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1 e_1 + b_1 (ie_1) + a_2 e_4 + b_2 (ie_4) \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, ie_1,$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11} e_1 + a_{22} e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C});\ A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + b_1 i \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ a_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + b_2 i \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1 e_1 + b_1 (ie_1) + a_2 e_4 + b_2 (ie_4) \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, ie_1, e_4,$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11}e_1 + a_{22}e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C});\ A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + b_1 i\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$+a_2\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + b_2 i\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1e_1 + b_1(ie_1) + a_2e_4 + b_2(ie_4) \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, ie_1, e_4, ie_4].$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid a_{ij} = 0; \forall i \neq j\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}); A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_{11} e_1 + a_{22} e_4 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, e_4];$$

porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$$\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C});\ A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + b_1 i \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ a_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + b_2 i \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a_1 e_1 + b_1 (ie_1) + a_2 e_4 + b_2 (ie_4) \Rightarrow \mathcal{W} = [e_1, ie_1, e_4, ie_4].$$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C})$;

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t)$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2)$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2$

Subespaços Vetoriais

Exercício.7 (Solução)

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2,$

Subespaços Vetoriais

Exercício.7 (Solução)

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3];$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C})$;

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:

$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.

Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.

para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;

porém,

se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2 + a_2 e_3$;

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2 + a_2 e_3; a_1 = a + bi$ e $a_2 = c + di; a, b, c, d \in \mathbb{R}$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:

$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.

Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.

para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;

porém,

se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2 + a_2 e_3; a_1 = a + bi$ e $a_2 = c + di; a, b, c, d \in \mathbb{R}$

$p(t) = (a + bi)(e_2) +$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2 + a_2 e_3; a_1 = a + bi$ e $a_2 = c + di; a, b, c, d \in \mathbb{R}$
$p(t) = (a + bi)(e_2) + \; + (c + di)(e_3)$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2 + a_2 e_3; a_1 = a + bi$ e $a_2 = c + di; a, b, c, d \in \mathbb{R}$
$p(t) = (a + bi)(e_2) + \ + (c + di)(e_3) = (a)e_2$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2 + a_2 e_3; a_1 = a + bi \;\text{ e }\; a_2 = c + di; a, b, c, d \in \mathbb{R}$
$p(t) = (a + bi)(e_2) + \; + (c + di)(e_3) = (a)e_2 + (bi)e_2$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2 + a_2 e_3; a_1 = a + bi$ e $a_2 = c + di; a, b, c, d \in \mathbb{R}$
$p(t) = (a + bi)(e_2) + + (c + di)(e_3) = (a)e_2 + (bi)e_2 + (c)e_3$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2 + a_2 e_3; a_1 = a + bi$ e $a_2 = c + di; a, b, c, d \in \mathbb{R}$
$p(t) = (a + bi)(e_2) + \ + (c + di)(e_3) = (a)e_2 + (bi)e_2 + (c)e_3 + (di)e_3$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2 + a_2 e_3; a_1 = a + bi$ e $a_2 = c + di; a, b, c, d \in \mathbb{R}$
$p(t) = (a + bi)(e_2) + \ + (c + di)(e_3) = (a)e_2 + (bi)e_2 + (c)e_3 + (di)e_3 =$
$(a)e_2$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2 + a_2 e_3; a_1 = a + bi$ e $a_2 = c + di; a, b, c, d \in \mathbb{R}$
$p(t) = (a + bi)(e_2) + \; + (c + di)(e_3) = (a)e_2 + (bi)e_2 + (c)e_3 + (di)e_3 =$
$(a)e_2 + b(ie_2)$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2 + a_2 e_3; a_1 = a + bi$ e $a_2 = c + di; a, b, c, d \in \mathbb{R}$
$p(t) = (a + bi)(e_2) + \; + (c + di)(e_3) = (a)e_2 + (bi)e_2 + (c)e_3 + (di)e_3 =$
$(a)e_2 + b(ie_2) + (c)e_3$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2 + a_2 e_3; a_1 = a + bi$ e $a_2 = c + di; a, b, c, d \in \mathbb{R}$
$p(t) = (a + bi)(e_2) + \; + (c + di)(e_3) = (a)e_2 + (bi)e_2 + (c)e_3 + (di)e_3 =$
$(a)e_2 + b(ie_2) + (c)e_3 + d(ie_3)$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2 + a_2 e_3; a_1 = a + bi$ e $a_2 = c + di; a, b, c, d \in \mathbb{R}$
$p(t) = (a + bi)(e_2) + \ + (c + di)(e_3) = (a)e_2 + (bi)e_2 + (c)e_3 + (di)e_3 =$
$(a)e_2 + b(ie_2) + (c)e_3 + d(ie_3) \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, ie_2,$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2 + a_2 e_3; a_1 = a + bi$ e $a_2 = c + di; a, b, c, d \in \mathbb{R}$
$p(t) = (a + bi)(e_2) + \; + (c + di)(e_3) = (a)e_2 + (bi)e_2 + (c)e_3 + (di)e_3 =$
$(a)e_2 + b(ie_2) + (c)e_3 + d(ie_3) \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, ie_2, e_3,$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2 + a_2 e_3; a_1 = a + bi$ e $a_2 = c + di; a, b, c, d \in \mathbb{R}$
$p(t) = (a + bi)(e_2) + + (c + di)(e_3) = (a)e_2 + (bi)e_2 + (c)e_3 + (di)e_3 =$
$(a)e_2 + b(ie_2) + (c)e_3 + d(ie_3) \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, ie_2, e_3, ie_3]$

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2 + a_2 e_3; a_1 = a + bi$ e $a_2 = c + di; a, b, c, d \in \mathbb{R}$
$p(t) = (a + bi)(e_2) + \; + (c + di)(e_3) = (a)e_2 + (bi)e_2 + (c)e_3 + (di)e_3 =$
$(a)e_2 + b(ie_2) + (c)e_3 + d(ie_3) \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, ie_2, e_3, ie_3] = [t, it, t^2, it^2]$.

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{C})$:
$\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}) \mid a_0 = a_3 = 0\}$.
Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
para $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1(t) + a_2(t^2) = a_1 e_2 + a_2 e_3 \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, e_3]$;
porém,
se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:
$\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{C}); p(t) = a_1 t + a_2 t^2 = a_1 e_2 + a_2 e_3; a_1 = a + bi$ e $a_2 = c + di; a, b, c, d \in \mathbb{R}$
$p(t) = (a + bi)(e_2) + \ + (c + di)(e_3) = (a)e_2 + (bi)e_2 + (c)e_3 + (di)e_3 =$
$(a)e_2 + b(ie_2) + (c)e_3 + d(ie_3) \Rightarrow \mathcal{W} = [e_2, ie_2, e_3, ie_3] = [t, it, t^2, it^2]$.

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) / a_0 + 3a_2 = 0\}$. Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.

Considere o seguinte subespaço de $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) / a_0 + 3a_2 = 0\}$. Determine um conjunto de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
$\forall p(t) \in \mathcal{W} : p(t) = -3a_2 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 = a_1(t) + a_2(-3 + t^2) + a_3(t^3) \Longrightarrow \mathcal{W} = [t, -3 + t^2, t^3] = [e_2, e_3 - 3e_1, e_4]$.

$\mathcal{W}_1 = [(2,1,0),(-3,0,1)] = [2e_1 + e_2, -3e_1 + e_3] \Longrightarrow 2e_1 + e_2, -3e_1 + e_3$ são L.I.; então :
$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{2e_1 + e_2, -3e_1 + e_3\}$.
$\mathcal{W}_2 = [(1,0,1),(1,1,3)] = [e_1 + e_3, e_1 + e_2 + 3e_3] \Longrightarrow e_1 + e_3, e_1 + e_2 + 3e_3$ são L.I.; então :
$\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_3, e_1 + e_2 + 3e_3\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = \lambda_1(2e_1 + e_2) + \lambda_2(-3e_1 + e_3)$ e $u = \lambda_3(e_1 + e_3) + \lambda_4(e_1 + e_2 + 3e_3)\} \Longrightarrow$
$\lambda_1(2e_1 + e_2) + \lambda_2(-3e_1 + e_3) = \lambda_3(e_1 + e_3) + \lambda_4(e_1 + e_2 + 3e_3) \Longrightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_4$ e $\lambda_3 = -2\lambda_4$;
assim, $\lambda_4(2e_1 + e_2) + \lambda_4(-3e_1 + e_3) = -2\lambda_4(e_1 + e_3) + \lambda_4(e_1 + e_2 + 3e_3)$ para $\lambda_4 = 1$:
$(2e_1 + e_2) + (-3e_1 + e_3) = -2(e_1 + e_3) + (e_1 + e_2 + 3e_3) \Longrightarrow (-e_1 + e_2 + e_3) = (-e_1 + e_2 + e_3) = u$
u é L.I.; então $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{-e_1 + e_2 + e_3\}$.

$\mathcal{W}_1 = [(2,1,0),(-3,0,1)] = [2e_1 + e_2, -3e_1 + e_3] \Longrightarrow 2e_1 + e_2, -3e_1 + e_3$ são L.I.; então :
$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{2e_1 + e_2, -3e_1 + e_3\}$.
$\mathcal{W}_2 = [(1,0,1),(1,1,3)] = [e_1 + e_3, e_1 + e_2 + 3e_3] \Longrightarrow e_1 + e_3, e_1 + e_2 + 3e_3$ são L.I.; então :
$\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_3, e_1 + e_2 + 3e_3\}$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [2e_1 + e_2, -3e_1 + e_3, e_1 + e_3, e_1 + e_2 + 3e_3] \Longrightarrow 2e_1 + e_2, -3e_1 + e_3, e_1 + e_3, e_1 + e_2 + 3e_3$ são L.D.; pois da combinação linear nula:
$\lambda_1(2e_1 + e_2) + \lambda_2(-3e_1 + e_3) + \lambda_3(e_1 + e_3) + \lambda_4(e_1 + e_2 + 3e_3) = 0 \Longrightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = -\lambda_4; \lambda_3 = -2\lambda_4; \lambda_4 \in \mathbb{R}$; temos que retirar um vetor que torna os vetores linearmente dependentes.
Fazendo, por exemplo: $\lambda_4 = 1$ e substituindo na combinação linear acima:
$-(2e_1 + e_2) - (-3e_1 + e_3) - 2(e_1 + e_3) + (e_1 + e_2 + 3e_3) = 0 \Longrightarrow (e_1 + e_2 + 3e_3) = (2e_1 + e_2) + (-3e_1 + e_3) + 2(e_1 + e_3)$, logo, podemos retirar o vetor $e_1 + e_2 + 3e_3$, e assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{2e_1 + e_2, -3e_1 + e_3, e_1 + e_3\}$.

$$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0$$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0$ e

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\}$$

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w)$$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) +$

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\}$

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0),$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] =$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1,$

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1,$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0$ e $z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0$ e $z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então :

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0$ e $z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1}$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1,$

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.

$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) =$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) +$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) +$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\}$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0),$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.

$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0),$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.

$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] =$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1,$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1,$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0$ e $z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.

$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$;

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.

$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1,$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0$ e $z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] =$
$[e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1,$

$\mathcal{W}_1 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y-z+w=0 \text{ e } z-w=0\} = \{(-y,y,w,w) = y(-1,1,0,0)+w(0,0,1,1)\} = [(-1,1,0,0),(0,0,1,1)] = [e_2-e_1, e_3+e_4]$ e o conjunto $\{e_2-e_1, e_3+e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2-e_1, e_3+e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y+z=0\}\{(-y-z,y,z,w) = y(-1,1,0,0)+z(-1,0,1,0)+w(0,0,0,1)\} = [(-1,1,0,0),(-1,0,1,0),(0,0,0,1)] = [e_2-e_1, e_3-e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$

$\mathcal{W}_1 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y-z+w=0 \text{ e } z-w=0\} = \{(-y,y,w,w) = y(-1,1,0,0)+w(0,0,1,1)\} = [(-1,1,0,0),(0,0,1,1)] = [e_2-e_1, e_3+e_4]$ e o conjunto $\{e_2-e_1, e_3+e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2-e_1, e_3+e_4\}$.

$\mathcal{W}_2 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y+z=0\}\{(-y-z,y,z,w) = y(-1,1,0,0)+z(-1,0,1,0)+w(0,0,0,1)\} = [(-1,1,0,0),(-1,0,1,0),(0,0,0,1)] = [e_2-e_1, e_3-e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$ é L.I.;

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.

$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;

então :

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2}$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.

$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1,$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0$ e $z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1,$

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$

$\mathcal{W}_1 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y-z+w=0 \text{ e } z-w=0\} = \{(-y,y,w,w) = y(-1,1,0,0)+w(0,0,1,1)\} = [(-1,1,0,0),(0,0,1,1)] = [e_2-e_1, e_3+e_4]$ e o conjunto $\{e_2-e_1, e_3+e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2-e_1, e_3+e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y+z=0\}\{(-y-z,y,z,w) = y(-1,1,0,0)+z(-1,0,1,0)+w(0,0,0,1)\} = [(-1,1,0,0),(-1,0,1,0),(0,0,0,1)] = [e_2-e_1, e_3-e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w)$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w) \text{ e } u = (-y - z, y, z, w)\}$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.

$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.

$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w) \text{ e } u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)]$

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] =$
$[e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w) \text{ e } u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0$ e $z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] =$
$[e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w)$ e $u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$
$= \{e_2 - e_1\}$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] =$
$[e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w) \text{ e } u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$
$= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.

$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.

$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w) \text{ e } u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$
$= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;

então :

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y-z+w=0 \text{ e } z-w=0\} = \{(-y,y,w,w) = y(-1,1,0,0)+w(0,0,1,1)\} = [(-1,1,0,0),(0,0,1,1)] = [e_2-e_1, e_3+e_4]$ e o conjunto $\{e_2-e_1, e_3+e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2-e_1, e_3+e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y+z=0\}\{(-y-z,y,z,w) = y(-1,1,0,0)+z(-1,0,1,0)+w(0,0,0,1)\} = [(-1,1,0,0),(-1,0,1,0),(0,0,0,1)] = [e_2-e_1, e_3-e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y,y,w,w) \text{ e } u = (-y-z,y,z,w)\} = [(-1,1,0,0)] = [e_2-e_1]$
$= \{e_2-e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2}$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] =$
$[e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w) \text{ e } u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$
$= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.

$\mathcal{W}_1 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y-z+w=0 \text{ e } z-w=0\} = \{(-y,y,w,w) = y(-1,1,0,0)+w(0,0,1,1)\} = [(-1,1,0,0),(0,0,1,1)] = [e_2-e_1, e_3+e_4]$ e o conjunto $\{e_2-e_1, e_3+e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2-e_1, e_3+e_4\}$.

$\mathcal{W}_2 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y+z=0\}\{(-y-z,y,z,w) = y(-1,1,0,0)+z(-1,0,1,0)+w(0,0,0,1)\} = [(-1,1,0,0),(-1,0,1,0),(0,0,0,1)] = [e_2-e_1, e_3-e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$.

$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y,y,w,w) \text{ e } u = (-y-z,y,z,w)\} = [(-1,1,0,0)] = [e_2-e_1]$ $= \{e_2-e_1\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1\cap\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.

$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] =$
$[e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w) \text{ e } u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$
$= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0, 0),$

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y-z+w=0 \text{ e } z-w=0\} = \{(-y,y,w,w) = y(-1,1,0,0)+w(0,0,1,1)\} = [(-1,1,0,0),(0,0,1,1)] = [e_2-e_1, e_3+e_4]$ e o conjunto $\{e_2-e_1, e_3+e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2-e_1, e_3+e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y+z=0\}\{(-y-z,y,z,w) = y(-1,1,0,0)+z(-1,0,1,0)+w(0,0,0,1)\} = [(-1,1,0,0),(-1,0,1,0),(0,0,0,1)] = [e_2-e_1, e_3-e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y,y,w,w) \text{ e } u = (-y-z,y,z,w)\} = [(-1,1,0,0)] = [e_2-e_1]$
$= \{e_2-e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1,1,0,0),(0,0,1,1),$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] =$
$[e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w) \text{ e } u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$
$= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (-1, 0, 1, 0),$

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w) \text{ e } u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$
$= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)]$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0$ e $z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] =$
$[e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w)$ e $u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$
$= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1,$

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] =$
$[e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w) \text{ e } u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$
$= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4,$

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] =$
$[e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w) \text{ e } u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$
$= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1,$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] =$
$[e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w) \text{ e } u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$
$= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1, e_4]$; e

$\mathcal{W}_1 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y-z+w=0 \text{ e } z-w=0\} = \{(-y,y,w,w) =$
$y(-1,1,0,0)+w(0,0,1,1)\} = [(-1,1,0,0),(0,0,1,1)] = [e_2-e_1, e_3+e_4]$ e o conjunto
$\{e_2-e_1, e_3+e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2-e_1, e_3+e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y+z=0\}\{(-y-z,y,z,w) =$
$y(-1,1,0,0)+z(-1,0,1,0)+w(0,0,0,1)\} = [(-1,1,0,0),(-1,0,1,0),(0,0,0,1)] =$
$[e_2-e_1, e_3-e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y,y,w,w) \text{ e } u = (-y-z,y,z,w)\} = [(-1,1,0,0)] = [e_2-e_1]$
$= \{e_2-e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1,1,0,0),(0,0,1,1),(-1,0,1,0),(0,0,0,1)] = [e_2-e_1, e_3+e_4, e_3-e_1, e_4]$; e
$\{e_2-e_1,$

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0$ e $z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w)$ e $u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$
$= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1, e_4]$; e
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4,$

$\mathcal{W}_1 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y-z+w = 0 \text{ e } z-w=0\} = \{(-y,y,w,w) = y(-1,1,0,0)+w(0,0,1,1)\} = [(-1,1,0,0),(0,0,1,1)] = [e_2-e_1, e_3+e_4]$ e o conjunto $\{e_2-e_1, e_3+e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2-e_1, e_3+e_4\}$.

$\mathcal{W}_2 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y+z=0\}\{(-y-z,y,z,w) = y(-1,1,0,0)+z(-1,0,1,0)+w(0,0,0,1)\} = [(-1,1,0,0),(-1,0,1,0),(0,0,0,1)] = [e_2-e_1, e_3-e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$.

$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y,y,w,w) \text{ e } u = (-y-z,y,z,w)\} = [(-1,1,0,0)] = [e_2-e_1]$
$= \{e_2-e_1\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1\cap\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.

$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1,1,0,0),(0,0,1,1),(-1,0,1,0),(0,0,0,1)]= [e_2-e_1, e_3+e_4, e_3-e_1, e_4]$; e
$\{e_2-e_1, e_3+e_4, e_3-e_1,$

$\mathcal{W}_1 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y-z+w=0 \text{ e } z-w=0\} = \{(-y,y,w,w) =$
$y(-1,1,0,0)+w(0,0,1,1)\} = [(-1,1,0,0),(0,0,1,1)] = [e_2-e_1, e_3+e_4]$ e o conjunto
$\{e_2-e_1, e_3+e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2-e_1, e_3+e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y+z=0\}\{(-y-z,y,z,w) =$
$y(-1,1,0,0)+z(-1,0,1,0)+w(0,0,0,1)\} = [(-1,1,0,0),(-1,0,1,0),(0,0,0,1)] =$
$[e_2-e_1, e_3-e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y,y,w,w) \text{ e } u = (-y-z,y,z,w)\} = [(-1,1,0,0)] = [e_2-e_1]$
$= \{e_2-e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1,1,0,0),(0,0,1,1),(-1,0,1,0),(0,0,0,1)] = [e_2-e_1, e_3+e_4, e_3-e_1, e_4]$; e
$\{e_2-e_1, e_3+e_4, e_3-e_1, e_4\}$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w) \text{ e } u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$
$= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1, e_4]$; e $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w) \text{ e } u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$ $= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1, e_4]$; e $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então :

Subespaços Vetoriais

Exercício.10 - (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.

$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.

$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w) \text{ e } u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$

$= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.

