

Universidade Federal da Bahia - UFBA Instituto de Matemática e Estatística - IME Departamento de Matemática



MAT A07 - Álgebra Linear A Aula 17

Espaços Vetoriais com Produto Interno:

Bases Ortogonais e Ortonormais, Complemento Ortogonal

Professora: Isamara C. Alves

Data: 06/05/2021

Matriz do Produto Interno

Sejam ${\mathcal V}$ um espaço vetorial sobre o corpo ${\mathbb K}$,

Matriz do Produto Interno

Sejam $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$, $\mathbb K=\mathbb R$ ou $\mathbb K=\mathbb C$,

Matriz do Produto Interno

Sejam $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$, $\mathbb K=\mathbb R$ ou $\mathbb K=\mathbb C$, munido de produto interno $\langle u,v\rangle$, e

Matriz do Produto Interno

Sejam $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$, $\mathbb K=\mathbb R$ ou $\mathbb K=\mathbb C$, munido de produto interno $\langle u,v\rangle$, e $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ;

Matriz do Produto Interno

Sejam $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$, $\mathbb K=\mathbb R$ ou $\mathbb K=\mathbb C$, munido de produto interno $\langle u,v\rangle$, e $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal V$; e sejam $u,v\in\mathcal V$;

Matriz do Produto Interno

Sejam $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$, $\mathbb K=\mathbb R$ ou $\mathbb K=\mathbb C$, munido de produto interno $\langle u,v\rangle$, e $\beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$ uma base ordenada de $\mathcal V$; e sejam $u,v\in\mathcal V$; $u=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$; e

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$;

```
Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K}, \mathbb{K} = \mathbb{R} ou \mathbb{K} = \mathbb{C}, munido de produto interno \langle u, v \rangle, e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} uma base ordenada de \mathcal{V}; e sejam u, v \in \mathcal{V}; u = (x_1, x_2, \dots, x_n); e v = (y_1, y_2, \dots, y_n); então, u = \sum_{i=1}^n x_i v_i (1) e v = \sum_{i=1}^n y_i v_i; (2) \forall x_j, y_i \in \mathbb{K}.
```

```
Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K}, \mathbb{K} = \mathbb{R} ou \mathbb{K} = \mathbb{C}, munido de produto interno \langle u, v \rangle, e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} uma base ordenada de \mathcal{V}; e sejam u, v \in \mathcal{V}; u = (x_1, x_2, \dots, x_n); e v = (y_1, y_2, \dots, y_n); então, u = \sum_{j=1}^n x_j v_j (1) e v = \sum_{i=1}^n y_i v_i; (2) \forall x_j, y_i \in \mathbb{K}. Assim, o produto interno \langle u, v \rangle por (1) e (2):
```

```
Sejam \mathcal V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb K, \mathbb K=\mathbb R ou \mathbb K=\mathbb C, munido de produto interno \langle u,v\rangle, e \beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\} uma base ordenada de \mathcal V; e sejam u,v\in\mathcal V; u=(x_1,x_2,\ldots,x_n); e v=(y_1,y_2,\ldots,y_n); então, u=\sum_{j=1}^n x_jv_j (1) e v=\sum_{j=1}^n y_iv_i; (2) \forall x_j,y_i\in\mathbb K. Assim, o produto interno \langle u,v\rangle por (1) e (2): \langle u,v\rangle=
```

```
Sejam \mathcal V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb K, \mathbb K=\mathbb R ou \mathbb K=\mathbb C, munido de produto interno \langle u,v\rangle, e \beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\} uma base ordenada de \mathcal V; e sejam u,v\in\mathcal V; u=(x_1,x_2,\ldots,x_n); e v=(y_1,y_2,\ldots,y_n); então, u=\sum_{j=1}^n x_jv_j (1) e v=\sum_{j=1}^n y_iv_j; (2) \forall x_j,y_i\in\mathbb K. Assim, o produto interno \langle u,v\rangle por (1) e (2): \langle u,v\rangle=\left\langle \sum_{j=1}^n x_jv_j,v\right\rangle=
```

```
Sejam \mathcal V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb K, \mathbb K=\mathbb R ou \mathbb K=\mathbb C, munido de produto interno \langle u,v\rangle, e \beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\} uma base ordenada de \mathcal V; e sejam u,v\in\mathcal V; u=(x_1,x_2,\ldots,x_n); e v=(y_1,y_2,\ldots,y_n); então, u=\sum_{j=1}^n x_jv_j (1) e v=\sum_{i=1}^n y_iv_i; (2) \forall x_j,y_i\in\mathbb K. Assim, o produto interno \langle u,v\rangle por (1) e (2): \langle u,v\rangle=\left\langle \sum_{j=1}^n x_jv_j,v\right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j\langle v_j,v\rangle=
```

```
Sejam \mathcal V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb K, \mathbb K=\mathbb R ou \mathbb K=\mathbb C, munido de produto interno \langle u,v\rangle, e \beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\} uma base ordenada de \mathcal V; e sejam u,v\in\mathcal V; u=(x_1,x_2,\ldots,x_n); e v=(y_1,y_2,\ldots,y_n); então, u=\sum_{j=1}^n x_jv_j (1) e v=\sum_{i=1}^n y_iv_i; (2) \forall x_j,y_i\in\mathbb K. Assim, o produto interno \langle u,v\rangle por (1) e (2): \langle u,v\rangle=\left\langle \sum_{j=1}^n x_jv_j,v\right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j\langle v_j,v\rangle=\sum_{j=1}^n x_j\langle v_j,\sum_{i=1}^n y_iv_i\rangle=
```

```
Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K}, \mathbb{K} = \mathbb{R} ou \mathbb{K} = \mathbb{C}, munido de produto interno \langle u, v \rangle, e \beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\} uma base ordenada de \mathcal{V}; e sejam u, v \in \mathcal{V}; u = (x_1, x_2, \ldots, x_n); e v = (y_1, y_2, \ldots, y_n); então, u = \sum_{j=1}^n x_j v_j (1) e v = \sum_{i=1}^n y_i v_i; (2) \forall x_j, y_i \in \mathbb{K}. Assim, o produto interno \langle u, v \rangle por (1) e (2): \langle u, v \rangle = \left\langle \sum_{j=1}^n x_j v_j, v \right\rangle = \sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j, v \right\rangle = \sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j, \sum_{i=1}^n y_i v_i \right\rangle = \sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j, v_j \right\rangle = \sum_{j=1}^n
```

```
Sejam \mathcal V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb K, \mathbb K=\mathbb R ou \mathbb K=\mathbb C, munido de produto interno \langle u,v\rangle, e \beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\} uma base ordenada de \mathcal V; e sejam u,v\in\mathcal V; u=(x_1,x_2,\ldots,x_n); e v=(y_1,y_2,\ldots,y_n); então, u=\sum_{j=1}^n x_j v_j (1) e v=\sum_{j=1}^n y_i v_i; (2) \forall x_j,y_i\in\mathbb K. Assim, o produto interno \langle u,v\rangle por (1) e (2): \langle u,v\rangle=\left\langle \sum_{j=1}^n x_j v_j,v\rangle \right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j,v\rangle \right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j,v\rangle \right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j,v_j\right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j,v_j\right\rangle=\sum_{j
```

```
Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K}, \mathbb{K}=\mathbb{R} ou \mathbb{K}=\mathbb{C}, munido de produto interno \langle u,v\rangle, e \beta_{\mathcal{V}}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\} uma base ordenada de \mathcal{V}; e sejam u,v\in\mathcal{V}; u=(x_1,x_2,\ldots,x_n); e v=(y_1,y_2,\ldots,y_n); então, u=\sum_{j=1}^n x_j v_j (1) e v=\sum_{j=1}^n y_i v_i; (2) \forall x_j,y_i\in\mathbb{K}. Assim, o produto interno \langle u,v\rangle por (1) e (2): \langle u,v\rangle=\left\langle \sum_{j=1}^n x_j v_j,v\rangle \right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j,v\rangle \right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j,\sum_{i=1}^n y_i v_i\right\rangle=\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \langle v_j,v_i\rangle =\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \langle v_j,v_i\rangle x_j\overline{y_i}=
```

```
Sejam \mathcal V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb K, \mathbb K=\mathbb R ou \mathbb K=\mathbb C, munido de produto interno \langle u,v\rangle, e \beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\} uma base ordenada de \mathcal V; e sejam u,v\in\mathcal V; u=(x_1,x_2,\ldots,x_n); e v=(y_1,y_2,\ldots,y_n); então, u=\sum_{j=1}^n x_jv_j (1) e v=\sum_{i=1}^n y_iv_i; (2) \forall x_j,y_i\in\mathbb K. Assim, o produto interno \langle u,v\rangle por (1) e (2): \langle u,v\rangle=\left\langle\sum_{j=1}^n x_jv_j,v\right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j\left\langle v_j,v\right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j\left\langle v_j,\sum_{i=1}^n y_iv_i\right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j\left\langle v_j,v_i\right\rangle=\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_j\overline{y_i}\left\langle v_j,v_i\right\rangle=\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \langle v_j,v_i\rangle x_j\overline{y_i}=\sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij}x_j\overline{y_i};
```

```
Sejam \mathcal V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb K, \mathbb K=\mathbb R ou \mathbb K=\mathbb C, munido de produto interno \langle u,v\rangle, e \beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\} uma base ordenada de \mathcal V; e sejam u,v\in\mathcal V; u=(x_1,x_2,\ldots,x_n); e v=(y_1,y_2,\ldots,y_n); então, u=\sum_{j=1}^n x_jv_j (1) e v=\sum_{i=1}^n y_iv_i; (2) \forall x_j,y_i\in\mathbb K. Assim, o produto interno \langle u,v\rangle por (1) e (2): \langle u,v\rangle=\left\langle \sum_{j=1}^n x_jv_j,v\rangle\right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j\left\langle v_j,v\rangle\right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j\left\langle v_j,v\rangle\right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j\left\langle v_j,v\rangle\right\rangle=\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n y_iv_i\rangle=\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_j\overline{y_i}\langle v_j,v_i\rangle=\sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^n x_j\overline{y_i}\langle v_j,v_i\rangle=\sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^n x_j\overline{y_i}\langle v_j,v_i\rangle=\sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^n x_j\overline{y_i}\langle v_j,v_i\rangle
```

```
Sejam \mathcal V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb K, \mathbb K=\mathbb R ou \mathbb K=\mathbb C, munido de produto interno \langle u,v\rangle, e \beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\} uma base ordenada de \mathcal V; e sejam u,v\in\mathcal V; u=(x_1,x_2,\ldots,x_n); e v=(y_1,y_2,\ldots,y_n); então, u=\sum_{j=1}^n x_jv_j (1) e v=\sum_{i=1}^n y_iv_i; (2) \forall x_j,y_i\in\mathbb K. Assim, o produto interno \langle u,v\rangle por (1) e (2): \langle u,v\rangle=\left\langle \sum_{j=1}^n x_jv_j,v\right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j\left\langle v_j,v\right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j\left\langle v_j,\sum_{i=1}^n y_iv_i\right\rangle=\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n y_iv_i or v_i and v_i is v_i and v_i anotation of v_i and v_i and v_i and v_i and v_i and v_i
```

```
Sejam \mathcal V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb K, \mathbb K=\mathbb R ou \mathbb K=\mathbb C, munido de produto interno \langle u,v\rangle, e \beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\} uma base ordenada de \mathcal V; e sejam u,v\in\mathcal V; u=(x_1,x_2,\ldots,x_n); e v=(y_1,y_2,\ldots,y_n); então, u=\sum_{j=1}^n x_jv_j (1) e v=\sum_{i=1}^n y_iv_i; (2) \forall x_j,y_i\in\mathbb K. Assim, o produto interno \langle u,v\rangle por (1) e (2): \langle u,v\rangle=\left\langle \sum_{j=1}^n x_jv_j,v\right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j\left\langle v_j,v\right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j\left\langle v_j,\sum_{i=1}^n y_iv_i\right\rangle=\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n y_iv_i or v_i and v_i is v_i and v_i anotation of v_i and v_i and v_i and v_i and v_i and v_i
```

$$\langle u, v \rangle =$$

```
Sejam \mathcal V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb K, \mathbb K=\mathbb R ou \mathbb K=\mathbb C, munido de produto interno \langle u,v\rangle, e \beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\} uma base ordenada de \mathcal V; e sejam u,v\in\mathcal V; u=(x_1,x_2,\ldots,x_n); e v=(y_1,y_2,\ldots,y_n); então, u=\sum_{j=1}^n x_jv_j (1) e v=\sum_{i=1}^n y_iv_i; (2) \forall x_j,y_i\in\mathbb K. Assim, o produto interno \langle u,v\rangle por (1) e (2): \langle u,v\rangle=\left\langle \sum_{j=1}^n x_jv_j,v\right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j\left\langle v_j,v\right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j\left\langle v_j,\sum_{i=1}^n y_iv_i\right\rangle=\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n y_iv_i or v_i and v_i is v_i and v_i anotation of v_i and v_i and v_i and v_i and v_i and v_i
```

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

```
Sejam \mathcal V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb K, \mathbb K=\mathbb R ou \mathbb K=\mathbb C, munido de produto interno \langle u,v\rangle, e \beta_{\mathcal V}=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\} uma base ordenada de \mathcal V; e sejam u,v\in\mathcal V; u=(x_1,x_2,\ldots,x_n); e v=(y_1,y_2,\ldots,y_n); então, u=\sum_{j=1}^n x_jv_j (1) e v=\sum_{i=1}^n y_iv_i; (2) \forall x_j,y_i\in\mathbb K. Assim, o produto interno \langle u,v\rangle por (1) e (2): \langle u,v\rangle=\left\langle \sum_{j=1}^n x_jv_j,v\right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j\left\langle v_j,v\right\rangle=\sum_{j=1}^n x_j\left\langle v_j,\sum_{i=1}^n y_iv_i\right\rangle=\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n y_iv_i or v_i and v_i is v_i and v_i anotation of v_i and v_i and v_i and v_i and v_i and v_i
```

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde;

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde;
$$X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$$

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde; $X,Y\in\mathcal{M}_{n\times 1}(\mathbb{K})$ são as matrizes das coordenadas de u e v em relação à base ordenada $\beta_{\mathcal{V}}$,

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

$$X = [u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

$$X = [u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^t$$

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

$$X = [u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^t$$
 e

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

$$X = [u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{bmatrix}^t$$
 e $Y = [v]_{\beta_{\mathcal{V}}}$

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

$$X = [u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n \end{bmatrix}^t$$
 e $Y = [v]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n \end{bmatrix}^t$.

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS de u e v EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA $\beta_{\mathcal{V}}$, respectivamente; assim,

$$X = [u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n \end{bmatrix}^t$$
 e $Y = [v]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n \end{bmatrix}^t$.

Enquanto que a matriz $A=(a_{ij})\in\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS de u e v EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA $\beta_{\mathcal{V}}$, respectivamente; assim,

$$X = [u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{bmatrix}^t$$
 e $Y = [v]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_n \end{bmatrix}^t$.

Enquanto que a matriz $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle$$
;

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS de u e v EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA $\beta_{\mathcal{V}}$, respectivamente; assim,

$$X = [u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n \end{bmatrix}^t$$
 e $Y = [v]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n \end{bmatrix}^t$.

Enquanto que a matriz $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \ldots, n;$$

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS de u e v EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA $\beta_{\mathcal{V}}$, respectivamente; assim,

$$X = [u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^t$$
 e $Y = [v]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]^t$.

Enquanto que a matriz $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \ldots, n;$$

é denominada MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA $\beta_{\mathcal{V}}$.

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS de u e v EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA $\beta_{\mathcal{V}}$, respectivamente; assim,

$$X = [u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^t$$
 e $Y = [v]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]^t$.

Enquanto que a matriz $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \ldots, n;$$

é denominada MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA $\beta_{\mathcal{V}}$.

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a matriz do produto interno em relação à base ordenada $\beta_{\mathcal{V}}$:

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a matriz do produto interno em relação à base ordenada $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$A=(a_{ij})\in\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a matriz do produto interno em relação à base ordenada $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$A=(a_{ij})\in\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle$$
;

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a matriz do produto interno em relação à base ordenada $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$A=(a_{ij})\in\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \ldots, n;$$

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a matriz do produto interno em relação à base ordenada $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$A=(a_{ij})\in\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \ldots, n;$$

é uma MATRIZ HERMITIANA,

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$A=(a_{ij})\in\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \ldots, n;$$

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a matriz do produto interno em relação à base ordenada $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$A=(a_{ij})\in\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \ldots, n;$$

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle$$

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a matriz do produto interno em relação à base ordenada $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$A=(a_{ij})\in\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \ldots, n;$$

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle = \overline{\langle v_i, v_j \rangle}$$

Note que a matriz do produto interno em relação à base ordenada $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$A=(a_{ij})\in\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \ldots, n;$$

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle = \overline{\langle v_i, v_j \rangle} = \overline{a_{ji}};$$

Note que a matriz do produto interno em relação à base ordenada $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$A=(a_{ij})\in\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \ldots, n;$$

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle = \overline{\langle v_i, v_j \rangle} = \overline{a_{ji}}; \quad \forall i, j = 1, \dots, n.$$

Note que a matriz do produto interno em relação à base ordenada $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$A=(a_{ij})\in\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \ldots, n;$$

é uma MATRIZ HERMITIANA, ou seja, $\overline{A^t} = A$:

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle = \overline{\langle v_i, v_j \rangle} = \overline{a_{ji}}; \quad \forall i, j = 1, \dots, n.$$

Lembrando que se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$

Note que a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$A=(a_{ij})\in\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle$$
; $\forall i, j = 1, \ldots, n$;

é uma MATRIZ HERMITIANA, ou seja, $\overline{A^t} = A$:

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle = \overline{\langle v_i, v_j \rangle} = \overline{a_{ji}}; \ \forall i, j = 1, \dots, n.$$

Lembrando que se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ então $\overline{A^t} = A^t = A$.

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n}=\{e_1,e_2,\ldots,e_n\}$ a base canônica;

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n}=\{e_1,e_2,\ldots,e_n\}$ a base canônica; e sejam $u,v\in\mathbb{R}^n$; tais que

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n}=\{e_1,e_2,\ldots,e_n\}$ a base canônica; e sejam $u,v\in\mathbb{R}^n$; tais que $u=\sum_{j=1}^n x_je_j; v=\sum_{i=1}^n y_ie_i; \forall x_j,y_i\in\mathbb{R}$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n}=\{e_1,e_2,\ldots,e_n\}$ a base canônica; e sejam $u,v\in\mathbb{R}^n$; tais que $u=\sum_{i=1}^n x_ie_i; v=\sum_{i=1}^n y_ie_i; \forall x_j,y_i\in\mathbb{R}$.

