

### Universidade Federal da Bahia - UFBA Instituto de Matemática e Estatística - IME Departamento de Matemática



MAT A07 - Álgebra Linear A Aula 15

Espaços Vetoriais e Subespaços:

Bases, Coordenadas, Matriz Mudança de Base

Professora: Isamara C. Alves

Data: 22/04/2021

Base - Coordenadas de um vetor

Exemplo: Sejam 
$$\mathcal{W}_1 = \{u = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | y = x\}$$

Base - Coordenadas de um vetor

EXEMPLO: Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = -x\}$ 

Base - Coordenadas de um vetor

EXEMPLO: Sejam  $W_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = x\}$  e  $W_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ 

Base - Coordenadas de um vetor

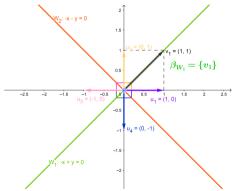
EXEMPLO: Sejam  $W_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = x\}$  e  $W_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $V = \mathbb{R}^2$  e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2\}$  e

Base - Coordenadas de um vetor

EXEMPLO: Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2\}$  e  $\beta_{\mathcal{V}}^{'} = \{u_2, u_3\}$ .

Base - Coordenadas de um vetor

EXEMPLO: Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2\}$  e  $\beta_{\mathcal{V}}' = \{u_2, u_3\}$ .



Base - Coordenadas de um vetor

EXEMPLO: Sejam  $W_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = x\}$  e  $W_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $V = \mathbb{R}^2$  e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2\}$  e  $\beta_{\mathcal{V}}^{'} = \{u_2, u_3\}$ .

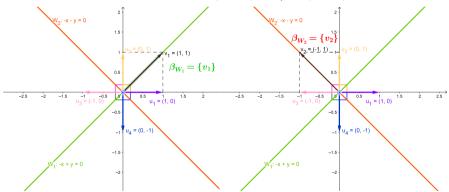


Figura:  $v_1 \in \mathcal{W}_1$  e  $v_2 \in \mathcal{W}_2$ .

Base - Coordenadas de um vetor

Exemplo: Sejam 
$$\mathcal{W}_1 = \{u = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | y = x\}$$

Base - Coordenadas de um vetor

EXEMPLO: Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = -x\}$ 

Base - Coordenadas de um vetor

EXEMPLO: Sejam  $W_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = x\}$  e  $W_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ 

Base - Coordenadas de um vetor

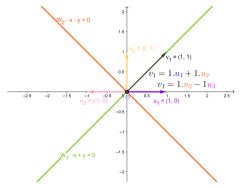
EXEMPLO: Sejam  $W_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = x\}$  e  $W_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $V = \mathbb{R}^2$  e sejam  $\beta_V = \{u_1, u_2\}$  e

Base - Coordenadas de um vetor

EXEMPLO: Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2\}$  e  $\beta_{\mathcal{V}}^{'} = \{u_2, u_3\}$ .

Base - Coordenadas de um vetor

EXEMPLO: Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2\}$  e  $\beta_{\mathcal{V}}^{'} = \{u_2, u_3\}$ .



Base - Coordenadas de um vetor

EXEMPLO: Sejam  $W_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = x\}$  e  $W_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $V = \mathbb{R}^2$  e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2\}$  e  $\beta_{\mathcal{V}}^{'} = \{u_2, u_3\}$ .

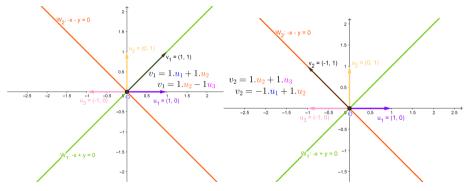


Figura: Coordenadas de  $v_1$  e  $v_2$  em relação às bases  $\beta_{\mathcal{V}}$  e  $\beta_{\mathcal{V}}^{'}$ .

Base - Coordenadas de um vetor

TEOREMA:

Base - Coordenadas de um vetor

#### TEOREMA:

Seja  ${\mathcal V}$  um espaço vetorial de **dimensão finita**, sobre o corpo  ${\mathbb K};$ 

Base - Coordenadas de um vetor

#### TEOREMA:

Seja  $\mathcal V$  um espaço vetorial de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb K$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$  uma BASE ORDENADA de  $\mathcal V$ .

Base - Coordenadas de um vetor

#### TEOREMA:

Seja  $\mathcal V$  um espaço vetorial de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb K$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$  uma BASE ORDENADA de  $\mathcal V$ .

Então,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ; u é escrito de forma única

Base - Coordenadas de um vetor

#### TEOREMA:

Seja  $\mathcal V$  um espaço vetorial de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb K$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$  uma BASE ORDENADA de  $\mathcal V$ .

Então,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ; u é escrito de forma única como combinação linear dos elementos de  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

Base - Coordenadas de um vetor

#### TEOREMA:

Seja  $\mathcal V$  um espaço vetorial de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb K$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$  uma BASE ORDENADA de  $\mathcal V$ . Então,  $\forall u\in \mathcal V$ ; u **é escrito de forma única como combinação linear dos elementos de**  $\beta_{\mathcal V}$ .

Isto é,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,

Base - Coordenadas de um vetor

#### TEOREMA:

Seja  $\mathcal V$  um espaço vetorial de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb K$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$  uma BASE ORDENADA de  $\mathcal V$ . Então,  $\forall u\in \mathcal V$ ; u **é escrito de forma única como combinação linear dos elementos de**  $\beta_{\mathcal V}$ .

Isto é,  $\forall u \in \mathcal{V}$ , existe uma única n-upla  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ ; tais que,

Base - Coordenadas de um vetor

#### TEOREMA:

Seja  $\mathcal V$  um espaço vetorial de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb K$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$  uma BASE ORDENADA de  $\mathcal V$ .

Então,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ; u é escrito de forma única como combinação linear dos elementos de  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

Isto é,  $\forall u \in \mathcal{V}$ , existe uma única n-upla  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ ; tais que,

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i.$$

Base - Coordenadas de um vetor

#### TEOREMA:

Seja  $\mathcal V$  um espaço vetorial de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb K$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$  uma BASE ORDENADA de  $\mathcal V$ .

Então,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ; u é escrito de forma única como combinação linear dos elementos de  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

Isto é,  $\forall u \in \mathcal{V}$ , existe uma única n-upla  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ ; tais que,

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i.$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

Definição:

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

#### Definição:

Seja  ${\mathcal V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  ${\mathbb K}$ ,

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

#### Definição:

Seja  $\mathcal V$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb K$ , e seja  $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal V$ .

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

### Definição:

Seja  $\mathcal V$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb K$ , e seja  $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal V$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

### Definição:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ;

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

#### Definição:

Seja  $\mathcal V$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb K$ , e seja  $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal V$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$ 

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

### Definição:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$  é a i-ÉSIMA COORDENADA DO VETOR u

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

#### Definição:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$  é a i-ÉSIMA COORDENADA DO VETOR u em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

#### Definição:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$  é a i-ÉSIMA COORDENADA DO VETOR u em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

E ainda, denotamos por  $[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$ 

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

### Definição:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$  é a i-ÉSIMA COORDENADA DO VETOR u em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

E ainda, denotamos por  $[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$  e denominamos MATRIZ DAS COORDENADAS DO VETOR u em relação à base ordenada  $\beta_{\mathcal{V}}$ ;

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

### Definição:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$  é a i-ÉSIMA COORDENADA DO VETOR u em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

E ainda, denotamos por  $[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$  e denominamos MATRIZ DAS COORDENADAS DO VETOR u em relação à base ordenada  $\beta_{\mathcal{V}}$ ; a matriz coluna  $n \times 1$  cuja i-èsima linha é formada pela coordenada  $\lambda_i, i = 1, \ldots, n$ ; ou seja,

