

MATA51: Teoria da Computação

Semestre 2021.1

Prof. Laís Nascimento

Alberto Lucas e Renata Ribeiro

Lista de Exercícios 4 - Máquinas de Turing não-determinísticas e Problemas NP

1. Como calcular a complexidade de tempo de mTs?

Seja M uma máquina de Turing determinística que para em todas as entradas. A função de complexidade de tempo $T_M: N \rightarrow N$ é:

$$T_M(n) = \max\{m \mid \exists w \in \Sigma^*, |w| = n \text{ tal que a computação de } M \text{ em } w \text{ leva } m \text{ passos}\}$$

Obs: Suponha que os números sejam codificados em formato binário.

Vale ressaltar que:

- a) Uma máquina de Turing é dita **polinomial** se existe um polinômio $p(n)$ com $T_M(n) \leq p(n)$, para todo $n \in N$;
- b) A **classe de complexidade P** é a classe de linguagens decididas por uma máquina de Turing polinomial.

2. Como calcular a complexidade de tempo de uma mT não determinística?

Dada uma máquina de Turing não determinista M , a complexidade de tempo de M em $w \in \Sigma^*$ será:

- a) o tamanho de uma sequência mais curta de movimentos aceitando w se $w \in L(M)$;
- b) 1, se $w \notin L(M)$;

$$c) T_M(n) = \max\{m \mid \exists w \in \Sigma^*, |w| = n \text{ tal que o tempo de execução de } M \text{ em } w \text{ é } m\}.$$

Vale ressaltar que:

- a) A **classe de complexidade NP** é a classe de linguagens decididas por uma máquina de Turing polinomial não determinística.

3. Vamos supor que a complexidade de uma mT ND N seja $T(n)$, onde $|w| = n$, w: cadeia de entrada para N. Qual seria a complexidade de tempo de uma mT determinística D equivalente a N ?

A complexidade do tempo das máquina de Turing não determinísticas é definida da mesma maneira que para as máquinas de Turing determinísticas:

A complexidade de tempo nas entradas de tamanho n é o número máximo de etapas que a máquina executa antes de parar em todas as entradas de tamanho n e todas as suposições.

Portanto, o tempo de construção de uma máquina de Turing determinística a partir de um máquina de Turing não determinística é $O(2^m)$, onde m é o número de nós e o tempo de execução de um máquina de Turing determinística é $O(n)$, onde n é o comprimento da string de entrada. Isso ocorre porque há apenas um caminho através da máquina de Turing determinística para uma determinada string.

4. Qual a relação entre mTs não deterministas e as classes de complexidade de tempo (P, NP)?

É sabido que: (a) a classe de complexidade P é a classe de linguagens decididas por uma máquina de Turing polinomial; (b) a classe de complexidade NP é a classe de linguagens decididas por uma máquina de Turing polinomial não determinística; (c) toda máquina de Turing não

determinística pode gerar uma máquina de Turing determinística. Daí, supondo uma mT não determinística M , temos que existe uma determinística equivalente M' . Sendo assim, uma linguagem L de complexidade NP pode ser decidida por M (mT não determinística) e uma linguagem L' de complexidade P pode ser decidida por M' - ambas polinomialmente.