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

$$\langle u, v \rangle =$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

$$\langle u, v \rangle = Y^t I_n X$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

$$\langle u,v\rangle=Y^tI_nX=\begin{bmatrix}y_1&\ldots&y_n\end{bmatrix}$$

$$\langle u, v \rangle = Y^t I_n X = \begin{bmatrix} y_1 & \dots & y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$$\langle u, v \rangle = Y^t I_n X = \begin{bmatrix} y_1 & \dots & y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$\langle u, v \rangle = Y^t I_n X = \begin{bmatrix} y_1 & \dots & y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathcal{V}}})^t$$

$$\langle u,v\rangle=Y^tI_nX=\begin{bmatrix}y_1&\ldots&y_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&\ldots&0\\\vdots&\ddots&\vdots\\0&\ldots&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\\vdots\\x_n\end{bmatrix}=([v]_{\beta_{\mathcal{V}}})^t[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}.$$

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n}=\{e_1,e_2,\ldots,e_n\}$ a base canônica; e sejam $u,v\in\mathbb{R}^n$; tais que $u=\sum_{j=1}^n x_je_j; v=\sum_{i=1}^n y_ie_i; \forall x_j,y_i\in\mathbb{R}$. Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na FORMA MATRICIAL, temos;

$$\langle u,v\rangle = Y^t I_n X = \begin{bmatrix} y_1 & \dots & y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathcal{V}}})^t [u]_{\beta_{\mathcal{V}}}.$$

 $logo; I_n$

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n}=\{e_1,e_2,\ldots,e_n\}$ a base canônica; e sejam $u,v\in\mathbb{R}^n$; tais que $u=\sum_{j=1}^n x_je_j; v=\sum_{i=1}^n y_ie_i; \forall x_j,y_i\in\mathbb{R}$. Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na FORMA MATRICIAL, temos;

$$\langle u,v\rangle = Y^t I_n X = \begin{bmatrix} y_1 & \dots & y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathcal{V}}})^t [u]_{\beta_{\mathcal{V}}}.$$

logo; I_n é a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base canônica $\beta_{\mathbb{R}^n}$.

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n}=\{e_1,e_2,\ldots,e_n\}$ a base canônica; e sejam $u,v\in\mathbb{R}^n$; tais que $u=\sum_{j=1}^n x_je_j; v=\sum_{i=1}^n y_ie_i; \forall x_j,y_i\in\mathbb{R}$. Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na FORMA MATRICIAL, temos;

$$\langle u,v\rangle = Y^t I_n X = \begin{bmatrix} y_1 & \dots & y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathcal{V}}})^t [u]_{\beta_{\mathcal{V}}}.$$

logo; I_n é a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base canônica $\beta_{\mathbb{R}^n}$.

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)}_{\mathcal{V}},$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)}_{\mathcal{V}_2},\underbrace{(1,1)}_{\mathcal{V}_2}\}$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

$$\langle u, v \rangle =$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 \ y_2 \end{bmatrix}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

$$a_{12}=\langle v_2,v_1\rangle=\overline{\langle v_1,v_2\rangle}=$$
 (1.1) +

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

$$a_{12}=\langle v_2,v_1\rangle=\overline{\langle v_1,v_2\rangle}=(1.1)+(-1.1)$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

$$a_{12}=\langle v_2,v_1\rangle=\overline{\langle v_1,v_2\rangle}=(1.1)+(-1.1)=0$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

$$a_{12}=\langle v_2,v_1\rangle=\overline{\langle v_1,v_2\rangle}=$$
 (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21} ;

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

 $a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

 $a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1)$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

 $a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1.-1)$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $eta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

 $a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1.-1) = 2;$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)}_{\mathbb{R}^2},\underbrace{(1,1)}_{\mathbb{R}^2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

 $a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1.-1) = 2;$
 $a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)}_{\mathbb{R}^2},\underbrace{(1,1)}_{\mathbb{R}^2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

 $a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1.-1) = 2;$
 $a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = (1.1)$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)}_{\mathbb{R}^2},\underbrace{(1,1)}_{\mathbb{R}^2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

 $a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1.-1) = 2;$
 $a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = (1.1) + (1.1)$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)}_{\mathbb{R}^2},\underbrace{(1,1)}_{\mathbb{R}^2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

 $a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1.-1) = 2;$
 $a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = (1.1) + (1.1) = 2$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)}_{\mathbb{R}^2},\underbrace{(1,1)}_{\mathbb{R}^2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

 $a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1.-1) = 2;$
 $a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = (1.1) + (1.1) = 2;$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)}_{\mathbb{R}^2},\underbrace{(1,1)}_{\mathbb{R}^2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$\begin{array}{l} a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21}; \\ a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1.-1) = 2; \\ a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = (1.1) + (1.1) = 2; \\ a_{23} = \langle v_3, v_4 \rangle = (0.1) + (0.1) = 0; \\ a_{24} = \langle v_4, v_4 \rangle = (0.1) + (0.1) = 0; \\ a_{25} = \langle v_5, v_4 \rangle = (0.1)$$

$$A_2 =$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

 $a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1.-1) = 2;$
 $a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = (1.1) + (1.1) = 2;$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

 $a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1.-1) = 2;$
 $a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = (1.1) + (1.1) = 2;$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = A_2^t.$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(-1,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na forma matricial $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

 $a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1.-1) = 2;$
 $a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = (1.1) + (1.1) = 2;$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = A_2^t.$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t), q(t) \rangle$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno: $\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$;

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle = \int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; orall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1,t,t^2\}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}$ a base canônica.

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V}=\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

Considerando o PRODUTO INTERNO definido

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\;\mathrm{e}\;\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\;\mathrm{a}\;\mathrm{base}\;\mathrm{canônica}.$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle =$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}$ a base canônica.

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\;\mathrm{e}\;\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\;\mathrm{a}\;\mathrm{base}\;\mathrm{canônica}.$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\;\mathrm{e}\;\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\;\mathrm{a}\;\mathrm{base}\;\mathrm{can\^{o}nica}.$$

$$\langle p(t),q(t)\rangle=Y^tA_3X=([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}};$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

$$\langle p(t),q(t)
angle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

Matriz do Produto Interno

```
EXEMPLO.3:
```

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\;\mathrm{e}\;\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\;\mathrm{a}\;\mathrm{base}\;\mathrm{canônica}.$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12}=\langle v_2,v_1\rangle$$

Matriz do Produto Interno

Exemplo.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\;\mathrm{e}\;\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\;\mathrm{a}\;\mathrm{base}\;\mathrm{canônica}.$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle}$$

Matriz do Produto Interno

Exemplo.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\;\mathrm{e}\;\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\;\mathrm{a}\;\mathrm{base}\;\mathrm{can\^{o}nica}.$$

$$\langle p(t),q(t)\rangle=Y^tA_3X=([q(t)]_{\beta_{\mathbb{D}^2}})^tA_3[p(t)]_{\beta_{\mathbb{D}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t) dt = 0$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\;\mathrm{e}\;\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\;\mathrm{a}\;\mathrm{base}\;\mathrm{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)\rangle=Y^tA_3X=([q(t)]_{\beta_{\mathbb{D}^2}})^tA_3[p(t)]_{\beta_{\mathbb{D}^2}};$$
 então,

$$a_{12}=\langle v_2,v_1\rangle=\overline{\langle v_1,v_2\rangle}=\int_0^1(1)(t)dt=rac{t^2}{2}|_0^1=$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\;\mathrm{e}\;\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\;\mathrm{a}\;\mathrm{base}\;\mathrm{can\^{o}nica}.$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t) dt = \frac{t^2}{2} |_0^1 = \frac{1}{2}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\;\mathrm{e}\;\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\;\mathrm{a}\;\mathrm{base}\;\mathrm{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)
angle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t) dt = \frac{t^2}{2} |_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\;\mathrm{e}\;\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\;\mathrm{a}\;\mathrm{base}\;\mathrm{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)
angle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t) dt = \frac{t^2}{2} |_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13}=\langle v_3,v_1\rangle$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)
angle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t) dt = \frac{t^2}{2} |_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)
angle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12}=\langle v_2,v_1\rangle=\overline{\langle v_1,v_2\rangle}=\int_0^1(1)(t)dt=\frac{t^2}{2}|_0^1=\frac{1}{2}=a_{21};$$

$$a_{13}=\langle v_3,v_1\rangle=\overline{\langle v_1,v_3\rangle}=\int_0^1(1)(t^2)dt=$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\;\mathrm{e}\;\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\;\mathrm{a}\;\mathrm{base}\;\mathrm{can\^{o}nica}.$$

$$\langle p(t),q(t)
angle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12}=\langle v_2,v_1\rangle=\overline{\langle v_1,v_2\rangle}=\int_0^1(1)(t)dt=\frac{t^2}{2}|_0^1=\frac{1}{2}=a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt =$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)
angle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t) dt = \frac{t^2}{2} |_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \int_0^1 t^2 dt$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)
angle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t) dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\;\mathrm{e}\;\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\;\mathrm{a}\;\mathrm{base}\;\mathrm{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)
angle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t) dt = \frac{t^2}{2} |_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)\rangle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t) dt = \frac{t^2}{2} |_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\;\mathrm{e}\;\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\;\mathrm{a}\;\mathrm{base}\;\mathrm{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)\rangle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$\begin{array}{l} a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2}|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21}; \\ a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31}; \end{array}$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)\rangle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2}|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)
angle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t) dt = \frac{t^2}{2} |_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2dt = \frac{t^3}{2}|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{31};$$

$$a_{23}=\langle v_3,v_2\rangle=\overline{\langle v_2,v_3\rangle}=\int_0^1(t)(t^2)dt=\int_0^1t^3dt=$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)\rangle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2}|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2dt = \frac{t^3}{2}|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{31};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \langle v_1, v_3 \rangle = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^3dt = \frac{t^4}{3}|_0^1 = a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3dt = \frac{t^4}{3}|_0^1 = a_{23} =$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \langle v_2, v_3 \rangle = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^2}{4}|_0^1 = 0$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)\rangle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t) dt = \frac{t^2}{2} |_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13}=\langle v_3,v_1\rangle=\overline{\langle v_1,v_3\rangle}=\int_0^1(1)(t^2)dt=\int_0^1t^2dt=\frac{t^3}{3}|_0^1=\frac{1}{3}=a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t) (t^2) dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} |_0^1 = \frac{1}{4}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\;\mathrm{e}\;\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\;\mathrm{a}\;\mathrm{base}\;\mathrm{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)\rangle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$
 $a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_2, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2dt = \frac{t^3}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\;\mathrm{e}\;\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\;\mathrm{a}\;\mathrm{base}\;\mathrm{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)\rangle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t) dt = \frac{t^2}{2} |_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11}=\langle v_1,v_1\rangle$$

Matriz do Produto Interno

Exemplo.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)\rangle=Y^tA_3X=([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t) dt = \frac{t^2}{2} |_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1) dt =$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)\rangle=Y^tA_3X=([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t) dt = \frac{t^2}{2} |_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13}=\langle v_3,v_1\rangle=\overline{\langle v_1,v_3\rangle}=\int_0^1(1)(t^2)dt==\int_0^1t^2dt=\frac{t^3}{3}|_0^1=\frac{1}{3}=a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1) dt = t|_0^1 = 0$$

Matriz do Produto Interno

Exemplo.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\;\mathrm{e}\;\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\;\mathrm{a}\;\mathrm{base}\;\mathrm{canônica}.$$

$$\langle p(t),q(t)\rangle=Y^tA_3X=([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t) dt = \frac{t^2}{2} |_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13}=\langle v_3,v_1\rangle=\overline{\langle v_1,v_3\rangle}=\int_0^1(1)(t^2)dt==\int_0^1t^2dt=\frac{t^3}{3}|_0^1=\frac{1}{3}=a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1) dt = t|_0^1 = 1;$$

Matriz do Produto Interno

```
EXEMPLO.3:
```

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\begin{split} &\langle p(t),q(t)\rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3[p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}; \text{ então,} \\ &a_{12} = \langle v_2,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_2\rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2}|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21}; \\ &a_{13} = \langle v_3,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_3\rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31}; \\ &a_{23} = \langle v_3,v_2\rangle = \overline{\langle v_2,v_3\rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32}; \\ &a_{11} = \langle v_1,v_1\rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t|_0^1 = 1; \\ &a_{22} = \langle v_2,v_2\rangle \end{split}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\begin{split} &\langle p(t),q(t)\rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3[p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}; \text{ então,} \\ &a_{12} = \langle v_2,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_2\rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2}|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21}; \\ &a_{13} = \langle v_3,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_3\rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31}; \\ &a_{23} = \langle v_3,v_2\rangle = \overline{\langle v_2,v_3\rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32}; \\ &a_{11} = \langle v_1,v_1\rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t|_0^1 = 1; \\ &a_{22} = \langle v_2,v_2\rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = 0 \end{split}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\begin{split} &\langle p(t),q(t)\rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3[p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}; \text{ então,} \\ &a_{12} = \langle v_2,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_2\rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2}|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21}; \\ &a_{13} = \langle v_3,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_3\rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31}; \\ &a_{23} = \langle v_3,v_2\rangle = \overline{\langle v_2,v_3\rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32}; \\ &a_{11} = \langle v_1,v_1\rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t|_0^1 = 1; \\ &a_{22} = \langle v_2,v_2\rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = 0 \end{split}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\begin{split} &\langle p(t),q(t)\rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3[p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}; \text{ então,} \\ &a_{12} = \langle v_2,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_2\rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2}|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21}; \\ &a_{13} = \langle v_3,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_3\rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31}; \\ &a_{23} = \langle v_3,v_2\rangle = \overline{\langle v_2,v_3\rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32}; \\ &a_{11} = \langle v_1,v_1\rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t|_0^1 = 1; \\ &a_{22} = \langle v_2,v_2\rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3}; \end{split}$$

Matriz do Produto Interno

```
EXEMPLO.3:
```

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\begin{split} &\langle p(t),q(t)\rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3[p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}; \text{ então,} \\ &a_{12} = \langle v_2,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_2\rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2}|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21}; \\ &a_{13} = \langle v_3,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_3\rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31}; \\ &a_{23} = \langle v_3,v_2\rangle = \overline{\langle v_2,v_3\rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32}; \\ &a_{11} = \langle v_1,v_1\rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t|_0^1 = 1; \\ &a_{22} = \langle v_2,v_2\rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3}; \\ &a_{33} = \langle v_3,v_3\rangle \end{split}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\begin{split} &\langle p(t),q(t)\rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3[p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}; \text{ então,} \\ &a_{12} = \langle v_2,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_2\rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2}|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21}; \\ &a_{13} = \langle v_3,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_3\rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31}; \\ &a_{23} = \langle v_3,v_2\rangle = \overline{\langle v_2,v_3\rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32}; \\ &a_{11} = \langle v_1,v_1\rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t|_0^1 = 1; \\ &a_{22} = \langle v_2,v_2\rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3}; \\ &a_{33} = \langle v_3,v_3\rangle = \int_0^1 (t^2)(t^2)dt = \end{split}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathrm{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathrm{a}\; \mathrm{base}\; \mathrm{canônica}.$$

$$\begin{split} &\langle p(t),q(t)\rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3[p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}; \text{ então,} \\ &a_{12} = \langle v_2,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_2\rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2}|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21}; \\ &a_{13} = \langle v_3,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_3\rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31}; \\ &a_{23} = \langle v_3,v_2\rangle = \overline{\langle v_2,v_3\rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32}; \\ &a_{11} = \langle v_1,v_1\rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t|_0^1 = 1; \\ &a_{22} = \langle v_2,v_2\rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3}; \\ &a_{33} = \langle v_3,v_3\rangle = \int_0^1 (t^2)(t^2)dt = \frac{t^5}{5}|_0^1 = 0. \end{split}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $V = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

$$\begin{split} &\langle p(t),q(t)\rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3[p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}; \text{ então,} \\ &a_{12} = \langle v_2,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_2\rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2}|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21}; \\ &a_{13} = \langle v_3,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_3\rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31}; \\ &a_{23} = \langle v_3,v_2\rangle = \overline{\langle v_2,v_3\rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32}; \\ &a_{11} = \langle v_1,v_1\rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t|_0^1 = 1; \\ &a_{22} = \langle v_2,v_2\rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3}; \\ &a_{33} = \langle v_3,v_3\rangle = \int_0^1 (t^2)(t^2)dt = \frac{t^5}{5}|_0^1 = \frac{1}{5} \end{split}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na forma matricial temos;

$$\begin{split} &\langle p(t),q(t)\rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3[p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}; \text{ então,} \\ &a_{12} = \langle v_2,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_2\rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2}|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21}; \\ &a_{13} = \langle v_3,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_3\rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31}; \\ &a_{23} = \langle v_3,v_2\rangle = \overline{\langle v_2,v_3\rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32}; \\ &a_{11} = \langle v_1,v_1\rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t|_0^1 = 1; \\ &a_{22} = \langle v_2,v_2\rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3}; \\ &a_{33} = \langle v_3,v_3\rangle = \int_0^1 (t^2)(t^2)dt = \frac{t^5}{5}|_0^1 = \frac{1}{5} \end{split}$$

logo; a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base $eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$:

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $V = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)
angle =\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\; \forall p(t),q(t)\in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});\; \mathsf{e}\; eta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\; \mathsf{a}\; \mathsf{base}\; \mathsf{canônica}.$$

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na forma matricial temos;

$$\begin{split} &\langle p(t),q(t)\rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3[p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}; \text{ então,} \\ &a_{12} = \langle v_2,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_2\rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2}|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21}; \\ &a_{13} = \langle v_3,v_1\rangle = \overline{\langle v_1,v_3\rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31}; \\ &a_{23} = \langle v_3,v_2\rangle = \overline{\langle v_2,v_3\rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32}; \\ &a_{11} = \langle v_1,v_1\rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t|_0^1 = 1; \\ &a_{22} = \langle v_2,v_2\rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3}; \\ &a_{33} = \langle v_3,v_3\rangle = \int_0^1 (t^2)(t^2)dt = \frac{t^5}{5}|_0^1 = \frac{1}{5} \end{split}$$

logo; a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$: $A_3 =$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R});\;\mathrm{e}\;\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}\;\mathrm{a}\;\mathrm{base}\;\mathrm{can\^{o}nica}.$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}; \text{ então,}$$
 $a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t) dt = \frac{t^2}{2} |_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1) dt = t|_0^1 = 1;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3};$$

$$a_{33} = \langle v_3, v_3 \rangle = \int_0^1 (t^2)(t^2)dt = \frac{t^5}{5}|_0^1 = \frac{1}{5}$$

logo; a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base
$$\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}: A_3 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na forma matricial temos;

$$\langle p(t),q(t)
angle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12}=\langle v_2,v_1\rangle=\overline{\langle v_1,v_2\rangle}=\int_0^1(1)(t)dt=rac{t^2}{2}|_0^1=rac{1}{2}=a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1) dt = t|_0^1 = 1;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = \int_0^1 (t)(t) dt = \frac{t^3}{3} |_0^1 = \frac{1}{3};$$

$$a_{33} = \langle v_3, v_3 \rangle = \int_0^1 (t^2)(t^2)dt = \frac{t^5}{5}|_0^1 = \frac{1}{5}$$

logo; a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base
$$\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}: A_3 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$
 é uma

MATRIZ DE HILBERT.

