Universidade Federal da Bahia - UFBA
Instituto de Matemática e Estatística - IME
Departamento de Matemática

MAT A07 - Álgebra Linear A

Aula 5 - Matrizes

Matriz Inversa, Matriz Ortogonal e Matriz Unitária

Professora: Isamara Alves

16/03/2021

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ o COFATOR(i, j);

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ o COFATOR(i, j); vamos calcular os cofatores relacionados a cada elemento a_{ij} de $A_3; \forall i, j = 1, 2, 3$.

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ o COFATOR(i, j); vamos calcular os cofatores relacionados a cada elemento a_{ij} de $A_3; \forall i, j = 1, 2, 3$.

$C_{11} = +det(A_{11}) = 15$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ o COFATOR(i, j); vamos calcular os cofatores relacionados a cada elemento a_{ij} de $A_3; \forall i, j = 1, 2, 3.$

$C_{11} = +det(A_{11}) = 15 \quad C_{12} = -det(A_{12}) = -11$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ o COFATOR(i, j); vamos calcular os cofatores relacionados a cada elemento a_{ij} de $A_3; \forall i, j = 1, 2, 3.$

$C_{11} = +det(A_{11}) = 15 \quad C_{12} = -det(A_{12}) = -11 \quad C_{13} = +det(A_{13}) = 1$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ o COFATOR(i, j); vamos calcular os cofatores relacionados a cada elemento a_{ij} de $A_3; \forall i, j = 1, 2, 3.$

$C_{11} = +det(A_{11}) = 15 \quad C_{12} = -det(A_{12}) = -11 \quad C_{13} = +det(A_{13}) = 1$

$C_{21} = -det(A_{21}) = -10$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ o COFATOR(i, j); vamos calcular os cofatores relacionados a cada elemento a_{ij} de $A_3; \forall i, j = 1, 2, 3.$

$C_{11} = +det(A_{11}) = 15 \quad C_{12} = -det(A_{12}) = -11 \quad C_{13} = +det(A_{13}) = 1$

$C_{21} = -det(A_{21}) = -10 \quad C_{22} = +det(A_{22}) = 5$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ o COFATOR(i, j); vamos calcular os cofatores relacionados a cada elemento a_{ij} de $A_3; \forall i, j = 1, 2, 3.$

$C_{11} = +det(A_{11}) = 15 \quad C_{12} = -det(A_{12}) = -11 \quad C_{13} = +det(A_{13}) = 1$

$C_{21} = -det(A_{21}) = -10 \quad C_{22} = +det(A_{22}) = 5 \quad C_{23} = -det(A_{23}) = -3$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ o COFATOR(i, j); vamos calcular os cofatores relacionados a cada elemento a_{ij} de $A_3; \forall i, j = 1, 2, 3.$

$C_{11} = +det(A_{11}) = 15 \quad C_{12} = -det(A_{12}) = -11 \quad C_{13} = +det(A_{13}) = 1$

$C_{21} = -det(A_{21}) = -10 \quad C_{22} = +det(A_{22}) = 5 \quad C_{23} = -det(A_{23}) = -3$

$C_{31} = +det(A_{31}) = -2$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ o COFATOR(i, j); vamos calcular os cofatores relacionados a cada elemento a_{ij} de $A_3; \forall i, j = 1, 2, 3$.

$C_{11} = +det(A_{11}) = 15$ $\quad C_{12} = -det(A_{12}) = -11$ $\quad C_{13} = +det(A_{13}) = 1$

$C_{21} = -det(A_{21}) = -10$ $\quad C_{22} = +det(A_{22}) = 5$ $\quad C_{23} = -det(A_{23}) = -3$

$C_{31} = +det(A_{31}) = -2$ $\quad C_{32} = -det(A_{32}) = 1$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ o COFATOR(i, j); vamos calcular os cofatores relacionados a cada elemento a_{ij} de $A_3; \forall i, j = 1, 2, 3.$

$C_{11} = +det(A_{11}) = 15 \quad C_{12} = -det(A_{12}) = -11 \quad C_{13} = +det(A_{13}) = 1$

$C_{21} = -det(A_{21}) = -10 \quad C_{22} = +det(A_{22}) = 5 \quad C_{23} = -det(A_{23}) = -3$

$C_{31} = +det(A_{31}) = -2 \quad C_{32} = -det(A_{32}) = 1 \quad C_{33} = +det(A_{33}) = -2$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ o COFATOR(i, j); vamos calcular os cofatores relacionados a cada elemento a_{ij} de $A_3; \forall i, j = 1, 2, 3.$

$$C_{11} = +det(A_{11}) = 15 \quad C_{12} = -det(A_{12}) = -11 \quad C_{13} = +det(A_{13}) = 1$$
$$C_{21} = -det(A_{21}) = -10 \quad C_{22} = +det(A_{22}) = 5 \quad C_{23} = -det(A_{23}) = -3$$
$$C_{31} = +det(A_{31}) = -2 \quad C_{32} = -det(A_{32}) = 1 \quad C_{33} = +det(A_{33}) = -2$$

Agora, colocaremos os cofatores calculados dentro de uma mesma matriz;

$$C_3 = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ o COFATOR(i, j); vamos calcular os cofatores relacionados a cada elemento a_{ij} de $A_3; \forall i, j = 1, 2, 3.$

$C_{11} = +det(A_{11}) = 15 \quad C_{12} = -det(A_{12}) = -11 \quad C_{13} = +det(A_{13}) = 1$

$C_{21} = -det(A_{21}) = -10 \quad C_{22} = +det(A_{22}) = 5 \quad C_{23} = -det(A_{23}) = -3$

$C_{31} = +det(A_{31}) = -2 \quad C_{32} = -det(A_{32}) = 1 \quad C_{33} = +det(A_{33}) = -2$

Agora, colocaremos os cofatores calculados dentro de uma mesma matriz;

$$C_3 = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} = \left[\begin{matrix} 15 & -11 & 1 \\ & & \\ & & \end{matrix} \right.$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ o COFATOR(i, j); vamos calcular os cofatores relacionados a cada elemento a_{ij} de $A_3; \forall i, j = 1, 2, 3$.

$C_{11} = +det(A_{11}) = 15 \quad C_{12} = -det(A_{12}) = -11 \quad C_{13} = +det(A_{13}) = 1$

$C_{21} = -det(A_{21}) = -10 \quad C_{22} = +det(A_{22}) = 5 \quad C_{23} = -det(A_{23}) = -3$

$C_{31} = +det(A_{31}) = -2 \quad C_{32} = -det(A_{32}) = 1 \quad C_{33} = +det(A_{33}) = -2$

Agora, colocaremos os cofatores calculados dentro de uma mesma matriz;

$$C_3 = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} = \left[\begin{matrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ & & \end{matrix} \right.$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ o COFATOR(i, j); vamos calcular os cofatores relacionados a cada elemento a_{ij} de $A_3; \forall i, j = 1, 2, 3.$

$C_{11} = +det(A_{11}) = 15 \quad C_{12} = -det(A_{12}) = -11 \quad C_{13} = +det(A_{13}) = 1$
$C_{21} = -det(A_{21}) = -10 \quad C_{22} = +det(A_{22}) = 5 \quad C_{23} = -det(A_{23}) = -3$
$C_{31} = +det(A_{31}) = -2 \quad C_{32} = -det(A_{32}) = 1 \quad C_{33} = +det(A_{33}) = -2$

Agora, colocaremos os cofatores calculados dentro de uma mesma matriz;

$$C_3 = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ o COFATOR(i, j); vamos calcular os cofatores relacionados a cada elemento a_{ij} de $A_3; \forall i, j = 1, 2, 3$.

$C_{11} = +det(A_{11}) = 15 \quad C_{12} = -det(A_{12}) = -11 \quad C_{13} = +det(A_{13}) = 1$
$C_{21} = -det(A_{21}) = -10 \quad C_{22} = +det(A_{22}) = 5 \quad C_{23} = -det(A_{23}) = -3$
$C_{31} = +det(A_{31}) = -2 \quad C_{32} = -det(A_{32}) = 1 \quad C_{33} = +det(A_{33}) = -2$

Agora, colocaremos os cofatores calculados dentro de uma mesma matriz;

$$C_3 = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

EXEMPLO: Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Considerando $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ o COFATOR(i, j); vamos calcular os cofatores relacionados a cada elemento a_{ij} de $A_3; \forall i, j = 1, 2, 3$.

$$C_{11} = +det(A_{11}) = 15 \quad C_{12} = -det(A_{12}) = -11 \quad C_{13} = +det(A_{13}) = 1$$
$$C_{21} = -det(A_{21}) = -10 \quad C_{22} = +det(A_{22}) = 5 \quad C_{23} = -det(A_{23}) = -3$$
$$C_{31} = +det(A_{31}) = -2 \quad C_{32} = -det(A_{32}) = 1 \quad C_{33} = +det(A_{33}) = -2$$

Agora, colocaremos os cofatores calculados dentro de uma mesma matriz;

$$C_3 = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Esta matriz é denominada MATRIZ DOS COFATORES DE A.

Matriz dos Cofatores

Definição

Sejam $A, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A

Matriz dos Cofatores

Definição

Sejam $A, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A se, e somente se,

Matriz dos Cofatores

Definição

Sejam $A, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A se, e somente se,

$$C_n = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1j} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2j} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{i1} & C_{i2} & \dots & C_{ii} & \dots & C_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nj} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

Sejam $A, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A se, e somente se,

$$C_n = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1j} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2j} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{i1} & C_{i2} & \dots & C_{ii} & \dots & C_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nj} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

onde, $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$

Matriz dos Cofatores

Definição

Sejam $A, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A se, e somente se,

$$C_n = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1j} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2j} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{i1} & C_{i2} & \dots & C_{ii} & \dots & C_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nj} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

onde, $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ é o COFATOR(i, j) ou COMPLEMENTO ALGÉBRICO do elemento a_{ij} de A_n.

Sejam $A, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Dizemos que a matriz C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A se, e somente se,

$$C_n = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1j} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2j} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{i1} & C_{i2} & \dots & C_{ii} & \dots & C_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nj} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

onde, $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ é o COFATOR(i, j) ou COMPLEMENTO ALGÉBRICO do elemento a_{ij} de A_n.

Matriz Adjunta

Definição

Sejam $A, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; onde C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A.

Matriz Adjunta

Definição

Sejam $A, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; onde C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A. Denotamos por $adj(A)$ e denominamos MATRIZ ADJUNTA de A

Matriz Adjunta

Definição

Sejam $A, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; onde C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A. Denotamos por $adj(A)$ e denominamos MATRIZ ADJUNTA de A a **transposta da matriz dos cofatores**.

