



Universidade Federal da Bahia - UFBA  
Instituto de Matemática e Estatística - IME  
Departamento de Matemática



# MAT A07 - Álgebra Linear A

## Aula 23

Operadores Lineares: Autovalores,  
Autovetores e Operadores Diagonalizáveis



**Professora:** Isamara C. Alves

Data: 01/06/2021

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) =$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x,$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0,$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

1. Determine, se possível, os AUTOVALORES e AUTOVETORES associados, dos operadores lineares:  $\mathcal{F}$  e  $5\mathcal{F}$ .

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

1. Determine, se possível, os AUTOVALORES e AUTOVETORES associados, dos operadores lineares:  $\mathcal{F}$  e  $5\mathcal{F}$ .
2. Determine, se possível, as multiplicidades ALGÉBRICA e GEOMÉTRICA dos AUTOVALORES, dos operadores lineares do item(1.).



# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

1. Determine, se possível, os AUTOVALORES e AUTOVETORES associados, dos operadores lineares:  $\mathcal{F}$  e  $5\mathcal{F}$ .
2. Determine, se possível, as multiplicidades ALGÉBRICA e GEOMÉTRICA dos AUTOVALORES, dos operadores lineares do item(1.).
3. Determine, se possível, uma base formada por AUTOVETORES para o domínio  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ , dos operadores lineares do item(1.).

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

1. Determine, se possível, os AUTOVALORES e AUTOVETORES associados, dos operadores lineares:  $\mathcal{F}$  e  $5\mathcal{F}$ .
2. Determine, se possível, as multiplicidades ALGÉBRICA e GEOMÉTRICA dos AUTOVALORES, dos operadores lineares do item(1.).
3. Determine, se possível, uma base formada por AUTOVETORES para o domínio  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ , dos operadores lineares do item(1.).

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) =$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x,$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0,$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4)$$



# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) =$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{pmatrix}$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right) =$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0;$$



# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1;$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2};$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .  
 $m_a(\lambda_1) =$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .  
 $m_a(\lambda_1) = 1$ ;

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .  
 $m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) =$



# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .  
 $m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1;$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .  
 $m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) =$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .  
 $m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1;$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .  
 $m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) =$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .  
 $m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}$ ;

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\};$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\};$



# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) =$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1;$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) =$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1;$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) =$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1;$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$



# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$ .

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}} =$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}}$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}}$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}}$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}}$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

### EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(0, 1, 1, 0), (0, 0, 0, 1), (\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0), (\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$ .

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = (y - x, x, 0, w - z)$ ;

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \left( \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 1; \lambda_3 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \lambda_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  são os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(0, 1, 1, 0), (0, 0, 0, 1), (\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0), (\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$ .

E ainda,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-\sqrt{5}-1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{5}-1}{2} \end{pmatrix}$



# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) =$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x),$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0,$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z));$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z));$

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4)$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z));$

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) =$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z));$

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix}$$



# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{bmatrix} \end{pmatrix} =$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda I_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0;$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5;$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2};$$



# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .  
 $m_a(\lambda_1) =$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .  
 $m_a(\lambda_1) = 1$ ;

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) =$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1;$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .  
 $m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) =$



# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1;$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) =$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .  
 $m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}$ ;

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\};$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\};$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) =$



# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1;$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) =$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1;$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) =$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1;$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$ .

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}} =$



# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}}$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}}$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

### EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}}$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

### EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}}$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(0, 1, 1, 0), (0, 0, 0, 1), (\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0), (\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$ .

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

EXERCÍCIOS(Solução):

$5\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ , tal que;  $5\mathcal{F}(x, y, z, w) = (5(y - x), 5x, 0, 5(w - z))$ ;

$$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = \det([5\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_4) = \det \begin{pmatrix} -5 - \lambda & 5 & 0 & 0 \\ 5 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 5 - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 50\lambda^2 + 125\lambda$$

$\mathcal{P}_{5\mathcal{F}}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0; \lambda_2 = 5; \lambda_3 = \frac{-5\sqrt{5}-5}{2}; \lambda_4 = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}$  são os AUTOVALORES de  $5\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1) = 1; m_a(\lambda_2) = 1; m_a(\lambda_3) = 1; m_a(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} = \{(0, 1, 1, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} = \{(0, 0, 0, 1)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} = \{(\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}; \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$

$m_g(\lambda_1) = 1; m_g(\lambda_2) = 1; m_g(\lambda_3) = 1; m_g(\lambda_4) = 1$ .

$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_3}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_4}} = \{(0, 1, 1, 0), (0, 0, 0, 1), (\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0), (\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1, 0, 0)\}$ .

E ainda,  $[5\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-5\sqrt{5}-5}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5\sqrt{5}-5}{2} \end{pmatrix}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ;



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz triangular**.

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz triangular**.

Então,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz triangular**.

Então, os **autovalores** de  $\mathcal{F}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz triangular**.  
Então, os **autovalores** de  $\mathcal{F}$  são os **elementos da diagonal principal** de  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ .

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz triangular**.  
Então, os **autovalores** de  $\mathcal{F}$  são os **elementos da diagonal principal** de  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ .

Isto é,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz triangular**.  
Então, os **autovalores** de  $\mathcal{F}$  são os **elementos da diagonal principal** de  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ .

$$\text{Isto é, } [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n) = 0$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz triangular**.  
Então, os **autovalores** de  $\mathcal{F}$  são os **elementos da diagonal principal** de  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ .

$$\text{Isto é, } [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n) = 0$$
$$\Rightarrow \mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (a_{11} - \lambda)(a_{22} - \lambda) \dots (a_{nn} - \lambda)$$



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz triangular**.  
Então, os **autovalores** de  $\mathcal{F}$  são os **elementos da diagonal principal** de  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ .

$$\text{Isto é, } [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n) = 0$$
$$\Rightarrow \mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (a_{11} - \lambda)(a_{22} - \lambda) \dots (a_{nn} - \lambda) = 0$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz triangular**.  
Então, os **autovalores** de  $\mathcal{F}$  são os **elementos da diagonal principal** de  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ .

$$\text{Isto é, } [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n) = 0$$
$$\Rightarrow \mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (a_{11} - \lambda)(a_{22} - \lambda) \dots (a_{nn} - \lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = a_{11};$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz triangular**.  
Então, os **autovalores** de  $\mathcal{F}$  são os **elementos da diagonal principal** de  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ .

$$\text{Isto é, } [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n) = 0$$
$$\Rightarrow \mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (a_{11} - \lambda)(a_{22} - \lambda) \dots (a_{nn} - \lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = a_{11}; \lambda_2 = a_{22};$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz triangular**.  
Então, os **autovalores** de  $\mathcal{F}$  são os **elementos da diagonal principal** de  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ .

$$\text{Isto é, } [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n) = 0$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (a_{11} - \lambda)(a_{22} - \lambda) \dots (a_{nn} - \lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = a_{11}; \lambda_2 = a_{22}; \dots \lambda_n = a_{nn}.$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz triangular**.  
Então, os **autovalores** de  $\mathcal{F}$  são os **elementos da diagonal principal** de  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ .

$$\text{Isto é, } [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n) = 0$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (a_{11} - \lambda)(a_{22} - \lambda) \dots (a_{nn} - \lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = a_{11}; \lambda_2 = a_{22}; \dots \lambda_n = a_{nn}.$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ;

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$ .



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$ .

Então,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$ .

Então,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é **invertível** se, e somente se,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$ .

Então,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é **invertível** se, e somente se, o escalar **0** não for um autovalor de  $\mathcal{F}$ .

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$ .

Então,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é **invertível** se, e somente se, o escalar **0** não for um autovalor de  $\mathcal{F}$ .

Isto é,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$ .

Então,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é **invertível** se, e somente se, o escalar **0** não for um autovalor de  $\mathcal{F}$ .

Isto é, considerando  $\lambda = 0$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$ .

Então,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é **invertível** se, e somente se, o escalar **0** não for um autovalor de  $\mathcal{F}$ .

Isto é, considerando  $\lambda = 0$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n) = 0$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$ .

Então,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é **invertível** se, e somente se, o escalar **0** não for um autovalor de  $\mathcal{F}$ .

Isto é, considerando  $\lambda = 0$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n) = 0 \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - 0 \mathcal{I}_n) = 0$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$ .

Então,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é **invertível** se, e somente se, o escalar **0** não for um autovalor de  $\mathcal{F}$ .

Isto é, considerando  $\lambda = 0$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n) = 0 \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - 0 \mathcal{I}_n) = 0 \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0$$



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$ .

Então,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é **invertível** se, e somente se, o escalar **0** não for um autovalor de  $\mathcal{F}$ .

Isto é, considerando  $\lambda = 0$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n) = 0 \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - 0 \mathcal{I}_n) = 0 \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0 \Rightarrow [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \text{ não é invertível}$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$ .

Então,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é **invertível** se, e somente se, o escalar **0** não for um autovalor de  $\mathcal{F}$ .

Isto é, considerando  $\lambda = 0$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n) = 0 \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - 0 \mathcal{I}_n) = 0 \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0 \Rightarrow [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \text{ não é invertível} \\ \Rightarrow \mathcal{F} \text{ não é invertível.}$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$ .

Então,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é **invertível** se, e somente se, o escalar **0** não for um autovalor de  $\mathcal{F}$ .

Isto é, considerando  $\lambda = 0$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n) = 0 \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - 0 \mathcal{I}_n) = 0 \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0 \Rightarrow [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \text{ não é invertível} \\ \Rightarrow \mathcal{F} \text{ não é invertível.}$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ;

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

$$(i) \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

$$(i) \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

$$(i) \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n \text{ é um autovalor de } \mathcal{F}^n$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

(i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível**

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) =$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) =$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots$$



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(v) &= \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots \\ &\mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) \end{aligned}$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(v) &= \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots \\ \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) &= \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(\lambda v)))\end{aligned}$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(v) &= \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots \\ \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) &= \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(\lambda v))) \Rightarrow\end{aligned}$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(v) &= \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots \\ \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) &= \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(\lambda v))) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v)\end{aligned}$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots$$

$$\mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) = \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(\lambda v))) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v) = \lambda \dots (\lambda(v)) \Rightarrow$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(v) &= \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots \\ \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) &= \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(\lambda v))) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v) = \lambda \dots (\lambda(v)) \Rightarrow \mathcal{F}^n(v) =\end{aligned}$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots$$

$$\mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) = \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(\lambda v))) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v) = \lambda \dots (\lambda(v)) \Rightarrow \mathcal{F}^n(v) = \lambda^n v.$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots$$

$$\mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) = \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(\lambda v))) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v) = \lambda \dots (\lambda(v)) \Rightarrow \mathcal{F}^n(v) = \lambda^n v.$$

Agora, considerando  $\lambda \neq 0$



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots$$

$$\mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) = \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(\lambda v))) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v) = \lambda \dots (\lambda(v)) \Rightarrow \mathcal{F}^n(v) = \lambda^n v.$$

Agora, considerando  $\lambda \neq 0$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots$$

$$\mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) = \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(\lambda v))) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v) = \lambda \dots (\lambda(v)) \Rightarrow \mathcal{F}^n(v) = \lambda^n v.$$

Agora, considerando  $\lambda \neq 0$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}^{-1}(v) = \alpha v \Rightarrow$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots$$

$$\mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) = \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(\lambda v))) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v) = \lambda \dots (\lambda(v)) \Rightarrow \mathcal{F}^n(v) = \lambda^n v.$$

