

Exemplos

(a) $(\lambda x.x(xy))N \triangleright_{1\beta} N(Ny)$

(b) $(\lambda x.y)N \triangleright_{1\beta} y$

Exemplos

$$\begin{aligned}(\lambda x.(\lambda y.yx)z)v &\triangleright_{1\beta} [v/x]((\lambda y.yx)z) \equiv (\lambda y.yv)z \\ &\triangleright_{1\beta} [z/y](yv) \equiv zv\end{aligned}$$

Exemplos

$$\begin{aligned}
 (\lambda x.xx)(\lambda x.xx) &\triangleright_{1\beta} [(\lambda x.xx)/x](xx) \equiv (\lambda x.xx)(\lambda x.xx) \\
 &\triangleright_{1\beta} [(\lambda x.xx)/x](xx) \equiv (\lambda x.xx)(\lambda x.xx) \\
 &\triangleright_{1\beta} [(\lambda x.xx)/x](xx) \equiv (\lambda x.xx)(\lambda x.xx) \\
 &\triangleright_{1\beta} [(\lambda x.xx)/x](xx) \equiv (\lambda x.xx)(\lambda x.xx) \\
 &\text{etc.}
 \end{aligned}$$

Exemplos

$$\begin{aligned}
 (\lambda x. xxy)(\lambda x. xxy) &\triangleright_{1\beta} (\lambda x. xxy)(\lambda x. xxy)y \\
 &\triangleright_{1\beta} (\lambda x. xxy)(\lambda x. xxy)yy \\
 &\triangleright_{1\beta} (\lambda x. xxy)(\lambda x. xxy)yyy \\
 &\triangleright_{1\beta} (\lambda x. xxy)(\lambda x. xxy)yyyy \\
 &\text{etc.}
 \end{aligned}$$

Forma normal

- ▶ Um termo Q que não possui nenhuma redução- β é chamado de *forma normal- β* ;
- ▶ Se um termo P reduz- β para um termo Q na forma normal- β , então diz-se que Q é uma *forma normal- β* de P .

Exemplos

- ▶ $(\lambda x.(\lambda y.yx)z)v$ tem como forma normal- β zv ;
- ▶ $L \equiv (\lambda x.xxy)(\lambda x.xxy) \triangleright_{1\beta} Ly \triangleright_{1\beta} Lyy \triangleright_{1\beta} \dots$ não tem forma normal- β pois trata-se de uma seqüência infinita e não existe outra forma de reduzir- β a expressão;
- ▶ $P \equiv (\lambda u.v)L$ possui as seguintes reduções:
 - ▶ $P \equiv (\lambda u.v)L \triangleright_{1\beta} [L/u]v \equiv v$;
 - ▶ $P \triangleright_{1\beta} (\lambda u.v)(Ly) \triangleright_{1\beta} (\lambda u.v)(Lyy) \triangleright_{1\beta} \dots$

Portanto, P tem forma normal- β e também uma seqüência infinita de reduções.

- ▶ $(\lambda x.xx)(\lambda x.xx)$, também conhecido como Ω , não possui forma normal- β , pois ele reduz sempre para si mesmo e não há outra redução possível.

Interpretação

Expressão lambda:

- ▶ Representa um programa, um algoritmo, um procedimento para produzir um resultado;

Redução- β :

- ▶ Representa uma computação, a passagem de um estado de um programa para o estado seguinte, dentro do processo de geração de um resultado.

Forma normal:

- ▶ Representa um resultado de uma computação, um valor que não é passível de novas simplificações ou elaborações.

Exercícios

Reduzir os seguintes termos para formas normais- β :

- ▶ $(\lambda x.xy)(\lambda u.vuu)$
- ▶ $(\lambda xy.yx)uv$
- ▶ $(\lambda x.x(x(yz))x)(\lambda u.uv)$
- ▶ $(\lambda x.xxy)(\lambda y.yz)$
- ▶ $(\lambda xy.xyy)(\lambda u.uyx)$
- ▶ $(\lambda xyz.xz(yz))((\lambda xy.yx)u)((\lambda xy.yx)v)w$