$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1, e_4]$; e $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2}$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0$ e $z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] =$
$[e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w)$ e $u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$
$= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1, e_4]$; e
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1,$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0$ e $z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] =$
$[e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w)$ e $u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$
$= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)]= [e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1, e_4]$; e
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4,$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) =$
$y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] =$
$[e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w) \text{ e } u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$
$= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1, e_4]$; e
$\{e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1,$

$\mathcal{W}_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z + w = 0 \text{ e } z - w = 0\} = \{(-y, y, w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, 1, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4]$ e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4\}$.

$\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}\{(-y - z, y, z, w) = y(-1, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + w(0, 0, 0, 1)\} = [(-1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 - e_1, e_4\}$.

$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = (-y, y, w, w) \text{ e } u = (-y - z, y, z, w)\} = [(-1, 1, 0, 0)] = [e_2 - e_1]$
$= \{e_2 - e_1\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e1\}$.

$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [(-1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (-1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)] = [e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1, e_4]$; e $\{e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1, e_4\}$ é L.I.;

então : $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{e_2 - e_1, e_3 + e_4, e_3 - e_1, e_4\}$.

$\mathcal{W}_1 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y-z+w=0 \text{ e } z-w=0\} = \{(-y,y,w,w) =$
$y(-1,1,0,0)+w(0,0,1,1)\} = [(-1,1,0,0),(0,0,1,1)] = [e_2-e_1, e_3+e_4]$ e o conjunto
$\{e_2-e_1, e_3+e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2-e_1, e_3+e_4\}$.
$\mathcal{W}_2 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y+z=0\}\{(-y-z,y,z,w) =$
$y(-1,1,0,0)+z(-1,0,1,0)+w(0,0,0,1)\} = [(-1,1,0,0),(-1,0,1,0),(0,0,0,1)] =$
$[e_2-e_1, e_3-e_1, e_4]$; e o conjunto $\{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_2-e_1, e_3-e_1, e_4\}$.
$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u=(-y,y,w,w) \text{ e } u=(-y-z,y,z,w)\} = [(-1,1,0,0)] = [e_2-e_1]$
$= \{e_2-e_1\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1\cap\mathcal{W}_2} = \{e_2-e1\}$.
$\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2 = [(-1,1,0,0),(0,0,1,1),(-1,0,1,0),(0,0,0,1)] = [e_2-e_1, e_3+e_4, e_3-e_1, e_4]$; e
$\{e_2-e_1, e_3+e_4, e_3-e_1, e_4\}$ é L.I.;
então : $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_2-e_1, e_3+e_4, e_3-e_1, e_4\}$.

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de $\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.

Subespaços Vetoriais

Exercício.11 - (Solução)

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1, 0, 1, 2), (2, -1, 1, 3), (-1, 1, 0, -1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1, 0, 1, 2),$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1 + e_3 + 2e_4,$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1 + e_3 + 2e_4, 2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4,$

Subespaços Vetoriais

Exercício.11 - (Solução)

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1 + e_3 + 2e_4, 2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4, -e_1 + e_2 - e_4],$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1 + e_3 + 2e_4, 2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4, -e_1 + e_2 - e_4]$,
porém os vetores são L.D.:

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1+e_3+2e_4, 2e_1-e_2+e_3+3e_4, -e_1+e_2-e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1+e_3+2e_4)+$

Subespaços Vetoriais

Exercício.11 - (Solução)

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1+e_3+2e_4, 2e_1-e_2+e_3+3e_4, -e_1+e_2-e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1+e_3+2e_4)+\lambda_2(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+$

Subespaços Vetoriais

Exercício.11 - (Solução)

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1+e_3+2e_4, 2e_1-e_2+e_3+3e_4, -e_1+e_2-e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1+e_3+2e_4)+\lambda_2(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+\lambda_3(-e_1+e_2-e_4)$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1 + e_3 + 2e_4, 2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4, -e_1 + e_2 - e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1 + e_3 + 2e_4) + \lambda_2(2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4) + \lambda_3(-e_1 + e_2 - e_4) = 0 \Rightarrow$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1, 0, 1, 2), (2, -1, 1, 3), (-1, 1, 0, -1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1, 0, 1, 2), (2, -1, 1, 3), (-1, 1, 0, -1)] = [e_1 + e_3 + 2e_4, 2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4, -e_1 + e_2 - e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1 + e_3 + 2e_4) + \lambda_2(2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4) + \lambda_3(-e_1 + e_2 - e_4) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2,$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1 + e_3 + 2e_4, 2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4, -e_1 + e_2 - e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1 + e_3 + 2e_4) + \lambda_2(2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4) + \lambda_3(-e_1 + e_2 - e_4) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2, \lambda_3 = \lambda_2;$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1+e_3+2e_4, 2e_1-e_2+e_3+3e_4, -e_1+e_2-e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1+e_3+2e_4)+\lambda_2(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+\lambda_3(-e_1+e_2-e_4) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2, \lambda_3 = \lambda_2; \lambda_2 \in \mathbb{R}$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1 + e_3 + 2e_4, 2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4, -e_1 + e_2 - e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1 + e_3 + 2e_4) + \lambda_2(2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4) + \lambda_3(-e_1 + e_2 - e_4) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2, \lambda_3 = \lambda_2; \lambda_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1+e_3+2e_4, 2e_1-e_2+e_3+3e_4, -e_1+e_2-e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1+e_3+2e_4)+\lambda_2(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+\lambda_3(-e_1+e_2-e_4) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2, \lambda_3 = \lambda_2; \lambda_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow -(e_1+e_3+2e_4)$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1+e_3+2e_4, 2e_1-e_2+e_3+3e_4, -e_1+e_2-e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1+e_3+2e_4)+\lambda_2(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+\lambda_3(-e_1+e_2-e_4) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2, \lambda_3 = \lambda_2; \lambda_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow -(e_1+e_3+2e_4)+(2e_1-e_2+e_3+3e_4)$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1+e_3+2e_4, 2e_1-e_2+e_3+3e_4, -e_1+e_2-e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1+e_3+2e_4)+\lambda_2(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+\lambda_3(-e_1+e_2-e_4) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2, \lambda_3 = \lambda_2; \lambda_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow -(e_1+e_3+2e_4)+(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+(-e_1+e_2-e_4) =$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1+e_3+2e_4, 2e_1-e_2+e_3+3e_4, -e_1+e_2-e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1+e_3+2e_4)+\lambda_2(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+\lambda_3(-e_1+e_2-e_4)=0 \Rightarrow \lambda_1=-\lambda_2, \lambda_3=\lambda_2; \lambda_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow -(e_1+e_3+2e_4)+(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+(-e_1+e_2-e_4)=0$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1, 0, 1, 2), (2, -1, 1, 3), (-1, 1, 0, -1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1, 0, 1, 2), (2, -1, 1, 3), (-1, 1, 0, -1)] = [e_1 + e_3 + 2e_4, 2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4, -e_1 + e_2 - e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1 + e_3 + 2e_4) + \lambda_2(2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4) + \lambda_3(-e_1 + e_2 - e_4) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2, \lambda_3 = \lambda_2; \lambda_2 \in$
$\mathbb{R} \Rightarrow -(e_1 + e_3 + 2e_4) + (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4) + (-e_1 + e_2 - e_4) = 0 \Rightarrow$

Subespaços Vetoriais

Exercício.11 - (Solução)

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1 + e_3 + 2e_4, 2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4, -e_1 + e_2 - e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1 + e_3 + 2e_4) + \lambda_2(2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4) + \lambda_3(-e_1 + e_2 - e_4) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2, \lambda_3 = \lambda_2; \lambda_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow -(e_1 + e_3 + 2e_4) + (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4) + (-e_1 + e_2 - e_4) = 0 \Rightarrow (e_1 + e_3 + 2e_4) =$

Subespaços Vetoriais

Exercício.11 - (Solução)

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1+e_3+2e_4, 2e_1-e_2+e_3+3e_4, -e_1+e_2-e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1+e_3+2e_4)+\lambda_2(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+\lambda_3(-e_1+e_2-e_4) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2, \lambda_3 = \lambda_2; \lambda_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow -(e_1+e_3+2e_4)+(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+(-e_1+e_2-e_4) = 0 \Rightarrow (e_1+e_3+2e_4) = (2e_1-e_2+e_3+3e_4)+$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1+e_3+2e_4, 2e_1-e_2+e_3+3e_4, -e_1+e_2-e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1+e_3+2e_4)+\lambda_2(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+\lambda_3(-e_1+e_2-e_4)=0 \Rightarrow \lambda_1=-\lambda_2, \lambda_3=\lambda_2; \lambda_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow -(e_1+e_3+2e_4)+(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+(-e_1+e_2-e_4)=0 \Rightarrow (e_1+e_3+2e_4)=(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+(-e_1+e_2-e_4)$;

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1+e_3+2e_4, 2e_1-e_2+e_3+3e_4, -e_1+e_2-e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1+e_3+2e_4)+\lambda_2(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+\lambda_3(-e_1+e_2-e_4) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2, \lambda_3 = \lambda_2; \lambda_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow -(e_1+e_3+2e_4)+(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+(-e_1+e_2-e_4) = 0 \Rightarrow (e_1+e_3+2e_4) = (2e_1-e_2+e_3+3e_4)+(-e_1+e_2-e_4);\ \Rightarrow$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1+e_3+2e_4, 2e_1-e_2+e_3+3e_4, -e_1+e_2-e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1+e_3+2e_4)+\lambda_2(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+\lambda_3(-e_1+e_2-e_4) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2, \lambda_3 = \lambda_2; \lambda_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow -(e_1+e_3+2e_4)+(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+(-e_1+e_2-e_4) = 0 \Rightarrow (e_1+e_3+2e_4) = (2e_1-e_2+e_3+3e_4)+(-e_1+e_2-e_4); \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} =$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1+e_3+2e_4, 2e_1-e_2+e_3+3e_4, -e_1+e_2-e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1+e_3+2e_4)+\lambda_2(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+\lambda_3(-e_1+e_2-e_4) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2, \lambda_3 = \lambda_2; \lambda_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow -(e_1+e_3+2e_4)+(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+(-e_1+e_2-e_4) = 0 \Rightarrow (e_1+e_3+2e_4) = (2e_1-e_2+e_3+3e_4)+(-e_1+e_2-e_4); \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{(2e_1-e_2+e_3+3e_4),$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de $\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1 + e_3 + 2e_4, 2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4, -e_1 + e_2 - e_4]$, porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1 + e_3 + 2e_4) + \lambda_2(2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4) + \lambda_3(-e_1 + e_2 - e_4) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2, \lambda_3 = \lambda_2; \lambda_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow -(e_1 + e_3 + 2e_4) + (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4) + (-e_1 + e_2 - e_4) = 0 \Rightarrow (e_1 + e_3 + 2e_4) = (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4) + (-e_1 + e_2 - e_4); \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{(2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4), (-e_1 + e_2 - e_4)\}$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1+e_3+2e_4, 2e_1-e_2+e_3+3e_4, -e_1+e_2-e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1+e_3+2e_4)+\lambda_2(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+\lambda_3(-e_1+e_2-e_4) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2, \lambda_3 = \lambda_2; \lambda_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow -(e_1+e_3+2e_4)+(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+(-e_1+e_2-e_4) = 0 \Rightarrow (e_1+e_3+2e_4) = (2e_1-e_2+e_3+3e_4)+(-e_1+e_2-e_4); \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{(2e_1-e_2+e_3+3e_4),(-e_1+e_2-e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2.$

Subespaços Vetoriais

Exercício.11 - (Solução)

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
$\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)] = [e_1+e_3+2e_4, 2e_1-e_2+e_3+3e_4, -e_1+e_2-e_4]$,
porém os vetores são L.D.:
$\lambda_1(e_1+e_3+2e_4)+\lambda_2(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+\lambda_3(-e_1+e_2-e_4) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2, \lambda_3 = \lambda_2; \lambda_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow -(e_1+e_3+2e_4)+(2e_1-e_2+e_3+3e_4)+(-e_1+e_2-e_4) = 0 \Rightarrow (e_1+e_3+2e_4) = (2e_1-e_2+e_3+3e_4)+(-e_1+e_2-e_4);\ \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{(2e_1-e_2+e_3+3e_4),(-e_1+e_2-e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2.$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de $\mathcal{S} = \{(1, 0, 1, 2), (2, -1, 1, 3), (-1, 1, 0, -1)\} \subset \mathbb{R}^4$.

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1, 0, 1, 2), (2, -1, 1, 3), (-1, 1, 0, -1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
Observação: Para verificarmos se existem vetores que são combinação linear dos demais,

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
Observação: Para verificarmos se existem vetores que são combinação linear dos demais, podemos efetuar operações elementares sobre as linhas da matriz formada por estes vetores.

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
Observação: Para verificarmos se existem vetores que são combinação linear dos demais, podemos efetuar operações elementares sobre as linhas da matriz formada por estes vetores.

Por exemplo: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
Observação: Para verificarmos se existem vetores que são combinação linear dos demais, podemos efetuar operações elementares sobre as linhas da matriz formada por estes vetores.

Por exemplo: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \sim$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
Observação: Para verificarmos se existem vetores que são combinação linear dos demais, podemos efetuar operações elementares sobre as linhas da matriz formada por estes vetores.

Por exemplo: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \sim \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
Observação: Para verificarmos se existem vetores que são combinação linear dos demais, podemos efetuar operações elementares sobre as linhas da matriz formada por estes vetores.

Por exemplo: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ Note que anulou uma linha,

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
Observação: Para verificarmos se existem vetores que são combinação linear dos demais, podemos efetuar operações elementares sobre as linhas da matriz formada por estes vetores.

Por exemplo: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ Note que anulou uma linha, indicando que aquele vetor era combinação linear dos demais.

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
Observação: Para verificarmos se existem vetores que são combinação linear dos demais, podemos efetuar operações elementares sobre as linhas da matriz formada por estes vetores.

Por exemplo: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ Note que anulou uma linha, indicando que aquele vetor era combinação linear dos demais. Portanto, os vetores que geram e são LI podem ser representados pelas duas linhas não nulas restantes ou pelos vetores originais;

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
Observação: Para verificarmos se existem vetores que são combinação linear dos demais, podemos efetuar operações elementares sobre as linhas da matriz formada por estes vetores.

Por exemplo: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ Note que anulou uma linha, indicando que aquele vetor era combinação linear dos demais. Portanto, os vetores que geram e são LI podem ser representados pelas duas linhas não nulas restantes ou pelos vetores originais; isto é,

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
Observação: Para verificarmos se existem vetores que são combinação linear dos demais, podemos efetuar operações elementares sobre as linhas da matriz formada por estes vetores.
Por exemplo: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ Note que anulou uma linha, indicando que aquele vetor era combinação linear dos demais. Portanto, os vetores que geram e são LI podem ser representados pelas duas linhas não nulas restantes ou pelos vetores originais; isto é, $\mathcal{W} = [(1,0,1,2),$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1, 0, 1, 2), (2, -1, 1, 3), (-1, 1, 0, -1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
Observação: Para verificarmos se existem vetores que são combinação linear dos demais, podemos efetuar operações elementares sobre as linhas da matriz formada por estes vetores.

Por exemplo: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ Note que anulou uma linha, indicando que aquele vetor era combinação linear dos demais. Portanto, os vetores que geram e são LI podem ser representados pelas duas linhas não nulas restantes ou pelos vetores originais; isto é, $\mathcal{W} = [(1, 0, 1, 2), (2, -1, 1, 3)]$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
Observação: Para verificarmos se existem vetores que são combinação linear dos demais, podemos efetuar operações elementares sobre as linhas da matriz formada por estes vetores.
Por exemplo: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ Note que anulou uma linha, indicando que aquele vetor era combinação linear dos demais. Portanto, os vetores que geram e são LI podem ser representados pelas duas linhas não nulas restantes ou pelos vetores originais; isto é, $\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3)]$ ou $\mathcal{W} = [(1,0,1,2),$

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
Observação: Para verificarmos se existem vetores que são combinação linear dos demais, podemos efetuar operações elementares sobre as linhas da matriz formada por estes vetores.

Por exemplo: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ Note que anulou uma linha, indicando que aquele vetor era combinação linear dos demais. Portanto, os vetores que geram e são LI podem ser representados pelas duas linhas não nulas restantes ou pelos vetores originais; isto é, $\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3)]$ ou $\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(0,1,1,1)]$.

Seja $\mathcal{W}$ o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores de
$\mathcal{S} = \{(1,0,1,2),(2,-1,1,3),(-1,1,0,-1)\} \subset \mathbb{R}^4$.
Determine uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$.
Observação: Para verificarmos se existem vetores que são combinação linear dos demais, podemos efetuar operações elementares sobre as linhas da matriz formada por estes vetores.

Por exemplo: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ Note que anulou uma linha, indicando que aquele vetor era combinação linear dos demais. Portanto, os vetores que geram e são LI podem ser representados pelas duas linhas não nulas restantes ou pelos vetores originais; isto é, $\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(2,-1,1,3)]$ ou $\mathcal{W} = [(1,0,1,2),(0,1,1,1)]$.

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\}$

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$,

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.

Por exemplo, se inserirmos

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.

Por exemplo, se inserirmos e_1,

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.

Por exemplo, se inserirmos e_1, e_4

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.
Por exemplo, se inserirmos e_1, e_4 como linhas na matriz e escalonarmos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.
Por exemplo, se inserirmos e_1, e_4 como linhas na matriz e escalonarmos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.
Por exemplo, se inserirmos e_1, e_4 como linhas na matriz e escalonarmos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim$$

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.
Por exemplo, se inserirmos e_1, e_4 como linhas na matriz e escalonarmos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.
Por exemplo, se inserirmos e_1, e_4 como linhas na matriz e escalonarmos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ a matriz não possui linhas nulas.

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.
Por exemplo, se inserirmos e_1, e_4 como linhas na matriz e escalonarmos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a matriz não possui linhas nulas.Portanto, os vetores são LI.

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.

Por exemplo, se inserirmos e_1, e_4 como linhas na matriz e escalonarmos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ a matriz não possui linhas nulas.Portanto, os vetores são LI. E, observe que as linhas da matriz escalonada formam a base canônica.

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.
Por exemplo, se inserirmos e_1, e_4 como linhas na matriz e escalonarmos:
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ a matriz não possui linhas nulas.Portanto, os vetores são LI. E, observe que as linhas da matriz escalonada formam a base canônica.
então, $\Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^4}$

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.

Por exemplo, se inserirmos e_1, e_4 como linhas na matriz e escalonarmos:

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ a matriz não possui linhas nulas.Portanto, os vetores são LI. E, observe que as linhas da matriz escalonada formam a base canônica.

então, $\Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^4} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4),$

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.
Por exemplo, se inserirmos e_1, e_4 como linhas na matriz e escalonarmos:
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ a matriz não possui linhas nulas.Portanto, os vetores são LI. E, observe que as linhas da matriz escalonada formam a base canônica.
então, $\Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^4} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4), e_1, e_4\}$.

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.
Por exemplo, se inserirmos e_1, e_4 como linhas na matriz e escalonarmos:
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ a matriz não possui linhas nulas.Portanto, os vetores são LI. E, observe que as linhas da matriz escalonada formam a base canônica.
então, $\Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^4} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4), e_1, e_4\}$.
ou $\beta_{\mathbb{R}^4}$

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.
Por exemplo, se inserirmos e_1, e_4 como linhas na matriz e escalonarmos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ a matriz não possui linhas nulas.Portanto, os vetores são LI. E, observe que as linhas da matriz escalonada formam a base canônica.
então, $\Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^4} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4), e_1, e_4\}$.
ou $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2,$

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.

Por exemplo, se inserirmos e_1, e_4 como linhas na matriz e escalonarmos:

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ a matriz não possui linhas nulas.Portanto, os vetores são LI. E, observe que as linhas da matriz escalonada formam a base canônica.

então, $\Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^4} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4), e_1, e_4\}$.

ou $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Considerando $\beta_{\mathcal{W}} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4)\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 2$; e como $dim(\mathbb{R}^4) = 4$, para determinarmos uma base para $\mathbb{R}^4$ contendo uma base do subespaço $\mathcal{W}$, temos que inserir mais dois vetores que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}$.