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

### Definição:

Seja  $\mathcal V$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb K$ , e seja  $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal V$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$  é a i-ÉSIMA COORDENADA DO VETOR u em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

E ainda, denotamos por  $[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$  e denominamos MATRIZ DAS COORDENADAS DO VETOR u em relação à base ordenada  $\beta_{\mathcal{V}}$ ; a matriz coluna  $n \times 1$  cuja i-èsima linha é formada pela coordenada  $\lambda_i, i = 1, \ldots, n$ ; ou seja,

$$[u]_{eta_{\mathcal{V}}}$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

### Definição:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$  é a i-ÉSIMA COORDENADA DO VETOR u em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

E ainda, denotamos por  $[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$  e denominamos MATRIZ DAS COORDENADAS DO VETOR u em relação à base ordenada  $\beta_{\mathcal{V}}$ ; a matriz coluna  $n \times 1$  cuja i-èsima linha é formada pela coordenada  $\lambda_i, i = 1, \ldots, n$ ; ou seja,

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix}.$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

### Definição:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$  é a i-ÉSIMA COORDENADA DO VETOR u em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

E ainda, denotamos por  $[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$  e denominamos MATRIZ DAS COORDENADAS DO VETOR u em relação à base ordenada  $\beta_{\mathcal{V}}$ ; a matriz coluna  $n \times 1$  cuja i-èsima linha é formada pela coordenada  $\lambda_i, i = 1, \ldots, n$ ; ou seja,

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix}.$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

EXEMPLO.1: Seja  $V = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ;

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
; sejam  $eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{t+t^2,3t,2-t\}$ 

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{t+t^2,3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$ 

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

Seja 
$$\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ :

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}=\{t+t^{2},3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^{2}\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $\rho(t)=2+5t^{2}\in\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})$ .

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}=\{t+t^{2},3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^{2}\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $\rho(t)=2+5t^{2}\in\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})$ .

Então, 
$$p(t) = 2 + 5t^2 =$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{t+t^2,3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t)=2+5t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) +$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}=\{t+t^{2},3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^{2}\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t)=2+5t^{2}\in\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})$ .

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t)$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}=\{t+t^{2},3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^{2}\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t)=2+5t^{2}\in\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})$ .

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t)$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{t+t^2,3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t)=2+5t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2;$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}=\{t+t^{2},3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^{2}\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $\rho(t)=2+5t^{2}\in\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})$ .

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2; (\alpha_1 + 3\alpha_2 - \alpha_3) = 0;$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{t+t^2,3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $\rho(t)=2+5t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2; (\alpha_1 + 3\alpha_2 - \alpha_3) = 0; \alpha_1 = 5;$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{t+t^2,3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}'=\{1,t,t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $\rho(t)=2+5t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2; (\alpha_1 + 3\alpha_2 - \alpha_3) = 0; \alpha_1 = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 5; \alpha_3 = 1; \alpha_2 = -\frac{4}{3}$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{t+t^2,3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}'=\{1,t,t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $\rho(t)=2+5t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

$$p(t) = 2 + 5t^{2} = \alpha_{1}(t + t^{2}) + \alpha_{2}(3t) + \alpha_{3}(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_{3} = 2; (\alpha_{1} + 3\alpha_{2} - \alpha_{3}) = 0; \alpha_{1} = 5;$$
$$\Rightarrow \alpha_{1} = 5; \alpha_{3} = 1; \alpha_{2} = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix}$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{t+t^2,3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}'=\{1,t,t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $\rho(t)=2+5t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

$$p(t) = 2 + 5t^{2} = \alpha_{1}(t + t^{2}) + \alpha_{2}(3t) + \alpha_{3}(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_{3} = 2; (\alpha_{1} + 3\alpha_{2} - \alpha_{3}) = 0; \alpha_{1} = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_{1} = 5; \alpha_{3} = 1; \alpha_{2} = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 =$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{t+t^2,3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}'=\{1,t,t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $\rho(t)=2+5t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

$$p(t) = 2 + 5t^{2} = \alpha_{1}(t + t^{2}) + \alpha_{2}(3t) + \alpha_{3}(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_{3} = 2; (\alpha_{1} + 3\alpha_{2} - \alpha_{3}) = 0; \alpha_{1} = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_{1} = 5; \alpha_{3} = 1; \alpha_{2} = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \lambda_1 1 +$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{t+t^2,3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}'=\{1,t,t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t)=2+5t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

$$p(t) = 2 + 5t^{2} = \alpha_{1}(t + t^{2}) + \alpha_{2}(3t) + \alpha_{3}(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_{3} = 2; (\alpha_{1} + 3\alpha_{2} - \alpha_{3}) = 0; \alpha_{1} = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_{1} = 5; \alpha_{3} = 1; \alpha_{2} = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \lambda_1 1 + \lambda_2 t$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

#### EXEMPLO 1.

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{t+t^2,3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $\rho(t)=2+5t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então.

$$p(t) = 2 + 5t^{2} = \alpha_{1}(t + t^{2}) + \alpha_{2}(3t) + \alpha_{3}(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_{3} = 2; (\alpha_{1} + 3\alpha_{2} - \alpha_{3}) = 0; \alpha_{1} = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_{1} = 5; \alpha_{3} = 1; \alpha_{2} = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 5; \alpha_3 = 1; \alpha_2 = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \lambda_1 1 + \lambda_2 t + \lambda_3 t^2$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{t+t^2,3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t)=2+5t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

$$p(t) = 2 + 5t^{2} = \alpha_{1}(t + t^{2}) + \alpha_{2}(3t) + \alpha_{3}(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_{3} = 2; (\alpha_{1} + 3\alpha_{2} - \alpha_{3}) = 0; \alpha_{1} = 5;$$
$$\Rightarrow \alpha_{1} = 5; \alpha_{3} = 1; \alpha_{2} = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \lambda_1 1 + \lambda_2 t + \lambda_3 t^2 \Rightarrow \lambda_1 = 2;$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{t+t^2,3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $\rho(t)=2+5t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

$$p(t) = 2 + 5t^{2} = \alpha_{1}(t + t^{2}) + \alpha_{2}(3t) + \alpha_{3}(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_{3} = 2; (\alpha_{1} + 3\alpha_{2} - \alpha_{3}) = 0; \alpha_{1} = 5;$$
$$\Rightarrow \alpha_{1} = 5; \alpha_{3} = 1; \alpha_{2} = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \lambda_1 1 + \lambda_2 t + \lambda_3 t^2 \Rightarrow \lambda_1 = 2; \lambda_2 = 0;$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{t+t^2,3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $\rho(t)=2+5t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

$$p(t) = 2 + 5t^{2} = \alpha_{1}(t + t^{2}) + \alpha_{2}(3t) + \alpha_{3}(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_{3} = 2; (\alpha_{1} + 3\alpha_{2} - \alpha_{3}) = 0; \alpha_{1} = 5;$$
$$\Rightarrow \alpha_{1} = 5; \alpha_{3} = 1; \alpha_{2} = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \lambda_1 1 + \lambda_2 t + \lambda_3 t^2 \Rightarrow \lambda_1 = 2; \lambda_2 = 0; \lambda_3 = 5$$

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

#### EXEMPLO 1.

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{t+t^2,3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $\rho(t)=2+5t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então.

$$p(t) = 2 + 5t^{2} = \alpha_{1}(t + t^{2}) + \alpha_{2}(3t) + \alpha_{3}(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_{3} = 2; (\alpha_{1} + 3\alpha_{2} - \alpha_{3}) = 0; \alpha_{1} = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_{1} = 5; \alpha_{3} = 1; \alpha_{2} = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 5; \alpha_3 = 1; \alpha_2 = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \lambda_1 1 + \lambda_2 t + \lambda_3 t^2 \Rightarrow \lambda_1 = 2; \lambda_2 = 0; \lambda_3 = 5 \Rightarrow [p(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre Letivo Suplementar - 2021.1