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t),q(t)\rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}=\{1,t,t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na forma matricial temos;

$$\langle p(t),q(t)
angle=Y^tA_3X=([q(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}})^tA_3[p(t)]_{eta_{\mathbb{R}^2}};$$
 então,

$$a_{12}=\langle v_2,v_1\rangle=\overline{\langle v_1,v_2\rangle}=\int_0^1(1)(t)dt=rac{t^2}{2}|_0^1=rac{1}{2}=a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2dt = \frac{t^3}{3}|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3dt = \frac{t^4}{4}|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1) dt = t|_0^1 = 1;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = \int_0^1 (t)(t) dt = \frac{t^3}{3} |_0^1 = \frac{1}{3};$$

$$a_{33} = \langle v_3, v_3 \rangle = \int_0^1 (t^2)(t^2)dt = \frac{t^5}{5}|_0^1 = \frac{1}{5}$$

logo; a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base
$$\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}: A_3 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$
 é uma

MATRIZ DE HILBERT.

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$,

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

$$\langle p(t), q(t) \rangle$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$$
;

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$.

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$$
 Sejam $p(t)=3+4t+5t^2$ e

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$.
Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$,

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt \; ; \; \forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$$
 Sejam $p(t)=3+4t+5t^2$ e $q(t)=3-t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}),$ então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle =$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$. Sejam $p(t)=3+4t+5t^2$ e $q(t)=3-t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$, então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$. Sejam $p(t)=3+4t+5t^2$ e $q(t)=3-t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$, então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$. Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$, então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3$$

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$ Sejam $p(t)=3+4t+5t^2$ e $q(t)=3-t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R}),$ então:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$$

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$
Sejam $p(t)=3+4t+5t^2$ e $q(t)=3-t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R}),$ então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle =$$

$$\langle p(t),q(t)\rangle=\int_0^1 p(t)q(t)dt\;;\;\forall p(t),q(t)\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$$
 Sejam $p(t)=3+4t+5t^2$ e $q(t)=3-t^2\in\mathcal{P}_2(\mathbb{R}),$ então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$. Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$, então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$. Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$, então:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$. Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$, então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} = 17.$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$$
; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$. Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$, então:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} = 17.$$

Norma

Definição:

Seja ${\mathcal V}$ um espaço vetorial sobre o corpo ${\mathbb K}.$

Norma

Definição:

Seja ${\mathcal V}$ um espaço vetorial sobre o corpo ${\mathbb K}$. Uma ${ t NORMA}$ ou ${ t COMPRIMENTO}$ em ${\mathcal V}$

Norma

Definição:

Seja ${\mathcal V}$ um espaço vetorial sobre o corpo ${\mathbb K}$. Uma norma ou comprimento em ${\mathcal V}$ é uma operação

Norma

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u\in\mathcal V$

Norma

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u\in\mathcal V$ associa um número real ||u||,

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u \in \mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

Norma

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u\in\mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

$$\forall u, v \in \mathcal{V}$$

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u\in\mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

Norma

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u\in\mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

 $\forall u, v \in \mathcal{V} \ e \ \forall \alpha \in \mathbb{K};$

1. Positividade:

Norma

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u\in\mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

 $\forall u, v \in \mathcal{V} \ e \ \forall \alpha \in \mathbb{K};$

1. Positividade: $||u|| \ge 0$

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u \in \mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

 $\forall u, v \in \mathcal{V} \ e \ \forall \alpha \in \mathbb{K};$

1. Positividade: $||u|| \ge 0$ com ||u|| = 0

Norma

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u \in \mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

 $\forall u, v \in \mathcal{V} \ e \ \forall \alpha \in \mathbb{K};$

1. Positividade: $||u|| \ge 0$ com ||u|| = 0 se, e somente se,

Norma

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u \in \mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

 $\forall u, v \in \mathcal{V} \ e \ \forall \alpha \in \mathbb{K};$

1. Positividade: $||u|| \ge 0$ com ||u|| = 0 se, e somente se, u = 0

Norma

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u \in \mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

- 1. Positividade: $||u|| \ge 0$ com ||u|| = 0 se, e somente se, u = 0
- 2. Homogeneidade:

Norma

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u \in \mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

- 1. Positividade: $||u|| \ge 0$ com ||u|| = 0 se, e somente se, u = 0
- 2. Homogeneidade: $||\alpha u||$

Norma

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u \in \mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

- 1. Positividade: $||u|| \ge 0$ com ||u|| = 0 se, e somente se, u = 0
- 2. Homogeneidade: $||\alpha u|| = |\alpha| ||u||$

Norma

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u\in\mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

- 1. Positividade: $||u|| \ge 0$ com ||u|| = 0 se, e somente se, u = 0
- 2. Homogeneidade: $||\alpha u|| = |\alpha| ||u||$
- 3. Desigualdade Triangular:

Norma

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u \in \mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

- 1. Positividade: $||u|| \ge 0$ com ||u|| = 0 se, e somente se, u = 0
- 2. Homogeneidade: $||\alpha u|| = |\alpha| ||u||$
- 3. Desigualdade Triangular: ||u + v||

Norma

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u\in\mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

- 1. Positividade: $||u|| \ge 0$ com ||u|| = 0 se, e somente se, u = 0
- 2. Homogeneidade: $||\alpha u|| = |\alpha| ||u||$
- 3. Designaldade Triangular: $||u + v|| \le ||u|| + ||v||$.

Norma

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u \in \mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

 $\forall u, v \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \alpha \in \mathbb{K};$

- 1. Positividade: $||u|| \ge 0$ com ||u|| = 0 se, e somente se, u = 0
- 2. Homogeneidade: $||\alpha u|| = |\alpha| ||u||$
- 3. Designaldade Triangular: $||u + v|| \le ||u|| + ||v||$.

Dizemos que um espaço vetorial munido de uma NORMA

Norma

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u \in \mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

 $\forall u, v \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \alpha \in \mathbb{K};$

- 1. Positividade: $||u|| \ge 0$ com ||u|| = 0 se, e somente se, u = 0
- 2. Homogeneidade: $||\alpha u|| = |\alpha| ||u||$
- 3. Designaldade Triangular: $||u + v|| \le ||u|| + ||v||$.

Dizemos que um espaço vetorial munido de uma NORMA é um ESPAÇO NORMADO

Norma

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u \in \mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

 $\forall u, v \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \alpha \in \mathbb{K};$

- 1. Positividade: $||u|| \ge 0$ com ||u|| = 0 se, e somente se, u = 0
- 2. Homogeneidade: $||\alpha u|| = |\alpha| ||u||$
- 3. Designaldade Triangular: $||u + v|| \le ||u|| + ||v||$.

Dizemos que um **espaço vetorial munido de uma** NORMA é um ESPAÇO NORMADO denotado por

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u \in \mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

 $\forall u, v \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \alpha \in \mathbb{K};$

- 1. Positividade: $||u|| \ge 0$ com ||u|| = 0 se, e somente se, u = 0
- 2. Homogeneidade: $||\alpha u|| = |\alpha| ||u||$
- 3. Designaldade Triangular: $||u + v|| \le ||u|| + ||v||$.

Dizemos que um espaço vetorial munido de uma NORMA é um ESPAÇO NORMADO denotado por (V, ||.||).

Norma

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma NORMA ou COMPRIMENTO em $\mathcal V$ é uma operação que para cada $u \in \mathcal V$ associa um número real ||u||, que possui as seguintes propriedades:

 $\forall u, v \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \alpha \in \mathbb{K};$

- 1. Positividade: $||u|| \ge 0$ com ||u|| = 0 se, e somente se, u = 0
- 2. Homogeneidade: $||\alpha u|| = |\alpha| ||u||$
- 3. Designaldade Triangular: $||u + v|| \le ||u|| + ||v||$.

Dizemos que um **espaço vetorial munido de uma** NORMA é um ESPAÇO NORMADO denotado por $(\mathcal{V}, ||.||)$.

Norma

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} .

Norma

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . munido de produto interno.

Norma

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. munido de produto interno. Então, $\forall u \in \mathcal V$

Norma

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. munido de produto interno. Então, $\forall u \in \mathcal V$ a operação definida por :

Norma

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. munido de produto interno. Então, $\forall u \in \mathcal V$ a operação definida por :

$$||u||=\sqrt{\langle u,u\rangle}\in\mathbb{R},$$

Norma

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. munido de produto interno. Então, $\forall u \in \mathcal V$ a operação definida por :

$$||u||=\sqrt{\langle u,u\rangle}\in\mathbb{R},$$

satisfaz as propriedades de norma.

Norma

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. munido de produto interno. Então, $\forall u \in \mathcal V$ a operação definida por :

$$||u||=\sqrt{\langle u,u\rangle}\in\mathbb{R},$$

satisfaz as propriedades de norma.

OBSERVAÇÃO: A NORMA definida acima

Norma

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. munido de produto interno. Então, $\forall u \in \mathcal V$ a operação definida por :

$$||u||=\sqrt{\langle u,u\rangle}\in\mathbb{R},$$

satisfaz as propriedades de norma.

OBSERVAÇÃO: A NORMA definida acima será denotada por ||.||2

Norma

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. munido de produto interno. Então, $\forall u \in \mathcal V$ a operação definida por :

$$||u||=\sqrt{\langle u,u\rangle}\in\mathbb{R},$$

satisfaz as propriedades de norma.

OBSERVAÇÃO: A NORMA definida acima será denotada por ||.||₂ e denominada NORMA Euclidiana.

Norma

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. munido de produto interno. Então, $\forall u \in \mathcal V$ a operação definida por :

$$||u||=\sqrt{\langle u,u\rangle}\in\mathbb{R},$$

satisfaz as propriedades de norma.

OBSERVAÇÃO: A NORMA definida acima será denotada por ||.||₂ e denominada NORMA Euclidiana.

Espaços Vetoriais Norma

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial

Norma

```
EXEMPLO.2:
```

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual $\langle f, g \rangle$

Norma

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual $\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$;

Norma

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual $\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1])$.

Norma

```
EXEMPLO.2:
```

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual $\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1])$. Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0,1])$

Norma

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual $\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1]).$

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0,1])$ a operação definida por :

Norma

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual $\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1])$.

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0,1])$ a operação definida por : $||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$,

Norma

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1])$.

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0,1])$ a operação definida por : $||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$, define a NORMA EUCLIDIANA em C([0, 1]).

Norma

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1]).$

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0,1])$ a operação definida por : $||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$, define a NORMA EUCLIDIANA em C([0,1]).

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial.

Espaços Vetoriais

Norma

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx \; ; \; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1]).$$

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0,1])$ a operação definida por : $||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$, define a NORMA EUCLIDIANA em C([0,1]).

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial.

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0,1])$

Espacos Vetoriais

Norma

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1]).$

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0,1])$ a operação definida por : $||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$, define a NORMA EUCLIDIANA em C([0,1]).

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial.

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0,1])$ a operação definida por :

Espacos Vetoriais

Norma

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1]).$

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0,1])$ a operação definida por : $||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$, define a NORMA EUCLIDIANA em C([0,1]).

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial.

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0,1])$ a operação definida por : $||f||_1 = \int_0^1 |f(x)| dx$,

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1]).$

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0,1])$ a operação definida por : $||f||_2 = \sqrt{\langle f,f \rangle}$, define a NORMA EUCLIDIANA em C([0,1]).

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial.

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0,1])$ a operação definida por : $||f||_1 = \int_0^1 |f(x)| dx$, define uma norma em C([0,1]).

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1]).$

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0,1])$ a operação definida por : $||f||_2 = \sqrt{\langle f,f \rangle}$, define a NORMA EUCLIDIANA em C([0,1]).

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial.

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0,1])$ a operação definida por : $||f||_1 = \int_0^1 |f(x)| dx$, define uma norma em C([0,1]).

Espaços Vetoriais

Distância

Definição:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} .

Espaços Vetoriais

Distância

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma MÉTRICA ou

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma MÉTRICA ou DISTÂNCIA em $\mathcal V$

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma MÉTRICA ou DISTÂNCIA em $\mathcal V$ é uma operação

Definicão:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma MÉTRICA ou DISTÂNCIA em $\mathcal V$ é uma operação que para cada par de vetores $u,v\in\mathcal{V}$

Definicão:

Seja ${\mathcal V}$ um espaço vetorial sobre o corpo ${\mathbb K}$. Uma MÉTRICA ou DISTÂNCIA em ${\mathcal V}$ é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real d(u, v),

Definicão:

Definicão:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma MÉTRICA ou DISTÂNCIA em $\mathcal V$ é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real d(u, v), e satisfaz as seguintes propriedades:

1. Positividade:

Definicão:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma MÉTRICA ou DISTÂNCIA em $\mathcal V$ é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real d(u, v), e satisfaz as seguintes propriedades:

1. Positividade: $d(u, v) \ge 0$

Definicão:

Seja V um espaco vetorial sobre o corpo K. Uma MÉTRICA ou DISTÂNCIA em V é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real d(u, v), e satisfaz as seguintes propriedades:

1. Positividade: $d(u, v) \ge 0$ com d(u, v) = 0

Espacos Vetoriais

Distância

Definicão:

Seja V um espaco vetorial sobre o corpo K. Uma MÉTRICA ou DISTÂNCIA em V é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real d(u, v), e satisfaz as seguintes propriedades:

1. Positividade: $d(u, v) \ge 0$ com d(u, v) = 0 se, e somente se,

Definicão:

Seja V um espaco vetorial sobre o corpo K. Uma MÉTRICA ou DISTÂNCIA em V é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real d(u, v), e satisfaz as seguintes propriedades:

1. Positividade: $d(u, v) \ge 0$ com d(u, v) = 0 se, e somente se, u = v

Definicão:

- 1. Positividade: $d(u, v) \ge 0$ com d(u, v) = 0 se, e somente se, u = v
- 2. Simetria:

Definicão:

- 1. Positividade: $d(u, v) \ge 0$ com d(u, v) = 0 se, e somente se, u = v
- 2. SIMETRIA: d(u, v)

Definicão:

- 1. Positividade: $d(u, v) \ge 0$ com d(u, v) = 0 se, e somente se, u = v
- 2. SIMETRIA: d(u, v) = d(v, u)

Definicão:

- 1. Positividade: $d(u, v) \ge 0$ com d(u, v) = 0 se, e somente se, u = v
- 2. SIMETRIA: d(u, v) = d(v, u)
- 3. Desigualdade Triangular:

Definicão:

- 1. Positividade: $d(u, v) \ge 0$ com d(u, v) = 0 se, e somente se, u = v
- 2. SIMETRIA: d(u, v) = d(v, u)
- 3. Designaldade Triangular: d(u, v)

Definicão:

- 1. Positividade: $d(u, v) \ge 0$ com d(u, v) = 0 se, e somente se, u = v
- 2. SIMETRIA: d(u, v) = d(v, u)
- 3. Designaldade Triangular: $d(u, v) \leq d(u, w) + d(w, v); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$.

DEFINICÃO:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma MÉTRICA ou DISTÂNCIA em $\mathcal V$ é uma operação que para cada par de vetores $u,v\in\mathcal V$ associa um número real d(u,v), e satisfaz as seguintes propriedades:

- 1. Positividade: $d(u, v) \ge 0$ com d(u, v) = 0 se, e somente se, u = v
- 2. SIMETRIA: d(u, v) = d(v, u)
- 3. Designaldade Triangular: $d(u, v) \leq d(u, w) + d(w, v); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$.

Dizemos que um espaço vetorial munido de uma MÉTRICA

Definicão:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma MÉTRICA ou DISTÂNCIA em $\mathcal V$ é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real d(u, v), e satisfaz as seguintes propriedades:

- 1. Positividade: $d(u, v) \ge 0$ com d(u, v) = 0 se, e somente se, u = v
- 2. SIMETRIA: d(u, v) = d(v, u)
- 3. Designaldade Triangular: $d(u, v) \leq d(u, w) + d(w, v)$; $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$.

Dizemos que um espaco vetorial munido de uma MÉTRICA é um ESPACO MÉTRICO

DEFINIÇÃO:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma MÉTRICA ou DISTÂNCIA em $\mathcal V$ é uma operação que para cada par de vetores $u,v\in\mathcal V$ associa um número real d(u,v), e satisfaz as seguintes propriedades:

- 1. Positividade: $d(u, v) \ge 0$ com d(u, v) = 0 se, e somente se, u = v
- 2. SIMETRIA: d(u, v) = d(v, u)
- 3. Designaldade Triangular: $d(u, v) \leq d(u, w) + d(w, v)$; $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$.

Dizemos que um **espaço vetorial munido de uma** MÉTRICA é um ESPAÇO MÉTRICO denotado por

Definicão:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma MÉTRICA ou DISTÂNCIA em $\mathcal V$ é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real d(u, v), e satisfaz as seguintes propriedades:

- 1. Positividade: $d(u, v) \ge 0$ com d(u, v) = 0 se, e somente se, u = v
- 2. SIMETRIA: d(u, v) = d(v, u)
- 3. Designaldade Triangular: $d(u, v) \leq d(u, w) + d(w, v); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$.

Dizemos que um espaco vetorial munido de uma MÉTRICA é um ESPACO MÉTRICO denotado por $(\mathcal{V}, d(.,.))$.

Definicão:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. Uma MÉTRICA ou DISTÂNCIA em $\mathcal V$ é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real d(u, v), e satisfaz as seguintes propriedades:

- 1. Positividade: $d(u, v) \ge 0$ com d(u, v) = 0 se, e somente se, u = v
- 2. SIMETRIA: d(u, v) = d(v, u)
- 3. Designaldade Triangular: $d(u, v) \leq d(u, w) + d(w, v); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$.

Dizemos que um espaco vetorial munido de uma MÉTRICA é um ESPACO MÉTRICO denotado por $(\mathcal{V}, d(.,.))$.

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} .

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . com uma norma ||.||.

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. com uma norma ||.||. Então, $\forall u \in \mathcal V$

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. com uma norma ||.||. Então, $\forall u \in \mathcal V$ a operação definida por :

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal V$ um espaco vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. com uma norma ||.||. Então, $\forall u \in \mathcal V$ a operação definida por :

$$d(u,v)=||u-v||\in\mathbb{R},$$

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal V$ um espaco vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. com uma norma ||.||. Então, $\forall u \in \mathcal V$ a operação definida por :

$$d(u,v)=||u-v||\in\mathbb{R},$$

satisfaz as propriedades de DISTÂNCIA.

