



Universidade Federal da Bahia - UFBA
Instituto de Matemática e Estatística - IME
Departamento de Matemática



MAT A07 - Álgebra Linear A

Aula 6 - Matrizes e Sistemas Lineares

Matrizes Semelhantes, Sistemas de Equações
Lineares Homogêneos e Equivalentes



Professora: Isamara Alves

18/03/2021

Matrizes Semelhantes

Definição

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é SEMELHANTE à matriz B

Matrizes Semelhantes

Definição

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é SEMELHANTE à matriz B se, e somente se,

Matrizes Semelhantes

Definição

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é SEMELHANTE à matriz B se, e somente se, existir uma **matriz invertível** P de mesma ordem tal que $P^{-1}AP = B$.

Matrizes Semelhantes

Definição

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é SEMELHANTE à matriz B se, e somente se, existir uma **matriz invertível** P de mesma ordem tal que $P^{-1}AP = B$.

NOTAÇÃO: $A \sim B$.

Matrizes Semelhantes

Definição

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é SEMELHANTE à matriz B se, e somente se, existir uma **matriz invertível** P de mesma ordem tal que $P^{-1}AP = B$.

NOTAÇÃO: $A \sim B$.

OBSERVAÇÃO: Note que

$$P^{-1}AP = B \Rightarrow PP^{-1}AP = PB \Rightarrow AP = PB.$$

Matrizes Semelhantes

Definição

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é SEMELHANTE à matriz B se, e somente se, existir uma **matriz invertível** P de mesma ordem tal que $P^{-1}AP = B$.

NOTAÇÃO: $A \sim B$.

OBSERVAÇÃO: Note que

$$P^{-1}AP = B \Rightarrow PP^{-1}AP = PB \Rightarrow AP = PB.$$

ou seja; não precisamos conhecer a inversa da matriz P .

Matrizes Semelhantes

Definição

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é SEMELHANTE à matriz B se, e somente se, existir uma **matriz invertível** P de mesma ordem tal que $P^{-1}AP = B$.

NOTAÇÃO: $A \sim B$.

OBSERVAÇÃO: Note que

$$P^{-1}AP = B \Rightarrow PP^{-1}AP = PB \Rightarrow AP = PB.$$

ou seja; não precisamos conhecer a inversa da matriz P .

E ainda, a matriz P não é única para um determinado par de matrizes semelhantes.

Matrizes Semelhantes

Definição

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz A é SEMELHANTE à matriz B se, e somente se, existir uma **matriz invertível** P de mesma ordem tal que $P^{-1}AP = B$.

NOTAÇÃO: $A \sim B$.

OBSERVAÇÃO: Note que

$$P^{-1}AP = B \Rightarrow PP^{-1}AP = PB \Rightarrow AP = PB.$$

ou seja; não precisamos conhecer a inversa da matriz P .

E ainda, a matriz P não é única para um determinado par de matrizes semelhantes.

Matrizes Semelhantes

Exemplo.1

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

Matrizes Semelhantes

Exemplo.1

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e

Matrizes Semelhantes

Exemplo.1

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

Matrizes Semelhantes

Exemplo.1

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

Matrizes Semelhantes

Exemplo.1

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} =$$

Matrizes Semelhantes

Exemplo.1

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Matrizes Semelhantes

Exemplo.1

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a + 2c & b + 2d \\ -c & -d \end{bmatrix} =$$

Matrizes Semelhantes

Exemplo.1

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a + 2c & b + 2d \\ -c & -d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a - 2b & -b \\ c - 2d & -d \end{bmatrix} \Rightarrow a = 1; b = -1; c = 1; d = 1$$

Matrizes Semelhantes

Exemplo.1

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a + 2c & b + 2d \\ -c & -d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a - 2b & -b \\ c - 2d & -d \end{bmatrix} \Rightarrow a = 1; b = -1; c = 1; d = 1$$

logo, para $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ temos que A e B são semelhantes.

Matrizes Semelhantes

Exemplo.1

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a + 2c & b + 2d \\ -c & -d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a - 2b & -b \\ c - 2d & -d \end{bmatrix} \Rightarrow a = 1; b = -1; c = 1; d = 1$$

logo, para $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ temos que A e B são semelhantes.

OBSERVAÇÃO: Note, por exemplo, que a matriz $N = 2P$ também é invertível

Matrizes Semelhantes

Exemplo.1

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a + 2c & b + 2d \\ -c & -d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a - 2b & -b \\ c - 2d & -d \end{bmatrix} \Rightarrow a = 1; b = -1; c = 1; d = 1$$

logo, para $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ temos que A e B são semelhantes.

OBSERVAÇÃO: Note, por exemplo, que a matriz $N = 2P$ também é invertível e satisfaz: $AN = NB$.

Matrizes Semelhantes

Exemplo.1

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a + 2c & b + 2d \\ -c & -d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a - 2b & -b \\ c - 2d & -d \end{bmatrix} \Rightarrow a = 1; b = -1; c = 1; d = 1$$

logo, para $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ temos que A e B são semelhantes.

OBSERVAÇÃO: Note, por exemplo, que a matriz $N = 2P$ também é invertível e satisfaz: $AN = NB$.

Matrizes Semelhantes

Exemplo.2

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

Matrizes Semelhantes

Exemplo.2

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e

Matrizes Semelhantes

Exemplo.2

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

Matrizes Semelhantes

Exemplo.2

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

Matrizes Semelhantes

Exemplo.2

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} =$$

Matrizes Semelhantes

Exemplo.2

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Matrizes Semelhantes

Exemplo.2

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a + 2c & b + 2d \\ 2a + c & 2b + d \end{bmatrix} =$$

Matrizes Semelhantes

Exemplo.2

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a + 2c & b + 2d \\ 2a + c & 2b + d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a + b & a + 2b \\ 2c + d & c + 2d \end{bmatrix}$$

Matrizes Semelhantes

Exemplo.2

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a+2c & b+2d \\ 2a+c & 2b+d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+b & a+2b \\ 2c+d & c+2d \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a+2c=2a+b & b+2d=a+2b \\ 2a+c=2c+d & 2b+d=c+2d \end{bmatrix}$$

Matrizes Semelhantes

Exemplo.2

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a+2c & b+2d \\ 2a+c & 2b+d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+b & a+2b \\ 2c+d & c+2d \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a+2c=2a+b & b+2d=a+2b \\ 2a+c=2c+d & 2b+d=c+2d \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a=d; c=d; b=d;$$

$$\text{logo, } P_2 = \begin{bmatrix} d & d \\ d & d \end{bmatrix}$$

Matrizes Semelhantes

Exemplo.2

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a+2c & b+2d \\ 2a+c & 2b+d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+b & a+2b \\ 2c+d & c+2d \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a+2c=2a+b & b+2d=a+2b \\ 2a+c=2c+d & 2b+d=c+2d \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a=d; c=d; b=d;$$

$$\text{logo, } P_2 = \begin{bmatrix} d & d \\ d & d \end{bmatrix} \Rightarrow P_2 \text{ não é invertível,}$$

Matrizes Semelhantes

Exemplo.2

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a+2c & b+2d \\ 2a+c & 2b+d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+b & a+2b \\ 2c+d & c+2d \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a+2c=2a+b & b+2d=a+2b \\ 2a+c=2c+d & 2b+d=c+2d \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a=d; c=d; b=d;$$

logo, $P_2 = \begin{bmatrix} d & d \\ d & d \end{bmatrix} \Rightarrow P_2$ não é invertível, $\Rightarrow \nexists P$ tal que $AP = PB \Rightarrow$ as matrizes não são semelhantes.

Matrizes Semelhantes

Exemplo.2

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim B \Rightarrow AP = PB$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a+2c & b+2d \\ 2a+c & 2b+d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+b & a+2b \\ 2c+d & c+2d \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a+2c=2a+b & b+2d=a+2b \\ 2a+c=2c+d & 2b+d=c+2d \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a=d; c=d; b=d;$$

logo, $P_2 = \begin{bmatrix} d & d \\ d & d \end{bmatrix} \Rightarrow P_2$ não é invertível, $\Rightarrow \nexists P$ tal que $AP = PB \Rightarrow$ as matrizes não são semelhantes.

Matrizes - Determinantes

Propriedades

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

Matrizes - Determinantes

Propriedades

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

PROPRIEDADES:

1. REFLEXIVA: $A \sim A$.

Matrizes - Determinantes

Propriedades

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

PROPRIEDADES:

1. REFLEXIVA: $A \sim A$.
2. SIMÉTRICA: Se $A \sim B$ então $B \sim A$.

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

PROPRIEDADES:

1. REFLEXIVA: $A \sim A$.
2. SIMÉTRICA: Se $A \sim B$ então $B \sim A$.
3. TRANSITIVA: Se $(A \sim B)$ e $(B \sim C)$ então $A \sim C$.

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

PROPRIEDADES:

1. REFLEXIVA: $A \sim A$.
2. SIMÉTRICA: Se $A \sim B$ então $B \sim A$.
3. TRANSITIVA: Se $(A \sim B)$ e $(B \sim C)$ então $A \sim C$.

Matrizes Semelhantes

Teorema

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tais que $A \sim B$.

Matrizes Semelhantes

Teorema

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tais que $A \sim B$. Então;

1. $tr(A) = tr(B)$
2. $det(A) = det(B)$.

Matrizes Semelhantes

Teorema

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tais que $A \sim B$. Então;

1. $tr(A) = tr(B)$
2. $det(A) = det(B)$.
3. A é invertível se, e somente se, B for invertível.

Matrizes Semelhantes

Teorema

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tais que $A \sim B$. Então;

1. $tr(A) = tr(B)$
2. $det(A) = det(B)$.
3. A é invertível se, e somente se, B for invertível.
4. $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$.

Matrizes Semelhantes

Teorema

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tais que $A \sim B$. Então;

1. $tr(A) = tr(B)$
2. $\det(A) = \det(B)$.
3. A é invertível se, e somente se, B for invertível.
4. $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$.
5. $\det(A - \lambda I_n) = \det(B - \lambda I_n)$.

Matrizes Semelhantes

Teorema

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tais que $A \sim B$. Então;

1. $tr(A) = tr(B)$
2. $det(A) = det(B)$.
3. A é invertível se, e somente se, B for invertível.
4. $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$.
5. $det(A - \lambda I_n) = det(B - \lambda I_n)$.

OBSERVAÇÃO: Podemos utilizar este teorema para verificar quando duas matrizes não são semelhantes;

Matrizes Semelhantes

Teorema

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tais que $A \sim B$. Então;

1. $tr(A) = tr(B)$
2. $det(A) = det(B)$.
3. A é invertível se, e somente se, B for invertível.
4. $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$.
5. $det(A - \lambda I_n) = det(B - \lambda I_n)$.

OBSERVAÇÃO: Podemos utilizar este teorema para verificar quando duas matrizes não são semelhantes; porém, duas matrizes podem satisfazer as propriedades deste teorema e não serem semelhantes.

