

Lista 4

13 de maio de 2021

1 Seja $\Sigma = (c, f, g, R, P; ar)$ uma assinatura tal que $ar(f) = ar(R) = 2$, $ar(g) = ar(P) = 1$. Ache 5 Σ -termos sem variáveis e 5 Σ -fórmulas sem variáveis livres.

2 Consideramos o conjunto das fórmulas $Fm(\Sigma)$ sobre uma dada assinatura Σ . Apresente uma definição adequada da noção de "subfórmula", $sub(\varphi)$, analogamente ao caso da Lógica Proposicional.

3 Considere a fórmula $\varphi = \exists x(x = f(c) \wedge x < c) \rightarrow R(c, h(c))$. Apresente uma assinatura Γ tal que $\varphi \in Fm(\Gamma)$. Ache todos os termos e subformulas de φ .

4 Seja $\Sigma = \{<\}$ uma assinatura. Apresente duas Σ -estruturas \mathcal{A} e \mathcal{B} e uma sentença $\varphi \in Fm(\Sigma)$ tal que φ distingue \mathcal{A} e \mathcal{B} . Isto é, $\mathcal{A} \models \varphi$ e $\mathcal{B} \not\models \varphi$ (ou vice-versa). Seja $\Gamma = (c, f)$ uma assinatura com $ar(f) = 1$. Apresente duas Γ -estruturas \mathcal{M} e \mathcal{M}' e uma sentença $\psi \in Fm(\Gamma)$ tal que ψ distingue \mathcal{M} e \mathcal{M}' .

5 Apresente uma assinatura apropriada e sentenças que expressem o seguinte: "Todos os alunos de lógica são alunos de computação ou são alunos de matemática. Existem alunos de matemática que não estudam lógica. Todos os alunos de física também são alunos de matemática. Alfredo é um aluno de física e Clara é uma aluna de computação." Apresente um modelo para estas sentenças (ou seja, uma estrutura que satisfaz as sentenças) e outra estrutura que não satisfaz pelo menos uma das sentenças.

Dica: Vocês precisam introduzir símbolos não-lógicos apropriados. Os possíveis modelos são estruturas onde o universo é um grupo de alunos. Para falar de indivíduos específicos, como Alfredo e Clara, vocês precisam nomes (símbolos de constantes) para se referir a estes indivíduos.

6 Prove: $\neg \exists x \varphi \equiv \forall x \neg \varphi$.