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

#### EXEMPLO 1.

Seja 
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{t+t^2,3t,2-t\}$  e  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $\rho(t)=2+5t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então.

$$p(t) = 2 + 5t^{2} = \alpha_{1}(t + t^{2}) + \alpha_{2}(3t) + \alpha_{3}(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_{3} = 2; (\alpha_{1} + 3\alpha_{2} - \alpha_{3}) = 0; \alpha_{1} = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_{1} = 5; \alpha_{3} = 1; \alpha_{2} = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 5; \alpha_3 = 1; \alpha_2 = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \lambda_1 1 + \lambda_2 t + \lambda_3 t^2 \Rightarrow \lambda_1 = 2; \lambda_2 = 0; \lambda_3 = 5 \Rightarrow [p(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre Letivo Suplementar - 2021.1

Coordenadas do vetor em relação à Base

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} =$ 

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)},$ 

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)},$ 

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)}\}$ 

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

combinação linear

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

combinação linear dos vetores da base  $eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}$ 

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

combinação linear dos vetores da base  $eta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^{2}\}$ :

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

combinação linear dos vetores da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 =$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

combinação linear dos vetores da base  $eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1)$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

combinação linear dos vetores da base  $eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t)$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

combinação linear dos vetores da base  $eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$
  
 $r(t) = 3t =$ 

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

combinação linear dos vetores da base  $eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$
  
 $r(t) = 3t = a_{12}(1)$ 

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

combinação linear dos vetores da base  $eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$
  
 $r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t)$ 

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$
  

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$
  
 $r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$ 

$$s(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^{-1})$$
  
 $s(t) = 2 - t =$ 

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$
  

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1)$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

combinação linear dos vetores da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$
  
 $r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$   
 $s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t)$ 

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{\underbrace{t+t^2},\underbrace{3t},\underbrace{2-t}\}$  também pode ser escrito como

combinação linear dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$
  
 $r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$ 

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$
  

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$
  

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$\left[q(t)
ight]_{eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}'} = egin{bmatrix} 0 \ 1 \ 1 \end{bmatrix};$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$[q(t)]_{eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}'} = egin{bmatrix} 0 \ 1 \ 1 \end{bmatrix}; [r(t)]_{eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}'} = egin{bmatrix} 0 \ 3 \ 0 \end{bmatrix}; e$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underline{t+t^2}, \underline{3t}, \underline{2-t}\}$  também pode ser escrito como

combinação linear dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$
  
 $r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$ 

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$[q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{e} \ [s(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

 $\textit{combinação linear} \text{ dos vetores da base } \beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'} = \{1,t,t^2\} \colon$ 

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$
  
 $r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$ 

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t)$$
  
 $s(t) = 2 - t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{23}(t)$ 

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$[q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{e} [s(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Podemos obter uma matriz  $A_3$ 

Coordenadas do vetor em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

combinação linear dos vetores da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$
  

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$
  

$$s(t) = 2 + t - a_{22}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$[q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{e} [s(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Podemos obter uma matriz  $A_3$  com estas MATRIZES DAS COORDENADAS representando as **colunas** de  $A_3$ :

Coordenadas do vetor em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

combinação linear dos vetores da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$
  

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$[q(t)]_{eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}'} = egin{bmatrix} 0 \ 1 \ 1 \end{bmatrix}; [r(t)]_{eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}'} = egin{bmatrix} 0 \ 3 \ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{e} \ [s(t)]_{eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}'} = egin{bmatrix} 2 \ -1 \ 0 \end{bmatrix}.$$

Podemos obter uma matriz  $A_3$  com estas MATRIZES DAS COORDENADAS representando as **colunas** de  $A_3$ :

$$A_3 = [ [q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}}$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{\underbrace{t+t^2},\underbrace{3t},\underbrace{2-t}\}$  também pode ser escrito como

combinação linear dos vetores da base  $\beta_{\mathcal{D}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$
  

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$\begin{bmatrix} g(t) \\ g(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{e} [s(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Podemos obter uma matriz A<sub>3</sub> com estas MATRIZES DAS COORDENADAS representando as **colunas** de  $A_3$ :

$$A_3 = [ [q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}}$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

combinação linear dos vetores da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$
  
 $r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$ 

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$[q(t)]_{eta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = egin{bmatrix} 0 \ 1 \ 1 \end{bmatrix}; [r(t)]_{eta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = egin{bmatrix} 0 \ 3 \ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{e} \ [s(t)]_{eta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = egin{bmatrix} 2 \ -1 \ 0 \end{bmatrix}.$$

Podemos obter uma matriz  $A_3$  com estas MATRIZES DAS COORDENADAS representando as **colunas** de  $A_3$ :

$$A_3 = \left[ \begin{array}{cc} [q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} & [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} & [s(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} \end{array} \right]$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t+t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2-t}_{s(t)} \}$  também pode ser escrito como

combinação linear dos vetores da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}^{'}=\{1,t,t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$
  
 $r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$ 

$$f(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(1) + a_{32}(1)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$[q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{e} [s(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Podemos obter uma matriz  $A_3$  com estas MATRIZES DAS COORDENADAS representando as **colunas** de  $A_3$ :

$$A_3 = [ [q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} [s(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} ]$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

EXEMPLO.1:

Coordenadas do vetor em relação à Base

EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$ 

Coordenadas do vetor em relação à Base

EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a <code>MATRIZ DAS COORDENADAS</code>

Coordenadas do vetor em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Coordenadas do vetor em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[
ho(t)]_{eta_{\mathcal{V}}^{'}} =$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = [(2+5t^2)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} =$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = [(2+5t^2)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2\\ 1 & 3 & -1\\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = [(2+5t^2)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2\\ 1 & 3 & -1\\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix}$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[\rho(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = [(2+5t^2)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2\\ 1 & 3 & -1\\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\\ 0\\ 5 \end{bmatrix}$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de V em relação à base  $\beta_V$ :

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = [(2+5t^2)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2\\ 1 & 3 & -1\\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\\ 0\\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de V em relação à base  $\beta_V$ :

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = [(2+5t^2)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2\\ 1 & 3 & -1\\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\\ 0\\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível! Portanto.

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de V em relação à base  $\beta_V$ :

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = [(2+5t^2)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2\\ 1 & 3 & -1\\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\\ 0\\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível! Portanto.

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal V$  em relação à base  $\beta_{\mathcal V}$ :

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = [(2+5t^2)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2\\ 1 & 3 & -1\\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5\\ -\frac{4}{3}\\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\\ 0\\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'}.$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = [(2+5t^2)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Portanto.

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}}.$$
 Desse modo.

Coordenadas do vetor em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal V$  em relação à base  $\beta_{\mathcal V}$ :

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = [(2+5t^2)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Portanto,

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'}.$$

Desse modo,

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre Letivo Suplementar - 2021.1

Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal V$  em relação à base  $\beta_{\mathcal V}$ :

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{eta_{\mathcal{V}}'} = [(2+5t^2)]_{eta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -rac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Portanto,

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}}.$$

Desse modo,

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{pmatrix}^{-1}$$

MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre Letivo Suplementar - 2021.1

Coordenadas do vetor em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal V$  em relação à base  $\beta_{\mathcal V}$ :

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{eta_{\mathcal{V}}'} = [(2+5t^2)]_{eta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -rac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Portanto,

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}}.$$

Desse modo,

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal V$  em relação à base  $\beta_{\mathcal V}$ :

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = [(2+5t^2)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Portanto,

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}}.$$
Decrea mode.