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal V$ um espaco vetorial sobre o corpo $\mathbb K$. com uma norma ||.||. Então, $\forall u \in \mathcal V$ a operação definida por :

$$d(u,v)=||u-v||\in\mathbb{R},$$

satisfaz as propriedades de DISTÂNCIA.

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial

Espaços Vetoriais Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

Espaços Vetoriais Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

 $\langle f, g \rangle$

Distância

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
;

Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f,g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1])$, e

Espaços Vetoriais Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1])$, e

norma euclidiana:

Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f,g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1])$, e norma euclidiana : $||f||_2 = \sqrt{\langle f,f \rangle}$.

Distância

```
EXEMPLO.2:
```

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1])$, e

norma euclidiana : $||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para

Distância

```
EXEMPLO.2:
Seja \mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1]) um espaço vetorial munido do produto interno usual:
\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1]), e
norma euclidiana : ||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}.
```

```
EXEMPLO.2:
Seja \mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1]) um espaço vetorial munido do produto interno usual:
\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1]), e
norma euclidiana : ||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}.
Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para f(x) = x e g(x) = x^2 \in \mathcal{C}([0,1]):
d(f,g) =
```

```
EXEMPLO.2:
Seja \mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1]) um espaço vetorial munido do produto interno usual:
\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1]), e
norma euclidiana : ||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}.
Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para f(x) = x e g(x) = x^2 \in \mathcal{C}([0,1]):
d(f,g) = ||f - g||_2 =
```

```
EXEMPLO.2:
Seja \mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1]) um espaço vetorial munido do produto interno usual:
\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1]), e
norma euclidiana : ||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}.
Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para f(x) = x e g(x) = x^2 \in \mathcal{C}([0,1]):
d(f,g) = ||f-g||_2 = \sqrt{\langle f-g, f-g \rangle} =
```

```
EXEMPLO.2:
Seja \mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1]) um espaço vetorial munido do produto interno usual:
\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1]), e
norma euclidiana : ||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}.
Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para f(x) = x e g(x) = x^2 \in \mathcal{C}([0,1]):
d(f,g) = ||f-g||_2 = \sqrt{\langle f-g, f-g \rangle} = \sqrt{\int_0^1 (f(x) - g(x))^2 dx} =
```

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f,g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1])$, e

norma euclidiana : $||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

$$d(f,g) = ||f - g||_2 = \sqrt{\langle f - g, f - g \rangle} = \sqrt{\int_0^1 (f(x) - g(x))^2 dx} = \sqrt{\int_0^1 (x - x^2)^2 dx}$$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1])$, e

norma euclidiana : $||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

$$d(f,g) = ||f - g||_2 = \sqrt{\langle f - g, f - g \rangle} = \sqrt{\int_0^1 (f(x) - g(x))^2 dx} = \sqrt{\int_0^1 (x - x^2)^2 dx}$$

$$d(f,g) =$$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1])$, e

norma euclidiana : $||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

$$d(f,g) = ||f - g||_2 = \sqrt{\langle f - g, f - g \rangle} = \sqrt{\int_0^1 (f(x) - g(x))^2 dx} = \sqrt{\int_0^1 (x - x^2)^2 dx}$$
$$d(f,g) = \sqrt{\int_0^1 (x^2 - 2x^3 + x^4) dx}$$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f,g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1])$, e

norma euclidiana : $||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

$$d(f,g) = ||f - g||_2 = \sqrt{\langle f - g, f - g \rangle} = \sqrt{\int_0^1 (f(x) - g(x))^2 dx} = \sqrt{\int_0^1 (x - x^2)^2 dx}$$
$$d(f,g) = \sqrt{\int_0^1 (x^2 - 2x^3 + x^4) dx} = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{2}{4} + \frac{1}{5}}$$

$$d(f,g) = \sqrt{\int_0^1 (x^2 - 2x^3 + x^4) dx} = \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{2}{4} + \frac{1}{5}}$$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f,g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1])$, e

norma euclidiana : $||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

$$d(f,g) = ||f - g||_2 = \sqrt{\langle f - g, f - g \rangle} = \sqrt{\int_0^1 (f(x) - g(x))^2 dx} = \sqrt{\int_0^1 (x - x^2)^2 dx}$$
$$d(f,g) = \sqrt{\int_0^1 (x^2 - 2x^3 + x^4) dx} = \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{2}{4} + \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{1}{30}}$$

$$d(f,g) = \sqrt{\int_0^1 (x^2 - 2x^3 + x^4) dx} = \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{2}{4} + \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{1}{30}}$$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f,g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1])$, e

norma euclidiana : $||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

$$d(f,g) = ||f - g||_2 = \sqrt{\langle f - g, f - g \rangle} = \sqrt{\int_0^1 (f(x) - g(x))^2 dx} = \sqrt{\int_0^1 (x - x^2)^2 dx}$$

$$d(f,g) = \sqrt{\int_0^1 (x^2 - 2x^3 + x^4) dx} = \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{2}{4} + \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{1}{30}} = \frac{\sqrt{30}}{30}.$$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0,1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f,g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$
; $\forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0,1])$, e

norma euclidiana : $||f||_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

$$d(f,g) = ||f - g||_2 = \sqrt{\langle f - g, f - g \rangle} = \sqrt{\int_0^1 (f(x) - g(x))^2 dx} = \sqrt{\int_0^1 (x - x^2)^2 dx}$$

$$d(f,g) = \sqrt{\int_0^1 (x^2 - 2x^3 + x^4) dx} = \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{2}{4} + \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{1}{30}} = \frac{\sqrt{30}}{30}.$$

Ângulo

Definição:

Seja ${\cal V}$ um espaço vetorial real

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle .,. \rangle$.

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja V um espaço vetorial real munido do produto interno (.,.). O ÂNGULO entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle .,. \rangle$. O ÂNGULO entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja V um espaço vetorial real munido do produto interno (.,.). O ÂNGULO entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja V um espaço vetorial real munido do produto interno (.,.). O ÂNGULO entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

 $cos\theta$

Ângulo

Definição:

Seja V um espaço vetorial real munido do produto interno (.,.). O ÂNGULO entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$cos\theta = \frac{\langle u, v \rangle}{}$$

Ângulo

Definição:

Seja V um espaço vetorial real munido do produto interno (...). O ÂNGULO entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos\theta = \frac{\langle u, v \rangle}{||u||_2||v||_2}.$$

Ângulo

Definição:

Seja V um espaço vetorial real munido do produto interno (...). O ÂNGULO entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos\theta = \frac{\langle u, v \rangle}{||u||_2||v||_2}.$$

OBSERVAÇÃO:

Ângulo

Definição:

Seja V um espaço vetorial real munido do produto interno (...). O ÂNGULO entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos\theta = \frac{\langle u, v \rangle}{||u||_2||v||_2}.$$

OBSERVAÇÃO: Pela Desigualdade de Cauchy-Schwarz,

Ângulo

Definição:

Seja V um espaço vetorial real munido do produto interno (...). O ÂNGULO entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos\theta = \frac{\langle u, v \rangle}{||u||_2||v||_2}.$$

OBSERVAÇÃO: Pela Desigualdade de Cauchy-Schwarz, $|\langle u, v \rangle|$

Ângulo

Definição:

Seja V um espaço vetorial real munido do produto interno (.,.). O ÂNGULO entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos\theta = \frac{\langle u, v \rangle}{||u||_2||v||_2}.$$

OBSERVAÇÃO: Pela **Desigualdade de Cauchy-Schwarz**, $|\langle u, v \rangle| \le ||u||_2 ||v||_2$, temos que

$$-1 \le \frac{\langle u, v \rangle}{||u||_2||v||_2} \le 1;$$

Ângulo

Definição:

Seja V um espaço vetorial real munido do produto interno (.,.). O ÂNGULO entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos\theta = \frac{\langle u, v \rangle}{||u||_2||v||_2}.$$

OBSERVAÇÃO: Pela **Desigualdade de Cauchy-Schwarz**, $|\langle u, v \rangle| \le ||u||_2 ||v||_2$, temos que

$$-1 \le \frac{\langle u, v \rangle}{||u||_2||v||_2} \le 1;$$

e. além disso.

Ângulo

DEFINICÃO:

Seja V um espaço vetorial real munido do produto interno (.,.). O ÂNGULO entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos\theta = \frac{\langle u, v \rangle}{||u||_2||v||_2}.$$

OBSERVAÇÃO: Pela **Desigualdade de Cauchy-Schwarz**, $|\langle u, v \rangle| \le ||u||_2 ||v||_2$, temos que

$$-1 \le \frac{\langle u, v \rangle}{||u||_2||v||_2} \le 1;$$

e, além disso, existe um ÚNICO NÚMERO REAL

Ângulo

Definicão:

Seja V um espaço vetorial real munido do produto interno (.,.). O ÂNGULO entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos\theta = \frac{\langle u, v \rangle}{||u||_2||v||_2}.$$

OBSERVAÇÃO: Pela Desigualdade de Cauchy-Schwarz, $|\langle u, v \rangle| \leq ||u||_2 ||v||_2$, temos que

$$-1 \le \frac{\langle u, v \rangle}{||u||_2||v||_2} \le 1;$$

e, além disso, existe um ÚNICO NÚMERO REAL $\theta \in [0, \pi]$

Ângulo

Definicão:

Seja V um espaço vetorial real munido do produto interno (.,.). O ÂNGULO entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos\theta = \frac{\langle u, v \rangle}{||u||_2||v||_2}.$$

OBSERVAÇÃO: Pela **Desigualdade de Cauchy-Schwarz**, $|\langle u, v \rangle| \le ||u||_2 ||v||_2$, temos que

$$-1 \le \frac{\langle u, v \rangle}{||u||_2||v||_2} \le 1;$$

e, além disso, existe um ÚNICO NÚMERO REAL $\theta \in [0, \pi]$ satisfazendo a igualdade.

Ângulo

Definicão:

Seja V um espaço vetorial real munido do produto interno (.,.). O ÂNGULO entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos\theta = \frac{\langle u, v \rangle}{||u||_2||v||_2}.$$

OBSERVAÇÃO: Pela **Desigualdade de Cauchy-Schwarz**, $|\langle u, v \rangle| \le ||u||_2 ||v||_2$, temos que

$$-1 \le \frac{\langle u, v \rangle}{||u||_2||v||_2} \le 1;$$

e, além disso, existe um ÚNICO NÚMERO REAL $\theta \in [0, \pi]$ satisfazendo a igualdade.

Ortogonalidade

Definição:

Seja ${\mathcal V}$ um espaço vetorial sobre o corpo ${\mathbb K}$

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$. Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$. Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são ORTOGONAIS

16 MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre Letivo - 2021.1

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ... \rangle$. Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são ORTOGONAIS se, e somente se,

Ortogonalidade

Definição:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$. Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são Ortogonais se, e somente se, $\langle u, v \rangle = 0$.

Ortogonalidade

Definição:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$. Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são ORTOGONAIS se, e somente se, $\langle u, v \rangle = 0$. Notação:

 $u \perp v$

Ortogonalidade

Definição:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \dots \rangle$. Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são Ortogonais se, e somente se, $\langle u, v \rangle = 0$. Notação:

 $u \perp v$

OBSERVAÇÃO: Note que $\langle u, v \rangle = 0$

Ortogonalidade

Definição:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \dots \rangle$. Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são Ortogonais se, e somente se, $\langle u, v \rangle = 0$. Notação:

 $u \perp v$

OBSERVAÇÃO: Note que $\langle u, v \rangle = 0$ se, e somente se, $\cos(\theta) = 0$

Ortogonalidade

Definição:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \dots \rangle$. Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são ORTOGONAIS se, e somente se, $\langle u, v \rangle = 0$. Notação:

 $u \perp v$

OBSERVAÇÃO: Note que $\langle u, v \rangle = 0$ se, e somente se, $\cos(\theta) = 0 \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$

Ortogonalidade

Definição:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \dots \rangle$. Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são ORTOGONAIS se, e somente se, $\langle u, v \rangle = 0$. Notação:

 $u \perp v$

OBSERVAÇÃO: Note que $\langle u, v \rangle = 0$ se, e somente se, $\cos(\theta) = 0 \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{2}; \theta \in [0, \pi].$

Ortogonalidade

Definição:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \dots \rangle$. Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são ORTOGONAIS se, e somente se, $\langle u, v \rangle = 0$. Notação:

 $u \perp v$

OBSERVAÇÃO: Note que $\langle u, v \rangle = 0$ se, e somente se, $\cos(\theta) = 0 \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{2}; \theta \in [0, \pi].$

Ortogonalidade

Propriedades:

Seja ${\mathcal V}$ um espaço vetorial sobre o corpo ${\mathbb K}$

Ortogonalidade

Propriedades:

Ortogonalidade

Propriedades:

Ortogonalidade

Propriedades:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$. Então.

1. $0 \perp v$: $\forall v \in \mathcal{V}$

Ortogonalidade

Propriedades:

- 1. $0 \perp v$: $\forall v \in \mathcal{V}$
- 2. Se $\mu \mid \nu$

Ortogonalidade

Propriedades:

- 1. $0 \perp v$: $\forall v \in \mathcal{V}$
- 2. Se $\mu \mid \nu$ então $\nu \mid \mu$

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

- 1. $0 \perp v$: $\forall v \in \mathcal{V}$
- 2. Se $\mu \mid \nu$ então $\nu \mid \mu$
- 3. Se $v \perp u$: $\forall u \in \mathcal{V}$

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

- 1. $0 \perp v$: $\forall v \in \mathcal{V}$
- 2. Se $\mu \mid \nu$ então $\nu \mid \mu$
- 3. Se $v \perp u$: $\forall u \in \mathcal{V}$ então v = 0

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

- 1. $0 \perp v$: $\forall v \in \mathcal{V}$
- 2. Se $\mu \mid \nu$ então $\nu \mid \mu$
- 3. Se $v \perp u$: $\forall u \in \mathcal{V}$ então v = 0
- 4. Se $v \mid w \in$

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

- 1. $0 \perp v$: $\forall v \in \mathcal{V}$
- 2. Se $\mu \mid \nu$ então $\nu \mid \mu$
- 3. Se $v \perp u$: $\forall u \in \mathcal{V}$ então v = 0
- 4. Se $v \mid w \in \mu \mid w$

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

- 1. $0 \perp v$: $\forall v \in \mathcal{V}$
- 2. Se $\mu \mid \nu$ então $\nu \mid \mu$
- 3. Se $v \perp u$: $\forall u \in \mathcal{V}$ então v = 0
- 4. Se $v \perp w$ e $u \perp w$ então $(v + u) \perp w$

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

- 1. $0 \perp v$: $\forall v \in \mathcal{V}$
- 2. Se $\mu \mid \nu$ então $\nu \mid \mu$
- 3. Se $v \perp u$: $\forall u \in \mathcal{V}$ então v = 0
- 4. Se $v \perp w$ e $u \perp w$ então $(v + u) \perp w$
- 5. Se *v*⊥*u*

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

- 1. $0 \perp v$: $\forall v \in \mathcal{V}$
- 2. Se $\mu \mid \nu$ então $\nu \mid \mu$
- 3. Se $v \perp u$: $\forall u \in \mathcal{V}$ então v = 0
- 4. Se $v \perp w$ e $u \perp w$ então $(v + u) \perp w$
- 5. Se $v \perp u$ e $\alpha \in \mathbb{K}$

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

- 1. $0 \perp v$: $\forall v \in \mathcal{V}$
- 2. Se $\mu \mid \nu$ então $\nu \mid \mu$
- 3. Se $v \perp u$: $\forall u \in \mathcal{V}$ então v = 0
- 4. Se $v \perp w$ e $u \perp w$ então $(v + u) \perp w$
- 5. Se $v \perp \mu$ e $\alpha \in \mathbb{K}$ então $\alpha v \perp \mu$

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

- 1. $0 \perp v$: $\forall v \in \mathcal{V}$
- 2. Se $\mu \mid \nu$ então $\nu \mid \mu$
- 3. Se $v \perp u$: $\forall u \in \mathcal{V}$ então v = 0
- 4. Se $v \perp w$ e $u \perp w$ então $(v + u) \perp w$
- 5. Se $v \perp \mu$ e $\alpha \in \mathbb{K}$ então $\alpha v \perp \mu$

Ortogonalidade

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$

Ortogonalidade

Definição:

Ortogonalidade

Definicão:

$$S = \{v_1, \ldots, v_n\} \subset \mathcal{V}$$

Ortogonalidade

```
Definicão:
```

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\} \subset \mathcal{V}$ tais que

$$\langle v_i, v_j \rangle = 0; i \neq j.$$

Ortogonalidade

Definicão:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\} \subset \mathcal{V}$ tais que

$$\langle v_i, v_j \rangle = 0; i \neq j.$$

Dizemos que S é um Conjunto Ortogonal em V

Ortogonalidade

Definicão:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\} \subset \mathcal{V}$ tais que

$$\langle v_i, v_j \rangle = 0; i \neq j.$$

Dizemos que S é um Conjunto Ortogonal em $\mathcal V$ em relação ao produto interno definido.

Ortogonalidade

Definicão:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\} \subset \mathcal{V}$ tais que

$$\langle v_i, v_j \rangle = 0; i \neq j.$$

Dizemos que S é um Conjunto Ortogonal em $\mathcal V$ em relação ao produto interno definido. Além disso.

Ortogonalidade

Definicão:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\} \subset \mathcal{V}$ tais que

$$\langle v_i, v_j \rangle = 0; i \neq j.$$

Dizemos que S é um Conjunto Ortogonal em $\mathcal V$ em relação ao produto interno definido. Além disso, se

$$||v_j||_2 = 1; \ j = 1, \ldots, n;$$

Ortogonalidade

Definicão:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\} \subset \mathcal{V}$ tais que

$$\langle v_i, v_j \rangle = 0; i \neq j.$$

Dizemos que S é um Conjunto Ortogonal em \mathcal{V} em relação ao produto interno definido. Além disso, se

$$||v_j||_2 = 1; \ j = 1, \ldots, n;$$

dizemos que S é um Conjunto Ortonormal em V.

Ortogonalidade

Definicão:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\} \subset \mathcal{V}$ tais que

$$\langle v_i, v_j \rangle = 0; i \neq j.$$

Dizemos que S é um Conjunto Ortogonal em \mathcal{V} em relação ao produto interno definido. Além disso, se

$$||v_j||_2 = 1; \ j = 1, \ldots, n;$$

dizemos que S é um Conjunto Ortonormal em V.

