= (predicable binário)] súmboles V. 3 (quantificableres)] lógicos s (simbola funcional unério) simbolos o (constante) próprios de PA (,) parcenteses e variáreis (x1,x2,...,X,y, z,...)

€ 3 Yermon: (1) Toda variavel e toda constente são termos. (2) Se ti,..., to são termos e fé on simbolo funcional n-ázio, então f(t,...,tn) é ma termo. (3) Todos os termos são obtidos por meio de ma quantidade finita de aplicações de (1) e(2).

Termos de PA: 0, x,, x2, ..., s(0), s(x,), s(x2),..., s(0), s(x) ...

Fórmulas atómicas. Para todo predicado m-ário P, dados os termos

ti,..., tn, P(ti..., tn) é una fórmula atômica e todos as fórmulas atômicas são eleste tipo.

F. at. de PA: t1=t2 com t, et 2 termos.

(1) Toda fórmba atômica é ma fórmba. (2) Sejam 4, 4 fómiles e seja x ma variavel livre (ou seja, mão previamente quentificada). Então todas os seguintes são fórmulas: φ > ψ, τφ, φλη, ψνη, ∀×ψ, ∃×ψ.

(3) Todas as fórmulas são obtidas aplicando (1) e(2) me quantidade finita de vezes.

$$\forall x \exists y \left((s(x) = y) \rightarrow (z = x \lor z = y) \right) \otimes \alpha = 1$$

$$\downarrow (2) \text{ deans verses} : \forall x , \exists y$$

$$\left(s(x) = y \right) \rightarrow \left(z = x \lor z = y \right)$$

$$\downarrow (2)$$

$$\downarrow (3)$$

$$\downarrow (2)$$

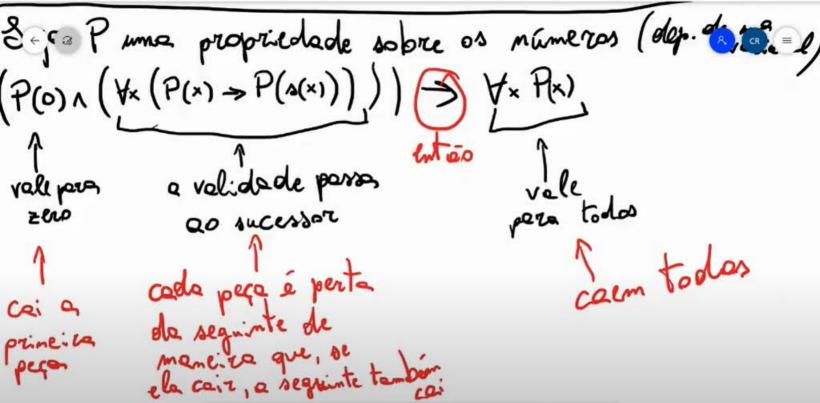
$$\downarrow ($$

 $\exists \times (z = s(x) \rightarrow x)$ (2) ∃x x = √(×) → × e (x) não é fózmula

Linguagem, fórmulas. Axiomes proprios de PA (PAI) $\forall x \ 7(S(x)=0)$ (zero mão à sucersor de minquém) (PAZ) $\forall x \ \forall y \ (S(x)=S(y) \rightarrow x=y)$ (mimeros diferentes têm) sucersores diferentes) (PA3) Para toda fórmula y = y(x,x,,-,x,) ma vez: ével livre x e mas varioreis vinciladas x,,-,x, vale:

(ψ(ο,×1,···,×n) Λ (∀x (ψ(×,×1,··,×n) → ψ(s(×),×1,···,×n)))) →

→ ∀x ψ(×1,×1,···,×n) (peincipio de indução)



S1) $\forall x (x+0=x)$

(52) 4x 4y (x+x(y)=&(x+y)) (P1) ∀x (x·0=0) (P2) ∀x ∀y (x·3(y) = x·y +x)

Teorema da PA:
$$\forall x \forall y \forall z ((x \cdot y) + z = x + (y + z))$$

Indução en z, on seja, von provar es requintes:

Bese de indução: $\forall x \forall y ((x + y) + 0 = x + (y + 0))$

Parso de indução: Yx Yy ((x+y)+ = x+(y+z)) > (k+y)+8(z)=x+(y+s(z)))

Box: (x+y)+0=x+y=x+(y+0)

Passo:
$$H_{p}$$
: $(x+y)+z=x+(y+z)$
Year: $(x+y)+a(z)=x+(y+a(z))$
 $(x+y)+a(z)=b(x+y)+z=a(x+(y+z))=$

 $= \times + \Delta(y+z) \stackrel{(52)}{=} \times + (y+3(z))$

Pelo axiome (PA3), vale: \fx\fy\fz((x+y)+z=x+(y+z)).

Teoreme
$$\forall x (x=0 \lor \exists y (x=\delta(y)))$$

Base: $0=0 \lor \exists y (0=\delta(y)) \lor \delta b \lor i \Leftrightarrow$

Passo: $(x=0 \lor \exists y (x=\delta(y))) \Rightarrow (\delta(x)=0 \lor \exists y (\delta(x)=\delta(y)))$

é verificade com y=x.