Matriz Adjunta

Definição

Sejam $A, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; onde C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A. Denotamos por $adj(A)$ e denominamos MATRIZ ADJUNTA de A a **transposta da matriz dos cofatores**.

$$adj(A) = C^t$$

Matriz Adjunta

Definição

Sejam $A, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; onde C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A. Denotamos por $adj(A)$ e denominamos MATRIZ ADJUNTA de A a **transposta da matriz dos cofatores**.

$$adj(A) = C^t$$

Isto é,

Sejam $A, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; onde C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A. Denotamos por $adj(A)$ e denominamos MATRIZ ADJUNTA de A a **transposta da matriz dos cofatores**.

$$adj(A) = C^t$$

Isto é,

$$adj(A) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & \dots & C_{i1} & \dots & C_{n1} \\ C_{12} & C_{22} & \dots & C_{i2} & \dots & C_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{1j} & C_{2j} & \dots & C_{ii} & \dots & C_{nj} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{1n} & C_{2n} & \dots & C_{in} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

Sejam $A, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; onde C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A. Denotamos por $adj(A)$ e denominamos MATRIZ ADJUNTA de A a **transposta da matriz dos cofatores**.

$$adj(A) = C^t$$

Isto é,

$$adj(A) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & \dots & C_{i1} & \dots & C_{n1} \\ C_{12} & C_{22} & \dots & C_{i2} & \dots & C_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{1j} & C_{2j} & \dots & C_{ii} & \dots & C_{nj} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{1n} & C_{2n} & \dots & C_{in} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

onde, $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$

Sejam $A, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; onde C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A. Denotamos por $adj(A)$ e denominamos MATRIZ ADJUNTA de A a **transposta da matriz dos cofatores**.

$$adj(A) = C^t$$

Isto é,

$$adj(A) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & \dots & C_{i1} & \dots & C_{n1} \\ C_{12} & C_{22} & \dots & C_{i2} & \dots & C_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{1j} & C_{2j} & \dots & C_{ii} & \dots & C_{nj} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{1n} & C_{2n} & \dots & C_{in} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

onde, $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ é o COFATOR(i, j) do elemento a_{ij} de A_n.

Sejam $A, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; onde C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A. Denotamos por $adj(A)$ e denominamos MATRIZ ADJUNTA de A a **transposta da matriz dos cofatores**.

$$adj(A) = C^t$$

Isto é,

$$adj(A) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & \dots & C_{i1} & \dots & C_{n1} \\ C_{12} & C_{22} & \dots & C_{i2} & \dots & C_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{1j} & C_{2j} & \dots & C_{ii} & \dots & C_{nj} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{1n} & C_{2n} & \dots & C_{in} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

onde, $C_{ij} = (-1)^{i+j} det(A_{ij})$ é o COFATOR(i, j) do elemento a_{ij} de A_n.

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$adj(A) = C_3^t = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$adj(A) = C_3^t = \left[\begin{array}{ccc} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ & & \end{array} \right.$$

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$adj(A) = C_3^t = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$adj(A) = C_3^t = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}^t =$$

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$adj(A) = C_3^t = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$adj(A) = C_3^t = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ & & \end{bmatrix}$$

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$adj(A) = C_3^t = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$adj(A) = C_3^t = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$adj(A) = C_3^t = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Calculando, o produto entre a matriz A e a sua adjunta: $A.adj(A)$

Matriz Adjunta
Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$adj(A) = C_3^t = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Calculando, o produto entre a matriz A e a sua adjunta: $A.adj(A)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}.$$

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $\color{blue}{det}(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$\color{red}{adj}(A) = C_3^t = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Calculando, o produto entre a matriz A e a sua adjunta: $A.\color{red}{adj}(A)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} =$$

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $\color{blue}{det}(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$\color{red}{adj}(A) = C_3^t = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Calculando, o produto entre a matriz A e a sua adjunta: $A.\color{red}{adj}(A)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 0 & 0 \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$adj(A) = C_3^t = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Calculando, o produto entre a matriz A e a sua adjunta: $A.adj(A)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 \\ & & \end{bmatrix}$$

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$adj(A) = C_3^t = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Calculando, o produto entre a matriz A e a sua adjunta: $A.adj(A)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & -7 \end{bmatrix} =$$

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$adj(A) = C_3^t = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Calculando, o produto entre a matriz A e a sua adjunta: $A.adj(A)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & -7 \end{bmatrix} = -7. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$adj(A) = C_3^t = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Calculando, o produto entre a matriz A e a sua adjunta: $A.adj(A)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & -7 \end{bmatrix} = -7. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A.adj(A) =$$

Matriz Adjunta

Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$adj(A) = C_3^t = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Calculando, o produto entre a matriz A e a sua adjunta: $A.adj(A)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & -7 \end{bmatrix} = -7. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A.adj(A) = det(A).I_3$$

Matriz Adjunta
Exemplo

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7$.

Determinando a MATRIZ ADJUNTA DE A, temos;

$$adj(A) = C_3^t = \begin{bmatrix} 15 & -11 & 1 \\ -10 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Calculando, o produto entre a matriz A e a sua adjunta: $A.adj(A)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & -7 \end{bmatrix} = -7. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A.adj(A) = det(A).I_3$$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; onde C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A e C^t é a MATRIZ ADJUNTA.

Matriz Adjunta

Proposição.2

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; onde C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A e C^t é a MATRIZ ADJUNTA. Então,

$$A.adj(A) = det(A).I_n$$

Ou seja;

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; onde C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A e C^t é a MATRIZ ADJUNTA. Então,

$$A.adj(A) = det(A).I_n$$

Ou seja;

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & \dots & a_{ii} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; onde C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A e C^t é a MATRIZ ADJUNTA. Então,

$$A.adj(A) = det(A).I_n$$

Ou seja;

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & \dots & a_{ii} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} C_{11} & \dots & C_{i1} & \dots & C_{n1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{1j} & \dots & C_{ii} & \dots & C_{nj} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{1n} & \dots & C_{in} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} =$$

Matriz Adjunta

Proposição.2

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; onde C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A e C^t é a MATRIZ ADJUNTA. Então,

$$A.adj(A) = det(A).I_n$$

Ou seja;

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & \dots & a_{ii} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} C_{11} & \dots & C_{i1} & \dots & C_{n1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{1j} & \dots & C_{ii} & \dots & C_{nj} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{1n} & \dots & C_{in} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} det(A) & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & det(A) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & det(A) \end{bmatrix}$$

Matriz Adjunta

Proposição.2

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$; onde C é a MATRIZ DOS COFATORES DE A e C^t é a MATRIZ ADJUNTA. Então,

$$A.adj(A) = det(A).I_n$$

Ou seja;

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & \dots & a_{ii} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} C_{11} & \dots & C_{i1} & \dots & C_{n1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{1j} & \dots & C_{ii} & \dots & C_{nj} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{1n} & \dots & C_{in} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} det(A) & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & det(A) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & det(A) \end{bmatrix}$$

Matrizes Invertíveis

Definição

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

Matrizes Invertíveis

Definição

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz D de mesma ordem, tal que

Matrizes Invertíveis

Definição

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz D de mesma ordem, tal que

$$AD = DA$$

Matrizes Invertíveis

Definição

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz D de mesma ordem, tal que

$$AD = DA = I_n;$$

Matrizes Invertíveis

Definição

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz D de mesma ordem, tal que

$$AD = DA = I_n;$$

onde, D é a Matriz Inversa de A.

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz D de mesma ordem, tal que

$$AD = DA = I_n;$$

onde, D é a MATRIZ INVERSA de A.

NOTAÇÃO: $D = A^{-1}$.

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz D de mesma ordem, tal que

$$AD = DA = I_n;$$

onde, D é a MATRIZ INVERSA de A.
NOTAÇÃO: $D = A^{-1}$.

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I_n.$$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz D de mesma ordem, tal que

$$AD = DA = I_n;$$

onde, D é a Matriz Inversa de A.

Notação: $D = A^{-1}$.

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I_n.$$

Exemplo:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix};$$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz D de mesma ordem, tal que

$$AD = DA = I_n;$$

onde, D é a MATRIZ INVERSA de A.
NOTAÇÃO: $D = A^{-1}$.

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I_n.$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix};\ A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 6 & -2 \\ 0 & -3 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz D de mesma ordem, tal que

$$AD = DA = I_n;$$

onde, D é a MATRIZ INVERSA de A.

NOTAÇÃO: $D = A^{-1}$.

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I_n.$$

EXEMPLO:

$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}$; $A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 6 & -2 \\ 0 & -3 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -2 & 1 \end{bmatrix}$

$$A_3.A_3^{-1} =$$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz D de mesma ordem, tal que

$$AD = DA = I_n;$$

onde, D é a Matriz Inversa de A.

Notação: $D = A^{-1}$.

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I_n.$$

Exemplo:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix};\ A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 6 & -2 \\ 0 & -3 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3.A_3^{-1} = A_3^{-1}.A_3$$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz D de mesma ordem, tal que

$$AD = DA = I_n;$$

onde, D é a MATRIZ INVERSA de A.

NOTAÇÃO: $D = A^{-1}$.

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I_n.$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix};\ A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 6 & -2 \\ 0 & -3 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3.A_3^{-1} = A_3^{-1}.A_3 = I_3$$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz D de mesma ordem, tal que

$$AD = DA = I_n;$$

onde, D é a MATRIZ INVERSA de A.

NOTAÇÃO: $D = A^{-1}$.

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I_n.$$

EXEMPLO:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}; \; A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 6 & -2 \\ 0 & -3 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3.A_3^{-1} = A_3^{-1}.A_3 = I_3$$

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é;

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é;

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é; e $(A^{-1})^{-1} = A$.

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é; e $(A^{-1})^{-1} = A$.
- Se A e B são matrizes invertíveis então (AB) também o é;

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é; e $(A^{-1})^{-1} = A$.
- Se A e B são matrizes invertíveis então (AB) também o é;

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é; e $(A^{-1})^{-1} = A$.
- Se A e B são matrizes invertíveis então (AB) também o é; e $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

Matrizes Invertíveis
Propriedades

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é; e $(A^{-1})^{-1} = A$.
- Se A e B são matrizes invertíveis então (AB) também o é; e $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- Se A é invertível então A^t também o é;

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é; e $(A^{-1})^{-1} = A$.
- Se A e B são matrizes invertíveis então (AB) também o é; e $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- Se A é invertível então A^t também o é;

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é; e $(A^{-1})^{-1} = A$.
- Se A e B são matrizes invertíveis então (AB) também o é; e $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- Se A é invertível então A^t também o é;e $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é; e $(A^{-1})^{-1} = A$.
- Se A e B são matrizes invertíveis então (AB) também o é; e $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- Se A é invertível então A^t também o é;e $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.
- Se A é invertível então λA também o é;

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é; e $(A^{-1})^{-1} = A$.
- Se A e B são matrizes invertíveis então (AB) também o é; e $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- Se A é invertível então A^t também o é;e $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.
- Se A é invertível então λA também o é;

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é; e $(A^{-1})^{-1} = A$.
- Se A e B são matrizes invertíveis então (AB) também o é; e $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- Se A é invertível então A^t também o é;e $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.
- Se A é invertível então λA também o é; e $(\lambda A)^{-1} =$

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é; e $(A^{-1})^{-1} = A$.
- Se A e B são matrizes invertíveis então (AB) também o é; e $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- Se A é invertível então A^t também o é;e $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.
- Se A é invertível então λA também o é; e $(\lambda A)^{-1} = (\frac{1}{\lambda})A^{-1}$;

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é; e $(A^{-1})^{-1} = A$.
- Se A e B são matrizes invertíveis então (AB) também o é; e $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- Se A é invertível então A^t também o é;e $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.
- Se A é invertível então λA também o é; e $(\lambda A)^{-1} = (\frac{1}{\lambda})A^{-1}; \lambda \in \mathbb{K}; \lambda \neq 0$.
- Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ e B com inversa B^{-1}

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é; e $(A^{-1})^{-1} = A$.
- Se A e B são matrizes invertíveis então (AB) também o é; e $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- Se A é invertível então A^t também o é;e $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.
- Se A é invertível então λA também o é; e $(\lambda A)^{-1} = (\frac{1}{\lambda})A^{-1}; \lambda \in \mathbb{K}; \lambda \neq 0$.
- Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ e B com inversa B^{-1}

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é; e $(A^{-1})^{-1} = A$.
- Se A e B são matrizes invertíveis então (AB) também o é; e $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- Se A é invertível então A^t também o é;e $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.
- Se A é invertível então λA também o é; e $(\lambda A)^{-1} = (\frac{1}{\lambda})A^{-1}; \lambda \in \mathbb{K}; \lambda \neq 0$.
- Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ e B com inversa B^{-1} então $tr(B^{-1}AB) = tr(A)$.