Matrizes Semelhantes

Teorema

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tais que $A \sim B$. Então;

1. $tr(A) = tr(B)$
2. $det(A) = det(B)$.
3. A é invertível se, e somente se, B for invertível.
4. $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$.
5. $det(A - \lambda I_n) = det(B - \lambda I_n)$.

OBSERVAÇÃO: Podemos utilizar este teorema para verificar quando duas matrizes não são semelhantes; porém, duas matrizes podem satisfazer as propriedades deste teorema e não serem semelhantes.

Matrizes Semelhantes

Exemplos

1. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

Matrizes Semelhantes

Exemplos

1. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e

Matrizes Semelhantes

Exemplos

1. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$;

Matrizes Semelhantes

Exemplos

1. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$;
 $A \sim B$?

Matrizes Semelhantes

Exemplos

1. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$;

$$A \sim B?$$

$$\det(A) = -3 \neq \det(B) = 3$$

Matrizes Semelhantes

Exemplos

1. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$;

$$A \sim B?$$

$$\det(A) = -3 \neq \det(B) = 3 \Rightarrow A \not\sim B.$$

Matrizes Semelhantes

Exemplos

1. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$;

$$A \sim B?$$

$$\det(A) = -3 \neq \det(B) = 3 \Rightarrow A \not\sim B.$$

2. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Matrizes Semelhantes

Exemplos

1. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$;

$$A \sim B?$$

$$\det(A) = -3 \neq \det(B) = 3 \Rightarrow A \not\sim B.$$

2. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e

Matrizes Semelhantes

Exemplos

1. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$;

$$A \sim B?$$

$$\det(A) = -3 \neq \det(B) = 3 \Rightarrow A \not\sim B.$$

2. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$;

Matrizes Semelhantes

Exemplos

1. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$;

$$A \sim B?$$

$$\det(A) = -3 \neq \det(B) = 3 \Rightarrow A \not\sim B.$$

2. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A \sim B?$

Matrizes Semelhantes

Exemplos

1. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$;

$A \sim B$?

$\det(A) = -3 \neq \det(B) = 3 \Rightarrow A \not\sim B$.

2. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A \sim B$?

▶ $\text{tr}(A) = \text{tr}(B) = 2$

▶ $\det(A) = \det(B) = 1$;

Matrizes Semelhantes

Exemplos

1. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$;

$A \sim B$?

$\det(A) = -3 \neq \det(B) = 3 \Rightarrow A \not\sim B$.

2. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A \sim B$?

- ▶ $\text{tr}(A) = \text{tr}(B) = 2$
- ▶ $\det(A) = \det(B) = 1$;
- ▶ $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B) = 2$;

Matrizes Semelhantes

Exemplos

1. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$;

$A \sim B$?

$\det(A) = -3 \neq \det(B) = 3 \Rightarrow A \not\sim B$.

2. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A \sim B$?

▶ $\text{tr}(A) = \text{tr}(B) = 2$

▶ $\det(A) = \det(B) = 1$;

▶ $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B) = 2$;

▶ A e B são invertíveis; e,

Matrizes Semelhantes

Exemplos

1. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$;

$$A \sim B?$$

$$\det(A) = -3 \neq \det(B) = 3 \Rightarrow A \not\sim B.$$

2. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A \sim B?$

▶ $\text{tr}(A) = \text{tr}(B) = 2$

▶ $\det(A) = \det(B) = 1$;

▶ $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B) = 2$;

▶ A e B são invertíveis; e,

▶ $\det(A - \lambda I_2) = \det(B - \lambda I_2) = (1 - \lambda)^2$.

Matrizes Semelhantes

Exemplos

1. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$;

$A \sim B$?

$\det(A) = -3 \neq \det(B) = 3 \Rightarrow A \not\sim B$.

2. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A \sim B$?

- ▶ $\text{tr}(A) = \text{tr}(B) = 2$
- ▶ $\det(A) = \det(B) = 1$;
- ▶ $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B) = 2$;
- ▶ A e B são invertíveis; e,
- ▶ $\det(A - \lambda I_2) = \det(B - \lambda I_2) = (1 - \lambda)^2$.

Porém, $A \not\sim B$ pois

Matrizes Semelhantes

Exemplos

1. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$;

$A \sim B$?

$\det(A) = -3 \neq \det(B) = 3 \Rightarrow A \not\sim B$.

2. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A \sim B$?

▶ $\text{tr}(A) = \text{tr}(B) = 2$

▶ $\det(A) = \det(B) = 1$;

▶ $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B) = 2$;

▶ A e B são invertíveis; e,

▶ $\det(A - \lambda I_2) = \det(B - \lambda I_2) = (1 - \lambda)^2$.

Porém, $A \not\sim B$ pois $\nexists P$ tal que $AP = PB$.

Matrizes Semelhantes

Exemplos

1. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$;

$A \sim B$?

$\det(A) = -3 \neq \det(B) = 3 \Rightarrow A \not\sim B$.

2. Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $A \sim B$?

▶ $\text{tr}(A) = \text{tr}(B) = 2$

▶ $\det(A) = \det(B) = 1$;

▶ $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B) = 2$;

▶ A e B são invertíveis; e,

▶ $\det(A - \lambda I_2) = \det(B - \lambda I_2) = (1 - \lambda)^2$.

Porém, $A \not\sim B$ pois $\nexists P$ tal que $AP = PB$.

Matrizes Diagonalizáveis

Definição

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde D é uma matriz diagonal.

Matrizes Diagonalizáveis

Definição

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde D é uma matriz diagonal.
Dizemos que a matriz A é DIAGONALIZÁVEL

Matrizes Diagonalizáveis

Definição

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde D é uma matriz diagonal.

Dizemos que a matriz A é DIAGONALIZÁVEL se, e somente se, A é **semelhante** à matriz D .

Matrizes Diagonalizáveis

Definição

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde D é uma matriz diagonal.

Dizemos que a matriz A é **DIAGONALIZÁVEL** se, e somente se, A é **semelhante** à matriz D . Ou seja; se existir uma **matriz invertível** P de mesma ordem tal que $AP = PD$.

Matrizes Diagonalizáveis

Definição

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde D é uma matriz diagonal.

Dizemos que a matriz A é **DIAGONALIZÁVEL** se, e somente se, A é **semelhante** à matriz D . Ou seja; se existir uma **matriz invertível** P de mesma ordem tal que $AP = PD$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

Matrizes Diagonalizáveis

Definição

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde D é uma matriz diagonal.

Dizemos que a matriz A é **DIAGONALIZÁVEL** se, e somente se, A é **semelhante** à matriz D . Ou seja; se existir uma **matriz invertível** P de mesma ordem tal que $AP = PD$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ e

Matrizes Diagonalizáveis

Definição

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde D é uma matriz diagonal.

Dizemos que a matriz A é **DIAGONALIZÁVEL** se, e somente se, A é **semelhante** à matriz D . Ou seja; se existir uma **matriz invertível** P de mesma ordem tal que $AP = PD$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ e $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

Matrizes Diagonalizáveis

Definição

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde D é uma matriz diagonal.

Dizemos que a matriz A é **DIAGONALIZÁVEL** se, e somente se, A é **semelhante** à matriz D . Ou seja; se existir uma **matriz invertível** P de mesma ordem tal que $AP = PD$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ e $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim D \Rightarrow AP = PD$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

Matrizes Diagonalizáveis

Definição

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde D é uma matriz diagonal.

Dizemos que a matriz A é **DIAGONALIZÁVEL** se, e somente se, A é **semelhante** à matriz D . Ou seja; se existir uma **matriz invertível** P de mesma ordem tal que $AP = PD$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ e $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim D \Rightarrow AP = PD$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

Logo, A é diagonalizável.

Matrizes Diagonalizáveis

Definição

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde D é uma matriz diagonal.

Dizemos que a matriz A é **DIAGONALIZÁVEL** se, e somente se, A é **semelhante** à matriz D . Ou seja; se existir uma **matriz invertível** P de mesma ordem tal que $AP = PD$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ e $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

Então, $A \sim D \Rightarrow AP = PD$; onde, $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

Logo, A é diagonalizável.

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A .

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} =$

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P (d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P(d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$,

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P(d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$,

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P(d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P (d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P (d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ tais que;

$$A = P D P^{-1};$$

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P (d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ tais que;

$A = P D P^{-1}$; determine A^2 .

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P (d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ tais que;

$A = P D P^{-1}$; determine A^2 .

Então,

$A^2 =$

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P(d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ tais que;

$A = P D P^{-1}$; determine A^2 .

Então,

$$A^2 = (P D P^{-1})^2$$

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P (d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}$; $k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ tais que;

$A = P D P^{-1}$; determine A^2 .

Então,

$$A^2 = (P D P^{-1})^2 =$$

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P (d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ tais que;

$A = P D P^{-1}$; determine A^2 .

Então,

$$A^2 = (P D P^{-1})^2 = (P D P^{-1})(P D P^{-1})$$

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P (d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ tais que;

$A = P D P^{-1}$; determine A^2 .

Então,

$$A^2 = (P D P^{-1})^2 = (P D P^{-1})(P D P^{-1}) =$$

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P(d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ tais que;

$A = P D P^{-1}$; determine A^2 .

Então,

$$A^2 = (P D P^{-1})^2 = (P D P^{-1})(P D P^{-1}) = (P D P^{-1} P D P^{-1}) =$$

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = PD^kP^{-1} = P(d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k)P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ tais que;

$A = PD^{-1}P^{-1}$; determine A^2 .

Então,

$$A^2 = (PD^{-1}P^{-1})^2 = (PD^{-1}P^{-1})(PD^{-1}P^{-1}) = (PD^{-1}PD^{-1}P^{-1}) = PD.D^{-1}P^{-1}$$

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P(d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ tais que;

$A = P D P^{-1}$; determine A^2 .

Então,

$$A^2 = (P D P^{-1})^2 = (P D P^{-1})(P D P^{-1}) = (P D P^{-1} P D P^{-1}) = P D \cdot D P^{-1} = P D^2 P^{-1}$$

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P (d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ tais que;

$A = P D P^{-1}$; determine A^2 .

Então,

$$A^2 = (P D P^{-1})^2 = (P D P^{-1})(P D P^{-1}) = (P D P^{-1} P D P^{-1}) = P D \cdot D P^{-1} = P D^2 P^{-1}$$

$$A^2 =$$

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P(d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ tais que;

$A = P D P^{-1}$; determine A^2 .

Então,

$$A^2 = (P D P^{-1})^2 = (P D P^{-1})(P D P^{-1}) = (P D P^{-1} P D P^{-1}) = P D \cdot D P^{-1} = P D^2 P^{-1}$$

$$A^2 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}}_P \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 4^2 & 0 \\ 0 & -1^2 \end{bmatrix}}_{D^2}.$$

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P (d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ tais que;

$A = P D P^{-1}$; determine A^2 .