Por exemplo, se inserirmos e_1, e_4 como linhas na matriz e escalonarmos:

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ a matriz não possui linhas nulas.Portanto, os vetores são LI. E, observe que as linhas da matriz escalonada formam a base canônica.

então, $\Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^4} = \{(e_1 + e_3 + 2e_4), (2e_1 - e_2 + e_3 + 3e_4), e_1, e_4\}$.

ou $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

1. $\mathcal{S} = [(-\frac{7}{2}, \frac{3}{2}, 1)] = [-\frac{7}{2}e_1 + \frac{3}{2}e_2 + e_3] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{S}} = \{-\frac{7}{2}e_1 + \frac{3}{2}e_2 + e_3\}$;
2. fazendo em
$\mathcal{W}; y = x + z \Longrightarrow \mathcal{W} = [(1,1,0),(0,1,1)] = [e_1 + e_2, e_2 + e_3] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$,
determinando agora a intersecção dos subespaços:
$\forall u \in \mathcal{W} \cap \mathcal{S} \Longrightarrow u = \lambda_1(-\frac{7}{2}e_1 + \frac{3}{2}e_2 + e_3) = \lambda_2(e_1 + e_2) + \lambda_3(e_2 + e_3) \Longrightarrow u = 0 \Longrightarrow$
$\mathcal{W} \cap \mathcal{S} = \{0\} \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}\cap\mathcal{S}} = \emptyset$.
3. $dim(\mathcal{W}+\mathcal{S}) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{S}) - dim(\mathcal{W}\cap\mathcal{S}) = 1+2-0 = 3 \Longrightarrow dim(\mathcal{W}+\mathcal{S}) = dim(\mathbb{R}^3)$
e $\mathcal{W} + \mathcal{S} \subseteq \mathbb{R}^3 \Longrightarrow \mathcal{W} + \mathcal{S} = \mathbb{R}^3$; então uma base pode ser:
$\beta_{\mathcal{W}+\mathcal{S}} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

1. $\mathcal{W}_1 = [(-1,1,-1),(1,2,1)] = [-e_1+e_2-e_3, e_1+2e_2+e_3] \Longrightarrow \{-e_1+e_2-e_3, e_1+2e_2+e_3\}$ é L.I. $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1} = \{-e_1+e_2-e_3, e_1+2e_2+e_3\}$,
   $\mathcal{W}_2 = [(2,2,1),(1,1,-1)] = [2e_1+2e_2+e_3, e_1+e_2-e_3] \Longrightarrow \{2e_1+2e_2+e_3, e_1+e_2-e_3\}$ é L.I. $\Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_2} = \{2e_1+2e_2+e_3, e_1+e_2-e_3\}$.
   $\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2 = [-e_1+e_2-e_3, e_1+2e_2+e_3, 2e_1+2e_2+e_3, e_1+e_2-e_3]$;
   verificando a dependência linear entre os vetores:
   $\alpha_1(-e_1+e_2-e_3)+\alpha_2(e_1+2e_2+e_3)+\alpha_3(2e_1+2e_2+e_3)+\alpha_4(e_1+e_2-e_3) = 0 \Longrightarrow$
   $\alpha_1 = -\alpha_4, \alpha_2 = 2\alpha_4, \alpha_3 = -2\alpha_4, \alpha_4 \in \mathbb{R} \Longrightarrow$ para
   $\alpha_4 = 1; -e_1+e_2-e_3 = 2(e_1+2e_2+e_3)-2(2e_1+2e_2+e_3)+(e_1+e_2-e_3) \Longrightarrow$
   $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1+2e_2+e_3, 2e_1+2e_2+e_3, e_1+e_2-e_3\}$
   $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u = \alpha_1(-e_1+e_2-e_3)+\alpha_2(e_1+2e_2+e_3) = \alpha_3(2e_1+2e_2+e_3)+\alpha_4(e_1+e_2-e_3)\} = \{u = 3(-e_1-e_2-e_3)\} = [-e_1-e_2-e_3] \Longrightarrow \beta_{\mathcal{W}_1\cap\mathcal{W}_2} = \{-e_1-e_2-e_3\}$,

1. $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{-e_1 + e_2 - e_3, e_1 + 2e_2 + e_3\}$, $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{2e_1 + 2e_2 + e_3, e_1 + e_2 - e_3\}$, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + 2e_2 + e_3, 2e_1 + 2e_2 + e_3, e_1 + e_2 - e_3\}$, e $\beta_{\mathcal{W}_1\cap\mathcal{W}_2} = \{-e_1 - e_2 - e_3\}$,
2. $dim(\mathcal{W}_1) = 2, dim(\mathcal{W}_2) = 2, dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 1$, e $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3$.
3. $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{V}) = 3; \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Longrightarrow \mathcal{V} = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$; porém, $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 \neq \{0\} \Longrightarrow \mathcal{V} \neq \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.

Sejam o espaço vetorial $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ e, $\mathcal{W}_1 = [e_2 - e_4, e_1 + e_2 + e_3]$, $\mathcal{W}_2 = [e_1, e_2 + e_3]$ subespaços de $\mathcal{V}$.

1. Identifique uma base para os subespaços: $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2, \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2$, e $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$.
2. Determine a dimensão dos subespaços: $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2, \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2$, e $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$.
3. $\mathcal{V} = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$?

Subespaços Vetoriais

Exercício.15 - (Sem respostas)

Sejam o espaço vetorial $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ e, $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2 + e_3]$, $\mathcal{W}_2 = [e_1, e_2 - e_3]$ subespaços de $\mathcal{V}$.

1. Identifique uma base para os subespaços: $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2, \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2$, e $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$.
2. Determine a dimensão dos subespaços: $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2, \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2$, e $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$.
3. $\mathcal{V} = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$?

Seja $\mathbb{C}^2$ um espaço vetorial sobre um corpo $\mathbb{K}$.

1. Verifique se o conjunto $\mathcal{S} = \{(1 - i, i), (2, -1 + i)\} \subset \mathbb{C}^2$, é uma base para $\mathbb{C}^2$ sobre $\mathcal{K} = \mathbb{C}$.
2. Verifique se o conjunto $\mathcal{S} = \{(1 - i, i), (2, -1 + i)\} \subset \mathbb{C}^2$, é uma base para $\mathbb{C}^2$ sobre $\mathcal{K} = \mathbb{R}$.

Sejam os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$: $\mathcal{W}_1 = [(1,0,0)], \mathcal{W}_2 = [(1,1,0),(0,1,1)]$. Verifique se $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^4$. Determine uma base para este espaço contendo elementos do conjunto $\mathcal{S} = \{(1, 0, -2, 2), (1, 2, -2, 1)\}$.

Subespaços Vetoriais

Exercício.19 (Solução)

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\}$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w)$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0)$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1)$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1)$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\}$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1},$

Subespaços Vetoriais

Exercício.19 (Solução)

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_4 - e_3}_{v_2}]$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_4 - e_3}_{v_2}]$

Note que O conjunto dos vetores $\{e_2 - e_1, e_4 - e_3\}$ é LI.

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_4 - e_3}_{v_2}]$

Note que O conjunto dos vetores $\{e_2 - e_1, e_4 - e_3\}$ é LI.
$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_4 - e_3\}$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_4 - e_3}_{v_2}]$

Note que O conjunto dos vetores $\{e_2 - e_1, e_4 - e_3\}$ é LI.
$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_4 - e_3\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2.$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_4 - e_3}_{v_2}]$

Note que O conjunto dos vetores $\{e_2 - e_1, e_4 - e_3\}$ é LI.
$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_4 - e_3\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2.$
Para $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ queremos:

Subespaços Vetoriais

Exercício.19 (Solução)

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_4 - e_3}_{v_2}]$

Note que O conjunto dos vetores $\{e_2 - e_1, e_4 - e_3\}$ é LI.
$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_4 - e_3\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2.$
Para $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ queremos: (i) $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_4 - e_3}_{v_2}]$

Note que O conjunto dos vetores $\{e_2 - e_1, e_4 - e_3\}$ é LI.
$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_4 - e_3\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2.$
Para $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ queremos: (i) $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$ e (ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^4) = 4$,

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_4 - e_3}_{v_2}]$

Note que O conjunto dos vetores $\{e_2 - e_1, e_4 - e_3\}$ é LI.
$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_4 - e_3\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2.$
Para $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ queremos: (i) $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$ e (ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^4) = 4$, então, pelo teorema da soma das dimensões:

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0$ e $z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_4 - e_3}_{v_2}]$

Note que O conjunto dos vetores $\{e_2 - e_1, e_4 - e_3\}$ é LI.
$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_4 - e_3\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2.$
Para $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ queremos: (i) $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$ e (ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^4) = 4$, então, pelo teorema da soma das dimensões:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) =$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_4 - e_3}_{v_2}]$

Note que O conjunto dos vetores $\{e_2 - e_1, e_4 - e_3\}$ é LI.
$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_4 - e_3\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2.$
Para $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ queremos: (i) $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$ e (ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^4) = 4$, então, pelo teorema da soma das dimensões:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2)$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_4 - e_3}_{v_2}]$

Note que O conjunto dos vetores $\{e_2 - e_1, e_4 - e_3\}$ é LI.
$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_4 - e_3\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2.$
Para $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ queremos: (i) $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$ e (ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^4) = 4$, então, pelo teorema da soma das dimensões:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1)$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_4 - e_3}_{v_2}]$

Note que O conjunto dos vetores $\{e_2 - e_1, e_4 - e_3\}$ é LI.
$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_4 - e_3\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2.$
Para $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ queremos: (i) $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$ e (ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^4) = 4$, então, pelo teorema da soma das dimensões:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1) = 2.$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_4 - e_3}_{v_2}]$

Note que O conjunto dos vetores $\{e_2 - e_1, e_4 - e_3\}$ é LI.
$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_4 - e_3\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2.$
Para $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ queremos: (i) $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$ e (ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^4) = 4$, então, pelo teorema da soma das dimensões:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1) = 2.$
Neste caso, devemos completar a base $\beta_{\mathcal{W}_1}$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_4 - e_3}_{v_2}]$

Note que O conjunto dos vetores $\{e_2 - e_1, e_4 - e_3\}$ é LI.
$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_4 - e_3\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2.$
Para $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ queremos: (i) $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$ e (ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^4) = 4$, então, pelo teorema da soma das dimensões:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1) = 2.$
Neste caso, devemos completar a base $\beta_{\mathcal{W}_1}$ determinando dois vetores LI,

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_4 - e_3}_{v_2}]$

Note que O conjunto dos vetores $\{e_2 - e_1, e_4 - e_3\}$ é LI.
$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_4 - e_3\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2.$
Para $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ queremos: (i) $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$ e (ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^4) = 4$, então, pelo teorema da soma das dimensões:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1) = 2.$
Neste caso, devemos completar a base $\beta_{\mathcal{W}_1}$ determinando dois vetores LI, u_1, u_2, que **não sejam combinação linear dos vetores** de $\beta_{\mathcal{W}_1}$

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_4 - e_3}_{v_2}]$

Note que O conjunto dos vetores $\{e_2 - e_1, e_4 - e_3\}$ é LI.
$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_4 - e_3\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2$.
Para $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ queremos: (i) $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$ e (ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^4) = 4$, então, pelo teorema da soma das dimensões:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1) = 2$.
Neste caso, devemos completar a base $\beta_{\mathcal{W}_1}$ determinando dois vetores LI, u_1, u_2, que **não sejam combinação linear dos vetores** de $\beta_{\mathcal{W}_1}$ a fim de obtermos uma base para $\mathbb{R}^4$.

Subespaços Vetoriais

Exercício.19 (Solução)

Considerando $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \text{ e } z + w = 0\} = \{u = (-y, y, -w, w) = y(-1, 1, 0, 0) + w(0, 0, -1, 1) = y(e_2 - e_1) + z(e_4 - e_3)\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 = [\underbrace{e_2 - e_1}_{v_1}, \underbrace{e_4 - e_3}_{v_2}]$

Note que O conjunto dos vetores $\{e_2 - e_1, e_4 - e_3\}$ é LI.
$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_2 - e_1, e_4 - e_3\} \Longrightarrow dim(\mathcal{W}_1) = 2.$
Para $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ queremos: (i) $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 0$ e (ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathbb{R}^4) = 4$, então, pelo teorema da soma das dimensões:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1) = 2.$
Neste caso, devemos completar a base $\beta_{\mathcal{W}_1}$ determinando dois vetores LI, u_1, u_2, que **não sejam combinação linear dos vetores** de $\beta_{\mathcal{W}_1}$ a fim de obtermos uma base para $\mathbb{R}^4$.

Observe que $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x = -y \text{ e } z = -w\}$

Observe que $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x = -y \text{ e } z = -w\}$ vamos determinar um subespaço que seja SUPLEMENTAR ao $\mathcal{W}_1$;
então, por exemplo,
$\mathcal{W}_2 =$

Observe que $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x = -y \text{ e } z = -w\}$ vamos determinar um subespaço que seja SUPLEMENTAR ao $\mathcal{W}_1$;
então, por exemplo,
$\mathcal{W}_2 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4$

Observe que $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x = -y \text{ e } z = -w\}$ vamos determinar um subespaço que seja SUPLEMENTAR ao $\mathcal{W}_1$;
então, por exemplo,
$\mathcal{W}_2 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = y \text{ e } z = w\}$.

Observe que $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x = -y \text{ e } z = -w\}$ vamos determinar um subespaço que seja SUPLEMENTAR ao $\mathcal{W}_1$;
então, por exemplo,
$\mathcal{W}_2 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = y \text{ e } z = w\}$.
Desta forma, $\forall u \in \mathcal{V} \Rightarrow u = u_1 + u_2; u_1 = (-y_1, y_1, -w_1, w_1) \in \mathcal{W}_1$ e
$u_2 = (y_2, y_2, w_2, w_2) \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u = (x, y, z, w) = (y_2 - y_1, y_2 + y_1, w_2 - w_1, w_2 + w_1)$; e,
$W_1 \cap W_2 = \{0\}$.
Logo, $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.

Subespaços Vetoriais

Exercício.20 - (Sem respostas)

Considere o espaço vetorial $\mathbb{C}^3$ sobre o corpo $\mathbb{K}$. Determine uma base para $\mathbb{C}^3$ nos itens abaixo:

1. Considere $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, e os elementos do conjunto $\mathcal{S} = \{(1, 0, -2), (1, 2, 1)\}$.
2. Considere $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, e os elementos do conjunto $\mathcal{S} = \{(1, 0, -2), (1, 2, 1), (0, 0, i)\}$.

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$

Subespaços Vetoriais

Exercício.21 - (Solução)

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) =$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) +$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2)$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) =$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.

Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.

Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:

$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;

$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) +$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2)$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

Subespaços Vetoriais

Exercício.21 - (Solução)

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V}$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$

Subespaços Vetoriais

Exercício.21 - (Solução)

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) +$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2)$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) =$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2.$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2$.

Subespaços Vetoriais

Exercício.21 - (Solução)

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2.$

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2.$

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \geq 6$,

Subespaços Vetoriais

Exercício.21 - (Solução)

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2.$

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \geq 6$, visto que

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2.$

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \geq 6$, visto que $\max(dim(\mathcal{W}_1), dim(\mathcal{W}_2))$

Subespaços Vetoriais

Exercício.21 - (Solução)

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2.$

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \geq 6$, visto que $\max(dim(\mathcal{W}_1), dim(\mathcal{W}_2)) =$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2.$

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \geq 6$, visto que $\max(dim(\mathcal{W}_1), dim(\mathcal{W}_2)) = 6$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2$.

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \geq 6$, visto que $\max(dim(\mathcal{W}_1), dim(\mathcal{W}_2)) = 6$
Então; $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2$.

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \geq 6$, visto que $\max(dim(\mathcal{W}_1), dim(\mathcal{W}_2)) = 6$
Então; $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq dim(\mathcal{W}_1)$

Subespaços Vetoriais

Exercício.21 - (Solução)

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.

Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.

Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:

$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;

$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2.$

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \geq 6$, visto que $\max(dim(\mathcal{W}_1), dim(\mathcal{W}_2)) = 6$
Então; $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2)$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2.$

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \geq 6$, visto que $\max(dim(\mathcal{W}_1), dim(\mathcal{W}_2)) = 6$
Então; $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2.$

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \geq 6$, visto que $\max(dim(\mathcal{W}_1), dim(\mathcal{W}_2)) = 6$
Então; $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6$

Subespaços Vetoriais

Exercício.21 - (Solução)

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2.$

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \geq 6$, visto que $\max(dim(\mathcal{W}_1), dim(\mathcal{W}_2)) = 6$
Então; $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2.$

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \geq 6$, visto que $\max(dim(\mathcal{W}_1), dim(\mathcal{W}_2)) = 6$
Então; $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 6$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2.$

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \geq 6$, visto que $\max(dim(\mathcal{W}_1), dim(\mathcal{W}_2)) = 6$
Então; $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 6 = 5$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2$.

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \geq 6$, visto que $\max(dim(\mathcal{W}_1), dim(\mathcal{W}_2)) = 6$
Então; $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 6 = 5$;

Portanto, por (i) e (ii),

Subespaços Vetoriais

Exercício.21 - (Solução)

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2.$

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \geq 6$, visto que $\max(dim(\mathcal{W}_1), dim(\mathcal{W}_2)) = 6$
Então; $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 6 = 5$;

Portanto, por (i) e (ii), $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2$.

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \geq 6$, visto que $\max(dim(\mathcal{W}_1), dim(\mathcal{W}_2)) = 6$
Então; $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 6 = 5$;

Portanto, por (i) e (ii), $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.

Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial real, com $dim(\mathcal{V}) = 9$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ subespaços de $\mathcal{V}$ tais que $dim(\mathcal{W}_1) = 6$ e $dim(\mathcal{W}_2) = 5$.
Mostre que $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.
Pelo teorema da dimensão da soma de subespaços:
$dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$;
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$;

(i) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \leq 9$
$dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \geq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 9 = 2$.

(ii) $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \geq 6$, visto que $\max(dim(\mathcal{W}_1), dim(\mathcal{W}_2)) = 6$
Então; $dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_2) - dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 6 + 5 - 6 = 5$;

Portanto, por (i) e (ii), $2 \leq dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \leq 5$.

Determine os valores de $a \in \mathbb{R}$ de modo que o conjunto $\mathcal{S} = \{(a, 1, 0), (1, a, 1), (0, 1, a)\}$ seja uma base para o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$.
Para $a \in \mathbb{R}^* - \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$.

Considere os seguintes subespaços vetoriais de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:
$\mathcal{W}_1 = \{p(t) = a + bt + ct^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) / a - 2c = 0\}$ e $\mathcal{W}_2 = [1 - t, t - t^2]$. Determine uma base para o subespaço $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2$ e a $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

$$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\}$$

$$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0)$$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) =$
$x(1, 1, 0, 0)$

Subespaços Vetoriais

Exercício.24 (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$

Subespaços Vetoriais

Exercício.24 (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) =$
$x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2,$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$

Subespaços Vetoriais

Exercício.24 (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$

Subespaços Vetoriais

Exercício.24 (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2,$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x+z, z, 0) = x(1,1,0,0) + z(0,1,1,0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3,$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.

$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.

$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$

Subespaços Vetoriais

Exercício.24 (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) =$
$x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2)$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3)$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1)$

Subespaços Vetoriais

Exercício.24 (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y$ e $w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.

$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.

$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e

$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.

$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.

$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e

$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,

$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2,$

Subespaços Vetoriais

Exercício.24 (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3,$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) =$
$x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$

Subespaços Vetoriais

Exercício.24 (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1+e_2, e_2+e_3, e_1, 3e_3+e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2) = 4$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y$ e $w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) =$
$x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 4$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) =$
$x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1+e_2, e_2+e_3, e_1, 3e_3+e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 4-2$

Subespaços Vetoriais

Exercício.24 (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1+e_2, e_2+e_3, e_1, 3e_3+e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1\cap\mathcal{W}_2) = 4-2-2$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.

$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.

$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e

$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,

$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 4 - 2 - 2 = 0$

Subespaços Vetoriais

Exercício.24 (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) =$
$x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1+e_2, e_2+e_3, e_1, 3e_3+e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1\cap\mathcal{W}_2) = 4-2-2 = 0$
$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}_1\cap\mathcal{W}_2} = \emptyset$.