Agora, considerando  $\lambda \neq 0$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}^{-1}(v) = \alpha v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}^{-1}(v)) = \mathcal{F}(\alpha v) \Rightarrow$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots$$

$$\mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) = \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(\lambda v))) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v) = \lambda \dots (\lambda(v)) \Rightarrow \mathcal{F}^n(v) = \lambda^n v.$$

Agora, considerando  $\lambda \neq 0$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}^{-1}(v) = \alpha v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}^{-1}(v)) = \mathcal{F}(\alpha v) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1})(v) = \alpha(\mathcal{F}(v)) \Rightarrow$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots$$

$$\mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) = \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(\lambda v))) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v) = \lambda \dots (\lambda(v)) \Rightarrow \mathcal{F}^n(v) = \lambda^n v.$$

Agora, considerando  $\lambda \neq 0$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}^{-1}(v) = \alpha v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}^{-1}(v)) = \mathcal{F}(\alpha v) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1})(v) = \alpha(\mathcal{F}(v)) \Rightarrow \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = \alpha(\lambda v)$$

$\Rightarrow$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots$$

$$\mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) = \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(\lambda v))) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v) = \lambda \dots (\lambda(v)) \Rightarrow \mathcal{F}^n(v) = \lambda^n v.$$

Agora, considerando  $\lambda \neq 0$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}^{-1}(v) = \alpha v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}^{-1}(v)) = \mathcal{F}(\alpha v) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1})(v) = \alpha(\mathcal{F}(v)) \Rightarrow \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = \alpha(\lambda v)$$

$$\Rightarrow v = \alpha \lambda v \Rightarrow$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots$$

$$\mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) = \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(\lambda v))) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v) = \lambda \dots (\lambda(v)) \Rightarrow \mathcal{F}^n(v) = \lambda^n v.$$

Agora, considerando  $\lambda \neq 0$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}^{-1}(v) = \alpha v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}^{-1}(v)) = \mathcal{F}(\alpha v) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1})(v) = \alpha(\mathcal{F}(v)) \Rightarrow \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = \alpha(\lambda v)$$

$$\Rightarrow v = \alpha \lambda v \Rightarrow 1 = \alpha \lambda \Rightarrow$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots$$

$$\mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) = \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(\lambda v))) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v) = \lambda \dots (\lambda(v)) \Rightarrow \mathcal{F}^n(v) = \lambda^n v.$$

Agora, considerando  $\lambda \neq 0$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}^{-1}(v) = \alpha v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}^{-1}(v)) = \mathcal{F}(\alpha v) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1})(v) = \alpha(\mathcal{F}(v)) \Rightarrow \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = \alpha(\lambda v)$$

$$\Rightarrow v = \alpha \lambda v \Rightarrow 1 = \alpha \lambda \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\lambda}$$



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots$$

$$\mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) = \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(\lambda v))) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v) = \lambda \dots (\lambda(v)) \Rightarrow \mathcal{F}^n(v) = \lambda^n v.$$

Agora, considerando  $\lambda \neq 0$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}^{-1}(v) = \alpha v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}^{-1}(v)) = \mathcal{F}(\alpha v) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1})(v) = \alpha(\mathcal{F}(v)) \Rightarrow \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = \alpha(\lambda v)$$

$$\Rightarrow v = \alpha \lambda v \Rightarrow 1 = \alpha \lambda \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \mathcal{F}^{-1}(v) = \frac{1}{\lambda} v.$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

- (i)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \lambda^n$  é um autovalor de  $\mathcal{F}^n$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .
- (ii) Se  $\mathcal{F}$  é **invertível** então  $\frac{1}{\lambda}$  é um **autovalor** de  $\mathcal{F}^{-1}$  associado ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{F}(\lambda v) \Rightarrow \mathcal{F}^2(v) = \lambda \mathcal{F}(v) = \lambda(\lambda v) = \lambda^2 v \dots$$

$$\mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(v))) = \mathcal{F} \dots (\mathcal{F}(\mathcal{F}(\lambda v))) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v) = \lambda \dots (\lambda(v)) \Rightarrow \mathcal{F}^n(v) = \lambda^n v.$$

Agora, considerando  $\lambda \neq 0$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}^{-1}(v) = \alpha v \Rightarrow \mathcal{F}(\mathcal{F}^{-1}(v)) = \mathcal{F}(\alpha v) \Rightarrow (\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1})(v) = \alpha(\mathcal{F}(v)) \Rightarrow \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = \alpha(\lambda v)$$

$$\Rightarrow v = \alpha \lambda v \Rightarrow 1 = \alpha \lambda \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \mathcal{F}^{-1}(v) = \frac{1}{\lambda} v.$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ;

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

Isto é,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

Isto é, considerando  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

Isto é, considerando  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

Isto é, considerando  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .

Então,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

Isto é, considerando  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\mathcal{F}(v) = \lambda v$  e



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

Isto é, considerando  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\mathcal{F}(v) = \lambda v$  e  $\mathcal{G}(v) = \alpha v$ .

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

Isto é, considerando  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .

Então,  $\mathcal{F}(v) = \lambda v$  e  $\mathcal{G}(v) = \alpha v$ .

Assim,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

Isto é, considerando  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .

Então,  $\mathcal{F}(v) = \lambda v$  e  $\mathcal{G}(v) = \alpha v$ .

Assim,  $\mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v) =$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

Isto é, considerando  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .

Então,  $\mathcal{F}(v) = \lambda v$  e  $\mathcal{G}(v) = \alpha v$ .

Assim,  $\mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v) = \lambda v + \alpha v =$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

Isto é, considerando  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .

Então,  $\mathcal{F}(v) = \lambda v$  e  $\mathcal{G}(v) = \alpha v$ .

Assim,  $\mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v) = \lambda v + \alpha v = (\lambda + \alpha)v$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

Isto é, considerando  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .

Então,  $\mathcal{F}(v) = \lambda v$  e  $\mathcal{G}(v) = \alpha v$ .

Assim,  $\mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v) = \lambda v + \alpha v = (\lambda + \alpha)v$

e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(v) =$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

Isto é, considerando  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .

Então,  $\mathcal{F}(v) = \lambda v$  e  $\mathcal{G}(v) = \alpha v$ .

Assim,  $\mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v) = \lambda v + \alpha v = (\lambda + \alpha)v$

e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(v) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(v)) =$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

Isto é, considerando  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .

Então,  $\mathcal{F}(v) = \lambda v$  e  $\mathcal{G}(v) = \alpha v$ .

Assim,  $\mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v) = \lambda v + \alpha v = (\lambda + \alpha)v$

e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(v) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(v)) = \mathcal{F}(\alpha v) =$



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

Isto é, considerando  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .

Então,  $\mathcal{F}(v) = \lambda v$  e  $\mathcal{G}(v) = \alpha v$ .

Assim,  $\mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v) = \lambda v + \alpha v = (\lambda + \alpha)v$

e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(v) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(v)) = \mathcal{F}(\alpha v) = \alpha(\mathcal{F}(v)) =$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

Isto é, considerando  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .

Então,  $\mathcal{F}(v) = \lambda v$  e  $\mathcal{G}(v) = \alpha v$ .

Assim,  $\mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v) = \lambda v + \alpha v = (\lambda + \alpha)v$

e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(v) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(v)) = \mathcal{F}(\alpha v) = \alpha(\mathcal{F}(v)) = \alpha(\lambda v) =$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

Isto é, considerando  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .

Então,  $\mathcal{F}(v) = \lambda v$  e  $\mathcal{G}(v) = \alpha v$ .

Assim,  $\mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v) = \lambda v + \alpha v = (\lambda + \alpha)v$

e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(v) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(v)) = \mathcal{F}(\alpha v) = \alpha(\mathcal{F}(v)) = \alpha(\lambda v) = (\alpha\lambda)v$ .

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .  
Então,  $\lambda + \alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e  $\lambda\alpha$  é um autovalor de  $\mathcal{F} \circ \mathcal{G}$ .

Isto é, considerando  $\lambda \in \mathbb{K}$  e  $\alpha \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$ , respectivamente; associados ao **mesmo autovetor**  $v$ .

Então,  $\mathcal{F}(v) = \lambda v$  e  $\mathcal{G}(v) = \alpha v$ .

Assim,  $\mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v) = \lambda v + \alpha v = (\lambda + \alpha)v$

e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(v) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(v)) = \mathcal{F}(\alpha v) = \alpha(\mathcal{F}(v)) = \alpha(\lambda v) = (\alpha\lambda)v$ .

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ;

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1;$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1; \mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2;$$



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1; \mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2; \dots; \mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m.$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1)$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$(2)=(1)$ :

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m =$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2,$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots,$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m =$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m \Rightarrow 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_2,$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m \Rightarrow 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_2, \dots,$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m \Rightarrow 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_2, \dots, 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_m$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m \Rightarrow 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_2, \dots, 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_m \Rightarrow$$



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m \Rightarrow 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_2, \dots, 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2,$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m \Rightarrow 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_2, \dots, 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2, \dots,$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m \Rightarrow 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_2, \dots, 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2, \dots, \lambda_1 = \lambda_m$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m \Rightarrow 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_2, \dots, 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2, \dots, \lambda_1 = \lambda_m \Rightarrow$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m \Rightarrow 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_2, \dots, 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2, \dots, \lambda_1 = \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 =$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m \Rightarrow 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_2, \dots, 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2, \dots, \lambda_1 = \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 =$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m \Rightarrow 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_2, \dots, 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2, \dots, \lambda_1 = \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m \Rightarrow 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_2, \dots, 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2, \dots, \lambda_1 = \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m \Rightarrow$$



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m \Rightarrow 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_2, \dots, 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2, \dots, \lambda_1 = \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m \Rightarrow \text{contradição; pois:}$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m \Rightarrow 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_2, \dots, 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2, \dots, \lambda_1 = \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m \Rightarrow \text{contradição; pois: } \lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \dots \neq \lambda_m$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m \Rightarrow 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_2, \dots, 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2, \dots, \lambda_1 = \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m \Rightarrow \text{contradição; pois: } \lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \dots \neq \lambda_m \Rightarrow$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2) = (1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m \Rightarrow 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_2, \dots, 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2, \dots, \lambda_1 = \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m \Rightarrow \text{contradição; pois: } \lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \dots \neq \lambda_m \Rightarrow \{v_1, v_2, \dots, v_m\} \text{ é LI.}$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$ ;  $m \leq n$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então, os autovetores  $v_1, v_2, \dots, v_m$  são **Linearmente independentes**.

Isto é, considerando  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in \mathbb{K}$  **autovalores distintos** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovetores,  $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathcal{V}$ , respectivamente.

Então,

$\mathcal{F}(v_1) = \lambda_1 v_1$ ;  $\mathcal{F}(v_2) = \lambda_2 v_2$ ;  $\dots$ ;  $\mathcal{F}(v_m) = \lambda_m v_m$ . Supondo que o autovetor;

$$v_1 = \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m \quad (1) \Rightarrow \mathcal{F}(v_1) = \alpha_2 \mathcal{F}(v_2) + \dots + \alpha_m \mathcal{F}(v_m)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 v_1 = \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \alpha_m \lambda_m v_m \Rightarrow v_1 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m \quad (2)$$

$$(2)=(1): \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2 v_2 + \dots + \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m v_m$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_2 \lambda_2, \dots, \alpha_m = \frac{1}{\lambda_1} \alpha_m \lambda_m \Rightarrow 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_2, \dots, 1 = \frac{1}{\lambda_1} \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2, \dots, \lambda_1 = \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m \Rightarrow \text{contradição; pois: } \lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \dots \neq \lambda_m \Rightarrow \{v_1, v_2, \dots, v_m\} \text{ é LI.}$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ),

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ .



# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ .  
Se

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ .

Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ .

Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ .

Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

Note pelo teorema anterior,

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ .

Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

Note pelo teorema anterior, se,

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ .  
Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

Note pelo teorema anterior, se,  $\mathcal{F}$  possui  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  autovalores **distintos**

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ .  
Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

Note pelo teorema anterior, se,  $\mathcal{F}$  possui  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  autovalores **distintos** então,

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

Note pelo teorema anterior, se,  $\mathcal{F}$  possui  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  autovalores **distintos** então,  $\mathcal{F}$  possui  $v_1, v_2, \dots, v_n$  **autovetores LI**.



# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

Note pelo teorema anterior, se,  $\mathcal{F}$  possui  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  autovalores **distintos** então,  $\mathcal{F}$  possui  $v_1, v_2, \dots, v_n$  **autovetores LI**. Isto implica que temos uma base para  $\mathcal{V}$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

Note pelo teorema anterior, se,  $\mathcal{F}$  possui  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  autovalores **distintos** então,  $\mathcal{F}$  possui  $v_1, v_2, \dots, v_n$  **autovetores LI**. Isto implica que temos uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

Note pelo teorema anterior, se,  $\mathcal{F}$  possui  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  autovalores **distintos** então,  $\mathcal{F}$  possui  $v_1, v_2, \dots, v_n$  **autovetores LI**. Isto implica que temos uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ .

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

Note pelo teorema anterior, se,  $\mathcal{F}$  possui  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  autovalores **distintos** então,  $\mathcal{F}$  possui  $v_1, v_2, \dots, v_n$  **autovetores LI**. Isto implica que temos uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ .

E, como  $\mathcal{F}(v_i) = \lambda_i v_i; i = 1, \dots, n$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

Note pelo teorema anterior, se,  $\mathcal{F}$  possui  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  autovalores **distintos** então,  $\mathcal{F}$  possui  $v_1, v_2, \dots, v_n$  **autovetores LI**. Isto implica que temos uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ .

E, como  $\mathcal{F}(v_i) = \lambda_i v_i; i = 1, \dots, n$  obtemos a seguinte matriz associada ao operador  $\mathcal{F}$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

Note pelo teorema anterior, se,  $\mathcal{F}$  possui  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  autovalores **distintos** então,  $\mathcal{F}$  possui  $v_1, v_2, \dots, v_n$  **autovetores LI**. Isto implica que temos uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ .

E, como  $\mathcal{F}(v_i) = \lambda_i v_i; i = 1, \dots, n$  obtemos a seguinte matriz associada ao operador  $\mathcal{F}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

Note pelo teorema anterior, se,  $\mathcal{F}$  possui  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  autovalores **distintos** então,  $\mathcal{F}$  possui  $v_1, v_2, \dots, v_n$  **autovetores LI**. Isto implica que temos uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ .

E, como  $\mathcal{F}(v_i) = \lambda_i v_i$ ;  $i = 1, \dots, n$  obtemos a seguinte matriz associada ao operador  $\mathcal{F}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix};$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

Note pelo teorema anterior, se,  $\mathcal{F}$  possui  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  autovalores **distintos** então,  $\mathcal{F}$  possui  $v_1, v_2, \dots, v_n$  **autovetores LI**. Isto implica que temos uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ .

E, como  $\mathcal{F}(v_i) = \lambda_i v_i; i = 1, \dots, n$  obtemos a seguinte matriz associada ao operador  $\mathcal{F}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}; \quad \text{Observe que } [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$



# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

Note pelo teorema anterior, se,  $\mathcal{F}$  possui  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  autovalores **distintos** então,  $\mathcal{F}$  possui  $v_1, v_2, \dots, v_n$  **autovetores LI**. Isto implica que temos uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ .

E, como  $\mathcal{F}(v_i) = \lambda_i v_i$ ;  $i = 1, \dots, n$  obtemos a seguinte matriz associada ao operador  $\mathcal{F}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}; \quad \text{Observe que } [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \text{ é uma MATRIZ DIAGONAL}$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

Note pelo teorema anterior, se,  $\mathcal{F}$  possui  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  autovalores **distintos** então,  $\mathcal{F}$  possui  $v_1, v_2, \dots, v_n$  **autovetores LI**. Isto implica que temos uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ .

E, como  $\mathcal{F}(v_i) = \lambda_i v_i$ ;  $i = 1, \dots, n$  obtemos a seguinte matriz associada ao operador  $\mathcal{F}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}; \quad \text{Observe que } [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \text{ é uma MATRIZ DIAGONAL com a}$$

**diagonal principal** formada pelos autovalores

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

Note pelo teorema anterior, se,  $\mathcal{F}$  possui  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  autovalores **distintos** então,  $\mathcal{F}$  possui  $v_1, v_2, \dots, v_n$  **autovetores LI**. Isto implica que temos uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ .

E, como  $\mathcal{F}(v_i) = \lambda_i v_i$ ;  $i = 1, \dots, n$  obtemos a seguinte matriz associada ao operador  $\mathcal{F}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}; \quad \text{Observe que } [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \text{ é uma MATRIZ DIAGONAL com a}$$

**diagonal principal** formada pelos autovalores que aparecem na mesma ordem dos autovetores na base  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Se  $\mathcal{F}$  tiver  $n$  autovalores **distintos**,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ , então  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL.

Note pelo teorema anterior, se,  $\mathcal{F}$  possui  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  autovalores **distintos** então,  $\mathcal{F}$  possui  $v_1, v_2, \dots, v_n$  **autovetores LI**. Isto implica que temos uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ .

E, como  $\mathcal{F}(v_i) = \lambda_i v_i$ ;  $i = 1, \dots, n$  obtemos a seguinte matriz associada ao operador  $\mathcal{F}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}; \quad \text{Observe que } [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \text{ é uma MATRIZ DIAGONAL com a}$$

**diagonal principal** formada pelos autovalores que aparecem na mesma ordem dos autovetores na base  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ .

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um  
OPERADOR DIAGONALIZÁVEL



# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se,

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se,

- (i) O polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  possui todas as suas **raízes** em  $\mathbb{K}$ ; e

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se,

- (i) O polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  possui todas as suas **raízes** em  $\mathbb{K}$ ; e
- (ii)  $m_a(\lambda_i) = m_g(\lambda_i); \forall i = 1, \dots, n$ .

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se,

- (i) O polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  possui todas as suas **raízes** em  $\mathbb{K}$ ; e
- (ii)  $m_a(\lambda_i) = m_g(\lambda_i); \forall i = 1, \dots, n$ .

Note que,

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se,

- (i) O polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  possui todas as suas **raízes** em  $\mathbb{K}$ ; e
- (ii)  $m_a(\lambda_i) = m_g(\lambda_i); \forall i = 1, \dots, n$ .

Note que,

se  $\dim(\mathcal{V}) = n \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se,

- (i) O polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  possui todas as suas **raízes** em  $\mathbb{K}$ ; e
- (ii)  $m_a(\lambda_i) = m_g(\lambda_i); \forall i = 1, \dots, n$ .

Note que,

se  $\dim(\mathcal{V}) = n \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  formada por **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se,

- (i) O polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  possui todas as suas **raízes** em  $\mathbb{K}$ ; e
- (ii)  $m_a(\lambda_i) = m_g(\lambda_i); \forall i = 1, \dots, n$ .

Note que,

se  $\dim(\mathcal{V}) = n \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  formada por **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  pode ser obtida do seguinte modo:

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se,

- (i) O polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  possui todas as suas **raízes** em  $\mathbb{K}$ ; e
- (ii)  $m_a(\lambda_i) = m_g(\lambda_i); \forall i = 1, \dots, n$ .

Note que,

se  $\dim(\mathcal{V}) = n \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  formada por **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  pode ser obtida do seguinte modo:

$$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} \cup \dots \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_n}}$$



# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um **OPERADOR DIAGONALIZÁVEL** se, e somente se,

- (i) O polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  possui todas as suas **raízes** em  $\mathbb{K}$ ; e
- (ii)  $m_a(\lambda_i) = m_g(\lambda_i); \forall i = 1, \dots, n$ .

Note que,

se  $\dim(\mathcal{V}) = n \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  formada por **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  pode ser obtida do seguinte modo:

$$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} \cup \dots \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_n}}$$

onde,

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se,

- (i) O polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  possui todas as suas **raízes** em  $\mathbb{K}$ ; e
- (ii)  $m_a(\lambda_i) = m_g(\lambda_i); \forall i = 1, \dots, n$ .

Note que,

se  $\dim(\mathcal{V}) = n \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  formada por **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  pode ser obtida do seguinte modo:

$$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} \cup \dots \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_n}}$$

onde,  $\mathcal{V}_{\lambda_i}$  é o AUTO-ESPAÇO associado ao autovalor  $\lambda_i; i = 1, \dots, n$ ,

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se,

- (i) O polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  possui todas as suas **raízes** em  $\mathbb{K}$ ; e
- (ii)  $m_a(\lambda_i) = m_g(\lambda_i); \forall i = 1, \dots, n$ .

Note que,

se  $\dim(\mathcal{V}) = n \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  formada por **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  pode ser obtida do seguinte modo:

$$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} \cup \dots \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_n}}$$

onde,  $\mathcal{V}_{\lambda_i}$  é o AUTO-ESPAÇO associado ao autovalor  $\lambda_i; i = 1, \dots, n$ , cuja **dimensão** coincide com o número de vezes que  $\lambda_i$  aparece como raiz do polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  :

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se,

- (i) O polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  possui todas as suas **raízes** em  $\mathbb{K}$ ; e
- (ii)  $m_a(\lambda_i) = m_g(\lambda_i); \forall i = 1, \dots, n$ .

Note que,

se  $\dim(\mathcal{V}) = n \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  formada por **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  pode ser obtida do seguinte modo:

$$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} \cup \dots \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_n}}$$

onde,  $\mathcal{V}_{\lambda_i}$  é o AUTO-ESPAÇO associado ao autovalor  $\lambda_i; i = 1, \dots, n$ , cuja **dimensão** coincide com o número de vezes que  $\lambda_i$  aparece como raiz do polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  :

$$\dim(\mathcal{V}_{\lambda_i}) =$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se,

- (i) O polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  possui todas as suas **raízes** em  $\mathbb{K}$ ; e
- (ii)  $m_a(\lambda_i) = m_g(\lambda_i); \forall i = 1, \dots, n$ .

Note que,

se  $\dim(\mathcal{V}) = n \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  formada por **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  pode ser obtida do seguinte modo:

$$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} \cup \dots \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_n}}$$

onde,  $\mathcal{V}_{\lambda_i}$  é o AUTO-ESPAÇO associado ao autovalor  $\lambda_i; i = 1, \dots, n$ , cuja **dimensão** coincide com o número de vezes que  $\lambda_i$  aparece como raiz do polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  :

$$\dim(\mathcal{V}_{\lambda_i}) = m_g(\lambda_i) =$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um **OPERADOR DIAGONALIZÁVEL** se, e somente se,

- (i) O polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  possui todas as suas **raízes** em  $\mathbb{K}$ ; e
- (ii)  $m_a(\lambda_i) = m_g(\lambda_i); \forall i = 1, \dots, n$ .