Então,

$$A^2 = (P D P^{-1})^2 = (P D P^{-1})(P D P^{-1}) = (P D P^{-1} P D P^{-1}) = P D \cdot D P^{-1} = P D^2 P^{-1}$$

$$A^2 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}}_P \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 4^2 & 0 \\ 0 & -1^2 \end{bmatrix}}_{D^2} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}}_{P^{-1}}$$

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P (d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ tais que;

$A = P D P^{-1}$; determine A^2 .

Então,

$$A^2 = (P D P^{-1})^2 = (P D P^{-1})(P D P^{-1}) = (P D P^{-1} P D P^{-1}) = P D \cdot D P^{-1} = P D^2 P^{-1}$$

$$A^2 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}}_P \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 4^2 & 0 \\ 0 & -1^2 \end{bmatrix}}_{D^2} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}}_{P^{-1}} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P(d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ tais que;

$A = P D P^{-1}$; determine A^2 .

Então,

$$A^2 = (P D P^{-1})^2 = (P D P^{-1})(P D P^{-1}) = (P D P^{-1} P D P^{-1}) = P D \cdot D P^{-1} = P D^2 P^{-1}$$

$$A^2 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}}_P \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 4^2 & 0 \\ 0 & -1^2 \end{bmatrix}}_{D^2} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}}_{P^{-1}} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

Matrizes Diagonalizáveis

Potência de Matrizes

PROPOSIÇÃO

Sejam $A, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde $D = (d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$ é uma matriz diagonal semelhante à matriz A . Então, $A^k = P D^k P^{-1} = P(d_{11}^k, d_{22}^k, \dots, d_{nn}^k) P^{-1}; k \geq 1$.

EXEMPLO:

Sejam as matrizes $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ tais que;

$A = P D P^{-1}$; determine A^2 .

Então,

$$A^2 = (P D P^{-1})^2 = (P D P^{-1})(P D P^{-1}) = (P D P^{-1} P D P^{-1}) = P D \cdot D P^{-1} = P D^2 P^{-1}$$

$$A^2 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}}_P \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 4^2 & 0 \\ 0 & -1^2 \end{bmatrix}}_{D^2} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}}_{P^{-1}} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}$$

Matrizes Diagonalizáveis

Propriedades

Sejam $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

Matrizes Diagonalizáveis

Propriedades

Sejam $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

PROPRIEDADES:

1. Se A é diagonalizável então A^t também é.

Matrizes Diagonalizáveis

Propriedades

Sejam $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

PROPRIEDADES:

1. Se A é diagonalizável então A^t também é.
2. Seja A uma matriz invertível.

Matrizes Diagonalizáveis

Propriedades

Sejam $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

PROPRIEDADES:

1. Se A é diagonalizável então A^t também é.
2. Seja A uma matriz invertível. Se A é diagonalizável então A^{-1} também é.

Matrizes Diagonalizáveis

Propriedades

Sejam $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

PROPRIEDADES:

1. Se A é diagonalizável então A^t também é.
2. Seja A uma matriz invertível. Se A é diagonalizável então A^{-1} também é.
3. Se A e B são semelhantes a uma mesma matriz diagonal então A e B são semelhantes.

Matrizes Diagonalizáveis

Propriedades

Sejam $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

PROPRIEDADES:

1. Se A é diagonalizável então A^t também é.
2. Seja A uma matriz invertível. Se A é diagonalizável então A^{-1} também é.
3. Se A e B são semelhantes a uma mesma matriz diagonal então A e B são semelhantes.

Matrizes Semelhantes

Exercícios

1. Verifique se as matrizes abaixo são semelhantes:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Matrizes Semelhantes

Exercícios

1. Verifique se as matrizes abaixo são semelhantes:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad (b) A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

Matrizes Semelhantes

Exercícios

1. Verifique se as matrizes abaixo são semelhantes:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad (b) A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ e}$$

Matrizes Semelhantes

Exercícios

1. Verifique se as matrizes abaixo são semelhantes:

$$(a) \ A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad (b) \ A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

Matrizes Semelhantes

Exercícios

1. Verifique se as matrizes abaixo são semelhantes:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad (b) A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

2. Verifique se as matrizes abaixo são diagonalizáveis.

Matrizes Semelhantes

Exercícios

1. Verifique se as matrizes abaixo são semelhantes:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad (b) A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

2. Verifique se as matrizes abaixo são diagonalizáveis. Em caso afirmativo, calcule A^3 utilizando a matriz diagonal semelhante.

$$(a) A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}$$

Matrizes Semelhantes

Exercícios

1. Verifique se as matrizes abaixo são semelhantes:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad (b) A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

2. Verifique se as matrizes abaixo são diagonalizáveis. Em caso afirmativo, calcule A^3 utilizando a matriz diagonal semelhante.

$$(a) A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 7 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \quad (b) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Matrizes Semelhantes

Exercícios

1. Verifique se as matrizes abaixo são semelhantes:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad (b) A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

2. Verifique se as matrizes abaixo são diagonalizáveis. Em caso afirmativo, calcule A^3 utilizando a matriz diagonal semelhante.

$$(a) A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 7 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \quad (b) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Matrizes Semelhantes

Exercícios

1. Verifique se as matrizes abaixo são semelhantes:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad (b) A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

2. Verifique se as matrizes abaixo são diagonalizáveis. Em caso afirmativo, calcule A^3 utilizando a matriz diagonal semelhante.

$$(a) A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 7 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \quad (b) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

Um Aluno cursando Álgebra linear precisa distribuir o seu tempo no mês a fim de revisar os seguintes assuntos: Matrizes(M), Sistemas de Equações Lineares(SL) e Funções(F).

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

Um Aluno cursando Álgebra linear precisa distribuir o seu tempo no mês a fim de revisar os seguintes assuntos: Matrizes(M), Sistemas de Equações Lineares(SL) e Funções(F).

Para revisar matrizes numa semana, ele necessita de

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

Um Aluno cursando Álgebra linear precisa distribuir o seu tempo no mês a fim de revisar os seguintes assuntos: Matrizes(M), Sistemas de Equações Lineares(SL) e Funções(F).

Para revisar matrizes numa semana, ele necessita de $1h$ na segunda-feira, $3h$ na quarta-feira e $3h$ na sexta-feira.

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

Um Aluno cursando Álgebra linear precisa distribuir o seu tempo no mês a fim de revisar os seguintes assuntos: Matrizes(M), Sistemas de Equações Lineares(SL) e Funções(F).

Para revisar matrizes numa semana, ele necessita de $1h$ na segunda-feira, $3h$ na quarta-feira e $3h$ na sexta-feira. Para revisar sistemas de equações lineares numa semana, ele necessita de

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

Um Aluno cursando Álgebra linear precisa distribuir o seu tempo no mês a fim de revisar os seguintes assuntos: Matrizes(M), Sistemas de Equações Lineares(SL) e Funções(F).

Para revisar matrizes numa semana, ele necessita de $1h$ na segunda-feira, $3h$ na quarta-feira e $3h$ na sexta-feira. Para revisar sistemas de equações lineares numa semana, ele necessita de $2h$ na segunda-feira, $4h$ na quarta-feira e $6h$ na sexta-feira; e,

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

Um Aluno cursando Álgebra linear precisa distribuir o seu tempo no mês a fim de revisar os seguintes assuntos: Matrizes(M), Sistemas de Equações Lineares(SL) e Funções(F).

Para revisar matrizes numa semana, ele necessita de 1h na segunda-feira, 3h na quarta-feira e 3h na sexta-feira. Para revisar sistemas de equações lineares numa semana, ele necessita de 2h na segunda-feira, 4h na quarta-feira e 6h na sexta-feira; e, para revisar funções, ele necessita de

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

Um Aluno cursando Álgebra linear precisa distribuir o seu tempo no mês a fim de revisar os seguintes assuntos: Matrizes(M), Sistemas de Equações Lineares(SL) e Funções(F).

Para revisar matrizes numa semana, ele necessita de 1h na segunda-feira, 3h na quarta-feira e 3h na sexta-feira. Para revisar sistemas de equações lineares numa semana, ele necessita de 2h na segunda-feira, 4h na quarta-feira e 6h na sexta-feira; e, para revisar funções, ele necessita de 4h na segunda-feira, 8h na quarta-feira e 6h na sexta-feira.

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

Um Aluno cursando Álgebra linear precisa distribuir o seu tempo no mês a fim de revisar os seguintes assuntos: Matrizes(M), Sistemas de Equações Lineares(SL) e Funções(F).

Para revisar matrizes numa semana, ele necessita de 1h na segunda-feira, 3h na quarta-feira e 3h na sexta-feira. Para revisar sistemas de equações lineares numa semana, ele necessita de 2h na segunda-feira, 4h na quarta-feira e 6h na sexta-feira; e, para revisar funções, ele necessita de 4h na segunda-feira, 8h na quarta-feira e 6h na sexta-feira. Organizando o seu tempo de estudo, ele constatou que tem disponível no mês:

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

Um Aluno cursando Álgebra linear precisa distribuir o seu tempo no mês a fim de revisar os seguintes assuntos: Matrizes(M), Sistemas de Equações Lineares(SL) e Funções(F).

Para revisar matrizes numa semana, ele necessita de 1h na segunda-feira, 3h na quarta-feira e 3h na sexta-feira. Para revisar sistemas de equações lineares numa semana, ele necessita de 2h na segunda-feira, 4h na quarta-feira e 6h na sexta-feira; e, para revisar funções, ele necessita de 4h na segunda-feira, 8h na quarta-feira e 6h na sexta-feira. Organizando o seu tempo de estudo, ele constatou que tem disponível no mês: 24 horas/mês na segunda-feira,

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

Um Aluno cursando Álgebra linear precisa distribuir o seu tempo no mês a fim de revisar os seguintes assuntos: Matrizes(M), Sistemas de Equações Lineares(SL) e Funções(F).

Para revisar matrizes numa semana, ele necessita de 1h na segunda-feira, 3h na quarta-feira e 3h na sexta-feira. Para revisar sistemas de equações lineares numa semana, ele necessita de 2h na segunda-feira, 4h na quarta-feira e 6h na sexta-feira; e, para revisar funções, ele necessita de 4h na segunda-feira, 8h na quarta-feira e 6h na sexta-feira. Organizando o seu tempo de estudo, ele constatou que tem disponível no mês: 24 horas/mês na segunda-feira, 50 horas/mês na quarta-feira,

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

Um Aluno cursando Álgebra linear precisa distribuir o seu tempo no mês a fim de revisar os seguintes assuntos: Matrizes(M), Sistemas de Equações Lineares(SL) e Funções(F).

