Universidade Federal da Bahia - UFBA
Instituto de Matemática e Estatística - IME
Departamento de Matemática

MAT A07 - Álgebra Linear A
Aula 16
Espaços Vetoriais e Subespaços:
Produto Interno, Norma, Distância

Professora: Isamara C. Alves

Data: 05/11/2020

Definição:
Sejam os vetores $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ e $v = (y_1, y_2, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.

Definição:
Sejam os vetores $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ e $v = (y_1, y_2, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.
Denotamos por $u \bullet v$

DEFINIÇÃO:
Sejam os vetores $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ e $v = (y_1, y_2, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.
Denotamos por $u \bullet v$ e denominamos PRODUTO ESCALAR de u e v

DEFINIÇÃO:
Sejam os vetores $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ e $v = (y_1, y_2, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.
Denotamos por $u \bullet v$ e denominamos PRODUTO ESCALAR de u e v o escalar obtido do seguinte modo

DEFINIÇÃO:
Sejam os vetores $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ e $v = (y_1, y_2, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.
Denotamos por $u \bullet v$ e denominamos PRODUTO ESCALAR de u e v o escalar obtido do seguinte modo

$$u \bullet v =$$

DEFINIÇÃO:
Sejam os vetores $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ e $v = (y_1, y_2, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.
Denotamos por $u \bullet v$ e denominamos PRODUTO ESCALAR de u e v o escalar obtido do seguinte modo

$$u \bullet v = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i =$$

DEFINIÇÃO:
Sejam os vetores $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ e $v = (y_1, y_2, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.
Denotamos por $u \bullet v$ e denominamos PRODUTO ESCALAR de u e v o escalar obtido do seguinte modo

$$u \bullet v = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = x_1y_1 + x_2y_2 + \ldots + x_ny_n.$$

EXEMPLO:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.

EXEMPLO:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $u \bullet v$.

Exemplo:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.

Determine $u \bullet v$.

Então, o Produto Escalar de u e v

EXEMPLO:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $u \bullet v$.
Então, o PRODUTO ESCALAR de u e v

$$u \bullet v =$$

EXEMPLO:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.

Determine $u \bullet v$.

Então, o PRODUTO ESCALAR de u e v

$$u \bullet v = \sum_{i=1}^{3} x_i y_i =$$

Exemplo:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.

Determine $u \bullet v$.

Então, o Produto Escalar de u e v

$$u \bullet v = \sum_{i=1}^{3} x_i y_i = 1.(-3)$$

EXEMPLO:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $u \bullet v$.
Então, o PRODUTO ESCALAR de u e v

$$u \bullet v = \sum_{i=1}^{3} x_i y_i = 1.(-3) + 2.5$$

EXEMPLO:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $u \bullet v$.
Então, o PRODUTO ESCALAR de u e v

$$u \bullet v = \sum_{i=1}^{3} x_i y_i = 1.(-3) + 2.5 + (-3).2$$

EXEMPLO:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $u \bullet v$.
Então, o PRODUTO ESCALAR de u e v

$$u \bullet v = \sum_{i=1}^{3} x_i y_i = 1.(-3) + 2.5 + (-3).2 = 1.$$

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA:

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v$

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$
2. DISTRIBUTIVA:

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$
2. DISTRIBUTIVA: $u \bullet (v + w)$

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$
2. DISTRIBUTIVA: $u \bullet (v + w) = (u \bullet v) + (u \bullet w)$

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$
2. DISTRIBUTIVA: $u \bullet (v + w) = (u \bullet v) + (u \bullet w)$ e

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$
2. DISTRIBUTIVA: $u \bullet (v + w) = (u \bullet v) + (u \bullet w)$ e $(v + w) \bullet u$

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$
2. DISTRIBUTIVA: $u \bullet (v + w) = (u \bullet v) + (u \bullet w)$ e $(v + w) \bullet u = (v \bullet u) + (w \bullet u)$.

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$
2. DISTRIBUTIVA: $u \bullet (v + w) = (u \bullet v) + (u \bullet w)$ e $(v + w) \bullet u = (v \bullet u) + (w \bullet u)$.
3. MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$
2. DISTRIBUTIVA: $u \bullet (v + w) = (u \bullet v) + (u \bullet w)$ e $(v + w) \bullet u = (v \bullet u) + (w \bullet u)$.
3. MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR $(\alpha u) \bullet v$

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$
2. DISTRIBUTIVA: $u \bullet (v + w) = (u \bullet v) + (u \bullet w)$ e $(v + w) \bullet u = (v \bullet u) + (w \bullet u)$.
3. MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR $(\alpha u) \bullet v = \alpha(u \bullet v)$

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$
2. DISTRIBUTIVA: $u \bullet (v + w) = (u \bullet v) + (u \bullet w)$ e $(v + w) \bullet u = (v \bullet u) + (w \bullet u)$.
3. MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR $(\alpha u) \bullet v = \alpha(u \bullet v) = u \bullet (\alpha v)$.

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$
2. DISTRIBUTIVA: $u \bullet (v + w) = (u \bullet v) + (u \bullet w)$ e $(v + w) \bullet u = (v \bullet u) + (w \bullet u)$.
3. MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR $(\alpha u) \bullet v = \alpha(u \bullet v) = u \bullet (\alpha v)$.
4. POSITIVIDADE

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$
2. DISTRIBUTIVA: $u \bullet (v + w) = (u \bullet v) + (u \bullet w)$ e $(v + w) \bullet u = (v \bullet u) + (w \bullet u)$.
3. MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR $(\alpha u) \bullet v = \alpha(u \bullet v) = u \bullet (\alpha v)$.
4. POSITIVIDADE $u \bullet u \geq 0$

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$
2. DISTRIBUTIVA: $u \bullet (v + w) = (u \bullet v) + (u \bullet w)$ e $(v + w) \bullet u = (v \bullet u) + (w \bullet u)$.
3. MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR $(\alpha u) \bullet v = \alpha(u \bullet v) = u \bullet (\alpha v)$.
4. POSITIVIDADE $u \bullet u \geq 0$ e

