



Universidade Federal da Bahia - UFBA  
Instituto de Matemática e Estatística - IME  
Departamento de Matemática



# MAT A07 - Álgebra Linear A

## Aula 10

Corpo, Espaços Vetoriais, Subespaços Vetoriais  
Definição e Exemplos

**Professora:** Isamara C. Alves

Data: 06/04/2021

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ .

# Corpo

## Definição

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

# Corpo

## Definição

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

# Corpo

## Definição

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

(I) **Comutativa:**

# Corpo

## Definição

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

(I) **Comutativa:**  $x + y = y + x; \forall x, y \in \mathbb{K}$

# Corpo

## Definição

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

(I) **Comutativa:**  $x + y = y + x; \forall x, y \in \mathbb{K}$

(II) **Associativa:**

# Corpo

## Definição

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

(I) **Comutativa:**  $x + y = y + x; \forall x, y \in \mathbb{K}$

(II) **Associativa:**  $(x + y) + z = x + (y + z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$



# Corpo

## Definição

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $x + y = y + x; \forall x, y \in \mathbb{K}$
- (II) **Associativa:**  $(x + y) + z = x + (y + z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Neutro:**

# Corpo

## Definição

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $x + y = y + x; \forall x, y \in \mathbb{K}$
- (II) **Associativa:**  $(x + y) + z = x + (y + z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists ! 0 \in \mathbb{K}; x + 0 = x; \forall x \in \mathbb{K};$

# Corpo

## Definição

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $x + y = y + x; \forall x, y \in \mathbb{K}$
- (II) **Associativa:**  $(x + y) + z = x + (y + z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists ! 0 \in \mathbb{K}; x + 0 = x; \forall x \in \mathbb{K};$
- (IV) **Elemento Simétrico:**

# Corpo

## Definição

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $x + y = y + x; \forall x, y \in \mathbb{K}$
- (II) **Associativa:**  $(x + y) + z = x + (y + z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathbb{K}; x + 0 = x; \forall x \in \mathbb{K};$
- (IV) **Elemento Simétrico:**  $\exists! -x \in \mathbb{K}; x + (-x) = 0; \forall x \in \mathbb{K}$

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $x + y = y + x; \forall x, y \in \mathbb{K}$
- (II) **Associativa:**  $(x + y) + z = x + (y + z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathbb{K}; x + 0 = x; \forall x \in \mathbb{K};$
- (IV) **Elemento Simétrico:**  $\exists! -x \in \mathbb{K}; x + (-x) = 0; \forall x \in \mathbb{K}$

2. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma MULTIPLICAÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $x + y = y + x; \forall x, y \in \mathbb{K}$
- (II) **Associativa:**  $(x + y) + z = x + (y + z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathbb{K}; x + 0 = x; \forall x \in \mathbb{K};$
- (IV) **Elemento Simétrico:**  $\exists! -x \in \mathbb{K}; x + (-x) = 0; \forall x \in \mathbb{K}$

2. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma MULTIPLICAÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Associativa:**

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $x + y = y + x; \forall x, y \in \mathbb{K}$
- (II) **Associativa:**  $(x + y) + z = x + (y + z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathbb{K}; x + 0 = x; \forall x \in \mathbb{K};$
- (IV) **Elemento Simétrico:**  $\exists! -x \in \mathbb{K}; x + (-x) = 0; \forall x \in \mathbb{K}$

2. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma MULTIPLICAÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Associativa:**  $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $x + y = y + x; \forall x, y \in \mathbb{K}$
- (II) **Associativa:**  $(x + y) + z = x + (y + z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathbb{K}; x + 0 = x; \forall x \in \mathbb{K};$
- (IV) **Elemento Simétrico:**  $\exists! -x \in \mathbb{K}; x + (-x) = 0; \forall x \in \mathbb{K}$

2. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma MULTIPLICAÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Associativa:**  $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (II) **Elemento Neutro:**



Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $x + y = y + x; \forall x, y \in \mathbb{K}$
- (II) **Associativa:**  $(x + y) + z = x + (y + z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathbb{K}; x + 0 = x; \forall x \in \mathbb{K};$
- (IV) **Elemento Simétrico:**  $\exists! -x \in \mathbb{K}; x + (-x) = 0; \forall x \in \mathbb{K}$

2. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma MULTIPLICAÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Associativa:**  $(x.y)z = x(y.z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (II) **Elemento Neutro:**  $1.x = x; \forall x, 1 \in \mathbb{K}$

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $x + y = y + x; \forall x, y \in \mathbb{K}$
- (II) **Associativa:**  $(x + y) + z = x + (y + z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathbb{K}; x + 0 = x; \forall x \in \mathbb{K};$
- (IV) **Elemento Simétrico:**  $\exists! -x \in \mathbb{K}; x + (-x) = 0; \forall x \in \mathbb{K}$

2. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma MULTIPLICAÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Associativa:**  $(x.y)z = x(y.z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (II) **Elemento Neutro:**  $1.x = x; \forall x, 1 \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Inverso:**

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $x + y = y + x; \forall x, y \in \mathbb{K}$
- (II) **Associativa:**  $(x + y) + z = x + (y + z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathbb{K}; x + 0 = x; \forall x \in \mathbb{K};$
- (IV) **Elemento Simétrico:**  $\exists! -x \in \mathbb{K}; x + (-x) = 0; \forall x \in \mathbb{K}$

2. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma MULTIPLICAÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Associativa:**  $(x.y)z = x(y.z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (II) **Elemento Neutro:**  $1.x = x; \forall x, 1 \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Inverso:**  $\exists \frac{1}{x} \in \mathbb{K}; \frac{1}{x}.x = 1; \forall x \in \mathbb{K}^*$

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $x + y = y + x; \forall x, y \in \mathbb{K}$
- (II) **Associativa:**  $(x + y) + z = x + (y + z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathbb{K}; x + 0 = x; \forall x \in \mathbb{K};$
- (IV) **Elemento Simétrico:**  $\exists! -x \in \mathbb{K}; x + (-x) = 0; \forall x \in \mathbb{K}$

2. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma MULTIPLICAÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Associativa:**  $(x.y)z = x(y.z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (II) **Elemento Neutro:**  $1.x = x; \forall x, 1 \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Inverso:**  $\exists \frac{1}{x} \in \mathbb{K}; \frac{1}{x}.x = 1; \forall x \in \mathbb{K}^*$
- (IV) **Distributiva para a adição:**

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $x + y = y + x; \forall x, y \in \mathbb{K}$
- (II) **Associativa:**  $(x + y) + z = x + (y + z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathbb{K}; x + 0 = x; \forall x \in \mathbb{K};$
- (IV) **Elemento Simétrico:**  $\exists! -x \in \mathbb{K}; x + (-x) = 0; \forall x \in \mathbb{K}$

2. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma MULTIPLICAÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Associativa:**  $(x.y)z = x(y.z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (II) **Elemento Neutro:**  $1.x = x; \forall x, 1 \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Inverso:**  $\exists \frac{1}{x} \in \mathbb{K}; \frac{1}{x}.x = 1; \forall x \in \mathbb{K}^*$
- (IV) **Distributiva para a adição:**  
 $x(y + z) = xy + xz; \forall x, y, z \in \mathbb{K}$

Seja  $\mathbb{K}$  um conjunto, onde  $\mathbb{K} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathbb{K}$  é um **CORPO** se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $x + y = y + x; \forall x, y \in \mathbb{K}$
- (II) **Associativa:**  $(x + y) + z = x + (y + z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathbb{K}; x + 0 = x; \forall x \in \mathbb{K};$
- (IV) **Elemento Simétrico:**  $\exists! -x \in \mathbb{K}; x + (-x) = 0; \forall x \in \mathbb{K}$

2. Está definida em  $\mathbb{K}$  uma MULTIPLICAÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Associativa:**  $(x.y)z = x(y.z); \forall x, y, z \in \mathbb{K}$
- (II) **Elemento Neutro:**  $1.x = x; \forall x, 1 \in \mathbb{K}$
- (III) **Elemento Inverso:**  $\exists \frac{1}{x} \in \mathbb{K}; \frac{1}{x}.x = 1; \forall x \in \mathbb{K}^*$
- (IV) **Distributiva para a adição:**  
 $x(y + z) = xy + xz; \forall x, y, z \in \mathbb{K}$

1.  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  com as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;

1.  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  com as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;
2.  $\mathbb{K} = \mathbb{C}$  com as operações usuais de adição e multiplicação por escalar.



1.  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  com as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;
2.  $\mathbb{K} = \mathbb{C}$  com as operações usuais de adição e multiplicação por escalar.

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ .

