Linguagem L_d

$$L_d = \{w_i \in \{0,1\}^* | w_i \notin L(M_i)\}$$

- Contém as cadeias que, quando consideradas como codificações de Máquinas de Turing, são tais que elas não são aceitas pelas respectivas Máquinas de Turing que elas representam;
- Linguagem da "diagonalização".

Diagonalização e a linguagem L_d

Para cada par linha/coluna (i, j), a tabela indica se M_i aceita w_j:

	w_1	w_2	w_3	w_4	...
$<M_1>=w_1$	0	1	1	0	...
$<M_2>=w_2$	1	1	0	0	...
$<M_3>=w_3$	0	0	1	1	...
$<M_4>=w_4$	0	1	0	1	...
...	...	...	...	...	...

1 indica aceitação, 0 indica rejeição ou loop (os valores apresentados são hipotéticos).

Diagonalização e a linguagem L_d

- Vetor característico: $0, 1, 1, 1, ...$;
- Complemento do vetor característico: $1, 0, 0, 0, ...$;
- $w_1 \in L_d$, $w_2 \notin L_d$, $w_3 \notin L_d$, $w_4 \notin L_d$ etc;
- Portanto, $L_d = \{w_1, ...\}$;
- $L_d = \{w_i | w_i \notin L(M_i)\}$;

Diagonalização e a linguagem L_d

- L_d não é aceita por nenhuma Máquina de Turing, pois o vetor característico dela difere em pelo menos uma posição do vetor característico de todas as linguagens aceitas por todas as Máquinas de Turing que existem;
- Em outras palavras, existe pelo menos uma cadeia que difere L_d de $L(M_i), \forall i \geq 1$;
- L_d não é uma linguagem recursivamente enumerável;
- Não existe nenhuma Máquina de Turing que aceite L_d.

Teorema 1

L_d não é recursivamente enumerável

Teorema:
A linguagem L_d não é recursivamente enumerável.
Prova:

- Suponha que L_d seja recursivamente enumerável. Então deve existir uma Máquina de Turing M que aceita L_d. Logo, $M = M_i$ para algum valor de i. Considere, portanto, que M_i aceita L_d e considere a cadeia w_i:
  - Se $w_i \in L_d$, então M_i aceita w_i. Mas, por definição, se M_i aceita w_i então w_i não pode pertencer à L_d;
  - Se $w_i \notin L_d$, então M_i não aceita w_i. Mas, por definição, se M_i não aceita w_i então w_i deve pertencer à L_d.
- Qualquer que seja o caso, há uma contradição;
- Logo, a hipótese é falsa e não existe M_i que aceite L_d.

Exercício:
Provar que Ld' (complemento de Ld) é turing reconhecível