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é; e $(A^{-1})^{-1} = A$.
- Se A e B são matrizes invertíveis então (AB) também o é; e $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- Se A é invertível então A^t também o é;e $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.
- Se A é invertível então λA também o é; e $(\lambda A)^{-1} = (\frac{1}{\lambda})A^{-1}; \lambda \in \mathbb{K}; \lambda \neq 0$.
- Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ e B com inversa B^{-1} então $tr(B^{-1}AB) = tr(A)$.
- Se A é invertível então $\overline{A}$ também o é;

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é; e $(A^{-1})^{-1} = A$.
- Se A e B são matrizes invertíveis então (AB) também o é; e $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- Se A é invertível então A^t também o é;e $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.
- Se A é invertível então λA também o é; e $(\lambda A)^{-1} = (\frac{1}{\lambda})A^{-1}; \lambda \in \mathbb{K}; \lambda \neq 0$.
- Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ e B com inversa B^{-1} então $tr(B^{-1}AB) = tr(A)$.
- Se A é invertível então $\overline{A}$ também o é;

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então ela é **única**.
- Se A tem pelo menos uma linha(e/ou coluna) nula então A não é invertível.
- Se A é invertível então A^{-1} também o é; e $(A^{-1})^{-1} = A$.
- Se A e B são matrizes invertíveis então (AB) também o é; e $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- Se A é invertível então A^t também o é;e $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.
- Se A é invertível então λA também o é; e $(\lambda A)^{-1} = (\frac{1}{\lambda})A^{-1}; \lambda \in \mathbb{K}; \lambda \neq 0$.
- Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ e B com inversa B^{-1} então $tr(B^{-1}AB) = tr(A)$.
- Se A é invertível então $\overline{A}$ também o é; e $(\overline{A})^{-1} = \overline{(A^{-1})}$.

Matrizes Invertíveis
Propriedades

- Se a inversa de A existe então $A.A^{-1} = I_n$.

- Se a inversa de A existe então $A.A^{-1} = I_n$. Se aplicarmos o determinante nesta igualdade, temos;

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então $A.A^{-1} = I_n$. Se aplicarmos o determinante nesta igualdade, temos;
  $det(A.A^{-1}) = det(I_n)$

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então $A.A^{-1} = I_n$. Se aplicarmos o determinante nesta igualdade, temos;
  $det(A.A^{-1}) = det(I_n) \Rightarrow det(A).det(A^{-1}) = 1 \Rightarrow$

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então $A.A^{-1} = I_n$. Se aplicarmos o determinante nesta igualdade, temos;
  $det(A.A^{-1}) = det(I_n) \Rightarrow det(A).det(A^{-1}) = 1 \Rightarrow$

$$det(A^{-1}) = \frac{1}{det(A)}; det(A) \neq 0$$

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então $A.A^{-1} = I_n$. Se aplicarmos o determinante nesta igualdade, temos;
  $det(A.A^{-1}) = det(I_n) \Rightarrow det(A).det(A^{-1}) = 1 \Rightarrow$
  $$det(A^{-1}) = \frac{1}{det(A)}; det(A) \neq 0$$

OBSERVAÇÃO: Concluímos também deste resultado que A é invertível se, e somente se, $det(A) \neq 0$.

- Se a inversa de A existe então $A.A^{-1} = I_n$. Se aplicarmos o determinante nesta igualdade, temos;
  $det(A.A^{-1}) = det(I_n) \Rightarrow det(A).det(A^{-1}) = 1 \Rightarrow$
  $$det(A^{-1}) = \frac{1}{det(A)}; det(A) \neq 0$$

OBSERVAÇÃO: Concluímos também deste resultado que A é invertível se, e somente se, $det(A) \neq 0$. Assim, pela proposição. 2,

$$A.adj(A) = det(A).I_n$$

- Se a inversa de A existe então $A.A^{-1} = I_n$. Se aplicarmos o determinante nesta igualdade, temos;
  $det(A.A^{-1}) = det(I_n) \Rightarrow det(A).det(A^{-1}) = 1 \Rightarrow$
  $$det(A^{-1}) = \frac{1}{det(A)}; \, det(A) \neq 0$$

OBSERVAÇÃO: Concluímos também deste resultado que A é invertível se, e somente se, $det(A) \neq 0$. Assim, pela proposição. 2,

$$A.adj(A) = det(A).I_n$$

$$\Rightarrow A.\frac{1}{det(A)}.adj(A) = det(A).\frac{1}{det(A)}.I_n$$

- Se a inversa de A existe então $A.A^{-1} = I_n$. Se aplicarmos o determinante nesta igualdade, temos;
  $det(A.A^{-1}) = det(I_n) \Rightarrow det(A).det(A^{-1}) = 1 \Rightarrow$
  $$det(A^{-1}) = \frac{1}{det(A)}; \, det(A) \neq 0$$

OBSERVAÇÃO: Concluímos também deste resultado que A é invertível se, e somente se, $det(A) \neq 0$. Assim, pela proposição. 2,

$$A.adj(A) = det(A).I_n$$

$$\Rightarrow A.\frac{1}{det(A)}.adj(A) = det(A).\frac{1}{det(A)}.I_n \Rightarrow A.\frac{1}{det(A)}.adj(A) = I_n$$

Matrizes Invertíveis

Propriedades

- Se a inversa de A existe então $A.A^{-1} = I_n$. Se aplicarmos o determinante nesta igualdade, temos;
  $det(A.A^{-1}) = det(I_n) \Rightarrow det(A).det(A^{-1}) = 1 \Rightarrow$
  $$det(A^{-1}) = \frac{1}{det(A)};\ det(A) \neq 0$$

OBSERVAÇÃO: Concluímos também deste resultado que A é invertível se, e somente se, $det(A) \neq 0$. Assim, pela proposição. 2,

$$A.adj(A) = det(A).I_n$$

$$\Rightarrow A.\frac{1}{det(A)}.adj(A) = det(A).\frac{1}{det(A)}.I_n \Rightarrow A.\frac{1}{det(A)}.adj(A) = I_n$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{det(A)}.adj(A)$$

Matrizes Invertíveis

Proposição.3

A_n é invertível se, e somente se, $det(A) \neq 0$ e

Matrizes Invertíveis

Proposição.3

A_n é invertível se, e somente se, $det(A) \neq 0$ e

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}.adj(A)$$

Matrizes Invertíveis

Proposição.3

A_n é invertível se, e somente se, $det(A) \neq 0$ e

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}.adj(A)$$

EXEMPLO.1:

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

A_n é invertível se, e somente se, $det(A) \neq 0$ e

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}.adj(A)$$

EXEMPLO.1:

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ e $adj(A) = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$

A_n é invertível se, e somente se, $det(A) \neq 0$ e

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}.adj(A)$$

EXEMPLO.1:

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ e $adj(A) = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7 \neq 0$;

A_n é invertível se, e somente se, $det(A) \neq 0$ e

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}.adj(A)$$

EXEMPLO.1:

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ e $adj(A) = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7 \neq 0$;

Então, pela proposição.3,

A_n é invertível se, e somente se, $det(A) \neq 0$ e

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}.adj(A)$$

EXEMPLO.1:

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ e $adj(A) = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7 \neq 0$;

Então, pela proposição.3,

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}.adj(A) = \frac{1}{-7}.\begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} =$$

A_n é invertível se, e somente se, $det(A) \neq 0$ e

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}.adj(A)$$

EXEMPLO.1:

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ e $adj(A) = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7 \neq 0$;

Então, pela proposição.3,

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}.adj(A) = \frac{1}{-7}.\begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{15}{7} & \frac{10}{7} & \frac{2}{7} \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

A_n é invertível se, e somente se, $det(A) \neq 0$ e

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}.adj(A)$$

EXEMPLO.1:

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ e $adj(A) = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7 \neq 0$;

Então, pela proposição.3,

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}.adj(A) = \frac{1}{-7}.\begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{15}{7} & \frac{10}{7} & \frac{2}{7} \\ \frac{11}{7} & -\frac{5}{7} & -\frac{1}{7} \\ & & \end{bmatrix}$$

A_n é invertível se, e somente se, $det(A) \neq 0$ e

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}.adj(A)$$

EXEMPLO.1:

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ e $adj(A) = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7 \neq 0$;

Então, pela proposição.3,

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}.adj(A) = \frac{1}{-7}.\begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{15}{7} & \frac{10}{7} & \frac{2}{7} \\ \frac{11}{7} & -\frac{5}{7} & -\frac{1}{7} \\ -\frac{1}{7} & \frac{3}{7} & \frac{2}{7} \end{bmatrix}$$

A_n é invertível se, e somente se, $det(A) \neq 0$ e

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}.adj(A)$$

EXEMPLO.1:

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ e $adj(A) = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = -7 \neq 0$;

Então, pela proposição.3,

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}.adj(A) = \frac{1}{-7}.\begin{bmatrix} 15 & -10 & -2 \\ -11 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{15}{7} & \frac{10}{7} & \frac{2}{7} \\ \frac{11}{7} & -\frac{5}{7} & -\frac{1}{7} \\ -\frac{1}{7} & \frac{3}{7} & \frac{2}{7} \end{bmatrix}$$

EXEMPLO.2:

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 4 & 6 & -1 \end{bmatrix}$

EXEMPLO.2:

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 4 & 6 & -1 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = 0$;

EXEMPLO.2:

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 4 & 6 & -1 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = 0$; pois $L_3 = L_1 + L_2$.