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$
2. DISTRIBUTIVA: $u \bullet (v + w) = (u \bullet v) + (u \bullet w)$ e $(v + w) \bullet u = (v \bullet u) + (w \bullet u)$.
3. MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR $(\alpha u) \bullet v = \alpha(u \bullet v) = u \bullet (\alpha v)$.
4. POSITIVIDADE $u \bullet u \geq 0$ e $u \bullet u = 0$

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$
2. DISTRIBUTIVA: $u \bullet (v + w) = (u \bullet v) + (u \bullet w)$ e $(v + w) \bullet u = (v \bullet u) + (w \bullet u)$.
3. MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR $(\alpha u) \bullet v = \alpha(u \bullet v) = u \bullet (\alpha v)$.
4. POSITIVIDADE $u \bullet u \geq 0$ e $u \bullet u = 0$ se, e somente se,

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$
2. DISTRIBUTIVA: $u \bullet (v + w) = (u \bullet v) + (u \bullet w)$ e $(v + w) \bullet u = (v \bullet u) + (w \bullet u)$.
3. MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR $(\alpha u) \bullet v = \alpha(u \bullet v) = u \bullet (\alpha v)$.
4. POSITIVIDADE $u \bullet u \geq 0$ e $u \bullet u = 0$ se, e somente se, $u = 0$.

PROPRIEDADES: Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. COMUTATIVA: $u \bullet v = v \bullet u$
2. DISTRIBUTIVA: $u \bullet (v + w) = (u \bullet v) + (u \bullet w)$ e $(v + w) \bullet u = (v \bullet u) + (w \bullet u)$.
3. MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR $(\alpha u) \bullet v = \alpha(u \bullet v) = u \bullet (\alpha v)$.
4. POSITIVIDADE $u \bullet u \geq 0$ e $u \bullet u = 0$ se, e somente se, $u = 0$.

Definição:

Seja o vetor $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.

DEFINIÇÃO:

Seja o vetor $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.

Denotamos por $||u||$

DEFINIÇÃO:
Seja o vetor $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.
Denotamos por $||u||$ e denominamos NORMA DO VETOR u

DEFINIÇÃO:
Seja o vetor $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.
Denotamos por $||u||$ e denominamos NORMA DO VETOR u (ou COMPRIMENTO DO VETOR u)

DEFINIÇÃO:

Seja o vetor $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.

Denotamos por $||u||$ e denominamos NORMA DO VETOR u (ou COMPRIMENTO DO VETOR u) o escalar NÃO-NEGATIVO obtido do seguinte modo

Definição:
Seja o vetor $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.
Denotamos por $||u||$ e denominamos NORMA DO VETOR u (ou COMPRIMENTO DO VETOR u) o escalar NÃO-NEGATIVO obtido do seguinte modo

$$||u|| =$$

DEFINIÇÃO:
Seja o vetor $u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.
Denotamos por $||u||$ e denominamos NORMA DO VETOR u (ou COMPRIMENTO DO VETOR u) o escalar NÃO-NEGATIVO obtido do seguinte modo

$$||u|| = \sqrt{u \bullet u} =$$

Definição:
Seja o vetor $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.
Denotamos por $||u||$ e denominamos Norma do vetor u (ou Comprimento do vetor u) o escalar não-negativo obtido do seguinte modo

$$||u|| = \sqrt{u \bullet u} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i x_i} =$$

DEFINIÇÃO:
Seja o vetor $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.
Denotamos por $||u||$ e denominamos NORMA DO VETOR u (ou COMPRIMENTO DO VETOR u) o escalar NÃO-NEGATIVO obtido do seguinte modo

$$||u|| = \sqrt{u \bullet u} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i x_i} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2}.$$

EXEMPLO:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.

Exemplo:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $||u||$ e $||v||$.

Exemplo:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $||u||$ e $||v||$.

$$||u|| =$$

Exemplo:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $||u||$ e $||v||$.

$$||u|| = \sqrt{u \bullet u} =$$

Exemplo:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $||u||$ e $||v||$.

$$||u|| = \sqrt{u \bullet u} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i x_i} =$$

EXEMPLO:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $||u||$ e $||v||$.

$$||u|| = \sqrt{u \bullet u} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i x_i} = \sqrt{(1)^2 \qquad\qquad\qquad}$$

EXEMPLO:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $||u||$ e $||v||$.

$$||u|| = \sqrt{u \bullet u} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i x_i} = \sqrt{(1)^2 + (2)^2}$$

Exemplo:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.

Determine $||u||$ e $||v||$.

$$||u|| = \sqrt{u \bullet u} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i x_i} = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (-3)^2}$$

EXEMPLO:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.

Determine $||u||$ e $||v||$.

$$||u|| = \sqrt{u \bullet u} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i x_i} = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{14}$$

Exemplo:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $||u||$ e $||v||$.

$$||u|| = \sqrt{u \bullet u} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i x_i} = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{14}$$

e

$$||v|| =$$

EXEMPLO:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $||u||$ e $||v||$.

$$||u|| = \sqrt{u \bullet u} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i x_i} = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{14}$$

e

$$||v|| = \sqrt{v \bullet v} =$$

Exemplo:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.

Determine $||u||$ e $||v||$.

$$||u|| = \sqrt{u \bullet u} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i x_i} = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{14}$$

e

$$||v|| = \sqrt{v \bullet v} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} y_i y_i} =$$

Exemplo:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.

Determine $||u||$ e $||v||$.

$$||u|| = \sqrt{u \bullet u} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i x_i} = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{14}$$

e

$$||v|| = \sqrt{v \bullet v} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} y_i y_i} = \sqrt{(-3)^2 + }$$

Exemplo:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $||u||$ e $||v||$.

$$||u|| = \sqrt{u \bullet u} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i x_i} = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{14}$$

e

$$||v|| = \sqrt{v \bullet v} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} y_i y_i} = \sqrt{(-3)^2 + (5)^2 + \quad}$$

EXEMPLO:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $||u||$ e $||v||$.

$$||u|| = \sqrt{u \bullet u} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i x_i} = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{14}$$

e

$$||v|| = \sqrt{v \bullet v} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} y_i y_i} = \sqrt{(-3)^2 + (5)^2 + (2)^2} =$$

EXEMPLO:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $||u||$ e $||v||$.

$$||u|| = \sqrt{u \bullet u} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i x_i} = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{14}$$

e

$$||v|| = \sqrt{v \bullet v} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} y_i y_i} = \sqrt{(-3)^2 + (5)^2 + (2)^2} = \sqrt{38}.$$

Exemplo:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $||u||$ e $||v||$.

$$||u|| = \sqrt{u \bullet u} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i x_i} = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{14}$$

e

$$||v|| = \sqrt{v \bullet v} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} y_i y_i} = \sqrt{(-3)^2 + (5)^2 + (2)^2} = \sqrt{38}.$$

Propriedades: Seja $u \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. $||u|| = 0$

PROPRIEDADES: Seja $u \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. $||u|| = 0$ se, e somente se,

PROPRIEDADES: Seja $u \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. $||u|| = 0$ se, e somente se, $u = 0$.