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

(I) **Comutativa:**

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

(I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$
- (II) **Associativa:**

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

(I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(u + v) + w = u + (v + w); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$



# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$
- (II) **Associativa:**  $(u + v) + w = u + (v + w); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$
- (III) **Elemento Neutro:**

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$
- (II) **Associativa:**  $(u + v) + w = u + (v + w); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists ! 0 \in \mathcal{V}; u + 0 = u; \forall u \in \mathcal{V};$

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$
- (II) **Associativa:**  $(u + v) + w = u + (v + w); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists ! 0 \in \mathcal{V}; u + 0 = u; \forall u \in \mathcal{V};$
- (IV) **Elemento Inverso:**

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$
- (II) **Associativa:**  $(u + v) + w = u + (v + w); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; u + 0 = u; \forall u \in \mathcal{V};$
- (IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -u \in \mathcal{V}; u + (-u) = 0; \forall u \in \mathcal{V}$

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$
- (II) **Associativa:**  $(u + v) + w = u + (v + w); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; u + 0 = u; \forall u \in \mathcal{V};$
- (IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -u \in \mathcal{V}; u + (-u) = 0; \forall u \in \mathcal{V}$

2. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR que satisfaz as seguintes propriedades:

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$
- (II) **Associativa:**  $(u + v) + w = u + (v + w); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; u + 0 = u; \forall u \in \mathcal{V};$
- (IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -u \in \mathcal{V}; u + (-u) = 0; \forall u \in \mathcal{V}$

2. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR que satisfaz as seguintes propriedades:  $\forall u, v \in \mathcal{V}$  e  $\forall \lambda, \beta \in \mathbb{K}$

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$
- (II) **Associativa:**  $(u + v) + w = u + (v + w); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; u + 0 = u; \forall u \in \mathcal{V};$
- (IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -u \in \mathcal{V}; u + (-u) = 0; \forall u \in \mathcal{V}$

2. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR que satisfaz as seguintes propriedades:  $\forall u, v \in \mathcal{V}$  e  $\forall \lambda, \beta \in \mathbb{K}$

- (I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$
- (II) **Associativa:**  $(u + v) + w = u + (v + w); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; u + 0 = u; \forall u \in \mathcal{V};$
- (IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -u \in \mathcal{V}; u + (-u) = 0; \forall u \in \mathcal{V}$

2. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR que satisfaz as seguintes propriedades:  $\forall u, v \in \mathcal{V}$  e  $\forall \lambda, \beta \in \mathbb{K}$

- (I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**  $\lambda(u + v) = \lambda v + \lambda u$



# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:
  - (I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$
  - (II) **Associativa:**  $(u + v) + w = u + (v + w); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$
  - (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; u + 0 = u; \forall u \in \mathcal{V};$
  - (IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -u \in \mathcal{V}; u + (-u) = 0; \forall u \in \mathcal{V}$
2. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR que satisfaz as seguintes propriedades:  $\forall u, v \in \mathcal{V}$  e  $\forall \lambda, \beta \in \mathbb{K}$ 
  - (I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**  $\lambda(u + v) = \lambda v + \lambda u$
  - (II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{K}$ :**

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$
- (II) **Associativa:**  $(u + v) + w = u + (v + w); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; u + 0 = u; \forall u \in \mathcal{V};$
- (IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -u \in \mathcal{V}; u + (-u) = 0; \forall u \in \mathcal{V}$

2. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR que satisfaz as seguintes propriedades:  $\forall u, v \in \mathcal{V}$  e  $\forall \lambda, \beta \in \mathbb{K}$

- (I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**  $\lambda(u + v) = \lambda v + \lambda u$
- (II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{K}$ :**  $(\lambda + \beta)u = \lambda u + \beta u$

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$
- (II) **Associativa:**  $(u + v) + w = u + (v + w); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; u + 0 = u; \forall u \in \mathcal{V};$
- (IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -u \in \mathcal{V}; u + (-u) = 0; \forall u \in \mathcal{V}$

2. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR que satisfaz as seguintes propriedades:  $\forall u, v \in \mathcal{V}$  e  $\forall \lambda, \beta \in \mathbb{K}$

- (I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**  $\lambda(u + v) = \lambda v + \lambda u$
- (II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{K}$ :**  $(\lambda + \beta)u = \lambda u + \beta u$
- (III) **Associativa para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{K}$ :**

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$
- (II) **Associativa:**  $(u + v) + w = u + (v + w); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; u + 0 = u; \forall u \in \mathcal{V};$
- (IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -u \in \mathcal{V}; u + (-u) = 0; \forall u \in \mathcal{V}$

2. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR que satisfaz as seguintes propriedades:  $\forall u, v \in \mathcal{V}$  e  $\forall \lambda, \beta \in \mathbb{K}$

- (I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**  $\lambda(u + v) = \lambda v + \lambda u$
- (II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{K}$ :**  $(\lambda + \beta)u = \lambda u + \beta u$
- (III) **Associativa para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{K}$ :**  
 $(\lambda.\beta)u = \lambda(\beta u) = \beta(\lambda u) = (\beta.\lambda)u$

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$
- (II) **Associativa:**  $(u + v) + w = u + (v + w); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; u + 0 = u; \forall u \in \mathcal{V};$
- (IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -u \in \mathcal{V}; u + (-u) = 0; \forall u \in \mathcal{V}$

2. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR que satisfaz as seguintes propriedades:  $\forall u, v \in \mathcal{V}$  e  $\forall \lambda, \beta \in \mathbb{K}$

- (I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**  $\lambda(u + v) = \lambda u + \lambda v$
- (II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{K}$ :**  $(\lambda + \beta)u = \lambda u + \beta u$
- (III) **Associativa para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{K}$ :**  
 $(\lambda.\beta)u = \lambda(\beta u) = \beta(\lambda u) = (\beta.\lambda)u$
- (IV) **Elemento Identidade:**

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$
- (II) **Associativa:**  $(u + v) + w = u + (v + w); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; u + 0 = u; \forall u \in \mathcal{V};$
- (IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -u \in \mathcal{V}; u + (-u) = 0; \forall u \in \mathcal{V}$

2. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR que satisfaz as seguintes propriedades:  $\forall u, v \in \mathcal{V}$  e  $\forall \lambda, \beta \in \mathbb{K}$

- (I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**  $\lambda(u + v) = \lambda u + \lambda v$
- (II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{K}$ :**  $(\lambda + \beta)u = \lambda u + \beta u$
- (III) **Associativa para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{K}$ :**  
 $(\lambda.\beta)u = \lambda(\beta u) = \beta(\lambda u) = (\beta.\lambda)u$
- (IV) **Elemento Identidade:**  $1.u = u; 1 \in \mathbb{K}$

# Espaços Vetoriais

## Definição

Seja  $\mathcal{V}$  um conjunto tal que  $\mathcal{V} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{V}$  é um **ESPAÇO VETORIAL** sobre um corpo  $\mathbb{K}$  se, e somente se,

1. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma ADIÇÃO que satisfaz as seguintes propriedades:

- (I) **Comutativa:**  $u + v = v + u; \forall u, v \in \mathcal{V}$
- (II) **Associativa:**  $(u + v) + w = u + (v + w); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$
- (III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; u + 0 = u; \forall u \in \mathcal{V};$
- (IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -u \in \mathcal{V}; u + (-u) = 0; \forall u \in \mathcal{V}$

2. Está definida em  $\mathcal{V}$  uma MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR que satisfaz as seguintes propriedades:  $\forall u, v \in \mathcal{V}$  e  $\forall \lambda, \beta \in \mathbb{K}$

- (I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**  $\lambda(u + v) = \lambda u + \lambda v$
- (II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{K}$ :**  $(\lambda + \beta)u = \lambda u + \beta u$
- (III) **Associativa para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{K}$ :**  
 $(\lambda.\beta)u = \lambda(\beta u) = \beta(\lambda u) = (\beta.\lambda)u$
- (IV) **Elemento Identidade:**  $1.u = u; 1 \in \mathbb{K}$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** COMPLEXO.

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** COMPLEXO.
3.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** COMPLEXO.
3.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** COMPLEXO.
3.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
4.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n =$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** COMPLEXO.
3.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
4.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{R}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL;

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** COMPLEXO.
3.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
4.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{R}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** COMPLEXO.
3.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
4.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{R}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** COMPLEXO.
3.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
4.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{R}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** COMPLEXO.
3.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
4.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{R}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** COMPLEXO.
3.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
4.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{R}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** COMPLEXO.
3.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
4.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{R}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :  
 $\lambda u = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) =$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
2.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** COMPLEXO.
3.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar; é um **espaço vetorial** REAL.
4.  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{R}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :  
 $\lambda u = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$ .

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n =$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial COMPLEXO**;



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial COMPLEXO**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial COMPLEXO**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :
- $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial COMPLEXO**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial COMPLEXO**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial COMPLEXO**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial COMPLEXO**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :  
 $\lambda u = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) =$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial COMPLEXO**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :  
 $\lambda u = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$ .