Ortogonalidade

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb K$

Ortogonalidade

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e

Ortogonalidade

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle .,.. \rangle$; e seja $S = \{v_1, \ldots, v_n\}$

Ortogonalidade

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle .,.. \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ um Conjunto Ortogonal em \mathcal{V} ;

Ortogonalidade

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle .,.. \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ um Conjunto Ortogonal em \mathcal{V} ; tais que $v_i \neq 0$; $j = 1, \dots, n$.

Ortogonalidade

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle .,.. \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ um CONJUNTO ORTOGONAL em \mathcal{V} ; tais que $v_i \neq 0$; $j = 1, \dots, n$. Então, 5 é um

Ortogonalidade

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial sobre o corpo K munido do produto interno ⟨. , .⟩; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ um Conjunto Ortogonal em \mathcal{V} ; tais que $v_j \neq 0$; $j = 1, \dots, n$. Então. S é um Conjunto Linearmente Independente em V.

Ortogonalidade

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial sobre o corpo K munido do produto interno ⟨. , .⟩; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ um Conjunto Ortogonal em \mathcal{V} ; tais que $v_j \neq 0$; $j = 1, \dots, n$. Então. S é um Conjunto Linearmente Independente em V.

Base Ortogonal

Definição:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K

Base Ortogonal

Definição:

Seja ${\mathcal V}$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo ${\mathbb K}$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e

Base Ortogonal

Definição:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma base ordenada.

Base Ortogonal

Definição:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma base ordenada.

Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma BASE ORTOGONAL

Base Ortogonal

Definição:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma base ordenada.

Dizemos que β_{V} é uma BASE ORTOGONAL se, e somente se,

Base Ortogonal

Definição:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma base ordenada.

Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma BASE ORTOGONAL se, e somente se, $\beta_{\mathcal{V}}$ é um CONJUNTO ORTOGONAL em \mathcal{V} .

Base Ortogonal

Definição:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma base ordenada.

Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma BASE ORTOGONAL se, e somente se, $\beta_{\mathcal{V}}$ é um CONJUNTO ORTOGONAL em \mathcal{V} .

Além disso.

Base Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma base ordenada.

Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma BASE ORTOGONAL se, e somente se, $\beta_{\mathcal{V}}$ é um CONJUNTO ORTOGONAL em \mathcal{V} .

Além disso. Dizemos que β_{V} é uma BASE ORTONORMAL

Base Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma base ordenada.

Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma BASE ORTOGONAL se, e somente se, $\beta_{\mathcal{V}}$ é um CONJUNTO ORTOGONAL em \mathcal{V} .

Além disso. Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma BASE ORTONORMAL se, e somente se,

Base Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma base ordenada.

Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma BASE ORTOGONAL se, e somente se, $\beta_{\mathcal{V}}$ é um CONJUNTO ORTOGONAL em \mathcal{V} .

Além disso, Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma BASE ORTONORMAL se, e somente se. $\beta_{\mathcal{V}}$ é um Conjunto Ortonormal em \mathcal{V} .

Base Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma base ordenada.

Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma BASE ORTOGONAL se, e somente se, $\beta_{\mathcal{V}}$ é um CONJUNTO ORTOGONAL em \mathcal{V} .

Além disso, Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma BASE ORTONORMAL se, e somente se. $\beta_{\mathcal{V}}$ é um Conjunto Ortonormal em \mathcal{V} .

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \ldots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL . Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$,

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i$$

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle u, v_i \rangle}$$

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}$$

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}$$

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{||v_i||^2}; i = 1, \cdots, n$$

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{||v_i||^2}; i = 1, \dots, n.$$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} v_{i}; \quad \lambda_{i} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{\langle v_{i}, v_{i} \rangle} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{||v_{i}||^{2}}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{||v_{i}||^{2}}$$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} v_{i}; \quad \lambda_{i} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{\langle v_{i}, v_{i} \rangle} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{||v_{i}||^{2}}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{||v_{1}||^{2}} v_{1}$$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{||v_i||^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{||v_1||^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{||v_1||^2}$$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{||v_i||^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{||v_1||^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{||v_2||^2} v_2$$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{||v_i||^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{||v_1||^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{||v_2||^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{||v_n||^2}$$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{||v_i||^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{||v_1||^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{||v_2||^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{||v_n||^2} v_n$$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} v_{i}; \quad \lambda_{i} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{\langle v_{i}, v_{i} \rangle} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{||v_{i}||^{2}}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{||v_{1}||^{2}} v_{1} + \frac{\langle u, v_{2} \rangle}{||v_{2}||^{2}} v_{2} + \dots + \frac{\langle u, v_{n} \rangle}{||v_{n}||^{2}} v_{n}.$$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Então, todo vetor $u \in V$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{||v_i||^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{||v_1||^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{||v_2||^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{||v_n||^2} v_n.$$

 $[u]_{\beta_{\lambda}} =$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{||v_i||^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{||v_1||^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{||v_2||^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{||v_n||^2} v_n.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\lambda_1$$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{||v_i||^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{||v_1||^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{||v_2||^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{||v_n||^2} v_n.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \dots \end{bmatrix}$$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{||v_i||^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{||v_1||^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{||v_2||^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{||v_n||^2} v_n.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}^t =$$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} v_{i}; \quad \lambda_{i} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{\langle v_{i}, v_{i} \rangle} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{||v_{i}||^{2}}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{||v_{1}||^{2}} v_{1} + \frac{\langle u, v_{2} \rangle}{||v_{2}||^{2}} v_{2} + \dots + \frac{\langle u, v_{n} \rangle}{||v_{n}||^{2}} v_{n}.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_{1} & \lambda_{2} & \dots & \lambda_{n} \end{bmatrix}^{t} = \begin{bmatrix} \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{||v_{2}||^{2}} & \dots & \frac{\langle u, v_{n} \rangle}{||v_{n}||^{2}} & \dots & \frac{$$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} v_{i}; \quad \lambda_{i} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{\langle v_{i}, v_{i} \rangle} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{||v_{i}||^{2}}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{||v_{1}||^{2}} v_{1} + \frac{\langle u, v_{2} \rangle}{||v_{2}||^{2}} v_{2} + \dots + \frac{\langle u, v_{n} \rangle}{||v_{n}||^{2}} v_{n}.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_{1} & \lambda_{2} & \dots & \lambda_{n} \end{bmatrix}^{t} = \begin{bmatrix} \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{\langle v_{1}, v_{2} \rangle} \\ \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{\langle v_{1}, v_{2} \rangle} \end{bmatrix}$$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} v_{i}; \quad \lambda_{i} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{\langle v_{i}, v_{i} \rangle} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{||v_{i}||^{2}}; i = 1, \cdots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{||v_{1}||^{2}} v_{1} + \frac{\langle u, v_{2} \rangle}{||v_{2}||^{2}} v_{2} + \cdots + \frac{\langle u, v_{n} \rangle}{||v_{n}||^{2}} v_{n}.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_{1} & \lambda_{2} & \dots & \lambda_{n} \end{bmatrix}^{t} = \begin{bmatrix} \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{\langle v_{1}, v_{1} \rangle} & \frac{\langle u, v_{2} \rangle}{\langle v_{1}, v_{1} \rangle} \end{bmatrix}$$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} v_{i}; \quad \lambda_{i} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{\langle v_{i}, v_{i} \rangle} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{||v_{i}||^{2}}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{||v_{1}||^{2}} v_{1} + \frac{\langle u, v_{2} \rangle}{||v_{2}||^{2}} v_{2} + \dots + \frac{\langle u, v_{n} \rangle}{||v_{n}||^{2}} v_{n}.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_{1} & \lambda_{2} & \dots & \lambda_{n} \end{bmatrix}^{t} = \begin{bmatrix} \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{\langle v_{1}, v_{1} \rangle} & \frac{\langle u, v_{2} \rangle}{\langle v_{2}, v_{2} \rangle} & \dots$$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} v_{i}; \quad \lambda_{i} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{\langle v_{i}, v_{i} \rangle} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{||v_{i}||^{2}}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{||v_{1}||^{2}} v_{1} + \frac{\langle u, v_{2} \rangle}{||v_{2}||^{2}} v_{2} + \dots + \frac{\langle u, v_{n} \rangle}{||v_{n}||^{2}} v_{n}.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_{1} & \lambda_{2} & \dots & \lambda_{n} \end{bmatrix}^{t} = \begin{bmatrix} \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{\langle v_{1}, v_{1} \rangle} & \frac{\langle u, v_{2} \rangle}{\langle v_{2}, v_{2} \rangle} & \dots & \frac{\langle u, v_{n} \rangle}{\langle v_{n}, v_{n} \rangle} \end{bmatrix}$$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} v_{i}; \quad \lambda_{i} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{\langle v_{i}, v_{i} \rangle} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{||v_{i}||^{2}}; i = 1, \cdots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{||v_{1}||^{2}} v_{1} + \frac{\langle u, v_{2} \rangle}{||v_{2}||^{2}} v_{2} + \cdots + \frac{\langle u, v_{n} \rangle}{||v_{n}||^{2}} v_{n}.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_{1} & \lambda_{2} & \dots & \lambda_{n} \end{bmatrix}^{t} = \begin{bmatrix} \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{\langle v_{1}, v_{1} \rangle} & \frac{\langle u, v_{2} \rangle}{\langle v_{2}, v_{2} \rangle} & \dots & \frac{\langle u, v_{n} \rangle}{\langle v_{n}, v_{n} \rangle} \end{bmatrix}^{t}.$$

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} v_{i}; \quad \lambda_{i} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{\langle v_{i}, v_{i} \rangle} = \frac{\langle u, v_{i} \rangle}{||v_{i}||^{2}}; i = 1, \cdots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{||v_{1}||^{2}} v_{1} + \frac{\langle u, v_{2} \rangle}{||v_{2}||^{2}} v_{2} + \cdots + \frac{\langle u, v_{n} \rangle}{||v_{n}||^{2}} v_{n}.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_{1} & \lambda_{2} & \dots & \lambda_{n} \end{bmatrix}^{t} = \begin{bmatrix} \frac{\langle u, v_{1} \rangle}{\langle v_{1}, v_{1} \rangle} & \frac{\langle u, v_{2} \rangle}{\langle v_{2}, v_{2} \rangle} & \dots & \frac{\langle u, v_{n} \rangle}{\langle v_{n}, v_{n} \rangle} \end{bmatrix}^{t}.$$

Coeficientes de Fourrier

Definição:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K

Coeficientes de Fourrier

DEFINIÇÃO:

Seja ${\mathcal V}$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo ${\mathbb K}$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e

Coeficientes de Fourrier

DEFINIÇÃO:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Coeficientes de Fourrier

Definição:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$

Coeficientes de Fourrier

Definição:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

Coeficientes de Fourrier

Definição:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

 λ_i

Coeficientes de Fourrier

Definição:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; \ i = 1, \dots, n;$$

Coeficientes de Fourrier

Definição:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; \ i = 1, \dots, n;$$

 λ_i

Coeficientes de Fourrier

DEFINICÃO:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; \ i = 1, \dots, n;$$

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{||v_i||^2}; \ i = 1, \dots, n;$$

Coeficientes de Fourrier

DEFINICÃO:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,.. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; \ i = 1, \dots, n;$$

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{||v_i||^2}; \ i = 1, \dots, n;$$

são os

Coeficientes de Fourrier

DEFINICÃO:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,.. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; \ i = 1, \dots, n;$$

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{||v_i||^2}; \ i = 1, \dots, n;$$

são os Coeficientes de Fourier de u

Coeficientes de Fourrier

DEFINICÃO:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; \ i = 1, \dots, n;$$

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{||v_i||^2}; \ i = 1, \dots, n;$$

são os Coeficientes de Fourier de u em relação à β_{ν} .

Coeficientes de Fourrier

DEFINICÃO:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; \ i = 1, \dots, n;$$

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{||v_i||^2}; \ i = 1, \dots, n;$$

são os Coeficientes de Fourier de u em relação à β_{ν} .

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja ${\mathcal V}$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo ${\mathbb K}$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORDENADA.

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORDENADA. Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \ldots, u_n\}$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORDENADA.

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \ldots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORDENADA.

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \ldots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORDENADA.

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORDENADA.

$$u_1 = v_1$$
;

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORDENADA.

$$u_1 = v_1$$
; e

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORDENADA.

$$u_1 = v_1;$$
 e

$$\forall j = 2, \ldots, n \Rightarrow$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORDENADA.

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1,\ldots,u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1;$$
 e

$$\forall j = 2, \ldots, n \Rightarrow u_j =$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORDENADA.

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1,\ldots,u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1;$$
 e

$$\forall j = 2, \ldots, n \Rightarrow u_j = v_j$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORDENADA.

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \ldots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1;$$
 e

$$\forall j=2,\ldots,n\Rightarrow u_j=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

$$u_1 = v_1;$$
 e

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, ..., v_n\}$ uma BASE ORDENADA.

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \ldots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1;$$
 e

$$\forall j = 2, \ldots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = 0$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

$$u_1 = v_1;$$
 e

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

$$u_1 = v_1;$$
 e

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_i, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_i, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_i, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_i, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_i - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_i, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_i - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_i, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_i - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_i, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_i - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_i, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_i - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_i, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_i - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_i, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_i - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_i, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_i - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_i, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_i - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_i, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_i - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_i, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_i - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_i, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_i -$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

$$u_1 = v_1;$$
 e

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

$$u_1 = v_1;$$
 e

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i;$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

$$u_1 = v_1$$
; e

$$\forall j=2,\ldots,n\Rightarrow u_j=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{\langle u_i,u_i\rangle}u_i=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\lambda_iu_i;\ \lambda_i$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

$$u_1 = v_1$$
; e

$$\forall j=2,\ldots,n\Rightarrow u_j=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{\langle u_i,u_i\rangle}u_i=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\lambda_iu_i;\ \lambda_i=\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{||u_i||^2};\ i=1,\ldots,n;$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

$$u_1 = v_1$$
; e

$$\forall j=2,\ldots,n\Rightarrow u_j=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{\langle u_i,u_i\rangle}u_i=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\lambda_iu_i;\ \lambda_i=\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{||u_i||^2};\ i=1,\ldots,n;$$

$$u_j =$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

$$u_1 = v_1$$
; e

$$\forall j=2,\ldots,n\Rightarrow u_j=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{\langle u_i,u_i\rangle}u_i=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\lambda_iu_i;\ \lambda_i=\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{||u_i||^2};\ i=1,\ldots,n;$$

$$u_j = v_j$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

$$u_1 = v_1$$
; e

$$\forall j=2,\ldots,n\Rightarrow u_j=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{\langle u_i,u_i\rangle}u_i=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\lambda_iu_i;\ \lambda_i=\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{||u_i||^2};\ i=1,\ldots,n;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1)$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

$$u_1 = v_1$$
; e

$$\forall j=2,\ldots,n\Rightarrow u_j=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{\langle u_i,u_i\rangle}u_i=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\lambda_iu_i;\ \lambda_i=\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{||u_i||^2};\ i=1,\ldots,n;$$

$$u_i = v_i - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2)$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

$$u_1 = v_1$$
; e

$$\forall j=2,\ldots,n\Rightarrow u_j=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{\langle u_i,u_i\rangle}u_i=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\lambda_iu_i;\ \lambda_i=\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{||u_i||^2};\ i=1,\ldots,n;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \ldots + \lambda_{j-1})$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

$$u_1 = v_1$$
; e

$$\forall j=2,\ldots,n\Rightarrow u_j=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{\langle u_i,u_i\rangle}u_i=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\lambda_iu_i;\ \lambda_i=\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{||u_i||^2};\ i=1,\ldots,n;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \ldots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) =$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

$$u_1 = v_1$$
; e

$$\forall j=2,\ldots,n\Rightarrow u_j=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{\langle u_i,u_i\rangle}u_i=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\lambda_iu_i;\ \lambda_i=\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{||u_i||^2};\ i=1,\ldots,n;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \ldots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) = v_j$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \ldots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1$$
; e

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \ \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{||u_i||^2}; \ i = 1, \dots, n;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) = v_j - \left(\frac{\langle v_j, u_1 \rangle}{||u_1||^2}\right)$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \ldots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1$$
; e

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \ \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{||u_i||^2}; \ i = 1, \dots, n;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) = v_j - \left(\frac{\langle v_j, u_1 \rangle}{||u_1||^2} u_1\right)$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

$$u_1 = v_1$$
; e

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \ \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{||u_i||^2}; \ i = 1, \dots, n;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) = v_j - \left(\frac{\langle v_j, u_1 \rangle}{||u_1||^2} u_1 + \frac{\langle v_j, u_2 \rangle}{||u_2||^2}\right)$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

$$u_1 = v_1$$
; e

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \ \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{||u_i||^2}; \ i = 1, \dots, n;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) = v_j - \left(\frac{\langle v_j, u_1 \rangle}{||u_1||^2} u_1 + \frac{\langle v_j, u_2 \rangle}{||u_2||^2} u_2 + \dots + \frac{\langle v_j, u_j \rangle}{||u_j||^2} u_1 + \frac{\langle v_j, u_j \rangle}{||u_j||^2} u_1 + \dots + \frac{\langle v_j, u_j \rangle}{||u_j||^2} u_2 + \dots + \frac{\langle v_j, u_j \rangle}{||u_j||^2} u_1 + \dots + \frac{\langle v_j, u_j \rangle}{||u_j||^2} u_2 + \dots + \frac{\langle v_j, u_j \rangle}{||u_j||^2} u_1 + \dots + \frac{\langle v_j, u_j \rangle}{||u_j||^2} u_2 + \dots + \frac{\langle v_j, u_j \rangle}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal V} = \{v_1,\ldots,v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

$$u_1 = v_1$$
; e

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \ \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{||u_i||^2}; \ i = 1, \dots, n;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) = v_j - \left(\frac{\langle v_j, u_1 \rangle}{||u_1||^2} u_1 + \frac{\langle v_j, u_2 \rangle}{||u_2||^2} u_2 + \dots + \frac{\langle v_j, u_{j-1} \rangle}{||u_{j-1}||^2}\right)$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \ldots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \ldots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1$$
; e

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \ \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{||u_i||^2}; \ i = 1, \dots, n;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) = v_j - \left(\frac{\langle v_j, u_1 \rangle}{||u_1||^2} u_1 + \frac{\langle v_j, u_2 \rangle}{||u_2||^2} u_2 + \dots + \frac{\langle v_j, u_{j-1} \rangle}{||u_{j-1}||^2} u_{j-1}\right).$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \ldots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \ldots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1$$
; e

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \ \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{||u_i||^2}; \ i = 1, \dots, n;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) = v_j - \left(\frac{\langle v_j, u_1 \rangle}{||u_1||^2} u_1 + \frac{\langle v_j, u_2 \rangle}{||u_2||^2} u_2 + \dots + \frac{\langle v_j, u_{j-1} \rangle}{||u_{j-1}||^2} u_{j-1}\right).$$

Base Ortogonal

Observação:

Considerando uma Base ordenada $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ do espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K

Base Ortogonal

Observação:

Considerando uma Base ordenada $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ do espaço vetorial de dimensão finita

Base Ortogonal

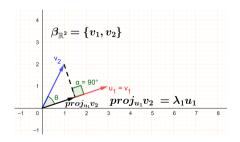
Observação:

Considerando uma Base ordenada $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ do espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; para obter o vetor u_i ; j = 2, ..., n da nova base, fazemos a PROJEÇÃO ORTOGONAL de cada v_i , j = 2, ..., n sobre os novos vetores obtidos u_i ; $i = 1, \ldots, j-1$ de β'_1 .

