Universidade Federal da Bahia
Departamento de Matemática

Matemática Discreta II
Prof. Ciro Russo
Primeira unidade – 16/03/2016

1. Para cada um dos seguintes pares de números a e b, encontre, usando o algoritmo das divisões sucessivas, o mdc positivo d e dois números inteiros u e v tais que $au + bv = d$.

1.1. $a = 215$ e $b = 25$

1.2. $a = -201$ e $b = 32$

2. Seja R a relação binária, sobre $\mathbb{N}$, definida como segue:

aRb se, e somente se, a e b têm os mesmos divisores primos.

2.1. Prove que R é uma relação de equivalência.

2.2. Diga, justificando as respostas, quais são as classes de equivalência de 0 e de 1.

2.3. Apresente a classe de equivalência de 12 em função de seus divisores primos.

2.4. Prove que R é compatível com o produto em $\mathbb{N}$ mas não com a soma.

Sugestão: Lembre que todo número natural > 1 *pode ser escrito de maneira única como produto de potências de primos dois a dois distintos.*

3. Demonstre, usando o princípio de indução, as seguintes.

3.1. Para todo n, $n^2 + n$ é par.

3.2. Para todo n, n^3+5n é múltiplo de 6. (Se quiser, pode usar a propriedade do item 3.1.)

4. Justifique as respostas.

4.1. Seja R a relação de equivalência definida sobre $\mathbb{N}^2$ ao fim de obter os inteiros relativos. Liste três pares de naturais que estão na relação R com $(2, 5)$.

4.2. Liste dois inteiros a e b, com $a < 3 < b$, que são côngruos a 3 módulo 7.

5. (Opcional.) Considere o conjunto ordenado $\langle \mathbb{N}, | \rangle$, ou seja, os naturais ordenados por meio da relação de divisibilidade. Apresente (justificando a resposta) um subconjunto infinito de $\mathbb{N}$ que seja totalmente ordenado pela mesma relação.