Para revisar matrizes numa semana, ele necessita de 1h na segunda-feira, 3h na quarta-feira e 3h na sexta-feira. Para revisar sistemas de equações lineares numa semana, ele necessita de 2h na segunda-feira, 4h na quarta-feira e 6h na sexta-feira; e, para revisar funções, ele necessita de 4h na segunda-feira, 8h na quarta-feira e 6h na sexta-feira. Organizando o seu tempo de estudo, ele constatou que tem disponível no mês: 24 horas/mês na segunda-feira, 50 horas/mês na quarta-feira, e 48 horas/mês na sexta-feira.

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

Um Aluno cursando Álgebra linear precisa distribuir o seu tempo no mês a fim de revisar os seguintes assuntos: Matrizes(M), Sistemas de Equações Lineares(SL) e Funções(F).

Para revisar matrizes numa semana, ele necessita de 1h na segunda-feira, 3h na quarta-feira e 3h na sexta-feira. Para revisar sistemas de equações lineares numa semana, ele necessita de 2h na segunda-feira, 4h na quarta-feira e 6h na sexta-feira; e, para revisar funções, ele necessita de 4h na segunda-feira, 8h na quarta-feira e 6h na sexta-feira. Organizando o seu tempo de estudo, ele constatou que tem disponível no mês: 24 horas/mês na segunda-feira, 50 horas/mês na quarta-feira, e 48 horas/mês na sexta-feira.

Agora, ele deseja saber quantas vezes no mês ele conseguirá revisar cada assunto.

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

Um Aluno cursando Álgebra linear precisa distribuir o seu tempo no mês a fim de revisar os seguintes assuntos: Matrizes(M), Sistemas de Equações Lineares(SL) e Funções(F).

Para revisar matrizes numa semana, ele necessita de 1h na segunda-feira, 3h na quarta-feira e 3h na sexta-feira. Para revisar sistemas de equações lineares numa semana, ele necessita de 2h na segunda-feira, 4h na quarta-feira e 6h na sexta-feira; e, para revisar funções, ele necessita de 4h na segunda-feira, 8h na quarta-feira e 6h na sexta-feira. Organizando o seu tempo de estudo, ele constatou que tem disponível no mês: 24 horas/mês na segunda-feira, 50 horas/mês na quarta-feira, e 48 horas/mês na sexta-feira.

Agora, ele deseja saber quantas vezes no mês ele conseguirá revisar cada assunto.

Observe que o aluno ainda **não sabe**, nas semanas daquele mês, quais são os assuntos que ele conseguirá revisar.

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

Um Aluno cursando Álgebra linear precisa distribuir o seu tempo no mês a fim de revisar os seguintes assuntos: Matrizes(M), Sistemas de Equações Lineares(SL) e Funções(F).

Para revisar matrizes numa semana, ele necessita de 1h na segunda-feira, 3h na quarta-feira e 3h na sexta-feira. Para revisar sistemas de equações lineares numa semana, ele necessita de 2h na segunda-feira, 4h na quarta-feira e 6h na sexta-feira; e, para revisar funções, ele necessita de 4h na segunda-feira, 8h na quarta-feira e 6h na sexta-feira. Organizando o seu tempo de estudo, ele constatou que tem disponível no mês: 24 horas/mês na segunda-feira, 50 horas/mês na quarta-feira, e 48 horas/mês na sexta-feira.

Agora, ele deseja saber quantas vezes no mês ele conseguirá revisar cada assunto.

Observe que o aluno ainda **não sabe**, nas semanas daquele mês, quais são os assuntos que ele conseguirá revisar.

Por isso, precisamos construir um Sistema relacionado a este problema a fim de ajudá-lo a descobrir as possíveis soluções.

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

Um Aluno cursando Álgebra linear precisa distribuir o seu tempo no mês a fim de revisar os seguintes assuntos: Matrizes(M), Sistemas de Equações Lineares(SL) e Funções(F).

Para revisar matrizes numa semana, ele necessita de 1h na segunda-feira, 3h na quarta-feira e 3h na sexta-feira. Para revisar sistemas de equações lineares numa semana, ele necessita de 2h na segunda-feira, 4h na quarta-feira e 6h na sexta-feira; e, para revisar funções, ele necessita de 4h na segunda-feira, 8h na quarta-feira e 6h na sexta-feira. Organizando o seu tempo de estudo, ele constatou que tem disponível no mês: 24 horas/mês na segunda-feira, 50 horas/mês na quarta-feira, e 48 horas/mês na sexta-feira.

Agora, ele deseja saber quantas vezes no mês ele conseguirá revisar cada assunto.

Observe que o aluno ainda **não sabe**, nas semanas daquele mês, quais são os assuntos que ele conseguirá revisar.

Por isso, precisamos construir um Sistema relacionado a este problema a fim de ajudá-lo a descobrir as possíveis soluções.

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

TABELA - PROBLEMA.1: Revisão dos assuntos X horas semanais disponíveis.

DIAS DA SEMANA	REVISÃO(h)			Total de horas/mês
	M	SL	F	
segunda-feira	1	2	4	24
quarta-feira	3	4	8	50
sexta-feira	3	6	6	48

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

TABELA - PROBLEMA.1: Revisão dos assuntos X horas semanais disponíveis.

DIAS DA SEMANA	REVISÃO(h)			Total de horas/mês
	M	SL	F	
segunda-feira	1	2	4	24
quarta-feira	3	4	8	50
sexta-feira	3	6	6	48

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

TABELA - PROBLEMA.1: Revisão dos assuntos X horas semanais disponíveis.

DIAS DA SEMANA	REVISÃO(h)			Total de horas/mês
	M	SL	F	
segunda-feira	1	2	4	24
quarta-feira	3	4	8	50
sexta-feira	3	6	6	48

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

TABELA - PROBLEMA.1: Revisão dos assuntos X horas semanais disponíveis.

DIAS DA SEMANA	REVISÃO(h)			Total de horas/mês
	M	SL	F	
segunda-feira	1	2	4	24
quarta-feira	3	4	8	50
sexta-feira	3	6	6	48

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

TABELA - PROBLEMA.1: Revisão dos assuntos X horas semanais disponíveis.

DIAS DA SEMANA	REVISÃO(h)			Total de horas/mês
	M	SL	F	
segunda-feira	1	2	4	24
quarta-feira	3	4	8	50
sexta-feira	3	6	6	48

INCÓGNITAS \Rightarrow PERGUNTA:

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

TABELA - PROBLEMA.1: Revisão dos assuntos X horas semanais disponíveis.

DIAS DA SEMANA	REVISÃO(h)			Total de horas/mês
	M	SL	F	
segunda-feira	1	2	4	24
quarta-feira	3	4	8	50
sexta-feira	3	6	6	48

INCÓGNITAS \Rightarrow PERGUNTA:

“O aluno deseja saber quantas vezes no mês ele conseguirá revisar cada assunto.”

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

TABELA - PROBLEMA.1: Revisão dos assuntos X horas semanais disponíveis.

DIAS DA SEMANA	REVISÃO(h)			Total de horas/mês
	M	SL	F	
segunda-feira	1	2	4	24
quarta-feira	3	4	8	50
sexta-feira	3	6	6	48

INCÓGNITAS \Rightarrow PERGUNTA:

“O aluno deseja saber quantas vezes no mês ele conseguirá revisar cada assunto.”

$x_M \longrightarrow$ quantas vezes no mês ele conseguirá revisar matrizes;

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

TABELA - PROBLEMA.1: Revisão dos assuntos X horas semanais disponíveis.

DIAS DA SEMANA	REVISÃO(h)			Total de horas/mês
	M	SL	F	
segunda-feira	1	2	4	24
quarta-feira	3	4	8	50
sexta-feira	3	6	6	48

INCÓGNITAS \Rightarrow PERGUNTA:

“O aluno deseja saber quantas vezes no mês ele conseguirá revisar cada assunto.”

$x_M \longrightarrow$ quantas vezes no mês ele conseguirá revisar matrizes;

$x_{SL} \longrightarrow$ quantas vezes no mês ele conseguirá revisar sistemas lineares, e;

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

TABELA - PROBLEMA.1: Revisão dos assuntos X horas semanais disponíveis.

DIAS DA SEMANA	REVISÃO(h)			Total de horas/mês
	M	SL	F	
segunda-feira	1	2	4	24
quarta-feira	3	4	8	50
sexta-feira	3	6	6	48

INCÓGNITAS \Rightarrow PERGUNTA:

“O aluno deseja saber quantas vezes no mês ele conseguirá revisar cada assunto.”

$x_M \longrightarrow$ quantas vezes no mês ele conseguirá revisar matrizes;

$x_{SL} \longrightarrow$ quantas vezes no mês ele conseguirá revisar sistemas lineares, e;

$x_F \longrightarrow$ quantas vezes no mês ele conseguirá revisar funções.

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

TABELA - PROBLEMA.1: Revisão dos assuntos X horas semanais disponíveis.

DIAS DA SEMANA	REVISÃO(h)			Total de horas/mês
	M	SL	F	
segunda-feira	1	2	4	24
quarta-feira	3	4	8	50
sexta-feira	3	6	6	48

INCÓGNITAS \Rightarrow PERGUNTA:

“O aluno deseja saber quantas vezes no mês ele conseguirá revisar cada assunto.”

$x_M \longrightarrow$ quantas vezes no mês ele conseguirá revisar matrizes;

$x_{SL} \longrightarrow$ quantas vezes no mês ele conseguirá revisar sistemas lineares, e;

$x_F \longrightarrow$ quantas vezes no mês ele conseguirá revisar funções.

EQUAÇÕES \Rightarrow “dias da semana”

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

TABELA - PROBLEMA.1: Revisão dos assuntos X horas semanais disponíveis.

DIAS DA SEMANA	REVISÃO(h)			Total de horas/mês
	M	SL	F	
segunda-feira	1	2	4	24
quarta-feira	3	4	8	50
sexta-feira	3	6	6	48

→ 1ª equação

→ 2ª equação

→ 3ª equação

INCÓGNITAS \Rightarrow PERGUNTA:

“O aluno deseja saber quantas vezes no mês ele conseguirá revisar cada assunto.”

x_M \rightarrow quantas vezes no mês ele conseguirá revisar matrizes;

x_{SL} \rightarrow quantas vezes no mês ele conseguirá revisar sistemas lineares, e;

x_F \rightarrow quantas vezes no mês ele conseguirá revisar funções.