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y$ e $w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) =$
$x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1+e_2, e_2+e_3, e_1, 3e_3+e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 4-2-2 = 0$
$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset$.
Portanto, $\mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$

Subespaços Vetoriais

Exercício.24 (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4$. Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1+e_2, e_2+e_3, e_1, 3e_3+e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1\cap\mathcal{W}_2) = 4-2-2 = 0$
$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}_1\cap\mathcal{W}_2} = \emptyset$.
Portanto, $\mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ e, como $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 = dim(\mathbb{R}^4)$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) =$
$x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1+e_2, e_2+e_3, e_1, 3e_3+e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 4-2-2 = 0$
$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset$.
Portanto, $\mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ e, como $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 = dim(\mathbb{R}^4) \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.

$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.

$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e

$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,

$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1+e_2, e_2+e_3, e_1, 3e_3+e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 4-2-2 = 0$
$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset$.

Portanto, $\mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ e, como $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 = dim(\mathbb{R}^4) \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$
$\Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) =$
$x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1+e_2, e_2+e_3, e_1, 3e_3+e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 4-2-2 = 0$
$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset$.
Portanto, $\mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ e, como $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 = dim(\mathbb{R}^4) \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$
$\Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1+e_2, e_2+e_3, e_1, 3e_3+e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1\cap\mathcal{W}_2) = 4-2-2 = 0$
$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}_1\cap\mathcal{W}_2} = \emptyset$.
Portanto, $\mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ e, como $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 = dim(\mathbb{R}^4) \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$
$\Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) =$
$x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 4 - 2 - 2 = 0$
$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset$.
Portanto, $\mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ e, como $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 = dim(\mathbb{R}^4) \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$
$\Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$.

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) =$
$x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1+e_2, e_2+e_3, e_1, 3e_3+e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 4-2-2 = 0$
$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset$.
Portanto, $\mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ e, como $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 = dim(\mathbb{R}^4) \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$
$\Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y$ e $w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.

$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.

$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e

$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,

$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 4 - 2 - 2 = 0$

$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset$.

Portanto, $\mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ e, como $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 = dim(\mathbb{R}^4) \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$

$\Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.

Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 4 - 2 - 2 = 0$
$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset$.
Portanto, $\mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ e, como $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 = dim(\mathbb{R}^4) \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$
$\Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1+e_2, e_2+e_3, e_1, 3e_3+e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 4-2-2 = 0$
$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset$.
Portanto, $\mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ e, como $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 = dim(\mathbb{R}^4) \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$
$\Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$.

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 4 - 2 - 2 = 0$
$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset$.
Portanto, $\mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ e, como $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 = dim(\mathbb{R}^4) \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$
$\Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$. Ou seja,

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 4 - 2 - 2 = 0$
$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset$.
Portanto, $\mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ e, como $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 = dim(\mathbb{R}^4) \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$
$\Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$. Ou seja,
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1} \cup \beta_{\mathcal{W}} =$

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y$ e $w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) =$
$x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1+e_2, e_2+e_3, e_1, 3e_3+e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 4-2-2 = 0$
$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset$.
Portanto, $\mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ e, como $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 = dim(\mathbb{R}^4) \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$
$\Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$. Ou seja,
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1} \cup \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3,$

Subespaços Vetoriais

Exercício.24 (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4.$ Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 4 - 2 - 2 = 0$
$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2} = \emptyset$.
Portanto, $\mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ e, como $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 = dim(\mathbb{R}^4) \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$
$\Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$. Ou seja, $\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1} \cup \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_2, e_4\}$.

Subespaços Vetoriais

Exercício.24 (Solução)

$\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z = y \text{ e } w = 0\} = \{u = (x, x + z, z, 0) = x(1, 1, 0, 0) + z(0, 1, 1, 0)\}$; $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3]$ e $\mathcal{W}_2 = [e_1, 3e_3 + e_4]$.
$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ não é um subespaço vetorial do $\mathbb{R}^4$ porque $\mathcal{W}_1 \not\subset \mathcal{W}_2$ e $\mathcal{W}_2 \not\subset \mathcal{W}_1$.
$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4]$ e
$\lambda_1(e_1 + e_2) + \lambda_2(e_2 + e_3) + \lambda_3(e_1) + \lambda_4(3e_3 + e_4) = 0 \iff \lambda_i = 0; i = 1, 2, 3, 4$. Assim,
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1+e_2, e_2+e_3, e_1, 3e_3+e_4\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2) = 4 \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1\cap\mathcal{W}_2) = 4-2-2 = 0$
$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}_1\cap\mathcal{W}_2} = \emptyset$.
Portanto, $\mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$ e, como $dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 4 = dim(\mathbb{R}^4) \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$
$\Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$. Ou seja,
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1} \cup \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_2, e_4\}$.

Subespaços Vetoriais

Exercício.24 (Solução)

$$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2,$$

Subespaços Vetoriais

Exercício.24 (Solução)

$$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$$

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2,$

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3,$

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$.

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$.

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$. Note que resolvendo o sistema homogêneo,

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$. Note que resolvendo o sistema homogêneo, temos apenas a solução trivial, ou seja,

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$. Note que resolvendo o sistema homogêneo, temos apenas a solução trivial, ou seja,
$\{e_1 + e_2,$

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$. Note que resolvendo o sistema homogêneo, temos apenas a solução trivial, ou seja,
$\{e_1 + e_2, e_2 + e_3,$

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$. Note que resolvendo o sistema homogêneo, temos apenas a solução trivial, ou seja,
$\{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_2,$

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$. Note que resolvendo o sistema homogêneo, temos apenas a solução trivial, ou seja,
$\{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_2, e_4\}$ é LI.

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$. Note que resolvendo o sistema homogêneo, temos apenas a solução trivial, ou seja,
$\{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_2, e_4\}$ é LI. Assim,

Subespaços Vetoriais

Exercício.24 (Solução)

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$. Note que resolvendo o sistema homogêneo, temos apenas a solução trivial, ou seja,
$\{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_2, e_4\}$ é LI. Assim, $\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1} \cup \beta_{\mathcal{W}} =$

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$. Note que resolvendo o sistema homogêneo, temos apenas a solução trivial, ou seja,
$\{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_2, e_4\}$ é LI. Assim, $\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1} \cup \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3,$

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$. Note que resolvendo o sistema homogêneo, temos apenas a solução trivial, ou seja,
$\{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_2, e_4\}$ é LI. Assim, $\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1} \cup \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_2, e_4\}$.

$\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$ e $\beta_{\mathcal{W}_2} = \{e_1, 3e_3 + e_4\}$.
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_1, 3e_3 + e_4\}$.
Para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ e $\mathcal{W} \not\subseteq \mathcal{W}_2$. Podemos definir, por exemplo, uma base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{e_2, e_4\}$ cujos vetores completam $\mathcal{W}_1$ e não geram $\mathcal{W}_2$. Note que resolvendo o sistema homogêneo, temos apenas a solução trivial, ou seja,
$\{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_2, e_4\}$ é LI. Assim, $\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1} \cup \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_2, e_4\}$.

Considerando a base $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2,$

Considerando a base $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$;

Considerando a base $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$; para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que

Considerando a base $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$; para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$

Considerando a base $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$; para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ devemos determinar um subespaço que seja suplementar ao subespaço $\mathcal{W}_1$

Considerando a base $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$; para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ devemos determinar um subespaço que seja suplementar ao subespaço $\mathcal{W}_1$.
$dim(\mathbb{R}^4) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 4 - 2 = 2.$

Considerando a base $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$; para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ devemos determinar um subespaço que seja suplementar ao subespaço $\mathcal{W}_1$.
$dim(\mathbb{R}^4) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 4 - 2 = 2.$
Então, vamos tomar dois vetores em $\mathbb{R}^4$ que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}_1$. Por exemplo, $\mathcal{W} = [e_3, e_4] \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W} = [e_1 + e_2,$

Considerando a base $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$; para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ devemos determinar um subespaço que seja suplementar ao subespaço $\mathcal{W}_1$.
$dim(\mathbb{R}^4) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 4 - 2 = 2.$
Então, vamos tomar dois vetores em $\mathbb{R}^4$ que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}_1$. Por exemplo, $\mathcal{W} = [e_3, e_4] \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W} = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3, e_4]$ e $\{e_1 + e_2,$

Considerando a base $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$; para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ devemos determinar um subespaço que seja suplementar ao subespaço $\mathcal{W}_1$.
$dim(\mathbb{R}^4) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 4 - 2 = 2.$
Então, vamos tomar dois vetores em $\mathbb{R}^4$ que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}_1$. Por exemplo, $\mathcal{W} = [e_3, e_4] \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W} = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3, e_4]$ e $\{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3, e_4\}$ é LI

Subespaços Vetoriais

Exercício.24 (Solução)

Considerando a base $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$; para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ devemos determinar um subespaço que seja suplementar ao subespaço $\mathcal{W}_1$.
$dim(\mathbb{R}^4) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 4 - 2 = 2.$
Então, vamos tomar dois vetores em $\mathbb{R}^4$ que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}_1$. Por exemplo, $\mathcal{W} = [e_3, e_4] \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W} = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3, e_4]$ e $\{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3, e_4\}$ é LI $\Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1} \cup \beta_{\mathcal{W}} =$

Considerando a base $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$; para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ devemos determinar um subespaço que seja suplementar ao subespaço $\mathcal{W}_1$.
$dim(\mathbb{R}^4) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 4 - 2 = 2.$
Então, vamos tomar dois vetores em $\mathbb{R}^4$ que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}_1$. Por exemplo, $\mathcal{W} = [e_3, e_4] \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W} = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3, e_4]$ e $\{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3, e_4\}$ é LI $\Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1} \cup \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3,$

Considerando a base $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$; para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ devemos determinar um subespaço que seja suplementar ao subespaço $\mathcal{W}_1$.
$dim(\mathbb{R}^4) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 4 - 2 = 2.$
Então, vamos tomar dois vetores em $\mathbb{R}^4$ que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}_1$. Por exemplo, $\mathcal{W} = [e_3, e_4] \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W} = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3, e_4]$ e $\{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3, e_4\}$ é LI $\Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1} \cup \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3,$

Considerando a base $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$; para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ devemos determinar um subespaço que seja suplementar ao subespaço $\mathcal{W}_1$.
$dim(\mathbb{R}^4) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 4 - 2 = 2.$
Então, vamos tomar dois vetores em $\mathbb{R}^4$ que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}_1$. Por exemplo, $\mathcal{W} = [e_3, e_4] \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W} = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3, e_4]$ e $\{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3, e_4\}$ é LI $\Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1} \cup \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3, e_4\}$.

Considerando a base $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3\}$; para achar um subespaço $\mathcal{W}$ tal que $\mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}$ devemos determinar um subespaço que seja suplementar ao subespaço $\mathcal{W}_1$.
$dim(\mathbb{R}^4) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 4 - 2 = 2.$
Então, vamos tomar dois vetores em $\mathbb{R}^4$ que sejam LI com os vetores da base de $\mathcal{W}_1$. Por exemplo, $\mathcal{W} = [e_3, e_4] \Rightarrow \mathbb{R}^4 = \mathcal{W}_1 + \mathcal{W} = [e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3, e_4]$ e $\{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3, e_4\}$ é LI $\Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1} \cup \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3, e_4\}$.

Subespaços Vetoriais

Exercício.25 - (Solução)

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.

Subespaços Vetoriais

Exercício.25 - (Solução)

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) =$

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) = \alpha_1(1,1,1)$

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) = \alpha_1(1,1,1) + \alpha_2(1,0,1) +$

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) = \alpha_1(1,1,1) + \alpha_2(1,0,1) + \alpha_3(1,0,-1) =$

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) = \alpha_1(1,1,1) + \alpha_2(1,0,1) + \alpha_3(1,0,-1) = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3,$

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) = \alpha_1(1,1,1) + \alpha_2(1,0,1) + \alpha_3(1,0,-1) = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1,$

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) = \alpha_1(1,1,1) + \alpha_2(1,0,1) + \alpha_3(1,0,-1) = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3)$

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) = \alpha_1(1,1,1) + \alpha_2(1,0,1) + \alpha_3(1,0,-1) = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3) \Rightarrow$

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) = \alpha_1(1,1,1) + \alpha_2(1,0,1) + \alpha_3(1,0,-1) = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3) \Rightarrow$

$\alpha_1 = 1,$

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) = \alpha_1(1,1,1) + \alpha_2(1,0,1) + \alpha_3(1,0,-1) = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3) \Rightarrow$

$\alpha_1 = 1, \alpha_2 = \frac{7}{2},$

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) = \alpha_1(1,1,1) + \alpha_2(1,0,1) + \alpha_3(1,0,-1) = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3) \Rightarrow$

$\alpha_1 = 1, \alpha_2 = \frac{7}{2}, \alpha_3 = -\frac{3}{2}$

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) = \alpha_1(1,1,1) + \alpha_2(1,0,1) + \alpha_3(1,0,-1) = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3) \Rightarrow$

$\alpha_1 = 1, \alpha_2 = \frac{7}{2}, \alpha_3 = -\frac{3}{2} \Rightarrow$

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) = \alpha_1(1,1,1) + \alpha_2(1,0,1) + \alpha_3(1,0,-1) = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3) \Rightarrow$

$\alpha_1 = 1, \alpha_2 = \frac{7}{2}, \alpha_3 = -\frac{3}{2} \Rightarrow [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} =$

Subespaços Vetoriais

Exercício.25 - (Solução)

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) = \alpha_1(1,1,1) + \alpha_2(1,0,1) + \alpha_3(1,0,-1) = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3) \Rightarrow$

$$\alpha_1 = 1, \alpha_2 = \frac{7}{2}, \alpha_3 = -\frac{3}{2} \Rightarrow [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \left[\begin{array}{c} 1 \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Subespaços Vetoriais

Exercício.25 - (Solução)

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) = \alpha_1(1,1,1) + \alpha_2(1,0,1) + \alpha_3(1,0,-1) = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3) \Rightarrow$

$$\alpha_1 = 1, \alpha_2 = \frac{7}{2}, \alpha_3 = -\frac{3}{2} \Rightarrow [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \left[\begin{array}{c} 1 \\ \frac{7}{2} \\ \\ \end{array} \right.$$

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) = \alpha_1(1,1,1) + \alpha_2(1,0,1) + \alpha_3(1,0,-1) = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3) \Rightarrow$
$\alpha_1 = 1, \alpha_2 = \frac{7}{2}, \alpha_3 = -\frac{3}{2} \Rightarrow [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{7}{2} \\ -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) = \alpha_1(1,1,1) + \alpha_2(1,0,1) + \alpha_3(1,0,-1) = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3) \Rightarrow$
$\alpha_1 = 1, \alpha_2 = \frac{7}{2}, \alpha_3 = -\frac{3}{2} \Rightarrow [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{7}{2} \\ -\frac{3}{2} \end{bmatrix}.$

Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ e a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1)(1,0,1),(1,0,-1)\}$.
Determine as coordenadas do vetor $u = (3,1,6) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
$u = (3,1,6) = \alpha_1(1,1,1) + \alpha_2(1,0,1) + \alpha_3(1,0,-1) = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3) \Rightarrow$

$$\alpha_1 = 1, \alpha_2 = \frac{7}{2}, \alpha_3 = -\frac{3}{2} \Rightarrow [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{7}{2} \\ -\frac{3}{2} \end{bmatrix}.$$

$$p(t) = 2 + 4t + t^2 = \alpha_1(1) + \alpha_2(1+t) + \alpha_3(1+t^2) =$$

$$(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)(1) + \alpha_2(t) + \alpha_3(t^2) \Longrightarrow \alpha_1 = -3, \alpha_2 = 4, \alpha_3 = 1 \Longrightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3,$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4,$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.
Determine o vetor de coordenadas

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.
Determine o vetor de coordenadas $[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.
Determine o vetor de coordenadas $[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ da matriz $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dada por:

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.
Determine o vetor de coordenadas $[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ da matriz $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dada por:
$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.
Determine o vetor de coordenadas $[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ da matriz $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dada por:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.
Determine o vetor de coordenadas $[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ da matriz $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dada por:
$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.
$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \alpha_1(e_1 + e_2 + e_3) +$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.
Determine o vetor de coordenadas $[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ da matriz $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dada por:
$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.

$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \alpha_1(e_1 + e_2 + e_3) + \alpha_2(e_1 + e_2 + e_4) +$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.
Determine o vetor de coordenadas $[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ da matriz $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dada por:
$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.
$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \alpha_1(e_1 + e_2 + e_3) + \alpha_2(e_1 + e_2 + e_4) + \alpha_3(e_1 + e_3 + e_4) +$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.
Determine o vetor de coordenadas $[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ da matriz $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dada por:
$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \alpha_1(e_1 + e_2 + e_3) + \alpha_2(e_1 + e_2 + e_4) + \alpha_3(e_1 + e_3 + e_4) + \alpha_4(e_2 + e_3 + e_4)$$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.
Determine o vetor de coordenadas $[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ da matriz $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dada por:
$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \alpha_1(e_1 + e_2 + e_3) + \alpha_2(e_1 + e_2 + e_4) + \alpha_3(e_1 + e_3 + e_4) + \alpha_4(e_2 + e_3 + e_4) =$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 & \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_4 \\ \alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_4 & \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 \end{pmatrix}$$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.
Determine o vetor de coordenadas $[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ da matriz $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dada por:
$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \alpha_1(e_1 + e_2 + e_3) + \alpha_2(e_1 + e_2 + e_4) + \alpha_3(e_1 + e_3 + e_4) + \alpha_4(e_2 + e_3 + e_4) =$$
$$\begin{pmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 & \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_4 \\ \alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_4 & \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.
Determine o vetor de coordenadas $[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ da matriz $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dada por:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \alpha_1(e_1 + e_2 + e_3) + \alpha_2(e_1 + e_2 + e_4) + \alpha_3(e_1 + e_3 + e_4) + \alpha_4(e_2 + e_3 + e_4) =$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 & \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_4 \\ \alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_4 & \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 \end{pmatrix} \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_3 = 1,$$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.
Determine o vetor de coordenadas $[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ da matriz $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dada por:
$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \alpha_1(e_1 + e_2 + e_3) + \alpha_2(e_1 + e_2 + e_4) + \alpha_3(e_1 + e_3 + e_4) + \alpha_4(e_2 + e_3 + e_4) =$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 & \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_4 \\ \alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_4 & \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 \end{pmatrix} \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_3 = 1, \alpha_2 = 2, \alpha_4 = 3$$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.
Determine o vetor de coordenadas $[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ da matriz $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dada por:
$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \alpha_1(e_1 + e_2 + e_3) + \alpha_2(e_1 + e_2 + e_4) + \alpha_3(e_1 + e_3 + e_4) + \alpha_4(e_2 + e_3 + e_4) =$$
$$\begin{pmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 & \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_4 \\ \alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_4 & \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 \end{pmatrix} \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_3 = 1, \alpha_2 = 2, \alpha_4 = 3 \Rightarrow$$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.
Determine o vetor de coordenadas $[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ da matriz $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dada por:
$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \alpha_1(e_1 + e_2 + e_3) + \alpha_2(e_1 + e_2 + e_4) + \alpha_3(e_1 + e_3 + e_4) + \alpha_4(e_2 + e_3 + e_4) =$$
$$\begin{pmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 & \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_4 \\ \alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_4 & \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 \end{pmatrix} \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_3 = 1, \alpha_2 = 2, \alpha_4 = 3 \Rightarrow$$

$$[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} =$$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.
Determine o vetor de coordenadas $[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ da matriz $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dada por:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \alpha_1(e_1 + e_2 + e_3) + \alpha_2(e_1 + e_2 + e_4) + \alpha_3(e_1 + e_3 + e_4) + \alpha_4(e_2 + e_3 + e_4) =$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 & \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_4 \\ \alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_4 & \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 \end{pmatrix} \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_3 = 1, \alpha_2 = 2, \alpha_4 = 3 \Rightarrow$$

$$[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ com a base ordenada
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_4, e_1 + e_3 + e_4, e_2 + e_3 + e_4\}$.
Determine o vetor de coordenadas $[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$ da matriz $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dada por:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \alpha_1(e_1 + e_2 + e_3) + \alpha_2(e_1 + e_2 + e_4) + \alpha_3(e_1 + e_3 + e_4) + \alpha_4(e_2 + e_3 + e_4) =$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 & \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_4 \\ \alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_4 & \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 \end{pmatrix} \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_3 = 1, \alpha_2 = 2, \alpha_4 = 3 \Rightarrow$$

$$[A]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Subespaços Vetoriais

Exercício.28 (Solução)