PROPRIEDADES: Seja $u \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. $||u|| = 0$ se, e somente se, $u = 0$.
2. $||\alpha u|| =$

PROPRIEDADES: Seja $u \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. $||u|| = 0$ se, e somente se, $u = 0$.
2. $||\alpha u|| = |\alpha| \; ||u||$.

PROPRIEDADES: Seja $u \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. $||u|| = 0$ se, e somente se, $u = 0$.
2. $||\alpha u|| = |\alpha| \ ||u||$.

Observação: Se $||u|| = 1$

PROPRIEDADES: Seja $u \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. $||u|| = 0$ se, e somente se, $u = 0$.
2. $||\alpha u|| = |\alpha| \; ||u||$.

Observação: Se $||u|| = 1$ dizemos que

PROPRIEDADES: Seja $u \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. $||u|| = 0$ se, e somente se, $u = 0$.
2. $||\alpha u|| = |\alpha| \ ||u||$.

Observação: Se $||u|| = 1$ dizemos que u é um VETOR UNITÁRIO.

PROPRIEDADES: Seja $u \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. $||u|| = 0$ se, e somente se, $u = 0$.
2. $||\alpha u|| = |\alpha| \; ||u||$.

Observação: Se $||u|| = 1$ dizemos que u é um VETOR UNITÁRIO.
Por exemplo, os vetores CANÔNICOS:

PROPRIEDADES: Seja $u \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. $||u|| = 0$ se, e somente se, $u = 0$.
2. $||\alpha u|| = |\alpha| \; ||u||$.

Observação: Se $||u|| = 1$ dizemos que u é um VETOR UNITÁRIO.
Por exemplo, os vetores CANÔNICOS: $e_1, e_2, \ldots, e_n$.

PROPRIEDADES: Seja $u \in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ então;

1. $||u|| = 0$ se, e somente se, $u = 0$.
2. $||\alpha u|| = |\alpha| \; ||u||$.

Observação: Se $||u|| = 1$ dizemos que u é um VETOR UNITÁRIO.
Por exemplo, os vetores CANÔNICOS: $e_1, e_2, \ldots, e_n$.

Teorema: Desigualdade de Cauchy-Schwarz

Teorema: **Desigualdade de Cauchy-Schwarz**

Sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$ então;

Teorema: **Desigualdade de Cauchy-Schwarz**

Sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$ então;

$$\left| u \bullet v \right|$$

TEOREMA: DESIGUALDADE DE CAUCHY-SCHWARZ
Sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$ então;

$$|u \bullet v| \leq ||u|| \; ||v||.$$

Teorema: Desigualdade de Cauchy-Schwarz

Sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$ então;

$$|u \bullet v| \leq ||u|| \; ||v||.$$

Corolário:

Teorema: Desigualdade de Cauchy-Schwarz
Sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$ então;

$$|u \bullet v| \leq ||u|| \; ||v||.$$

Corolário: Desigualdade Triangular

Teorema: Desigualdade de Cauchy-Schwarz

Sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$ então;

$$|u \bullet v| \leq ||u|| \; ||v||.$$

Corolário: Desigualdade Triangular

Sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$ então;

Teorema: **Desigualdade de Cauchy-Schwarz**

Sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$ então;

$$|u \bullet v| \leq ||u|| \; ||v||.$$

Corolário: **Desigualdade Triangular**

Sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$ então;

$$||u + v||$$

Teorema: Desigualdade de Cauchy-Schwarz

Sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$ então;

$$|u \bullet v| \leq ||u|| \; ||v||.$$

Corolário: Desigualdade Triangular

Sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$ então;

$$||u + v|| \leq ||u|| + ||v||.$$

Teorema: **Desigualdade de Cauchy-Schwarz**

Sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$ então;

$$|u \bullet v| \leq ||u|| \ ||v||.$$

Corolário: **Desigualdade Triangular**

Sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$ então;

$$||u + v|| \leq ||u|| + ||v||.$$

DEFINIÇÃO:
Seja o vetor $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.

DEFINIÇÃO:
Seja o vetor $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.
Denotamos por $d(u, v)$

DEFINIÇÃO:
Seja o vetor $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.
Denotamos por $d(u, v)$ e denominamos DISTÂNCIA ENTRE OS VETORES u e v

Definição:
Seja o vetor $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.
Denotamos por $d(u, v)$ e denominamos Distância entre os vetores u e v o escalar não-negativo obtido do seguinte modo

DEFINIÇÃO:
Seja o vetor $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.
Denotamos por $d(u, v)$ e denominamos DISTÂNCIA ENTRE OS VETORES u e v o escalar NÃO-NEGATIVO obtido do seguinte modo

$$d(u, v) = ||u - v||.$$

DEFINIÇÃO:

Seja o vetor $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.

Denotamos por $d(u, v)$ e denominamos DISTÂNCIA ENTRE OS VETORES u e v o escalar NÃO-NEGATIVO obtido do seguinte modo

$$d(u, v) = ||u - v||.$$

EXEMPLO:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.

EXEMPLO:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.

Determine $d(u, v)$.

EXEMPLO:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.

Determine $d(u, v)$.

$$u - v =$$

EXEMPLO:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $d(u, v)$.

$$u - v = (1 - (-3),$$

EXEMPLO:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $d(u, v)$.

$$u - v = (1 - (-3), 2 - 5,$$

Exemplo:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $d(u, v)$.

$$u - v = (1 - (-3), 2 - 5, \ -3 - 2) =$$

Exemplo:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.