EQUAÇÕES \Rightarrow “dias da semana”

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

PROBLEMA.1: “Equações Lineares”

$$1x_M + 2x_{SL} + 2x_F = 24$$

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

PROBLEMA.1: “Equações Lineares”

$$1x_M + 2x_{SL} + 2x_F = 24 \longrightarrow 1^a \text{equação}$$

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

PROBLEMA.1: “Equações Lineares”

$$\begin{array}{rclcl} 1x_M & +2x_{SL} & +2x_F & = 24 & \longrightarrow 1^{\text{a}} \text{equação} \\ 3x_M & +4x_{SL} & +8x_F & = 50 & \end{array}$$

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

PROBLEMA.1: “Equações Lineares”

$$1x_M + 2x_{SL} + 2x_F = 24 \longrightarrow 1^a \text{ equação}$$

$$3x_M + 4x_{SL} + 8x_F = 50 \longrightarrow 2^a \text{ equação}$$

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

PROBLEMA.1: “Equações Lineares”

$$1x_M + 2x_{SL} + 2x_F = 24 \longrightarrow 1^{\text{a}} \text{equação}$$

$$3x_M + 4x_{SL} + 8x_F = 50 \longrightarrow 2^{\text{a}} \text{equação}$$

$$3x_M + 6x_{SL} + 6x_F = 48$$

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

PROBLEMA.1: “Equações Lineares”

$$1x_M + 2x_{SL} + 2x_F = 24 \longrightarrow 1^{\text{a}} \text{ equação}$$

$$3x_M + 4x_{SL} + 8x_F = 50 \longrightarrow 2^{\text{a}} \text{ equação}$$

$$3x_M + 6x_{SL} + 6x_F = 48 \longrightarrow 3^{\text{a}} \text{ equação}$$

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

PROBLEMA.1: “Equações Lineares”

$$1x_M + 2x_{SL} + 2x_F = 24 \longrightarrow 1^{\text{a}} \text{equação}$$

$$3x_M + 4x_{SL} + 8x_F = 50 \longrightarrow 2^{\text{a}} \text{equação}$$

$$3x_M + 6x_{SL} + 6x_F = 48 \longrightarrow 3^{\text{a}} \text{equação}$$

Sistemas de Equações Lineares

Motivação: Problema.1

PROBLEMA.1: “Equações Lineares”

$$1x_M + 2x_{SL} + 2x_F = 24 \longrightarrow 1^{\text{a}} \text{equação}$$

$$3x_M + 4x_{SL} + 8x_F = 50 \longrightarrow 2^{\text{a}} \text{equação}$$

$$3x_M + 6x_{SL} + 6x_F = 48 \longrightarrow 3^{\text{a}} \text{equação}$$



SISTEMA COM 3 EQUAÇÕES LINEARES E 3 INCÓGNITAS

Sistemas de Equações Lineares

Definição

Sejam $m, n \in \mathbb{N}^*$.

Sistemas de Equações Lineares

Definição

Sejam $m, n \in \mathbb{N}^*$. Denotamos por S e denominamos SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES

Sistemas de Equações Lineares

Definição

Sejam $m, n \in \mathbb{N}^*$. Denotamos por S e denominamos SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES um conjunto de m equações lineares

Sistemas de Equações Lineares

Definição

Sejam $m, n \in \mathbb{N}^*$. Denotamos por S e denominamos SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES um conjunto de m **equações lineares** com n **variáveis** (incógnitas) consideradas simultaneamente por todas as equações.

Sistemas de Equações Lineares

Definição

Sejam $m, n \in \mathbb{N}^*$. Denotamos por S e denominamos SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES um conjunto de m equações lineares com n variáveis (incógnitas) consideradas simultaneamente por todas as equações.

$$S : \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Sistemas de Equações Lineares

Definição

Sejam $m, n \in \mathbb{N}^*$. Denotamos por S e denominamos SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES um conjunto de m equações lineares com n variáveis (incógnitas) consideradas simultaneamente por todas as equações.

$$S : \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \end{cases}$$

Definição

$$S : \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \end{cases}$$

Definição

$$S: \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Definição

$$S: \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Definição

$$S: \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

15 MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre Letivo Suplementar - 2021.1

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL:

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL:

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL:

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

onde;

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix};$$

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL:

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

onde;

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}; X_{n \times 1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; e,$$

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL:

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

onde;

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}; X_{n \times 1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; \text{ e, } B_{m \times 1} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}.$$

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL:

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

onde;

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}; X_{n \times 1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; \text{ e, } B_{m \times 1} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}.$$

- $A_{m \times n}$ é denominada MATRIZ DOS COEFICIENTES.

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL:

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

onde;

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}; X_{n \times 1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; \text{ e, } B_{m \times 1} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}.$$

- $A_{m \times n}$ é denominada MATRIZ DOS COEFICIENTES.
- $B_{m \times 1}$ é denominada MATRIZ DOS TERMOS INDEPENDENTES.

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL:

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

onde;

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}; X_{n \times 1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; \text{ e, } B_{m \times 1} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}.$$

- $A_{m \times n}$ é denominada MATRIZ DOS COEFICIENTES.
- $B_{m \times 1}$ é denominada MATRIZ DOS TERMOS INDEPENDENTES.
- $X_{n \times 1}$ é denominada MATRIZ DAS INCÓGNITAS.

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL:

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

onde;

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}; X_{n \times 1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; \text{ e, } B_{m \times 1} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}.$$

- $A_{m \times n}$ é denominada MATRIZ DOS COEFICIENTES.
- $B_{m \times 1}$ é denominada MATRIZ DOS TERMOS INDEPENDENTES.
- $X_{n \times 1}$ é denominada MATRIZ DAS INCÓGNITAS.

OBSERVAÇÃO: $X_{n \times 1}$ é também denominado VETOR SOLUÇÃO do sistema linear quando associado a uma **n-upla**: $(x_1, x_2, \dots, x_n); \forall x_i \in \mathbb{K}$

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL: $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$

onde;

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}; X_{n \times 1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; \text{ e, } B_{m \times 1} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}.$$

- $A_{m \times n}$ é denominada MATRIZ DOS COEFICIENTES.
- $B_{m \times 1}$ é denominada MATRIZ DOS TERMOS INDEPENDENTES.
- $X_{n \times 1}$ é denominada MATRIZ DAS INCÓGNITAS.

OBSERVAÇÃO: $X_{n \times 1}$ é também denominado VETOR SOLUÇÃO do sistema linear quando associado a uma **n-upla**: (x_1, x_2, \dots, x_n) ; $\forall x_i \in \mathbb{K}$ que satisfaz simultaneamente todas as equações de S .

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL: $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$

onde;

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}; X_{n \times 1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; \text{ e, } B_{m \times 1} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}.$$

- $A_{m \times n}$ é denominada MATRIZ DOS COEFICIENTES.
- $B_{m \times 1}$ é denominada MATRIZ DOS TERMOS INDEPENDENTES.
- $X_{n \times 1}$ é denominada MATRIZ DAS INCÓGNITAS.

OBSERVAÇÃO: $X_{n \times 1}$ é também denominado VETOR SOLUÇÃO do sistema linear quando associado a uma **n-upla**: (x_1, x_2, \dots, x_n) ; $\forall x_i \in \mathbb{K}$ que satisfaz simultaneamente todas as equações de S .

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL:

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL:

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL:

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

MATRIZ AMPLIADA associada ao sistema S :

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL:

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

MATRIZ AMPLIADA associada ao sistema S :

$$C_{m \times (n+1)} =$$

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL:

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

MATRIZ AMPLIADA associada ao sistema S :

$$C_{m \times (n+1)} = [A_{m \times n} \mid B_{m \times 1}]$$

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL:

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

MATRIZ AMPLIADA associada ao sistema S :

$$C_{m \times (n+1)} = [A_{m \times n} \mid B_{m \times 1}]$$

$$C_{m \times (n+1)} = \left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{array} \right]$$

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES na FORMA MATRICIAL:

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

MATRIZ AMPLIADA associada ao sistema S :

$$C_{m \times (n+1)} = [A_{m \times n} \mid B_{m \times 1}]$$

$$C_{m \times (n+1)} = \left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{array} \right]$$

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

$$S : A_{3 \times 3} X_{3 \times 1} = B_{3 \times 1}$$

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

$$S : A_{3 \times 3} X_{3 \times 1} = B_{3 \times 1}$$

MATRIZ AMPLIADA associada ao sistema S :

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

$$S : A_{3 \times 3} X_{3 \times 1} = B_{3 \times 1}$$

MATRIZ AMPLIADA associada ao sistema S :

$$C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right]$$

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

$$S : A_{3 \times 3} X_{3 \times 1} = B_{3 \times 1}$$

MATRIZ AMPLIADA associada ao sistema S :

$$C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right]$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

Seja $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ um sistema de equações lineares.

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

Seja $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ um sistema de equações lineares. Dizemos que S é um SISTEMA HOMOGÊNEO se, e somente se,

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

Seja $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ um sistema de equações lineares. Dizemos que S é um SISTEMA HOMOGÊNEO se, e somente se, $B_{m \times 1} = O_{m \times 1}$,

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

Seja $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ um sistema de equações lineares. Dizemos que S é um SISTEMA HOMOGÊNEO se, e somente se, $B_{m \times 1} = O_{m \times 1}$, ou seja;

$$b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0.$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

Seja $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ um sistema de equações lineares. Dizemos que S é um SISTEMA HOMOGÊNEO se, e somente se, $B_{m \times 1} = O_{m \times 1}$, ou seja;

$$b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0.$$

EXEMPLO: PROBLEMA.2 - “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

Seja $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ um sistema de equações lineares. Dizemos que S é um SISTEMA HOMOGÊNEO se, e somente se, $B_{m \times 1} = O_{m \times 1}$, ou seja;

$$b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0.$$

EXEMPLO: PROBLEMA.2 - “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

Seja $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ um sistema de equações lineares. Dizemos que S é um SISTEMA HOMOGÊNEO se, e somente se, $B_{m \times 1} = O_{m \times 1}$, ou seja;

$$b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0.$$

EXEMPLO: PROBLEMA.2 - “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



O sistema de equações lineares que descreve o balanceamento desta Equação Química é um SISTEMA HOMOGÊNEO.

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

Seja $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ um sistema de equações lineares. Dizemos que S é um SISTEMA HOMOGÊNEO se, e somente se, $B_{m \times 1} = O_{m \times 1}$, ou seja;

$$b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0.$$

EXEMPLO: PROBLEMA.2 - “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



O sistema de equações lineares que descreve o balanceamento desta Equação Química é um SISTEMA HOMOGÊNEO.

Note que: $x_1 C_4H_{10} +$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

Seja $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ um sistema de equações lineares. Dizemos que S é um SISTEMA HOMOGÊNEO se, e somente se, $B_{m \times 1} = O_{m \times 1}$, ou seja;

$$b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0.$$

EXEMPLO: PROBLEMA.2 - “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



O sistema de equações lineares que descreve o balanceamento desta Equação Química é um SISTEMA HOMOGÊNEO.

Note que: $x_1 C_4H_{10} + x_2 O_2 \longrightarrow$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

Seja $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ um sistema de equações lineares. Dizemos que S é um SISTEMA HOMOGÊNEO se, e somente se, $B_{m \times 1} = O_{m \times 1}$, ou seja;

$$b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0.$$

EXEMPLO: PROBLEMA.2 - “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



O sistema de equações lineares que descreve o balanceamento desta Equação Química é um SISTEMA HOMOGÊNEO.