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Subespaços Vetoriais

Exercício.28 (Solução)

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$,

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} =$

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$[I]_{\beta}^{\beta'} =$

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} =$$

Subespaços Vetoriais

Exercício.28 (Solução)

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $v = 3e_1 + e_2 - 4e_4 \in \mathbb{R}^4$

Subespaços Vetoriais

Exercício.28 (Solução)

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $v = 3e_1 + e_2 - 4e_4 \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow v = (3,$

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $v = 3e_1 + e_2 - 4e_4 \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow v = (3, 1,$

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $v = 3e_1 + e_2 - 4e_4 \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow v = (3, 1, 0,$

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:

$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $v = 3e_1 + e_2 - 4e_4 \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow v = (3, 1, 0, -4)$:

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $v = 3e_1 + e_2 - 4e_4 \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow v = (3, 1, 0, -4)$:

$[v]_{\beta_{\mathbb{R}^4}}$

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $v = 3e_1 + e_2 - 4e_4 \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow v = (3, 1, 0, -4)$:

$$[v]_{\beta_{\mathbb{R}^4}} = [I]_{\beta}^{\beta'}$$

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $v = 3e_1 + e_2 - 4e_4 \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow v = (3, 1, 0, -4)$:

$$[v]_{\beta_{\mathbb{R}^4}} = [I]_{\beta}^{\beta'} [v]_{\beta'_{\mathbb{R}^4}}$$

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $v = 3e_1 + e_2 - 4e_4 \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow v = (3, 1, 0, -4)$:

$$[v]_{\beta_{\mathbb{R}^4}} = [I]_{\beta}^{\beta'} [v]_{\beta'_{\mathbb{R}^4}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $v = 3e_1 + e_2 - 4e_4 \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow v = (3, 1, 0, -4)$:

$$[v]_{\beta_{\mathbb{R}^4}} = [I]_{\beta}^{\beta'} [v]_{\beta'_{\mathbb{R}^4}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $v = 3e_1 + e_2 - 4e_4 \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow v = (3, 1, 0, -4)$:

$$[v]_{\beta_{\mathbb{R}^4}} = [I]_{\beta}^{\beta'} [v]_{\beta'_{\mathbb{R}^4}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 4 \\ \frac{5}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Subespaços Vetoriais

Exercício.28 (Solução)

Sejam as bases ordenadas do $\mathbb{R}^4$:
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{e_1 + 2e_2, -e_4, e_1, 2e_3\}$ e $\beta'_{\mathbb{R}^4} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $v = 3e_1 + e_2 - 4e_4 \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow v = (3, 1, 0, -4)$:

$$[v]_{\beta_{\mathbb{R}^4}} = [I]_{\beta}^{\beta'} [v]_{\beta'_{\mathbb{R}^4}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 4 \\ \frac{5}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Exercício.29 - (Solução)

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:

Subespaços Vetoriais

Exercício.29 - (Solução)

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1 + 2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1 + 2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1+2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$,

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1+2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta^{'}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta^{'}} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1+2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} =$

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1+2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1+2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

Subespaços Vetoriais

Exercício.29 - (Solução)

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1 + 2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta^{'}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta^{'}} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$[I]_{\beta}^{\beta^{'}} =$

Subespaços Vetoriais

Exercício.29 - (Solução)

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1+2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} =$

Subespaços Vetoriais

Exercício.29 - (Solução)

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1+2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta^{'}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta^{'}} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta^{'}} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1+2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $p(t) = 3 + t - 4t^3 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1+2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $p(t) = 3 + t - 4t^3 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}}$$

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1+2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $p(t) = 3 + t - 4t^3 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}} = [I]_{\beta}^{\beta'}$$

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1+2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $p(t) = 3 + t - 4t^3 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}} = [I]_{\beta}^{\beta'} [p(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}}$$

Subespaços Vetoriais

Exercício.29 - (Solução)

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1+2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $p(t) = 3 + t - 4t^3 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}} = [I]_{\beta}^{\beta'} [p(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}}$$

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1+2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $p(t) = 3 + t - 4t^3 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}} = [I]_{\beta}^{\beta'} [p(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1+2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $p(t) = 3 + t - 4t^3 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}} = [I]_{\beta}^{\beta'} [p(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1+2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $p(t) = 3 + t - 4t^3 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}} = [I]_{\beta}^{\beta'} [p(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 4 \\ \frac{5}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sejam as bases ordenadas do $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:
$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1+2t, -t^3, 1, 2t^2\}$ e $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Sabemos que $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, vamos determinar $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Considerando o elemento $p(t) = 3 + t - 4t^3 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$:

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}} = [I]_{\beta}^{\beta'} [p(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 4 \\ \frac{5}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t, 1+t, 1-t^2\}$ e $\gamma_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

$[I]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $[I]_\beta^\gamma = ([I]_\gamma^\beta)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

$p(t) = 2 + 4t + t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$:

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = [I]_\beta^\gamma \ [p(t)]_{\gamma_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

e $[p(t)]_{\gamma_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = [I]_\gamma^\beta \ [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [$

Subespaços Vetoriais

Exercício.31 - (Solução)

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2,$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI;

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) +$

Subespaços Vetoriais

Exercício.31 - (Solução)

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2)$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3)$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$.

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$.
Desta forma,

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0.$
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$.
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0.$
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$.
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$.
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0.$
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0.$
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R})) = 4.$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$.
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R})) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0.$
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R})) = 4.$
Portanto, basta tomarmos um vetor $v \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ que seja LI com os vetores da base

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0.$
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R})) = 4.$
Portanto, basta tomarmos um vetor $v \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ que seja LI com os vetores da base
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$.
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R})) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ para gerar $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$.
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R})) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ para gerar $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
Por exemplo,

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$.
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R})) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ que seja LI com os vetores da base
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ para gerar $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
Por exemplo,o vetor canônico $v = e_1$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$.
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R})) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ para gerar $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
Por exemplo,o vetor canônico $v = e_1$ **não pode ser escrito como combinação linear**

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0.$
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R})) = 4.$
Portanto, basta tomarmos um vetor $v \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ para gerar $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
Por exemplo,o vetor canônico $v = e_1$ **não pode ser escrito como combinação linear dos vetores de** $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0.$
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R})) = 4.$
Portanto, basta tomarmos um vetor $v \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ para gerar $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
Por exemplo,o vetor canônico $v = e_1$ **não pode ser escrito como combinação linear dos vetores de** $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$ então; temos uma base ordenada:

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$.
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R})) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ para gerar $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
Por exemplo,o vetor canônico $v = e_1$ **não pode ser escrito como combinação linear dos vetores de** $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$ então; temos uma base ordenada:
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} =$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0.$
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R})) = 4.$
Portanto, basta tomarmos um vetor $v \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ para gerar $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
Por exemplo,o vetor canônico $v = e_1$ **não pode ser escrito como combinação linear dos vetores de** $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$ então; temos uma base ordenada:
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0.$
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R})) = 4.$
Portanto, basta tomarmos um vetor $v \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ para gerar $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
Por exemplo,o vetor canônico $v = e_1$ **não pode ser escrito como combinação linear dos vetores de** $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$ então; temos uma base ordenada:
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{v\} =$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0.$
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R})) = 4.$
Portanto, basta tomarmos um vetor $v \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ para gerar $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
Por exemplo,o vetor canônico $v = e_1$ **não pode ser escrito como combinação linear dos vetores de** $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$ então; temos uma base ordenada:
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{v\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}.$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$ e; note que o conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ é LI; pois, o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0.$
Desta forma, temos uma base formada por estes vetores para o subespaço $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:
$\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R})) = 4.$
Portanto, basta tomarmos um vetor $v \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$ para gerar $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
Por exemplo,o vetor canônico $v = e_1$ **não pode ser escrito como combinação linear dos vetores de** $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$ então; temos uma base ordenada:
$\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{v\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}.$

(b) A matriz mudança da base canônica

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$:

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$: $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$,

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$: $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, obtendo facilmente a

matriz

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$: $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, obtendo facilmente a

matriz $[I]_{\beta'}^{\beta} =$

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$: $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, obtendo facilmente a matriz $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$: $[I]^{\beta'}_{\beta} = ([I]^{\beta}_{\beta'})^{-1}$, portanto, obtendo facilmente a matriz $[I]^{\beta}_{\beta'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e;

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$: $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, obtendo facilmente a matriz $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e; $[I]_{\beta}^{\beta'} =$

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$: $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, obtendo facilmente a matriz $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e; $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} =$

Subespaços Vetoriais

Exercício.31 (Solução)

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$: $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, obtendo facilmente a matriz $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e; $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$: $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, obtendo facilmente a matriz $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e; $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

(c) $[u]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$: $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, obtendo facilmente a matriz $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e; $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

(c) $[u]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [I]_{\beta}^{\beta'}$

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$: $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, obtendo facilmente a matriz $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e; $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

(c) $[u]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [I]_{\beta}^{\beta'} \; [u]_{\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$: $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, obtendo facilmente a matriz $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e; $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

(c) $[u]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [I]_{\beta}^{\beta'} \; [u]_{\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$

$[u]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$: $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, obtendo facilmente a matriz $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e; $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

(c) $[u]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [I]_{\beta}^{\beta'} \quad [u]_{\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$: $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, obtendo facilmente a matriz $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e; $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

(c) $[u]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [I]_{\beta}^{\beta'} \; [u]_{\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$: $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, obtendo facilmente a matriz $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e; $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

(c) $[u]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [I]_{\beta}^{\beta'} \; [u]_{\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix}$$

(b) A matriz mudança da base canônica $\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ para a base $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$: $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1}$, portanto, obtendo facilmente a matriz $[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e; $[I]_{\beta}^{\beta'} = ([I]_{\beta'}^{\beta})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

(c) $[u]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [I]_{\beta}^{\beta'} \; [u]_{\beta'_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix}$$

( ) <u>Solução</u>: (F)

( ) Solução: (F)

( ) Solução: (F)

Subespaços Vetoriais

Exercício.32 - (Solução)

( ) Solução: (F)

( ) Solução: (F)

( ) Solução: (F)

( ) Solução: (F)

( ) Solução: (F)

( ) Solução: (F)

( ) Solução: (F)

Subespaços Vetoriais

Exercício.32 - (Solução)

( ) SOLUÇÃO: (F)

( ) SOLUÇÃO: (F)

( ) SOLUÇÃO: (F)

( ) SOLUÇÃO: (F)

( ) <u>SOLUÇÃO</u>: (F)

( ) Solução: (F)

( ) Solução: (F)

( ) SOLUÇÃO: (F)

( ) SOLUÇÃO: (F)

( ) SOLUÇÃO: (V)

Subespaços Vetoriais

Exercício.33 - (Solução)

( ) Solução: (F)

( ) Solução: (F)

( ) Solução: (V)

( ) Solução: (F)

( ) <u>Solução</u>: (F)

( ) <u>Solução</u>: (F)

( ) <u>Solução</u>: (V)

( ) <u>Solução</u>: (F)

SOLUÇÃO: A resposta correta é o item (b)

SOLUÇÃO: A resposta correta é o item (b)

SOLUÇÃO: A resposta correta é o item (c)

SOLUÇÃO: A resposta correta é o item (b)

$$\mathcal{W} = [e_1 - e_2] \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 - e_2\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 1.$$

$\mathcal{W} = [e_1 - e_2] \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 - e_2\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 1.$

(a) Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^2 = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$

$\mathcal{W} = [e_1 - e_2] \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 - e_2\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 1.$

(a) Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^2 = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.37

$$\mathcal{W} = [e_1 - e_2] \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 - e_2\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 1.$$

(a) Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^2 = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}$ para formar uma base do $\mathbb{R}^2$.

$\mathcal{W} = [e_1 - e_2] \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 - e_2\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 1.$

(a) Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^2 = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}$ para formar uma base do $\mathbb{R}^2$.
$\mathcal{W}^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}\}$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.37

$$\mathcal{W} = [e_1 - e_2] \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 - e_2\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 1.$$

(a) Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^2 = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}$ para formar uma base do $\mathbb{R}^2$.
$\mathcal{W}^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}\}$
Temos que; $dim(\mathbb{R}^2) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}^{\perp})$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.37

$\mathcal{W} = [e_1 - e_2] \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 - e_2\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 1.$

(a) Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^2 = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}$ para formar uma base do $\mathbb{R}^2$.
$\mathcal{W}^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}\}$
Temos que; $dim(\mathbb{R}^2) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^2) - dim(\mathcal{W})$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.37

$$\mathcal{W} = [e_1 - e_2] \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 - e_2\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 1.$$

(a) Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^2 = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}$ para formar uma base do $\mathbb{R}^2$.
$\mathcal{W}^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}\}$
Temos que; $dim(\mathbb{R}^2) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^2) - dim(\mathcal{W}) = 1.$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.37

$\mathcal{W} = [e_1 - e_2] \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 - e_2\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 1.$

(a) Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^2 = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}$ para formar uma base do $\mathbb{R}^2$.
$\mathcal{W}^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}\}$
Temos que; $dim(\mathbb{R}^2) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^2) - dim(\mathcal{W}) = 1.$
Seja $v = (x, y) \in \mathcal{W}^{\perp}$:

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.37

$$\mathcal{W} = [e_1 - e_2] \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 - e_2\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 1.$$

(a) Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^2 = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}$ para formar uma base do $\mathbb{R}^2$.
$\mathcal{W}^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}\}$
Temos que; $dim(\mathbb{R}^2) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^2) - dim(\mathcal{W}) = 1.$
Seja $v = (x, y) \in \mathcal{W}^{\perp}$:
$\langle v, e_1 - e_2 \rangle$

$\mathcal{W} = [e_1 - e_2] \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 - e_2\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 1.$

(a) Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^2 = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}$ para formar uma base do $\mathbb{R}^2$.

$\mathcal{W}^\perp = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}\}$

Temos que; $dim(\mathbb{R}^2) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}^\perp) \Rightarrow dim(\mathcal{W}^\perp) = dim(\mathbb{R}^2) - dim(\mathcal{W}) = 1.$

Seja $v = (x, y) \in \mathcal{W}^\perp$:

$\langle v, e_1 - e_2 \rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y), (1, -1) \rangle$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.37

$\mathcal{W} = [e_1 - e_2] \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 - e_2\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 1.$

(a) Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^2 = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}$ para formar uma base do $\mathbb{R}^2$.
$\mathcal{W}^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid \langle v, u\rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}\}$
Temos que; $dim(\mathbb{R}^2) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^2) - dim(\mathcal{W}) = 1.$
Seja $v = (x, y) \in \mathcal{W}^{\perp}$:
$\langle v, e_1 - e_2\rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y), (1, -1)\rangle = 0 \Rightarrow x - y = 0.$

$\mathcal{W} = [e_1 - e_2] \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 - e_2\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 1.$

(a) Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^2 = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}$ para formar uma base do $\mathbb{R}^2$.
$\mathcal{W}^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid \langle v, u\rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}\}$
Temos que; $dim(\mathbb{R}^2) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^2) - dim(\mathcal{W}) = 1.$
Seja $v = (x, y) \in \mathcal{W}^{\perp}$:
$\langle v, e_1 - e_2\rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y), (1, -1)\rangle = 0 \Rightarrow x - y = 0.$
$\mathcal{W}^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid x - y = 0\}$

$$\mathcal{W} = [e_1 - e_2] \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 - e_2\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 1.$$

(a) Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^2 = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}$ para formar uma base do $\mathbb{R}^2$.
$\mathcal{W}^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid \langle v, u\rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}\}$
Temos que; $dim(\mathbb{R}^2) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^2) - dim(\mathcal{W}) = 1.$
Seja $v = (x, y) \in \mathcal{W}^{\perp}$:
$\langle v, e_1 - e_2\rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y), (1, -1)\rangle = 0 \Rightarrow x - y = 0.$
$\mathcal{W}^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid x - y = 0\}$ $\mathcal{W}^{\perp} = [\underbrace{(1, 1)}_{e_1+e_2}]$

$$\mathcal{W} = [e_1 - e_2] \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 - e_2\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 1.$$

(a) Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^2 = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}$ para formar uma base do $\mathbb{R}^2$.
$\mathcal{W}^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid \langle v, u\rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}\}$
Temos que; $dim(\mathbb{R}^2) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^2) - dim(\mathcal{W}) = 1.$
Seja $v = (x, y) \in \mathcal{W}^{\perp}$:
$\langle v, e_1 - e_2\rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y), (1, -1)\rangle = 0 \Rightarrow x - y = 0.$
$\mathcal{W}^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid x - y = 0\}$ $\mathcal{W}^{\perp} = [\underbrace{(1, 1)}_{e_1+e_2}]$
logo; $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}.$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.37

$\mathcal{W} = [e_1 - e_2] \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{e_1 - e_2\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 1.$

(a) Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^2 = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}$ para formar uma base do $\mathbb{R}^2$.
$\mathcal{W}^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid \langle v, u\rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}\}$
Temos que; $dim(\mathbb{R}^2) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^2) - dim(\mathcal{W}) = 1.$
Seja $v = (x, y) \in \mathcal{W}^{\perp}$:
$\langle v, e_1 - e_2\rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y), (1, -1)\rangle = 0 \Rightarrow x - y = 0.$
$\mathcal{W}^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid x - y = 0\}$ $\mathcal{W}^{\perp} = [\underbrace{(1, 1)}_{e_1+e_2}]$

logo; $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}.$

(b) Determine uma base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$ para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}$

(b) Determine uma base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$ para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}$ notamos que é uma base ortogonal

(b) Determine uma base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$ para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são ortogonais.

(b) Determine uma base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$ para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal**

(b) Determine uma base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$ para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{v_1^*, v_2^*\}$

(b) Determine uma base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$ para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{v_1^*, v_2^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$.

(b) Determine uma base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$ para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{v_1^*, v_2^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^2}$ é uma **base ortogonal**

(b) Determine uma base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$ para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{v_1^*, v_2^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^2}$ é uma **base ortogonal** então só é necessário **normalizar** os vetores da base:

(b) Determine uma base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$ para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{v_1^*, v_2^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^2}$ é uma **base ortogonal** então só é necessário **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} == \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} == \frac{(1,-1)}{\sqrt{\langle (1,-1),(1,-1)\rangle}}$

(b) Determine uma base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$ para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{v_1^*, v_2^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^2}$ é uma **base ortogonal** então só é necessário **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} == \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1 \rangle}} == \frac{(1,-1)}{\sqrt{\langle (1,-1),(1,-1) \rangle}} = \frac{(1,-1)}{\sqrt{2}}$

(b) Determine uma base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$ para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\beta_{\mathbb{R}^2}$.

Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{v_1^*, v_2^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$.

Visto que $\beta_{\mathbb{R}^2}$ é uma **base ortogonal** então só é necessário **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} == \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1 \rangle}} == \frac{(1,-1)}{\sqrt{\langle (1,-1),(1,-1) \rangle}} = \frac{(1,-1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

(b) Determine uma base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$ para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{v_1^*, v_2^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^2}$ é uma **base ortogonal** então só é necessário **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} == \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1 \rangle}} == \frac{(1,-1)}{\sqrt{\langle (1,-1),(1,-1) \rangle}} = \frac{(1,-1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} == \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2 \rangle}} == \frac{(1,1)}{\sqrt{\langle (1,1),(1,1) \rangle}}$$

(b) Determine uma base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$ para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{v_1^*, v_2^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^2}$ é uma **base ortogonal** então só é necessário **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} == \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} == \frac{(1,-1)}{\sqrt{\langle(1,-1),(1,-1)\rangle}} = \frac{(1,-1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} == \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} == \frac{(1,1)}{\sqrt{\langle(1,1),(1,1)\rangle}} = \frac{(1,1)}{\sqrt{2}}$$

(b) Determine uma base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$ para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{v_1^*, v_2^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^2}$ é uma **base ortogonal** então só é necessário **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} == \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} == \frac{(1,-1)}{\sqrt{\langle (1,-1),(1,-1)\rangle}} = \frac{(1,-1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} == \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} == \frac{(1,1)}{\sqrt{\langle (1,1),(1,1)\rangle}} = \frac{(1,1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

(b) Determine uma base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$ para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{v_1^*, v_2^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^2}$ é uma **base ortogonal** então só é necessário **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} == \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} == \frac{(1,-1)}{\sqrt{\langle(1,-1),(1,-1)\rangle}} = \frac{(1,-1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} == \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} == \frac{(1,1)}{\sqrt{\langle(1,1),(1,1)\rangle}} = \frac{(1,1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Assim, $\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$

(b) Determine uma base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$ para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{v_1^*, v_2^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^2}$ é uma **base ortogonal** então só é necessário **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} == \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} == \frac{(1,-1)}{\sqrt{\langle (1,-1),(1,-1)\rangle}} = \frac{(1,-1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} == \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} == \frac{(1,1)}{\sqrt{\langle (1,1),(1,1)\rangle}} = \frac{(1,1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Assim, $\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^2$.

