

Lista de exercícios – probabilidade.

1. Uma moeda viciada de modo que a probabilidade de sair cara é 4 vezes maior que a de sair coroa. Para 2 lançamentos independentes dessa moeda, determinar:
 - (a) O espaço amostral.
 - (b) A probabilidade de sair somente uma cara.
 - (c) A probabilidade de sair pelo menos uma cara.
 - (d) A probabilidade de dois resultados iguais.
2. Uma universidade tem 10 mil alunos dos quais 4 mil são considerados esportistas. Temos, ainda, que 500 alunos são do curso de biologia diurno, 700 de biologia noturno, 100 são esportistas e da biologia diurno e 200 são esportistas da biologia noturno. Um aluno é escolhido ao acaso e pergunta-se a probabilidade de:
 - (a) Ser esportista.
 - (b) Ser esportista e aluno da biologia noturno.
 - (c) Não ser da biologia.
 - (d) Ser esportista ou aluno da biologia.
 - (e) Não ser esportista, nem aluno da biologia.
3. Sejam A e B dois eventos em um dado espaço amostral, tais que $P(A) = 0,2$, $P(B) = p$, $P(A \cup B) = 0,5$ e $P(A \cap B) = 0,1$. Determine o valor de p .
4. Dois processadores tipo A e B são colocados em teste por 50 mil hora. A probabilidade de que um erro de cálculo aconteça em um processador do tipo A é $\frac{1}{30}$, no tipo B $\frac{1}{80}$ e, em ambos, $\frac{1}{1000}$. Qual a probabilidade de que:
 - (a) Pelo menos um dos processadores tenha apresentado erro?
 - (b) Nenhum processador tenha apresentado erro?
 - (c) Apenas o processador A tenha apresentado erro?
5. Das pacientes de uma Clínica de Ginecologia com idade acima de 40 anos, 60% são ou foram casadas e 40% são solteiras. Sendo solteira, a probabilidade de ter distúrbio hormonal no último ano é de 10%, enquanto que para as demais essa probabilidade aumenta para 30%. Pergunta-se:
 - (a) Qual a probabilidade de uma paciente escolhida ao acaso ter tido um distúrbio hormonal?
 - (b) Se a paciente sorteada tiver distúrbio hormonal, qual a probabilidade de ser solteira?
 - (c) Se escolhermos duas pacientes ao acaso e com reposição, qual é a probabilidade de pelo menos uma ter o distúrbio?
6. Numa certa população, a probabilidade de gostar de teatro é $\frac{1}{3}$, enquanto que a de gostar de cinema é $\frac{1}{2}$. Determine a probabilidade de gostar de teatro e não de cinema, nos seguintes casos:
 - (a) Gostar de teatro e de cinema são eventos disjuntos;
 - (b) Gostar de teatro e de cinema são eventos independentes;
 - (c) Todos que gostam de teatro gostam de cinema;

- (d) A probabilidade de gostar de teatro e cinema é $\frac{1}{8}$.
7. Um médico desconfia que um paciente tem tumor no abdômen, pois isto ocorreu em 70% dos casos similares que tratou. Se o paciente de fato tiver o tumor, o exame ultra-som detectará com probabilidade de 0,9. Entretanto, se ele não tiver o tumor, o exame pode, erroneamente, indicar que tem com probabilidade 0,1. Se o exame detectou um tumor, qual é a probabilidade do paciente tê-lo de fato?
8. Verifique se as seguintes afirmações são válidas:
- Se $P(A) = \frac{1}{3}$ e $P(B | A) = \frac{3}{5}$, então A e B não podem ser disjuntos.
 - Se $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B | A) = 1$ e $P(A | B) = \frac{1}{2}$, então A não pode estar contido em B .
9. Uma classe de estatística teve a seguinte distribuição de notas finais: 4 do sexo masculino e 6 do feminino foram reprovados, 8 do sexo masculino e 14 do feminino foram aprovados. Para um aluno sorteado dessa classe, denote por M se o aluno for do sexo masculino e por A se o aluno foi aprovado. Calcule:
- $P(A \cup M^c)$;
 - $P(A^c \cap M^c)$;
 - $P(A | M)$.
10. Dois armários guardam as bolas de voleibol e basquete. O armário 1 tem 3 bolas de voleibol e 1 de basquete, enquanto 2 tem 3 bolas de voleibol e 2 de basquete. Escolhendo-se, ao acaso, um armário e, em seguida, um de suas bolsas, calcule a probabilidade dela ser:
- De voleibol, sabendo-se que o armário 1 foi escolhido;
 - De basquete, sabendo-se que o armário 2 foi escolhido;
 - De basquete.
11. Você entrega a seu amigo uma carta, destinada à sua namorada, para ser colocada no correio. Entretanto, ele pode se esquecer com probabilidade 0,1. Se não se esquecer, a probabilidade de que o correio estravie a carta é de 0,1. Finalmente, se foi enviada pelo correio a probabilidade de que a namorada não a receba é 0,1. Sua namorada recebeu a carta, qual a probabilidade de seu amigo ter esquecido de colocá-la no correio.
12. Três fábricas fornecem equipamentos de precisão para o laboratório de química de uma universidade. Apesar de serem aparelhos de precisão, existe uma pequena chance de subestimação ou superestimação das medidas efetuadas. A tabela 1 a seguir apresenta o comportamento do equipamento produzido em cada fábrica: As fábricas I, II, III fornecem, respectivamente, 20%, 30% e 50% dos aparelhos