Note que: $x_1 C_4H_{10} + x_2 O_2 \longrightarrow x_3 CO_2 +$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

Seja $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ um sistema de equações lineares. Dizemos que S é um SISTEMA HOMOGÊNEO se, e somente se, $B_{m \times 1} = O_{m \times 1}$, ou seja;

$$b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0.$$

EXEMPLO: PROBLEMA.2 - “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



O sistema de equações lineares que descreve o balanceamento desta Equação Química é um SISTEMA HOMOGÊNEO.

Note que: $x_1 C_4H_{10} + x_2 O_2 \longrightarrow x_3 CO_2 + x_4 H_2O$.

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

Seja $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ um sistema de equações lineares. Dizemos que S é um SISTEMA HOMOGÊNEO se, e somente se, $B_{m \times 1} = O_{m \times 1}$, ou seja;

$$b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0.$$

EXEMPLO: PROBLEMA.2 - “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



O sistema de equações lineares que descreve o balanceamento desta Equação Química é um SISTEMA HOMOGÊNEO.

Note que: $x_1 C_4H_{10} + x_2 O_2 \longrightarrow x_3 CO_2 + x_4 H_2O$.

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

PROBLEMA.2: “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

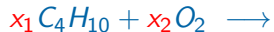
PROBLEMA.2: “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

PROBLEMA.2: “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

PROBLEMA.2: “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

PROBLEMA.2: “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

PROBLEMA.2: “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



$$S: \begin{cases} 4x_1 = x_3 \end{cases} \longrightarrow 1^a \text{equação: } C$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

PROBLEMA.2: “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



$$S: \begin{cases} 4x_1 = x_3 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 = 2x_4 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \end{cases}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

PROBLEMA.2: “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



$$S : \begin{cases} 4x_1 = x_3 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 = 2x_4 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \\ 2x_2 = 2x_3 + x_4 & \longrightarrow 3^a \text{equação: } O \end{cases}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

PROBLEMA.2: “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



$$S : \begin{cases} 4x_1 = x_3 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 = 2x_4 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \\ 2x_2 = 2x_3 + x_4 & \longrightarrow 3^a \text{equação: } O \end{cases}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

PROBLEMA.2: “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



$$S : \begin{cases} 4x_1 = x_3 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 = 2x_4 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \\ 2x_2 = 2x_3 + x_4 & \longrightarrow 3^a \text{equação: } O \end{cases}$$

$$S : \begin{cases} 4x_1 - x_3 = 0 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \end{cases}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

PROBLEMA.2: “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



$$S : \begin{cases} 4x_1 = x_3 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 = 2x_4 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \\ 2x_2 = 2x_3 + x_4 & \longrightarrow 3^a \text{equação: } O \end{cases}$$

$$S : \begin{cases} 4x_1 - x_3 = 0 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 - 2x_4 = 0 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \end{cases}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

PROBLEMA.2: “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



$$S : \begin{cases} 4x_1 = x_3 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 = 2x_4 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \\ 2x_2 = 2x_3 + x_4 & \longrightarrow 3^a \text{equação: } O \end{cases}$$

$$S : \begin{cases} 4x_1 - x_3 = 0 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 - 2x_4 = 0 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \\ 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 0 & \longrightarrow 3^a \text{equação: } O \end{cases}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

PROBLEMA.2: “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



$$S : \begin{cases} 4x_1 = x_3 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 = 2x_4 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \\ 2x_2 = 2x_3 + x_4 & \longrightarrow 3^a \text{equação: } O \end{cases}$$

$$S : \begin{cases} 4x_1 - x_3 = 0 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 - 2x_4 = 0 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \\ 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 0 & \longrightarrow 3^a \text{equação: } O \end{cases}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

PROBLEMA.2: “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



$$S : \begin{cases} 4x_1 = x_3 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 = 2x_4 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \\ 2x_2 = 2x_3 + x_4 & \longrightarrow 3^a \text{equação: } O \end{cases}$$

$$S : \begin{cases} 4x_1 - x_3 = 0 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 - 2x_4 = 0 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \\ 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 0 & \longrightarrow 3^a \text{equação: } O \end{cases}$$

$$b_1 = b_2 = b_3 = 0 \Rightarrow \text{SISTEMA HOMOGÊNEO}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Homogêneos

PROBLEMA.2: “Queima do gás butano na presença de oxigênio para formar dióxido de carbono e água”



$$S : \begin{cases} 4x_1 = x_3 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 = 2x_4 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \\ 2x_2 = 2x_3 + x_4 & \longrightarrow 3^a \text{equação: } O \end{cases}$$

$$S : \begin{cases} 4x_1 - x_3 = 0 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 - 2x_4 = 0 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \\ 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 0 & \longrightarrow 3^a \text{equação: } O \end{cases}$$

$$b_1 = b_2 = b_3 = 0 \Rightarrow \text{SISTEMA HOMOGÊNEO}$$

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

PROBLEMA.2:

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

PROBLEMA.2: $S : A_{3 \times 4} X_{4 \times 1} = B_{3 \times 1}$

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

PROBLEMA.2: $S : A_{3 \times 4} X_{4 \times 1} = B_{3 \times 1}$

MATRIZ AMPLIADA associada ao sistema S :

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

PROBLEMA.2: $S : A_{3 \times 4} X_{4 \times 1} = B_{3 \times 1}$

MATRIZ AMPLIADA associada ao sistema S :

$$C_{3 \times 5} = \left[\begin{array}{cccc|c} 4 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -1 & 0 \end{array} \right]$$

Sistemas de Equações Lineares

Forma Matricial

PROBLEMA.2: $S : A_{3 \times 4} X_{4 \times 1} = B_{3 \times 1}$

MATRIZ AMPLIADA associada ao sistema S :

$$C_{3 \times 5} = \left[\begin{array}{cccc|c} 4 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -1 & 0 \end{array} \right]$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

Sejam $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ e $S' : A'_{m \times n} X'_{n \times 1} = B'_{m \times 1}$ dois sistemas de equações lineares.

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

Sejam $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ e $S' : A'_{m \times n} X'_{n \times 1} = B'_{m \times 1}$ dois sistemas de equações lineares. Dizemos que os sistemas S e S' são EQUIVALENTES se, e somente se, **possuem o mesmo conjunto solução.**

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

Sejam $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ e $S' : A'_{m \times n} X'_{n \times 1} = B'_{m \times 1}$ dois sistemas de equações lineares. Dizemos que os sistemas S e S' são EQUIVALENTES se, e somente se, **possuem o mesmo conjunto solução**. Ou seja, $X_{n \times 1} = X'_{n \times 1}$;

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

Sejam $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ e $S' : A'_{m \times n} X'_{n \times 1} = B'_{m \times 1}$ dois sistemas de equações lineares. Dizemos que os sistemas S e S' são EQUIVALENTES se, e somente se, **possuem o mesmo conjunto solução**. Ou seja, $X_{n \times 1} = X'_{n \times 1}$; onde, $X_{n \times 1}$ e $X'_{n \times 1}$ representam o conjunto solução de S e S' , respectivamente.

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

Sejam $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ e $S' : A'_{m \times n} X'_{n \times 1} = B'_{m \times 1}$ dois sistemas de equações lineares. Dizemos que os sistemas S e S' são EQUIVALENTES se, e somente se, **possuem o mesmo conjunto solução**. Ou seja, $X_{n \times 1} = X'_{n \times 1}$; onde, $X_{n \times 1}$ e $X'_{n \times 1}$ representam o conjunto solução de S e S' , respectivamente.

PROPRIEDADES: Sejam os sistemas lineares S , S' e S'' .

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

Sejam $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ e $S' : A'_{m \times n} X'_{n \times 1} = B'_{m \times 1}$ dois sistemas de equações lineares. Dizemos que os sistemas S e S' são EQUIVALENTES se, e somente se, **possuem o mesmo conjunto solução**. Ou seja, $X_{n \times 1} = X'_{n \times 1}$; onde, $X_{n \times 1}$ e $X'_{n \times 1}$ representam o conjunto solução de S e S' , respectivamente.

PROPRIEDADES: Sejam os sistemas lineares S , S' e S'' .

1. REFLEXIVA: $S \sim S$.

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

Sejam $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ e $S' : A'_{m \times n} X'_{n \times 1} = B'_{m \times 1}$ dois sistemas de equações lineares. Dizemos que os sistemas S e S' são EQUIVALENTES se, e somente se, **possuem o mesmo conjunto solução**. Ou seja, $X_{n \times 1} = X'_{n \times 1}$; onde, $X_{n \times 1}$ e $X'_{n \times 1}$ representam o conjunto solução de S e S' , respectivamente.

PROPRIEDADES: Sejam os sistemas lineares S , S' e S'' .

1. REFLEXIVA: $S \sim S$.
2. SIMÉTRICA: Se $S \sim S'$ então $S' \sim S$.

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

Sejam $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ e $S' : A'_{m \times n} X'_{n \times 1} = B'_{m \times 1}$ dois sistemas de equações lineares. Dizemos que os sistemas S e S' são EQUIVALENTES se, e somente se, **possuem o mesmo conjunto solução**. Ou seja, $X_{n \times 1} = X'_{n \times 1}$; onde, $X_{n \times 1}$ e $X'_{n \times 1}$ representam o conjunto solução de S e S' , respectivamente.

PROPRIEDADES: Sejam os sistemas lineares S , S' e S'' .

1. REFLEXIVA: $S \sim S$.
2. SIMÉTRICA: Se $S \sim S'$ então $S' \sim S$.
3. TRANSITIVA: Se $(S \sim S')$ e $(S' \sim S'')$ então $S \sim S''$.

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

Sejam $S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$ e $S' : A'_{m \times n} X'_{n \times 1} = B'_{m \times 1}$ dois sistemas de equações lineares. Dizemos que os sistemas S e S' são EQUIVALENTES se, e somente se, **possuem o mesmo conjunto solução**. Ou seja, $X_{n \times 1} = X'_{n \times 1}$; onde, $X_{n \times 1}$ e $X'_{n \times 1}$ representam o conjunto solução de S e S' , respectivamente.

PROPRIEDADES: Sejam os sistemas lineares S , S' e S'' .

1. REFLEXIVA: $S \sim S$.
2. SIMÉTRICA: Se $S \sim S'$ então $S' \sim S$.
3. TRANSITIVA: Se $(S \sim S')$ e $(S' \sim S'')$ então $S \sim S''$.

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

$$S : A_{3 \times 1} X_{3 \times 1} = B_{3 \times 1}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

$$S : A_3 X_{3 \times 1} = B_{3 \times 1} \Rightarrow C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right]$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

$$S : A_3 X_{3 \times 1} = B_{3 \times 1} \Rightarrow C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right]$$

Como encontrar o **conjunto solução**?

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

$$S : A_3 X_{3 \times 1} = B_{3 \times 1} \Rightarrow C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right]$$

Como encontrar o **conjunto solução**?