Base Ortogonal

Observação:

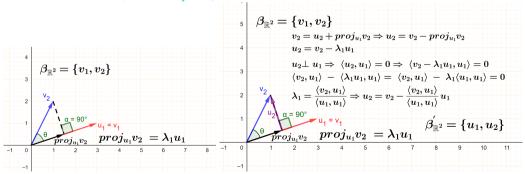
Considerando uma Base ordenada $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ do espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle . , . \rangle$; para obter o vetor $u_j; j=2,\dots,n$ da nova base, fazemos a PROJEÇÃO ORTOGONAL de cada $v_j; j=2,\dots,n$ sobre os novos vetores obtidos $u_i; i=1,\dots,j-1$ de $\beta_{\mathcal{V}}'$. Veja o exemplo abaixo para $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$:



Base Ortogonal

Observação:

Considerando uma Base ordenada $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ do espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle . , . \rangle$; para obter o vetor $u_j; j = 2, \dots, n$ da nova base, fazemos a PROJEÇÃO ORTOGONAL de cada $v_j; j = 2, \dots, n$ sobre os novos vetores obtidos $u_i; i = 1, \dots, j-1$ de $\beta_{\mathcal{V}}'$. Veja o exemplo abaixo para $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$:



Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{(2,1),$

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$,

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $eta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $eta_{\mathbb{R}^2}' = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}' = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

$$u_1 =$$

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

$$u_1 = v_1 = (2,1);$$

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

$$u_1 = v_1 = (2,1);$$

$$u_2 =$$

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

$$u_1=v_1=(2,1);$$

$$u_2 = v_2 -$$

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

$$u_1 = v_1 = (2,1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle}$$

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

$$u_1 = v_1 = (2,1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 =$$

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

$$u_1 = v_1 = (2,1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) -$$

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

$$u_1 = v_1 = (2,1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle}$$

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

$$u_1=v_1=(2,1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) =$$

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

$$u_1=v_1=(2,1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) = (1, 1) -$$

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

$$u_1=v_1=(2,1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) = (1, 1) - \frac{3}{5}$$

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

$$u_1=v_1=(2,1);$$

$$u_2=v_2-\frac{\langle v_2,u_1\rangle}{\langle u_1,u_1\rangle}u_1=(1,1)-\frac{\langle (1,1),(2,1)\rangle}{\langle (2,1),(2,1)\rangle}(2,1)=(1,1)-\frac{3}{5}(2,1)=$$

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

$$u_1=v_1=(2,1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) = (1, 1) - \frac{3}{5} (2, 1) = (-\frac{1}{5}, -\frac{1}{5})$$

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

$$u_1=v_1=(2,1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) = (1, 1) - \frac{3}{5} (2, 1) = (-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}).$$

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt :

$$u_1=v_1=(2,1);$$

$$u_2=v_2-\frac{\langle v_2,u_1\rangle}{\langle u_1,u_1\rangle}u_1=(1,1)-\frac{\langle (1,1),(2,1)\rangle}{\langle (2,1),(2,1)\rangle}(2,1)=(1,1)-\frac{3}{5}(2,1)=(-\frac{1}{5},\frac{2}{5}).$$

Portanto.

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt:

$$u_1=v_1=(2,1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) = (1, 1) - \frac{3}{5} (2, 1) = (-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}).$$

Portanto, $\beta_{\mathbb{R}^2}^{\prime} = \{(2,1),$

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

$$u_1 = v_1 = (2,1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) = (1, 1) - \frac{3}{5} (2, 1) = (-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}).$$

Portanto,
$$\beta_{\mathbb{R}^2}^{'} = \{(2,1), (-\frac{1}{5}, \frac{2}{5})\}$$
 ou $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'} = \{(2,1),$

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2}=\{\underbrace{(2,1)},\underbrace{(1,1)}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'}=\{u_1,u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

$$u_1 = v_1 = (2,1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) = (1, 1) - \frac{3}{5} (2, 1) = (-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}).$$

Portanto,
$$\beta_{\mathbb{R}^2}^{'} = \{(2,1), (-\frac{1}{5}, \frac{2}{5})\}$$
 ou $\beta_{\mathbb{R}^2}^{'} = \{(2,1), (-1,2)\}.$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
 munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\mathsf{v}_1},$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t}_{v$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja
$$\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$$
 munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$eta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}\}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt;$ e seja

$$eta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}^{'}=\{u_1,u_2,u_3,u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$u_1 =$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$u_1=v_1=1;$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$u_1=v_1=1;$$

$$u_2 =$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$u_1=v_1=1;$$

$$u_2 = v_2 -$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$u_1=v_1=1; \ u_2=v_2-rac{\langle v_2,u_1
angle}{\langle u_1,u_1
angle}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$u_1=v_1=1; \ u_2=v_2-rac{\langle v_2,u_1
angle}{\langle u_1,u_1
angle}u_1=$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt;$ e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$u_1=v_1=1; \ u_2=v_2-rac{\langle v_2,u_1
angle}{\langle u_1,u_1
angle}u_1=t-$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exemplo.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$egin{array}{l} u_1 = v_1 = 1; \ u_2 = v_2 - rac{\langle v_2, u_1
angle}{\langle u_1, u_1
angle} u_1 = t - rac{\langle t, 1
angle}{\langle 1, 1
angle} \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exemplo.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$egin{array}{l} u_1 = v_1 = 1; \ u_2 = v_2 - rac{\langle v_2, u_1
angle}{\langle u_1, u_1
angle} u_1 = t - rac{\langle t, 1
angle}{\langle 1, 1
angle} 1 \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$egin{array}{l} rac{ extbf{\textit{u}}_1 = extbf{\textit{v}}_1 = 1;}{ extbf{\textit{u}}_2 = extbf{\textit{v}}_2 - rac{\langle extbf{\textit{v}}_2, extbf{\textit{u}}_1
angle}{\langle extbf{\textit{u}}_1, extbf{\textit{u}}_1
angle} extbf{\textit{u}}_1 = t - rac{\langle extbf{\textit{t}}, extbf{\textit{1}}
angle}{\langle extbf{\textit{t}}, extbf{\textit{1}}
angle} extbf{\textit{1}} = t \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$egin{array}{l} rac{ extbf{\textit{u}}_1 = extbf{\textit{v}}_1 = 1;}{ extbf{\textit{u}}_2 = extbf{\textit{v}}_2 - rac{\langle extbf{\textit{v}}_2, extbf{\textit{u}}_1
angle}{\langle extbf{\textit{u}}_1, extbf{\textit{u}}_1
angle} extbf{\textit{u}}_1 = t - rac{\langle extbf{\textit{t}}, extbf{\textit{1}}
angle}{\langle extbf{\textit{1}}, extbf{\textit{1}}
angle} extbf{\textit{1}} = t \end{array}$$

$$u_3 =$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_1=v_1=1;\\ u_2=v_2-\frac{\langle v_2,u_1\rangle}{\langle u_1,u_1\rangle}u_1=t-\frac{\langle t,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1=t\\ u_3=v_3-(\end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} \textit{u}_1 = \textit{v}_1 = 1;\\ \textit{u}_2 = \textit{v}_2 - \frac{\langle \textit{v}_2, \textit{u}_1 \rangle}{\langle \textit{u}_1, \textit{u}_1 \rangle} \textit{u}_1 = t - \frac{\langle \textit{t}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t\\ \textit{u}_3 = \textit{v}_3 - (\frac{\langle \textit{v}_3, \textit{u}_1 \rangle}{\langle \textit{u}_1, \textit{u}_1 \rangle} \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} \textit{u}_1 = \textit{v}_1 = 1;\\ \textit{u}_2 = \textit{v}_2 - \frac{\langle \textit{v}_2, \textit{u}_1 \rangle}{\langle \textit{u}_1, \textit{u}_1 \rangle} \textit{u}_1 = t - \frac{\langle \textit{t}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t\\ \textit{u}_3 = \textit{v}_3 - (\frac{\langle \textit{v}_3, \textit{u}_1 \rangle}{\langle \textit{u}_1, \textit{u}_1 \rangle} \textit{u}_1 \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_1=v_1=1;\\ u_2=v_2-\frac{\langle v_2,u_1\rangle}{\langle u_1,u_1\rangle}u_1=t-\frac{\langle t,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1=t\\ u_3=v_3-(\frac{\langle v_3,u_1\rangle}{\langle u_1,u_1\rangle}u_1+\frac{\langle v_3,u_2\rangle}{\langle u_2,u_2\rangle} \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_1=v_1=1;\\ u_2=v_2-\frac{\langle v_2,u_1\rangle}{\langle u_1,u_1\rangle}u_1=t-\frac{\langle t,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1=t\\ u_3=v_3-(\frac{\langle v_3,u_1\rangle}{\langle u_1,u_1\rangle}u_1+\frac{\langle v_3,u_2\rangle}{\langle u_2,u_2\rangle}u_2)= \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_{1}=v_{1}=1;\\ u_{2}=v_{2}-\frac{\langle v_{2},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}=t-\frac{\langle t,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1=t\\ u_{3}=v_{3}-(\frac{\langle v_{3},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}+\frac{\langle v_{3},u_{2}\rangle}{\langle u_{2},u_{2}\rangle}u_{2})=t^{2}-(\end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_1 = v_1 = 1; \\ u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_3 = v_3 - (\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2) = t^2 - (\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_1=v_1=1;\\ u_2=v_2-\frac{\langle v_2,u_1\rangle}{\langle u_1,u_1\rangle}u_1=t-\frac{\langle t,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1=t\\ u_3=v_3-(\frac{\langle v_3,u_1\rangle}{\langle u_1,u_1\rangle}u_1+\frac{\langle v_3,u_2\rangle}{\langle u_2,u_2\rangle}u_2)=t^2-(\frac{\langle t^2,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1\end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_1 = v_1 = 1; \\ u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_3 = v_3 - (\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2) = t^2 - (\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + t) \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_1=v_1=1;\\ u_2=v_2-\frac{\langle v_2,u_1\rangle}{\langle u_1,u_1\rangle}u_1=t-\frac{\langle t,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1=t\\ u_3=v_3-\big(\frac{\langle v_3,u_1\rangle}{\langle u_1,u_1\rangle}u_1+\frac{\langle v_3,u_2\rangle}{\langle u_2,u_2\rangle}u_2\big)=t^2-\big(\frac{\langle t^2,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1+\frac{\langle t^2,t\rangle}{\langle t,t\rangle}\end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_1=v_1=1;\\ u_2=v_2-\frac{\langle v_2,u_1\rangle}{\langle u_1,u_1\rangle}u_1=t-\frac{\langle t,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1=t\\ u_3=v_3-(\frac{\langle v_3,u_1\rangle}{\langle u_1,u_1\rangle}u_1+\frac{\langle v_3,u_2\rangle}{\langle u_2,u_2\rangle}u_2)=t^2-(\frac{\langle t^2,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1+\frac{\langle t^2,t\rangle}{\langle t,t\rangle}t) \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_{1} = v_{1} = 1; \\ u_{2} = v_{2} - \frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_{3} = v_{3} - (\frac{\langle v_{3}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{3}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2}) = t^{2} - (\frac{\langle t^{2}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{2}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t) = t^{2} - \frac{1}{3} \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt :

$$\begin{array}{c} u_1=v_1=1;\\ u_2=v_2-\frac{\langle v_2,u_1\rangle}{\langle u_1,u_1\rangle}u_1=t-\frac{\langle t,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1=t\\ u_3=v_3-(\frac{\langle v_3,u_1\rangle}{\langle u_1,u_1\rangle}u_1+\frac{\langle v_3,u_2\rangle}{\langle u_2,u_2\rangle}u_2)=t^2-(\frac{\langle t^2,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1+\frac{\langle t^2,t\rangle}{\langle t,t\rangle}t)=t^2-\frac{1}{3} \end{array}$$

 $u_4 =$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$u_{1} = v_{1} = 1;$$

$$u_{2} = v_{2} - \frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_{3} = v_{3} - \left(\frac{\langle v_{3}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{3}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{2} - \left(\frac{\langle t^{2}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{2}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^{2} - \frac{1}{3}$$

$$u_{4} = v_{4} - \left(\frac{\langle t^{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle u_{2}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{2} - \left(\frac{\langle t^{2}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{2}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^{2} - \frac{1}{3}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_{1} = v_{1} = 1; \\ u_{2} = v_{2} - \frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_{3} = v_{3} - \left(\frac{\langle v_{3}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{3}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{2} - \left(\frac{\langle t^{2}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{2}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^{2} - \frac{1}{3} \\ u_{4} = v_{4} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} \right) = t^{2} - \frac{1}{3} \\ u_{5} = v_{5} - \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{5} + \frac{\langle v_{5},$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_{1} = v_{1} = 1; \\ u_{2} = v_{2} - \frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_{3} = v_{3} - \left(\frac{\langle v_{3}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{3}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{2} - \left(\frac{\langle t^{2}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{2}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^{2} - \frac{1}{3} \\ u_{4} = v_{4} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} \right) \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_{1} = v_{1} = 1; \\ u_{2} = v_{2} - \frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_{3} = v_{3} - \left(\frac{\langle v_{3}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{3}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{2} - \left(\frac{\langle t^{2}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{2}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^{2} - \frac{1}{3} \\ u_{4} = v_{4} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} \right) \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_{1} = v_{1} = 1; \\ u_{2} = v_{2} - \frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_{3} = v_{3} - \left(\frac{\langle v_{3}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{3}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{2} - \left(\frac{\langle t^{2}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{2}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^{2} - \frac{1}{3} \\ u_{4} = v_{4} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_{1} = v_{1} = 1; \\ u_{2} = v_{2} - \frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_{3} = v_{3} - \left(\frac{\langle v_{3}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{3}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{2} - \left(\frac{\langle t^{2}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{2}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^{2} - \frac{1}{3} \\ u_{4} = v_{4} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} + \frac{\langle v_{4}, u_{3} \rangle}{\langle u_{3}, u_{3} \rangle} \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_{1} = v_{1} = 1; \\ u_{2} = v_{2} - \frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_{3} = v_{3} - \left(\frac{\langle v_{3}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{3}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{2} - \left(\frac{\langle t^{2}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{2}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^{2} - \frac{1}{3} \\ u_{4} = v_{4} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} + \frac{\langle v_{4}, u_{3} \rangle}{\langle u_{3}, u_{3} \rangle} u_{3} \right) = \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_{1} = v_{1} = 1; \\ u_{2} = v_{2} - \frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_{3} = v_{3} - \left(\frac{\langle v_{3}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{3}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{2} - \left(\frac{\langle t^{2}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{2}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^{2} - \frac{1}{3} \\ u_{4} = v_{4} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} + \frac{\langle v_{4}, u_{3} \rangle}{\langle u_{3}, u_{3} \rangle} u_{3} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} + \frac{\langle v_{4}, u_{3} \rangle}{\langle u_{3}, u_{3} \rangle} u_{3} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} + \frac{\langle v_{4}, u_{3} \rangle}{\langle u_{3}, u_{3} \rangle} u_{3} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{2}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{2}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{2}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{2}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{2}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle v_{2}, u_{2} \rangle}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_{1} = v_{1} = 1; \\ u_{2} = v_{2} - \frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_{3} = v_{3} - \left(\frac{\langle v_{3}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{3}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{2} - \left(\frac{\langle t^{2}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{2}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^{2} - \frac{1}{3} \\ u_{4} = v_{4} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} + \frac{\langle v_{4}, u_{3} \rangle}{\langle u_{3}, u_{3} \rangle} u_{3} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle t^{3}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} \right) \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_{1} = v_{1} = 1; \\ u_{2} = v_{2} - \frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_{3} = v_{3} - \left(\frac{\langle v_{3}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{3}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{2} - \left(\frac{\langle t^{2}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{2}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^{2} - \frac{1}{3} \\ u_{4} = v_{4} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} + \frac{\langle v_{4}, u_{3} \rangle}{\langle u_{3}, u_{3} \rangle} u_{3} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle t^{3}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 \right) \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_{1} = v_{1} = 1; \\ u_{2} = v_{2} - \frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_{3} = v_{3} - \left(\frac{\langle v_{3}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{3}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{2} - \left(\frac{\langle t^{2}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{2}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^{2} - \frac{1}{3} \\ u_{4} = v_{4} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} + \frac{\langle v_{4}, u_{3} \rangle}{\langle u_{3}, u_{3} \rangle} u_{3} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle t^{3}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} + \frac{\langle v_{4}, u_{3} \rangle}{\langle u_{3}, u_{3} \rangle} u_{3} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle t^{3}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} + \frac{\langle v_{4}, u_{3} \rangle}{\langle u_{3}, u_{3} \rangle} u_{3} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle t^{3}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} + \frac{\langle v_{4}, u_{3} \rangle}{\langle u_{3}, u_{3} \rangle} u_{3} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle t^{3}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} + \frac{\langle v_{4}, u_{3} \rangle}{\langle u_{3}, u_{3} \rangle} u_{3} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle t^{3}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) + \frac{\langle v_{4}, u_{3} \rangle}{\langle u_{3}, u_{3} \rangle} u_{3}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_{1} = v_{1} = 1; \\ u_{2} = v_{2} - \frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_{3} = v_{3} - \left(\frac{\langle v_{3}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{3}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{2} - \left(\frac{\langle t^{2}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{2}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^{2} - \frac{1}{3} \\ u_{4} = v_{4} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} + \frac{\langle v_{4}, u_{3} \rangle}{\langle u_{3}, u_{3} \rangle} u_{3} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle t^{3}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{3}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} \right) \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{\nu_1}, \underbrace{t}_{\nu_2}, \underbrace{t^2}_{\nu_3}, \underbrace{t^3}_{\nu_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_{1} = v_{1} = 1; \\ u_{2} = v_{2} - \frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_{3} = v_{3} - \left(\frac{\langle v_{3}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{3}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{2} - \left(\frac{\langle t^{2}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{2}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^{2} - \frac{1}{3} \\ u_{4} = v_{4} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} + \frac{\langle v_{4}, u_{3} \rangle}{\langle u_{3}, u_{3} \rangle} u_{3} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle t^{3}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{3}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t + \right) \end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_{1}=v_{1}=1;\\ u_{2}=v_{2}-\frac{\langle v_{2},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}=t-\frac{\langle t,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1=t\\ u_{3}=v_{3}-\left(\frac{\langle v_{3},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}+\frac{\langle v_{3},u_{2}\rangle}{\langle u_{2},u_{2}\rangle}u_{2}\right)=t^{2}-\left(\frac{\langle t^{2},1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1+\frac{\langle t^{2},t\rangle}{\langle t,t\rangle}t\right)=t^{2}-\frac{1}{3}\\ u_{4}=v_{4}-\left(\frac{\langle v_{4},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}+\frac{\langle v_{4},u_{2}\rangle}{\langle u_{2},u_{2}\rangle}u_{2}+\frac{\langle v_{4},u_{3}\rangle}{\langle u_{3},u_{3}\rangle}u_{3}\right)=t^{3}-\left(\frac{\langle t^{3},1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1+\frac{\langle t^{3},t\rangle}{\langle t,t\rangle}t+\frac{\langle t^{3},t^{2}-\frac{1}{3}\rangle}{\langle t^{2}-\frac{1}{3},t^{2}-\frac{1}{3}\rangle}\end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_{1}=v_{1}=1;\\ u_{2}=v_{2}-\frac{\langle v_{2},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}=t-\frac{\langle t,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1=t\\ u_{3}=v_{3}-\left(\frac{\langle v_{3},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}+\frac{\langle v_{3},u_{2}\rangle}{\langle u_{2},u_{2}\rangle}u_{2}\right)=t^{2}-\left(\frac{\langle t^{2},1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1+\frac{\langle t^{2},t\rangle}{\langle t,t\rangle}t\right)=t^{2}-\frac{1}{3}\\ u_{4}=v_{4}-\left(\frac{\langle v_{4},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}+\frac{\langle v_{4},u_{2}\rangle}{\langle u_{2},u_{2}\rangle}u_{2}+\frac{\langle v_{4},u_{3}\rangle}{\langle u_{3},u_{3}\rangle}u_{3}\right)=t^{3}-\left(\frac{\langle t^{3},1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1+\frac{\langle t^{3},t\rangle}{\langle t,t\rangle}t+\frac{\langle t^{3},t^{2}-\frac{1}{3}\rangle}{\langle t^{2}-\frac{1}{3},t^{2}-\frac{1}{3}\rangle}(t^{2}-\frac{1}{3})\right)\end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