Note que,

se  $\dim(\mathcal{V}) = n \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  formada por **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  pode ser obtida do seguinte modo:

$$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} \cup \dots \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_n}}$$

onde,  $\mathcal{V}_{\lambda_i}$  é o **AUTO-ESPAÇO** associado ao autovalor  $\lambda_i; i = 1, \dots, n$ , cuja **dimensão** coincide com o número de vezes que  $\lambda_i$  aparece como raiz do polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  :

$$\dim(\mathcal{V}_{\lambda_i}) = m_g(\lambda_i) = m_a(\lambda_i).$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se,

- (i) O polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  possui todas as suas **raízes** em  $\mathbb{K}$ ; e
- (ii)  $m_a(\lambda_i) = m_g(\lambda_i); \forall i = 1, \dots, n$ .

Note que,

se  $\dim(\mathcal{V}) = n \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  formada por **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  pode ser obtida do seguinte modo:

$$\beta_{\mathcal{V}} = \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_1}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_2}} \cup \dots \cup \beta_{\mathcal{V}_{\lambda_n}}$$

onde,  $\mathcal{V}_{\lambda_i}$  é o AUTO-ESPAÇO associado ao autovalor  $\lambda_i; i = 1, \dots, n$ , cuja **dimensão** coincide com o número de vezes que  $\lambda_i$  aparece como raiz do polinômio característico  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$  :

$$\dim(\mathcal{V}_{\lambda_i}) = m_g(\lambda_i) = m_a(\lambda_i).$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ;



# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$



# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$   
**autovetores LI**

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$   
**autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  associados

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$   
**autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovalores  $\lambda_1, \lambda_2$ , respectivamente.

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$  **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovalores  $\lambda_1, \lambda_2$ , respectivamente.

Desta forma, podemos obter uma base para  $\mathcal{V}$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$  **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovalores  $\lambda_1, \lambda_2$ , respectivamente.

Desta forma, podemos obter uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores:

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$  **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovalores  $\lambda_1, \lambda_2$ , respectivamente.

Desta forma, podemos obter uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores:  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2\}$ ;

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$  **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovalores  $\lambda_1, \lambda_2$ , respectivamente.

Desta forma, podemos obter uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores:  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2\}$ ; tais que;  $v_1 = (-y, y)$ ;  $y \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_1 = -1$ ; e

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$  **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovalores  $\lambda_1, \lambda_2$ , respectivamente.

Desta forma, podemos obter uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores:  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2\}$ ; tais que;  $v_1 = (-y, y); y \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_1 = -1$ ; e  $v_2 = (x, x); x \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_2 = 1$



# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$  **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovalores  $\lambda_1, \lambda_2$ , respectivamente.

Desta forma, podemos obter uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores:  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2\}$ ; tais que;  $v_1 = (-y, y); y \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_1 = -1$ ; e  $v_2 = (x, x); x \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{(-1, 1),$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$  **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovalores  $\lambda_1, \lambda_2$ , respectivamente.

Desta forma, podemos obter uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores:  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2\}$ ; tais que;  $v_1 = (-y, y); y \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_1 = -1$ ; e  $v_2 = (x, x); x \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{(-1, 1), (1, 1)\}$ ;

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$  **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovalores  $\lambda_1, \lambda_2$ , respectivamente.

Desta forma, podemos obter uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores:  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2\}$ ; tais que;  $v_1 = (-y, y); y \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_1 = -1$ ; e  $v_2 = (x, x); x \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{(-1, 1), (1, 1)\}$ ; e assim,

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$  **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovalores  $\lambda_1, \lambda_2$ , respectivamente.

Desta forma, podemos obter uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores:  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2\}$ ; tais que;  $v_1 = (-y, y); y \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_1 = -1$ ; e  $v_2 = (x, x); x \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{(-1, 1), (1, 1)\}$ ; e assim,

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$  **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovalores  $\lambda_1, \lambda_2$ , respectivamente.

Desta forma, podemos obter uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores:  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2\}$ ; tais que;  $v_1 = (-y, y)$ ;  $y \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_1 = -1$ ; e  $v_2 = (x, x)$ ;  $x \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{(-1, 1), (1, 1)\}$ ; e assim,

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$  **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovalores  $\lambda_1, \lambda_2$ , respectivamente.

Desta forma, podemos obter uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores:  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2\}$ ; tais que;  $v_1 = (-y, y)$ ;  $y \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_1 = -1$ ; e  $v_2 = (x, x)$ ;  $x \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{(-1, 1), (1, 1)\}$ ; e assim,

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$  **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovalores  $\lambda_1, \lambda_2$ , respectivamente.

Desta forma, podemos obter uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores:  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2\}$ ; tais que;  $v_1 = (-y, y); y \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_1 = -1$ ; e  $v_2 = (x, x); x \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{(-1, 1), (1, 1)\}$ ; e assim,

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### OBSERVAÇÃO:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$  **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovalores  $\lambda_1, \lambda_2$ , respectivamente.

Desta forma, podemos obter uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores:  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2\}$ ; tais que;  $v_1 = (-y, y)$ ;  $y \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_1 = -1$ ; e  $v_2 = (x, x)$ ;  $x \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{(-1, 1), (1, 1)\}$ ; e assim,

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### OBSERVAÇÃO:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$



# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$  **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovalores  $\lambda_1, \lambda_2$ , respectivamente.

Desta forma, podemos obter uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores:  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2\}$ ; tais que;  $v_1 = (-y, y)$ ;  $y \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_1 = -1$ ; e  $v_2 = (x, x)$ ;  $x \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{(-1, 1), (1, 1)\}$ ; e assim,

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### OBSERVAÇÃO:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ ; talque  $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos os autovalores de  $\mathcal{F}$ :  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$  então,  $\exists v_1, v_2 \in \mathcal{V}$  **autovetores LI** de  $\mathcal{F}$  associados aos autovalores  $\lambda_1, \lambda_2$ , respectivamente.