Observe que, se efetuarmos operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada,

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

$$S : A_{3 \times 3} X_{3 \times 1} = B_{3 \times 1} \Rightarrow C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right]$$

Como encontrar o **conjunto solução**?

Observe que, se efetuarmos operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada,

$$C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right] \quad L_2 \leftarrow L_2 - (3)L_1$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

$$S : A_{3 \times 3} X_{3 \times 1} = B_{3 \times 1} \Rightarrow C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right]$$

Como encontrar o **conjunto solução**?

Observe que, se efetuarmos operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada,

$$C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - (3)L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - (3)L_1 \end{array}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

$$S : A_{3 \times 3} X_{3 \times 1} = B_{3 \times 1} \Rightarrow C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right]$$

Como encontrar o **conjunto solução**?

Observe que, se efetuarmos operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada,

$$C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - (3)L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - (3)L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & -2 & -4 & -22 \\ 0 & 0 & -6 & -24 \end{array} \right] = C';$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

$$S : A_{3 \times 3} X_{3 \times 1} = B_{3 \times 1} \Rightarrow C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right]$$

Como encontrar o **conjunto solução**?

Observe que, se efetuarmos operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada,

$$C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - (3)L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - (3)L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & -2 & -4 & -22 \\ 0 & 0 & -6 & -24 \end{array} \right] = C';$$

obtemos um novo sistema linear a partir de $C' = [A' \mid B']$:

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

$$S : A_{3 \times 3} X_{3 \times 1} = B_{3 \times 1} \Rightarrow C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right]$$

Como encontrar o **conjunto solução**?

Observe que, se efetuarmos operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada,

$$C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - (3)L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - (3)L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & -2 & -4 & -22 \\ 0 & 0 & -6 & -24 \end{array} \right] = C';$$

obtemos um novo sistema linear a partir de $C' = [A' | B']$:

$$S' : \begin{cases} 1x'_M + 2x'_{SL} + 4x'_F = 24 \end{cases}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

$$S : A_{3 \times 3} X_{3 \times 1} = B_{3 \times 1} \Rightarrow C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right]$$

Como encontrar o **conjunto solução**?

Observe que, se efetuarmos operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada,

$$C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - (3)L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - (3)L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & -2 & -4 & -22 \\ 0 & 0 & -6 & -24 \end{array} \right] = C';$$

obtemos um novo sistema linear a partir de $C' = [A' | B']$:

$$S' : \begin{cases} 1x'_M + 2x'_{SL} + 4x'_F = 24 \\ -2x'_{SL} - 4x'_F = -22 \end{cases}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

$$S : A_{3 \times 3} X_{3 \times 1} = B_{3 \times 1} \Rightarrow C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right]$$

Como encontrar o **conjunto solução**?

Observe que, se efetuarmos operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada,

$$C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - (3)L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - (3)L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & -2 & -4 & -22 \\ 0 & 0 & -6 & -24 \end{array} \right] = C';$$

obtemos um novo sistema linear a partir de $C' = [A' \mid B']$:

$$S' : \begin{cases} 1x'_M + 2x'_{SL} + 4x'_F = 24 \\ -2x'_{SL} - 4x'_F = -22 \\ -6x'_F = -24 \end{cases}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

$$S : A_{3 \times 3} X_{3 \times 1} = B_{3 \times 1} \Rightarrow C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right]$$

Como encontrar o **conjunto solução**?

Observe que, se efetuarmos operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada,

$$C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - (3)L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - (3)L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & -2 & -4 & -22 \\ 0 & 0 & -6 & -24 \end{array} \right] = C';$$

obtemos um novo sistema linear a partir de $C' = [A' | B']$:

$$S' : \begin{cases} 1x'_M + 2x'_{SL} + 4x'_F = 24 \\ -2x'_{SL} - 4x'_F = -22 \\ -6x'_F = -24 \end{cases}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

$$S : A_{3 \times 3} X_{3 \times 1} = B_{3 \times 1} \Rightarrow C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right]$$

Como encontrar o **conjunto solução**?

Observe que, se efetuarmos operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada,

$$C_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 3 & 4 & 8 & 50 \\ 3 & 6 & 6 & 48 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - (3)L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - (3)L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & -2 & -4 & -22 \\ 0 & 0 & -6 & -24 \end{array} \right] = C';$$

obtemos um novo sistema linear a partir de $C' = [A' | B']$:

$$S' : \begin{cases} 1x'_M + 2x'_{SL} + 4x'_F = 24 \\ -2x'_{SL} - 4x'_F = -22 \\ -6x'_F = -24 \end{cases}$$

sendo S' um sistema mais simples para encontrarmos o conjunto solução que S .

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

Observe ainda que se efetuarmos mais operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

Observe ainda que se efetuarmos mais operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada

$$C'_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & -2 & -4 & -22 \\ 0 & 0 & -6 & -24 \end{array} \right] \quad L_2 \leftarrow (-\frac{1}{2})L_2$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

Observe ainda que se efetuarmos mais operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada

$$C'_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & -2 & -4 & -22 \\ 0 & 0 & -6 & -24 \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow (-\frac{1}{2})L_2 \\ L_3 \leftarrow (-\frac{1}{6})L_3 \end{array}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

Observe ainda que se efetuarmos mais operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada

$$C'_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & -2 & -4 & -22 \\ 0 & 0 & -6 & -24 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow (-\frac{1}{2})L_2 \\ L_3 \leftarrow (-\frac{1}{6})L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & 1 & 2 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_1 \leftarrow L_1 - (2)L_2 \end{array}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

Observe ainda que se efetuarmos mais operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada

$$C'_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & -2 & -4 & -22 \\ 0 & 0 & -6 & -24 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow (-\frac{1}{2})L_2 \\ L_3 \leftarrow (-\frac{1}{6})L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & 1 & 2 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_1 \leftarrow L_1 - (2)L_2 \\ L_2 \leftarrow L_2 - (2)L_3 \end{array}$$
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - (2)L_3 \end{array}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

Observe ainda que se efetuarmos mais operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada

$$C'_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & -2 & -4 & -22 \\ 0 & 0 & -6 & -24 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow (-\frac{1}{2})L_2 \\ L_3 \leftarrow (-\frac{1}{6})L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & 1 & 2 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_1 \leftarrow L_1 - (2)L_2 \end{array}$$
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] L_2 \leftarrow L_2 - (2)L_3 \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right]$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

Observe ainda que se efetuarmos mais operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada

$$C'_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & -2 & -4 & -22 \\ 0 & 0 & -6 & -24 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow (-\frac{1}{2})L_2 \\ L_3 \leftarrow (-\frac{1}{6})L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & 1 & 2 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_1 \leftarrow L_1 - (2)L_2 \end{array}$$
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] L_2 \leftarrow L_2 - (2)L_3 \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = C'';$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

Observe ainda que se efetuarmos mais operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada

$$C'_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & -2 & -4 & -22 \\ 0 & 0 & -6 & -24 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow (-\frac{1}{2})L_2 \\ L_3 \leftarrow (-\frac{1}{6})L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & 1 & 2 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_1 \leftarrow L_1 - (2)L_2 \\ L_2 \leftarrow L_2 - (2)L_3 \end{array}$$
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - (2)L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = C'';$$

obtemos um novo sistema linear utilizando C'' .

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1):

Observe ainda que se efetuarmos mais operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada

$$C'_{3 \times 4} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & -2 & -4 & -22 \\ 0 & 0 & -6 & -24 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow (-\frac{1}{2})L_2 \\ L_3 \leftarrow (-\frac{1}{6})L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 24 \\ 0 & 1 & 2 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_1 \leftarrow L_1 - (2)L_2 \\ L_2 \leftarrow L_2 - (2)L_3 \end{array}$$
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - (2)L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = C'';$$

obtemos um novo sistema linear utilizando C'' .

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right]$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B'']$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \left\{ \begin{array}{l} 1x''_M \\ \end{array} \right. = 2$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \begin{cases} 1x_M'' & = 2 \\ & 1x_{SL}'' = 3 \end{cases}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \begin{cases} 1x_M'' & = 2 \\ & 1x_{SL}'' & = 3 \\ & & 1x_F'' & = 4 \end{cases}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \begin{cases} 1x_M'' & = 2 \\ & 1x_{SL}'' & = 3 \\ & & 1x_F'' & = 4 \end{cases}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \begin{cases} 1x_M'' & = 2 \\ & 1x_{SL}'' & = 3 \\ & & 1x_F'' & = 4 \end{cases}$$

sendo S'' um sistema mais simples para determinarmos o conjunto solução que os sistemas S e S' .

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \begin{cases} 1x_M'' & = 2 \\ & 1x_{SL}'' & = 3 \\ & & 1x_F'' & = 4 \end{cases}$$

sendo S'' um sistema mais simples para determinarmos o conjunto solução que os sistemas S e S' .

Então, temos para S'' o seguinte conjunto solução:

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \begin{cases} 1x_M'' & & = 2 \\ & 1x_{SL}'' & = 3 \\ & & 1x_F'' = 4 \end{cases}$$

sendo S'' um sistema mais simples para determinarmos o conjunto solução que os sistemas S e S' .

Então, temos para S'' o seguinte conjunto solução: $X_{3 \times 1}'' = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \begin{cases} 1x_M'' & = 2 \\ & 1x_{SL}'' & = 3 \\ & & 1x_F'' & = 4 \end{cases}$$

sendo S'' um sistema mais simples para determinarmos o conjunto solução que os sistemas S e S' .

Então, temos para S'' o seguinte conjunto solução: $X_{3 \times 1}'' = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

Será que os sistemas S , S' e S'' são equivalentes?

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \begin{cases} 1x_M'' & = 2 \\ & 1x_{SL}'' & = 3 \\ & & 1x_F'' & = 4 \end{cases}$$

sendo S'' um sistema mais simples para determinarmos o conjunto solução que os sistemas S e S' .

Então, temos para S'' o seguinte conjunto solução: $X_{3 \times 1}'' = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

Será que os sistemas S , S' e S'' são equivalentes?

$$S : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 8 \\ 3 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \begin{cases} 1x_M'' & = 2 \\ & 1x_{SL}'' & = 3 \\ & & 1x_F'' & = 4 \end{cases}$$

sendo S'' um sistema mais simples para determinarmos o conjunto solução que os sistemas S e S' .

Então, temos para S'' o seguinte conjunto solução: $X_{3 \times 1}'' = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

Será que os sistemas S , S' e S'' são equivalentes?

$$S : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 8 \\ 3 & 6 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} =$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \begin{cases} 1x_M'' & = 2 \\ & 1x_{SL}'' & = 3 \\ & & 1x_F'' & = 4 \end{cases}$$

sendo S'' um sistema mais simples para determinarmos o conjunto solução que os sistemas S e S' .