(b) Determine uma base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$ para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\beta_{\mathbb{R}^2}$.

Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{e_1 - e_2, e_1 + e_2\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{v_1^*, v_2^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$.

Visto que $\beta_{\mathbb{R}^2}$ é uma **base ortogonal** então só é necessário **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} == \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} == \frac{(1,-1)}{\sqrt{\langle(1,-1),(1,-1)\rangle}} = \frac{(1,-1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} == \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} == \frac{(1,1)}{\sqrt{\langle(1,1),(1,1)\rangle}} = \frac{(1,1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Assim, $\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^2$.

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 - 2e_2$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$.

$\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 - 2e_2$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$.

$\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^2$.

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 - 2e_2$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$.

$\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^2$.
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 - 2e_2$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$.

$\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^2$.
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 = (1, -2) =$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 - 2e_2$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$.

$\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^2$.
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 = (1, -2) = \lambda_1(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 - 2e_2$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$.

$\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^2$.
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 = (1, -2) = \lambda_1(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}) + \lambda_2(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 - 2e_2$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$.

$\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^2$.
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 = (1, -2) = \ \lambda_1(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}) + \lambda_2(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$
Resolvendo o sistema de equações lineares:

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 - 2e_2$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$.

$\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^2$.
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 = (1, -2) = \lambda_1(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}) + \lambda_2(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$
Resolvendo o sistema de equações lineares:
$\lambda_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + \lambda_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 1;$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 - 2e_2$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$.

$\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^2$.
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 = (1, -2) = \ \lambda_1(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}) + \lambda_2(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$
Resolvendo o sistema de equações lineares:
$\lambda_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + \lambda_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 1; -\lambda_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + \lambda_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = -2$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 - 2e_2$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$.

$\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^2$.
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 = (1, -2) = \lambda_1(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}) + \lambda_2(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$
Resolvendo o sistema de equações lineares:
$\lambda_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + \lambda_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 1; -\lambda_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + \lambda_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = -2$
assim, $\lambda_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2}; \lambda_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 - 2e_2$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$.

$\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^2$.
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 = (1, -2) = \lambda_1(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}) + \lambda_2(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$
Resolvendo o sistema de equações lineares:
$\lambda_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + \lambda_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 1; -\lambda_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + \lambda_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = -2$
assim, $\lambda_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2}; \lambda_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
ou, utilizando os coeficientes de Fourier:

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 - 2e_2$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$.

$\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^2$.
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 = (1, -2) = \ \lambda_1(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}) + \lambda_2(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$
Resolvendo o sistema de equações lineares:
$\lambda_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + \lambda_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 1; -\lambda_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + \lambda_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = -2$
assim, $\lambda_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2}; \lambda_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
ou, utilizando os coeficientes de Fourier:
$\lambda_1 = \left\langle (1, -2), (\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}) \right\rangle = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 - 2e_2$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$.

$\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^2$.
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 = (1, -2) = \lambda_1(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}) + \lambda_2(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$
Resolvendo o sistema de equações lineares:
$\lambda_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + \lambda_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 1; -\lambda_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + \lambda_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = -2$
assim, $\lambda_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2}; \lambda_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
ou, utilizando os coeficientes de Fourier:

$$\lambda_1 = \left\langle (1, -2), (\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}) \right\rangle = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\lambda_2 = \left\langle (1, -2), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}) \right\rangle = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 - 2e_2$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$.

$\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^2$.
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 = (1, -2) = \lambda_1(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}) + \lambda_2(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$
Resolvendo o sistema de equações lineares:
$\lambda_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + \lambda_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 1; -\lambda_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + \lambda_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = -2$
assim, $\lambda_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2}; \lambda_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
ou, utilizando os coeficientes de Fourier:

$$\lambda_1 = \left\langle (1, -2), (\tfrac{\sqrt{2}}{2}, -\tfrac{\sqrt{2}}{2}) \right\rangle = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\lambda_2 = \left\langle (1, -2), (\tfrac{\sqrt{2}}{2}, \tfrac{\sqrt{2}}{2}) \right\rangle = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 - 2e_2$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^2}$.

$\beta^*_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^2$.
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 = (1, -2) = \lambda_1(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}) + \lambda_2(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$
Resolvendo o sistema de equações lineares:
$\lambda_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + \lambda_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 1; -\lambda_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + \lambda_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = -2$
assim, $\lambda_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2}; \lambda_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
ou, utilizando os coeficientes de Fourier:
$\lambda_1 = \left\langle (1, -2), (\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}) \right\rangle = \frac{3\sqrt{2}}{2}$
$\lambda_2 = \left\langle (1, -2), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}) \right\rangle = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow [u]_{\beta^*_{\mathbb{R}^2}} = \begin{bmatrix} \frac{3\sqrt{2}}{2} & \frac{-\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}^t$

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.38 - (Solução)

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.38 - (Solução)

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.38 - (Solução)

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^\perp$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^\perp = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u\rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$ são ortogonais $\langle e_1, e_2 - e_3 \rangle = 0$,

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u\rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$ são ortogonais $\langle e_1, e_2 - e_3\rangle = 0$, então $\{e_1, e_2 - e_3\}$ é LI e, isto implica que,

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$ são ortogonais $\langle e_1, e_2 - e_3 \rangle = 0$, então $\{e_1, e_2 - e_3\}$ é LI e, isto implica que, $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1, e_2 - e_3\}$.

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.38 - (Solução)

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$ são ortogonais $\langle e_1, e_2 - e_3 \rangle = 0$, então $\{e_1, e_2 - e_3\}$ é LI e, isto implica que, $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1, e_2 - e_3\}$. Temos ainda que; $dim(\mathbb{R}^3) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_1^{\perp})$

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u\rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$ são ortogonais $\langle e_1, e_2 - e_3\rangle = 0$, então $\{e_1, e_2 - e_3\}$ é LI e, isto implica que, $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1, e_2 - e_3\}$. Temos ainda que; $dim(\mathbb{R}^3) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^3) - dim(\mathcal{W}_1)$

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$ são ortogonais $\langle e_1, e_2 - e_3 \rangle = 0$, então $\{e_1, e_2 - e_3\}$ é LI e, isto implica que, $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1, e_2 - e_3\}$. Temos ainda que; $dim(\mathbb{R}^3) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^3) - dim(\mathcal{W}_1) = 1$.

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.38 - (Solução)

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$ são ortogonais $\langle e_1, e_2 - e_3 \rangle = 0$, então $\{e_1, e_2 - e_3\}$ é LI e, isto implica que, $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1, e_2 - e_3\}$. Temos ainda que; $dim(\mathbb{R}^3) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^3) - dim(\mathcal{W}_1) = 1$.
Seja $v = (x, y, z) \in \mathcal{W}_1^{\perp}$:

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.38 - (Solução)

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u\rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$ são ortogonais $\langle e_1, e_2 - e_3\rangle = 0$, então $\{e_1, e_2 - e_3\}$ é LI e, isto implica que, $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1, e_2 - e_3\}$. Temos ainda que; $dim(\mathbb{R}^3) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^3) - dim(\mathcal{W}_1) = 1$.
Seja $v = (x, y, z) \in \mathcal{W}_1^{\perp}$:
$\langle v, e_1\rangle$

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$ são ortogonais $\langle e_1, e_2 - e_3 \rangle = 0$, então $\{e_1, e_2 - e_3\}$ é LI e, isto implica que, $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1, e_2 - e_3\}$. Temos ainda que; $dim(\mathbb{R}^3) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^3) - dim(\mathcal{W}_1) = 1$.
Seja $v = (x, y, z) \in \mathcal{W}_1^{\perp}$:
$\langle v, e_1 \rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y, z), (1, 0, 0) \rangle$

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$ são ortogonais $\langle e_1, e_2 - e_3 \rangle = 0$, então $\{e_1, e_2 - e_3\}$ é LI e, isto implica que, $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1, e_2 - e_3\}$. Temos ainda que; $dim(\mathbb{R}^3) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^3) - dim(\mathcal{W}_1) = 1$.
Seja $v = (x, y, z) \in \mathcal{W}_1^{\perp}$:
$\langle v, e_1 \rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y, z), (1, 0, 0) \rangle = 0 \Rightarrow x = 0$.

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.38 - (Solução)

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$ são ortogonais $\langle e_1, e_2 - e_3 \rangle = 0$, então $\{e_1, e_2 - e_3\}$ é LI e, isto implica que, $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1, e_2 - e_3\}$. Temos ainda que; $dim(\mathbb{R}^3) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^3) - dim(\mathcal{W}_1) = 1$.
Seja $v = (x, y, z) \in \mathcal{W}_1^{\perp}$:
$\langle v, e_1 \rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y, z), (1, 0, 0) \rangle = 0 \Rightarrow x = 0$.
$\langle v, e_2 - e_3 \rangle$

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u\rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$ são ortogonais $\langle e_1, e_2 - e_3\rangle = 0$, então $\{e_1, e_2 - e_3\}$ é LI e, isto implica que, $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1, e_2 - e_3\}$. Temos ainda que; $dim(\mathbb{R}^3) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^3) - dim(\mathcal{W}_1) = 1$.
Seja $v = (x, y, z) \in \mathcal{W}_1^{\perp}$:
$\langle v, e_1\rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y, z), (1, 0, 0)\rangle = 0 \Rightarrow x = 0$.
$\langle v, e_2 - e_3\rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y, z), (0, 1, -1)\rangle$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.38 - (Solução)

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u\rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$ são ortogonais $\langle e_1, e_2 - e_3\rangle = 0$, então $\{e_1, e_2 - e_3\}$ é LI e, isto implica que, $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1, e_2 - e_3\}$. Temos ainda que; $dim(\mathbb{R}^3) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^3) - dim(\mathcal{W}_1) = 1$.
Seja $v = (x, y, z) \in \mathcal{W}_1^{\perp}$:
$\langle v, e_1\rangle \ = 0 \Rightarrow \langle (x, y, z), (1, 0, 0)\rangle \ = 0 \Rightarrow x = 0.$
$\langle v, e_2 - e_3\rangle \ = 0 \Rightarrow \langle (x, y, z), (0, 1, -1)\rangle \ = 0 \Rightarrow y - z = 0.$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.38 - (Solução)

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u\rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$ são ortogonais $\langle e_1, e_2 - e_3\rangle = 0$, então $\{e_1, e_2 - e_3\}$ é LI e, isto implica que, $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1, e_2 - e_3\}$. Temos ainda que; $dim(\mathbb{R}^3) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^3) - dim(\mathcal{W}_1) = 1$.
Seja $v = (x, y, z) \in \mathcal{W}_1^{\perp}$:
$\langle v, e_1\rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y, z), (1, 0, 0)\rangle = 0 \Rightarrow x = 0.$
$\langle v, e_2 - e_3\rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y, z), (0, 1, -1)\rangle = 0 \Rightarrow y - z = 0.$
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0 \text{ e } y - z = 0\}$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.38 - (Solução)

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$ são ortogonais $\langle e_1, e_2 - e_3 \rangle = 0$, então $\{e_1, e_2 - e_3\}$ é LI e, isto implica que, $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1, e_2 - e_3\}$. Temos ainda que; $dim(\mathbb{R}^3) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^3) - dim(\mathcal{W}_1) = 1$.
Seja $v = (x, y, z) \in \mathcal{W}_1^{\perp}$:
$\langle v, e_1 \rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y, z), (1, 0, 0) \rangle = 0 \Rightarrow x = 0.$
$\langle v, e_2 - e_3 \rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y, z), (0, 1, -1) \rangle = 0 \Rightarrow y - z = 0.$
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0 \text{ e } y - z = 0\}$ $\mathcal{W}_1^{\perp} = [\underbrace{(0, 1, 1)}_{e_2 + e_3}]$

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$ são ortogonais $\langle e_1, e_2 - e_3 \rangle = 0$, então $\{e_1, e_2 - e_3\}$ é LI e, isto implica que, $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1, e_2 - e_3\}$. Temos ainda que; $dim(\mathbb{R}^3) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^3) - dim(\mathcal{W}_1) = 1$.
Seja $v = (x, y, z) \in \mathcal{W}_1^{\perp}$:
$\langle v, e_1 \rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y, z), (1, 0, 0) \rangle = 0 \Rightarrow x = 0$.
$\langle v, e_2 - e_3 \rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y, z), (0, 1, -1) \rangle = 0 \Rightarrow y - z = 0$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0 \text{ e } y - z = 0\}$ $\mathcal{W}_1^{\perp} = [\underbrace{(0, 1, 1)}_{e_2 + e_3}]$

logo; $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$.

(a) $\mathcal{W}_1 = [e_1, e_2 - e_3]$ Pelas propriedades de ortogonalidade: $\mathbb{R}^3 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_1^{\perp}$ então, encontrando uma base para o complemento ortogonal obteremos os vetores que completam uma base de $\mathcal{W}_1$ para formar uma base do $\mathbb{R}^3$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid \langle v, u \rangle = 0; \quad \forall u \in \mathcal{W}_1\}$ Como os vetores que geram $\mathcal{W}_1$ são ortogonais $\langle e_1, e_2 - e_3 \rangle = 0$, então $\{e_1, e_2 - e_3\}$ é LI e, isto implica que, $\beta_{\mathcal{W}_1} = \{e_1, e_2 - e_3\}$. Temos ainda que; $dim(\mathbb{R}^3) = dim(\mathcal{W}_1) + dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}_1^{\perp}) = dim(\mathbb{R}^3) - dim(\mathcal{W}_1) = 1$.
Seja $v = (x, y, z) \in \mathcal{W}_1^{\perp}$:
$\langle v, e_1 \rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y, z), (1, 0, 0) \rangle = 0 \Rightarrow x = 0$.
$\langle v, e_2 - e_3 \rangle = 0 \Rightarrow \langle (x, y, z), (0, 1, -1) \rangle = 0 \Rightarrow y - z = 0$.
$\mathcal{W}_1^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0 \text{ e } y - z = 0\}$ $\mathcal{W}_1^{\perp} = [\underbrace{(0, 1, 1)}_{e_2 + e_3}]$

logo; $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$.

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais.

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal**

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$.

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal**

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = v_1 = e_1$

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = v_1 = e_1$
$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2}$

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = v_1 = e_1$
$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2 \rangle}}$

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = v_1 = e_1$
$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2 \rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{\langle (0,1,-1),(0,1,-1) \rangle}}$

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = v_1 = e_1$
$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2 \rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{\langle (0,1,-1),(0,1,-1) \rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{2}}$

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = v_1 = e_1$
$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2 \rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{\langle (0,1,-1),(0,1,-1) \rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{2}} = (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = v_1 = e_1$

$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{\langle (0,1,-1),(0,1,-1)\rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{2}} = (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$

$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2}$

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = v_1 = e_1$
$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{\langle (0,1,-1),(0,1,-1)\rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{2}} = (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$
$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}}$

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = v_1 = e_1$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{\langle (0,1,-1),(0,1,-1)\rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{2}} = (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(0,1,1)}{\sqrt{\langle (0,1,1),(0,1,1)\rangle}}$$

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = v_1 = e_1$

$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{\langle (0,1,-1),(0,1,-1)\rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{2}} = (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$

$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(0,1,1)}{\sqrt{\langle (0,1,1),(0,1,1)\rangle}} = \frac{(0,1,1)}{\sqrt{2}}$

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = v_1 = e_1$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{\langle(0,1,-1),(0,1,-1)\rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{2}} = (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(0,1,1)}{\sqrt{\langle(0,1,1),(0,1,1)\rangle}} = \frac{(0,1,1)}{\sqrt{2}} = (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$$

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = v_1 = e_1$

$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{\langle(0,1,-1),(0,1,-1)\rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{2}} = (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$

$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(0,1,1)}{\sqrt{\langle(0,1,1),(0,1,1)\rangle}} = \frac{(0,1,1)}{\sqrt{2}} = (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$

Assim, $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = v_1 = e_1$
$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2 \rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{\langle (0,1,-1),(0,1,-1)\rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{2}} = (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$
$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3 \rangle}} = \frac{(0,1,1)}{\sqrt{\langle (0,1,1),(0,1,1)\rangle}} = \frac{(0,1,1)}{\sqrt{2}} = (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$
Assim, $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$
é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^3$.

(b) Considerando a base $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2 - e_3, e_2 + e_3\}$ notamos que é uma base ortogonal pois os vetores são dois a dois ortogonais. Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$.
Visto que $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = v_1 = e_1$
$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{\langle (0,1,-1),(0,1,-1)\rangle}} = \frac{(0,1,-1)}{\sqrt{2}} = (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$
$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(0,1,1)}{\sqrt{\langle (0,1,1),(0,1,1)\rangle}} = \frac{(0,1,1)}{\sqrt{2}} = (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$
Assim, $\beta^*_{\mathbb{R}3} = \{(1,0,0), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$
é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^3$.