Determine $d(u, v)$.

$$u - v = (1 - (-3), 2 - 5, \; -3 - 2) = (4, -3, -5)$$

Exemplo:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $d(u, v)$.

$$u - v = (1 - (-3), 2 - 5, \, -3 - 2) = (4, -3, -5)$$

$$d(u, v) =$$

Exemplo:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $d(u, v)$.

$$u - v = (1 - (-3), 2 - 5, -3 - 2) = (4, -3, -5)$$

$$d(u, v) = ||u - v|| =$$

EXEMPLO:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $d(u, v)$.

$$u - v = (1 - (-3), 2 - 5, \ -3 - 2) = (4, -3, -5)$$

$$d(u, v) = ||u - v|| = \sqrt{(u - v) \bullet (u - v)} =$$

EXEMPLO:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $d(u, v)$.

$$u - v = (1 - (-3), 2 - 5, \; - 3 - 2) = (4, -3, -5)$$

$$d(u, v) = ||u - v|| = \sqrt{(u - v) \bullet (u - v)} = \sqrt{(4)^2 \qquad\qquad\qquad}$$

EXEMPLO:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.

Determine $d(u, v)$.

$$u - v = (1 - (-3), 2 - 5, \ -3 - 2) = (4, -3, -5)$$

$$d(u, v) = ||u - v|| = \sqrt{(u - v) \bullet (u - v)} = \sqrt{(4)^2 + (-3)^2 \qquad\qquad}$$

EXEMPLO:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $d(u, v)$.

$$u - v = (1 - (-3), 2 - 5, \; - 3 - 2) = (4, -3, -5)$$

$$d(u, v) = ||u - v|| = \sqrt{(u - v) \bullet (u - v)} = \sqrt{(4)^2 + (-3)^2 + (-5)^2}$$

Exemplo:

Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.

Determine $d(u, v)$.

$$u - v = (1 - (-3), 2 - 5, -3 - 2) = (4, -3, -5)$$

$$d(u, v) = ||u - v|| = \sqrt{(u - v) \bullet (u - v)} = \sqrt{(4)^2 + (-3)^2 + (-5)^2}$$

$$d(u, v) =$$

EXEMPLO:
Sejam os vetores $u = (1, 2, -3)$ e $v = (-3, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.
Determine $d(u, v)$.

$$u - v = (1 - (-3), 2 - 5, \; - 3 - 2) = (4, -3, -5)$$

$$d(u, v) = ||u - v|| = \sqrt{(u - v) \bullet (u - v)} = \sqrt{(4)^2 + (-3)^2 + (-5)^2}$$

$$d(u, v) = \sqrt{50}.$$

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$.

DEFINIÇÃO:

Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$

DEFINIÇÃO:

Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$

Definição:

Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial real $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$;

DEFINIÇÃO:

Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial real $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA:

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v \rangle$

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$
2. DISTRIBUTIVIDADE:

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v\rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v\rangle = \langle v, u\rangle$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w\rangle$

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle$

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e $\langle u, v + w \rangle$

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v\rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v\rangle = \langle v, u\rangle$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w\rangle = \langle u, w\rangle + \langle v, w\rangle$ e $\langle u, v + w\rangle = \langle u, v\rangle$

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. HOMOGENEIDADE:

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. HOMOGENEIDADE: $\langle \alpha u, v \rangle$

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos **Produto Interno em um espaço vetorial real** $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. Simetria: $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$
2. Distributividade: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. Homogeneidade: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle$

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. HOMOGENEIDADE: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle = \langle u, \alpha v \rangle$

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. HOMOGENEIDADE: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle = \langle u, \alpha v \rangle$
4. POSITIVIDADE:

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. HOMOGENEIDADE: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle = \langle u, \alpha v \rangle$
4. POSITIVIDADE: $\langle u, u \rangle \geq 0$

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos **Produto Interno em um espaço vetorial real** $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. Simetria: $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$
2. Distributividade: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. Homogeneidade: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle = \langle u, \alpha v \rangle$
4. Positividade: $\langle u, u \rangle \geq 0$ e $\langle u, u \rangle = 0$

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. HOMOGENEIDADE: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle = \langle u, \alpha v \rangle$
4. POSITIVIDADE: $\langle u, u \rangle \geq 0$ e $\langle u, u \rangle = 0$ se, e somente se,

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. HOMOGENEIDADE: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle = \langle u, \alpha v \rangle$
4. POSITIVIDADE: $\langle u, u \rangle \geq 0$ e $\langle u, u \rangle = 0$ se, e somente se, $u = 0$

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL REAL $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{R}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

1. SIMETRIA: $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. HOMOGENEIDADE: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle = \langle u, \alpha v \rangle$
4. POSITIVIDADE: $\langle u, u \rangle \geq 0$ e $\langle u, u \rangle = 0$ se, e somente se, $u = 0$

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$

Definição:

Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$.

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$

Definição:

Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$;

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$

Definição:

Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL COMPLEXO $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. SIMETRIA HERMITIANA:

DEFINIÇÃO:

Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL COMPLEXO $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. SIMETRIA HERMITIANA: $\langle u, v \rangle$

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$

Definição:

Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$
2. Distributividade:

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$
2. Distributividade: $\langle u + v, w \rangle$

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$
2. Distributividade: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle$

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v\rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v\rangle = \overline{\langle v, u\rangle}$
2. Distributividade: $\langle u + v, w\rangle = \langle u, w\rangle + \langle v, w\rangle$

Definição:

Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$
2. Distributividade: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e;

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$
2. Distributividade: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e; $\langle u, v + w \rangle$

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v\rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v\rangle = \overline{\langle v, u\rangle}$
2. Distributividade: $\langle u + v, w\rangle = \langle u, w\rangle + \langle v, w\rangle$ e; $\langle u, v + w\rangle = \langle u, v\rangle$

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$
2. Distributividade: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e; $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$

Definição:

Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v\rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v\rangle = \overline{\langle v, u\rangle}$
2. Distributividade: $\langle u + v, w\rangle = \langle u, w\rangle + \langle v, w\rangle$ e; $\langle u, v + w\rangle = \langle u, v\rangle + \langle u, w\rangle$
3. Homogeneidade:

Espaços Vetoriais Complexos

Produto Interno

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$
2. Distributividade: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e; $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. Homogeneidade: $\langle \alpha u, v \rangle$

Definição:

Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$
2. Distributividade: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e; $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. Homogeneidade: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle$

Definição:

Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$
2. Distributividade: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e; $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. Homogeneidade: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle$ e;

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$
2. Distributividade: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e; $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. Homogeneidade: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle$ e; $\langle u, \alpha v \rangle$

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$
2. Distributividade: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e; $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. Homogeneidade: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle$ e; $\langle u, \alpha v \rangle = \overline{\alpha} \langle u, v \rangle$

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$
2. Distributividade: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e; $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. Homogeneidade: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle$ e; $\langle u, \alpha v \rangle = \overline{\alpha} \langle u, v \rangle$
4. Positividade:

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL COMPLEXO $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. SIMETRIA HERMITIANA: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e; $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. HOMOGENEIDADE: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle$ e; $\langle u, \alpha v \rangle = \overline{\alpha} \langle u, v \rangle$
4. POSITIVIDADE: $\langle u, u \rangle \geq 0$

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$
2. Distributividade: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e; $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. Homogeneidade: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle$ e; $\langle u, \alpha v \rangle = \overline{\alpha} \langle u, v \rangle$
4. Positividade: $\langle u, u \rangle \geq 0$ e $\langle u, u \rangle = 0$

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL COMPLEXO $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. SIMETRIA HERMITIANA: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e; $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. HOMOGENEIDADE: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle$ e; $\langle u, \alpha v \rangle = \overline{\alpha} \langle u, v \rangle$
4. POSITIVIDADE: $\langle u, u \rangle \geq 0$ e $\langle u, u \rangle = 0$ se, e somente se,

DEFINIÇÃO:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos PRODUTO INTERNO EM UM ESPAÇO VETORIAL COMPLEXO $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. SIMETRIA HERMITIANA: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$
2. DISTRIBUTIVIDADE: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e; $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. HOMOGENEIDADE: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle$ e; $\langle u, \alpha v \rangle = \overline{\alpha} \langle u, v \rangle$
4. POSITIVIDADE: $\langle u, u \rangle \geq 0$ e $\langle u, u \rangle = 0$ se, e somente se, $u = 0$

Definição:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ e sejam $u, v \in \mathcal{V}$. Denotamos por $\langle u, v \rangle$ e denominamos Produto Interno em um espaço vetorial complexo $\mathcal{V}$ a operação que associa a cada par de vetores u e v em $\mathcal{V}$ e um escalar em $\mathbb{C}$; tal que valem as seguintes propriedades $\forall u, v, w \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{C}$:

1. Simetria Hermitiana: $\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle}$
2. Distributividade: $\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$ e; $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$
3. Homogeneidade: $\langle \alpha u, v \rangle = \alpha \langle u, v \rangle$ e; $\langle u, \alpha v \rangle = \overline{\alpha} \langle u, v \rangle$
4. Positividade: $\langle u, u \rangle \geq 0$ e $\langle u, u \rangle = 0$ se, e somente se, $u = 0$

Observação: A propriedade de simetria hermitiana no espaço vetorial complexo

Observação: A propriedade de simetria hermitiana no espaço vetorial complexo é necessária para garantir a propriedade de positividade.

OBSERVAÇÃO: A propriedade de SIMETRIA HERMITIANA no espaço vetorial complexo é necessária para garantir a propriedade de POSITIVIDADE.

Para $\forall u \in \mathcal{V}; u \neq 0$

OBSERVAÇÃO: A propriedade de SIMETRIA HERMITIANA no espaço vetorial complexo é necessária para garantir a propriedade de POSITIVIDADE.

Para $\forall u \in \mathcal{V}$; $u \neq 0 \Rightarrow iu \in \mathcal{V}$.

OBSERVAÇÃO: A propriedade de SIMETRIA HERMITIANA no espaço vetorial complexo é necessária para garantir a propriedade de POSITIVIDADE.
Para $\forall u \in \mathcal{V}; u \neq 0 \Rightarrow iu \in \mathcal{V}$.
Note que

$$\langle iu, iu \rangle =$$

OBSERVAÇÃO: A propriedade de SIMETRIA HERMITIANA no espaço vetorial complexo é necessária para garantir a propriedade de POSITIVIDADE.

Para $\forall u \in \mathcal{V}$; $u \neq 0 \Rightarrow iu \in \mathcal{V}$.

Note que

$$\langle iu, iu \rangle = ii.\langle u, u \rangle =$$

OBSERVAÇÃO: A propriedade de SIMETRIA HERMITIANA no espaço vetorial complexo é necessária para garantir a propriedade de POSITIVIDADE.
Para $\forall u \in \mathcal{V}; u \neq 0 \Rightarrow iu \in \mathcal{V}$.
Note que

$$\langle iu, iu \rangle = ii.\langle u, u \rangle = -\langle u, u \rangle$$

Observação: A propriedade de simetria hermitiana no espaço vetorial complexo é necessária para garantir a propriedade de positividade.
Para $\forall u \in \mathcal{V}; u \neq 0 \Rightarrow iu \in \mathcal{V}$.
Note que

$$\langle iu, iu \rangle = ii.\langle u, u \rangle = -\langle u, u \rangle \Rightarrow \langle iu, iu \rangle < 0.$$

OBSERVAÇÃO: A propriedade de SIMETRIA HERMITIANA no espaço vetorial complexo é necessária para garantir a propriedade de POSITIVIDADE.

Para $\forall u \in \mathcal{V}; u \neq 0 \Rightarrow iu \in \mathcal{V}$.