Desta forma, podemos obter uma base para  $\mathcal{V}$  formada por autovetores:  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2\}$ ; tais que;  $v_1 = (-y, y)$ ;  $y \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_1 = -1$ ; e  $v_2 = (x, x)$ ;  $x \neq 0$  é o autovetor associado ao  $\lambda_2 = 1 \Rightarrow \beta_{\mathcal{V}} = \{(-1, 1), (1, 1)\}$ ; e assim,

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### OBSERVAÇÃO:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ .

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um  
OPERADOR DIAGONALIZÁVEL

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se,

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se, existe uma matriz invertível  $P$



# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um **OPERADOR DIAGONALIZÁVEL** se, e somente se, existe uma matriz invertível  $P$  e uma matriz diagonal  $D$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se, existe uma matriz invertível  $P$  e uma matriz diagonal  $D$  tais que;

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se, existe uma matriz invertível  $P$  e uma matriz diagonal  $D$  tais que;

$$[\mathcal{F}]P =$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se, existe uma matriz invertível  $P$  e uma matriz diagonal  $D$  tais que;

$$[\mathcal{F}]P = PD;$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se, existe uma matriz invertível  $P$  e uma matriz diagonal  $D$  tais que;

$$[\mathcal{F}]P = PD;$$

onde, para  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se, existe uma matriz invertível  $P$  e uma matriz diagonal  $D$  tais que;

$$[\mathcal{F}]P = PD;$$

onde, para  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se, existe uma matriz invertível  $P$  e uma matriz diagonal  $D$  tais que;

$$[\mathcal{F}]P = PD;$$

onde, para  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :

$$D = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} =$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se, existe uma matriz invertível  $P$  e uma matriz diagonal  $D$  tais que;

$$[\mathcal{F}]P = PD;$$

onde, para  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :

$$D = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_n \end{bmatrix} ;$$



# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se, existe uma matriz invertível  $P$  e uma matriz diagonal  $D$  tais que;

$$[\mathcal{F}]P = PD;$$

onde, para  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :

$$D = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_n \end{bmatrix} ; \text{ e } P = [v_1]$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se, existe uma matriz invertível  $P$  e uma matriz diagonal  $D$  tais que;

$$[\mathcal{F}]P = PD;$$

onde, para  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :

$$D = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_n \end{bmatrix} ; \text{ e } P = \begin{bmatrix} [v_1] & [v_2] \end{bmatrix}$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se, existe uma matriz invertível  $P$  e uma matriz diagonal  $D$  tais que;

$$[\mathcal{F}]P = PD;$$

onde, para  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :

$$D = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_n \end{bmatrix} ; \text{ e } P = \begin{bmatrix} [v_1] & [v_2] & \dots & [v_n] \end{bmatrix}.$$

# Operador Linear

## Operadores Diagonalizáveis

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR DIAGONALIZÁVEL se, e somente se, existe uma matriz invertível  $P$  e uma matriz diagonal  $D$  tais que;

$$[\mathcal{F}]P = PD;$$

onde, para  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ :

$$D = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_n \end{bmatrix} ; \text{ e } P = \begin{bmatrix} [v_1] & [v_2] & \dots & [v_n] \end{bmatrix}.$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0$$



# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 =$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) =$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;



# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\}$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda)$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) =$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$$m_a(\lambda) =$$



# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F} \text{ é um operador Diagonalizável}$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F}$  é um operador Diagonalizável portanto,

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F}$  é um operador Diagonalizável portanto,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{v_1, v_2, v_3\}$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F}$  é um operador Diagonalizável portanto,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{v_1, v_2, v_3\}$  é uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ .

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F}$  é um operador Diagonalizável portanto,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{v_1, v_2, v_3\}$  é uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ .

E, neste caso,

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F}$  é um operador Diagonalizável portanto,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{v_1, v_2, v_3\}$  é uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ .

E, neste caso,

$$[\mathcal{F}] = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} =$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F}$  é um operador Diagonalizável portanto,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{v_1, v_2, v_3\}$  é uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ .

E, neste caso,

$$[\mathcal{F}] = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix};$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F}$  é um operador Diagonalizável portanto,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{v_1, v_2, v_3\}$  é uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ .

E, neste caso,

$$[\mathcal{F}] = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}; P = I_3 \text{ para } \beta_{\mathbb{R}^3} \text{ sendo a base canônica.}$$



# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F}$  é um operador Diagonalizável portanto,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{v_1, v_2, v_3\}$  é uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ .

E, neste caso,

$$[\mathcal{F}] = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}; P = I_3 \text{ para } \beta_{\mathbb{R}^3} \text{ sendo a base canônica.}$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$



# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) =$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\}$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\}$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1$



# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) =$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ .

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\}$



# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\}$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

$\Rightarrow$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_3) = m_g(\lambda = 4)$ .

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_3) = m_g(\lambda = 4)$ .

logo;  $\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}}$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_3) = m_g(\lambda = 4)$ .

logo;  $\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, -1), (1, -1, 1)\}$



# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_3) = m_g(\lambda = 4)$ .

logo;  $\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, -1), (1, -1, 1)\} \neq \beta_{\mathbb{R}^3}$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_3) = m_g(\lambda = 4)$ .

logo;  $\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, -1), (1, -1, 1)\} \neq \beta_{\mathbb{R}^3} \Rightarrow$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_3) = m_g(\lambda = 4)$ .

logo;  $\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, -1), (1, -1, 1)\} \neq \beta_{\mathbb{R}^3} \Rightarrow \mathcal{F}$  não é um operador Diagonalizável !

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_3) = m_g(\lambda = 4)$ .

logo;  $\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, -1), (1, -1, 1)\} \neq \beta_{\mathbb{R}^3} \Rightarrow \mathcal{F}$  não é um operador Diagonalizável !