Desse modo,

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal V$  em relação à base  $\beta_{\mathcal V}$ :

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = [(2+5t^2)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Portanto,

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}}.$$

Desse modo,

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Coordenadas do vetor em relação à Base

#### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal V$  em relação à base  $\beta_{\mathcal V}$ :

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = [(2+5t^2)]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Portanto,

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}}.$$

Desse modo,

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Mudança de Base

TEOREMA:

Mudança de Base

#### TEOREMA:

Seja  ${\mathcal V}$  um espaço vetorial, de dimensão finita, sobre o corpo  ${\mathbb K};$ 

Mudança de Base

#### TEOREMA:

Seja  ${\mathcal V}$  um espaço vetorial,  $\mbox{\bf de dimens\~ao}$  finita, sobre o corpo  ${\mathbb K}$ ; e sejam

$$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$$
 e

Mudança de Base

#### TEOREMA:

Seja  ${\mathcal V}$  um espaço vetorial, **de dimensão finita**, sobre o corpo  ${\mathbb K}$ ; e sejam

$$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \ \mathbf{e} \ \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$$

Mudança de Base

#### TEOREMA:

Seja  $\mathcal V$  um espaço vetorial, **de dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb K$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal V}^{'}=\{u_1,u_2,\ldots,u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal V$ .

Mudança de Base

#### TEOREMA:

Seja  $\mathcal V$  um espaço vetorial, **de dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb K$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal V}^{'}=\{u_1,u_2,\ldots,u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal V$ . Então, existe **uma única matriz**  $A_n\in\mathcal M_n(\mathbb K)$  **invertível** tal que

Mudança de Base

#### TEOREMA:

Seja  $\mathcal V$  um espaço vetorial, **de dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb K$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal V}^\prime=\{u_1,u_2,\ldots,u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal V$ . Então, existe **uma única matriz**  $A_n\in\mathcal M_n(\mathbb K)$  **invertível** tal que  $\forall u\in\mathcal V$  tem-se que;

Mudança de Base

#### TEOREMA:

Seja  $\mathcal V$  um espaço vetorial, **de dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb K$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal V}^{'}=\{u_1,u_2,\ldots,u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal V$ . Então, existe **uma única matriz**  $A_n\in\mathcal M_n(\mathbb K)$  **invertível** tal que  $\forall u\in\mathcal V$  tem-se que;

(a) 
$$[u]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_n[u]_{\beta_{\mathcal{V}}};$$

Mudança de Base

#### TEOREMA:

Seja  $\mathcal V$  um espaço vetorial, **de dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb K$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal V}^{'}=\{u_1,u_2,\ldots,u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal V$ . Então, existe **uma única matriz**  $A_n\in\mathcal M_n(\mathbb K)$  **invertível** tal que  $\forall u\in\mathcal V$  tem-se que;

(a) 
$$[u]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_n[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$
; e

(b) 
$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_n^{-1}[u]_{\beta_{\mathcal{V}}'}.$$

Mudança de Base

#### TEOREMA:

Seja  $\mathcal V$  um espaço vetorial, **de dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb K$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal V}^{'}=\{u_1,u_2,\ldots,u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal V$ . Então, existe **uma única matriz**  $A_n\in\mathcal M_n(\mathbb K)$  **invertível** tal que  $\forall u\in\mathcal V$  tem-se que;

(a) 
$$[u]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_n[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$
; e

(b) 
$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_n^{-1}[u]_{\beta_{\mathcal{V}}'}.$$

Mudança de Base

TEOREMA: (continuação)

Mudança de Base

TEOREMA: (continuação) Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$ 

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é; \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\},
```

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é; \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \ \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}
```

Mudança de Base

TEOREMA: (continuação) Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é; \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos
que;
u = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j
```

Mudança de Base

```
TEOREMA: (continuação)
```

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j$$
 (1);

Mudança de Base

#### TEOREMA: (continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j$$
 (1); e  $u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i$ 

Mudança de Base

#### TEOREMA: (continuação)

Isto é:  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j$$
 (1); e  $u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i$  (2).

Mudança de Base

### TEOREMA: (continuação)

Isto é:  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$\underline{u} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j$$
 (1);  $\mathbf{e} \ u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i$  (2).

E ainda.

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K}$$

Mudança de Base

```
TEOREMA: (continuação)
```

Isto é:  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos aue:

$$u = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j$$
 (1); e  $u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i$  (2).

E ainda.

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K}$$
 (3);

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é: \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos
aue:
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{j} v_{j}; \forall \lambda_{j} \in \mathbb{K}; \forall j (1); e u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{i} u_{i}; \forall \alpha_{i} \in \mathbb{K}; \forall i (2).
E ainda.
\forall v_i \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_i = \sum_{i=1}^n a_{ii} u_i; \forall a_{ii} \in \mathbb{K} (3);
então, substituindo (3) em (1):
```

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é: \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos
aue:
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K}; \forall j (1); \mathbf{e} \ u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i (2).
E ainda.
\forall v_i \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_i = \sum_{i=1}^n a_{ii} u_i; \forall a_{ii} \in \mathbb{K} (3);
então, substituindo (3) em (1):
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} \left( \sum_{i=1}^{n} a_{ij} u_{i} \right)
```

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é: \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos
aue:
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K}; \forall j (1); \mathbf{e} \ u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i (2).
E ainda.
\forall v_i \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_i = \sum_{i=1}^n a_{ii} u_i; \forall a_{ii} \in \mathbb{K} (3);
então, substituindo (3) em (1):
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} (\sum_{i=1}^{n} a_{ij} u_{i}) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} (a_{ij} \lambda_{i}) u_{i}
```

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é: \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos
aue:
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K}; \forall j (1); \mathbf{e} \ u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i (2).
E ainda.
\forall v_i \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_i = \sum_{i=1}^n a_{ii} u_i; \forall a_{ii} \in \mathbb{K} (3);
então, substituindo (3) em (1):
u = \sum_{i=1}^n \lambda_i \left( \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i \right) = \sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^n \left( a_{ij} \lambda_i \right) u_i = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{i=1}^n a_{ij} \lambda_i \right) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_i \in \mathbb{K}
```

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é: \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos
aue:
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K}; \forall j (1); \mathbf{e} \ u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i (2).
E ainda.
\forall v_i \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_i = \sum_{i=1}^n a_{ii} u_i; \forall a_{ii} \in \mathbb{K} (3);
então, substituindo (3) em (1):
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} \left( \sum_{i=1}^{n} a_{ij} u_{i} \right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left( a_{ij} \lambda_{j} \right) u_{i} = \sum_{i=1}^{n} \left( \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \lambda_{j} \right) u_{i}; \forall a_{ij}, \lambda_{j} \in \mathbb{K}  (4).
```

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é: \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos
aue:
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K}; \forall j (1); \mathbf{e} \ u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i (2).
E ainda.
\forall v_i \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_i = \sum_{i=1}^n a_{ii} u_i; \forall a_{ii} \in \mathbb{K} (3);
então, substituindo (3) em (1):
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} \left( \sum_{i=1}^{n} a_{ij} u_{i} \right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left( a_{ij} \lambda_{j} \right) u_{i} = \sum_{i=1}^{n} \left( \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \lambda_{j} \right) u_{i}; \forall a_{ij}, \lambda_{j} \in \mathbb{K}  (4).
Fazendo (2) = (4):
```

```
TEOREMA: (continuação) Isto é; \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos que; u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j (1); e u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i (2). E ainda, \forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} (3); então, substituindo (3) em (1): u = \sum_{j=1}^n \lambda_j (\sum_{i=1}^n a_{ij} u_i) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K} (4). Fazendo (2) = (4): u = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{j=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{j=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij
```