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial COMPLEXO**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :  
 $\lambda u = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$ .
6.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n =$



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial COMPLEXO**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :  
 $\lambda u = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$ .
6.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial REAL**;

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial COMPLEXO**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :  
 $\lambda u = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$ .
6.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial REAL**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial COMPLEXO**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :  
 $\lambda u = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$ .
6.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial REAL**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial COMPLEXO**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :  
 $\lambda u = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$ .
6.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial REAL**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial COMPLEXO**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :  
 $\lambda u = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$ .
6.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial REAL**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial COMPLEXO**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :  
 $\lambda u = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$ .
6.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial REAL**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial COMPLEXO**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :  
 $\lambda u = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$ .
6.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial REAL**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :  
 $\lambda u = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) =$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

5.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial COMPLEXO**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :  
 $\lambda u = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$ .
6.  $\mathcal{V} = \mathbb{C}^n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{C}, \forall i\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial REAL**; considerando as operações usuais de adição  $\forall u, v \in \mathcal{V}$ :  
 $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  com  $u + v = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ .  
e multiplicação por escalar  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$  e  $\forall u \in \mathcal{V}$ :  
 $\lambda u = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$ .



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

7.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R}) =$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

7.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} \mid a_{ij} \in \mathbb{R}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL;

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

7.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} \mid a_{ij} \in \mathbb{R}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

7.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} \mid a_{ij} \in \mathbb{R}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  
 $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

7.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} \mid a_{ij} \in \mathbb{R}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  
 $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .
8.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C}) =$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

7.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{R}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  
 $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .
8.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{C}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO;

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

7.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{R}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  
 $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .
8.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{C}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO; considerando as operações usuais de adição

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

7.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{R}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .
8.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{C}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

7.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{R}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .
8.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{C}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .
9.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C}) =$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

7.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{R}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .
8.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{C}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .
9.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{C}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL;

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

7.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{R}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .
8.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{C}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .
9.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{C}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

7.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{R}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .
8.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{C}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .
9.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{C}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

7.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{R}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .
8.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{C}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .
9.  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C}) = \{A_{m \times n} = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} | a_{ij} \in \mathbb{C}; \forall i, j\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

10.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

10.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  é o conjunto de **todos os polinômios reais de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ;

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

10.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  é o conjunto de **todos os polinômios reais de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

10.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  é o conjunto de **todos os polinômios reais de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

10.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  é o conjunto de **todos os polinômios reais de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ;  
considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R}) =$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

10.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  é o conjunto de **todos os polinômios reais de grau  $\leq n$ ;  $n \in \mathbb{N}$** ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R}) = \{p(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n \mid a_j \in \mathbb{R}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{R}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

10.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  é o conjunto de **todos os polinômios reais de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R}) = \{p(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n \mid a_j \in \mathbb{R}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{R}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL.

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

10.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  é o conjunto de **todos os polinômios reais de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R}) = \{p(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n \mid a_j \in \mathbb{R}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{R}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL.  
Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  :

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

10.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  é o conjunto de **todos os polinômios reais de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R}) = \{p(t) = a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n \mid a_j \in \mathbb{R}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{R}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  :

► 
$$p(t) + q(t) = (a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) + (b_0 + b_1t + \dots + b_nt^n)$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

10.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  é o conjunto de **todos os polinômios reais de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R}) = \{p(t) = a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n \mid a_j \in \mathbb{R}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{R}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  :

$$\begin{aligned} \blacktriangleright \quad p(t) + q(t) &= (a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) + (b_0 + b_1t + \dots + b_nt^n) \\ (p + q)(t) &= (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + \dots + (a_n + b_n)t^n; \text{ e} \end{aligned}$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

10.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  é o conjunto de **todos os polinômios reais de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R}) = \{p(t) = a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n \mid a_j \in \mathbb{R}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{R}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  :

- ▶  $p(t) + q(t) = (a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) + (b_0 + b_1t + \dots + b_nt^n)$   
 $(p + q)(t) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + \dots + (a_n + b_n)t^n$ ; e
- ▶  $\lambda p(t) = \lambda(a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n)$



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

10.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  é o conjunto de **todos os polinômios reais de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R}) = \{p(t) = a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n \mid a_j \in \mathbb{R}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{R}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  :

- ▶  $p(t) + q(t) = (a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) + (b_0 + b_1t + \dots + b_nt^n)$   
 $(p + q)(t) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + \dots + (a_n + b_n)t^n$ ; e
- ▶  $\lambda p(t) = \lambda(a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) = \lambda a_0 + \lambda a_1t + \dots + \lambda a_nt^n$ .

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

10.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  é o conjunto de **todos os polinômios reais de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R}) = \{p(t) = a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n \mid a_j \in \mathbb{R}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{R}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  :

- ▶  $p(t) + q(t) = (a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) + (b_0 + b_1t + \dots + b_nt^n)$   
 $(p + q)(t) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + \dots + (a_n + b_n)t^n$ ; e
- ▶  $\lambda p(t) = \lambda(a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) = \lambda a_0 + \lambda a_1t + \dots + \lambda a_nt^n$ .

**OBSERVAÇÃO:** O **polinômio nulo**  $0(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  é dado por :

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

10.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  é o conjunto de **todos os polinômios reais de grau**  $\leq n; n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R}) = \{p(t) = a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n | a_j \in \mathbb{R}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{R}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  :

- ▶  $p(t) + q(t) = (a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) + (b_0 + b_1t + \dots + b_nt^n)$   
 $(p + q)(t) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + \dots + (a_n + b_n)t^n$ ; e
- ▶  $\lambda p(t) = \lambda(a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) = \lambda a_0 + \lambda a_1t + \dots + \lambda a_nt^n$ .

**OBSERVAÇÃO:** O **polinômio nulo**  $0(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  é dado por :

$$0(t) = 0 + 0t + \dots + 0t^j + \dots + 0t^n = 0.$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

10.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  é o conjunto de **todos os polinômios reais de grau**  $\leq n; n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{R}) = \{p(t) = a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n | a_j \in \mathbb{R}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{R}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{R}$  é um **espaço vetorial** REAL.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  :

- ▶  $p(t) + q(t) = (a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) + (b_0 + b_1t + \dots + b_nt^n)$   
 $(p + q)(t) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + \dots + (a_n + b_n)t^n$ ; e
- ▶  $\lambda p(t) = \lambda(a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) = \lambda a_0 + \lambda a_1t + \dots + \lambda a_nt^n$ .

**OBSERVAÇÃO:** O **polinômio nulo**  $0(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  é dado por :

$$0(t) = 0 + 0t + \dots + 0t^j + \dots + 0t^n = 0.$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ;

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C}) =$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau  $\leq n$ ;  $n \in \mathbb{N}$** ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C}) = \{p(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n \mid a_j \in \mathbb{C}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{C}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C}) = \{p(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n \mid a_j \in \mathbb{C}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{C}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO.

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C}) = \{p(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n \mid a_j \in \mathbb{C}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{C}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO.  
Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  :

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C}) = \{p(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n \mid a_j \in \mathbb{C}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{C}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO.  
Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  :
- ▶  $p(t) + q(t) = (a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n) + (b_0 + b_1 t + \dots + b_n t^n)$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C}) = \{p(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n \mid a_j \in \mathbb{C}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{C}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  :

$$\begin{aligned} \blacktriangleright \quad & p(t) + q(t) = (a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n) + (b_0 + b_1 t + \dots + b_n t^n) \\ & (p + q)(t) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + \dots + (a_n + b_n)t^n; \text{ e} \end{aligned}$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C}) = \{p(t) = a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n \mid a_j \in \mathbb{C}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{C}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  :

- ▶  $p(t) + q(t) = (a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) + (b_0 + b_1t + \dots + b_nt^n)$   
 $(p + q)(t) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + \dots + (a_n + b_n)t^n$ ; e
- ▶  $\lambda p(t) = \lambda(a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n)$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C}) = \{p(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n \mid a_j \in \mathbb{C}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{C}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  :

- ▶  $p(t) + q(t) = (a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n) + (b_0 + b_1 t + \dots + b_n t^n)$   
 $(p + q)(t) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + \dots + (a_n + b_n)t^n$ ; e
- ▶  $\lambda p(t) = \lambda(a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n) = \lambda a_0 + \lambda a_1 t + \dots + \lambda a_n t^n$ .



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau  $\leq n$** ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C}) = \{p(t) = a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n \mid a_j \in \mathbb{C}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{C}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  :

- ▶  $p(t) + q(t) = (a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) + (b_0 + b_1t + \dots + b_nt^n)$   
 $(p + q)(t) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + \dots + (a_n + b_n)t^n$ ; e
- ▶  $\lambda p(t) = \lambda(a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) = \lambda a_0 + \lambda a_1t + \dots + \lambda a_nt^n$ .

12.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau  $\leq n$ ;  $n \in \mathbb{N}$** ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C}) = \{p(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n \mid a_j \in \mathbb{C}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{C}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  :

- ▶  $p(t) + q(t) = (a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n) + (b_0 + b_1 t + \dots + b_n t^n)$   
 $(p + q)(t) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + \dots + (a_n + b_n)t^n$ ; e
- ▶  $\lambda p(t) = \lambda(a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n) = \lambda a_0 + \lambda a_1 t + \dots + \lambda a_n t^n$ .

12.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau  $\leq n$ ;  $n \in \mathbb{N}$** ;

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau  $\leq n$ ;  $n \in \mathbb{N}$** ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C}) = \{p(t) = a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n \mid a_j \in \mathbb{C}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{C}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  :

- ▶  $p(t) + q(t) = (a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) + (b_0 + b_1t + \dots + b_nt^n)$   
 $(p + q)(t) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + \dots + (a_n + b_n)t^n$ ; e
- ▶  $\lambda p(t) = \lambda(a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) = \lambda a_0 + \lambda a_1t + \dots + \lambda a_nt^n$ .