Note que

$$\langle iu, iu \rangle = ii. \langle u, u \rangle = -\langle u, u \rangle \Rightarrow \langle iu, iu \rangle < 0.$$

Porém, se consideramos a propriedade de SIMETRIA HERMITIANA:

OBSERVAÇÃO: A propriedade de SIMETRIA HERMITIANA no espaço vetorial complexo é necessária para garantir a propriedade de POSITIVIDADE.
Para $\forall u \in \mathcal{V}; u \neq 0 \Rightarrow iu \in \mathcal{V}$.
Note que

$$\langle iu, iu \rangle = ii.\langle u, u \rangle = -\langle u, u \rangle \Rightarrow \langle iu, iu \rangle < 0.$$

Porém, se consideramos a propriedade de SIMETRIA HERMITIANA:

$$\langle iu, iu \rangle =$$

OBSERVAÇÃO: A propriedade de SIMETRIA HERMITIANA no espaço vetorial complexo é necessária para garantir a propriedade de POSITIVIDADE.
Para $\forall u \in \mathcal{V}; u \neq 0 \Rightarrow iu \in \mathcal{V}$.
Note que

$$\langle iu, iu\rangle = ii.\langle u, u\rangle = -\langle u, u\rangle \Rightarrow \langle iu, iu\rangle < 0.$$

Porém, se consideramos a propriedade de SIMETRIA HERMITIANA:

$$\langle iu, iu\rangle = i\bar{i}\langle u, u\rangle =$$

OBSERVAÇÃO: A propriedade de SIMETRIA HERMITIANA no espaço vetorial complexo é necessária para garantir a propriedade de POSITIVIDADE.
Para $\forall u \in \mathcal{V}; u \neq 0 \Rightarrow iu \in \mathcal{V}$.
Note que

$$\langle iu, iu \rangle = ii. \langle u, u \rangle = -\langle u, u \rangle \Rightarrow \langle iu, iu \rangle < 0.$$

Porém, se consideramos a propriedade de SIMETRIA HERMITIANA:

$$\langle iu, iu \rangle = i\bar{i} \langle u, u \rangle = \langle u, u \rangle$$

OBSERVAÇÃO: A propriedade de SIMETRIA HERMITIANA no espaço vetorial complexo é necessária para garantir a propriedade de POSITIVIDADE.
Para $\forall u \in \mathcal{V}; u \neq 0 \Rightarrow iu \in \mathcal{V}$.
Note que

$$\langle iu, iu \rangle = ii. \langle u, u \rangle = -\langle u, u \rangle \Rightarrow \langle iu, iu \rangle < 0.$$

Porém, se consideramos a propriedade de SIMETRIA HERMITIANA:

$$\langle iu, iu \rangle = i\bar{i} \langle u, u \rangle = \langle u, u \rangle \Rightarrow \langle iu, iu \rangle > 0.$$

Definição: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$.

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$.
Um ESPAÇO VETORIAL COM PRODUTO INTERNO

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$.
Um ESPAÇO VETORIAL COM PRODUTO INTERNO denotado por $(\mathcal{V}, \langle\cdot,\cdot\rangle)$ é um ESPAÇO VETORIAL $\mathcal{V}$ SOBRE O CORPO $\mathbb{K}$

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$.
Um ESPAÇO VETORIAL COM PRODUTO INTERNO denotado por $(\mathcal{V}, \langle\cdot,\cdot\rangle)$ é um ESPAÇO VETORIAL $\mathcal{V}$ SOBRE O CORPO $\mathbb{K}$ COM PRODUTO INTERNO $\langle\cdot,\cdot\rangle$.

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$.
Um ESPAÇO VETORIAL COM PRODUTO INTERNO denotado por $(\mathcal{V}, \langle\cdot,\cdot\rangle)$ é um ESPAÇO VETORIAL $\mathcal{V}$ SOBRE O CORPO $\mathbb{K}$ COM PRODUTO INTERNO $\langle\cdot,\cdot\rangle$.

- Um ESPAÇO VETORIAL REAL COM PRODUTO INTERNO

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$.
Um ESPAÇO VETORIAL COM PRODUTO INTERNO denotado por $(\mathcal{V}, \langle\cdot,\cdot\rangle)$ é um ESPAÇO VETORIAL $\mathcal{V}$ SOBRE O CORPO $\mathbb{K}$ COM PRODUTO INTERNO $\langle\cdot,\cdot\rangle$.

- Um ESPAÇO VETORIAL REAL COM PRODUTO INTERNO é denominado ESPAÇO EUCLIDIANO.

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$.
Um ESPAÇO VETORIAL COM PRODUTO INTERNO denotado por $(\mathcal{V}, \langle\cdot,\cdot\rangle)$ é um ESPAÇO VETORIAL $\mathcal{V}$ SOBRE O CORPO $\mathbb{K}$ COM PRODUTO INTERNO $\langle\cdot,\cdot\rangle$.

- Um ESPAÇO VETORIAL REAL COM PRODUTO INTERNO é denominado ESPAÇO EUCLIDIANO.
- Um ESPAÇO VETORIAL COMPLEXO COM PRODUTO INTERNO

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$.
Um ESPAÇO VETORIAL COM PRODUTO INTERNO denotado por $(\mathcal{V}, \langle\cdot,\cdot\rangle)$ é um ESPAÇO VETORIAL $\mathcal{V}$ SOBRE O CORPO $\mathbb{K}$ COM PRODUTO INTERNO $\langle\cdot,\cdot\rangle$.

- Um ESPAÇO VETORIAL REAL COM PRODUTO INTERNO é denominado ESPAÇO EUCLIDIANO.
- Um ESPAÇO VETORIAL COMPLEXO COM PRODUTO INTERNO é denominado ESPAÇO UNITÁRIO.

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$.
Um ESPAÇO VETORIAL COM PRODUTO INTERNO denotado por $(\mathcal{V}, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ é um ESPAÇO VETORIAL $\mathcal{V}$ SOBRE O CORPO $\mathbb{K}$ COM PRODUTO INTERNO $\langle \cdot, \cdot \rangle$.

- Um ESPAÇO VETORIAL REAL COM PRODUTO INTERNO é denominado ESPAÇO EUCLIDIANO.
- Um ESPAÇO VETORIAL COMPLEXO COM PRODUTO INTERNO é denominado ESPAÇO UNITÁRIO.

EXEMPLO.1:

Seja $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$

EXEMPLO.1:

Seja $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$

EXEMPLO.1:

Seja $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i ; \forall x_i \in \mathbb{R}$.

