Universidade Federal da Bahia - UFBA
Instituto de Matemática e Estatística - IME
Departamento de Matemática

MAT A07 - Álgebra Linear A
Aula 18
Transformações Lineares:
Definição, Propriedades e Exemplos

Professora: Isamara C. Alves

Data: 13/05/2021

Alunos	1^anota	2^anota	3^anota	média aritmética
João	5	5	5	?
Maria	3	4	8	?
Ana	8	3	7	?
Pedro	6	8	10	?

Alunos	1^anota	2^anota	3^anota	média aritmética
João	5	5	5	?
Maria	3	4	8	?
Ana	8	3	7	?
Pedro	6	8	10	?

Como obter a coluna da média aritmética?

Alunos	1^anota	2^anota	3^anota	média aritmética
João	5	5	5	?
Maria	3	4	8	?
Ana	8	3	7	?
Pedro	6	8	10	?

Como obter a coluna da média aritmética?

$$\boxed{\text{média aritmética} = \frac{1}{3}(1^a\text{nota} + 2^a\text{nota} + 3^a\text{nota})}$$

Alunos	1^anota	2^anota	3^anota	média aritmética
João	5	5	5	?
Maria	3	4	8	?
Ana	8	3	7	?
Pedro	6	8	10	?

Como obter a coluna da média aritmética?

$$\boxed{\text{média aritmética} = \frac{1}{3}\left(1^a\text{nota} + 2^a\text{nota} + 3^a\text{nota}\right)}$$

$$\boxed{\text{MÉDIA ARITMÉTICA} = \frac{1}{3}(1^a\text{NOTA} + 2^a\text{NOTA} + 3^a\text{NOTA})}$$

$$\boxed{\text{média aritmética} = \frac{1}{3}(1^a\text{nota} + 2^a\text{nota} + 3^a\text{nota})}$$

Como obter a média aritmética?

$$\text{MÉDIA ARITMÉTICA} = \frac{1}{3}(1^a\text{NOTA} + 2^a\text{NOTA} + 3^a\text{NOTA})$$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?
Podemos utilizar, por exemplo, a **função**:

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$$

$$\text{MÉDIA ARITMÉTICA} = \frac{1}{3}(1^a\text{NOTA} + 2^a\text{NOTA} + 3^a\text{NOTA})$$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?
Podemos utilizar, por exemplo, a **função**:

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \text{ tal que; } \quad \mathcal{F}(x, y, z) = \frac{1}{3}(x + y + z);$$

$$\boxed{\text{MÉDIA ARITMÉTICA} = \frac{1}{3}(1^a\text{NOTA} + 2^a\text{NOTA} + 3^a\text{NOTA})}$$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?
Podemos utilizar, por exemplo, a **função**:

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \text{ tal que; } \quad \mathcal{F}(x, y, z) = \frac{1}{3}(x + y + z);$$

onde, $x = 1^a\text{NOTA};$

$$\boxed{\text{MÉDIA ARITMÉTICA} = \frac{1}{3}(1^a\text{NOTA} + 2^a\text{NOTA} + 3^a\text{NOTA})}$$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?
Podemos utilizar, por exemplo, a **função**:

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \text{ tal que; } \quad \mathcal{F}(x, y, z) = \frac{1}{3}(x + y + z);$$

onde, $x = 1^a$NOTA; y $= 2^a$NOTA

$$\boxed{\text{MÉDIA ARITMÉTICA} = \frac{1}{3}(1^a\text{NOTA} + 2^a\text{NOTA} + 3^a\text{NOTA})}$$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?
Podemos utilizar, por exemplo, a **função**:

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \text{ tal que; } \quad \mathcal{F}(x, y, z) = \frac{1}{3}(x + y + z);$$

onde, $x = 1^a$NOTA; y $= 2^a$NOTA e $z = 3^a$NOTA.

$$\boxed{\text{MÉDIA ARITMÉTICA} = \frac{1}{3}(1^a\text{NOTA} + 2^a\text{NOTA} + 3^a\text{NOTA})}$$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?
Podemos utilizar, por exemplo, a **função**:

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \text{ tal que;} \quad \mathcal{F}(x, y, z) = \frac{1}{3}(x + y + z);$$

onde, $x = 1^a$NOTA; y $= 2^a$NOTA e $z = 3^a$NOTA.
ou, a **função**:

$$\mathcal{G} : \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{4\times 1}(\mathbb{R})$$

$$\boxed{\textsc{média aritmética} = \frac{1}{3}(1^a\textsc{nota} + 2^a\textsc{nota} + 3^a\textsc{nota})}$$

Como obter a média aritmética?
Podemos utilizar, por exemplo, a **função**:

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \text{ tal que; } \quad \mathcal{F}(x, y, z) = \frac{1}{3}(x + y + z);$$

onde, $x = 1^a$nota; y $= 2^a$nota e $z = 3^a$nota.
ou, a **função**:

$$\mathcal{G} : \mathcal{M}_{4\times3}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{4\times1}(\mathbb{R}) \text{ tal que; } \quad \mathcal{G}(A) = \frac{1}{3}(A_{4\times3}B_{3\times1});$$

$$\text{MÉDIA ARITMÉTICA} = \frac{1}{3}(1^a\text{NOTA} + 2^a\text{NOTA} + 3^a\text{NOTA})$$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?
Podemos utilizar, por exemplo, a **função**:

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R} \text{ tal que;} \quad \mathcal{F}(x, y, z) = \frac{1}{3}(x + y + z);$$

onde, $x = 1^a$NOTA; y $= 2^a$NOTA e $z = 3^a$NOTA.
ou, a **função**:

$$\mathcal{G} : \mathcal{M}_{4\times3}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_{4\times1}(\mathbb{R}) \text{ tal que;} \quad \mathcal{G}(A) = \frac{1}{3}(A_{4\times3}B_{3\times1});$$

onde, $A_{4\times3} = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 3 & 4 & 8 \\ 8 & 3 & 7 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}$;

$$\boxed{\text{MÉDIA ARITMÉTICA} = \frac{1}{3}(1^a\text{NOTA} + 2^a\text{NOTA} + 3^a\text{NOTA})}$$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?
Podemos utilizar, por exemplo, a **função**:

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \text{ tal que;} \quad \mathcal{F}(x, y, z) = \frac{1}{3}(x + y + z);$$

onde, $x = 1^a$NOTA; y $= 2^a$NOTA e $z = 3^a$NOTA.
ou, a **função**:

$$\mathcal{G} : \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{4\times 1}(\mathbb{R}) \text{ tal que;} \quad \mathcal{G}(A) = \frac{1}{3}(A_{4\times 3}B_{3\times 1});$$

onde, $A_{4\times 3} = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 3 & 4 & 8 \\ 8 & 3 & 7 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}$; e $B_{3\times 1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ é uma matriz fixa.

Transformações Lineares

Aplicação: PROBLEMA.1: ALUNOS X NOTAS DE PROVAS EM MATA07

$$\boxed{\text{MÉDIA ARITMÉTICA} = \frac{1}{3}(1^a\text{NOTA} + 2^a\text{NOTA} + 3^a\text{NOTA})}$$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?
Podemos utilizar, por exemplo, a **função**:

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \text{ tal que;} \quad \mathcal{F}(x, y, z) = \frac{1}{3}(x + y + z);$$

onde, $x = 1^a$NOTA; y $= 2^a$NOTA e $z = 3^a$NOTA.
ou, a **função**:

$$\mathcal{G} : \mathcal{M}_{4\times3}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{4\times1}(\mathbb{R}) \text{ tal que;} \quad \mathcal{G}(A) = \frac{1}{3}(A_{4\times3}B_{3\times1});$$

onde, $A_{4\times3} = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 3 & 4 & 8 \\ 8 & 3 & 7 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}$; e $B_{3\times1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ é uma matriz fixa.

Como obter a média aritmética?