EXEMPLO.2:

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 4 & 6 & -1 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = 0$; pois $L_3 = L_1 + L_2$.

Então, pela proposição.3,

EXEMPLO.2:

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 4 & 6 & -1 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = 0$; pois $L_3 = L_1 + L_2$.

Então, pela proposição.3, $\nexists A^{-1}$;

EXEMPLO.2:

Seja a matriz $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 4 & 6 & -1 \end{bmatrix}$ onde, $det(A) = 0$; pois $L_3 = L_1 + L_2$.

Então, pela proposição.3, $\nexists A^{-1}$;

A matrix A_3 não é invertível!

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$.

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma $\textsc{Matriz Ortogonal}$ se, e somente se, $A^{-1} = A^t$. Assim, as matrizes A e A^t comutam, ou seja;

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$. Assim, as matrizes A e A^t comutam, ou seja; $A.A^t = A^t.A = I_n$.

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$. Assim, as matrizes A e A^t comutam, ou seja; $A.A^t = A^t.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix};$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$. Assim, as matrizes A e A^t comutam, ou seja; $A.A^t = A^t.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$;

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$. Assim, as matrizes A e A^t comutam, ou seja; $A.A^t = A^t.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A_3^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3$,

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$. Assim, as matrizes A e A^t comutam, ou seja; $A.A^t = A^t.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A_3^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3$, e; $A_3.A_3^t = A_3^t.A_3 = I_3$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$. Assim, as matrizes A e A^t comutam, ou seja; $A.A^t = A^t.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A_3^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3$, e; $A_3.A_3^t = A_3^t.A_3 = I_3 \Rightarrow A_3^{-1} = A_3^t$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$. Assim, as matrizes A e A^t comutam, ou seja; $A.A^t = A^t.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A_3^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3$, e; $A_3.A_3^t = A_3^t.A_3 = I_3 \Rightarrow A_3^{-1} = A_3^t$
- $A_2 = \begin{bmatrix} cos(\theta) & -sen(\theta) \\ sen(\theta) & cos(\theta) \end{bmatrix}$;

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$. Assim, as matrizes A e A^t comutam, ou seja; $A.A^t = A^t.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A_3^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3$, e; $A_3.A_3^t = A_3^t.A_3 = I_3 \Rightarrow A_3^{-1} = A_3^t$
- $A_2 = \begin{bmatrix} cos(\theta) & -sen(\theta) \\ sen(\theta) & cos(\theta) \end{bmatrix}$;

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$. Assim, as matrizes A e A^t comutam, ou seja; $A.A^t = A^t.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A_3^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3$, e; $A_3.A_3^t = A_3^t.A_3 = I_3 \Rightarrow A_3^{-1} = A_3^t$
- $A_2 = \begin{bmatrix} cos(\theta) & -sen(\theta) \\ sen(\theta) & cos(\theta) \end{bmatrix}$; $A_2^t = \begin{bmatrix} cos(\theta) & sen(\theta) \\ -sen(\theta) & cos(\theta) \end{bmatrix}$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$. Assim, as matrizes A e A^t comutam, ou seja; $A.A^t = A^t.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A_3^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3$, e; $A_3.A_3^t = A_3^t.A_3 = I_3 \Rightarrow A_3^{-1} = A_3^t$
- $A_2 = \begin{bmatrix} cos(\theta) & -sen(\theta) \\ sen(\theta) & cos(\theta) \end{bmatrix}$; $A_2^t = \begin{bmatrix} cos(\theta) & sen(\theta) \\ -sen(\theta) & cos(\theta) \end{bmatrix}$ e; $A_2.A_2^t = A_2^t.A_2 = I_2$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$. Assim, as matrizes A e A^t comutam, ou seja; $A.A^t = A^t.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A_3^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3$, e; $A_3.A_3^t = A_3^t.A_3 = I_3 \Rightarrow A_3^{-1} = A_3^t$
- $A_2 = \begin{bmatrix} cos(\theta) & -sen(\theta) \\ sen(\theta) & cos(\theta) \end{bmatrix}$; $A_2^t = \begin{bmatrix} cos(\theta) & sen(\theta) \\ -sen(\theta) & cos(\theta) \end{bmatrix}$ e; $A_2.A_2^t = A_2^t.A_2 = I_2 \Rightarrow A_2^{-1} = A_2^t$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$. Assim, as matrizes A e A^t comutam, ou seja; $A.A^t = A^t.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A_3^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3$, e; $A_3.A_3^t = A_3^t.A_3 = I_3 \Rightarrow A_3^{-1} = A_3^t$
- $A_2 = \begin{bmatrix} cos(\theta) & -sen(\theta) \\ sen(\theta) & cos(\theta) \end{bmatrix}$; $A_2^t = \begin{bmatrix} cos(\theta) & sen(\theta) \\ -sen(\theta) & cos(\theta) \end{bmatrix}$ e; $A_2.A_2^t = A_2^t.A_2 = I_2 \Rightarrow A_2^{-1} = A_2^t$
- I_n

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma Matriz Unitária se, e somente se, $A^{-1} = A^*$.

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma Matriz Unitária se, e somente se, $A^{-1} = A^*$. Assim, as matrizes A e A^* comutam, ou seja;

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ UNITÁRIA se, e somente se, $A^{-1} = A^*$. Assim, as matrizes A e A^* comutam, ou seja; $A.A^* = A^*.A = I_n$.

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ UNITÁRIA se, e somente se, $A^{-1} = A^*$. Assim, as matrizes A e A^* comutam, ou seja; $A.A^* = A^*.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$;

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ UNITÁRIA se, e somente se, $A^{-1} = A^*$. Assim, as matrizes A e A^* comutam, ou seja; $A.A^* = A^*.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$;

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ UNITÁRIA se, e somente se, $A^{-1} = A^*$. Assim, as matrizes A e A^* comutam, ou seja; $A.A^* = A^*.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3^t$,

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ UNITÁRIA se, e somente se, $A^{-1} = A^*$. Assim, as matrizes A e A^* comutam, ou seja; $A.A^* = A^*.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3^t$, e; $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3 = I_3$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ UNITÁRIA se, e somente se, $A^{-1} = A^*$. Assim, as matrizes A e A^* comutam, ou seja; $A.A^* = A^*.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3^t$, e; $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3 = I_3 \Rightarrow A_3^{-1} = A_3^*$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ UNITÁRIA se, e somente se, $A^{-1} = A^*$. Assim, as matrizes A e A^* comutam, ou seja; $A.A^* = A^*.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3^t$, e; $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3 = I_3 \Rightarrow A_3^{-1} = A_3^*$
- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix}$;

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ UNITÁRIA se, e somente se, $A^{-1} = A^*$. Assim, as matrizes A e A^* comutam, ou seja; $A.A^* = A^*.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3^t$, e; $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3 = I_3 \Rightarrow A_3^{-1} = A_3^*$
- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix}$;

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ UNITÁRIA se, e somente se, $A^{-1} = A^*$. Assim, as matrizes A e A^* comutam, ou seja; $A.A^* = A^*.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3^t$, e; $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3 = I_3 \Rightarrow A_3^{-1} = A_3^*$
- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & -i & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{bmatrix} \neq A_3^t$,

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma Matriz Unitária se, e somente se, $A^{-1} = A^*$. Assim, as matrizes A e A^* comutam, ou seja; $A.A^* = A^*.A = I_n$.

Exemplos:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3^t$, e; $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3 = I_3 \Rightarrow A_3^{-1} = A_3^*$
- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & -i & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{bmatrix} \neq A_3^t$, mas;
  $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3 = I_3$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ UNITÁRIA se, e somente se, $A^{-1} = A^*$. Assim, as matrizes A e A^* comutam, ou seja; $A.A^* = A^*.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3^t$, e; $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3 = I_3 \Rightarrow A_3^{-1} = A_3^*$
- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & -i & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{bmatrix} \neq A_3^t$, mas;
  $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3 = I_3 \Rightarrow A_3^{-1} = A_3^*$

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ UNITÁRIA se, e somente se, $A^{-1} = A^*$. Assim, as matrizes A e A^* comutam, ou seja; $A.A^* = A^*.A = I_n$.

EXEMPLOS:

- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3^t$, e; $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3 = I_3 \Rightarrow A_3^{-1} = A_3^*$
- $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & -i & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{bmatrix} \neq A_3^t$, mas;
  $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3 = I_3 \Rightarrow A_3^{-1} = A_3^*$
- I_n

Teorema: Toda matriz elementar E_n é invertível.

Matrizes Invertíveis

Matrizes Elementares

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.

D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.

Tese: E_n é invertível.

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.
D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.
Tese: E_n é invertível.
Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n$

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.

D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.

Tese: E_n é invertível.

Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$.

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.

D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.

Tese: E_n é invertível.

Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.
D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.
Tese: E_n é invertível.
Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:
Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.

D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.

Tese: E_n é invertível.

Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:

Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.

Assim, aplicando a operação elementar inversa em E_n obtemos I_n.

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.

D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.

Tese: E_n é invertível.

Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:

Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.

Assim, aplicando a operação elementar inversa em E_n obtemos I_n.

Considerando, op^{-1} a operação inversa de op,

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.
D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.
Tese: E_n é invertível.
Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:
Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.
Assim, aplicando a operação elementar inversa em E_n obtemos I_n.
Considerando, op^{-1} a operação inversa de op, obtemos;

$$I_n \xrightarrow{op} E_n$$

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.

D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.

Tese: E_n é invertível.

Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:

Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.

Assim, aplicando a operação elementar inversa em E_n obtemos I_n.

Considerando, op^{-1} a operação inversa de op, obtemos;

$I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n$.

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.
D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.
Tese: E_n é invertível.
Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:
Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.
Assim, aplicando a operação elementar inversa em E_n obtemos I_n.
Considerando, op^{-1} a operação inversa de op, obtemos;
$I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n$.
Pela proposição.1 ;

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.

D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.

Tese: E_n é invertível.

Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:

Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.

Assim, aplicando a operação elementar inversa em E_n obtemos I_n.

Considerando, op^{-1} a operação inversa de op, obtemos;

$I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n$.

Pela proposição.1 ;

$E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n$

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.
D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.
Tese: E_n é invertível.
Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:
Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.
Assim, aplicando a operação elementar inversa em E_n obtemos I_n.
Considerando, op^{-1} a operação inversa de op, obtemos;

$I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n$.

Pela proposição.1 ;

$E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n \Rightarrow I_n \xrightarrow{op^{-1}} E_n'$

Teorema: Toda matriz elementar E_n é invertível.

D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.

Tese: E_n é invertível.

Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:

Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.

Assim, aplicando a operação elementar inversa em E_n obtemos I_n.

Considerando, op^{-1} a operação inversa de op, obtemos;

$I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n$.

Pela proposição.1 ;

$E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n \Rightarrow I_n \xrightarrow{op^{-1}} E_n' \Rightarrow E_n'.E_n = I_n$ (1)

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.

D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.