EXEMPLO.1:

Seja $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i; \forall x_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o PRODUTO ESCALAR como sendo o PRODUTO INTERNO USUAL em $\mathbb{R}^n$,

EXEMPLO.1:

Seja $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i; \forall x_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o PRODUTO ESCALAR como sendo o PRODUTO INTERNO USUAL em $\mathbb{R}^n$, denominado PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO

EXEMPLO.1:

Seja $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i; \forall x_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o PRODUTO ESCALAR como sendo o PRODUTO INTERNO USUAL em $\mathbb{R}^n$, denominado PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO temos;

$$\langle u, v \rangle =$$

EXEMPLO.1:

Seja $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i; \forall x_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o PRODUTO ESCALAR como sendo o PRODUTO INTERNO USUAL em $\mathbb{R}^n$, denominado PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO temos;

$$\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

EXEMPLO.1:

Seja $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i; \forall x_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o PRODUTO ESCALAR como sendo o PRODUTO INTERNO USUAL em $\mathbb{R}^n$, denominado PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO temos;

$$\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

Na FORMA MATRICIAL;

$$\langle u, v \rangle =$$

EXEMPLO.1:

Seja $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i; \forall x_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o PRODUTO ESCALAR como sendo o PRODUTO INTERNO USUAL em $\mathbb{R}^n$, denominado PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO temos;

$$\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

Na FORMA MATRICIAL;

$$\langle u, v \rangle = Y^t X =$$

EXEMPLO.1:

Seja $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i; \forall x_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o PRODUTO ESCALAR como sendo o PRODUTO INTERNO USUAL em $\mathbb{R}^n$, denominado PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO temos;

$$\langle u, v\rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

Na FORMA MATRICIAL;

$$\langle u, v\rangle = Y^t X = Y^t I_n X.$$

EXEMPLO.1:

Seja $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i ; \forall x_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o PRODUTO ESCALAR como sendo o PRODUTO INTERNO USUAL em $\mathbb{R}^n$, denominado PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO temos;

$$\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

Na FORMA MATRICIAL;

$$\langle u, v \rangle = Y^t X = Y^t I_n X.$$

EXEMPLO.2:

Seja $\beta_{\mathbb{C}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$

Exemplo.2:

Seja $\beta_{\mathbb{C}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{C}^n$

EXEMPLO.2:

Seja $\beta_{\mathbb{C}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{C}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i; \forall x_i \in \mathbb{C}$.

EXEMPLO.2:

Seja $\beta_{\mathbb{C}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{C}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i; \forall x_i \in \mathbb{C}$.

Considerando o PRODUTO INTERNO USUAL em $\mathbb{C}^n$,

EXEMPLO.2:

Seja $\beta_{\mathbb{C}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{C}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i; \forall x_i \in \mathbb{C}$.

Considerando o PRODUTO INTERNO USUAL em $\mathbb{C}^n$, denominado PRODUTO INTERNO HERMITIANO

EXEMPLO.2:
Seja $\beta_{\mathbb{C}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{C}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i; \forall x_i \in \mathbb{C}$.

Considerando o PRODUTO INTERNO USUAL em $\mathbb{C}^n$, denominado PRODUTO INTERNO HERMITIANO temos;

$$\langle u, v \rangle =$$

EXEMPLO.2:

Seja $\beta_{\mathbb{C}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{C}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i; \forall x_i \in \mathbb{C}$.

Considerando o PRODUTO INTERNO USUAL em $\mathbb{C}^n$, denominado PRODUTO INTERNO HERMITIANO temos;

$$\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i \overline{y_i}$$

EXEMPLO.2:
Seja $\beta_{\mathbb{C}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{C}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i; \forall x_i \in \mathbb{C}$.

Considerando o PRODUTO INTERNO USUAL em $\mathbb{C}^n$, denominado PRODUTO INTERNO HERMITIANO temos;

$$\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i \overline{y_i}$$

Na FORMA MATRICIAL;

$$\langle u, v \rangle =$$

EXEMPLO.2:

Seja $\beta_{\mathbb{C}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{C}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i; \forall x_i \in \mathbb{C}$.

Considerando o PRODUTO INTERNO USUAL em $\mathbb{C}^n$, denominado PRODUTO INTERNO HERMITIANO temos;

$$\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i \overline{y_i}$$

Na FORMA MATRICIAL;

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y}^t X =$$

EXEMPLO.2:
Seja $\beta_{\mathbb{C}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{C}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i; \forall x_i \in \mathbb{C}$.

Considerando o PRODUTO INTERNO USUAL em $\mathbb{C}^n$, denominado PRODUTO INTERNO HERMITIANO temos;

$$\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i \overline{y_i}$$

Na FORMA MATRICIAL;

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y}^t X = \overline{Y^t} I_n X.$$

EXEMPLO.2:
Seja $\beta_{\mathbb{C}^n} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ e seja $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{C}^n \Rightarrow u = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i ; \forall x_i \in \mathbb{C}$.

Considerando o PRODUTO INTERNO USUAL em $\mathbb{C}^n$, denominado PRODUTO INTERNO HERMITIANO temos;

$$\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i \overline{y_i}$$

Na FORMA MATRICIAL;

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y}^t X = \overline{Y^t} I_n X .$$

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b])$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b])$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.

O PRODUTO INTERNO USUAL

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b])$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.

O PRODUTO INTERNO USUAL $\forall f, g \in \mathcal{C}([a, b])$ é dado por,

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b])$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.

O PRODUTO INTERNO USUAL $\forall f, g \in \mathcal{C}([a, b])$ é dado por,

$$\langle f, g \rangle =$$

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b])$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.

O PRODUTO INTERNO USUAL $\forall f, g \in \mathcal{C}([a, b])$ é dado por,

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x)g(x)dx$$

EXEMPLO.3:
Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b])$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.
O PRODUTO INTERNO USUAL $\forall f, g \in \mathcal{C}([a, b])$ é dado por,

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x)g(x)dx$$

EXEMPLO.4:
Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.