Como obter a média aritmética?
Então, para

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?
Então, para

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \text{ tal que; } \quad \mathcal{F}(x, y, z) = \frac{1}{3}(x + y + z);$$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?
Então, para

$$\mathcal{F}:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \text{ tal que; } \quad \mathcal{F}(x,y,z) = \frac{1}{3}(x+y+z);$$

temos;

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?
Então, para

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \text{ tal que; } \quad \mathcal{F}(x, y, z) = \frac{1}{3}(x + y + z);$$

temos;

ALUNOS	1^aNOTA	2^aNOTA	3^aNOTA	MÉDIA ARITMÉTICA
João	5	5	5	$\mathcal{F}(5, 5, 5) = \frac{1}{3}(5 + 5 + 5) = 5$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?
Então, para

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \text{ tal que; } \quad \mathcal{F}(x, y, z) = \frac{1}{3}(x + y + z);$$

temos;

Alunos	1^anota	2^anota	3^anota	média aritmética
João	5	5	5	$\mathcal{F}(5,5,5) = \frac{1}{3}(5+5+5) = 5$
Maria	3	4	8	$\mathcal{F}(3,4,8) = \frac{1}{3}(3+4+8) = 5$

Como obter a média aritmética?
Então, para

$$\mathcal{F}:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \text{ tal que; } \quad \mathcal{F}(x,y,z) = \frac{1}{3}(x+y+z);$$

temos;

Alunos	1^anota	2^anota	3^anota	média aritmética
João	5	5	5	$\mathcal{F}(5,5,5) = \frac{1}{3}(5+5+5) = 5$
Maria	3	4	8	$\mathcal{F}(3,4,8) = \frac{1}{3}(3+4+8) = 5$
Ana	8	3	7	$\mathcal{F}(8,3,7) = \frac{1}{3}(8+3+7) = 6$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?
Então, para

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \text{ tal que; } \quad \mathcal{F}(x, y, z) = \frac{1}{3}(x + y + z);$$

temos;

ALUNOS	1^aNOTA	2^aNOTA	3^aNOTA	MÉDIA ARITMÉTICA
João	5	5	5	$\mathcal{F}(5,5,5) = \frac{1}{3}(5+5+5) = 5$
Maria	3	4	8	$\mathcal{F}(3,4,8) = \frac{1}{3}(3+4+8) = 5$
Ana	8	3	7	$\mathcal{F}(8,3,7) = \frac{1}{3}(8+3+7) = 6$
Pedro	6	8	10	$\mathcal{F}(6,8,10) = \frac{1}{3}(6+8+10) = 8$

Como obter a média aritmética?
Então, para

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \text{ tal que;} \quad \mathcal{F}(x, y, z) = \frac{1}{3}(x + y + z);$$

temos;

Alunos	1^anota	2^anota	3^anota	média aritmética
João	5	5	5	$\mathcal{F}(5,5,5) = \frac{1}{3}(5+5+5) = 5$
Maria	3	4	8	$\mathcal{F}(3,4,8) = \frac{1}{3}(3+4+8) = 5$
Ana	8	3	7	$\mathcal{F}(8,3,7) = \frac{1}{3}(8+3+7) = 6$
Pedro	6	8	10	$\mathcal{F}(6,8,10) = \frac{1}{3}(6+8+10) = 8$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?

Agora, utilizando a função $\mathcal{G} : \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{4\times 1}(\mathbb{R})$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?

Agora, utilizando a função $\mathcal{G} : \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{4\times 1}(\mathbb{R})$

$$\mathcal{G}(A) = \frac{1}{3}(A_{4\times 3}B_{3\times 1});$$

Como obter a média aritmética?

Agora, utilizando a função $\mathcal{G} : \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{4\times 1}(\mathbb{R})$

$$\mathcal{G}(A) = \frac{1}{3}(A_{4\times 3}B_{3\times 1});$$

$$C_{4\times 1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 3 & 4 & 8 \\ 8 & 3 & 7 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}$$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?

Agora, utilizando a função $\mathcal{G} : \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{4\times 1}(\mathbb{R})$

$$\mathcal{G}(A) = \frac{1}{3}(A_{4\times 3}B_{3\times 1});$$

$$C_{4\times 1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 3 & 4 & 8 \\ 8 & 3 & 7 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Como obter a média aritmética?

Agora, utilizando a função $\mathcal{G} : \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{4\times 1}(\mathbb{R})$

$$\mathcal{G}(A) = \frac{1}{3}(A_{4\times 3}B_{3\times 1});$$

$$C_{4\times 1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 3 & 4 & 8 \\ 8 & 3 & 7 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}$$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?

Agora, utilizando a função $\mathcal{G} : \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{4\times 1}(\mathbb{R})$

$$\mathcal{G}(A) = \frac{1}{3}(A_{4\times 3}B_{3\times 1});$$

$$C_{4\times 1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 3 & 4 & 8 \\ 8 & 3 & 7 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}$$

ALUNOS	1^aNOTA	2^aNOTA	3^aNOTA	MÉDIA ARITMÉTICA
João	5	5	5	$c_{11} = 5$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?

Agora, utilizando a função $\mathcal{G} : \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{4\times 1}(\mathbb{R})$

$$\mathcal{G}(A) = \frac{1}{3}(A_{4\times 3}B_{3\times 1});$$

$$C_{4\times 1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 3 & 4 & 8 \\ 8 & 3 & 7 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}$$

ALUNOS	1^aNOTA	2^aNOTA	3^aNOTA	MÉDIA ARITMÉTICA
João	5	5	5	$c_{11} = 5$
Maria	3	4	8	$c_{21} = 5$

Como obter a média aritmética?

Agora, utilizando a função $\mathcal{G} : \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{4\times 1}(\mathbb{R})$

$$\mathcal{G}(A) = \frac{1}{3}(A_{4\times 3}B_{3\times 1});$$

$$C_{4\times 1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 3 & 4 & 8 \\ 8 & 3 & 7 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}$$

Alunos	1^anota	2^anota	3^anota	média aritmética
João	5	5	5	$c_{11} = 5$
Maria	3	4	8	$c_{21} = 5$
Ana	8	3	7	$c_{31} = 6$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?

Agora, utilizando a função $\mathcal{G} : \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{4\times 1}(\mathbb{R})$

$$\mathcal{G}(A) = \frac{1}{3}(A_{4\times 3}B_{3\times 1});$$

$$C_{4\times 1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 3 & 4 & 8 \\ 8 & 3 & 7 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}$$

ALUNOS	1^aNOTA	2^aNOTA	3^aNOTA	MÉDIA ARITMÉTICA
João	5	5	5	$c_{11} = 5$
Maria	3	4	8	$c_{21} = 5$
Ana	8	3	7	$c_{31} = 6$
Pedro	6	8	10	$c_{41} = 8$

Como obter a MÉDIA ARITMÉTICA?

Agora, utilizando a função $\mathcal{G} : \mathcal{M}_{4\times3}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{4\times1}(\mathbb{R})$

$$\mathcal{G}(A) = \frac{1}{3}(A_{4\times3}B_{3\times1});$$

$$C_{4\times1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 3 & 4 & 8 \\ 8 & 3 & 7 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}$$

Alunos	1^anota	2^anota	3^anota	média aritmética
João	5	5	5	$c_{11} = 5$
Maria	3	4	8	$c_{21} = 5$
Ana	8	3	7	$c_{31} = 6$
Pedro	6	8	10	$c_{41} = 8$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação (ou função)** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$.

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação (ou função)** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Dizemos que $\mathcal{F}$ é uma Transformação Linear de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação (ou função)** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Dizemos que $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se, $\mathcal{F}$ satisfaz aos seguintes axiomas:

Transformação Linear

Definição

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação (ou função)** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Dizemos que $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se, $\mathcal{F}$ satisfaz aos seguintes axiomas:

(I) $\forall v_1, v_2 \in \mathcal{V}$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação (ou função)** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Dizemos que $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se, $\mathcal{F}$ satisfaz aos seguintes axiomas:

(I) $\forall v_1, v_2 \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação (ou função)** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Dizemos que $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se, $\mathcal{F}$ satisfaz aos seguintes axiomas:

(I) $\forall v_1, v_2 \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação (ou função)** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Dizemos que $\mathcal{F}$ é uma Transformação Linear de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se, $\mathcal{F}$ satisfaz aos seguintes axiomas:

(I) $\forall v_1, v_2 \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$

(II) $\forall v \in \mathcal{V}$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação (ou função)** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Dizemos que $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se, $\mathcal{F}$ satisfaz aos seguintes axiomas:

(I) $\forall v_1, v_2 \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$

(II) $\forall v \in \mathcal{V}$ e $\forall \lambda \in \mathbb{K}$

Transformação Linear

Definição

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação (ou função)** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Dizemos que $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se, $\mathcal{F}$ satisfaz aos seguintes axiomas:

(I) $\forall v_1, v_2 \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$

(II) $\forall v \in \mathcal{V}$ e $\forall \lambda \in \mathbb{K} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) =$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação (ou função)** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Dizemos que $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se, $\mathcal{F}$ satisfaz aos seguintes axiomas:

(I) $\forall v_1, v_2 \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$

(II) $\forall v \in \mathcal{V}$ e $\forall \lambda \in \mathbb{K} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) = \lambda \mathcal{F}(v)$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação (ou função)** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Dizemos que $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se, $\mathcal{F}$ satisfaz aos seguintes axiomas:

(I) $\forall v_1, v_2 \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$

(II) $\forall v \in \mathcal{V}$ e $\forall \lambda \in \mathbb{K} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) = \lambda \mathcal{F}(v)$

NOTAÇÃO:

$$\mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação (ou função)** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Dizemos que $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se, $\mathcal{F}$ satisfaz aos seguintes axiomas:

(I) $\forall v_1, v_2 \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$

(II) $\forall v \in \mathcal{V}$ e $\forall \lambda \in \mathbb{K} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) = \lambda \mathcal{F}(v)$

NOTAÇÃO:

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathcal{V} &\to \mathcal{U} \\ \mathcal{F}(v) &= u; \end{aligned}$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação (ou função)** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Dizemos que $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se, $\mathcal{F}$ satisfaz aos seguintes axiomas:

(I) $\forall v_1, v_2 \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$

(II) $\forall v \in \mathcal{V}$ e $\forall \lambda \in \mathbb{K} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) = \lambda \mathcal{F}(v)$

NOTAÇÃO:

$$\begin{gathered} \mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{U} \\ \mathcal{F}(v) = u; \quad v \in \mathcal{V} \end{gathered}$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação (ou função)** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Dizemos que $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se, $\mathcal{F}$ satisfaz aos seguintes axiomas:

(I) $\forall v_1, v_2 \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$

(II) $\forall v \in \mathcal{V}$ e $\forall \lambda \in \mathbb{K} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) = \lambda \mathcal{F}(v)$

NOTAÇÃO:

$$\mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
$$\mathcal{F}(v) = u; \quad v \in \mathcal{V} \text{ e } u \in \mathcal{U}$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação (ou função)** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Dizemos que $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se, $\mathcal{F}$ satisfaz aos seguintes axiomas:

(I) $\forall v_1, v_2 \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$

(II) $\forall v \in \mathcal{V}$ e $\forall \lambda \in \mathbb{K} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) = \lambda \mathcal{F}(v)$

NOTAÇÃO:

$$\mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
$$\mathcal{F}(v) = u; \quad v \in \mathcal{V} \text{ e } u \in \mathcal{U}$$

1. Indicaremos por $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$

1. Indicaremos por $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ o conjunto de **todas as transformações lineares de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$**,

1. Indicaremos por $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ o conjunto de **todas as transformações lineares de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$**, incluindo a TRANSFORMAÇÃO LINEAR NULA:

1. Indicaremos por $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ o conjunto de **todas as transformações lineares de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$**, incluindo a transformação linear nula:

$$0 : \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$

1. Indicaremos por $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ o conjunto de **todas as transformações lineares de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$**, incluindo a transformação linear nula:

$$0 : \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
$$0(v) = 0; \forall v \in \mathcal{V}$$

1. Indicaremos por $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ o conjunto de **todas as transformações lineares de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$**, incluindo a TRANSFORMAÇÃO LINEAR NULA:

$$0 : \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
$$0(v) = 0; \forall v \in \mathcal{V}$$

2. Uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR $\mathcal{F}$ de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$;

1. Indicaremos por $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ o conjunto de **todas as transformações lineares de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$**, incluindo a TRANSFORMAÇÃO LINEAR NULA:

$$\begin{gathered} 0 : \mathcal{V} \to \mathcal{U} \\ 0(v) = 0; \forall v \in \mathcal{V} \end{gathered}$$

2. Uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR $\mathcal{F}$ de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$; onde $\mathcal{V} = \mathcal{U}$, é também denominada OPERADOR LINEAR.

1. Indicaremos por $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ o conjunto de **todas as transformações lineares de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$**, incluindo a TRANSFORMAÇÃO LINEAR NULA:

$$0 : \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$
$$0(v) = 0; \forall v \in \mathcal{V}$$

2. Uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR $\mathcal{F}$ de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$; onde $\mathcal{V} = \mathcal{U}$, é também denominada OPERADOR LINEAR.
   NOTAÇÃO: $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{U})$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) =$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) =$
$x_1 + x_2 + y_1 + y_2 =$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) =$
$x_1 + x_2 + y_1 + y_2 = (x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) =$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) =$
$x_1 + x_2 + y_1 + y_2 = (x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) =$
$x_1 + x_2 + y_1 + y_2 = (x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R}$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) =$
$x_1 + x_2 + y_1 + y_2 = (x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) =$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = x_1 + x_2 + y_1 + y_2 = (x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) = \mathcal{F}(\lambda x, \lambda y) =$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) =$
$x_1 + x_2 + y_1 + y_2 = (x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) = \mathcal{F}(\lambda x, \lambda y) = \lambda x + \lambda y =$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) =$
$x_1 + x_2 + y_1 + y_2 = (x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) = \mathcal{F}(\lambda x, \lambda y) = \lambda x + \lambda y = \lambda(x + y) =$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = x_1 + x_2 + y_1 + y_2 = (x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) = \mathcal{F}(\lambda x, \lambda y) = \lambda x + \lambda y = \lambda(x + y) = \lambda \mathcal{F}(v)$.

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = x_1 + x_2 + y_1 + y_2 = (x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) = \mathcal{F}(\lambda x, \lambda y) = \lambda x + \lambda y = \lambda(x + y) = \lambda \mathcal{F}(v)$.

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2, w_1 + w_2) =$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t+(w_1+w_2)t^2$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t+(w_1+w_2)t^2-(z_1+z_2)t^3 =$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t+(w_1+w_2)t^2-(z_1+z_2)t^3 =$
$(x_1$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t+(w_1+w_2)t^2-(z_1+z_2)t^3 =$
$(x_1 - y_1 t$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t+(w_1+w_2)t^2-(z_1+z_2)t^3 =$
$(x_1 - y_1 t + w_1 t^2$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t+(w_1+w_2)t^2-(z_1+z_2)t^3 =$
$(x_1 - y_1 t + w_1 t^2 - z_1 t^3) +$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t+(w_1+w_2)t^2-(z_1+z_2)t^3 =$
$(x_1 - y_1 t + w_1 t^2 - z_1 t^3) + (x_2$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t+(w_1+w_2)t^2-(z_1+z_2)t^3 =$
$(x_1 - y_1 t + w_1 t^2 - z_1 t^3) + (x_2 - y_2 t$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t+(w_1+w_2)t^2-(z_1+z_2)t^3 =$
$(x_1 - y_1 t + w_1 t^2 - z_1 t^3) + (x_2 - y_2 t + w_2 t^2$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t+(w_1+w_2)t^2-(z_1+z_2)t^3 =$
$(x_1 - y_1 t + w_1 t^2 - z_1 t^3) + (x_2 - y_2 t + w_2 t^2 - z_2 t^3) =$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t+(w_1+w_2)t^2-(z_1+z_2)t^3 =$
$(x_1 - y_1 t + w_1 t^2 - z_1 t^3) + (x_2 - y_2 t + w_2 t^2 - z_2 t^3) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t+(w_1+w_2)t^2-(z_1+z_2)t^3 =$
$(x_1 - y_1 t + w_1 t^2 - z_1 t^3) + (x_2 - y_2 t + w_2 t^2 - z_2 t^3) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R}$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t+(w_1+w_2)t^2-(z_1+z_2)t^3 =$
$(x_1 - y_1 t + w_1 t^2 - z_1 t^3) + (x_2 - y_2 t + w_2 t^2 - z_2 t^3) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) =$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2, w_1 + w_2) = (x_1 + x_2) - (y_1 + y_2)t + (w_1 + w_2)t^2 - (z_1 + z_2)t^3 =$
$(x_1 - y_1 t + w_1 t^2 - z_1 t^3) + (x_2 - y_2 t + w_2 t^2 - z_2 t^3) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) = \mathcal{F}(\lambda x, \lambda y, \lambda z, \lambda w) =$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t+(w_1+w_2)t^2-(z_1+z_2)t^3 =$
$(x_1 - y_1 t + w_1 t^2 - z_1 t^3) + (x_2 - y_2 t + w_2 t^2 - z_2 t^3) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) = \mathcal{F}(\lambda x, \lambda y, \lambda z, \lambda w) =$
$\lambda x - \lambda yt + \lambda wt^2 - \lambda zt^3 =$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t+(w_1+w_2)t^2-(z_1+z_2)t^3 =$
$(x_1 - y_1 t + w_1 t^2 - z_1 t^3) + (x_2 - y_2 t + w_2 t^2 - z_2 t^3) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) = \mathcal{F}(\lambda x, \lambda y, \lambda z, \lambda w) =$
$\lambda x - \lambda yt + \lambda wt^2 - \lambda zt^3 = \lambda(x - yt + wt^2 - zt^3) =$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t+(w_1+w_2)t^2-(z_1+z_2)t^3 =$
$(x_1 - y_1 t + w_1 t^2 - z_1 t^3) + (x_2 - y_2 t + w_2 t^2 - z_2 t^3) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) = \mathcal{F}(\lambda x, \lambda y, \lambda z, \lambda w) =$
$\lambda x - \lambda yt + \lambda wt^2 - \lambda zt^3 = \lambda(x - yt + wt^2 - zt^3) = \lambda \mathcal{F}(x, y, z, w)$.