```
TEOREMA: (continuação) Isto é; \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos que; u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j (1); e u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i (2). E ainda, \forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} (3); então, substituindo (3) em (1): u = \sum_{j=1}^n \lambda_j (\sum_{i=1}^n a_{ij} u_i) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K} (4). Fazendo (2) = (4): u = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\alpha_i) u_i
```

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é: \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos
aue:
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K}; \forall i (1); e u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i (2).
E ainda.
\forall v_i \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_i = \sum_{i=1}^n a_{ii} u_i : \forall a_{ii} \in \mathbb{K} (3):
então, substituindo (3) em (1):
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} \left( \sum_{i=1}^{n} a_{ij} u_{i} \right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left( a_{ij} \lambda_{j} \right) u_{i} = \sum_{i=1}^{n} \left( \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \lambda_{j} \right) u_{i}; \forall a_{ij}, \lambda_{j} \in \mathbb{K}  (4).
Fazendo (2) = (4):
u = \sum_{i=1}^{n} (\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \lambda_i) u_i = \sum_{i=1}^{n} (\alpha_i) u_i \Rightarrow \alpha_i = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} \lambda_j; \forall i
```

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é: \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos
aue:
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K}; \forall i (1); e u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i (2).
E ainda.
\forall v_i \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_i = \sum_{i=1}^n a_{ii} u_i : \forall a_{ii} \in \mathbb{K} (3):
então, substituindo (3) em (1):
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} \left( \sum_{i=1}^{n} a_{ij} u_{i} \right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left( a_{ij} \lambda_{j} \right) u_{i} = \sum_{i=1}^{n} \left( \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \lambda_{j} \right) u_{i}; \forall a_{ij}, \lambda_{j} \in \mathbb{K}  (4).
Fazendo (2) = (4):
u = \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{i=1}^{n} a_{ii} \lambda_{i}\right) u_{i} = \sum_{i=1}^{n} \left(\alpha_{i}\right) u_{i} \Rightarrow \alpha_{i} = \sum_{i=1}^{n} a_{ii} \lambda_{i}; \forall i
Na FORMA MATRICIAL:
```

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é: \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos
aue:
u = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j (1); e u = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j u_j; \forall \alpha_j \in \mathbb{K}; \forall j (2).
E ainda.
\forall v_i \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_i = \sum_{i=1}^n a_{ii} u_i; \forall a_{ii} \in \mathbb{K} (3);
então, substituindo (3) em (1):
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \left( \sum_{i=1}^{n} a_{ij} u_i \right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \left( a_{ij} \lambda_i \right) u_i = \sum_{i=1}^{n} \left( \sum_{i=1}^{n} a_{ij} \lambda_i \right) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_i \in \mathbb{K}  (4).
Fazendo (2) = (4):
u = \sum_{i=1}^{n} (\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \lambda_i) u_i = \sum_{i=1}^{n} (\alpha_i) u_i \Rightarrow \alpha_i = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} \lambda_j; \forall i
Na FORMA MATRICIAL:
  \alpha_1
   \alpha_2
```

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é: \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos
aue:
u = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j (1); e u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i (2).
E ainda.
\forall v_i \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_i = \sum_{i=1}^n a_{ii} u_i; \forall a_{ii} \in \mathbb{K} (3);
então, substituindo (3) em (1):
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \left( \sum_{i=1}^{n} a_{ij} u_i \right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \left( a_{ij} \lambda_i \right) u_i = \sum_{i=1}^{n} \left( \sum_{i=1}^{n} a_{ij} \lambda_i \right) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_i \in \mathbb{K}  (4).
Fazendo (2) = (4):
u = \sum_{i=1}^{n} (\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \lambda_i) u_i = \sum_{i=1}^{n} (\alpha_i) u_i \Rightarrow \alpha_i = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} \lambda_j; \forall i
 Na FORMA MATRICIAL:
   \alpha_2 a_{21} \dots a_{2n}
\begin{vmatrix} \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}
```

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é: \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos
aue:
u = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j (1); e u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i (2).
E ainda.
\forall v_i \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_i = \sum_{i=1}^n a_{ii} u_i; \forall a_{ii} \in \mathbb{K} (3);
então, substituindo (3) em (1):
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \left( \sum_{i=1}^{n} a_{ij} u_i \right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \left( a_{ij} \lambda_i \right) u_i = \sum_{i=1}^{n} \left( \sum_{i=1}^{n} a_{ij} \lambda_i \right) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_i \in \mathbb{K}  (4).
Fazendo (2) = (4):
u = \sum_{i=1}^{n} (\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \lambda_i) u_i = \sum_{i=1}^{n} (\alpha_i) u_i \Rightarrow \alpha_i = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} \lambda_j; \forall i
Na FORMA MATRICIAL:
  \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix}
 \begin{vmatrix} \vdots \\ \alpha_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix}
```

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é: \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos
aue:
u = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j (1); e u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i (2).
E ainda.
\forall v_i \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_i = \sum_{i=1}^n a_{ii} u_i; \forall a_{ii} \in \mathbb{K} (3);
então, substituindo (3) em (1):
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_j \left( \sum_{i=1}^{n} a_{ij} u_i \right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \left( a_{ij} \lambda_j \right) u_i = \sum_{i=1}^{n} \left( \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \lambda_j \right) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K}  (4).
Fazendo (2) = (4):
u = \sum_{i=1}^{n} (\sum_{i=1}^{n} a_{ii} \lambda_i) u_i = \sum_{i=1}^{n} (\alpha_i) u_i \Rightarrow \alpha_i = \sum_{i=1}^{n} a_{ii} \lambda_i; \forall i
 Na FORMA MATRICIAL:
\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} \Rightarrow [u]_{\beta_{\mathcal{V}}'}
```

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é: \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos
aue:
u = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j (1); e u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i (2).
E ainda.
\forall v_i \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_i = \sum_{i=1}^n a_{ii} u_i; \forall a_{ii} \in \mathbb{K} (3);
então, substituindo (3) em (1):
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_j \left( \sum_{i=1}^{n} a_{ij} u_i \right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \left( a_{ij} \lambda_j \right) u_i = \sum_{i=1}^{n} \left( \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \lambda_j \right) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K}  (4).
Fazendo (2) = (4):
u = \sum_{i=1}^{n} (\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \lambda_i) u_i = \sum_{i=1}^{n} (\alpha_i) u_i \Rightarrow \alpha_i = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} \lambda_j; \forall i
 Na FORMA MATRICIAL:
\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} \Rightarrow [u]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_n
```

Mudança de Base

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é: \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos
aue:
u = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j (1); e u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i (2).
E ainda.
\forall v_i \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_i = \sum_{i=1}^n a_{ii} u_i; \forall a_{ii} \in \mathbb{K} (3);
então, substituindo (3) em (1):
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_j \left( \sum_{i=1}^{n} a_{ij} u_i \right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \left( a_{ij} \lambda_j \right) u_i = \sum_{i=1}^{n} \left( \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \lambda_j \right) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K}  (4).
```

$$u = \sum_{i=1}^{n} (\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^{n} (\alpha_i) u_i \Rightarrow \alpha_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \lambda_j; \forall i$$

Na FORMA MATRICIAL:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} \Rightarrow [u]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_n[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

Mudança de Base

