PROVA 1 - MAT236

Turma 06

João Lucas Lima de Melo

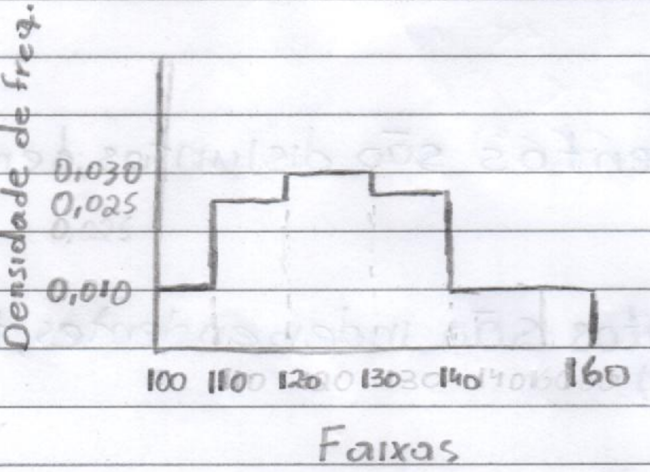
Matrícula 219116052

1.

Altura de 100 crianças de 12 anos

Faixas	Freq. Relativa
100 ⊢ 110	0,10
110 ⊢ 120	0,25
120 ⊢ 130	0,30
130 ⊢ 140	0,25
140 ⊢ 160	0,10

a)



b) q_1: $101 \cdot 0{,}25 = 25{,}5$

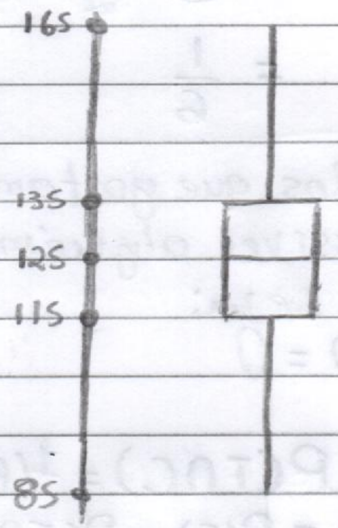
$$q_1 = \frac{X_{(25)} + X_{(26)}}{2} = 115$$

q_2: $101 \cdot 0{,}5 = 50{,}5$

$$q_2 = \frac{X_{(50)} + X_{(51)}}{2} = 125$$

q_3: $101 \cdot 0{,}75 = 75{,}5$

$$q_3 = \frac{X_{(75)} + X_{(76)}}{2} = 135$$



$d_q = 135 - 115 = 20$

$$B = \frac{135 - 2 \cdot 125 + 115}{135 - 115} = 0$$

A definição de assimetria é dada pela existência da diferença entre $q_3 - q_2$ e $q_2 - q_1$. Uma vez que

$135 - 125 = 125 - 115$

$\Leftrightarrow 10 = 10$

afirmamos que não há assimetria na altura das crianças.

c) Desejando separar os 15% mais altos, temos

$101 \cdot 0{,}85 = 85{,}5$

$$q_{(0,85)} = \frac{X_{(85)} + X_{(86)}}{2} = 135$$

Portanto, o ponto de corte seria 135.

2. $P(T) = 1/3$

$P(C) = 1/2$

a) Uma vez que os eventos são disjuntos, temos:

$P(T \cap C^c) = P(T) = 1/3$

b) Uma vez que os eventos são independentes, temos:

$$P(T \cap C^c) = P(T) \times P(C^c) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

c) Se todos que gostam de teatro também gostam de cinema, é impossível alguém gostar de teatro e não gostar de cinema. Ou seja:

$P(T \cap C^c) = 0$

d) Seja $P(T \cap C) = 1/8$. Portanto,

$$P(T \cap C^c) = P(T) - P(T \cap C) = \frac{1}{3} - \frac{1}{8} = \frac{8-3}{24} = \frac{5}{24}$$