Tese: E_n é invertível.

Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:

Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.

Assim, aplicando a operação elementar inversa em E_n obtemos I_n.

Considerando, op^{-1} a operação inversa de op, obtemos;

$I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n$.

Pela proposição.1 ;

$E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n \Rightarrow I_n \xrightarrow{op^{-1}} E_n^{'} \Rightarrow E_n^{'}.E_n = I_n$ (1)e; do mesmo modo,

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.
D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.
Tese: E_n é invertível.
Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:
Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.
Assim, aplicando a operação elementar inversa em E_n obtemos I_n.
Considerando, op^{-1} a operação inversa de op, obtemos;
$I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n$.
Pela proposição.1 ;
$E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n \Rightarrow I_n \xrightarrow{op^{-1}} E_n' \Rightarrow E_n'.E_n = I_n$ (1)e; do mesmo modo,
$E_n' \xrightarrow{(op^{-1})^{-1}=op} I_n$

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.

D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.

Tese: E_n é invertível.

Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:

Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.

Assim, aplicando a operação elementar inversa em E_n obtemos I_n.

Considerando, op^{-1} a operação inversa de op, obtemos;

$I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n$.

Pela proposição.1 ;

$E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n \Rightarrow I_n \xrightarrow{op^{-1}} E_n^{'} \Rightarrow E_n^{'}.E_n = I_n$ (1)e; do mesmo modo,

$E_n^{'} \xrightarrow{(op^{-1})^{-1}=op} I_n$ mas por hipótese,

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.
D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.
Tese: E_n é invertível.
Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:
Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.
Assim, aplicando a operação elementar inversa em E_n obtemos I_n.
Considerando, op^{-1} a operação inversa de op, obtemos;

$I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n$.
Pela proposição.1 ;
$E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n \Rightarrow I_n \xrightarrow{op^{-1}} E_n^{'} \Rightarrow E_n^{'}.E_n = I_n$ (1)e; do mesmo modo,
$E_n^{'} \xrightarrow{(op^{-1})^{-1}=op} I_n$ mas por hipótese, $I_n \xrightarrow{op} E_n$

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.
D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.
Tese: E_n é invertível.
Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:
Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.
Assim, aplicando a operação elementar inversa em E_n obtemos I_n.
Considerando, op^{-1} a operação inversa de op, obtemos;

$I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n$.
Pela proposição.1 ;
$E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n \Rightarrow I_n \xrightarrow{op^{-1}} E_n^{'} \Rightarrow E_n^{'}.E_n = I_n$ (1)e; do mesmo modo,
$E_n^{'} \xrightarrow{(op^{-1})^{-1}=op} I_n$ mas por hipótese, $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n.E_n^{'} = I_n$ (2).

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.
D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.
Tese: E_n é invertível.
Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:
Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.
Assim, aplicando a operação elementar inversa em E_n obtemos I_n.
Considerando, op^{-1} a operação inversa de op, obtemos;
$I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n$.
Pela proposição.1 ;
$E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n \Rightarrow I_n \xrightarrow{op^{-1}} E_n^{'} \Rightarrow E_n^{'}.E_n = I_n$ (1)e; do mesmo modo,
$E_n^{'} \xrightarrow{(op^{-1})^{-1}=op} I_n$ mas por hipótese, $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n.E_n^{'} = I_n$ (2).
Agora, utilizando a definição de matrizes invertíveis, por (1) e (2), concluímos

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.
D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.
Tese: E_n é invertível.
Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:
Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.
Assim, aplicando a operação elementar inversa em E_n obtemos I_n.
Considerando, op^{-1} a operação inversa de op, obtemos;
$I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n$.
Pela proposição.1 ;
$E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n \Rightarrow I_n \xrightarrow{op^{-1}} E_n^{'} \Rightarrow E_n^{'}.E_n = I_n$ (1)e; do mesmo modo,
$E_n^{'} \xrightarrow{(op^{-1})^{-1}=op} I_n$ mas por hipótese, $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n.E_n^{'} = I_n$ (2).
Agora, utilizando a definição de matrizes invertíveis, por (1) e (2), concluímos
$E_n^{'}.E_n = E_n.E_n^{'} = I_n$

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.
D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.
Tese: E_n é invertível.
Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:
Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.
Assim, aplicando a operação elementar inversa em E_n obtemos I_n.
Considerando, op^{-1} a operação inversa de op, obtemos;
$I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n$.
Pela proposição.1 ;
$E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n \Rightarrow I_n \xrightarrow{op^{-1}} E_n^{'} \Rightarrow E_n^{'}.E_n = I_n$ (1)e; do mesmo modo,
$E_n^{'} \xrightarrow{(op^{-1})^{-1}=op} I_n$ mas por hipótese, $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n.E_n^{'} = I_n$ (2).
Agora, utilizando a definição de matrizes invertíveis, por (1) e (2), concluímos
$E_n^{'}.E_n = E_n.E_n^{'} = I_n \Rightarrow E_n^{'} = E_n^{-1}$.

TEOREMA: Toda matriz elementar E_n é invertível.

D]: Hipótese: E_n é uma matriz elementar.

Tese: E_n é invertível.

Por hipótese, sendo E_n uma matriz elementar então $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow I_n \sim E_n$. Pela propriedade simétrica das matrizes linhas equivalentes:

Se $I_n \sim E_n$ então $E_n \sim I_n$.

Assim, aplicando a operação elementar inversa em E_n obtemos I_n.

Considerando, op^{-1} a operação inversa de op, obtemos;

$I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n$.

Pela proposição.1 ;

$E_n \xrightarrow{op^{-1}} I_n \Rightarrow I_n \xrightarrow{op^{-1}} E_n^{'} \Rightarrow E_n^{'}.E_n = I_n$ (1)e; do mesmo modo,

$E_n^{'} \xrightarrow{(op^{-1})^{-1}=op} I_n$ mas por hipótese, $I_n \xrightarrow{op} E_n \Rightarrow E_n.E_n^{'} = I_n$ (2).

Agora, utilizando a definição de matrizes invertíveis, por (1) e (2), concluímos

$E_n^{'}.E_n = E_n.E_n^{'} = I_n \Rightarrow E_n^{'} = E_n^{-1}$.

Exemplos:

1. $I_2 \xrightarrow{op: L_1 \to \frac{1}{3} L_1} E_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$

EXEMPLOS:

1. $I_2 \xrightarrow{op: L_1 \to \frac{1}{3}L_1} E_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $I_2 \xrightarrow{op^{-1}: L_1 \to 3L_1} E_2^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$;

EXEMPLOS:

1. $I_2 \xrightarrow{op: L_1 \to \frac{1}{3} L_1} E_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $I_2 \xrightarrow{op^{-1}: L_1 \to 3 L_1} E_2^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $E_2^{-1} E_2 = E_2 E_2^{-1} = I_n$

EXEMPLOS:

1. $I_2 \xrightarrow{op: L_1 \to \frac{1}{3} L_1} E_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $I_2 \xrightarrow{op^{-1}: L_1 \to 3L_1} E_2^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $E_2^{-1} E_2 = E_2 E_2^{-1} = I_n$

2. $I_2 \xrightarrow{op: L_1 \to L_1 + 2L_2} E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$;

Exemplos:

1. $I_2 \xrightarrow{op: L_1 \to \frac{1}{3} L_1} E_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $I_2 \xrightarrow{op^{-1}: L_1 \to 3L_1} E_2^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $E_2^{-1} E_2 = E_2 E_2^{-1} = I_n$

2. $I_2 \xrightarrow{op: L_1 \to L_1 + 2L_2} E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $I_2 \xrightarrow{op^{-1}: L_1 \to L_1 - 2L_2} E_2^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$;

EXEMPLOS:

1. $I_2 \xrightarrow{op: L_1 \to \frac{1}{3} L_1} E_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $I_2 \xrightarrow{op^{-1}: L_1 \to 3L_1} E_2^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $E_2^{-1} E_2 = E_2 E_2^{-1} = I_n$

2. $I_2 \xrightarrow{op: L_1 \to L_1 + 2L_2} E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $I_2 \xrightarrow{op^{-1}: L_1 \to L_1 - 2L_2} E_2^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $E_2^{-1} E_2 = E_2 E_2^{-1} = I_n$

EXEMPLOS:

1. $I_2 \xrightarrow{op: L_1 \to \frac{1}{3} L_1} E_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $I_2 \xrightarrow{op^{-1}: L_1 \to 3L_1} E_2^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $E_2^{-1} E_2 = E_2 E_2^{-1} = I_n$

2. $I_2 \xrightarrow{op: L_1 \to L_1 + 2L_2} E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $I_2 \xrightarrow{op^{-1}: L_1 \to L_1 - 2L_2} E_2^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $E_2^{-1} E_2 = E_2 E_2^{-1} = I_n$

TEOREMA: Uma matriz A_n é invertível se, e somente se, $A_n \sim I_n$.

TEOREMA: Uma matriz A_n é invertível se, e somente se, $A_n \sim I_n$.

Além disso, a MESMA SEQUÊNCIA de operações elementares que transforma A_n em I_n,

TEOREMA: Uma matriz A_n é invertível se, e somente se, $A_n \sim I_n$.
Além disso, a MESMA SEQUÊNCIA de operações elementares que transforma A_n em I_n, quando aplicada em I_n, transforma I_n em A^{-1}.

TEOREMA: Uma matriz A_n é invertível se, e somente se, $A_n \sim I_n$.
Além disso, a MESMA SEQUÊNCIA de operações elementares que transforma A_n em I_n, quando aplicada em I_n, transforma I_n em A^{-1}.

OBSERVAÇÃO: Ao aplicarmos em A_n uma SEQUÊNCIA com t operações elementares para obter a sua M.L.R.F.E. I_n:

TEOREMA: Uma matriz A_n é invertível se, e somente se, $A_n \sim I_n$.
Além disso, a MESMA SEQUÊNCIA de operações elementares que transforma A_n em I_n, quando aplicada em I_n, transforma I_n em A^{-1}.

OBSERVAÇÃO: Ao aplicarmos em A_n uma SEQUÊNCIA com t operações elementares para obter a sua M.L.R.F.E. I_n: $A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim I_n$

TEOREMA: Uma matriz A_n é invertível se, e somente se, $A_n \sim I_n$.
Além disso, a MESMA SEQUÊNCIA de operações elementares que transforma A_n em I_n, quando aplicada em I_n, transforma I_n em A^{-1}.

OBSERVAÇÃO: Ao aplicarmos em A_n uma SEQUÊNCIA com t operações elementares para obter a sua M.L.R.F.E. I_n: $A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim I_n$
se aplicarmos também em I_n, obtemos A^{-1}:

TEOREMA: Uma matriz A_n é invertível se, e somente se, $A_n \sim I_n$.
Além disso, a MESMA SEQUÊNCIA de operações elementares que transforma A_n em I_n, quando aplicada em I_n, transforma I_n em A^{-1}.