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^4 \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1, z_1, w_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2, w_2) \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \mathcal{F}(v_1 + v_2) =$
$\mathcal{F}(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1+w_2) = (x_1+x_2)-(y_1+y_2)t+(w_1+w_2)t^2-(z_1+z_2)t^3 =$
$(x_1 - y_1 t + w_1 t^2 - z_1 t^3) + (x_2 - y_2 t + w_2 t^2 - z_2 t^3) = \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda v) = \mathcal{F}(\lambda x, \lambda y, \lambda z, \lambda w) =$
$\lambda x - \lambda yt + \lambda wt^2 - \lambda zt^3 = \lambda(x - yt + wt^2 - zt^3) = \lambda\mathcal{F}(x, y, z, w)$.

3. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{P}_2(\mathbb{R}))$ tal que;

3. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{P}_2(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \to \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$

3. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{P}_2(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) &\to \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \\ \mathcal{F}(p(t)) &= p^{'}(t) \end{aligned}$$

3. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{P}_2(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) &\to \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \\ \mathcal{F}(p(t)) &= p^{'}(t) \end{aligned}$$

(I) $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$

3. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{P}_2(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) &\to \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \\ \mathcal{F}(p(t)) &= p^{'}(t) \end{aligned}$$

(I) $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \Rightarrow \mathcal{F}(p(t) + q(t)) =$

3. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{P}_2(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \to \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$$
$$\mathcal{F}(p(t)) = p^{'}(t)$$

(I) $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \Rightarrow \mathcal{F}(p(t) + q(t)) = (p(t) + q(t))^{'} =$

3. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{P}_2(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) &\to \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \\ \mathcal{F}(p(t)) &= p^{'}(t) \end{aligned}$$

(I) $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \Rightarrow \mathcal{F}(p(t)+q(t)) = (p(t)+q(t))^{'} = p^{'}(t) + q^{'}(t) =$

3. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{P}_2(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) &\rightarrow \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \\ \mathcal{F}(p(t)) &= p^{'}(t) \end{aligned}$$

(I) $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \Rightarrow \mathcal{F}(p(t) + q(t)) = (p(t) + q(t))^{'} = p^{'}(t) + q^{'}(t) = \mathcal{F}(p(t)) + \mathcal{F}(q(t))$.

3. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{P}_2(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) &\to \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \\ \mathcal{F}(p(t)) &= p^{'}(t) \end{aligned}$$

(I) $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \Rightarrow \mathcal{F}(p(t)+q(t)) = (p(t)+q(t))^{'} = p^{'}(t) + q^{'}(t) = \mathcal{F}(p(t)) + \mathcal{F}(q(t))$.

(II) $\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$

3. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{P}_2(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) &\rightarrow \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \\ \mathcal{F}(p(t)) &= p^{'}(t) \end{aligned}$$

(I) $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \Rightarrow \mathcal{F}(p(t) + q(t)) = (p(t) + q(t))^{'} = p^{'}(t) + q^{'}(t) = \mathcal{F}(p(t)) + \mathcal{F}(q(t))$.

(II) $\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R}$

3. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{P}_2(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) &\to \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \\ \mathcal{F}(p(t)) &= p^{'}(t) \end{aligned}$$

(I) $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \Rightarrow \mathcal{F}(p(t) + q(t)) = (p(t) + q(t))^{'} = p^{'}(t) + q^{'}(t) = \mathcal{F}(p(t)) + \mathcal{F}(q(t))$.

(II) $\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda p(t)) =$

3. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{P}_2(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) &\to \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \\ \mathcal{F}(p(t)) &= p^{'}(t) \end{aligned}$$

(I) $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \Rightarrow \mathcal{F}(p(t) + q(t)) = (p(t) + q(t))^{'} = p^{'}(t) + q^{'}(t) = \mathcal{F}(p(t)) + \mathcal{F}(q(t))$.

(II) $\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda p(t)) = (\lambda p(t))^{'} =$

3. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{P}_2(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) &\to \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \\ \mathcal{F}(p(t)) &= p^{'}(t) \end{aligned}$$

(I) $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \Rightarrow \mathcal{F}(p(t)+q(t)) = (p(t)+q(t))^{'} = p^{'}(t) + q^{'}(t) = \mathcal{F}(p(t)) + \mathcal{F}(q(t))$.

(II) $\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda p(t)) = (\lambda p(t))^{'} = \lambda(p^{'}(t)) =$

3. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{P}_2(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) &\to \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \\ \mathcal{F}(p(t)) &= p^{'}(t) \end{aligned}$$

(I) $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \Rightarrow \mathcal{F}(p(t) + q(t)) = (p(t) + q(t))^{'} = p^{'}(t) + q^{'}(t) = \mathcal{F}(p(t)) + \mathcal{F}(q(t))$.

(II) $\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda p(t)) = (\lambda p(t))^{'} = \lambda(p^{'}(t)) = \lambda \mathcal{F}(p(t))$.

3. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{P}_2(\mathbb{R}))$ tal que;

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) &\to \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \\ \mathcal{F}(p(t)) &= p^{'}(t) \end{aligned}$$

(I) $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \Rightarrow \mathcal{F}(p(t) + q(t)) = (p(t) + q(t))^{'} = p^{'}(t) + q^{'}(t) = \mathcal{F}(p(t)) + \mathcal{F}(q(t))$.

(II) $\forall p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{F}(\lambda p(t)) = (\lambda p(t))^{'} = \lambda(p^{'}(t)) = \lambda \mathcal{F}(p(t))$.

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

4. Seja

$$\mathcal{F}: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$; e

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2;$ e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$
$\mathcal{F}(v_1 + v_2) =$

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$; e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$
$\mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) =$

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$

$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$

$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2;$ e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$

$\mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_1 + x_2 + a, y_1 + y_2 + b) =$

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$; e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$
$\mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_1 + x_2 + a, y_1 + y_2 + b) =$
$(x_1 + a, y_1 + b)$

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2;$ e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$
$\mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_1 + x_2 + a, y_1 + y_2 + b) =$
$(x_1 + a, y_1 + b) + (x_2, y_2) =$

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$; e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$
$\mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_1 + x_2 + a, y_1 + y_2 + b) =$
$(x_1 + a, y_1 + b) + (x_2, y_2) = \mathcal{F}(v_1) +$

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$

$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$

$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$; e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$
$\mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_1 + x_2 + a, y_1 + y_2 + b) =$
$(x_1 + a, y_1 + b) + (x_2, y_2) = \mathcal{F}(v_1) + (x_2, y_2)$

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2;$ e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$
$\mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_1 + x_2 + a, y_1 + y_2 + b) =$
$(x_1 + a, y_1 + b) + (x_2, y_2) = \mathcal{F}(v_1) + (x_2, y_2) \neq \mathcal{F}(v_1) +$

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$; e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$
$\mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_1 + x_2 + a, y_1 + y_2 + b) =$
$(x_1 + a, y_1 + b) + (x_2, y_2) = \mathcal{F}(v_1) + (x_2, y_2) \neq \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2;$ e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$
$\mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_1 + x_2 + a, y_1 + y_2 + b) =$
$(x_1 + a, y_1 + b) + (x_2, y_2) = \mathcal{F}(v_1) + (x_2, y_2) \neq \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2).$

(II) $\forall v = (x, y) \in \mathbb{R}^2;$

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2;$ e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$
$\mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_1 + x_2 + a, y_1 + y_2 + b) =$
$(x_1 + a, y_1 + b) + (x_2, y_2) = \mathcal{F}(v_1) + (x_2, y_2) \neq \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y) \in \mathbb{R}^2; w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R}$

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2;$ e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$
$\mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_1 + x_2 + a, y_1 + y_2 + b) =$
$(x_1 + a, y_1 + b) + (x_2, y_2) = \mathcal{F}(v_1) + (x_2, y_2) \neq \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y) \in \mathbb{R}^2; w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R}$
$\mathcal{F}(\lambda v) =$