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 + 3e_3 =$

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 + 3e_3 = \ \lambda_1(1,0,0)$

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})\}$
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 + 3e_3 = \ \lambda_1(1,0,0) + \ \lambda_2(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}})$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.38 (Solução)

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 + 3e_3 = \ \lambda_1(1,0,0) + \ \lambda_2(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}) + \ \lambda_3(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})\}$
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 + 3e_3 = \ \lambda_1(1,0,0) + \ \lambda_2(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}) + \ \lambda_3(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$
Resolvendo o sistema de equações lineares:

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.38 (Solução)

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})\}$
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 + 3e_3 = \lambda_1(1,0,0) + \lambda_2(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}) + \lambda_3(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$
Resolvendo o sistema de equações lineares:
$\lambda_1 = 1$

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})\}$
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 + 3e_3 = \ \lambda_1(1,0,0)+ \ \lambda_2(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}})+ \ \lambda_3(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$
Resolvendo o sistema de equações lineares:

$$\lambda_1 = 1$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = -2$$

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$

Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$u = e_1 - 2e_2 + 3e_3 = \lambda_1(1,0,0) + \lambda_2(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}) + \lambda_3(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$

Resolvendo o sistema de equações lineares:

$$\lambda_1 = 1$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = -2$$
$$-\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = 3$$

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})\}$

Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$u = e_1 - 2e_2 + 3e_3 = \ \lambda_1(1,0,0) + \ \lambda_2(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}) + \ \lambda_3(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$

Resolvendo o sistema de equações lineares:

$$\lambda_1 = 1$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = -2$$
$$-\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = 3$$

ou, utilizando os coeficientes de Fourier:

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 + 3e_3 = \ \lambda_1(1,0,0) + \ \lambda_2(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}) + \ \lambda_3(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$
Resolvendo o sistema de equações lineares:

$$\lambda_1 = 1$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = -2$$
$$-\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = 3$$

ou, utilizando os coeficientes de Fourier: $\lambda_1 = \langle (1,-2,3), (1,0,0) \rangle =$

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 + 3e_3 = \ \lambda_1(1,0,0) + \ \lambda_2(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}) + \ \lambda_3(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$
Resolvendo o sistema de equações lineares:

$$\begin{aligned} &\lambda_1 = 1 \\ &\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = -2 \\ &-\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = 3 \end{aligned}$$

ou, utilizando os coeficientes de Fourier: $\lambda_1 = \langle (1,-2,3), (1,0,0) \rangle = 1$

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})\}$
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 + 3e_3 = \ \lambda_1(1,0,0) + \ \lambda_2(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}) + \ \lambda_3(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$
Resolvendo o sistema de equações lineares:

$$\begin{array}{l} \lambda_1 = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = -2 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = 3 \end{array}$$

ou, utilizando os coeficientes de Fourier: $\lambda_1 = \langle (1,-2,3),(1,0,0)\rangle = 1$
$\lambda_2 = \left\langle (1,-2,3),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}})\right\rangle =$

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})\}$

Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$u = e_1 - 2e_2 + 3e_3 = \lambda_1(1,0,0) + \lambda_2(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}) + \lambda_3(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$

Resolvendo o sistema de equações lineares:

$$\lambda_1 = 1$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = -2$$
$$-\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = 3$$

ou, utilizando os coeficientes de Fourier: $\lambda_1 = \langle(1,-2,3),(1,0,0)\rangle = 1$

$\lambda_2 = \left\langle(1,-2,3),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}})\right\rangle = -\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}} = -\frac{5}{\sqrt{2}}$

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})\}$

Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$u = e_1 - 2e_2 + 3e_3 = \ \lambda_1(1,0,0) + \ \lambda_2(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}) + \ \lambda_3(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$

Resolvendo o sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} \lambda_1 = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = -2 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = 3 \end{cases}$$

ou, utilizando os coeficientes de Fourier: $\lambda_1 = \langle(1,-2,3),(1,0,0)\rangle = 1$

$\lambda_2 = \left\langle(1,-2,3),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}})\right\rangle = -\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}} = -\frac{5}{\sqrt{2}}$

$\lambda_3 = \left\langle(1,-2,3),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})\right\rangle =$

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})\}$
Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$u = e_1 - 2e_2 + 3e_3 = \lambda_1(1,0,0) + \lambda_2(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}) + \lambda_3(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$
Resolvendo o sistema de equações lineares:

$$\begin{aligned} &\lambda_1 = 1 \\ &\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = -2 \\ &-\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = 3 \end{aligned}$$

ou, utilizando os coeficientes de Fourier: $\lambda_1 = \langle (1,-2,3),(1,0,0)\rangle = 1$

$$\lambda_2 = \left\langle (1,-2,3),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = -\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}} = -\frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$\lambda_3 = \left\langle (1,-2,3),(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = -\frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(c) $\beta^*_{\mathbb{R}^3} = \{(1,0,0), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$

Então; $\forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$u = e_1 - 2e_2 + 3e_3 = \lambda_1(1,0,0) + \lambda_2(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}) + \lambda_3(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$

Resolvendo o sistema de equações lineares:

$$\begin{aligned} &\lambda_1 = 1 \\ &\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = -2 \\ &-\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_3 = 3 \end{aligned}$$

ou, utilizando os coeficientes de Fourier: $\lambda_1 = \langle (1,-2,3), (1,0,0) \rangle = 1$

$$\lambda_2 = \left\langle (1,-2,3), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = -\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}} = -\frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$\lambda_3 = \left\langle (1,-2,3), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = -\frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$[u]_{\beta^*_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{5\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}^t$$

Exercício.39 - (Solução)

Sem respostas

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados,

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.40 - (Solução)

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que $[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2]$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.40 - (Solução)

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que $[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\}$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que $[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\}$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que $[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que $[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2,$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que $[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.40 - (Solução)

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) +$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.40 - (Solução)

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2)$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3)$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que $[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente,

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.40 - (Solução)

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2,$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.40 - (Solução)

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.40 - (Solução)

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4)$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.40 - (Solução)

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$.

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$. Por exemplo,

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.40 - (Solução)

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$. Por exemplo,neste caso, o vetor canônico $v = e_1$;

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$. Por exemplo,neste caso, o vetor canônico $v = e_1$; resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula) para verificar a independência linear:

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.40 - (Solução)

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$. Por exemplo,neste caso, o vetor canônico $v = e_1$; resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula) para verificar a independência linear:
$\lambda_1(e_1 + e_4) +$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.40 - (Solução)

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$. Por exemplo,neste caso, o vetor canônico $v = e_1$; resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula) para verificar a independência linear:
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2)$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.40 - (Solução)

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$. Por exemplo,neste caso, o vetor canônico $v = e_1$; resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula) para verificar a independência linear:
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3)$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$. Por exemplo,neste caso, o vetor canônico $v = e_1$; resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula) para verificar a independência linear:
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) + \lambda_4(e_1)$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2}$. Por exemplo,neste caso, o vetor canônico $v = e_1$; resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula) para verificar a independência linear:
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) + \lambda_4(e_1) = 0$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$. Por exemplo,neste caso, o vetor canônico $v = e_1$; resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula) para verificar a independência linear:
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) + \lambda_4(e_1) = 0$ possui apenas a solução trivial:

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$. Por exemplo,neste caso, o vetor canônico $v = e_1$; resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula) para verificar a independência linear:
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) + \lambda_4(e_1) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.40 - (Solução)

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$. Por exemplo,neste caso, o vetor canônico $v = e_1$; resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula) para verificar a independência linear:
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) + \lambda_4(e_1) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
então; temos uma base ordenada :

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$. Por exemplo,neste caso, o vetor canônico $v = e_1$; resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula) para verificar a independência linear:
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) + \lambda_4(e_1) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
então; temos uma base ordenada : $\beta_{\mathbb{R}^4} =$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.40 - (Solução)

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$. Por exemplo,neste caso, o vetor canônico $v = e_1$; resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula) para verificar a independência linear:
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) + \lambda_4(e_1) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
então; temos uma base ordenada : $\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$. Por exemplo,neste caso, o vetor canônico $v = e_1$; resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula) para verificar a independência linear:
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) + \lambda_4(e_1) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
então; temos uma base ordenada : $\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{v\} =$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercícios.40 - (Solução)

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$. Por exemplo,neste caso, o vetor canônico $v = e_1$; resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula) para verificar a independência linear:
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) + \lambda_4(e_1) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
então; temos uma base ordenada : $\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{v\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$.

Sejam $\mathcal{W}_1 = [e_1 + e_4, 3e_2]$ e $\mathcal{W}_2 = [2e_1 - e_3]$

(a) Pela propriedade de subespaços gerados, temos que
$[\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2] = \{e_1 + e_4, 3e_2\} \cup \{2e_1 - e_3\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$.
Agora, resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula):
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
consequentemente, $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com os vetores da base $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2}$. Por exemplo,neste caso, o vetor canônico $v = e_1$; resolvendo o sistema homogêneo(combinação linear nula) para verificar a independência linear:
$\lambda_1(e_1 + e_4) + \lambda_2(3e_2) + \lambda_3(2e_1 - e_3) + \lambda_4(e_1) = 0$ possui apenas a solução trivial:
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0 \Rightarrow$ os vetores são LI.
então; temos uma base ordenada : $\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} \cup \{v\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3, e_1\}$.

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI.

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2,$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$,

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle =$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.40 (Solução)

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1, 0, 0, 1), (0, 3, 0, 0) \rangle =$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1), (0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1), (0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2,$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1),(0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle =$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1), (0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0), (2,0,-1,0) \rangle =$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1), (0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0), (2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1),(0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0),(2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém,

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1),(0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0),(2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle =$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1),(0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0),(2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1),(2,0,-1,0) \rangle =$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1), (0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0), (2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1), (2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.40 (Solução)

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2\rangle = \langle (1,0,0,1),(0,3,0,0)\rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3\rangle = \langle (0,3,0,0),(2,0,-1,0)\rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3\rangle = \langle (1,0,0,1),(2,0,-1,0)\rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal**

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.40 (Solução)

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1), (0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0), (2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1), (2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear.

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1),(0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0),(2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1),(2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear. Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**;

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1),(0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0),(2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1),(2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear. Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**;

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1, 0, 0, 1), (0, 3, 0, 0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0, 3, 0, 0), (2, 0, -1, 0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1, 0, 0, 1), (2, 0, -1, 0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear. Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:
$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1), (0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$
$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0), (2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$
porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1), (2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$
então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear.
Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:
$u_1 = (1,0,0,1)$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1),(0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0),(2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1),(2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear.

Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:

$u_1 = (1,0,0,1) = e_1 + e_4;$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2\rangle = \langle (1,0,0,1),(0,3,0,0)\rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3\rangle = \langle (0,3,0,0),(2,0,-1,0)\rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3\rangle = \langle (1,0,0,1),(2,0,-1,0)\rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear. Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:

$u_1 = (1,0,0,1) = e_1 + e_4;$

$u_2 = (0,3,0,0) -$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1),(0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0),(2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1),(2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear.

Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:

$u_1 = (1,0,0,1) = e_1 + e_4$;

$u_2 = (0,3,0,0) - \frac{\langle (0,3,0,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1)$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1), (0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0), (2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1), (2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear. Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:

$u_1 = (1,0,0,1) = e_1 + e_4$;

$u_2 = (0,3,0,0) - \frac{\langle (0,3,0,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) = (0,3,0,0) =$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1), (0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0), (2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1), (2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear.

Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:

$u_1 = (1,0,0,1) = e_1 + e_4;$

$u_2 = (0,3,0,0) - \frac{\langle (0,3,0,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) = (0,3,0,0) = 3e_2$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.40 (Solução)

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1, 0, 0, 1), (0, 3, 0, 0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0, 3, 0, 0), (2, 0, -1, 0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1, 0, 0, 1), (2, 0, -1, 0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear. Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:

$u_1 = (1, 0, 0, 1) = e_1 + e_4;$

$u_2 = (0, 3, 0, 0) - \frac{\langle (0,3,0,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1, 0, 0, 1) = (0, 3, 0, 0) = 3e_2$

$u_3 = (2, 0, -1, 0)$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1),(0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0),(2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1),(2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear.

Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:

$u_1 = (1,0,0,1) = e_1 + e_4;$

$u_2 = (0,3,0,0) - \frac{\langle (0,3,0,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) = (0,3,0,0) = 3e_2$

$u_3 = (2,0,-1,0) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1)$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:
$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1),(0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$
$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0),(2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$
porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1),(2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$
então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear.
Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:
$u_1 = (1,0,0,1) = e_1 + e_4$;
$u_2 = (0,3,0,0) - \frac{\langle (0,3,0,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) = (0,3,0,0) = 3e_2$
$u_3 = (2,0,-1,0) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(0,3,0,0) \rangle}{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0) \rangle}(0,3,0,0)$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:
$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1), (0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$
$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0), (2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$
porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1), (2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$
então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear. Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:
$u_1 = (1,0,0,1) = e_1 + e_4$;
$u_2 = (0,3,0,0) - \frac{\langle (0,3,0,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) = (0,3,0,0) = 3e_2$
$u_3 = (2,0,-1,0) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(0,3,0,0) \rangle}{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0) \rangle}(0,3,0,0) =$
$(2,0,-1,0) - (1,0,0,1)$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1), (0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0), (2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1), (2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear.
Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:

$u_1 = (1,0,0,1) = e_1 + e_4$;

$u_2 = (0,3,0,0) - \frac{\langle (0,3,0,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) = (0,3,0,0) = 3e_2$

$u_3 = (2,0,-1,0) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(0,3,0,0) \rangle}{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0) \rangle}(0,3,0,0) =$
$(2,0,-1,0) - (1,0,0,1) = (1,0,-1,-1)$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1),(0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0),(2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1),(2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear. Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:

$u_1 = (1,0,0,1) = e_1 + e_4$;

$u_2 = (0,3,0,0) - \frac{\langle (0,3,0,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) = (0,3,0,0) = 3e_2$

$u_3 = (2,0,-1,0) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(0,3,0,0) \rangle}{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0) \rangle}(0,3,0,0) =$
$(2,0,-1,0) - (1,0,0,1) = (1,0,-1,-1) = e_1 - e_3 - e_4$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:
$\langle e_1 + e_4, 3e_2\rangle = \langle(1,0,0,1),(0,3,0,0)\rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$
$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3\rangle = \langle(0,3,0,0),(2,0,-1,0)\rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$
porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3\rangle = \langle(1,0,0,1),(2,0,-1,0)\rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$
então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear.
Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:
$u_1 = (1,0,0,1) = e_1 + e_4;$
$u_2 = (0,3,0,0) - \frac{\langle(0,3,0,0),(1,0,0,1)\rangle}{\langle(1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}(1,0,0,1) = (0,3,0,0) = 3e_2$
$u_3 = (2,0,-1,0) - \frac{\langle(2,0,-1,0),(1,0,0,1)\rangle}{\langle(1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}(1,0,0,1) - \frac{\langle(2,0,-1,0),(0,3,0,0)\rangle}{\langle(0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}(0,3,0,0) =$
$(2,0,-1,0) - (1,0,0,1) = (1,0,-1,-1) = e_1 - e_3 - e_4$
Assim, $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1),(0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0),(2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1),(2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear.

Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:

$u_1 = (1,0,0,1) = e_1 + e_4$;

$u_2 = (0,3,0,0) - \frac{\langle (0,3,0,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) = (0,3,0,0) = 3e_2$

$u_3 = (2,0,-1,0) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(0,3,0,0) \rangle}{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0) \rangle}(0,3,0,0) =$

$(2,0,-1,0) - (1,0,0,1) = (1,0,-1,-1) = e_1 - e_3 - e_4$

Assim, $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4,$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1), (0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0), (2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1), (2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear. Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:

$u_1 = (1,0,0,1) = e_1 + e_4;$

$u_2 = (0,3,0,0) - \frac{\langle (0,3,0,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) = (0,3,0,0) = 3e_2$

$u_3 = (2,0,-1,0) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(0,3,0,0) \rangle}{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0) \rangle}(0,3,0,0) =$
$(2,0,-1,0) - (1,0,0,1) = (1,0,-1,-1) = e_1 - e_3 - e_4$

Assim, $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2,$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1), (0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0), (2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1), (2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear. Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:

$u_1 = (1,0,0,1) = e_1 + e_4$;

$u_2 = (0,3,0,0) - \frac{\langle (0,3,0,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) = (0,3,0,0) = 3e_2$

$u_3 = (2,0,-1,0) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(0,3,0,0) \rangle}{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0) \rangle}(0,3,0,0) =$

$(2,0,-1,0) - (1,0,0,1) = (1,0,-1,-1) = e_1 - e_3 - e_4$

Assim, $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1),(0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0),(2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1),(2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear. Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:

$u_1 = (1,0,0,1) = e_1 + e_4;$

$u_2 = (0,3,0,0) - \frac{\langle (0,3,0,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) = (0,3,0,0) = 3e_2$

$u_3 = (2,0,-1,0) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(0,3,0,0) \rangle}{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0) \rangle}(0,3,0,0) =$
$(2,0,-1,0) - (1,0,0,1) = (1,0,-1,-1) = e_1 - e_3 - e_4$

Assim, $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$ é uma base ortogonal para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$

Uma alternativa para obter uma base para $\mathbb{R}^4$ é utilizar a **ortogonalidade dos vetores** para verificar se são LI. Então; considerando $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = [e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3]$, vamos utilizar o produto interno usual:

$\langle e_1 + e_4, 3e_2 \rangle = \langle (1,0,0,1),(0,3,0,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_1 \perp v_2$

$\langle 3e_2, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (0,3,0,0),(2,0,-1,0) \rangle = 0 \Rightarrow v_2 \perp v_3$

porém, $\langle e_1 + e_4, 2e_1 - e_3 \rangle = \langle (1,0,0,1),(2,0,-1,0) \rangle = 2 \neq 0 \Rightarrow v_1 \not\perp v_3$

então o conjunto **não é ortogonal** e, assim, não podemos afirmar que a independência linear. Porém, utilizando o **processo de ortogonalização de Gram-Schmidt**; podemos obter um conjunto ortogonal a partir do conjunto $\{e_1 + e_4, 3e_2, 2e_1 - e_3\}$:

$u_1 = (1,0,0,1) = e_1 + e_4;$

$u_2 = (0,3,0,0) - \frac{\langle (0,3,0,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) = (0,3,0,0) = 3e_2$

$u_3 = (2,0,-1,0) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(1,0,0,1) \rangle}{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}(1,0,0,1) - \frac{\langle (2,0,-1,0),(0,3,0,0) \rangle}{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0) \rangle}(0,3,0,0) =$
$(2,0,-1,0) - (1,0,0,1) = (1,0,-1,-1) = e_1 - e_3 - e_4$

Assim, $\beta_{\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$ é uma base ortogonal para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$:

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4,$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2,$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.40 (Solução)

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4)$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.40 (Solução)

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4.$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$:

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4.$
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$:
$\langle v, e_1 + e_4 \rangle = 0$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$:
$\langle v, e_1 + e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x + t = 0$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$:
$\langle v, e_1 + e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x + t = 0 \Rightarrow x = -t$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$:
$\langle v, e_1 + e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x + t = 0 \Rightarrow x = -t$
$\langle v, e_1 - e_3 - e_4 \rangle = 0$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 : \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4.$
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$:
$\langle v, e_1 + e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x + t = 0 \Rightarrow x = -t$
$\langle v, e_1 - e_3 - e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x - z - t = 0$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$:
$\langle v, e_1 + e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x + t = 0 \Rightarrow x = -t$
$\langle v, e_1 - e_3 - e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x - z - t = 0 \Rightarrow z = x - t =$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4.$
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$:
$\langle v, e_1 + e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x + t = 0 \Rightarrow x = -t$
$\langle v, e_1 - e_3 - e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x - z - t = 0 \Rightarrow z = x - t = -2t$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$:
$\langle v, e_1 + e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x + t = 0 \Rightarrow x = -t$
$\langle v, e_1 - e_3 - e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x - z - t = 0 \Rightarrow z = x - t = \; -2t$
$\langle v, 3e_2 \rangle = 0$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4.$
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$:
$\langle v, e_1 + e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x + t = 0 \Rightarrow x = -t$
$\langle v, e_1 - e_3 - e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x - z - t = 0 \Rightarrow z = x - t = \; -2t$
$\langle v, 3e_2 \rangle = 0 \Rightarrow 3y = 0$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4.$
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$:
$\langle v, e_1 + e_4\rangle = 0 \Rightarrow x + t = 0 \Rightarrow x = -t$
$\langle v, e_1 - e_3 - e_4\rangle = 0 \Rightarrow x - z - t = 0 \Rightarrow z = x - t = \; -2t$
$\langle v, 3e_2\rangle = 0 \Rightarrow 3y = 0 \Rightarrow y = 0$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4.$
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$:
$\langle v, e_1 + e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x + t = 0 \Rightarrow x = -t$
$\langle v, e_1 - e_3 - e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x - z - t = 0 \Rightarrow z = x - t = \ -2t$
$\langle v, 3e_2 \rangle = 0 \Rightarrow 3y = 0 \Rightarrow y = 0$
Com estes resultados, para $t = 1$ obtemos:

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4.$
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$:
$\langle v, e_1 + e_4\rangle = 0 \Rightarrow x + t = 0 \Rightarrow x = -t$
$\langle v, e_1 - e_3 - e_4\rangle = 0 \Rightarrow x - z - t = 0 \Rightarrow z = x - t = -2t$
$\langle v, 3e_2\rangle = 0 \Rightarrow 3y = 0 \Rightarrow y = 0$
Com estes resultados, para $t = 1$ obtemos: $v = (-1, 0, -2, 1) = -e_1 - 2e_3 + e_4$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4.$
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$:
$\langle v, e_1 + e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x + t = 0 \Rightarrow x = -t$
$\langle v, e_1 - e_3 - e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x - z - t = 0 \Rightarrow z = x - t = \; -2t$
$\langle v, 3e_2 \rangle = 0 \Rightarrow 3y = 0 \Rightarrow y = 0$
Com estes resultados, para $t = 1$ obtemos: $v = (-1, 0, -2, 1) = -e_1 - 2e_3 + e_4$
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{u_1, u_2, u_3, v\} =$

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$:
$\langle v, e_1 + e_4\rangle = 0 \Rightarrow x + t = 0 \Rightarrow x = -t$
$\langle v, e_1 - e_3 - e_4\rangle = 0 \Rightarrow x - z - t = 0 \Rightarrow z = x - t = \, -2t$
$\langle v, 3e_2\rangle = 0 \Rightarrow 3y = 0 \Rightarrow y = 0$
Com estes resultados, para $t = 1$ obtemos: $v = (-1, 0, -2, 1) = -e_1 - 2e_3 + e_4$
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{u_1, u_2, u_3, v\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.40 (Solução)

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4.$
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$:
$\langle v, e_1 + e_4\rangle = 0 \Rightarrow x + t = 0 \Rightarrow x = -t$
$\langle v, e_1 - e_3 - e_4\rangle = 0 \Rightarrow x - z - t = 0 \Rightarrow z = x - t = \ -2t$
$\langle v, 3e_2\rangle = 0 \Rightarrow 3y = 0 \Rightarrow y = 0$
Com estes resultados, para $t = 1$ obtemos: $v = (-1, 0, -2, 1) = -e_1 - 2e_3 + e_4$
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{u_1, u_2, u_3, v\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$ que também é uma base ortogonal.