OBSERVAÇÃO: Ao aplicarmos em A_n uma SEQUÊNCIA com t operações elementares para obter a sua M.L.R.F.E. I_n: $\quad A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim I_n$
se aplicarmos também em I_n, obtemos A^{-1}: $\quad I_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim A_n^{-1}$.

TEOREMA: Uma matriz A_n é invertível se, e somente se, $A_n \sim I_n$.
Além disso, a MESMA SEQUÊNCIA de operações elementares que transforma A_n em I_n, quando aplicada em I_n, transforma I_n em A^{-1}.

OBSERVAÇÃO: Ao aplicarmos em A_n uma SEQUÊNCIA com t operações elementares para obter a sua M.L.R.F.E. I_n: $A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim I_n$
se aplicarmos também em I_n, obtemos A^{-1}: $I_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim A_n^{-1}$.
Então, podemos construir uma MATRIZ AMPLIADA a fim de obtermos a matriz inversa:

TEOREMA: Uma matriz A_n é invertível se, e somente se, $A_n \sim I_n$.
Além disso, a MESMA SEQUÊNCIA de operações elementares que transforma A_n em I_n, quando aplicada em I_n, transforma I_n em A^{-1}.

OBSERVAÇÃO: Ao aplicarmos em A_n uma SEQUÊNCIA com t operações elementares para obter a sua M.L.R.F.E. I_n: $A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim I_n$
se aplicarmos também em I_n, obtemos A^{-1}: $I_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim A_n^{-1}$.
Então, podemos construir uma MATRIZ AMPLIADA a fim de obtermos a matriz inversa:

$$[A_n \mid I_n] \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim [I_n \mid A_n^{-1}].$$

TEOREMA: Uma matriz A_n é invertível se, e somente se, $A_n \sim I_n$.
Além disso, a MESMA SEQUÊNCIA de operações elementares que transforma A_n em I_n, quando aplicada em I_n, transforma I_n em A^{-1}.

OBSERVAÇÃO: Ao aplicarmos em A_n uma SEQUÊNCIA com t operações elementares para obter a sua M.L.R.F.E. I_n: $A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim I_n$
se aplicarmos também em I_n, obtemos A^{-1}: $I_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim A_n^{-1}$.
Então, podemos construir uma MATRIZ AMPLIADA a fim de obtermos a matriz inversa:

$$[A_n \mid I_n] \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim [I_n \mid A_n^{-1}].$$

Note que, se a matriz for invertível, a **primeira parte** da matriz ampliada após as $t-$operações elementares, será igual a I_n

TEOREMA: Uma matriz A_n é invertível se, e somente se, $A_n \sim I_n$.
Além disso, a MESMA SEQUÊNCIA de operações elementares que transforma A_n em I_n, quando aplicada em I_n, transforma I_n em A^{-1}.

OBSERVAÇÃO: Ao aplicarmos em A_n uma SEQUÊNCIA com t operações elementares para obter a sua M.L.R.F.E. I_n: $A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim I_n$
se aplicarmos também em I_n, obtemos A^{-1}: $I_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim A_n^{-1}$.
Então, podemos construir uma MATRIZ AMPLIADA a fim de obtermos a matriz inversa:

$$[A_n \mid I_n] \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim [I_n \mid A_n^{-1}].$$

Note que, se a matriz for invertível, a **primeira parte** da matriz ampliada após as $t-$operações elementares, será igual a I_n e a **segunda** será A^{-1}.

TEOREMA: Uma matriz A_n é invertível se, e somente se, $A_n \sim I_n$.
Além disso, a MESMA SEQUÊNCIA de operações elementares que transforma A_n em I_n, quando aplicada em I_n, transforma I_n em A^{-1}.

OBSERVAÇÃO: Ao aplicarmos em A_n uma SEQUÊNCIA com t operações elementares para obter a sua M.L.R.F.E. I_n: $A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim I_n$
se aplicarmos também em I_n, obtemos A^{-1}: $I_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim A_n^{-1}$.
Então, podemos construir uma MATRIZ AMPLIADA a fim de obtermos a matriz inversa:

$$[A_n \mid I_n] \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim [I_n \mid A_n^{-1}].$$

Note que, se a matriz for invertível, a **primeira parte** da matriz ampliada após as $t-$operações elementares, será igual a I_n e a **segunda** será A^{-1}.

Matrizes Invertíveis

Teorema: $\exists A^{-1} \Leftrightarrow A_n \sim I_n$

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$

Matrizes Invertíveis

Teorema: $\exists A^{-1} \Leftrightarrow A_n \sim I_n$

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$
Hipótese: A_n é uma matriz invertível.

Matrizes Invertíveis

Teorema: $\exists A^{-1} \Leftrightarrow A_n \sim I_n$

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$

Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$

Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.

Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$;

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$
Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.
Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,
$A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim B_n$

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$

Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.

Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,

$A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n$.

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$
Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.
Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,
$A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n$.
A_n e cada $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ são matrizes invertíveis

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$
Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.
Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,
$A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n$.
A_n e cada $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ são matrizes invertíveis então B_n também será invertível.

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$

Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.

Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,

$A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n$.

A_n e cada E_n^k; $k = 1, \cdots, n$ são matrizes invertíveis então B_n também será invertível.

Entretanto, se $B_n \neq I_n$ então possui pelo menos uma linha ou coluna nula

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$

Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.

Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,

$A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n$.

A_n e cada $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ são matrizes invertíveis então B_n também será invertível.

Entretanto, se $B_n \neq I_n$ então possui pelo menos uma linha ou coluna nula o que contradiz B_n ser invertível.

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$
Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.
Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,
$A_n \overset{op_1 \cdots op_t}{\sim \cdots \sim} B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n.$
A_n e cada $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ são matrizes invertíveis então B_n também será invertível.
Entretanto, se $B_n \neq I_n$ então possui pelo menos uma linha ou coluna nula o que contradiz B_n ser invertível. Logo, $B_n = I_n$

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$
Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.
Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,
$A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n$.
A_n e cada $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ são matrizes invertíveis então B_n também será invertível.
Entretanto, se $B_n \neq I_n$ então possui pelo menos uma linha ou coluna nula o que contradiz B_n ser invertível. Logo, $B_n = I_n \Rightarrow A_n \sim I_n$.

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$

Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.

Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,

$A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n$.

A_n e cada $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ são matrizes invertíveis então B_n também será invertível.

Entretanto, se $B_n \neq I_n$ então possui pelo menos uma linha ou coluna nula o que contradiz B_n ser invertível. Logo, $B_n = I_n \Rightarrow A_n \sim I_n$.

$(\Leftarrow) A_n \sim I_n \Rightarrow \exists A^{-1}$

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$

Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.

Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,

$A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n$.

A_n e cada $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ são matrizes invertíveis então B_n também será invertível.

Entretanto, se $B_n \neq I_n$ então possui pelo menos uma linha ou coluna nula o que contradiz B_n ser invertível. Logo, $B_n = I_n \Rightarrow A_n \sim I_n$.

$(\Leftarrow) A_n \sim I_n \Rightarrow \exists A^{-1}$

Hipótese: $A_n \sim I_n$.

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$

Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.

Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,

$A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n$.

A_n e cada $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ são matrizes invertíveis então B_n também será invertível.

Entretanto, se $B_n \neq I_n$ então possui pelo menos uma linha ou coluna nula o que contradiz B_n ser invertível. Logo, $B_n = I_n \Rightarrow A_n \sim I_n$.

$(\Leftarrow) A_n \sim I_n \Rightarrow \exists A^{-1}$

Hipótese: $A_n \sim I_n$. Tese: A_n é uma matriz invertível.

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$

Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.

Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,

$A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n$.

A_n e cada $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ são matrizes invertíveis então B_n também será invertível.

Entretanto, se $B_n \neq I_n$ então possui pelo menos uma linha ou coluna nula o que contradiz B_n ser invertível. Logo, $B_n = I_n \Rightarrow A_n \sim I_n$.

$(\Leftarrow) A_n \sim I_n \Rightarrow \exists A^{-1}$

Hipótese: $A_n \sim I_n$. Tese: A_n é uma matriz invertível.

Por hipótese, $A_n \sim I_n$ então, $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim I_n$

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$
Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.
Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,
$A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n$.
A_n e cada $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ são matrizes invertíveis então B_n também será invertível.
Entretanto, se $B_n \neq I_n$ então possui pelo menos uma linha ou coluna nula o que contradiz B_n ser invertível. Logo, $B_n = I_n \Rightarrow A_n \sim I_n$.
$(\Leftarrow) A_n \sim I_n \Rightarrow \exists A^{-1}$
Hipótese: $A_n \sim I_n$. Tese: A_n é uma matriz invertível.
Por hipótese, $A_n \sim I_n$ então, $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = I_n$.

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$
Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.
Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,
$A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n$.
A_n e cada $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ são matrizes invertíveis então B_n também será invertível.
Entretanto, se $B_n \neq I_n$ então possui pelo menos uma linha ou coluna nula o que contradiz B_n ser invertível. Logo, $B_n = I_n \Rightarrow A_n \sim I_n$.
$(\Leftarrow) A_n \sim I_n \Rightarrow \exists A^{-1}$
Hipótese: $A_n \sim I_n$. Tese: A_n é uma matriz invertível.
Por hipótese, $A_n \sim I_n$ então, $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = I_n$. Como cada matriz elementar $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ é invertível, o produto entre elas também será; assim,

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$
Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.
Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,
$A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n$.
A_n e cada $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ são matrizes invertíveis então B_n também será invertível.
Entretanto, se $B_n \neq I_n$ então possui pelo menos uma linha ou coluna nula o que contradiz B_n ser invertível. Logo, $B_n = I_n \Rightarrow A_n \sim I_n$.
$(\Leftarrow) A_n \sim I_n \Rightarrow \exists A^{-1}$
Hipótese: $A_n \sim I_n$. Tese: A_n é uma matriz invertível.
Por hipótese, $A_n \sim I_n$ então, $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = I_n$. Como cada matriz elementar $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ é invertível, o produto entre elas também será; assim,
$(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$,

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$
Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.
Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,
$A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n$.
A_n e cada $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ são matrizes invertíveis então B_n também será invertível.
Entretanto, se $B_n \neq I_n$ então possui pelo menos uma linha ou coluna nula o que contradiz B_n ser invertível. Logo, $B_n = I_n \Rightarrow A_n \sim I_n$.
$(\Leftarrow) A_n \sim I_n \Rightarrow \exists A^{-1}$
Hipótese: $A_n \sim I_n$. Tese: A_n é uma matriz invertível.
Por hipótese, $A_n \sim I_n$ então, $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = I_n$. Como cada matriz elementar $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ é invertível, o produto entre elas também será; assim,
$(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$,
$I_n A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$
Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.
Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,
$A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n$.
A_n e cada $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ são matrizes invertíveis então B_n também será invertível.
Entretanto, se $B_n \neq I_n$ então possui pelo menos uma linha ou coluna nula o que contradiz B_n ser invertível. Logo, $B_n = I_n \Rightarrow A_n \sim I_n$.
$(\Leftarrow) A_n \sim I_n \Rightarrow \exists A^{-1}$
Hipótese: $A_n \sim I_n$. Tese: A_n é uma matriz invertível.
Por hipótese, $A_n \sim I_n$ então, $A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = I_n$. Como cada matriz elementar $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ é invertível, o produto entre elas também será; assim,
$(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$,
$I_n A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n \Rightarrow A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$
Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.
Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,
$A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n$.
A_n e cada $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ são matrizes invertíveis então B_n também será invertível.
Entretanto, se $B_n \neq I_n$ então possui pelo menos uma linha ou coluna nula o que contradiz B_n ser invertível. Logo, $B_n = I_n \Rightarrow A_n \sim I_n$.
$(\Leftarrow) A_n \sim I_n \Rightarrow \exists A^{-1}$
Hipótese: $A_n \sim I_n$. Tese: A_n é uma matriz invertível.
Por hipótese, $A_n \sim I_n$ então, $A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = I_n$. Como cada matriz elementar $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ é invertível, o produto entre elas também será; assim,
$(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$,
$I_n A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n \Rightarrow A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$
Logo, A_n, resultante do produto de matrizes invertíveis, também será uma matriz invertível, $\exists A^{-1}$.