```
TEOREMA: (continuação)
Isto é: \forall u \in \mathcal{V} e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \beta_{\mathcal{V}}' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} duas bases ordenadas de \mathcal{V} temos
aue:
u = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j (1); e u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i (2).
E ainda.
\forall v_i \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_i = \sum_{i=1}^n a_{ii} u_i; \forall a_{ii} \in \mathbb{K} (3);
então, substituindo (3) em (1):
u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_j \left( \sum_{i=1}^{n} a_{ij} u_i \right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \left( a_{ij} \lambda_j \right) u_i = \sum_{i=1}^{n} \left( \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \lambda_j \right) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K}  (4).
```

$$u = \sum_{i=1}^{n} (\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^{n} (\alpha_i) u_i \Rightarrow \alpha_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \lambda_j; \forall i$$

Na FORMA MATRICIAL:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} \Rightarrow [u]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_n[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

Matriz Mudança de Base

 $[u]_{\beta_{\mathcal{V}}'}$ 

Matriz Mudança de Base

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_n$$

Matriz Mudança de Base

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_n[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

### Espaços Vetoriais Matriz Mudança de Base

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_n[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

A matriz invertível  $A_n$  é denominada

Matriz Mudança de Base

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_n[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

A matriz invertível  $A_n$  é denominada MATRIZ MUDANCA DA BASE ORDENADA  $\beta_{\mathcal{V}}$ 

Matriz Mudança de Base

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_n[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

A matriz invertível  $A_n$  é denominada MATRIZ MUDANCA DA BASE ORDENADA  $\beta_{\mathcal{V}}$ PARA A BASE ORDENADA  $\beta'_{1}$ ;

Matriz Mudança de Base

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_n[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

A matriz invertível  $A_n$  é denominada MATRIZ MUDANCA DA BASE ORDENADA  $\beta_{\mathcal{V}}$ PARA A BASE ORDENADA  $\beta'_{1}$ ;

cuja j-ésima coluna representa as coordenadas do vetor  $v_i$  em relação à base

Matriz Mudança de Base

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_n[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

A matriz invertível  $A_n$  é denominada MATRIZ MUDANCA DA BASE ORDENADA  $\beta_{\mathcal{V}}$ PARA A BASE ORDENADA  $\beta'_{1}$ ;

cuja j-ésima coluna representa as coordenadas do vetor  $v_i$  em relação à base

NOTAÇÃO:

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_n[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

A matriz invertível  $A_n$  é denominada MATRIZ MUDANCA DA BASE ORDENADA  $\beta_{\mathcal{V}}$ PARA A BASE ORDENADA  $\beta'_{1}$ ;

cuja j-ésima coluna representa as coordenadas do vetor  $v_i$  em relação à base

NOTAÇÃO:

$$A_n = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}}.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}'} = A_n[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

A matriz invertível  $A_n$  é denominada MATRIZ MUDANCA DA BASE ORDENADA  $\beta_{\mathcal{V}}$ PARA A BASE ORDENADA  $\beta'_{1}$ ;

cuja j-ésima coluna representa as coordenadas do vetor  $v_i$  em relação à base

NOTAÇÃO:

$$A_n = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}}.$$

Matriz Mudança de Base

$$A_n^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1}$$

Matriz Mudança de Base

$$A_n^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'}$$

Matriz Mudança de Base

$$A_n^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} =$$

Matriz Mudança de Base

$$A_n^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}} = I_n.$$

Matriz Mudança de Base

#### OBSERVAÇÃO.1:

$$A_{n}^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} [\mathcal{I}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = I_{n}.$$

 $[u]_{\beta_{\lambda}}$ 

Matriz Mudança de Base

$$A_n^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}} = I_n.$$
$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'}$$

Matriz Mudança de Base

$$A_n^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}} = I_n.$$
$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} [u]_{\beta_{\mathcal{V}}'}$$

Matriz Mudança de Base

#### OBSERVAÇÃO.1:

$$A_n^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} = I_n.$$
$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [u]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}$$

OBSERVAÇÃO.2: Para  $\beta_{\mathcal{V}}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ ;

Matriz Mudança de Base

#### OBSERVAÇÃO.1:

$$A_{n}^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = I_{n}.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [u]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}$$

OBSERVAÇÃO.2: Para  $\beta_{\mathcal{V}}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ ; a matriz

$$[\mathcal{I}]_{eta_{\mathcal{V}}}^{eta_{\mathcal{V}}}$$

Matriz Mudança de Base

#### OBSERVAÇÃO.1:

$$A_{n}^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = I_{n}.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [u]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}$$

OBSERVAÇÃO.2: Para  $\beta_{\mathcal{V}}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ ; a matriz

$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = I_n.$$

Matriz Mudança de Base

#### OBSERVAÇÃO.1:

$$A_n^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} = I_n.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [u]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}$$

OBSERVAÇÃO.2: Para  $\beta_{\mathcal{V}}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ ; a matriz

$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = I_n.$$

Matriz Mudança de Base

#### OBSERVAÇÃO.1:

$$A_{n}^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} = I_{n}.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [u]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}$$

OBSERVAÇÃO.2: Para  $\beta_{\mathcal{V}}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ ; a matriz

$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}=I_{n}.$$

$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{'}}^{\beta_{\mathcal{V}}} =$$

Matriz Mudança de Base

#### OBSERVAÇÃO.1:

$$A_{n}^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} = I_{n}.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [u]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}$$

OBSERVAÇÃO.2: Para  $\beta_{\mathcal{V}}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ ; a matriz

$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = I_n.$$

$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

Matriz Mudança de Base

#### OBSERVAÇÃO.1:

$$A_{n}^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} = I_{n}.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [u]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}$$

OBSERVAÇÃO.2: Para  $\beta_{\mathcal{V}}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ ; a matriz

$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}=I_{n}.$$

$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}''}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}''}.$$

Matriz Mudança de Base

#### OBSERVAÇÃO.1:

$$A_{n}^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} = I_{n}.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} [u]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}$$

OBSERVAÇÃO.2: Para  $\beta_{\mathcal{V}}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ ; a matriz

$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}=I_{n}.$$

$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}''}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}''}.$$

Matriz Mudança de Base

#### Exercícios:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas

Matriz Mudança de Base

#### Exercícios:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,0); (0,0,2); (0,1,3)\}$ 

Matriz Mudança de Base

#### Exercícios:

Seja  $\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3}=\{(1,1,0);(0,0,2);(0,1,3)\}$  e  $\beta'_{\mathbb{D}^3} = \{(1,0,0); (0,1,0); (0,0,1)\},\$ 

Matriz Mudança de Base

#### Exercícios:

Seja  $\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3}=\{(1,1,0);(0,0,2);(0,1,3)\}$  e  $\beta'_{\mathbb{R}^3}=\{(1,0,0);(0,1,0);(0,0,1)\}$ , e seja  $u=(-1,3,5)\in\mathbb{R}^3$ .

Matriz Mudança de Base

#### Exercícios:

Seja  $\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3}=\{(1,1,0);(0,0,2);(0,1,3)\}$  e  $\beta'_{\mathbb{R}^3}=\{(1,0,0);(0,1,0);(0,0,1)\}$ , e seja  $u=(-1,3,5)\in\mathbb{R}^3$ .

1. Determine a matriz das coordenadas do vetor  $[u]_{\beta'}$ .

Seja  $\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3}=\{(1,1,0);(0,0,2);(0,1,3)\}$  e  $\beta'_{\mathbb{R}^3}=\{(1,0,0);(0,1,0);(0,0,1)\}$ , e seja  $u=(-1,3,5)\in\mathbb{R}^3$ .

- 1. Determine a matriz das coordenadas do vetor  $[u]_{\beta'_{-2}}$ .
- 2. Determine a matriz mudança de base  $[\mathcal{I}]_{\beta'}^{\beta \nu}$ .

Seja  $\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3}=\{(1,1,0);(0,0,2);(0,1,3)\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{(1,0,0); (0,1,0); (0,0,1)\}, \text{ e seja } u = (-1,3,5) \in \mathbb{R}^3.$ 

- 1. Determine a matriz das coordenadas do vetor  $[u]_{\beta'}$ .
- 2. Determine a matriz mudança de base  $[\mathcal{I}]_{\beta'}^{\beta \nu}$ .
- 3. Determine a matriz das coordenadas do vetor  $[u]_{\beta}$

Seja  $\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3}=\{(1,1,0);(0,0,2);(0,1,3)\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{(1,0,0); (0,1,0); (0,0,1)\}, \text{ e seja } u = (-1,3,5) \in \mathbb{R}^3.$ 

- 1. Determine a matriz das coordenadas do vetor  $[u]_{\beta'}$ .
- 2. Determine a matriz mudança de base  $[\mathcal{I}]_{\beta'}^{\beta \nu}$ .
- 3. Determine a matriz das coordenadas do vetor  $[u]_{\beta_{m3}}$  utilizando a matriz  $[\mathcal{I}]_{\beta'}^{\beta\nu}$ .

Seja  $\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3}=\{(1,1,0);(0,0,2);(0,1,3)\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{(1,0,0); (0,1,0); (0,0,1)\}, \text{ e seja } u = (-1,3,5) \in \mathbb{R}^3.$ 

- 1. Determine a matriz das coordenadas do vetor  $[u]_{\beta'}$ .
- 2. Determine a matriz mudança de base  $[\mathcal{I}]_{\beta'}^{\beta \nu}$ .
- 3. Determine a matriz das coordenadas do vetor  $[u]_{\beta_{m3}}$  utilizando a matriz  $[\mathcal{I}]_{\beta'}^{\beta\nu}$ .

Matriz Mudança de Base

Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

 $\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas

Matriz Mudança de Base

EXERCICIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};$ 

Matriz Mudança de Base

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};$ 

Matriz Mudança de Base

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$ 

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$eta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1};$$

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2};$$

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\, \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\, \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$eta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\}$$

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3\text{, e as bases ordenadas }\beta_{\mathbb{R}^3}=\underbrace{\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}}_{\text{e}_2+3e_3}$$
 e 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}'=\underbrace{\{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1};\underbrace{(0,1,0)}_{e_2};\underbrace{(0,0,1)}_{e_2}\}}_{\text{note que }\beta_{\mathbb{R}^3}'} \text{ \'e a base canônica}!$$

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2+3e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3} \} \text{ note que } \beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\} \text{ note que } \beta_{\mathbb{R}^3}' \text{ é a base canônica!}$$
 
$$[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = ?$$

Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2+3e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3} \} = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\} \text{ note que } \beta_{\mathbb{R}^3}' \notin \text{a base canônica!}$$
 
$$[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2+3e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3} \} \text{ e}$$
 
$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\} \text{ note que } \beta'_{\mathbb{R}^3} \text{ \'e a base canônica!}$$
 
$$[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = ?$$
 Considerando um vetor qualquer  $v = (x,y,z) \in \mathbb{R}^3;$  
$$v = (x,y,z) =$$

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2+3e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3} \} = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\} \text{ note que } \beta_{\mathbb{R}^3}' \text{ é a base canônica!}$$
 
$$[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = ?$$
 Considerando um vetor qualquer  $v = (x,y,z) \in \mathbb{R}^3;$  
$$v = (x,y,z) = x(1,0,0)$$

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\} \text{ note que } \beta_{\mathbb{R}^3}' \text{ \'e a base canônica!}$$
 
$$[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = ?$$
 Considerando um vetor qualquer  $v = (x,y,z) \in \mathbb{R}^3;$  
$$v = (x,y,z) = x(1,0,0) + y(0,1,0)$$

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\} \text{ e}$$
 
$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\} \text{ note que } \beta'_{\mathbb{R}^3} \text{ \'e a base canônica!}$$
 
$$[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = ?$$
 Considerando um vetor qualquer  $v = (x,y,z) \in \mathbb{R}^3;$  
$$v = (x,y,z) = x(1,0,0) + y(0,1,0) + z(0,0,1)$$