Considerando a base ortogonal obtida para $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$: $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4\}$
$\Rightarrow dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3 < dim(\mathbb{R}^4) = 4$.
Portanto, basta tomarmos um vetor $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ que seja LI com a base $\beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$:
$\langle v, e_1 + e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x + t = 0 \Rightarrow x = -t$
$\langle v, e_1 - e_3 - e_4 \rangle = 0 \Rightarrow x - z - t = 0 \Rightarrow z = x - t = \,-2t$
$\langle v, 3e_2 \rangle = 0 \Rightarrow 3y = 0 \Rightarrow y = 0$
Com estes resultados, para $t = 1$ obtemos: $v = (-1, 0, -2, 1) = -e_1 - 2e_3 + e_4$
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{u_1, u_2, u_3, v\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$ que também é uma base ortogonal.

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} =$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2}$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} =$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal**

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal**
$\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*,\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal**

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.40 (Solução)

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*,\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal**
$\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2}$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*,\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}}$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1 \rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}}$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}}$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.40 (Solução)

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1 \rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) =$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1 \rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*,\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:
$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle(1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$
$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2}$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1 \rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2 \rangle}}$$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle(1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle(0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}}$$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}}$$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.40 (Solução)

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*,\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3}$$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1 \rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1) \rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2 \rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0) \rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0,1,0,0)$$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle(1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle(0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0,1,0,0) = e_2$$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle(1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle(0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0, 1, 0, 0) = e_2$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2}$$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\tfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \tfrac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0,1,0,0) = e_2$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}}$$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*,\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0,1,0,0) = e_2$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{\langle (1,0,-1,-1),(1,0,-1,-1)\rangle}}$$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*,\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0,1,0,0) = e_2$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{\langle (1,0,-1,-1),(1,0,-1,-1)\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{3}}$$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*,\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle(1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle(0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0, 1, 0, 0) = e_2$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{\langle(1,0,-1,-1),(1,0,-1,-1)\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)$$

(b) Considerando a base

$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.

Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.

Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0,1,0,0) = e_2$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{\langle (1,0,-1,-1),(1,0,-1,-1)\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)$$

$$v_4^* = \frac{v_4}{||v_4||_2}$$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0, 1, 0, 0) = e_2$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{\langle (1,0,-1,-1),(1,0,-1,-1)\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)$$

$$v_4^* = \frac{v_4}{||v_4||_2}$$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal**
$\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle(1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle(0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0,1,0,0) = e_2$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{\langle(1,0,-1,-1),(1,0,-1,-1)\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)$$

$$v_4^* = \frac{v_4}{||v_4||_2} = \frac{v_4}{\sqrt{\langle v_4, v_4\rangle}}$$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*,\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0,1,0,0) = e_2$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{\langle (1,0,-1,-1),(1,0,-1,-1)\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)$$

$$v_4^* = \frac{v_4}{||v_4||_2} = \frac{v_4}{\sqrt{\langle v_4, v_4\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{\langle (-1,0,-2,1),(-1,0,-2,1)\rangle}}$$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0, 1, 0, 0) = e_2$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{\langle (1,0,-1,-1),(1,0,-1,-1)\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)$$

$$v_4^* = \frac{v_4}{||v_4||_2} = \frac{v_4}{\sqrt{\langle v_4, v_4\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{\langle (-1,0,-2,1),(-1,0,-2,1)\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{6}}$$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0,1,0,0) = e_2$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{\langle (1,0,-1,-1),(1,0,-1,-1)\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)$$

$$v_4^* = \frac{v_4}{||v_4||_2} = \frac{v_4}{\sqrt{\langle v_4, v_4\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{\langle (-1,0,-2,1),(-1,0,-2,1)\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)$$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0,1,0,0) = e_2$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{\langle (1,0,-1,-1),(1,0,-1,-1)\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)$$

$$v_4^* = \frac{v_4}{||v_4||_2} = \frac{v_4}{\sqrt{\langle v_4, v_4\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{\langle (-1,0,-2,1),(-1,0,-2,1)\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)$$

Assim, $\beta^*_{\mathbb{R}^4} =$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle(1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\tfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \tfrac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$
$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle(0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0,1,0,0) = e_2$$
$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{\langle(1,0,-1,-1),(1,0,-1,-1)\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)$$
$$v_4^* = \frac{v_4}{||v_4||_2} = \frac{v_4}{\sqrt{\langle v_4, v_4\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{\langle(-1,0,-2,1),(-1,0,-2,1)\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)$$

Assim, $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4),$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*,\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle(1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle(0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0,1,0,0) = e_2$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{\langle(1,0,-1,-1),(1,0,-1,-1)\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)$$

$$v_4^* = \frac{v_4}{||v_4||_2} = \frac{v_4}{\sqrt{\langle v_4, v_4\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{\langle(-1,0,-2,1),(-1,0,-2,1)\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)$$

Assim, $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2,$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0,1,0,0) = e_2$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{\langle (1,0,-1,-1),(1,0,-1,-1)\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)$$

$$v_4^* = \frac{v_4}{||v_4||_2} = \frac{v_4}{\sqrt{\langle v_4, v_4\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{\langle (-1,0,-2,1),(-1,0,-2,1)\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)$$

Assim, $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4),$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0,1,0,0) = e_2$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{\langle (1,0,-1,-1),(1,0,-1,-1)\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)$$

$$v_4^* = \frac{v_4}{||v_4||_2} = \frac{v_4}{\sqrt{\langle v_4, v_4\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{\langle (-1,0,-2,1),(-1,0,-2,1)\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)$$

Assim, $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*,\}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0,1,0,0) = e_2$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{\langle (1,0,-1,-1),(1,0,-1,-1)\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)$$

$$v_4^* = \frac{v_4}{||v_4||_2} = \frac{v_4}{\sqrt{\langle v_4, v_4\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{\langle (-1,0,-2,1),(-1,0,-2,1)\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)$$

Assim, $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^4$.

(b) Considerando a base
$\beta_{\mathbb{R}^4} = \beta_{\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2} \cup \{-e_1 - 2e_3 + e_4\} = \{e_1 + e_4, 3e_2, e_1 - e_3 - e_4, -e_1 - 2e_3 + e_4\}$.
Podemos utilizar o processo de **Gram-Schmidt** para obter uma **base ortonormal** $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*, \}$ a partir de $\beta_{\mathbb{R}^4}$.
Porém, $\beta_{\mathbb{R}^4}$ é uma **base ortogonal** então só é necess'ario **normalizar** os vetores da base:

$$v_1^* = \frac{v_1}{||v_1||_2} = \frac{v_1}{\sqrt{\langle v_1, v_1\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{\langle (1,0,0,1),(1,0,0,1)\rangle}} = \frac{(1,0,0,1)}{\sqrt{2}} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)$$

$$v_2^* = \frac{v_2}{||v_2||_2} = \frac{v_2}{\sqrt{\langle v_2, v_2\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{\langle (0,3,0,0),(0,3,0,0)\rangle}} = \frac{(0,3,0,0)}{\sqrt{9}} = \frac{(0,3,0,0)}{3} = (0, 1, 0, 0) = e_2$$

$$v_3^* = \frac{v_3}{||v_3||_2} = \frac{v_3}{\sqrt{\langle v_3, v_3\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{\langle (1,0,-1,-1),(1,0,-1,-1)\rangle}} = \frac{(1,0,-1,-1)}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)$$

$$v_4^* = \frac{v_4}{||v_4||_2} = \frac{v_4}{\sqrt{\langle v_4, v_4\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{\langle (-1,0,-2,1),(-1,0,-2,1)\rangle}} = \frac{(-1,0,-2,1)}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)$$

Assim, $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$ é uma **base ortonormal** para $\mathbb{R}^4$.

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4),$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2,$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.40 (Solução)

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4),$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;
$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*$;

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;
$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 =$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \ \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4))$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2)$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \ \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4))$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)) + \lambda_4(\frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4))$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)) +$
$\lambda_4(\frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4))$

Resolvendo o sistema linear envolvendo as quatro equações lineares:

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)) +$
$\lambda_4(\frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4))$

Resolvendo o sistema linear envolvendo as quatro equações lineares:

$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 +$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;
$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)) +$
$\lambda_4(\frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4))$
Resolvendo o sistema linear envolvendo as quatro equações lineares:
$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)) + \lambda_4(\frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4))$

Resolvendo o sistema linear envolvendo as quatro equações lineares:

$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 1$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)) +$
$\lambda_4(\frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4))$

Resolvendo o sistema linear envolvendo as quatro equações lineares:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 1 \qquad (1)$$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.40 (Solução)

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)) +$
$\lambda_4(\frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4))$

Resolvendo o sistema linear envolvendo as quatro equações lineares:

$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 1 \qquad (1)$

$\lambda_2 = 3$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)) + \lambda_4(\frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4))$

Resolvendo o sistema linear envolvendo as quatro equações lineares:

$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 1 \qquad (1)$

$\lambda_2 = 3 \qquad (2)$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)) +$
$\lambda_4(\frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4))$

Resolvendo o sistema linear envolvendo as quatro equações lineares:

$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 1 \qquad (1)$

$\lambda_2 = 3 \qquad (2)$

$-\frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)) +$
$\lambda_4(\frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4))$

Resolvendo o sistema linear envolvendo as quatro equações lineares:

$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 1 \qquad (1)$

$\lambda_2 = 3 \qquad (2)$

$-\frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{2}{\sqrt{6}}\lambda_4 = -1$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)) + \lambda_4(\frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4))$

Resolvendo o sistema linear envolvendo as quatro equações lineares:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 1 \qquad (1)$$

$$\lambda_2 = 3 \qquad (2)$$

$$-\frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{2}{\sqrt{6}}\lambda_4 = -1 \qquad (3)$$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)) +$
$\lambda_4(\frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4))$

Resolvendo o sistema linear envolvendo as quatro equações lineares:

$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 1 \qquad (1)$

$\lambda_2 = 3 \qquad (2)$

$-\frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{2}{\sqrt{6}}\lambda_4 = -1 \qquad (3)$

$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 +$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)) + \lambda_4(\frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4))$

Resolvendo o sistema linear envolvendo as quatro equações lineares:

$$
\begin{array}{ll}
\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 1 & (1) \\
\lambda_2 = 3 & (2) \\
-\frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{2}{\sqrt{6}}\lambda_4 = -1 & (3) \\
\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 + \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 4 &
\end{array}
$$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)) + \lambda_4(\frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4))$

Resolvendo o sistema linear envolvendo as quatro equações lineares:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 1 \qquad (1)$$

$$\lambda_2 = 3 \qquad (2)$$

$$-\frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{2}{\sqrt{6}}\lambda_4 = -1 \qquad (3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 + \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 4 \qquad (4)$$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)) + \lambda_4(\frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4))$

Resolvendo o sistema linear envolvendo as quatro equações lineares:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 1 \qquad (1)$$
$$\lambda_2 = 3 \qquad (2)$$
$$-\frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{2}{\sqrt{6}}\lambda_4 = -1 \qquad (3)$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 + \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 4 \qquad (4)$$

$\lambda_1 = \frac{5\sqrt{2}}{2}; \quad \lambda_2 = 3; \quad \lambda_3 = \frac{-2\sqrt{3}}{3}; \quad \lambda_4 = \frac{5\sqrt{6}}{6}.$

Subespaços Vetoriais - Ortogonalidade

Exercício.40 (Solução)

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)) +$
$\lambda_4(\frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4))$

Resolvendo o sistema linear envolvendo as quatro equações lineares:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 1 \qquad (1)$$
$$\lambda_2 = 3 \qquad (2)$$
$$-\frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{2}{\sqrt{6}}\lambda_4 = -1 \qquad (3)$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 + \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 4 \qquad (4)$$

$\lambda_1 = \frac{5\sqrt{2}}{2}; \quad \lambda_2 = 3; \quad \lambda_3 = \frac{-2\sqrt{3}}{3}; \quad \lambda_4 = \frac{5\sqrt{6}}{6}.$

portanto;

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base ortonormal $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$. Então;

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

$e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4 = \lambda_1(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4)) + \lambda_2(e_2) + \lambda_3(\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4)) + \lambda_4(\frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4))$

Resolvendo o sistema linear envolvendo as quatro equações lineares:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 1 \qquad (1)$$

$$\lambda_2 = 3 \qquad (2)$$

$$-\frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 - \frac{2}{\sqrt{6}}\lambda_4 = -1 \qquad (3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_3 + \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda_4 = 4 \qquad (4)$$

$\lambda_1 = \frac{5\sqrt{2}}{2}; \quad \lambda_2 = 3; \quad \lambda_3 = \frac{-2\sqrt{3}}{3}; \quad \lambda_4 = \frac{5\sqrt{6}}{6}.$

portanto; $[u]_{\beta^*_{\mathbb{R}^4}} = \begin{bmatrix} \frac{5\sqrt{2}}{2} & 3 & \frac{-2\sqrt{3}}{3} & \frac{5\sqrt{6}}{6} \end{bmatrix}^t$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4),$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2,$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4),$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.
$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*$;

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.
$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal;

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.
$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; i = 1, \ldots, 4$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários,

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.
$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}$; $i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.
$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}$; $i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,
$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}$; $i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,

$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.
$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}$; $i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,
$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}}$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,

$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.
$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}$; $i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,
$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,

$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$\lambda_2 = \langle u, v_2 \rangle$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.
$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}$; $i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,
$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$
$\lambda_2 = \langle u, v_2 \rangle = \langle (1, 3, -1, 4), (0, 1, 0, 0) \rangle$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,

$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$\lambda_2 = \langle u, v_2 \rangle = \langle (1, 3, -1, 4), (0, 1, 0, 0) \rangle = 3$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}$; $i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,

$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$\lambda_2 = \langle u, v_2 \rangle = \langle (1, 3, -1, 4), (0, 1, 0, 0) \rangle = 3$

$\lambda_3 = \langle u, v_3 \rangle$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,

$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$\lambda_2 = \langle u, v_2 \rangle = \langle (1, 3, -1, 4), (0, 1, 0, 0) \rangle = 3$

$\lambda_3 = \langle u, v_3 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{3}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}) \right\rangle$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}$; $i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,

$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$\lambda_2 = \langle u, v_2 \rangle = \langle (1, 3, -1, 4), (0, 1, 0, 0) \rangle = 3$

$\lambda_3 = \langle u, v_3 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{3}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3}}$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.
$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$
Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,

$$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\tfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \tfrac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\lambda_2 = \langle u, v_2 \rangle = \langle (1, 3, -1, 4), (0, 1, 0, 0) \rangle = 3$$

$$\lambda_3 = \langle u, v_3 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\tfrac{1}{\sqrt{3}}, 0, -\tfrac{1}{\sqrt{3}}, -\tfrac{1}{\sqrt{3}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{-2}{\sqrt{3}}$$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}$; $i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,

$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$\lambda_2 = \langle u, v_2 \rangle = \langle (1, 3, -1, 4), (0, 1, 0, 0) \rangle = 3$

$\lambda_3 = \langle u, v_3 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{3}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{-2}{\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}$; $i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,

$$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\tfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \tfrac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\lambda_2 = \langle u, v_2 \rangle = \langle (1, 3, -1, 4), (0, 1, 0, 0) \rangle = 3$$

$$\lambda_3 = \langle u, v_3 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\tfrac{1}{\sqrt{3}}, 0, -\tfrac{1}{\sqrt{3}}, -\tfrac{1}{\sqrt{3}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{-2}{\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$$

$$\lambda_4 = \langle u, v_4 \rangle$$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \dots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; i = 1, \dots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,

$$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\tfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \tfrac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\lambda_2 = \langle u, v_2 \rangle = \langle (1, 3, -1, 4), (0, 1, 0, 0) \rangle = 3$$

$$\lambda_3 = \langle u, v_3 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\tfrac{1}{\sqrt{3}}, 0, -\tfrac{1}{\sqrt{3}}, -\tfrac{1}{\sqrt{3}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{-2}{\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$$

$$\lambda_4 = \langle u, v_4 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (-\tfrac{1}{\sqrt{6}}, 0, -\tfrac{2}{\sqrt{6}}, \tfrac{1}{\sqrt{6}}) \right\rangle$$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,

$$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\tfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \tfrac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\lambda_2 = \langle u, v_2 \rangle = \langle (1, 3, -1, 4), (0, 1, 0, 0) \rangle = 3$$

$$\lambda_3 = \langle u, v_3 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\tfrac{1}{\sqrt{3}}, 0, -\tfrac{1}{\sqrt{3}}, -\tfrac{1}{\sqrt{3}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{-2}{\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$$

$$\lambda_4 = \langle u, v_4 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (-\tfrac{1}{\sqrt{6}}, 0, -\tfrac{2}{\sqrt{6}}, \tfrac{1}{\sqrt{6}}) \right\rangle = -\frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{2}{\sqrt{6}} + \frac{4}{\sqrt{6}}$$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}$; $i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,

$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$\lambda_2 = \langle u, v_2 \rangle = \langle (1, 3, -1, 4), (0, 1, 0, 0) \rangle = 3$

$\lambda_3 = \langle u, v_3 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{3}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{-2}{\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$

$\lambda_4 = \langle u, v_4 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (-\frac{1}{\sqrt{6}}, 0, -\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}) \right\rangle = -\frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{2}{\sqrt{6}} + \frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{5}{\sqrt{6}} =$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,

$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$\lambda_2 = \langle u, v_2 \rangle = \langle (1, 3, -1, 4), (0, 1, 0, 0) \rangle = 3$

$\lambda_3 = \langle u, v_3 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\frac{1}{\sqrt{3}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{-2}{\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$

$\lambda_4 = \langle u, v_4 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (-\frac{1}{\sqrt{6}}, 0, -\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}) \right\rangle = -\frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{2}{\sqrt{6}} + \frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{5}{\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{6}$

(c) Determine as coordenadas do vetor $u = e_1 + 3e_2 - e_3 + 4e_4$ em relação à base $\beta^*_{\mathbb{R}^4} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_4), e_2, \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_3 - e_4), \frac{1}{\sqrt{6}}(-e_1 - 2e_3 + e_4)\}$.

$u = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i v_i^*; \quad \forall \lambda_i \in \mathbb{R}$

Considerando que $\beta^*_{\mathbb{R}^4}$ é uma base ortonormal; $\forall \lambda_i; \quad i = 1, \ldots, 4$ representa o i-ésimo coeficiente de Fourrier: $\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; i = 1, \ldots, 4$ e os vetores v_i são unitários, ou seja; $\langle v_i, v_i \rangle = ||v_i||_2^2 = 1$; então,

$$\lambda_1 = \langle u, v_1 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\tfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \tfrac{1}{\sqrt{2}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\lambda_2 = \langle u, v_2 \rangle = \langle (1, 3, -1, 4), (0, 1, 0, 0) \rangle = 3$$

$$\lambda_3 = \langle u, v_3 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (\tfrac{1}{\sqrt{3}}, 0, -\tfrac{1}{\sqrt{3}}, -\tfrac{1}{\sqrt{3}}) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{-2}{\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$$

$$\lambda_4 = \langle u, v_4 \rangle = \left\langle (1, 3, -1, 4), (-\tfrac{1}{\sqrt{6}}, 0, -\tfrac{2}{\sqrt{6}}, \tfrac{1}{\sqrt{6}}) \right\rangle = -\frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{2}{\sqrt{6}} + \frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{5}{\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$[u]_{\beta^*_{\mathbb{R}^4}} = \begin{bmatrix} \frac{5\sqrt{2}}{2} & 3 & \frac{-2\sqrt{3}}{3} & \frac{5\sqrt{6}}{6} \end{bmatrix}^t$$