3. a)

$$P(X \geq 1) = 1 - f(0)$$

$$f(k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!}$$

$$\lambda = 1$$

$$= 1 - \left(\frac{e^{-1} \cdot 1^0}{0!}\right)$$

$$= 1 - \frac{1}{e}$$

$$= \frac{e-1}{e} \cong 0{,}632$$

b) $$P(X \leq 2) = f(0) + f(1) + f(2)$$

$$= \frac{1}{e} + \left(\frac{e^{-1} \cdot 1^1}{1!}\right) + \left(\frac{e^{-1} \cdot 1^2}{2!}\right)$$

$$= \frac{1}{e} + \frac{1}{e} + \frac{1}{2e}$$

$$= \frac{2}{e} + \frac{1}{2e} = \frac{5}{2e} \cong 0{,}919$$

c) $$P(2 \leq X \leq 4) = f(2) + f(3) + f(4)$$

$$= \frac{1}{2e} + \left(\frac{e^{-1} \cdot 1^3}{3!}\right) + \left(\frac{e^{-1} \cdot 1^4}{4!}\right)$$

$$= \frac{1}{2e} + \frac{1}{6e} + \frac{1}{24e} = \frac{17}{24e} \cong 0{,}206$$

d) $$P(X \leq 1) = f(0) + f(1)$$

$$= \frac{1}{e} + \frac{1}{e} = \frac{2}{e} \cong 0{,}735$$

4. média = 60 000 Km
desvio padrão = 8 300 Km

a) $Z = \frac{48\,000 - 60\,000}{8300} \cong -1,45$

$P(x < 48\,000) = P(z < -1,45)$
$= 0,5 - P(-1,45 < z < 0)$
$= 0,5 - P(0 < z < 1,45)$
$= 0,5 - 0,42647$
$= 0,07353$

b) $z = \frac{45\,000 - 60\,000}{8300} \cong -1,81$

$P(x < 45\,000) = P(z < -1,81)$
$= 0,5 - P(-1,81 < z < 0)$
$= 0,5 - P(0 < z < 1,81)$
$= 0,5 - 0,46485$
$= 0,03515$

c) $P(z < Z) = 0,5 - P(0 < z < Z)$
$0,02 = 0,5 - P(-Z < z < 0)$
$P(-Z < z < 0) = 0,5 - 0,02$
$P(-Z < z < 0) = 0,48 \iff Z = -2,05$

$-2,05 = \frac{x - 60\,000}{8\,300} \iff x = 42\,985$

d) Para os primeiros 45 000 a garantia é de 0,03515

$P(x \geq 1) = 1 - P(0)$
$= \binom{4}{0}(0,03515)^0 \cdot (1 - 0,03515)^4 \cong 0,1334$

5. $P(I) = 0{,}2$ E = exata SP = Superestima

$P(II) = 0{,}3$ SB = Subestima

$P(III) = 0{,}5$

	Probabilidade		
	Subestima	Exata	Superestima
Fábrica I	0,010	0,98	0,010
Fábrica II	0,005	0,98	0,015
Fábrica III	0,000	0,99	0,010

a) $\left(\frac{20}{100}\cdot\frac{1}{100}\right)+\left(\frac{30}{100}\cdot\frac{1{,}5}{100}\right)+\left(\frac{50}{100}\cdot\frac{1}{100}\right) = 1{,}15\%$

b) Subestimação:

$P(S) = \left(\frac{20}{100}\cdot\frac{1}{100}\right)+\left(\frac{30}{100}\cdot\frac{0{,}5}{100}\right)+\left(\frac{50}{100}\cdot\frac{0}{100}\right) = 0{,}35\%$

Não subestimação:

$1 - 0{,}35\% = 99{,}65\%$

c) $P(III|E) = \dfrac{P(E|III).P(III)}{P(E|III).P(III)+P(E|I).P(I)+P(E|II).P(II)}$

$= \dfrac{0{,}99 . 0{,}5}{0{,}99 . 0{,}5 + 0{,}98 . 0{,}2 + 0{,}98 . 0{,}3}$

$\cong 0{,}5025$

d) $P(I|NSB) = \dfrac{P(NSB|I).P(I)}{P(NSB|I).P(I)+P(NSB|II).P(II)+P(NSB|III).P(III)}$

$= \dfrac{0{,}99 . 0{,}2}{0{,}99 . 0{,}2 + 0{,}995 . 0{,}3 + 1 . 0{,}5} \cong 0{,}1986$