EXEMPLO.3:
Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b])$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.
O PRODUTO INTERNO USUAL $\forall f, g \in \mathcal{C}([a, b])$ é dado por,

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x)g(x)dx$$

EXEMPLO.4:
Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.
O PRODUTO INTERNO USUAL

EXEMPLO.3:
Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b])$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.
O PRODUTO INTERNO USUAL $\forall f, g \in \mathcal{C}([a, b])$ é dado por,

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x)g(x)dx$$

EXEMPLO.4:
Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.
O PRODUTO INTERNO USUAL $\forall A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ é dado por,

EXEMPLO.3:
Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b])$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.
O PRODUTO INTERNO USUAL $\forall f, g \in \mathcal{C}([a, b])$ é dado por,

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x)g(x)dx$$

EXEMPLO.4:
Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.
O PRODUTO INTERNO USUAL $\forall A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ é dado por,

$$\langle A, B \rangle =$$

EXEMPLO.3:
Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b])$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.
O PRODUTO INTERNO USUAL $\forall f, g \in \mathcal{C}([a, b])$ é dado por,

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x)g(x)dx$$

EXEMPLO.4:
Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.
O PRODUTO INTERNO USUAL $\forall A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ é dado por,

$$\langle A, B \rangle = tr(B^t A) =$$

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a,b])$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.

O PRODUTO INTERNO USUAL $\forall f, g \in \mathcal{C}([a,b])$ é dado por,

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x)g(x)dx$$

EXEMPLO.4:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.

O PRODUTO INTERNO USUAL $\forall A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ é dado por,

$$\langle A, B \rangle = tr(B^t A) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} b_{ij}.$$

EXEMPLO.3:
Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b])$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.
O PRODUTO INTERNO USUAL $\forall f, g \in \mathcal{C}([a, b])$ é dado por,

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x)g(x)dx$$

EXEMPLO.4:
Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.
O PRODUTO INTERNO USUAL $\forall A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ é dado por,

$$\langle A, B \rangle = tr(B^t A) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} b_{ij}.$$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ e $u = (x_1, \ldots, x_n), v = (y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ e $u = (x_1, \ldots, x_n), v = (y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.
   Verifique se as operações abaixo definem um produto interno em $\mathbb{R}^n$.

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ e $u = (x_1, \ldots, x_n), v = (y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.
   Verifique se as operações abaixo definem um produto interno em $\mathbb{R}^n$.
   (a) $\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i |y_i|$

EXERCÍCIOS:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ e $u = (x_1, \ldots, x_n), v = (y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.
   Verifique se as operações abaixo definem um produto interno em $\mathbb{R}^n$.
   (a) $\langle u, v\rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i|y_i|$
   (b) $\langle u, v\rangle = |\sum_{i=1}^{n} x_i y_i|$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ e $u = (x_1, \ldots, x_n), v = (y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.
   Verifique se as operações abaixo definem um produto interno em $\mathbb{R}^n$.
   (a) $\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^n x_i |y_i|$
   (b) $\langle u, v \rangle = | \sum_{i=1}^n x_i y_i |$
   (c) $\langle u, v \rangle = (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{j=1}^n y_j)$

EXERCÍCIOS:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ e $u = (x_1, \ldots, x_n)$, $v = (y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.
   Verifique se as operações abaixo definem um produto interno em $\mathbb{R}^n$.
   (a) $\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^n x_i |y_i|$
   (b) $\langle u, v \rangle = |\sum_{i=1}^n x_i y_i|$
   (c) $\langle u, v \rangle = (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{j=1}^n y_j)$
   (d) PRODUTO ESCALAR PONDERADO: $\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^n w_i x_i y_i$;

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ e $u = (x_1, \ldots, x_n), v = (y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.
   Verifique se as operações abaixo definem um produto interno em $\mathbb{R}^n$.
   (a) $\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i |y_i|$
   (b) $\langle u, v \rangle = |\sum_{i=1}^{n} x_i y_i|$
   (c) $\langle u, v \rangle = (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{j=1}^{n} y_j)$
   (d) produto escalar ponderado: $\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i y_i; \forall w_i > 0; i = 1, \ldots, n$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ e $u = (x_1, \ldots, x_n), v = (y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.
   Verifique se as operações abaixo definem um produto interno em $\mathbb{R}^n$.
   (a) $\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^n x_i |y_i|$
   (b) $\langle u, v \rangle = |\sum_{i=1}^n x_i y_i|$
   (c) $\langle u, v \rangle = (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{j=1}^n y_j)$
   (d) produto escalar ponderado: $\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^n w_i x_i y_i; \forall w_i > 0; i = 1, \ldots, n$
   (e) $\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^n w_i x_i y_i;$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ e $u = (x_1, \ldots, x_n), v = (y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.
   Verifique se as operações abaixo definem um produto interno em $\mathbb{R}^n$.
   (a) $\langle u, v\rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i |y_i|$
   (b) $\langle u, v\rangle = |\sum_{i=1}^{n} x_i y_i|$
   (c) $\langle u, v\rangle = (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{j=1}^{n} y_j)$
   (d) produto escalar ponderado: $\langle u, v\rangle = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i y_i; \forall w_i > 0; i = 1, \ldots, n$
   (e) $\langle u, v\rangle = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i y_i; \forall w_i \leq 0; i = 1, \ldots, n$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ e $u = (x_1, \ldots, x_n), v = (y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.
   Verifique se as operações abaixo definem um produto interno em $\mathbb{R}^n$.
   (a) $\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i |y_i|$
   (b) $\langle u, v \rangle = |\sum_{i=1}^{n} x_i y_i|$
   (c) $\langle u, v \rangle = (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{j=1}^{n} y_j)$
   (d) produto escalar ponderado: $\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i y_i ; \forall w_i > 0; i = 1, \ldots, n$
   (e) $\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i y_i ; \forall w_i \leq 0; i = 1, \ldots, n$

EXERCÍCIOS:

2. Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$

EXERCÍCIOS:

2. Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ e sejam $p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$,

Exercícios:

2. Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ e sejam $p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, $q(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$

EXERCÍCIOS:

2. Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ e sejam $p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, $q(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$.

Exercícios:

2. Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ e sejam $p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, $q(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$. Mostre que a operação abaixo define um produto interno em $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$.

EXERCÍCIOS:

2. Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ e sejam $p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, $q(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$. Mostre que a operação abaixo define um produto interno em $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$.
   $\langle p(t), q(t) \rangle = \sum_{i=0}^{2} a_i b_i$.

EXERCÍCIOS:

2. Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ e sejam $p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, $q(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$. Mostre que a operação abaixo define um produto interno em $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$.
   $\langle p(t), q(t) \rangle = \sum_{i=0}^{2} a_i b_i$.