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$; e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$
$\mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_1 + x_2 + a, y_1 + y_2 + b) =$
$(x_1 + a, y_1 + b) + (x_2, y_2) = \mathcal{F}(v_1) + (x_2, y_2) \neq \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y) \in \mathbb{R}^2; w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R}$
$\mathcal{F}(\lambda v) = \mathcal{F}(\lambda x, \lambda y) =$

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$; e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$
$\mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_1 + x_2 + a, y_1 + y_2 + b) =$
$(x_1 + a, y_1 + b) + (x_2, y_2) = \mathcal{F}(v_1) + (x_2, y_2) \neq \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y) \in \mathbb{R}^2; w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R}$
$\mathcal{F}(\lambda v) = \mathcal{F}(\lambda x, \lambda y) = (\lambda x + a, \lambda y + b) =$

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2;$ e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$
$\mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_1 + x_2 + a, y_1 + y_2 + b) =$
$(x_1 + a, y_1 + b) + (x_2, y_2) = \mathcal{F}(v_1) + (x_2, y_2) \neq \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y) \in \mathbb{R}^2; w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R}$
$\mathcal{F}(\lambda v) = \mathcal{F}(\lambda x, \lambda y) = (\lambda x + a, \lambda y + b) = \lambda(x, y) + (a, b) =$

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$; e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$
$\mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_1 + x_2 + a, y_1 + y_2 + b) =$
$(x_1 + a, y_1 + b) + (x_2, y_2) = \mathcal{F}(v_1) + (x_2, y_2) \neq \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y) \in \mathbb{R}^2; w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R}$
$\mathcal{F}(\lambda v) = \mathcal{F}(\lambda x, \lambda y) = (\lambda x + a, \lambda y + b) = \lambda(x, y) + (a, b) = \lambda \mathcal{F}(v) + (a, b)$

4. Seja

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$; e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$
$\mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_1 + x_2 + a, y_1 + y_2 + b) =$
$(x_1 + a, y_1 + b) + (x_2, y_2) = \mathcal{F}(v_1) + (x_2, y_2) \neq \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y) \in \mathbb{R}^2; w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R}$
$\mathcal{F}(\lambda v) = \mathcal{F}(\lambda x, \lambda y) = (\lambda x + a, \lambda y + b) = \lambda(x, y) + (a, b) = \lambda \mathcal{F}(v) + (a, b) \neq \lambda \mathcal{F}(v)$.

4. Seja

$$\mathcal{F}:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$\mathcal{F}(v) = v + w; \quad w = (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor arbitrário fixo.}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = (x + a, y + b)$$

(I) $\forall v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2;$ e $w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$
$\mathcal{F}(v_1 + v_2) = \mathcal{F}(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_1 + x_2 + a, y_1 + y_2 + b) =$
$(x_1 + a, y_1 + b) + (x_2, y_2) = \mathcal{F}(v_1) + (x_2, y_2) \neq \mathcal{F}(v_1) + \mathcal{F}(v_2)$.

(II) $\forall v = (x, y) \in \mathbb{R}^2; w = (a, b) \in \mathbb{R}^2$ e $\forall \lambda \in \mathbb{R}$
$\mathcal{F}(\lambda v) = \mathcal{F}(\lambda x, \lambda y) = (\lambda x + a, \lambda y + b) = \lambda(x, y) + (a, b) = \lambda\mathcal{F}(v) + (a, b) \neq \lambda\mathcal{F}(v)$.

Logo; por (I) e (II) temos que $\mathcal{F}(v)$ **não** é uma transformação linear.

1. $\forall \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U}) \Rightarrow \mathcal{F}(0) = 0$

1. $\forall \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U}) \Rightarrow \mathcal{F}(0) = 0$

   Exemplo:

   $\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

1. $\forall \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U}) \Rightarrow \mathcal{F}(0) = 0$

   Exemplo:

   $\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

   $\mathcal{F}(x, y) = x + y$

1. $\forall \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U}) \Rightarrow \mathcal{F}(0) = 0$

   Exemplo:

   $$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
   $$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$
   $$\mathcal{F}(0) = \mathcal{F}(0, 0) = 0$$

Transformações Lineares

Propriedades Imediatas

1. $\forall \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U}) \Rightarrow \mathcal{F}(0) = 0$

   Exemplo:

   $$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
   $$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$
   $$\mathcal{F}(0) = \mathcal{F}(0, 0) = 0$$

2. $\forall \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U}) \Rightarrow \mathcal{F}(-v) = -\mathcal{F}(v); \forall v \in \mathcal{V}$

1. $\forall \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U}) \Rightarrow \mathcal{F}(0) = 0$

   Exemplo:

   $$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
   $$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$
   $$\mathcal{F}(0) = \mathcal{F}(0, 0) = 0$$

2. $\forall \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U}) \Rightarrow \mathcal{F}(-v) = -\mathcal{F}(v); \forall v \in \mathcal{V}$

   Exemplo:

   $$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$

1. $\forall \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U}) \Rightarrow \mathcal{F}(0) = 0$
   Exemplo:
   $$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
   $$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$
   $\mathcal{F}(0) = \mathcal{F}(0, 0) = 0$

2. $\forall \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U}) \Rightarrow \mathcal{F}(-v) = -\mathcal{F}(v); \forall v \in \mathcal{V}$
   Exemplo:
   $$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
   $$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

1. $\forall \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U}) \Rightarrow \mathcal{F}(0) = 0$
   Exemplo:
   $$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
   $$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$
   $\mathcal{F}(0) = \mathcal{F}(0, 0) = 0$

2. $\forall \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U}) \Rightarrow \mathcal{F}(-v) = -\mathcal{F}(v); \forall v \in \mathcal{V}$
   Exemplo:
   $$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
   $$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$
   $\mathcal{F}(-v) = \mathcal{F}(-x, -y) = -x - y = -(x + y) = -\mathcal{F}(v)$

1. $\forall \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U}) \Rightarrow \mathcal{F}(0) = 0$
   Exemplo:
   $$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
   $$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$
   $$\mathcal{F}(0) = \mathcal{F}(0, 0) = 0$$

2. $\forall \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U}) \Rightarrow \mathcal{F}(-v) = -\mathcal{F}(v); \forall v \in \mathcal{V}$
   Exemplo:
   $$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
   $$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$
   $$\mathcal{F}(-v) = \mathcal{F}(-x, -y) = -x - y = -(x + y) = -\mathcal{F}(v)$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e

Transformação Linear

Teorema

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$.

Transformação Linear

Teorema

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Então, $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Então, $\mathcal{F}$ é uma Transformação Linear de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se,

$$\mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) =$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Então, $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se,

$$\mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1)$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Então, $\mathcal{F}$ é uma Transformação Linear de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se,

$$\mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2);$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Então, $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se,

$$\mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2); \forall v_1, v_2 \in \mathcal{V}; \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{K}.$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Então, $\mathcal{F}$ é uma Transformação Linear de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se,

$$\mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2); \forall v_1, v_2 \in \mathcal{V}; \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{K}.$$

Note que,

$$\mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Então, $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se,

$$\mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2); \forall v_1, v_2 \in \mathcal{V}; \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{K}.$$

Note que,

$$\mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$

$$\mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2)$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Então, $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se,

$$\mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2); \forall v_1, v_2 \in \mathcal{V}; \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{K}.$$

Note que,

$$\mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$

$$\mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) \underbrace{=}_{(i)}$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Então, $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se,

$$\mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2); \forall v_1, v_2 \in \mathcal{V}; \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{K}.$$

Note que,

$$\mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) \underbrace{\overset{\mathcal{F}:\mathcal{V}\to\mathcal{U}}{=}}_{(i)} \mathcal{F}(\lambda_1 v_1) + \mathcal{F}(\lambda_2 v_2)$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Então, $\mathcal{F}$ é uma Transformação Linear de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se,

$$\mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2); \forall v_1, v_2 \in \mathcal{V}; \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{K}.$$

Note que,

$$\mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$

$$\mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) \underbrace{=}_{(i)} \mathcal{F}(\lambda_1 v_1) + \mathcal{F}(\lambda_2 v_2) \underbrace{=}_{(ii)}$$

Transformação Linear

Teorema

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Então, $\mathcal{F}$ é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se,

$$\mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2); \forall v_1, v_2 \in \mathcal{V}; \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{K}.$$

Note que,

$$\mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$

$$\mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) \underbrace{=}_{(i)} \mathcal{F}(\lambda_1 v_1) + \mathcal{F}(\lambda_2 v_2) \underbrace{=}_{(ii)} \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2)$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\mathcal{F}$ uma **aplicação** de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$. Então, $\mathcal{F}$ é uma Transformação Linear de $\mathcal{V}$ em $\mathcal{U}$ se, e somente se,

$$\mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2); \forall v_1, v_2 \in \mathcal{V}; \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{K}.$$

Note que,

$$\mathcal{F} : \mathcal{V} \to \mathcal{U}$$

$$\mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) \underbrace{=}_{(i)} \mathcal{F}(\lambda_1 v_1) + \mathcal{F}(\lambda_2 v_2) \underbrace{=}_{(ii)} \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2)$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e

Transformação Linear

Teorema

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$;

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$.