12.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau  $\leq n$ ;  $n \in \mathbb{N}$** ; considerando as operações usuais de adição

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau**  $\leq n$ ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C}) = \{p(t) = a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n \mid a_j \in \mathbb{C}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{C}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  :

- ▶  $p(t) + q(t) = (a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) + (b_0 + b_1t + \dots + b_nt^n)$   
 $(p + q)(t) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + \dots + (a_n + b_n)t^n$ ; e
- ▶  $\lambda p(t) = \lambda(a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) = \lambda a_0 + \lambda a_1t + \dots + \lambda a_nt^n$ .

12.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau**  $\leq n$ ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ ,

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau**  $\leq n$ ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C}) = \{p(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n \mid a_j \in \mathbb{C}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{C}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  :

- ▶  $p(t) + q(t) = (a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n) + (b_0 + b_1 t + \dots + b_n t^n)$   
 $(p + q)(t) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + \dots + (a_n + b_n)t^n$ ; e
- ▶  $\lambda p(t) = \lambda(a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n) = \lambda a_0 + \lambda a_1 t + \dots + \lambda a_n t^n$ .

12.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau**  $\leq n$ ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ , é um **espaço vetorial** REAL.

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau**  $\leq n$ ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C}) = \{p(t) = a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n \mid a_j \in \mathbb{C}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{C}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  :

- ▶  $p(t) + q(t) = (a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) + (b_0 + b_1t + \dots + b_nt^n)$   
 $(p + q)(t) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + \dots + (a_n + b_n)t^n$ ; e
- ▶  $\lambda p(t) = \lambda(a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) = \lambda a_0 + \lambda a_1t + \dots + \lambda a_nt^n$ .

12.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau**  $\leq n$ ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ , é um **espaço vetorial** REAL.

**OBSERVAÇÃO:** O **polinômio nulo**  $0(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é dado por :

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau**  $\leq n$ ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C}) = \{p(t) = a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n \mid a_j \in \mathbb{C}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{C}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  :

- ▶  $p(t) + q(t) = (a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) + (b_0 + b_1t + \dots + b_nt^n)$   
 $(p + q)(t) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + \dots + (a_n + b_n)t^n$ ; e
- ▶  $\lambda p(t) = \lambda(a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) = \lambda a_0 + \lambda a_1t + \dots + \lambda a_nt^n$ .

12.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau**  $\leq n$ ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ , é um **espaço vetorial** REAL.

**OBSERVAÇÃO:** O **polinômio nulo**  $0(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é dado por :

$$0(t) = 0 + 0t + \dots + 0t^j + \dots + 0t^n = 0.$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

11.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau**  $\leq n$ ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{C}$ .  
 $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C}) = \{p(t) = a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n \mid a_j \in \mathbb{C}; \forall j = 0, 1, \dots, n; \forall t \in \mathbb{C}\}$  sobre o corpo  $\mathbb{C}$  é um **espaço vetorial** COMPLEXO.

Sejam  $p(t)$  e  $q(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  :

- ▶  $p(t) + q(t) = (a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) + (b_0 + b_1t + \dots + b_nt^n)$   
 $(p + q)(t) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + \dots + (a_n + b_n)t^n$ ; e
- ▶  $\lambda p(t) = \lambda(a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n) = \lambda a_0 + \lambda a_1t + \dots + \lambda a_nt^n$ .

12.  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é o conjunto de **todos os polinômios complexos de grau**  $\leq n$ ;  $n \in \mathbb{N}$ ; considerando as operações usuais de adição e multiplicação por escalar;  $\lambda \in \mathbb{K} = \mathbb{R}$ , é um **espaço vetorial** REAL.

**OBSERVAÇÃO:** O **polinômio nulo**  $0(t) \in \mathcal{P}_n(\mathbb{C})$  é dado por :

$$0(t) = 0 + 0t + \dots + 0t^j + \dots + 0t^n = 0.$$



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

Definimos as seguintes operações em  $\mathcal{V}$ :

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

Definimos as seguintes operações em  $\mathcal{V}$ :

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

Definimos as seguintes operações em  $\mathcal{V}$ :

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$
- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

Definimos as seguintes operações em  $\mathcal{V}$ :

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$
- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

Vamos verificar se  $(\mathcal{V}, \oplus, \odot)$  é um espaço vetorial real.

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

Definimos as seguintes operações em  $\mathcal{V}$ :

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$
- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

Vamos verificar se  $(\mathcal{V}, \oplus, \odot)$  é um espaço vetorial real.

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y =$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy =$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx =$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x;$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z =$



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z =$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z = x(yz) =$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z = x(yz) = x \oplus (y \oplus z);$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z = x(yz) = x \oplus (y \oplus z); \forall x, y, z \in \mathcal{V}$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z = x(yz) = x \oplus (y \oplus z); \forall x, y, z \in \mathcal{V}$

(III) **Elemento Neutro:**

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z = x(yz) = x \oplus (y \oplus z); \forall x, y, z \in \mathcal{V}$

(III) **Elemento Neutro:**  $\exists ! 0 \in \mathcal{V};$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z = x(yz) = x \oplus (y \oplus z); \forall x, y, z \in \mathcal{V}$

(III) **Elemento Neutro:**  $\exists ! 0 \in \mathcal{V}; x \oplus 0 =$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z = x(yz) = x \oplus (y \oplus z); \forall x, y, z \in \mathcal{V}$

(III) **Elemento Neutro:**  $\exists ! 0 \in \mathcal{V}; x \oplus 0 = x.0 = x;$



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z = x(yz) = x \oplus (y \oplus z); \forall x, y, z \in \mathcal{V}$

(III) **Elemento Neutro:**  $\exists ! 0 \in \mathcal{V}; x \oplus 0 = x.0 = x; \forall x \in \mathcal{V};$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z = x(yz) = x \oplus (y \oplus z); \forall x, y, z \in \mathcal{V}$

(III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; x \oplus 0 = x.0 = x; \forall x \in \mathcal{V};$  onde, **0 = 1 é o VETOR NULO**

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z = x(yz) = x \oplus (y \oplus z); \forall x, y, z \in \mathcal{V}$

(III) **Elemento Neutro:**  $\exists ! 0 \in \mathcal{V}; x \oplus 0 = x.0 = x; \forall x \in \mathcal{V};$  onde, **0 = 1 é o VETOR NULO**

(IV) **Elemento Inverso:**

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z = x(yz) = x \oplus (y \oplus z); \forall x, y, z \in \mathcal{V}$

(III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; x \oplus 0 = x.0 = x; \forall x \in \mathcal{V};$  onde, **0 = 1 é o VETOR NULO**

(IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -x \in \mathcal{V};$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z = x(yz) = x \oplus (y \oplus z); \forall x, y, z \in \mathcal{V}$

(III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; x \oplus 0 = x.0 = x; \forall x \in \mathcal{V};$  onde, **0 = 1 é o VETOR NULO**

(IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -x \in \mathcal{V}; x \oplus (-x) =$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z = x(yz) = x \oplus (y \oplus z); \forall x, y, z \in \mathcal{V}$

(III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; x \oplus 0 = x.0 = x; \forall x \in \mathcal{V};$  onde, **0 = 1 é o VETOR NULO**

(IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -x \in \mathcal{V}; x \oplus (-x) = x(-x) = 0;$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z = x(yz) = x \oplus (y \oplus z); \forall x, y, z \in \mathcal{V}$

(III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; x \oplus 0 = x.0 = x; \forall x \in \mathcal{V};$  onde, **0 = 1 é o VETOR NULO**

(IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -x \in \mathcal{V}; x \oplus (-x) = x(-x) = 0; \forall x \in \mathcal{V};$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z = x(yz) = x \oplus (y \oplus z); \forall x, y, z \in \mathcal{V}$

(III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; x \oplus 0 = x.0 = x; \forall x \in \mathcal{V};$  onde, **0 = 1 é o VETOR NULO**

(IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -x \in \mathcal{V}; x \oplus (-x) = x(-x) = 0; \forall x \in \mathcal{V};$  onde,  **$-x = \frac{1}{x}$  e**



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z = x(yz) = x \oplus (y \oplus z); \forall x, y, z \in \mathcal{V}$

(III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; x \oplus 0 = x.0 = x; \forall x \in \mathcal{V}$ ; onde,  $0 = 1$  é o VETOR NULO

(IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -x \in \mathcal{V}; x \oplus (-x) = x(-x) = 0; \forall x \in \mathcal{V}$ ; onde,  $-x = \frac{1}{x}$  e  $0 = 1$  é o elemento inverso e o vetor nulo, respectivamente.