$$\begin{array}{c} u_{1}=v_{1}=1;\\ u_{2}=v_{2}-\frac{\langle v_{2},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}=t-\frac{\langle t,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1=t\\ u_{3}=v_{3}-(\frac{\langle v_{3},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}+\frac{\langle v_{3},u_{2}\rangle}{\langle u_{2},u_{2}\rangle}u_{2})=t^{2}-(\frac{\langle t^{2},1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1+\frac{\langle t^{2},t\rangle}{\langle t,t\rangle}t)=t^{2}-\frac{1}{3}\\ u_{4}=v_{4}-(\frac{\langle v_{4},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}+\frac{\langle v_{4},u_{2}\rangle}{\langle u_{2},u_{2}\rangle}u_{2}+\frac{\langle v_{4},u_{3}\rangle}{\langle u_{3},u_{3}\rangle}u_{3})=t^{3}-(\frac{\langle t^{3},1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1+\frac{\langle t^{3},t\rangle}{\langle t,t\rangle}t+\frac{\langle t^{3},t^{2}-\frac{1}{3}\rangle}{\langle t^{2}-\frac{1}{3},t^{2}-\frac{1}{3}\rangle}(t^{2}-\frac{1}{3}))\\ u_{4}=t^{3}-\frac{3}{5}t\end{array}$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt :

$$\begin{array}{c} u_{1}=v_{1}=1;\\ u_{2}=v_{2}-\frac{\langle v_{2},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}=t-\frac{\langle t,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1=t\\ u_{3}=v_{3}-(\frac{\langle v_{3},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}+\frac{\langle v_{3},u_{2}\rangle}{\langle u_{2},u_{2}\rangle}u_{2})=t^{2}-(\frac{\langle t^{2},1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1+\frac{\langle t^{2},t\rangle}{\langle t,t\rangle}t)=t^{2}-\frac{1}{3}\\ u_{4}=v_{4}-(\frac{\langle v_{4},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}+\frac{\langle v_{4},u_{2}\rangle}{\langle u_{2},u_{2}\rangle}u_{2}+\frac{\langle v_{4},u_{3}\rangle}{\langle u_{3},u_{3}\rangle}u_{3})=t^{3}-(\frac{\langle t^{3},1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1+\frac{\langle t^{3},t\rangle}{\langle t,t\rangle}t+\frac{\langle t^{3},t^{2}-\frac{1}{3}\rangle}{\langle t^{2}-\frac{1}{3}\rangle}(t^{2}-\frac{1}{3}))\\ u_{4}=t^{3}-\frac{3}{5}t\\ \\ \text{Portanto, } \beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}^{\prime}=\end{array}$$

MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre Letivo - 2021.1

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt :

$$\begin{array}{c} u_{1}=v_{1}=1;\\ u_{2}=v_{2}-\frac{\langle v_{2},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}=t-\frac{\langle t,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1=t\\ u_{3}=v_{3}-(\frac{\langle v_{3},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}+\frac{\langle v_{3},u_{2}\rangle}{\langle u_{2},u_{2}\rangle}u_{2})=t^{2}-(\frac{\langle t^{2},1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1+\frac{\langle t^{2},t\rangle}{\langle t,t\rangle}t)=t^{2}-\frac{1}{3}\\ u_{4}=v_{4}-(\frac{\langle v_{4},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}+\frac{\langle v_{4},u_{2}\rangle}{\langle u_{2},u_{2}\rangle}u_{2}+\frac{\langle v_{4},u_{3}\rangle}{\langle u_{3},u_{3}\rangle}u_{3})=t^{3}-(\frac{\langle t^{3},1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1+\frac{\langle t^{3},t\rangle}{\langle t,t\rangle}t+\frac{\langle t^{3},t^{2}-\frac{1}{3}\rangle}{\langle t^{2}-\frac{1}{3}\rangle}(t^{2}-\frac{1}{3}))\\ u_{4}=t^{3}-\frac{3}{5}t\\ \\ \text{Portanto, } \beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}^{\prime}=\{1, \end{array}$$

MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre Letivo - 2021.1

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt :

$$\begin{array}{c} u_{1}=v_{1}=1;\\ u_{2}=v_{2}-\frac{\langle v_{2},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}=t-\frac{\langle t,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1=t\\ u_{3}=v_{3}-(\frac{\langle v_{3},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}+\frac{\langle v_{3},u_{2}\rangle}{\langle u_{2},u_{2}\rangle}u_{2})=t^{2}-(\frac{\langle t^{2},1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1+\frac{\langle t^{2},t\rangle}{\langle t,t\rangle}t)=t^{2}-\frac{1}{3}\\ u_{4}=v_{4}-(\frac{\langle v_{4},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}+\frac{\langle v_{4},u_{2}\rangle}{\langle u_{2},u_{2}\rangle}u_{2}+\frac{\langle v_{4},u_{3}\rangle}{\langle u_{3},u_{3}\rangle}u_{3})=t^{3}-(\frac{\langle t^{3},1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1+\frac{\langle t^{3},t\rangle}{\langle t,t\rangle}t+\frac{\langle t^{3},t^{2}-\frac{1}{3}\rangle}{\langle t^{2}-\frac{1}{3}\rangle}(t^{2}-\frac{1}{3}))\\ u_{4}=t^{3}-\frac{3}{5}t\\ \\ \text{Portanto, } \beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}^{\prime}=\{1,t,\end{array}$$

MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre Letivo - 2021.1

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q\rangle=\int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt :

$$u_{1} = v_{1} = 1;$$

$$u_{2} = v_{2} - \frac{\langle v_{2}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_{3} = v_{3} - \left(\frac{\langle v_{3}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{3}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} \right) = t^{2} - \left(\frac{\langle t^{2}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{2}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^{2} - \frac{1}{3}$$

$$u_{4} = v_{4} - \left(\frac{\langle v_{4}, u_{1} \rangle}{\langle u_{1}, u_{1} \rangle} u_{1} + \frac{\langle v_{4}, u_{2} \rangle}{\langle u_{2}, u_{2} \rangle} u_{2} + \frac{\langle v_{4}, u_{3} \rangle}{\langle u_{3}, u_{3} \rangle} u_{3} \right) = t^{3} - \left(\frac{\langle t^{3}, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^{3}, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t + \frac{\langle t^{3}, t^{2} - \frac{1}{3} \rangle}{\langle t^{2} - \frac{1}{3}, t^{2} - \frac{1}{3} \rangle} (t^{2} - \frac{1}{3}))$$

$$u_{4} = t^{3} - \frac{3}{5}t$$
Portanto $\beta' = -(1, t, (t^{2}, t^{2}))$

Portanto, $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1, t, (t^2 - \frac{1}{3}),$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p,q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{\underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4}\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt :

$$\begin{array}{c} u_{1}=v_{1}=1;\\ u_{2}=v_{2}-\frac{\langle v_{2},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}=t-\frac{\langle t,1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1=t\\ u_{3}=v_{3}-(\frac{\langle v_{3},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}+\frac{\langle v_{3},u_{2}\rangle}{\langle u_{2},u_{2}\rangle}u_{2})=t^{2}-(\frac{\langle t^{2},1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1+\frac{\langle t^{2},t\rangle}{\langle t,t\rangle}t)=t^{2}-\frac{1}{3}\\ u_{4}=v_{4}-(\frac{\langle v_{4},u_{1}\rangle}{\langle u_{1},u_{1}\rangle}u_{1}+\frac{\langle v_{4},u_{2}\rangle}{\langle u_{2},u_{2}\rangle}u_{2}+\frac{\langle v_{4},u_{3}\rangle}{\langle u_{3},u_{3}\rangle}u_{3})=t^{3}-(\frac{\langle t^{3},1\rangle}{\langle 1,1\rangle}1+\frac{\langle t^{3},t\rangle}{\langle t,t\rangle}t+\frac{\langle t^{3},t^{2}-\frac{1}{3}\rangle}{\langle t^{2}-\frac{1}{3}\rangle}(t^{2}-\frac{1}{3}))\\ u_{4}=t^{3}-\frac{3}{5}t\\ \text{Portanto, } \beta_{\mathcal{P}_{2}(\mathbb{R})}^{\prime}=\{1,t,(t^{2}-\frac{1}{3}),(t^{3}-\frac{3}{5}t)\}. \end{array}$$

MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre Letivo - 2021.1

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Então, a BASE ORTONORMAL $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Então, a BASE ORTONORMAL $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$ pode ser obtida a partir de

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Então, a BASE ORTONORMAL $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$ pode ser obtida a partir de

$$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$$

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

$$u_1 = v_1$$

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* =$$

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* = \frac{u_1}{||u_1||_2};$$

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* = \frac{u_1}{||u_1||_2};$$

$$\forall j=2,\ldots,n\Rightarrow$$

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* = \frac{u_1}{||u_1||_2};$$

$$\forall j = 2, \ldots, n \Rightarrow u_j =$$

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* = \frac{u_1}{||u_1||_2};$$

$$\forall j=2,\ldots,n\Rightarrow u_j=v_j$$

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial $\mathcal V$ de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* = \frac{u_1}{||u_1||_2};$$

$$\forall j=2,\ldots,n\Rightarrow u_j=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}$$

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial $\mathcal V$ de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* = \frac{u_1}{||u_1||_2};$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle}$$

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial $\mathcal V$ de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* = \frac{u_1}{||u_1||_2};$$

$$\forall j = 2, \ldots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i$$

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial $\mathcal V$ de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* = \frac{u_1}{||u_1||_2};$$

$$\forall j=2,\ldots,n\Rightarrow u_j=v_j-\sum_{i=1}^{j-1}\frac{\langle v_j,u_i\rangle}{\langle u_i,u_i\rangle}u_i\Rightarrow u_j^*=\frac{u_j}{||u_j||_2}.$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$ munido do produto interno usual; e

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,1)}_{\mathcal{V}},$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,1)}_{v_1},\underbrace{(0,2,1)}_{v_2},\underbrace$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,1)}_{\mathsf{V}_1},\underbrace{(0,2,1)}_{\mathsf{V}_2},\underbrace{(0,0,1)}_{\mathsf{V}_3}\}$ uma

base ordenada.

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.1:

Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,1)}_{\mathbb{R}^3},\underbrace{(0,2,1)}_{\mathbb{R}^3},\underbrace{(0,0,1)}_{\mathbb{R}^3}\}$ uma

base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$,

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.1:

Seja
$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
 munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,1)}_{l},\underbrace{(0,2,1)}_{l},\underbrace{(0,0,1)}_{l}\}$ uma

base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^3}^{'}=\{u_1,u_2,u_3\}$ para \mathbb{R}^3

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.1:

Seja
$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
 munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,1)},\underbrace{(0,2,1)},\underbrace{(0,0,1)}\}$ uma

base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{u_1, u_2, u_3\}$ para \mathbb{R}^3 com relação ao produto interno usual.

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.1:

Seja
$$\mathcal{V}=\mathbb{R}^3$$
 munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^3}=\{\underbrace{(1,1,1)},\underbrace{(0,2,1)},\underbrace{(0,0,1)}\}$ uma

base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$, uma base ordenada ortogonal $\beta_{\mathbb{R}^3}' = \{u_1, u_2, u_3\}$ para \mathbb{R}^3 com relação ao produto interno usual.

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ \'e triangular inferior } \}.$$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ \'e triangular inferior } \}.$$

um subespaço de \mathcal{V} .

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ \'e triangular inferior } \}.$$

um subespaço de ${\mathcal V}.$

Determine a partir da base ordenada

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ \'e triangular inferior } \}.$$

um subespaço de ${\mathcal V}.$

Determine a partir da base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{ e_1 + e_3 + e_4,$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ \'e triangular inferior } \}.$$

um subespaço de ${\mathcal V}.$

Determine a partir da base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{\underbrace{e_1 + e_3 + e_4}_{v_1}, \underbrace{e_1 - e_4}_{v_2}, \underbrace{e_1 - e_4}_{v_2}, \underbrace{e_2 - e_4}_{v_2}, \underbrace{e_3 - e_4}_{v_2}, \underbrace{e_3 - e_4}_{v_2}, \underbrace{e_4 - e_$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ \'e triangular inferior } \}.$$

um subespaço de ${\mathcal V}.$

Determine a partir da base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{\underbrace{e_1 + e_3 + e_4}_{v_1}, \underbrace{e_1 - e_4}_{v_2}, \underbrace{e_1}_{v_3}\},$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ \'e triangular inferior } \}.$$

um subespaço de ${\mathcal V}.$

Determine a partir da base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{\underbrace{e_1 + e_3 + e_4}_{V_1}, \underbrace{e_1 - e_4}_{V_2}, \underbrace{e_1}_{V_2}\}$, uma BASE

ORDENADA ORTOGONAL

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ \'e triangular inferior } \}.$$

um subespaço de \mathcal{V} .

Determine a partir da base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{\underbrace{e_1 + e_3 + e_4}_{V_1}, \underbrace{e_1 - e_4}_{V_2}, \underbrace{e_1}_{V_2}\}$, uma BASE

ORDENADA ORTOGONAL $\,$ para o subespaço $\, \mathcal{W} .$

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

Exercício.2:

Seja $\mathcal{V}=\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ \'e triangular inferior } \}.$$

um subespaço de \mathcal{V} .

Determine a partir da base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{\underbrace{e_1 + e_3 + e_4}_{V_1}, \underbrace{e_1 - e_4}_{V_2}, \underbrace{e_1}_{V_2}\}$, uma BASE

ORDENADA ORTOGONAL $\,$ para o subespaço $\, \mathcal{W} .$

Complemento Ortogonal

Definição:

Seja ${\mathcal V}$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo ${\mathbb K}$

Complemento Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .\ ,. \rangle$; e

Complemento Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .\ ,. \rangle$; e $\mathcal S$ um conjunto NÃO VAZIO de elementos de $\mathcal V$.

Complemento Ortogonal

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .\ ,. \rangle$; e $\mathcal S$ um conjunto NÃO VAZIO de elementos de $\mathcal V$.

O conjunto

$$S^{\perp} = \{ u \in \mathcal{V} \mid u \in \mathcal{V} \mid$$

Complemento Ortogonal

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .\ ,. \rangle$; e S um conjunto NÃO VAZIO de elementos de $\mathcal V$.

O conjunto

$$S^{\perp} = \{ u \in \mathcal{V} \mid \langle u, v \rangle = 0$$

Complemento Ortogonal

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .\ ,. \rangle$; e S um conjunto NÃO VAZIO de elementos de $\mathcal V$.

O conjunto

$$S^{\perp} = \{ u \in \mathcal{V} \mid \langle u, v \rangle = 0; \forall v \in S \},$$

Complemento Ortogonal

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .\ ,. \rangle$; e S um conjunto NÃO VAZIO de elementos de $\mathcal V$.

O conjunto

$$S^{\perp} = \{ u \in \mathcal{V} \mid \langle u, v \rangle = 0; \forall v \in S \},\$$

é denominado 5 PERPENDICULAR.

Complemento Ortogonal

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .\ ,. \rangle$; e S um conjunto NÃO VAZIO de elementos de $\mathcal V$.

O conjunto

$$S^{\perp} = \{ u \in \mathcal{V} \mid \langle u, v \rangle = 0; \forall v \in S \},\$$

é denominado 5 PERPENDICULAR.

Se S é um subespaço vetorial de ${\mathcal V}$

Complemento Ortogonal

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .\ ,. \rangle$; e $\mathcal S$ um conjunto NÃO VAZIO de elementos de $\mathcal V$.

O conjunto

$$S^{\perp} = \{ u \in \mathcal{V} \mid \langle u, v \rangle = 0; \forall v \in S \},$$

é denominado 5 PERPENDICULAR.

Se S é um subespaço vetorial de $\mathcal V$ então S^\perp

Complemento Ortogonal

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .\ ,. \rangle$; e $\mathcal S$ um conjunto NÃO VAZIO de elementos de $\mathcal V$.

O conjunto

$$S^{\perp} = \{ u \in \mathcal{V} \mid \langle u, v \rangle = 0; \forall v \in S \},$$

é denominado S PERPENDICULAR.