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$.
Então,

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$.
Então,

$$\forall v \in \mathcal{V}$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$.
Então,

$$\forall v \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v)$$

Transformação Linear

Teorema

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$.
Então,

$$\forall v \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{F}(v_i);$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$.
Então,

$$\forall v \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{F}(v_i); \forall \lambda_i \in \mathbb{K}.$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$.
Então,

$$\forall v \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{F}(v_i); \forall \lambda_i \in \mathbb{K}.$$

Isto é; $\forall v \in \mathcal{V}$ e $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$,

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$.
Então,

$$\forall v \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{F}(v_i); \forall \lambda_i \in \mathbb{K}.$$

Isto é; $\forall v \in \mathcal{V}$ e $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$,

$$\mathcal{F}(v) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i) =$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$.
Então,

$$\forall v \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{F}(v_i); \forall \lambda_i \in \mathbb{K}.$$

Isto é; $\forall v \in \mathcal{V}$ e $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$,

$$\mathcal{F}(v) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i) = \mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n) =$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$.
Então,

$$\forall v \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{F}(v_i); \forall \lambda_i \in \mathbb{K}.$$

Isto é; $\forall v \in \mathcal{V}$ e $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$,

$$\mathcal{F}(v) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i) = \mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1)$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$.
Então,

$$\forall v \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{F}(v_i); \forall \lambda_i \in \mathbb{K}.$$

Isto é; $\forall v \in \mathcal{V}$ e $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$,

$$\mathcal{F}(v) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i) = \mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) + \ldots + \lambda_n \mathcal{F}(v_n)$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$.
Então,

$$\forall v \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{F}(v_i); \forall \lambda_i \in \mathbb{K}.$$

Isto é; $\forall v \in \mathcal{V}$ e $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$,

$$\mathcal{F}(v) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i) = \mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) + \ldots + \lambda_n \mathcal{F}(v_n)$$

$$\mathcal{F}(v) =$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$.
Então,

$$\forall v \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{F}(v_i); \forall \lambda_i \in \mathbb{K}.$$

Isto é; $\forall v \in \mathcal{V}$ e $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$,

$$\mathcal{F}(v) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i) = \mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) + \ldots + \lambda_n \mathcal{F}(v_n)$$

$$\mathcal{F}(v) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{F}(v_i).$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$.
Então,

$$\forall v \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(v) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{F}(v_i); \forall \lambda_i \in \mathbb{K}.$$

Isto é; $\forall v \in \mathcal{V}$ e $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$,

$$\mathcal{F}(v) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i) = \mathcal{F}(\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) + \ldots + \lambda_n \mathcal{F}(v_n)$$

$$\mathcal{F}(v) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{F}(v_i).$$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathbb{R}^2 &\to \mathbb{R} \\ \mathcal{F}(x, y) &= x + y \end{aligned}$$

   e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i =$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 +$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

   e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 =$$

Transformações Lineares

Exemplos

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathbb{R}^2 &\to \mathbb{R} \\ \mathcal{F}(x, y) &= x + y \end{aligned}$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2)$$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \\ \mathcal{F}(x, y) &= x + y \end{aligned}$$

   e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) = (\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2)$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \\ \mathcal{F}(x, y) &= x + y \end{aligned}$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) = (\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) =$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\begin{gathered}\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \\ \mathcal{F}(x, y) = x + y\end{gathered}$$

   e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) +$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

   e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) =$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2)$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1)$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F}: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y))$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathbb{R}^2 &\to \mathbb{R} \\ \mathcal{F}(x, y) &= x + y \end{aligned}$$

   e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) = (\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y)) - 3(-\frac{1}{5}(2x + y))$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y)) - 3(-\frac{1}{5}(2x + y)) = (-\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}x) +$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y)) - 3(-\frac{1}{5}(2x + y)) = (-\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}x) + (\frac{2}{5}y + \frac{3}{5}y)$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y)) - 3(-\frac{1}{5}(2x + y)) = (-\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}x) + (\frac{2}{5}y + \frac{3}{5}y) = x + y$.

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) = (\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y)) - 3(-\frac{1}{5}(2x + y)) = (-\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}x) + (\frac{2}{5}y + \frac{3}{5}y) = x + y$.
Observe que:

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y)) - 3(-\frac{1}{5}(2x + y)) = (-\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}x) + (\frac{2}{5}y + \frac{3}{5}y) = x + y$.

Observe que:

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) =$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y)) - 3(-\frac{1}{5}(2x + y)) = (-\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}x) + (\frac{2}{5}y + \frac{3}{5}y) = x + y$.

Observe que:

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) +$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y)) - 3(-\frac{1}{5}(2x + y)) = (-\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}x) + (\frac{2}{5}y + \frac{3}{5}y) = x + y$.
Observe que:
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2)$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y)) - 3(-\frac{1}{5}(2x + y)) = (-\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}x) + (\frac{2}{5}y + \frac{3}{5}y) = x + y$.

Observe que:

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2)$, onde; $\lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y)) - 3(-\frac{1}{5}(2x + y)) = (-\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}x) + (\frac{2}{5}y + \frac{3}{5}y) = x + y$.

Observe que:
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2)$, onde; $\lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y)) - 3(-\frac{1}{5}(2x + y)) = (-\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}x) + (\frac{2}{5}y + \frac{3}{5}y) = x + y$.
Observe que:
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2)$, onde; $\lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) =$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y)) - 3(-\frac{1}{5}(2x + y)) = (-\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}x) + (\frac{2}{5}y + \frac{3}{5}y) = x + y$.

Observe que:

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2)$, onde; $\lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \frac{1}{5}(x - 2y)\mathcal{F}(v_1) +$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

   e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y)) - 3(-\frac{1}{5}(2x + y)) = (-\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}x) + (\frac{2}{5}y + \frac{3}{5}y) = x + y$.

Observe que:

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2)$, onde; $\lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \frac{1}{5}(x - 2y)\mathcal{F}(v_1) + -\frac{1}{5}(2x + y)\mathcal{F}(v_2)$.

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y)) - 3(-\frac{1}{5}(2x + y)) = (-\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}x) + (\frac{2}{5}y + \frac{3}{5}y) = x + y$.
Observe que:
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2)$, onde; $\lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \frac{1}{5}(x - 2y)\mathcal{F}(v_1) + -\frac{1}{5}(2x + y)\mathcal{F}(v_2)$.
Portanto, podemos determinar $\mathcal{F}(x, y)$

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y)) - 3(-\frac{1}{5}(2x + y)) = (-\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}x) + (\frac{2}{5}y + \frac{3}{5}y) = x + y$.

Observe que:

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2)$, onde; $\lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \frac{1}{5}(x - 2y)\mathcal{F}(v_1) + -\frac{1}{5}(2x + y)\mathcal{F}(v_2)$.
Portanto, podemos determinar $\mathcal{F}(x, y)$ se conhecemos os vetores $\mathcal{F}(v_1)$ e

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) =$
$(\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y)) - 3(-\frac{1}{5}(2x + y)) = (-\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}x) + (\frac{2}{5}y + \frac{3}{5}y) = x + y$.

Observe que:
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2)$, onde; $\lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \frac{1}{5}(x - 2y)\mathcal{F}(v_1) + -\frac{1}{5}(2x + y)\mathcal{F}(v_2)$.
Portanto, podemos determinar $\mathcal{F}(x, y)$ se conhecemos os vetores $\mathcal{F}(v_1)$ e $\mathcal{F}(v_2)$.

1. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ tal que;

$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(x, y) = x + y$$

e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{(1, -2), (-2, -1)\}$.