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- ADIÇÃO:  $x \oplus y = xy; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(I) **Comutativa:**  $x \oplus y = xy = yx = y \oplus x; \forall x, y \in \mathcal{V}$

(II) **Associativa:**  $(x \oplus y) \oplus z = (xy)z = x(yz) = x \oplus (y \oplus z); \forall x, y, z \in \mathcal{V}$

(III) **Elemento Neutro:**  $\exists! 0 \in \mathcal{V}; x \oplus 0 = x.0 = x; \forall x \in \mathcal{V}$ ; onde, **0 = 1 é o VETOR NULO**

(IV) **Elemento Inverso:**  $\exists! -x \in \mathcal{V}; x \oplus (-x) = x(-x) = 0; \forall x \in \mathcal{V}$ ; onde,  **$-x = \frac{1}{x}$  e  $0 = 1$  é o elemento inverso e o vetor nulo**, respectivamente.

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

**(I) Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) =$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda =$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda =$$



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) =$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda + \beta) \odot x =$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda + \beta) \odot x = x^{\lambda + \beta} =$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda + \beta) \odot x = x^{\lambda+\beta} = x^\lambda x^\beta =$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda + \beta) \odot x = x^{\lambda+\beta} = x^\lambda x^\beta = x^\lambda \oplus x^\beta =$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda + \beta) \odot x = x^{\lambda + \beta} = x^\lambda x^\beta = x^\lambda \oplus x^\beta = (\lambda \odot x) \oplus (\beta \odot x);$$



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda + \beta) \odot x = x^{\lambda + \beta} = x^\lambda x^\beta = x^\lambda \oplus x^\beta = (\lambda \odot x) \oplus (\beta \odot x); \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda + \beta) \odot x = x^{\lambda + \beta} = x^\lambda x^\beta = x^\lambda \oplus x^\beta = (\lambda \odot x) \oplus (\beta \odot x); \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

(III) **Associativa para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda + \beta) \odot x = x^{\lambda + \beta} = x^\lambda x^\beta = x^\lambda \oplus x^\beta = (\lambda \odot x) \oplus (\beta \odot x); \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

(III) **Associativa para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda \cdot \beta) \odot x =$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda + \beta) \odot x = x^{\lambda + \beta} = x^\lambda x^\beta = x^\lambda \oplus x^\beta = (\lambda \odot x) \oplus (\beta \odot x); \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

(III) **Associativa para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda \cdot \beta) \odot x = x^{\lambda \beta} =$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda + \beta) \odot x = x^{\lambda+\beta} = x^\lambda x^\beta = x^\lambda \oplus x^\beta = (\lambda \odot x) \oplus (\beta \odot x); \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

(III) **Associativa para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda \cdot \beta) \odot x = x^{\lambda\beta} = x^{\beta\lambda} =$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda + \beta) \odot x = x^{\lambda + \beta} = x^\lambda x^\beta = x^\lambda \oplus x^\beta = (\lambda \odot x) \oplus (\beta \odot x); \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

(III) **Associativa para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda \cdot \beta) \odot x = x^{\lambda \beta} = x^{\beta \lambda} = (\beta \cdot \lambda) \odot x;$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda + \beta) \odot x = x^{\lambda+\beta} = x^\lambda x^\beta = x^\lambda \oplus x^\beta = (\lambda \odot x) \oplus (\beta \odot x); \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

(III) **Associativa para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda \cdot \beta) \odot x = x^{\lambda\beta} = x^{\beta\lambda} = (\beta \cdot \lambda) \odot x; \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda + \beta) \odot x = x^{\lambda+\beta} = x^\lambda x^\beta = x^\lambda \oplus x^\beta = (\lambda \odot x) \oplus (\beta \odot x); \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

(III) **Associativa para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda.\beta) \odot x = x^{\lambda\beta} = x^{\beta\lambda} = (\beta.\lambda) \odot x; \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

(IV) **Elemento Identidade:**



# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda + \beta) \odot x = x^{\lambda+\beta} = x^\lambda x^\beta = x^\lambda \oplus x^\beta = (\lambda \odot x) \oplus (\beta \odot x); \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

(III) **Associativa para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda \cdot \beta) \odot x = x^{\lambda\beta} = x^{\beta\lambda} = (\beta \cdot \lambda) \odot x; \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

(IV) **Elemento Identidade:  $1 \odot u =$**

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda + \beta) \odot x = x^{\lambda + \beta} = x^\lambda x^\beta = x^\lambda \oplus x^\beta = (\lambda \odot x) \oplus (\beta \odot x); \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

(III) **Associativa para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda \cdot \beta) \odot x = x^{\lambda \beta} = x^{\beta \lambda} = (\beta \cdot \lambda) \odot x; \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

(IV) **Elemento Identidade:  $1 \odot u = u^1 =$**

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda + \beta) \odot x = x^{\lambda + \beta} = x^\lambda x^\beta = x^\lambda \oplus x^\beta = (\lambda \odot x) \oplus (\beta \odot x); \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

(III) **Associativa para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda \cdot \beta) \odot x = x^{\lambda \beta} = x^{\beta \lambda} = (\beta \cdot \lambda) \odot x; \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

(IV) **Elemento Identidade:  $1 \odot u = u^1 = u; \forall u \in \mathcal{V}; 1 \in \mathbb{R}$**

# Espaços Vetoriais

## Exemplos

Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ .

- MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:  $\lambda \odot x = x^\lambda; \forall x \in \mathcal{V}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$

(I) **Distributiva para a adição de elementos em  $\mathcal{V}$ :**

$$\lambda \odot (x \oplus y) = (xy)^\lambda = x^\lambda y^\lambda = (\lambda \odot x)(\lambda \odot y) = (\lambda \odot x) \oplus (\lambda \odot y); \forall x, y \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(II) **Distributiva para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda + \beta) \odot x = x^{\lambda + \beta} = x^\lambda x^\beta = x^\lambda \oplus x^\beta = (\lambda \odot x) \oplus (\beta \odot x); \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

(III) **Associativa para a multiplicação por escalares em  $\mathbb{R}$ :**

$$(\lambda \cdot \beta) \odot x = x^{\lambda \beta} = x^{\beta \lambda} = (\beta \cdot \lambda) \odot x; \forall x \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$$

(IV) **Elemento Identidade:  $1 \odot u = u^1 = u; \forall u \in \mathcal{V}; 1 \in \mathbb{R}$**

# Subespaços Vetoriais

## Definição

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{W}$  um **subconjunto** de  $\mathcal{V}$ ;

# Subespaços Vetoriais

## Definição

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{W}$  um **subconjunto** de  $\mathcal{V}$ ; tal que  $\mathcal{W} \neq \emptyset$ .

# Subespaços Vetoriais

## Definição

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{W}$  um **subconjunto** de  $\mathcal{V}$ ; tal que  $\mathcal{W} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{W}$  é um **SUBESPAÇO VETORIAL** de  $\mathcal{V}$  se, e somente se, estão definidas em  $\mathcal{W}$  as seguintes operações:

# Subespaços Vetoriais

## Definição

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{W}$  um **subconjunto** de  $\mathcal{V}$ ; tal que  $\mathcal{W} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{W}$  é um **SUBESPAÇO VETORIAL** de  $\mathcal{V}$  se, e somente se, estão definidas em  $\mathcal{W}$  as seguintes operações:

(I) **Adição de vetores:**



# Subespaços Vetoriais

## Definição

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{W}$  um **subconjunto** de  $\mathcal{V}$ ; tal que  $\mathcal{W} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{W}$  é um **SUBESPAÇO VETORIAL** de  $\mathcal{V}$  se, e somente se, estão definidas em  $\mathcal{W}$  as seguintes operações:

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u, v \in \mathcal{W} \Rightarrow u + v \in \mathcal{W},$$

# Subespaços Vetoriais

## Definição

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{W}$  um **subconjunto** de  $\mathcal{V}$ ; tal que  $\mathcal{W} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{W}$  é um **SUBESPAÇO VETORIAL** de  $\mathcal{V}$  se, e somente se, estão definidas em  $\mathcal{W}$  as seguintes operações:

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u, v \in \mathcal{W} \Rightarrow u + v \in \mathcal{W},$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

# Subespaços Vetoriais

## Definição

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{W}$  um **subconjunto** de  $\mathcal{V}$ ; tal que  $\mathcal{W} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{W}$  é um **SUBESPAÇO VETORIAL** de  $\mathcal{V}$  se, e somente se, estão definidas em  $\mathcal{W}$  as seguintes operações:

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u, v \in \mathcal{W} \Rightarrow u + v \in \mathcal{W},$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall u \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{K} \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}.$$

# Subespaços Vetoriais

## Definição

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{W}$  um **subconjunto** de  $\mathcal{V}$ ; tal que  $\mathcal{W} \neq \emptyset$ . Dizemos que  $\mathcal{W}$  é um **SUBESPAÇO VETORIAL** de  $\mathcal{V}$  se, e somente se, estão definidas em  $\mathcal{W}$  as seguintes operações:

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u, v \in \mathcal{W} \Rightarrow u + v \in \mathcal{W},$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall u \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{K} \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}.$$

# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1. O conjunto  $\{0\}$  que contém apenas o **vetor nulo** é denominado ESPAÇO VETORIAL NULO.
2. Se  $\mathcal{V}$  é um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , então o **espaço vetorial nulo**  $\{0\}$

# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1. O conjunto  $\{0\}$  que contém apenas o **vetor nulo** é denominado ESPAÇO VETORIAL NULO.
2. Se  $\mathcal{V}$  é um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , então o **espaço vetorial nulo**  $\{0\}$  e o espaço vetorial  $\mathcal{V}$  são os SUBESPAÇOS IMPRÓPRIOS ou TRIVIAIS de  $\mathcal{V}$ .

# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1. O conjunto  $\{0\}$  que contém apenas o **vetor nulo** é denominado ESPAÇO VETORIAL NULO.
2. Se  $\mathcal{V}$  é um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , então o **espaço vetorial nulo**  $\{0\}$  e o espaço vetorial  $\mathcal{V}$  são os SUBESPAÇOS IMPRÓPRIOS ou TRIVIAIS de  $\mathcal{V}$ . Enquanto que os demais são denominados SUBESPAÇOS PRÓPRIOS de  $\mathcal{V}$ .

# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1. O conjunto  $\{0\}$  que contém apenas o **vetor nulo** é denominado ESPAÇO VETORIAL NULO.
2. Se  $\mathcal{V}$  é um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , então o **espaço vetorial nulo**  $\{0\}$  e o espaço vetorial  $\mathcal{V}$  são os SUBESPAÇOS IMPRÓPRIOS ou TRIVIAIS de  $\mathcal{V}$ . Enquanto que os demais são denominados SUBESPAÇOS PRÓPRIOS de  $\mathcal{V}$ .
3. Se  $\mathcal{V}$  é um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , então o subespaço  $\mathcal{W}$  de  $\mathcal{V}$  é também um espaço vetorial sobre  $\mathbb{K}$ .



# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^2$ .

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^2$ .

(I) **Adição de vetores:**

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^2$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (x, x), v = (y, y) \in \mathcal{W};$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^2$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (x, x), v = (y, y) \in \mathcal{W}; \Rightarrow$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^2$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (x, x), v = (y, y) \in \mathcal{W}; \Rightarrow u + v = (x + y, x + y) \in \mathcal{W}$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^2$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (x, x), v = (y, y) \in \mathcal{W}; \Rightarrow u + v = (x + y, x + y) \in \mathcal{W}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^2$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (x, x), v = (y, y) \in \mathcal{W}; \Rightarrow u + v = (x + y, x + y) \in \mathcal{W}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall u = (x, x) \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$$



# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^2$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (x, x), v = (y, y) \in \mathcal{W}; \Rightarrow u + v = (x + y, x + y) \in \mathcal{W}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall u = (x, x) \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda u =$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^2$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (x, x), v = (y, y) \in \mathcal{W}; \Rightarrow u + v = (x + y, x + y) \in \mathcal{W}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall u = (x, x) \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda u = \lambda(x, x) =$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^2$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (x, x), v = (y, y) \in \mathcal{W}; \Rightarrow u + v = (x + y, x + y) \in \mathcal{W}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall u = (x, x) \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda u = \lambda(x, x) = (\lambda x, \lambda x) \in \mathcal{W}.$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^2$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (x, x), v = (y, y) \in \mathcal{W}; \Rightarrow u + v = (x + y, x + y) \in \mathcal{W}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall u = (x, x) \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda u = \lambda(x, x) = (\lambda x, \lambda x) \in \mathcal{W}.$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

2.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

2.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^3$ .

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

2.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^3$ .

(I) **Adição de vetores:**

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

2.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^3$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (y_1 + z_1, y_1, z_1), v = (y_2 + z_2, y_2, z_2) \in \mathcal{W}$$



# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

2.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^3$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (y_1 + z_1, y_1, z_1), v = (y_2 + z_2, y_2, z_2) \in \mathcal{W} \Rightarrow$$

$$u + v = ((y_1 + y_2) + (z_1 + z_2),$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

2.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^3$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (y_1 + z_1, y_1, z_1), v = (y_2 + z_2, y_2, z_2) \in \mathcal{W} \Rightarrow$$

$$u + v = ((y_1 + y_2) + (z_1 + z_2), y_1 + y_2,$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

2.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^3$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (y_1 + z_1, y_1, z_1), v = (y_2 + z_2, y_2, z_2) \in \mathcal{W} \Rightarrow$$

$$u + v = ((y_1 + y_2) + (z_1 + z_2), y_1 + y_2, z_1 + z_2) \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}, \text{ e}$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

2.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^3$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (y_1 + z_1, y_1, z_1), v = (y_2 + z_2, y_2, z_2) \in \mathcal{W} \Rightarrow$$

$$u + v = ((y_1 + y_2) + (z_1 + z_2), y_1 + y_2, z_1 + z_2) \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}, \text{ e}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

2.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^3$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (y_1 + z_1, y_1, z_1), v = (y_2 + z_2, y_2, z_2) \in \mathcal{W} \Rightarrow$$

$$u + v = ((y_1 + y_2) + (z_1 + z_2), y_1 + y_2, z_1 + z_2) \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}, \text{ e}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall u = (y + z, y, z) \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

2.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^3$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (y_1 + z_1, y_1, z_1), v = (y_2 + z_2, y_2, z_2) \in \mathcal{W} \Rightarrow$$

$$u + v = ((y_1 + y_2) + (z_1 + z_2), y_1 + y_2, z_1 + z_2) \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}, \text{ e}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall u = (y + z, y, z) \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda u = (\lambda(y + z), \lambda y, \lambda z) =$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

2.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^3$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (y_1 + z_1, y_1, z_1), v = (y_2 + z_2, y_2, z_2) \in \mathcal{W} \Rightarrow$$

$$u + v = ((y_1 + y_2) + (z_1 + z_2), y_1 + y_2, z_1 + z_2) \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}, \text{ e}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall u = (y + z, y, z) \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda u = (\lambda(y + z), \lambda y, \lambda z) = (\lambda y + \lambda z, \lambda y, \lambda z)$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

2.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^3$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (y_1 + z_1, y_1, z_1), v = (y_2 + z_2, y_2, z_2) \in \mathcal{W} \Rightarrow$$

$$u + v = ((y_1 + y_2) + (z_1 + z_2), y_1 + y_2, z_1 + z_2) \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}, \text{ e}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall u = (y + z, y, z) \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda u = (\lambda(y + z), \lambda y, \lambda z) = (\lambda y + \lambda z, \lambda y, \lambda z) \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}.$$



# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

2.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^3$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u = (y_1 + z_1, y_1, z_1), v = (y_2 + z_2, y_2, z_2) \in \mathcal{W} \Rightarrow$$

$$u + v = ((y_1 + y_2) + (z_1 + z_2), y_1 + y_2, z_1 + z_2) \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}, \text{ e}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall u = (y + z, y, z) \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda u = (\lambda(y + z), \lambda y, \lambda z) = (\lambda y + \lambda z, \lambda y, \lambda z) \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}.$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall p(t), q(t) \in \mathcal{W}$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall p(t), q(t) \in \mathcal{W} \Rightarrow p(t) + q(t) =$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall p(t), q(t) \in \mathcal{W} \Rightarrow p(t) + q(t) = -p'(t) - q'(t) =$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall p(t), q(t) \in \mathcal{W} \Rightarrow p(t) + q(t) = -p'(t) - q'(t) = -(p'(t) + q'(t)) =$$



# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall p(t), q(t) \in \mathcal{W} \Rightarrow p(t) + q(t) = -p'(t) - q'(t) = -(p'(t) + q'(t)) = -(p(t) + q(t))'$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\begin{aligned} \forall p(t), q(t) \in \mathcal{W} \Rightarrow p(t) + q(t) &= -p'(t) - q'(t) = -(p'(t) + q'(t)) = \\ &= -(p(t) + q(t))' \Rightarrow (p(t) + q(t)) + (p(t) + q(t))' = 0 \end{aligned}$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\begin{aligned} \forall p(t), q(t) \in \mathcal{W} \Rightarrow p(t) + q(t) &= -p'(t) - q'(t) = -(p'(t) + q'(t)) = \\ &= -(p(t) + q(t))' \Rightarrow (p(t) + q(t)) + (p(t) + q(t))' = 0 \Rightarrow p(t) + q(t) \in \mathcal{W}, \text{ e} \end{aligned}$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\begin{aligned} \forall p(t), q(t) \in \mathcal{W} \Rightarrow p(t) + q(t) &= -p'(t) - q'(t) = -(p'(t) + q'(t)) = \\ &= -(p(t) + q(t))' \Rightarrow (p(t) + q(t)) + (p(t) + q(t))' = 0 \Rightarrow p(t) + q(t) \in \mathcal{W}, \text{ e} \end{aligned}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\begin{aligned} \forall p(t), q(t) \in \mathcal{W} \Rightarrow p(t) + q(t) &= -p'(t) - q'(t) = -(p'(t) + q'(t)) = \\ &= -(p(t) + q(t))' \Rightarrow (p(t) + q(t)) + (p(t) + q(t))' = 0 \Rightarrow p(t) + q(t) \in \mathcal{W}, \text{ e} \end{aligned}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall p(t) \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda p(t) =$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\begin{aligned} \forall p(t), q(t) \in \mathcal{W} \Rightarrow p(t) + q(t) &= -p'(t) - q'(t) = -(p'(t) + q'(t)) = \\ &= -(p(t) + q(t))' \Rightarrow (p(t) + q(t)) + (p(t) + q(t))' = 0 \Rightarrow p(t) + q(t) \in \mathcal{W}, \text{ e} \end{aligned}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall p(t) \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda p(t) = \lambda(-p'(t)) =$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\begin{aligned} \forall p(t), q(t) \in \mathcal{W} \Rightarrow p(t) + q(t) &= -p'(t) - q'(t) = -(p'(t) + q'(t)) = \\ &= -(p(t) + q(t))' \Rightarrow (p(t) + q(t)) + (p(t) + q(t))' = 0 \Rightarrow p(t) + q(t) \in \mathcal{W}, \text{ e} \end{aligned}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall p(t) \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda p(t) = \lambda(-p'(t)) = -(\lambda p'(t))$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\begin{aligned} \forall p(t), q(t) \in \mathcal{W} \Rightarrow p(t) + q(t) &= -p'(t) - q'(t) = -(p'(t) + q'(t)) = \\ &= -(p(t) + q(t))' \Rightarrow (p(t) + q(t)) + (p(t) + q(t))' = 0 \Rightarrow p(t) + q(t) \in \mathcal{W}, \text{ e} \end{aligned}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall p(t) \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda p(t) = \lambda(-p'(t)) = -(\lambda p'(t)) = -(\lambda p(t))'$$



# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\begin{aligned} \forall p(t), q(t) \in \mathcal{W} \Rightarrow p(t) + q(t) &= -p'(t) - q'(t) = -(p'(t) + q'(t)) = \\ &= -(p(t) + q(t))' \Rightarrow (p(t) + q(t)) + (p(t) + q(t))' = 0 \Rightarrow p(t) + q(t) \in \mathcal{W}, \text{ e} \end{aligned}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\begin{aligned} \forall p(t) \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda p(t) &= \lambda(-p'(t)) = -(\lambda p'(t)) = -(\lambda p(t))' \Rightarrow \\ \lambda p(t) + (\lambda p(t))' &= 0 \end{aligned}$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\begin{aligned} \forall p(t), q(t) \in \mathcal{W} \Rightarrow p(t) + q(t) &= -p'(t) - q'(t) = -(p'(t) + q'(t)) = \\ &= -(p(t) + q(t))' \Rightarrow (p(t) + q(t)) + (p(t) + q(t))' = 0 \Rightarrow p(t) + q(t) \in \mathcal{W}, \text{ e} \end{aligned}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\begin{aligned} \forall p(t) \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda p(t) &= \lambda(-p'(t)) = -(\lambda p'(t)) = -(\lambda p(t))' \Rightarrow \\ \lambda p(t) + (\lambda p(t))' &= 0 \Rightarrow \lambda p(t) \in \mathcal{W}. \end{aligned}$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

3.  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(t) + p'(t) = 0\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\begin{aligned} \forall p(t), q(t) \in \mathcal{W} \Rightarrow p(t) + q(t) &= -p'(t) - q'(t) = -(p'(t) + q'(t)) = \\ &= -(p(t) + q(t))' \Rightarrow (p(t) + q(t)) + (p(t) + q(t))' = 0 \Rightarrow p(t) + q(t) \in \mathcal{W}, \text{ e} \end{aligned}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\begin{aligned} \forall p(t) \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda p(t) &= \lambda(-p'(t)) = -(\lambda p'(t)) = -(\lambda p(t))' \Rightarrow \\ \lambda p(t) + (\lambda p(t))' &= 0 \Rightarrow \lambda p(t) \in \mathcal{W}. \end{aligned}$$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

4.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t\}$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

4.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ .

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

4.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

4.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$\forall A, B \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $A = A^t$  e  $B = B^t$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

4.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall A, B \in \mathcal{W}; \text{ tais que, } A = A^t \text{ e } B = B^t \Rightarrow A + B = A^t + B^t = (A + B)^t$$



# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

4.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$\forall A, B \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $A = A^t$  e  $B = B^t \Rightarrow A + B = A^t + B^t = (A + B)^t$   
 $\Rightarrow A + B \in \mathcal{W}$ , e

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

4.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$\forall A, B \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $A = A^t$  e  $B = B^t \Rightarrow A + B = A^t + B^t = (A + B)^t$   
 $\Rightarrow A + B \in \mathcal{W}$ , e

(II) **Multiplicação por escalar:**

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

4.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$\forall A, B \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $A = A^t$  e  $B = B^t \Rightarrow A + B = A^t + B^t = (A + B)^t$   
 $\Rightarrow A + B \in \mathcal{W}$ , e

(II) **Multiplicação por escalar:**

$\forall A \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda A = \lambda A^t = (\lambda A)^t$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

4.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$\forall A, B \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $A = A^t$  e  $B = B^t \Rightarrow A + B = A^t + B^t = (A + B)^t$   
 $\Rightarrow A + B \in \mathcal{W}$ , e

(II) **Multiplicação por escalar:**

$\forall A \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda A = \lambda A^t = (\lambda A)^t \Rightarrow \lambda A \in \mathcal{W}$ .

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

4.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ .

(I) **Adição de vetores:**

$\forall A, B \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $A = A^t$  e  $B = B^t \Rightarrow A + B = A^t + B^t = (A + B)^t$   
 $\Rightarrow A + B \in \mathcal{W}$ , e

(II) **Multiplicação por escalar:**

$\forall A \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda A = \lambda A^t = (\lambda A)^t \Rightarrow \lambda A \in \mathcal{W}$ .

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  então,  $\mathcal{W} = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid AX = 0_n\};$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  então,  $\mathcal{W} = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid AX = 0_n\};$   
onde,  $X_n$  é o conjunto solução do **sistema linear homogêneo**.



# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  então,  $\mathcal{W} = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid AX = 0_n\};$

onde,  $X_n$  é o conjunto solução do **sistema linear homogêneo**.  
 $\mathcal{W}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^n$ .

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  então,  $\mathcal{W} = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid AX = 0_n\};$

onde,  $X_n$  é o conjunto solução do **sistema linear homogêneo**.  
 $\mathcal{W}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^n$ .

(I) **Adição de vetores:**

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  então,  $\mathcal{W} = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid AX = 0_n\}$ ;

onde,  $X_n$  é o conjunto solução do **sistema linear homogêneo**.

$\mathcal{W}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^n$ .

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}; u = (x_1, \dots, x_n), v = (y_1, \dots, y_n) \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $AX = 0_n$  e  $AY = 0_n$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  então,  $\mathcal{W} = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid AX = 0_n\};$

onde,  $X_n$  é o conjunto solução do **sistema linear homogêneo**.

$\mathcal{W}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^n$ .

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}; u = (x_1, \dots, x_n), v = (y_1, \dots, y_n) \in \mathcal{W};$  tais que,  $AX = 0_n$  e  $AY = 0_n$   
 $\Rightarrow A(X + Y) =$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  então,  $\mathcal{W} = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid AX = 0_n\};$

onde,  $X_n$  é o conjunto solução do **sistema linear homogêneo**.  
 $\mathcal{W}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^n$ .

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}; u = (x_1, \dots, x_n), v = (y_1, \dots, y_n) \in \mathcal{W};$  tais que,  $AX = 0_n$  e  $AY = 0_n$   
 $\Rightarrow A(X + Y) = AX + AY =$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  então,  $\mathcal{W} = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid AX = 0_n\}$ ;

onde,  $X_n$  é o conjunto solução do **sistema linear homogêneo**.

$\mathcal{W}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^n$ .

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}; u = (x_1, \dots, x_n), v = (y_1, \dots, y_n) \in \mathcal{W};$  tais que,  $AX = 0_n$  e  $AY = 0_n$   
 $\Rightarrow A(X + Y) = AX + BY = 0_n + 0_n$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  então,  $\mathcal{W} = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid AX = 0_n\};$

onde,  $X_n$  é o conjunto solução do **sistema linear homogêneo**.  
 $\mathcal{W}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^n$ .

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}; u = (x_1, \dots, x_n), v = (y_1, \dots, y_n) \in \mathcal{W};$  tais que,  $AX = 0_n$  e  $AY = 0_n$   
 $\Rightarrow A(X + Y) = AX + BY = 0_n + 0_n = 0_n$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  então,  $\mathcal{W} = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid AX = 0_n\};$

onde,  $X_n$  é o conjunto solução do **sistema linear homogêneo**.

$\mathcal{W}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^n$ .

### (I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}; u = (x_1, \dots, x_n), v = (y_1, \dots, y_n) \in \mathcal{W};$  tais que,  $AX = 0_n$  e  $AY = 0_n$   
 $\Rightarrow A(X + Y) = AX + BY = 0_n + 0_n = 0_n \Rightarrow X + Y \in \mathcal{W};$  ou seja,  $u + v \in \mathcal{W}$ , e



# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  então,  $\mathcal{W} = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n | AX = 0_n\};$

onde,  $X_n$  é o conjunto solução do **sistema linear homogêneo**.

$\mathcal{W}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^n$ .