Então, temos para S'' o seguinte conjunto solução: $X_{3 \times 1}'' = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

Será que os sistemas S , S' e S'' são equivalentes?

$$S : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 8 \\ 3 & 6 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 50 \\ 48 \end{bmatrix}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \begin{cases} 1x_M'' & = 2 \\ & 1x_{SL}'' & = 3 \\ & & 1x_F'' & = 4 \end{cases}$$

sendo S'' um sistema mais simples para determinarmos o conjunto solução que os sistemas S e S' .

Então, temos para S'' o seguinte conjunto solução: $X_{3 \times 1}'' = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

Será que os sistemas S , S' e S'' são equivalentes?

$$S : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 8 \\ 3 & 6 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 50 \\ 48 \end{bmatrix} \text{ e } S' : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \begin{cases} 1x_M'' & = 2 \\ & 1x_{SL}'' & = 3 \\ & & 1x_F'' & = 4 \end{cases}$$

sendo S'' um sistema mais simples para determinarmos o conjunto solução que os sistemas S e S' .

Então, temos para S'' o seguinte conjunto solução: $X_{3 \times 1}'' = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

Será que os sistemas S , S' e S'' são equivalentes?

$$S : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 8 \\ 3 & 6 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 50 \\ 48 \end{bmatrix} \text{ e } S' : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} =$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \begin{cases} 1x_M'' & = 2 \\ & 1x_{SL}'' & = 3 \\ & & 1x_F'' & = 4 \end{cases}$$

sendo S'' um sistema mais simples para determinarmos o conjunto solução que os sistemas S e S' .

Então, temos para S'' o seguinte conjunto solução: $X_{3 \times 1}'' = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

Será que os sistemas S , S' e S'' são equivalentes?

$$S : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 8 \\ 3 & 6 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 50 \\ 48 \end{bmatrix} \text{ e } S' : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ -22 \\ -24 \end{bmatrix}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \begin{cases} 1x_M'' & = 2 \\ & 1x_{SL}'' & = 3 \\ & & 1x_F'' & = 4 \end{cases}$$

sendo S'' um sistema mais simples para determinarmos o conjunto solução que os sistemas S e S' .

Então, temos para S'' o seguinte conjunto solução: $X_{3 \times 1}'' = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

Será que os sistemas S , S' e S'' são equivalentes?

$$S : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 8 \\ 3 & 6 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 50 \\ 48 \end{bmatrix} \text{ e } S' : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ -22 \\ -24 \end{bmatrix}$$

Concluimos, que $X_{3 \times 1} = X_{3 \times 1}' = X_{3 \times 1}''$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \begin{cases} 1x_M'' & = 2 \\ & 1x_{SL}'' & = 3 \\ & & 1x_F'' & = 4 \end{cases}$$

sendo S'' um sistema mais simples para determinarmos o conjunto solução que os sistemas S e S' .

Então, temos para S'' o seguinte conjunto solução: $X_{3 \times 1}'' = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

Será que os sistemas S , S' e S'' são equivalentes?

$$S : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 8 \\ 3 & 6 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 50 \\ 48 \end{bmatrix} \text{ e } S' : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ -22 \\ -24 \end{bmatrix}$$

Concluimos, que $X_{3 \times 1} = X_{3 \times 1}' = X_{3 \times 1}'' \Rightarrow$ os **sistemas são equivalentes**:

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \begin{cases} 1x_M'' & = 2 \\ & 1x_{SL}'' & = 3 \\ & & 1x_F'' & = 4 \end{cases}$$

sendo S'' um sistema mais simples para determinarmos o conjunto solução que os sistemas S e S' .

Então, temos para S'' o seguinte conjunto solução: $X_{3 \times 1}'' = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

Será que os sistemas S , S' e S'' são equivalentes?

$$S : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 8 \\ 3 & 6 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 50 \\ 48 \end{bmatrix} \text{ e } S' : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ -22 \\ -24 \end{bmatrix}$$

Concluimos, que $X_{3 \times 1} = X_{3 \times 1}' = X_{3 \times 1}'' \Rightarrow$ os **sistemas são equivalentes**: $S \sim S' \sim S''$.

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

EXEMPLO(PROBLEMA.1): Assim, utilizando a matriz ampliada;

$$C'' = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right] = [A'' \mid B''] \Rightarrow S'' : \begin{cases} 1x_M'' & = 2 \\ & 1x_{SL}'' & = 3 \\ & & 1x_F'' & = 4 \end{cases}$$

sendo S'' um sistema mais simples para determinarmos o conjunto solução que os sistemas S e S' .

Então, temos para S'' o seguinte conjunto solução: $X_{3 \times 1}'' = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

Será que os sistemas S , S' e S'' são equivalentes?

$$S : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 8 \\ 3 & 6 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 50 \\ 48 \end{bmatrix} \text{ e } S' : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ -22 \\ -24 \end{bmatrix}$$

Concluimos, que $X_{3 \times 1} = X_{3 \times 1}' = X_{3 \times 1}'' \Rightarrow$ os **sistemas são equivalentes**: $S \sim S' \sim S''$.

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

PROPOSIÇÃO:

Sistemas lineares com matrizes ampliadas linhas equivalentes são sistemas equivalentes.

Consideremos os sistemas equivalentes:

$$S \sim S' \Rightarrow X_{n \times 1} = X'_{n \times 1}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

PROPOSIÇÃO:

Sistemas lineares com matrizes ampliadas linhas equivalentes são sistemas equivalentes.

Consideremos os sistemas equivalentes:

$$S \sim S' \Rightarrow X_{n \times 1} = X'_{n \times 1}$$

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

e

$$S' : A'_{m \times n} X'_{n \times 1} = B'_{m \times 1}$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

PROPOSIÇÃO:

Sistemas lineares com matrizes ampliadas linhas equivalentes são sistemas equivalentes.

Consideremos os sistemas equivalentes:

$$S \sim S' \Rightarrow X_{n \times 1} = X'_{n \times 1}$$

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

e

$$S' : A'_{m \times n} X'_{n \times 1} = B'_{m \times 1}$$

onde;

$$C \sim C' \Rightarrow$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

PROPOSIÇÃO:

Sistemas lineares com matrizes ampliadas linhas equivalentes são sistemas equivalentes.

Consideremos os sistemas equivalentes:

$$S \sim S' \Rightarrow X_{n \times 1} = X'_{n \times 1}$$

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

e

$$S' : A'_{m \times n} X'_{n \times 1} = B'_{m \times 1}$$

onde;

$$C \sim C' \Rightarrow [A|B] \sim [A'|B'] .$$

Sistemas de Equações Lineares

Sistemas Equivalentes

PROPOSIÇÃO:

Sistemas lineares com matrizes ampliadas linhas equivalentes são sistemas equivalentes.

Consideremos os sistemas equivalentes:

$$S \sim S' \Rightarrow X_{n \times 1} = X'_{n \times 1}$$

$$S : A_{m \times n} X_{n \times 1} = B_{m \times 1}$$

e

$$S' : A'_{m \times n} X'_{n \times 1} = B'_{m \times 1}$$

onde;

$$C \sim C' \Rightarrow [A|B] \sim [A'|B'] .$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução dos sistemas lineares abaixo utilizando o resultado da proposição acima:

$$(a) \ S : \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução dos sistemas lineares abaixo utilizando o resultado da proposição acima:

$$(a) \ S : \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 4 \end{cases}$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução dos sistemas lineares abaixo utilizando o resultado da proposição acima:

$$(a) \ S : \begin{cases} x_1 & +4x_2 & +3x_3 & = 1 \\ 2x_1 & +5x_2 & +4x_3 & = 4 \\ x_1 & -3x_2 & -2x_3 & = 5 \end{cases}$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução dos sistemas lineares abaixo utilizando o resultado da proposição acima:

$$(a) \ S : \begin{cases} x_1 & +4x_2 & +3x_3 & = 1 \\ 2x_1 & +5x_2 & +4x_3 & = 4 \\ x_1 & -3x_2 & -2x_3 & = 5 \end{cases}$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução dos sistemas lineares abaixo utilizando o resultado da proposição acima:

$$(a) \ S : \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$$

$$(b) \ S : \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução dos sistemas lineares abaixo utilizando o resultado da proposição acima:

$$(a) \ S : \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$$

$$(b) \ S : \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução dos sistemas lineares abaixo utilizando o resultado da proposição acima:

$$(a) \ S : \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$$

$$(b) \ S : \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução dos sistemas lineares abaixo utilizando o resultado da proposição acima:

$$(a) \ S : \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$$

$$(b) \ S : \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução dos sistemas lineares abaixo utilizando o resultado da proposição acima:

$$(a) \ S : \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$$

$$(b) \ S : \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$(c) \ S : \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução dos sistemas lineares abaixo utilizando o resultado da proposição acima:

$$(a) \ S : \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$$

$$(b) \ S : \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$(c) \ S : \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução dos sistemas lineares abaixo utilizando o resultado da proposição acima:

$$(a) \ S : \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$$

$$(b) \ S : \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$(c) \ S : \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução dos sistemas lineares abaixo utilizando o resultado da proposição acima:

$$(a) \ S : \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$$

$$(b) \ S : \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$(c) \ S : \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução dos sistemas lineares abaixo utilizando o resultado da proposição acima:

$$(a) \ S : \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$$

$$(b) \ S : \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$(c) \ S : \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução do sistema linear do Problema.2 utilizando o resultado da proposição acima:

$$S : \begin{cases} 4x_1 & -x_3 & = 0 \end{cases} \rightarrow 1^a \text{equação: } C$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução do sistema linear do Problema.2 utilizando o resultado da proposição acima:

$$S : \begin{cases} 4x_1 & -x_3 & = 0 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 & -2x_4 & = 0 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \end{cases}$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução do sistema linear do Problema.2 utilizando o resultado da proposição acima:

$$S : \begin{cases} 4x_1 & -x_3 & & = 0 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 & & -2x_4 & = 0 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \\ & 2x_2 & -2x_3 & -x_4 & = 0 & \longrightarrow 3^a \text{equação: } O \end{cases}$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução do sistema linear do Problema.2 utilizando o resultado da proposição acima:

$$S : \begin{cases} 4x_1 & -x_3 & & = 0 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 & & -2x_4 & = 0 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \\ & 2x_2 & -2x_3 & -x_4 & = 0 & \longrightarrow 3^a \text{equação: } O \end{cases}$$

Sistemas Semelhantes

Exercícios

Determine o conjunto solução do sistema linear do Problema.2 utilizando o resultado da proposição acima:

$$S : \begin{cases} 4x_1 & -x_3 & & = 0 & \longrightarrow 1^a \text{equação: } C \\ 10x_1 & & -2x_4 & = 0 & \longrightarrow 2^a \text{equação: } H \\ & 2x_2 & -2x_3 & -x_4 & = 0 & \longrightarrow 3^a \text{equação: } O \end{cases}$$