Se S é um SUBESPAÇO VETORIAL de $\mathcal V$ então S^\perp é denominado COMPLEMENTO ORTOGONAL de S em $\mathcal V$.

Complemento Ortogonal

Definição:

Seja $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .\ ,. \rangle$; e $\mathcal S$ um conjunto NÃO VAZIO de elementos de $\mathcal V$.

O conjunto

$$S^{\perp} = \{ u \in \mathcal{V} \mid \langle u, v \rangle = 0; \forall v \in S \},$$

é denominado S PERPENDICULAR.

Se S é um SUBESPAÇO VETORIAL de $\mathcal V$ então S^\perp é denominado COMPLEMENTO ORTOGONAL de S em $\mathcal V$.

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

O conjunto S^{\perp} é um SUBESPAÇO VETORIAL de $\mathcal V$

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

O conjunto S^{\perp} é um SUBESPAÇO VETORIAL de $\mathcal V$ mesmo que S NÃO o seja.

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

O conjunto S^{\perp} é um SUBESPAÇO VETORIAL de V mesmo que S NÃO o seja. Além disso, se S é um subespaço de V,

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

O conjunto S^{\perp} é um SUBESPAÇO VETORIAL de V mesmo que S NÃO o seja. Além disso, se S é um subespaço de V, tem-se que

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

O conjunto S^{\perp} é um SUBESPAÇO VETORIAL de $\mathcal V$ mesmo que S NÃO o seja. Além disso, se S é um subespaço de V, tem-se que

$$S \cap S^{\perp} = \{0\}.$$

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

O conjunto S^{\perp} é um SUBESPAÇO VETORIAL de $\mathcal V$ mesmo que S NÃO o seja. Além disso, se S é um subespaço de V, tem-se que

$$S \cap S^{\perp} = \{0\}.$$

Isto é.

$$S \oplus S^{\perp}$$
.

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

O conjunto S^{\perp} é um SUBESPAÇO VETORIAL de $\mathcal V$ mesmo que S NÃO o seja. Além disso, se S é um subespaço de V, tem-se que

$$S \cap S^{\perp} = \{0\}.$$

Isto é.

$$S \oplus S^{\perp}$$
.

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam ${\mathcal V}$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo ${\mathbb K}$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de \mathcal{V} .

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de \mathcal{V} . Então.

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de \mathcal{V} . Então.

$$(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2)^\perp$$

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de \mathcal{V} .

$$(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2)^\perp=\mathcal{W}_1^\perp$$

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de \mathcal{V} .

$$(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2)^\perp=\mathcal{W}_1^\perp\cap$$

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de \mathcal{V} .

$$(\mathcal{W}_1+\mathcal{W}_2)^\perp=\mathcal{W}_1^\perp\cap\mathcal{W}_2^\perp.$$

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de \mathcal{V} .

$$(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)^{\perp} = \mathcal{W}_1^{\perp} \cap \mathcal{W}_2^{\perp}.$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1: Seja $\mathcal{V}=\mathbb{R}^2$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle ., . \rangle$ usual; e

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle ., . \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{ u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0 \}$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle ., . \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{ u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0 \}$$

um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle .,.. \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{ u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0 \}$$

um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle .,.. \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{ u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0 \}$$

um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Determine o subespaço \mathcal{W}^{\perp} .

 $\forall v \in \mathcal{W}^{\perp}$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle ., . \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{ u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0 \}$$

um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

$$\forall v \in \mathcal{W}^{\perp} \Rightarrow \langle v, u \rangle = 0$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seia $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle .,.. \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{ u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0 \}$$

um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

$$\forall v \in \mathcal{W}^{\perp} \Rightarrow \langle v, u \rangle = 0 \Rightarrow x + 2y = 0$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle . , . \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{ u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0 \}$$

um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

$$\forall v \in \mathcal{W}^{\perp} \Rightarrow \langle v, u \rangle = 0 \Rightarrow x + 2y = 0 \Rightarrow x = -2y.$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seia $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle ., ... \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{ u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0 \}$$

um subespaco vetorial de \mathcal{V} .

Determine o subespaço \mathcal{W}^{\perp} .

$$\forall v \in \mathcal{W}^{\perp} \Rightarrow \langle v, u \rangle = 0 \Rightarrow x + 2y = 0 \Rightarrow x = -2y.$$

Portanto.

$$\mathcal{W}^{\perp} = \{ v \in \mathbb{R}^2 \mid x + 2y = 0 \}$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seia $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle ., ... \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{ u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0 \}$$

um subespaco vetorial de \mathcal{V} .

Determine o subespaço \mathcal{W}^{\perp} .

$$\forall v \in \mathcal{W}^{\perp} \Rightarrow \langle v, u \rangle = 0 \Rightarrow x + 2y = 0 \Rightarrow x = -2y.$$

Portanto.

$$\mathcal{W}^{\perp} = \{ v \in \mathbb{R}^2 \mid x + 2y = 0 \}$$

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então.

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

$$\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$$
.

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então.

$$\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$$
.

Isto é,

$$\forall u \in \mathcal{V}$$

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então.

$$\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$$
.

Isto é,

$$\forall u \in \mathcal{V} \Rightarrow u = v + w$$

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então.

$$\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$$
.

Isto é,

$$\forall u \in \mathcal{V} \Rightarrow u = v + w; v \in \mathcal{W},$$

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então.

$$\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$$
.

Isto é.

$$\forall u \in \mathcal{V} \Rightarrow u = v + w; v \in \mathcal{W}, w \in \mathcal{W}^{\perp}.$$

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle .,. \rangle$; e

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então.

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam $\mathcal V$ um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo $\mathbb K$ munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

$$dim(\mathcal{V}) =$$

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

$$\textit{dim}(\mathcal{V}) = \textit{dim}(\mathcal{W})$$

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

$$\mathit{dim}(\mathcal{V}) = \mathit{dim}(\mathcal{W}) +$$

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

$$dim(\mathcal{V}) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}^{\perp}).$$

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle . , . \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então.

$$dim(\mathcal{V}) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}^{\perp}).$$

Além disso.

$$(\mathcal{W}^{\perp})^{\perp} = \mathcal{W}.$$

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K munido do produto interno $\langle . , . \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então.

$$dim(\mathcal{V}) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}^{\perp}).$$

Além disso.

$$(\mathcal{W}^{\perp})^{\perp} = \mathcal{W}.$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $V = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de V. Então,

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W}=\{u\in\mathbb{R}^4\mid x-2y+z+t=0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2,1,0,0), (-1,0,1,0), (-1,0,0,1)]$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W}=\{u\in\mathbb{R}^4\mid x-2y+z+t=0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2,1,0,0),(-1,0,1,0),(-1,0,0,1)] = \underbrace{[2e_1 + e_2}_{v_1},\underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2},\underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}]$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2v + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2,1,0,0), (-1,0,1,0), (-1,0,0,1)] = \underbrace{[2e_1 + e_2, -e_1 + e_3, -e_1 + e_4]}_{V_2} \mathbf{e}; \ \{v_1, v_2, v_3\} \ \mathbf{\acute{e}} \ \mathsf{LI}$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2,1,0,0), (-1,0,1,0), (-1,0,0,1)] = \underbrace{[2e_1 + e_2, -e_1 + e_3, -e_1 + e_4]}_{v_1} \text{ e; } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ \'e LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\}$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2,1,0,0), (-1,0,1,0), (-1,0,0,1)] = \underbrace{[2e_1 + e_2, -e_1 + e_3, -e_1 + e_4]}_{v_1} \text{ e; } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ \'e LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2,1,0,0), (-1,0,1,0), (-1,0,0,1)] = \underbrace{[2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] e; \ \{v_1, v_2, v_3\} \ \text{\'e LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

Como $\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp}$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2,1,0,0), (-1,0,1,0), (-1,0,0,1)] = \underbrace{[2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \mathbf{e}; \ \{v_1, v_2, v_3\} \ \mathbf{\acute{e}} \ \mathsf{LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

$$\mathsf{Como}\; \mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \mathit{dim}(\mathcal{V}) =$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2,1,0,0),(-1,0,1,0),(-1,0,0,1)] = \underbrace{[2e_1 + e_2}_{v_1},\underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2},\underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e; } \{v_1,v_2,v_3\} \text{ \'e LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

$$\mathsf{Como}\ \mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp} \Rightarrow \mathit{dim}(\mathcal{V}) = \mathit{dim}(\mathcal{W})$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então, $\mathcal{W} = [(2,1,0,0),(-1,0,1,0),(-1,0,0,1)] = [2e_1 + e_2, -e_1 + e_3, -e_1 + e_4] \text{ e; } \{v_1,v_2,v_3\} \text{ \'e LI}$

$$VV = [(2,1,0,0),(-1,0,1,0),(-1,0,0,1)] = \underbrace{[2e_1 + e_2]}_{V_1},\underbrace{-e_1 + e_3}_{V_2},\underbrace{-e_1 + e_4}_{V_3}] e, \{v_1, v_2, v_3\} e$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

Como
$$\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp} \Rightarrow dim(\mathcal{V}) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{V}) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W})$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então, $\mathcal{W} = [(2,1,0,0),(-1,0,1,0),(-1,0,0,1)] = [2e_1 + e_2, -e_1 + e_3, -e_1 + e_4] \text{ e; } \{v_1,v_2,v_3\} \text{ \'e LI}$ $\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 3.$ Como $\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^{\perp}) \Rightarrow$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então, $\mathcal{W} = [(2,1,0,0),(-1,0,1,0),(-1,0,0,1)] = [2e_1 + e_2, -e_1 + e_3, -e_1 + e_4]$ e; $\{v_1, v_2, v_3\}$ é LI

$$\bigvee_{v_1} \bigvee_{v_2} \bigvee_{v_3}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

$$\mathsf{Como}\ \mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^\perp) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = \dim(\mathcal{V}) - \dim(\mathcal{W})$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaco vetorial de \mathcal{V} . Então. $\mathcal{W} = [(2,1,0,0),(-1,0,1,0),(-1,0,0,1)] = [2e_1 + e_2, -e_1 + e_3, -e_1 + e_4] \text{ e; } \{v_1,v_2,v_3\} \text{ \'e LI}$ $\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 3.$ Como $\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^{\perp}) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^{\perp}) = \dim(\mathcal{V}) - \dim(\mathcal{W}) \Rightarrow$ $dim(\mathcal{W}^{\perp}) = 4 - 3 = 1$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaco vetorial de \mathcal{V} . Então. $\mathcal{W} = [(2,1,0,0),(-1,0,1,0),(-1,0,0,1)] = [2e_1 + e_2, -e_1 + e_3, -e_1 + e_4] \text{ e; } \{v_1,v_2,v_3\} \text{ \'e LI}$ $\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 3.$ Como $\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp} \Rightarrow dim(\mathcal{V}) = dim(\mathcal{W}) + dim(\mathcal{W}^{\perp}) \Rightarrow dim(\mathcal{W}^{\perp}) = dim(\mathcal{V}) - dim(\mathcal{W}) \Rightarrow$ $dim(\mathcal{W}^{\perp}) = 4 - 3 = 1 \Rightarrow \mathcal{W}^{\perp} = [w]$:

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W}=\{u\in\mathbb{R}^4\mid x-2y+z+t=0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então, $\mathcal{W}=[(2,1,0,0),(-1,0,1,0),(-1,0,0,1)]=\underbrace{[2e_1+e_2,-e_1+e_3,-e_1+e_4]}_{v_1}$ e; $\{v_1,v_2,v_3\}$ é LI $\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}}=\{v_1,v_2,v_3\}\Rightarrow dim(\mathcal{W})=3.$ Como $\mathcal{V}=\mathcal{W}\oplus\mathcal{W}^\perp\Rightarrow dim(\mathcal{V})=dim(\mathcal{W})+dim(\mathcal{W}^\perp)\Rightarrow dim(\mathcal{W}^\perp)=dim(\mathcal{V})-dim(\mathcal{W})\Rightarrow dim(\mathcal{W}^\perp)=4-3=1\Rightarrow \mathcal{W}^\perp=[w]; w=(x,y,z,t).$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W}=\{u\in\mathbb{R}^4\mid x-2y+z+t=0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2,1,0,0),(-1,0,1,0),(-1,0,0,1)] = \underbrace{[2e_1 + e_2, -e_1 + e_3, -e_1 + e_4]}_{V_1} \mathbf{e}; \ \{v_1, v_2, v_3\} \ \mathbf{\acute{e}} \ \mathsf{LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 3.$$

Como $\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^{\perp}) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^{\perp}) = \dim(\mathcal{V}) - \dim(\mathcal{W}) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^{\perp}) = 4 - 3 = 1 \Rightarrow \mathcal{W}^{\perp} = [w]; w = (x, y, z, t).$

Agora, resolvendo o sistema homogêneo: $\langle w, v_i \rangle = 0$; i = 1, 2, 3.

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V}=\mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W}=\{u\in\mathbb{R}^4\mid x-2y+z+t=0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2,1,0,0),(-1,0,1,0),(-1,0,0,1)] = \underbrace{[2e_1 + e_2, -e_1 + e_3, -e_1 + e_4]}_{V_1} \text{ e; } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ \'e LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 3.$$

Como
$$\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^{\perp}) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^{\perp}) = \dim(\mathcal{V}) - \dim(\mathcal{W}) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^{\perp}) = 4 - 3 = 1 \Rightarrow \mathcal{W}^{\perp} = [w]; w = (x, y, z, t).$$

Agora, resolvendo o sistema homogêneo: $\langle w, v_i \rangle = 0$; i = 1, 2, 3.

$$x = t; y = -2t; z = t; t \in \mathbb{R}$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

```
Sejam \mathcal{V} = \mathbb{R}^4 munido do produto interno usual; e \mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\} um subespaço vetorial de \mathcal{V}. Então, \mathcal{W} = [(2,1,0,0),(-1,0,1,0),(-1,0,0,1)] = [2e_1 + e_2, -e_1 + e_3, -e_1 + e_4] e; \{v_1,v_2,v_3\} é LI
```

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow dim(\mathcal{W}) = 3.$$

Como
$$\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^{\perp} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^{\perp}) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^{\perp}) = \dim(\mathcal{V}) - \dim(\mathcal{W}) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^{\perp}) = 4 - 3 = 1 \Rightarrow \mathcal{W}^{\perp} = [w]; w = (x, y, z, t).$$

Agora, resolvendo o sistema homogêneo: $\langle w, v_i \rangle = 0$; i = 1, 2, 3.

$$x = t; y = -2t; z = t; t \in \mathbb{R} \Rightarrow \forall w \in \mathcal{W}^{\perp};$$

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

```
Sejam \mathcal{V}=\mathbb{R}^4 munido do produto interno usual; e \mathcal{W}=\{u\in\mathbb{R}^4\mid x-2y+z+t=0\} um subespaço vetorial de \mathcal{V}. Então, \mathcal{W}=[(2,1,0,0),(-1,0,1,0),(-1,0,0,1)]=\underbrace{[2e_1+e_2,-e_1+e_3,-e_1+e_4]}_{v_1} e; \{v_1,v_2,v_3\} é LI \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}}=\{v_1,v_2,v_3\}\Rightarrow dim(\mathcal{W})=3. Como \mathcal{V}=\mathcal{W}\oplus\mathcal{W}^\perp\Rightarrow dim(\mathcal{V})=dim(\mathcal{W})+dim(\mathcal{W}^\perp)\Rightarrow dim(\mathcal{W}^\perp)=dim(\mathcal{V})-dim(\mathcal{W})\Rightarrow dim(\mathcal{W}^\perp)=4-3=1\Rightarrow \mathcal{W}^\perp=[w]; w=(x,y,z,t). Agora, resolvendo o sistema homogêneo: \langle w,v_i\rangle=0; i=1,2,3. x=t; y=-2t; z=t; t\in\mathbb{R}\Rightarrow \forall w\in\mathcal{W}^\perp; w=t(1,-2,1,1)
```

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

```
Sejam \mathcal{V}=\mathbb{R}^4 munido do produto interno usual; e \mathcal{W}=\{u\in\mathbb{R}^4\mid x-2y+z+t=0\} um subespaço vetorial de \mathcal{V}. Então, \mathcal{W}=[(2,1,0,0),(-1,0,1,0),(-1,0,0,1)]=\underbrace{[2e_1+e_2,-e_1+e_3,-e_1+e_4]}_{v_1} e; \{v_1,v_2,v_3\} é LI \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}}=\{v_1,v_2,v_3\}\Rightarrow dim(\mathcal{W})=3. Como \mathcal{V}=\mathcal{W}\oplus\mathcal{W}^\perp\Rightarrow dim(\mathcal{V})=dim(\mathcal{W})+dim(\mathcal{W}^\perp)\Rightarrow dim(\mathcal{W}^\perp)=dim(\mathcal{V})-dim(\mathcal{W})\Rightarrow dim(\mathcal{W}^\perp)=4-3=1\Rightarrow \mathcal{W}^\perp=[w]; w=(x,y,z,t). Agora, resolvendo o sistema homogêneo: \langle w,v_i\rangle=0; i=1,2,3. x=t; y=-2t; z=t; t\in\mathbb{R}\Rightarrow \forall w\in\mathcal{W}^\perp; w=t(1,-2,1,1) \Rightarrow \mathcal{W}^\perp=[(1,-2,1,1)]
```

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

```
Sejam \mathcal{V}=\mathbb{R}^4 munido do produto interno usual; e \mathcal{W}=\{u\in\mathbb{R}^4\mid x-2y+z+t=0\} um subespaço vetorial de \mathcal{V}. Então, \mathcal{W}=[(2,1,0,0),(-1,0,1,0),(-1,0,0,1)]=\underbrace{[2e_1+e_2,-e_1+e_3,-e_1+e_4]}_{v_1}\text{ e; }\{v_1,v_2,v_3\}\text{ \'e LI} \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}}=\{v_1,v_2,v_3\}\Rightarrow dim(\mathcal{W})=3. Como \mathcal{V}=\mathcal{W}\oplus\mathcal{W}^\perp\Rightarrow dim(\mathcal{V})=dim(\mathcal{W})+dim(\mathcal{W}^\perp)\Rightarrow dim(\mathcal{W}^\perp)=dim(\mathcal{V})-dim(\mathcal{W})\Rightarrow dim(\mathcal{W}^\perp)=4-3=1\Rightarrow \mathcal{W}^\perp=[w]; w=(x,y,z,t). Agora, resolvendo o sistema homogêneo: \langle w,v_i\rangle=0; i=1,2,3. x=t; y=-2t; z=t; t\in\mathbb{R}\Rightarrow \forall w\in\mathcal{W}^\perp; w=t(1,-2,1,1) \Rightarrow \mathcal{W}^\perp=[(1,-2,1,1)]\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}^\perp}=\{(1,-2,1,1)\}.
```