$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v = (x, y) = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \lambda_1(1, -2) + \lambda_2(-2, -1) = (\lambda_1 - 2\lambda_2, -2\lambda_1 - \lambda_2) \Rightarrow \lambda_1 - 2\lambda_2 = x$ e $-2\lambda_1 - \lambda_2 = y \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \mathcal{F}(\sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2) = \lambda_1(1 - 2) + \lambda_2(-2 - 1) \Rightarrow$
$\mathcal{F}(x, y) = -\lambda_1 - 3\lambda_2 = -(\frac{1}{5}(x - 2y)) - 3(-\frac{1}{5}(2x + y)) = (-\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}x) + (\frac{2}{5}y + \frac{3}{5}y) = x + y$.
Observe que:
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \lambda_1 \mathcal{F}(v_1) + \lambda_2 \mathcal{F}(v_2)$, onde; $\lambda_1 = \frac{1}{5}(x - 2y)$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{5}(2x + y)$.
$\forall v \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y) = \frac{1}{5}(x - 2y)\mathcal{F}(v_1) + -\frac{1}{5}(2x + y)\mathcal{F}(v_2)$.
Portanto, podemos determinar $\mathcal{F}(x, y)$ se conhecemos os vetores $\mathcal{F}(v_1)$ e $\mathcal{F}(v_2)$.

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$ e sejam $u_1, u_2, \ldots, u_n$ elementos quaisquer em $\mathcal{U}$.

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$ e sejam $u_1, u_2, \ldots, u_n$ elementos quaisquer em $\mathcal{U}$.

Então,

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$ e sejam $u_1, u_2, \ldots, u_n$ elementos quaisquer em $\mathcal{U}$.

Então, existe uma **única**

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$ e sejam $u_1, u_2, \ldots, u_n$ elementos quaisquer em $\mathcal{U}$.
Então, existe uma **única** $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$ e sejam $u_1, u_2, \ldots, u_n$ elementos quaisquer em $\mathcal{U}$.
Então, existe uma **única** $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;

$$\mathcal{F}(v_i) = u_i;$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$ e sejam $u_1, u_2, \ldots, u_n$ elementos quaisquer em $\mathcal{U}$.
Então, existe uma **única** $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;

$$\mathcal{F}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n.$$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$ e sejam $u_1, u_2, \dots, u_n$ elementos quaisquer em $\mathcal{U}$.

Então, existe uma **única** $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;

$$\mathcal{F}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \dots, n.$$

Isto é; supondo que existe uma outra transformação linear $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$ e sejam $u_1, u_2, \ldots, u_n$ elementos quaisquer em $\mathcal{U}$.
Então, existe uma **única** $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;

$$\mathcal{F}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n.$$

Isto é; supondo que existe uma outra transformação linear $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;
$\mathcal{G}(v_i) = u_i;$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$ e sejam $u_1, u_2, \ldots, u_n$ elementos quaisquer em $\mathcal{U}$.
Então, existe uma **única** $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;

$$\mathcal{F}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n.$$

Isto é; supondo que existe uma outra transformação linear $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que; $\mathcal{G}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n$;

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$ e sejam $u_1, u_2, \ldots, u_n$ elementos quaisquer em $\mathcal{U}$.
Então, existe uma **única** $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;

$$\mathcal{F}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n.$$

Isto é; supondo que existe uma outra transformação linear $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que; $\mathcal{G}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n$; temos, $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$;

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$ e sejam $u_1, u_2, \ldots, u_n$ elementos quaisquer em $\mathcal{U}$.
Então, existe uma **única** $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;

$$\mathcal{F}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n.$$

Isto é; supondo que existe uma outra transformação linear $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;
$\mathcal{G}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n$; temos, $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$;
$\mathcal{G}(v) = \mathcal{G}(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i) =$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$ e sejam $u_1, u_2, \ldots, u_n$ elementos quaisquer em $\mathcal{U}$.
Então, existe uma **única** $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;

$$\mathcal{F}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n.$$

Isto é; supondo que existe uma outra transformação linear $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;
$\mathcal{G}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n$; temos, $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$;
$\mathcal{G}(v) = \mathcal{G}(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{G}(v_i) =$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$ e sejam $u_1, u_2, \ldots, u_n$ elementos quaisquer em $\mathcal{U}$.
Então, existe uma **única** $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ tal que;

$$\mathcal{F}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n.$$

Isto é; supondo que existe uma outra transformação linear $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V},\mathcal{U})$ tal que;
$\mathcal{G}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n$; temos, $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$;
$\mathcal{G}(v) = \mathcal{G}(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{G}(v_i) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i u_i =$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$ e sejam $u_1, u_2, \ldots, u_n$ elementos quaisquer em $\mathcal{U}$.
Então, existe uma **única** $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;

$$\mathcal{F}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n.$$

Isto é; supondo que existe uma outra transformação linear $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;
$\mathcal{G}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n$; temos, $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$;
$\mathcal{G}(v) = \mathcal{G}(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{G}(v_i) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i u_i = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{F}(v_i)$

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$ e sejam $u_1, u_2, \ldots, u_n$ elementos quaisquer em $\mathcal{U}$.
Então, existe uma **única** $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;

$$\mathcal{F}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n.$$

Isto é; supondo que existe uma outra transformação linear $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;
$\mathcal{G}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n$; temos, $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$;
$\mathcal{G}(v) = \mathcal{G}(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{G}(v_i) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i u_i = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{F}(v_i) \Rightarrow \mathcal{G}(v) = \mathcal{F}(v)$.

Sejam $\mathcal{V}$ e $\mathcal{U}$ espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal{V}$ e sejam $u_1, u_2, \ldots, u_n$ elementos quaisquer em $\mathcal{U}$.
Então, existe uma **única** $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;

$$\mathcal{F}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n.$$

Isto é; supondo que existe uma outra transformação linear $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ tal que;
$\mathcal{G}(v_i) = u_i; \forall i = 1, \ldots, n$; temos, $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$;
$\mathcal{G}(v) = \mathcal{G}(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{G}(v_i) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i u_i = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathcal{F}(v_i) \Rightarrow \mathcal{G}(v) = \mathcal{F}(v)$.

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$;

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0), (0,0,-1,0), (0,2,0,0), (0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$;

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$;

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$;

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$.

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
   $v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0)$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
   $v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) +$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
$v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) +$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
   $v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
$v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}$;

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
$v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z;$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
   $v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
   $\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2};$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
$v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
$v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
Agora, aplicando a função em v:

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
$v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
Agora, aplicando a função em v:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) =$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
$v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
Agora, aplicando a função em v:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \lambda_1 \mathcal{F}(2,0,0,0)$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0), (0,0,-1,0), (0,2,0,0), (0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
   $v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
   $\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
   Agora, aplicando a função em v:
   $\mathcal{F}(x,y,z,w) = \lambda_1\mathcal{F}(2,0,0,0) + \lambda_2\mathcal{F}(0,0,-1,0) +$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
$v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
Agora, aplicando a função em v:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \lambda_1\mathcal{F}(2,0,0,0) + \lambda_2\mathcal{F}(0,0,-1,0) + \lambda_3\mathcal{F}(0,2,0,0) +$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
   $v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
   $\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
   Agora, aplicando a função em v:
   $\mathcal{F}(x,y,z,w) = \lambda_1\mathcal{F}(2,0,0,0) + \lambda_2\mathcal{F}(0,0,-1,0) + \lambda_3\mathcal{F}(0,2,0,0) + \lambda_4\mathcal{F}(0,0,0,-1)$;

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
$v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
Agora, aplicando a função em v:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \lambda_1\mathcal{F}(2,0,0,0) + \lambda_2\mathcal{F}(0,0,-1,0) + \lambda_3\mathcal{F}(0,2,0,0) + \lambda_4\mathcal{F}(0,0,0,-1)$;
substituindo λ_i e os vetores $\mathcal{F}(v_i) = u_i; i = 1, \ldots, 4$:

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
$v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
Agora, aplicando a função em v:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \lambda_1\mathcal{F}(2,0,0,0) + \lambda_2\mathcal{F}(0,0,-1,0) + \lambda_3\mathcal{F}(0,2,0,0) + \lambda_4\mathcal{F}(0,0,0,-1)$;
substituindo λ_i e os vetores $\mathcal{F}(v_i) = u_i; i = 1, \ldots, 4$:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) =$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
$v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
Agora, aplicando a função em v:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \lambda_1\mathcal{F}(2,0,0,0) + \lambda_2\mathcal{F}(0,0,-1,0) + \lambda_3\mathcal{F}(0,2,0,0) + \lambda_4\mathcal{F}(0,0,0,-1)$;
substituindo λ_i e os vetores $\mathcal{F}(v_i) = u_i; i = 1,\dots,4$:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \frac{x}{2}(2)$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
   $v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
   $\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
   Agora, aplicando a função em v:
   $\mathcal{F}(x,y,z,w) = \lambda_1\mathcal{F}(2,0,0,0) + \lambda_2\mathcal{F}(0,0,-1,0) + \lambda_3\mathcal{F}(0,2,0,0) + \lambda_4\mathcal{F}(0,0,0,-1)$;
   substituindo λ_i e os vetores $\mathcal{F}(v_i) = u_i; i = 1,\ldots,4$:
   $\mathcal{F}(x,y,z,w) = \frac{x}{2}(2) - z(t^3) +$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
$v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
Agora, aplicando a função em v:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \lambda_1\mathcal{F}(2,0,0,0) + \lambda_2\mathcal{F}(0,0,-1,0) + \lambda_3\mathcal{F}(0,2,0,0) + \lambda_4\mathcal{F}(0,0,0,-1)$;
substituindo λ_i e os vetores $\mathcal{F}(v_i) = u_i; i = 1,\ldots,4$:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \frac{x}{2}(2) - z(t^3) + \frac{y}{2}(-2t) -$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
$v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
Agora, aplicando a função em v:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \lambda_1\mathcal{F}(2,0,0,0) + \lambda_2\mathcal{F}(0,0,-1,0) + \lambda_3\mathcal{F}(0,2,0,0) + \lambda_4\mathcal{F}(0,0,0,-1)$;
substituindo λ_i e os vetores $\mathcal{F}(v_i) = u_i; i = 1,\dots,4$:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \frac{x}{2}(2) - z(t^3) + \frac{y}{2}(-2t) - w(-t^2)$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
   $v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
   $\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
   Agora, aplicando a função em v:
   $\mathcal{F}(x,y,z,w) = \lambda_1\mathcal{F}(2,0,0,0) + \lambda_2\mathcal{F}(0,0,-1,0) + \lambda_3\mathcal{F}(0,2,0,0) + \lambda_4\mathcal{F}(0,0,0,-1)$;
   substituindo λ_i e os vetores $\mathcal{F}(v_i) = u_i; i = 1, \ldots, 4$:
   $\mathcal{F}(x,y,z,w) = \frac{x}{2}(2) - z(t^3) + \frac{y}{2}(-2t) - w(-t^2)$

$$\mathcal{F}(x,y,z,w) =$$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
$v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
Agora, aplicando a função em v:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \lambda_1\mathcal{F}(2,0,0,0) + \lambda_2\mathcal{F}(0,0,-1,0) + \lambda_3\mathcal{F}(0,2,0,0) + \lambda_4\mathcal{F}(0,0,0,-1)$;
substituindo λ_i e os vetores $\mathcal{F}(v_i) = u_i; i = 1,\ldots,4$:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \frac{x}{2}(2) - z(t^3) + \frac{y}{2}(-2t) - w(-t^2)$

$$\mathcal{F}(x,y,z,w) = x$$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
   $v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
   $\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
   Agora, aplicando a função em v:
   $\mathcal{F}(x,y,z,w) = \lambda_1\mathcal{F}(2,0,0,0) + \lambda_2\mathcal{F}(0,0,-1,0) + \lambda_3\mathcal{F}(0,2,0,0) + \lambda_4\mathcal{F}(0,0,0,-1)$;
   substituindo λ_i e os vetores $\mathcal{F}(v_i) = u_i; i = 1,\dots,4$:
   $\mathcal{F}(x,y,z,w) = \frac{x}{2}(2) - z(t^3) + \frac{y}{2}(-2t) - w(-t^2)$

$$\mathcal{F}(x,y,z,w) = x - yt$$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
$v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
Agora, aplicando a função em v:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \lambda_1\mathcal{F}(2,0,0,0) + \lambda_2\mathcal{F}(0,0,-1,0) + \lambda_3\mathcal{F}(0,2,0,0) + \lambda_4\mathcal{F}(0,0,0,-1)$;
substituindo λ_i e os vetores $\mathcal{F}(v_i) = u_i; i = 1,\ldots,4$:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \frac{x}{2}(2) - z(t^3) + \frac{y}{2}(-2t) - w(-t^2)$

$$\mathcal{F}(x,y,z,w) = x - yt + wt^2$$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
$v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
Agora, aplicando a função em v:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \lambda_1\mathcal{F}(2,0,0,0) + \lambda_2\mathcal{F}(0,0,-1,0) + \lambda_3\mathcal{F}(0,2,0,0) + \lambda_4\mathcal{F}(0,0,0,-1)$;
substituindo λ_i e os vetores $\mathcal{F}(v_i) = u_i; i = 1,\ldots,4$:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \frac{x}{2}(2) - z(t^3) + \frac{y}{2}(-2t) - w(-t^2)$

$$\mathcal{F}(x,y,z,w) = x - yt + wt^2 - zt^3.$$

2. Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$; seja $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(2,0,0,0),(0,0,-1,0),(0,2,0,0),(0,0,0,-1)\}$ uma base ordenada e sejam os vetores $u_1, u_2, u_3, u_4 \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$: $u_1 = \mathcal{F}(2,0,0,0) = 2$; $u_2 = \mathcal{F}(0,0,-1,0) = t^3$; $u_3 = \mathcal{F}(0,2,0,0) = -2t$; $u_4 = \mathcal{F}(0,0,0,-1) = -t^2$. Encontre a transformação linear $\mathcal{F}(x,y,z,w)$.
$v = (x,y,z,w) = \lambda_1(2,0,0,0) + \lambda_2(0,0,-1,0) + \lambda_3(0,2,0,0) + \lambda_4(0,0,0,-1)$
$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{x}{2}; \lambda_2 = -z; \lambda_3 = \frac{y}{2}; \lambda_4 = -w.$
Agora, aplicando a função em v:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \lambda_1\mathcal{F}(2,0,0,0) + \lambda_2\mathcal{F}(0,0,-1,0) + \lambda_3\mathcal{F}(0,2,0,0) + \lambda_4\mathcal{F}(0,0,0,-1)$;
substituindo λ_i e os vetores $\mathcal{F}(v_i) = u_i; i = 1,\ldots,4$:
$\mathcal{F}(x,y,z,w) = \frac{x}{2}(2) - z(t^3) + \frac{y}{2}(-2t) - w(-t^2)$

$$\mathcal{F}(x,y,z,w) = x - yt + wt^2 - zt^3.$$

1. Verifique se a aplicação definida abaixo é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR:

1. Verifique se a aplicação definida abaixo é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR:

$$\mathcal{F} : \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(A) = tr(A)$$

1. Verifique se a aplicação definida abaixo é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR:

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) &\rightarrow \mathbb{R} \\ \mathcal{F}(A) &= tr(A) \end{aligned}$$

2. Verifique se a aplicação definida abaixo é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR:

1. Verifique se a aplicação definida abaixo é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR:

$$\mathcal{F} : \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(A) = tr(A)$$

2. Verifique se a aplicação definida abaixo é uma TRANSFORMAÇÃO LINEAR:

$$\mathcal{F} : \mathcal{P}_n(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(p(t)) = \int_a^b p(t)dt$$

3. Encontre a TRANSFORMAÇÃO LINEAR $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ tal que

3. Encontre a TRANSFORMAÇÃO LINEAR $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ tal que

$$\mathcal{F}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{F}(e_2) = -e_4; \mathcal{F}(e_3) = 2e_1; \mathcal{F}(e_4) = e_3 + e_4.$$

3. Encontre a TRANSFORMAÇÃO LINEAR $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ tal que

$$\mathcal{F}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{F}(e_2) = -e_4; \mathcal{F}(e_3) = 2e_1; \mathcal{F}(e_4) = e_3 + e_4.$$

4. Encontre o OPERADOR LINEAR $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que

3. Encontre a TRANSFORMAÇÃO LINEAR $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ tal que

$$\mathcal{F}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{F}(e_2) = -e_4; \mathcal{F}(e_3) = 2e_1; \mathcal{F}(e_4) = e_3 + e_4.$$

4. Encontre o OPERADOR LINEAR $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que

$$\mathcal{F}(e_1) = e_3; \mathcal{F}(e_2 - e_3) = e_2; \mathcal{F}(-2e_2) = 2e_1.$$

3. Encontre a TRANSFORMAÇÃO LINEAR $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ tal que

$$\mathcal{F}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{F}(e_2) = -e_4; \mathcal{F}(e_3) = 2e_1; \mathcal{F}(e_4) = e_3 + e_4.$$

4. Encontre o OPERADOR LINEAR $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que

$$\mathcal{F}(e_1) = e_3; \mathcal{F}(e_2 - e_3) = e_2; \mathcal{F}(-2e_2) = 2e_1.$$