```
EXERCÍCIOS: (Respostas)
\mathcal{V}=\mathbb{R}^3, e as bases ordenadas eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)};\, \underbrace{(0,0,2)};\, \underbrace{(0,1,3)}\} e
\beta_{\mathbb{R}^3}^{'} = \{\underbrace{(1,0,0)}_{\text{; }}; \underbrace{(0,1,0)}_{\text{; }}; \underbrace{(0,0,1)}_{\text{note que }} \underline{\beta_{\mathbb{R}^3}^{'}} \text{ \'e a base canônica}!
Considerando um vetor qualquer v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3;
v = (x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) + z(0, 0, 1)
Note que as coordenadas do vetor
```

Matriz Mudança de Base

$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3} \} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3} \} \text{ note que } \beta_{\mathbb{R}^3}' \text{ \'e a base canônica!}$$
 
$$[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

$$v = (x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) + z(0, 0, 1)$$

Note que as coordenadas do vetor são as coordenadas em relação à base canônica:

Matriz Mudança de Base

#### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3} \} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3} \} \text{ note que } \beta_{\mathbb{R}^3}' \text{ \'e a base canônica}!$$
 
$$[u]_{\beta'} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

$$v = (x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) + z(0, 0, 1)$$

Note que as coordenadas do vetor são as coordenadas em relação à base canônica:

$$\begin{bmatrix} v \end{bmatrix}_{eta_{\mathbb{R}^3}'} = egin{bmatrix} x \ y \ z \end{bmatrix}$$

Matriz Mudança de Base

#### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3} \} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3} \} \text{ note que } \beta_{\mathbb{R}^3}' \text{ \'e a base canônica!}$$
 
$$[u]_{\beta'} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v=(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$ ;

$$v = (x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) + z(0, 0, 1)$$

Note que as  $\underline{\text{coordenadas do vetor}}$  são as  $\underline{\text{coordenadas em relação à base canônica}}$ :

$$[v]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \Rightarrow [u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}$$

Matriz Mudança de Base

#### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3} \}$$
 e 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3} \} \text{ note que } \beta_{\mathbb{R}^3}' \text{ é a base canônica!}$$
 
$$[u]_{\beta'} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

$$v = (x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) + z(0, 0, 1)$$

Note que as <u>coordenadas do vetor</u> são as <u>coordenadas em relação à base canônica</u>:

$$[v]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \Rightarrow [u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = [(-1, 3, 5)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = [(-1, 3, 5)]_{\beta'$$

Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3} \} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3} \} \text{ note que } \beta_{\mathbb{R}^3}' \text{ \'e a base canônica!}$$
 
$$[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

$$v = (x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) + z(0, 0, 1)$$

Note que as coordenadas do vetor são as coordenadas em relação à base canônica:

$$\begin{bmatrix} v \end{bmatrix}_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} u \end{bmatrix}_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} (-1, 3, 5) \end{bmatrix}_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3} \} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3} \} \text{ note que } \beta_{\mathbb{R}^3}' \text{ \'e a base canônica!}$$
 
$$[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

$$v = (x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) + z(0, 0, 1)$$

Note que as coordenadas do vetor são as coordenadas em relação à base canônica:

$$\begin{bmatrix} v \end{bmatrix}_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} u \end{bmatrix}_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} (-1, 3, 5) \end{bmatrix}_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Matriz Mudança de Base

Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas

Matriz Mudança de Base

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};$ 

Matriz Mudança de Base

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};$ 

Matriz Mudança de Base

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$ 

Matriz Mudança de Base

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\, \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\, \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$eta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1};$$

Matriz Mudança de Base

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\, \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\, \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2};$$

Matriz Mudança de Base

$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\}$$

 $[(1,1,0)]_{eta_{{\scriptscriptstyle{\mathbb{D}}}3}'}=$ 

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1;}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2;}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\}$$
 Como também,

$$\begin{split} & \text{Exercícios: (Respostas)} \\ & \mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\} \text{ e} \\ & \beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\} \end{split}$$
 Como também, 
$$& [(1,1,0)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1\\1\\0 \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