D] : $(\Rightarrow) \exists A^{-1} \Rightarrow A_n \sim I_n$
Hipótese: A_n é uma matriz invertível. Tese: $A_n \sim I_n$.
Supondo que B_n é a M.L.R.F.E. de A_n onde $B_n \neq I_n$; então,
$A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim B_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^3 E_n^2 E_n^1) A_n = B_n$.
A_n e cada $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ são matrizes invertíveis então B_n também será invertível.
Entretanto, se $B_n \neq I_n$ então possui pelo menos uma linha ou coluna nula o que contradiz B_n ser invertível. Logo, $B_n = I_n \Rightarrow A_n \sim I_n$.
$(\Leftarrow) A_n \sim I_n \Rightarrow \exists A^{-1}$
Hipótese: $A_n \sim I_n$. Tese: A_n é uma matriz invertível.
Por hipótese, $A_n \sim I_n$ então, $A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = I_n$. Como cada matriz elementar $E_n^k; k = 1, \cdots, n$ é invertível, o produto entre elas também será; assim,
$(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$,
$I_n A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n \Rightarrow A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$
Logo, A_n, resultante do produto de matrizes invertíveis, também será uma matriz invertível, $\exists A^{-1}$.

D]:(continuação) $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim I_n \Rightarrow$

Matrizes Invertíveis

Teorema

D]:(continuação) $A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim I_n \Rightarrow I_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim A_n^{-1}$.

D]:(continuação) $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim I_n \Rightarrow I_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim A_n^{-1}$.

Por hipótese, $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim I_n$

D]:(continuação) $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim I_n \Rightarrow I_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim A_n^{-1}$.

Por hipótese, $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)A_n = I_n$.

D]:(continuação) $A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim I_n \Rightarrow I_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim A_n^{-1}$.

Por hipótesse, $A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = I_n$.

$(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$,

D]:(continuação) $A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim I_n \Rightarrow I_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim A_n^{-1}$.

Por hipótesse, $A_n \sim \overset{op_1 \cdots op_t}{\cdots} \sim I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)A_n = I_n$.

$(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1}(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$,

$I_n A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$

D]:(continuação) $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim I_n \Rightarrow I_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim A_n^{-1}$.

Por hipótesse, $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t} \cdots \sim I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = I_n$.

$(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$,

$I_n A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n \Rightarrow A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$

Matrizes Invertíveis

Teorema

D]:(continuação) $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t}_{\cdots} \sim I_n \Rightarrow I_n \sim^{op_1 \cdots op_t}_{\cdots} \sim A_n^{-1}$.

Por hipótese, $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t}_{\cdots} \sim I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = I_n$.

$(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$,

$I_n A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n \Rightarrow A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$

Como as matrizes são invertíveis, podemos aplicar a inversa na igualdade acima, obtendo

Matrizes Invertíveis

Teorema

D]:(continuação) $A_n \overset{op_1 \cdots op_t}{\sim \cdots \sim} I_n \Rightarrow I_n \overset{op_1 \cdots op_t}{\sim \cdots \sim} A_n^{-1}$.

Por hipótese, $A_n \overset{op_1 \cdots op_t}{\sim \cdots \sim} I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = I_n$.

$(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$,

$I_n A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n \Rightarrow A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$

Como as matrizes são invertíveis, podemos aplicar a inversa na igualdade acima, obtendo

$(A_n)^{-1} = ((E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n)^{-1}$

D]:(continuação) $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t}_{\cdots} \sim I_n \Rightarrow I_n \sim^{op_1 \cdots op_t}_{\cdots} \sim A_n^{-1}$.
Por hipótesse, $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t}_{\cdots} \sim I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = I_n$.
$(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1) A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$,
$I_n A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n \Rightarrow A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$
Como as matrizes são invertíveis, podemos aplicar a inversa na igualdade acima, obtendo
$(A_n)^{-1} = ((E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n)^{-1}$
aplicando as propriedades de matrizes invertíveis;

D]:(continuação) $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t}_{\cdots} \sim I_n \Rightarrow I_n \sim^{op_1 \cdots op_t}_{\cdots} \sim A_n^{-1}$.

Por hipótesse, $A_n \sim^{op_1 \cdots op_t}_{\cdots} \sim I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)A_n = I_n$.

$(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1}(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$,

$I_n A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n \Rightarrow A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$

Como as matrizes são invertíveis, podemos aplicar a inversa na igualdade acima, obtendo

$(A_n)^{-1} = ((E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n)^{-1}$

aplicando as propriedades de matrizes invertíveis;

$A_n^{-1} = I_n^{-1}((E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1})^{-1}$

D]:(continuação) $A_n \sim^{op_1\cdots op_t}_{\cdots} \sim I_n \Rightarrow I_n \sim^{op_1\cdots op_t}_{\cdots} \sim A_n^{-1}$.
Por hipótesse, $A_n \sim^{op_1\cdots op_t}_{\cdots} \sim I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)A_n = I_n$.
$(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1}(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$,
$I_n A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n \Rightarrow A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$
Como as matrizes são invertíveis, podemos aplicar a inversa na igualdade acima, obtendo
$(A_n)^{-1} = ((E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n)^{-1}$
aplicando as propriedades de matrizes invertíveis;
$A_n^{-1} = I_n^{-1}((E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1})^{-1}$
$A_n^{-1} = I_n(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)$

Matrizes Invertíveis

Teorema

D]:(continuação) $A_n \overset{op_1 \cdots op_t}{\sim \cdots \sim} I_n \Rightarrow I_n \overset{op_1 \cdots op_t}{\sim \cdots \sim} A_n^{-1}$.

Por hipótese, $A_n \overset{op_1 \cdots op_t}{\sim \cdots \sim} I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)A_n = I_n$.

$(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1}(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$,

$I_n A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n \Rightarrow A_n = (E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$

Como as matrizes são invertíveis, podemos aplicar a inversa na igualdade acima, obtendo

$(A_n)^{-1} = ((E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n)^{-1}$

aplicando as propriedades de matrizes invertíveis;

$A_n^{-1} = I_n^{-1}((E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)^{-1})^{-1}$

$A_n^{-1} = I_n(E_n^t E_n^{t-1} \cdots E_n^2 E_n^1)$

a matriz identidade comuta com matrizes de mesma ordem;

D]:(continuação) $A_n \sim\overset{op_1\cdots op_t}{\cdots}\sim I_n \Rightarrow I_n \sim\overset{op_1\cdots op_t}{\cdots}\sim A_n^{-1}$.

Por hipótesse, $A_n \sim\overset{op_1\cdots op_t}{\cdots}\sim I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)A_n = I_n$.

$(E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)^{-1}(E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)A_n = (E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$,

$I_n A_n = (E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n \Rightarrow A_n = (E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n$

Como as matrizes são invertíveis, podemos aplicar a inversa na igualdade acima, obtendo

$(A_n)^{-1} = ((E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)^{-1} I_n)^{-1}$

aplicando as propriedades de matrizes invertíveis;

$A_n^{-1} = I_n^{-1}((E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)^{-1})^{-1}$

$A_n^{-1} = I_n(E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)$

a matriz identidade comuta com matrizes de mesma ordem;

$$A_n^{-1} = (E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1) I_n$$

D]:(continuação) $A_n \sim\overset{op_1\cdots op_t}{\cdots}\sim I_n \Rightarrow I_n \sim\overset{op_1\cdots op_t}{\cdots}\sim A_n^{-1}$.

Por hipótese, $A_n \sim\overset{op_1\cdots op_t}{\cdots}\sim I_n \Leftrightarrow (E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)A_n = I_n$.

$(E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)^{-1}(E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)A_n = (E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)^{-1}I_n$,

$I_n A_n = (E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)^{-1}I_n \Rightarrow A_n = (E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)^{-1}I_n$

Como as matrizes são invertíveis, podemos aplicar a inversa na igualdade acima, obtendo

$(A_n)^{-1} = ((E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)^{-1}I_n)^{-1}$

aplicando as propriedades de matrizes invertíveis;

$A_n^{-1} = I_n^{-1}((E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)^{-1})^{-1}$

$A_n^{-1} = I_n(E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)$

a matriz identidade comuta com matrizes de mesma ordem;

$$A_n^{-1} = (E_n^t E_n^{t-1}\cdots E_n^2 E_n^1)I_n$$

$$\Downarrow$$

$$I_n \sim\overset{op_1\cdots op_t}{\cdots}\sim A_n^{-1}.$$

Determine, se possível, a inversa das matrizes abaixo efetuando operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada $[A_3 \mid I_3]$.

Determine, se possível, a inversa das matrizes abaixo efetuando operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada $[A_3 \mid I_3]$.

(a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$

Determine, se possível, a inversa das matrizes abaixo efetuando operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada $[A_3 \mid I_3]$.

(a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$

(b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 7 \end{bmatrix}.$

Matrizes Invertíveis

Exercício.1

Determine, se possível, a inversa das matrizes abaixo efetuando operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada $[A_3 \mid I_3]$.