Tabela 1: Probabilidades para cada fábrica.

	Probabilidade		
	Subestima	Exata	Superestima
Fábrica I	0,01	0,98	0,01
Fábrica II	0,005	0,98	0,015
Fábrica III	0,00	0,99	0,01

utilizados. Escolhemos, ao acaso, um desses aparelhos e perguntamos qual é a probabilidade de:

- Haver superestimação de medidas?
- Não haver subestimação de medidas?
- Dando medidas exatas, ter sido fabricado em III?
- Ter sido produzido por I, dado que não subestima as medidas?

13. A aplicação de fundo anticorrosivo em chapas de aço de $1m^2$ é feita mecanicamente e pode produzir defeitos (pequenas bolhas na pintura), de acordo com uma variável aleatória Poisson de parâmetro $\lambda = 1$ por m^2 . Uma chapa é sorteada ao acaso para ser inspecionada, pergunta-se a probabilidade de:
- Encontrarmos pelo menos um defeito;
 - No máximo 2 defeitos serem encontrados;
 - Encontrarmos de 2 a 4 defeitos;
 - Não mais de 1 defeito ser encontrado.

14. Uma variável aleatória discreta X tem a seguinte função de distribuição acumulada:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < -1, \\ 0,2 & \text{se } -1 \leq x < 2, \\ 0,5 & \text{se } 2 \leq x < 5, \\ 0,7 & \text{se } 5 \leq x < 6, \\ 0,9 & \text{se } 6 \leq x < 15, \\ 1 & \text{se } x \geq 15. \end{cases}$$

Determine:

- A função de probabilidade de X ;
 - $P(X \leq -2)$;
 - $P(X < 2)$;
 - $P(3 \leq X \leq 12)$;
 - $P(X > 14)$.
15. Um time paulista de futebol tem probabilidade 0,92 de vitória sempre que joga. Se o time atuar 4 vezes, determine a probabilidade de que vença:
- Todas as 4 partidas;
 - Exatamente 2 partidas;
 - Pelo menos uma partida;
 - No máximo 3 partidas.
16. Um vacina contra a gripe é eficiente em 70% dos casos. Sorteamos, ao acaso, 20 dos pacientes vacinados e pergunta-se a probabilidade de obter:
- Pelo menos 18 imunizados;
 - No máximo 4 imunizados;
 - Não mais do que 3 não imunizados.
17. A resistência (em toneladas) de vigas de concreto produzidas por uma empresa, comporta-se conforme a função de probabilidade tabela 2. Admita que essas vigas são aprovadas para uso em contratações

Tabela 2: Função de probabilidade					
Resistência	2	3	4	5	6
p_i	0,1	0,1	0,4	0,2	0,2

se suportam pelo menos 3 toneladas. De uma grande lote fabricado pela empresa, escolhemos 15 vigas ao acaso. Qual será a probabilidade de:

- Todas serem aptas para construções?

- (b) No mínimo 13 serem aptas?
18. As pacientes diagnosticadas com câncer de mama precocemente têm 80% de probabilidade de serem completamente curadas. Para um grupo de 12 pacientes nessas condições, calcule a probabilidade de:
- Oito ficarem completamente curadas;
 - Não serem curadas de 3 a 5 pacientes;
 - Não mais de 2 permanecerem com a doença.
19. Uma indústria de tintas recebe pedidos de seus vendedores através de fax, telefone e Internet. O número de pedidos que chegam por qualquer meio (no horário comercial) é uma variável aleatória discreta com distribuição Poisson com taxa de 5 pedidos por hora.
- Calcule a probabilidade de mais de 2 pedidos por hora;
 - Em um dia de trabalho (8 horas), qual seria a probabilidade de haver 50 pedidos?
 - Não haver nenhum pedido, em um dia de trabalho, é um evento raro?
20. No estudo do desempenho de uma central de computação, o acesso à Unidade Central de Processamento é assumido ser Poisson com 4 requisições por segundo. Essas requisições podem ser de várias naturezas tais como: imprimir um arquivo, efetuar um certo cálculo ou enviar uma mensagem pela Internet, entre outras. Escolhendo-se ao acaso um intervalo de 1 segundo, qual é a probabilidade de haver mais de 2 acessos à CPU? E do número de acessos não ultrapassar 5?
21. O tempo adequado de troca do conjunto de amortecedores de certa marca em automóveis, sujeitos a uso contínuo e severo, pode ser considerado como uma variável contínua, medida em anos. Suponha que a função densidade é dada pela seguinte expressão:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} & 0 \leq x \leq 2; \\ \frac{1}{8} & 2 < x \leq 6; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- Verifique que a função acima é, de fato, uma densidade;
 - Qual é a probabilidade de um automóvel, sujeito às condições descritas acima, necessitar de troca de amortecedores antes de 1 ano de uso? E entre 1 e 3 anos?
22. Suponha que o peso de recém-nascidos (em kg) pode ser considerado uma variável aleatória com a seguinte densidade:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{10} & 0 \leq x \leq 2; \\ \frac{-\frac{1}{3} \cdot x + 18}{40} & 2 < x \leq 6; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Qual a probabilidade de, escolhendo ao acaso uma criança, ela ter peso:

- Inferior a 3 kg?
 - Entre 1 e 4 kg?
 - Pelo menos 3 kg?
23. O tempo de corrosão, em anos, de uma certa peça metálica é uma variável aleatória contínua com função de densidade:

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot x & 0 \leq x \leq 1; \\ a & 1 \leq x \leq 2; \\ -a \cdot x + 3 \cdot a & 2 < x \leq 3; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- (a) Calcule a constante a ;
- (b) Uma peça é considerada como tendo boa resistência à corrosão se dura mais que 1,5 anos. Em um lote de 3 peças, qual a probabilidade de termos exatamente 1 delas com boa resistência?
24. Dois amigos planejam um encontro entre 20 e 21 horas. Um deles é pontual e pretende chegar às 20:30 horas e esperar exatos 15 minutos. O outro é mais imprevisível e poderá chegar em qualquer momento do intervalo inicialmente previsto, saindo imediatamente se não encontrar o amigo. Qual é a probabilidade de eles se encontrarem? Qual é a probabilidade de eles não se encontrarem por um lapso de no máximo 5 minutos?
25. O tempo, em minutos, de utilização de uma caixa eletrônico por clientes de um certo banco, foi modelado por uma variável aleatória contínua T com modelo exponencial com taxa de decaimento $\alpha = 3$. Determine:
- (a) $P(T < 1)$;
- (b) $P(T > 1 \mid T \leq 2)$;
- (c) Um número a tal que $P(T \leq a) = 0,4$.
26. Seja $X \sim N(5, 4)$. Determine:
- (a) $P(X \leq 6)$;
- (b) $P(7 < X < 8)$;
- (c) $P(2 \leq X < 5)$;
- (d) $P(-1 \leq X \leq 2)$;
- (e) $P(X \leq -1)$;
- (f) $P(-2 \leq X \leq -1)$.
27. Um teste de aptidão feito por pilotos de aeronaves em treinamento inicial requer que uma série de operações seja realizada em um rápida sucessão. Suponha que o tempo necessário para completar o teste seja distribuído de acordo com uma Normal com média 90 minutos e desvio padrão de 20 minutos.
- (a) Para passar no teste, o candidato deve completá-lo em menos de 80 minutos. Se 65 candidatos fazem o teste, quantos são esperados passar?
- (b) Se os 5% melhores candidatos são alocados para aeronaves maiores, quão rápido deve ser o candidato para que obtenha essa posição?
28. Com base em experiências anteriores, a Companhia Telefônica sabe que 10% das contas dos seus clientes em uma comunidade são pagas com atraso. Para os itens abaixo, use a aproximação da variável aleatória contínua Normal.
- (a) Se 20 contas são enviadas em um dia de pela Companhia Telefônica, qual é a probabilidade de que menos do que 3 sejam pagas com atraso?
- (b) Se 150 contas são enviadas mensalmente para a comunidade, encontre a probabilidade de que 17 ou mais sejam pagas com atraso.
29. A durabilidade de um tipo de pneu da marca *Rodabem* é descrita por uma variável aleatória contínua Normal de média 60.000 km e desvio padrão 8.300 km.
- (a) Se a *Rodabem* garante os pneus pelos primeiros 48.000 km, qual a proporção de pneus que deverão ser trocados pela garantia?
- (b) Qual deveria ser a garantia com a proporção do item (a), se a garantia fosse para os primeiros 45.000 km?
- (c) Qual deveria ser a garantia (em km) de tal forma a assegurar que o fabricante trocaria sob garantia no máximo 2% dos pneus?

- (d) Se você comprar 4 pneus *Rodabem*, qual será a probabilidade de que você utilizaria a garantia (45.000 km) para trocar um ou mais desses pneus?