```
EXERCÍCIOS: (Respostas)
\mathcal{V}=\mathbb{R}^3, e as bases ordenadas eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)};\, \underbrace{(0,0,2)};\, \underbrace{(0,1,3)}\} e
\boldsymbol{\beta}_{\mathbb{R}^3}^{'} = \{ \underbrace{(1,0,0)}_{}; \, \underbrace{(0,1,0)}_{}; \, \underbrace{(0,0,1)}_{} \}
Como também.
[(1,1,0)]_{eta_{\mathbb{R}^3}'} = egin{bmatrix} 1 \ 1 \ 0 \end{bmatrix}; [(0,0,2)]_{eta_{\mathbb{R}^3}'} =
```

```
EXERCÍCIOS: (Respostas)
\mathcal{V}=\mathbb{R}^3, e as bases ordenadas eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)};\, \underbrace{(0,0,2)};\, \underbrace{(0,1,3)}\} e
\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1,0,0)}_{}; \underbrace{(0,1,0)}_{}; \underbrace{(0,0,1)}_{} \}
 Como também,
[(1,1,0)]_{eta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0,0,2)]_{eta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; e,
```

```
EXERCÍCIOS: (Respostas)
   \mathcal{V}=\mathbb{R}^3, e as bases ordenadas eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)};\, \underbrace{(0,0,2)};\, \underbrace{(0,1,3)}\} e
\boldsymbol{\beta}_{\mathbb{R}^3}^{'} = \{ \underbrace{(1,0,0)}_{}; \, \underbrace{(0,1,0)}_{}; \, \underbrace{(0,0,1)}_{} \}
      Como também.
[(1,1,0)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0,0,2)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'}
```

Matriz Mudança de Base

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\,\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\,\underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\}$$

Como também.

$$[(1,1,0)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0,0,2)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \text{ e, } [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Matriz Mudança de Base

#### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\,\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\,\underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3} \}$$

Como também.

$$[(1,1,0)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0,0,2)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; e, [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}} =$$

Matriz Mudança de Base

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\,\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\,\underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_2} \}$$

Como também.

$$[(1,1,0)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \ [(0,0,2)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \ \mathsf{e,} \ [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Portanto, 
$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & & & \end{bmatrix}$$

Matriz Mudança de Base

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\,\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\,\underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_2} \}$$

Como também,

$$[(1,1,0)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \ [(0,0,2)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \ \mathsf{e,} \ [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Portanto,

$$\left[\mathcal{I}\right]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriz Mudança de Base

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\,\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\,\underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_2} \}$$

Como também,

$$\left[ (1,1,0) \right]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}^{'}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \left[ (0,0,2) \right]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}^{'}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \ \mathbf{e}, \ \left[ (0,1,3) \right]_{\beta_{\mathbb{R}^{3}}^{'}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Portanto,

$$[\mathcal{I}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Matriz Mudança de Base

#### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\,\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\,\underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_2} \}$$

Como também.

$$[(1,1,0)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \ [(0,0,2)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \ \mathbf{e}, \ [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

$$[\mathcal{I}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} =$$

Matriz Mudança de Base

#### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\, \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\, \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3} \}$$

Como também.

$$[(1,1,0)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \ [(0,0,2)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \ \mathbf{e}, \ [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} =$$

Matriz Mudança de Base

#### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\, \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\, \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_2} \}$$

Como também.

$$[(1,1,0)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \ [(0,0,2)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \ \mathbf{e}, \ [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz Mudança de Base

#### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3} \}$$

Como também.

$$[(1,1,0)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \ [(0,0,2)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \ \mathsf{e,} \ [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}'}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Matriz Mudança de Base

#### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\, \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\, \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1,0,0)}_{0,1}; \underbrace{(0,1,0)}_{0,1}; \underbrace{(0,0,1)}_{0,1} \}$$

Como também,

$$[(1,1,0)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \ [(0,0,2)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \ \mathsf{e,} \ [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Portanto,

$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz Mudança de Base

#### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\, \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\, \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1,0,0)}_{0,1}; \underbrace{(0,1,0)}_{0,1}; \underbrace{(0,0,1)}_{0,1} \}$$

Como também,

$$[(1,1,0)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \ [(0,0,2)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \ \mathsf{e,} \ [(0,1,3)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Portanto,

$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}} = ([\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}^{\prime}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas

16 MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre Letivo Suplementar - 2021.1

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)};$ 

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};$ 

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$ 

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\underbrace{(0,0,2)}_{2e_2};\underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_2}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1};$$

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\underbrace{(0,0,2)}_{2e_2};\underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_2}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2};$$

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$eta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\}$$

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2+3e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\}$$
 
$$\boxed{\mathcal{I}}_{\beta,\nu}^{\beta'\nu} =$$

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2+3e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\}$$
 
$$\boxed{\mathbf{I}}_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & & & & \\ \end{bmatrix}$$

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2+3e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\}$$
 
$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2+3e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\}$$
 
$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2+3e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3} \} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3} \}$$
 
$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Assim,  $[u]_{\beta_{m,3}}$ 

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3} \} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3} \}$$
 
$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Assim, 
$$[u]_{\beta_{103}} = [(-1,3,5)]_{\beta_{103}} =$$

$$\begin{split} & \text{Exercícios: (Respostas)} \\ & \mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2 + 3e_3} \} \text{ e} \\ & \beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3} \} \\ & [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{split}$$

Assim, 
$$[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1,3,5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'}[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} =$$

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2+3e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\}$$
 
$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
 Assim,  $[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1,3,5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'}[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\}$$
 
$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
 
$$\text{Assim, } [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1,3,5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\}$$
 
$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
 
$$\text{Assim, } [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1,3,5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3} \} \text{ e}$$
 
$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3} \}$$
 
$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
 Assim,  $[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1,3,5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} [u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} =$ 

$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
, e as bases ordenadas  $eta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2};\underbrace{(0,0,2)}_{2e_3};\underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$\beta_{\mathbb{R}^{3}}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{\mathbf{e}_{1}}; \underbrace{(0,1,0)}_{\mathbf{e}_{2}}; \underbrace{(0,0,1)}_{\mathbf{e}_{3}}\}$$
$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2}\\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Assim, } [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1,3,5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'}[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{7}{2} \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2+3e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3}\} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3}\}$$
 
$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathsf{Assim,} \ [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1,3,5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'}[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{7}{2} \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ou seja, u = (-1, 3, 5) =

Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2+3e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3} \} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3} \}$$
 
$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Assim, } [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1,3,5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'}[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{7}{2} \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ou seja, u = (-1, 3, 5) = -1(1, 1, 0)

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0,0,2)}_{2e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3} \}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3} \}$$
 
$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
 Assim,  $[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1,3,5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{7}{2} \\ 4 \end{bmatrix}.$ 

Ou seja, 
$$u = (-1, 3, 5) = -1(1, 1, 0) - \frac{7}{2}(0, 0, 2)$$

Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2+3e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3} \} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3} \}$$
 
$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Assim, 
$$[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1,3,5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'}[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{7}{2} \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ou seja,  $u = (-1, 3, 5) = -1(1, 1, 0) - \frac{7}{2}(0, 0, 2) + 4(0, 1, 3)$ .

Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas) 
$$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3, \text{ e as bases ordenadas } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1,1,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,0,2)}_{e_2+3e_3}; \underbrace{(0,1,3)}_{e_2+3e_3} \} \text{ e}$$
 
$$\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}; \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}; \underbrace{(0,0,1)}_{e_3} \}$$
 
$$[\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Assim, 
$$[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1,3,5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [\mathcal{I}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}'}[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{7}{2} \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ou seja,  $u = (-1, 3, 5) = -1(1, 1, 0) - \frac{7}{2}(0, 0, 2) + 4(0, 1, 3)$ .