(a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$

(b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 7 \end{bmatrix}.$

Matrizes Invertíveis

Exercício.1 (Respostas)

1.(a) $$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Matrizes Invertíveis

Exercício.1 (Respostas)

1.(a) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$ $\begin{array}{l} op_1: L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2: L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array}$

1.(a) $$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

1.(a) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$op_3 : L_2 \leftrightarrow L_3$

1.(a) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$op_3 : L_2 \leftrightarrow L_3 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right]$

Matrizes Invertíveis

Exercício.1 (Respostas)

1.(a) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$op_3 : L_2 \leftrightarrow L_3 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] op_4 : L_1 \leftarrow L_1 + L_2$

Matrizes Invertíveis

Exercício.1 (Respostas)

1.(a) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$op_3 : L_2 \leftrightarrow L_3 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] op_4 : L_1 \leftarrow L_1 + L_2$

$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right]$

1.(a) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$op_3 : L_2 \leftrightarrow L_3 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] op_4 : L_1 \leftarrow L_1 + L_2$

$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_5 : L_2 \leftarrow (-1)L_2 \\ op_6 : L_3 \leftarrow (-1)L_3 \end{array}$

1.(a) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1: L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2: L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$op_3: L_2 \leftrightarrow L_3 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] op_4: L_1 \leftarrow L_1 + L_2$

$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_5: L_2 \leftarrow (-1)L_2 \\ op_6: L_3 \leftarrow (-1)L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right]$

Matrizes Invertíveis

Exercício.1 (Respostas)

1.(a)
$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1: L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2: L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$op_3: L_2 \leftrightarrow L_3 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] op_4: L_1 \leftarrow L_1 + L_2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_5: L_2 \leftarrow (-1)L_2 \\ op_6: L_3 \leftarrow (-1)L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right]$$

$$\begin{array}{l} op_7: L_1 \leftarrow L_1 - L_3 \\ op_8: L_2 \leftarrow L_2 - L_3 \end{array}$$

Matrizes Invertíveis

Exercício.1 (Respostas)

1.(a) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$op_3 : L_2 \leftrightarrow L_3 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] op_4 : L_1 \leftarrow L_1 + L_2$

$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_5 : L_2 \leftarrow (-1)L_2 \\ op_6 : L_3 \leftarrow (-1)L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right]$

$\begin{array}{l} op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - L_3 \\ op_8 : L_2 \leftarrow L_2 - L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right]$

Matrizes Invertíveis

Exercício.1 (Respostas)

1.(a) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$op_3 : L_2 \leftrightarrow L_3 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] op_4 : L_1 \leftarrow L_1 + L_2$

$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_5 : L_2 \leftarrow (-1) L_2 \\ op_6 : L_3 \leftarrow (-1) L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right]$

$\begin{array}{l} op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - L_3 \\ op_8 : L_2 \leftarrow L_2 - L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right]$

Logo, $A \sim I_3 \Rightarrow \exists A^{-1}$;

1.(a) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$op_3 : L_2 \leftrightarrow L_3 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] op_4 : L_1 \leftarrow L_1 + L_2$

$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_5 : L_2 \leftarrow (-1)L_2 \\ op_6 : L_3 \leftarrow (-1)L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right]$

$\begin{array}{l} op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - L_3 \\ op_8 : L_2 \leftarrow L_2 - L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right]$

Logo, $A \sim I_3 \Rightarrow \exists A^{-1}$; e,

Matrizes Invertíveis

Exercício.1 (Respostas)

1.(a) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$op_3 : L_2 \leftrightarrow L_3 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] op_4 : L_1 \leftarrow L_1 + L_2$

$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_5 : L_2 \leftarrow (-1)L_2 \\ op_6 : L_3 \leftarrow (-1)L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right]$

$\begin{array}{l} op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - L_3 \\ op_8 : L_2 \leftarrow L_2 - L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right]$

Logo, $A \sim I_3 \Rightarrow \exists A^{-1}$; e, $A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

Matrizes Invertíveis

Exercício.1 (Respostas)

1.(a) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1: L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2: L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$op_3: L_2 \leftrightarrow L_3 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] op_4: L_1 \leftarrow L_1 + L_2$

$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_5: L_2 \leftarrow (-1)L_2 \\ op_6: L_3 \leftarrow (-1)L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right]$

$\begin{array}{l} op_7: L_1 \leftarrow L_1 - L_3 \\ op_8: L_2 \leftarrow L_2 - L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right]$

Logo, $A \sim I_3 \Rightarrow \exists A^{-1}$; e, $A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

Matrizes Invertíveis

Exercício.1: (Respostas)

1.(b) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$

Matrizes Invertíveis

Exercício.1: (Respostas)

1.(b) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$ $\begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1 \end{array}$

1.(b) $$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Matrizes Invertíveis

Exercício.1: (Respostas)

1.(b) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$op_3 : L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2$

1.(b) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$op_3 : L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -2 & 1 \end{array}\right]$

1.(b)
$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$op_3 : L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -2 & 1 \end{array}\right]$$

Observe que **zeramos** uma linha na matriz linha equivalente à matriz A

Matrizes Invertíveis

Exercício.1: (Respostas)

1.(b) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$$op_3 : L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -2 & 1 \end{array}\right]$$

Observe que **zeramos** uma linha na matriz linha equivalente à matriz A , logo, podemos afirmar que a matriz $A \not\sim I_3$

1.(b) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$$op_3 : L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -2 & 1 \end{array}\right]$$

Observe que **zeramos** uma linha na matriz linha equivalente à matriz A , logo, podemos afirmar que a matriz $A \not\sim I_3$ o que significa pelo Teorema, que A não é invertível. Ou seja, $\nexists A^{-1}$.

Matrizes Invertíveis

Exercício.1: (Respostas)

1.(b) $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$op_3 : L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -2 & 1 \end{array}\right]$

Observe que **zeramos** uma linha na matriz linha equivalente à matriz A , logo, podemos afirmar que a matriz $A \not\sim I_3$ o que significa pelo Teorema, que A não é invertível. Ou seja, $\nexists A^{-1}$.

Seja a matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix}; a \in \mathbb{R}$$

Efetuando operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada $[A_3 \mid I_3]$;

Matrizes Invertíveis

Exercício.2

Seja a matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix}; a \in \mathbb{R}$$

Efetuando operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada $[A_3 \mid I_3]$; determine, se possível, a inversa da matriz A.

Matrizes Invertíveis

Exercício.2 (Respostas)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array}$$

Matrizes Invertíveis

Exercício.2 (Respostas)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{c} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & a-1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Matrizes Invertíveis

Exercício.2 (Respostas)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{c} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & a-1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{c} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & a-1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1-a & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Exercício.2 (Respostas)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{c} op_1: L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2: L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & a-1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$op_3: L_2 \leftarrow (-1)L_2 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1-a & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{c} op_4: L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2 \\ op_5: L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{c} op_1: L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2: L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & a-1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$op_3: L_2 \leftarrow (-1)L_2 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1-a & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{c} op_4: L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2 \\ op_5: L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1+2a & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1-a & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3+a & 2 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{c} op_1 : L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ op_2 : L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & a-1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$op_3 : L_2 \leftarrow (-1)L_2 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1-a & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{c} op_4 : L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2 \\ op_5 : L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1+2a & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1-a & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3+a & 2 & 1 & 1 \end{array}\right] op_6 : L_3 \leftarrow \frac{1}{3+a} L_3;\ sse\ a \neq -3$$

Matrizes Invertíveis

Exercício.2 (Respostas)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Matrizes Invertíveis

Exercício.2 (Respostas)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \ldots \sim$$

Matrizes Invertíveis

Exercício.2 (Respostas)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \ldots \sim$$

Matrizes Invertíveis

Exercício.2 (Respostas)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \ldots \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1+2a & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1-a & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3+a & 2 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

Matrizes Invertíveis

Exercício.2 (Respostas)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \ldots \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1+2a & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1-a & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3+a & 2 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$$op_6 : L_3 \leftarrow \frac{1}{3+a} L_3; \ \text{ sse } a \neq -3$$

Matrizes Invertíveis

Exercício.2 (Respostas)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \ldots \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1+2a & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1-a & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3+a & 2 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$$op_6 : L_3 \leftarrow \frac{1}{3+a} L_3; \text{ sse } a \neq -3 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1+2a & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1-a & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dfrac{2}{3+a} & \dfrac{1}{3+a} & \dfrac{1}{3+a} \end{array}\right]$$

Matrizes Invertíveis

Exercício.2 (Respostas)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \ldots \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1+2a & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1-a & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3+a & 2 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$$op_6 : L_3 \leftarrow \frac{1}{3+a} L_3; \text{ sse } a \neq -3 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1+2a & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1-a & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3+a} & \frac{1}{3+a} & \frac{1}{3+a} \end{array}\right]$$

$$op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - (-1+2a)L_3$$
$$op_8 : L_2 \leftarrow L_2 - (1-a)L_3$$

Matrizes Invertíveis

Exercício.2 (Respostas)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \ldots \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1+2a & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1-a & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3+a & 2 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$$op_6: L_3 \leftarrow \frac{1}{3+a} L_3; \text{ sse } a \neq -3 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1+2a & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1-a & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3+a} & \frac{1}{3+a} & \frac{1}{3+a} \end{array}\right]$$

$$\begin{array}{c} op_7: L_1 \leftarrow L_1 - (-1+2a)L_3 \\ op_8: L_2 \leftarrow L_2 - (1-a)L_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{-5a-1}{3+a} & \frac{7}{3+a} & \frac{-2a+1}{3+a} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3a+1}{3+a} & \frac{-4}{3+a} & \frac{a-1}{3+a} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3+a} & \frac{1}{3+a} & \frac{1}{3+a} \end{array}\right].$$

Matrizes Invertíveis

Exercício.2 (Respostas)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \ldots \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1+2a & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1-a & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3+a & 2 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$$op_6 : L_3 \leftarrow \frac{1}{3+a} L_3; \text{ sse } a \neq -3 \quad \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1+2a & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1-a & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3+a} & \frac{1}{3+a} & \frac{1}{3+a} \end{array}\right]$$

$$\begin{array}{r} op_7 : L_1 \leftarrow L_1 - (-1+2a)L_3 \\ op_8 : L_2 \leftarrow L_2 - (1-a)L_3 \end{array} \quad \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{-5a-1}{3+a} & \frac{7}{3+a} & \frac{-2a+1}{3+a} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3a+1}{3+a} & \frac{-4}{3+a} & \frac{a-1}{3+a} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3+a} & \frac{1}{3+a} & \frac{1}{3+a} \end{array}\right].$$

Logo; $\exists A^{-1}$ sse $a \in \mathbb{R} - \{-3\}$; e,

Matrizes Invertíveis

Exercício.2 (Respostas)

Logo; $\exists A^{-1}$ sse $a \in \mathbb{R} - \{-3\}$; e,

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{-5a-1}{3+a} & \dfrac{7}{3+a} & \dfrac{-2a+1}{3+a} \\ \dfrac{3a+1}{3+a} & \dfrac{-4}{3+a} & \dfrac{a-1}{3+a} \\ \dfrac{2}{3+a} & \dfrac{1}{3+a} & \dfrac{1}{3+a} \end{bmatrix}.$$

Matrizes Invertíveis
Exercício.2 (Respostas)

Logo; $\exists A^{-1}$ sse $a \in \mathbb{R} - \{-3\}$; e,

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{-5a-1}{3+a} & \dfrac{7}{3+a} & \dfrac{-2a+1}{3+a} \\ \dfrac{3a+1}{3+a} & \dfrac{-4}{3+a} & \dfrac{a-1}{3+a} \\ \dfrac{2}{3+a} & \dfrac{1}{3+a} & \dfrac{1}{3+a} \end{bmatrix}.$$