### (I) Adição de vetores:

$\forall u, v \in \mathcal{W}; u = (x_1, \dots, x_n), v = (y_1, \dots, y_n) \in \mathcal{W};$  tais que,  $AX = 0_n$  e  $AY = 0_n$   
 $\Rightarrow A(X + Y) = AX + BY = 0_n + 0_n = 0_n \Rightarrow X + Y \in \mathcal{W};$  ou seja,  $u + v \in \mathcal{W}$ , e

### (II) Multiplicação por escalar:

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  então,  $\mathcal{W} = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid AX = 0_n\};$

onde,  $X_n$  é o conjunto solução do **sistema linear homogêneo**.

$\mathcal{W}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^n$ .

### (I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}; u = (x_1, \dots, x_n), v = (y_1, \dots, y_n) \in \mathcal{W};$  tais que,  $AX = 0_n$  e  $AY = 0_n$   
 $\Rightarrow A(X + Y) = AX + BY = 0_n + 0_n = 0_n \Rightarrow X + Y \in \mathcal{W};$  ou seja,  $u + v \in \mathcal{W}$ , e

### (II) **Multiplicação por escalar:**

$\forall X \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow A(\lambda X) =$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  então,  $\mathcal{W} = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid AX = 0_n\};$

onde,  $X_n$  é o conjunto solução do **sistema linear homogêneo**.  
 $\mathcal{W}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^n$ .

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}; u = (x_1, \dots, x_n), v = (y_1, \dots, y_n) \in \mathcal{W};$  tais que,  $AX = 0_n$  e  $AY = 0_n$   
 $\Rightarrow A(X + Y) = AX + BY = 0_n + 0_n = 0_n \Rightarrow X + Y \in \mathcal{W};$  ou seja,  $u + v \in \mathcal{W}$ , e

(II) **Multiplicação por escalar:**

$\forall X \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow A(\lambda X) = \lambda(AX) =$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  então,  $\mathcal{W} = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n | AX = 0_n\};$

onde,  $X_n$  é o conjunto solução do **sistema linear homogêneo**.

$\mathcal{W}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^n$ .

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}; u = (x_1, \dots, x_n), v = (y_1, \dots, y_n) \in \mathcal{W};$  tais que,  $AX = 0_n$  e  $AY = 0_n$   
 $\Rightarrow A(X + Y) = AX + BY = 0_n + 0_n = 0_n \Rightarrow X + Y \in \mathcal{W};$  ou seja,  $u + v \in \mathcal{W}$ , e

(II) **Multiplicação por escalar:**

$\forall X \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow A(\lambda X) = \lambda(AX) = \lambda(0_n)$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  então,  $\mathcal{W} = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid AX = 0_n\};$

onde,  $X_n$  é o conjunto solução do **sistema linear homogêneo**.  
 $\mathcal{W}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^n$ .

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}; u = (x_1, \dots, x_n), v = (y_1, \dots, y_n) \in \mathcal{W};$  tais que,  $AX = 0_n$  e  $AY = 0_n$   
 $\Rightarrow A(X + Y) = AX + BY = 0_n + 0_n = 0_n \Rightarrow X + Y \in \mathcal{W};$  ou seja,  $u + v \in \mathcal{W}$ , e

(II) **Multiplicação por escalar:**

$\forall X \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow A(\lambda X) = \lambda(AX) = \lambda(0_n) = 0_n$

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  então,  $\mathcal{W} = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n | AX = 0_n\};$

onde,  $X_n$  é o conjunto solução do **sistema linear homogêneo**.

$\mathcal{W}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^n$ .

**(I) Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}; u = (x_1, \dots, x_n), v = (y_1, \dots, y_n) \in \mathcal{W};$  tais que,  $AX = 0_n$  e  $AY = 0_n$   
 $\Rightarrow A(X + Y) = AX + BY = 0_n + 0_n = 0_n \Rightarrow X + Y \in \mathcal{W};$  ou seja,  $u + v \in \mathcal{W}$ , e

**(II) Multiplicação por escalar:**

$\forall X \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow A(\lambda X) = \lambda(AX) = \lambda(0_n) = 0_n \Rightarrow \lambda X \in \mathcal{W};$  ou seja,  $\lambda u \in \mathcal{W}$ .

# Subespaços Vetoriais

## Exemplos

5. Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $X_n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  então,  $\mathcal{W} = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n | AX = 0_n\};$

onde,  $X_n$  é o conjunto solução do **sistema linear homogêneo**.

$\mathcal{W}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^n$ .

**(I) Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}; u = (x_1, \dots, x_n), v = (y_1, \dots, y_n) \in \mathcal{W};$  tais que,  $AX = 0_n$  e  $AY = 0_n$   
 $\Rightarrow A(X + Y) = AX + BY = 0_n + 0_n = 0_n \Rightarrow X + Y \in \mathcal{W};$  ou seja,  $u + v \in \mathcal{W}$ , e

**(II) Multiplicação por escalar:**

$\forall X \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow A(\lambda X) = \lambda(AX) = \lambda(0_n) = 0_n \Rightarrow \lambda X \in \mathcal{W};$  ou seja,  $\lambda u \in \mathcal{W}$ .

# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\}$



# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $u = (y_1^2, y_1)$  e  $v = (y_2^2, y_2)$

# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $u = (y_1^2, y_1)$  e  $v = (y_2^2, y_2)$

$\Rightarrow u + v =$

# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $u = (y_1^2, y_1)$  e  $v = (y_2^2, y_2)$

$$\Rightarrow u + v = (y_1^2 + y_2^2, y_1 + y_2)$$

# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$$\begin{aligned} \forall u, v \in \mathcal{W}; \text{ tais que, } u &= (y_1^2, y_1) \text{ e } v = (y_2^2, y_2) \\ \Rightarrow u + v &= (y_1^2 + y_2^2, y_1 + y_2) \Rightarrow y_1^2 + y_2^2 \neq (y_1 + y_2)^2 \end{aligned}$$

# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $u = (y_1^2, y_1)$  e  $v = (y_2^2, y_2)$

$\Rightarrow u + v = (y_1^2 + y_2^2, y_1 + y_2) \Rightarrow y_1^2 + y_2^2 \neq (y_1 + y_2)^2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}$ , e

# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $u = (y_1^2, y_1)$  e  $v = (y_2^2, y_2)$

$\Rightarrow u + v = (y_1^2 + y_2^2, y_1 + y_2) \Rightarrow y_1^2 + y_2^2 \neq (y_1 + y_2)^2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}$ , e

(II) **Multiplicação por escalar:**

# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $u = (y_1^2, y_1)$  e  $v = (y_2^2, y_2)$

$\Rightarrow u + v = (y_1^2 + y_2^2, y_1 + y_2) \Rightarrow y_1^2 + y_2^2 \neq (y_1 + y_2)^2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}$ , e

(II) **Multiplicação por escalar:**

$\forall u \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda u =$



# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $u = (y_1^2, y_1)$  e  $v = (y_2^2, y_2)$

$\Rightarrow u + v = (y_1^2 + y_2^2, y_1 + y_2) \Rightarrow y_1^2 + y_2^2 \neq (y_1 + y_2)^2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}$ , e

(II) **Multiplicação por escalar:**

$\forall u \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda u = \lambda(y_1^2, y_1) =$

# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $u = (y_1^2, y_1)$  e  $v = (y_2^2, y_2)$

$\Rightarrow u + v = (y_1^2 + y_2^2, y_1 + y_2) \Rightarrow y_1^2 + y_2^2 \neq (y_1 + y_2)^2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}$ , e

(II) **Multiplicação por escalar:**

$\forall u \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda u = \lambda(y_1^2, y_1) = (\lambda y_1^2, \lambda y_1)$

# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $u = (y_1^2, y_1)$  e  $v = (y_2^2, y_2)$

$\Rightarrow u + v = (y_1^2 + y_2^2, y_1 + y_2) \Rightarrow y_1^2 + y_2^2 \neq (y_1 + y_2)^2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}$ , e

(II) **Multiplicação por escalar:**

$\forall u \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda u = \lambda(y_1^2, y_1) = (\lambda y_1^2, \lambda y_1) \Rightarrow \lambda y_1^2 \neq (\lambda y_1)^2$

# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$\forall u, v \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $u = (y_1^2, y_1)$  e  $v = (y_2^2, y_2)$

$\Rightarrow u + v = (y_1^2 + y_2^2, y_1 + y_2) \Rightarrow y_1^2 + y_2^2 \neq (y_1 + y_2)^2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}$ , e

(II) **Multiplicação por escalar:**

$\forall u \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda u = \lambda(y_1^2, y_1) = (\lambda y_1^2, \lambda y_1) \Rightarrow \lambda y_1^2 \neq (\lambda y_1)^2 \Rightarrow \lambda u \notin \mathcal{W}$ .

# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u, v \in \mathcal{W}; \text{ tais que, } u = (y_1^2, y_1) \text{ e } v = (y_2^2, y_2)$$

$$\Rightarrow u + v = (y_1^2 + y_2^2, y_1 + y_2) \Rightarrow y_1^2 + y_2^2 \neq (y_1 + y_2)^2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}, \text{ e}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall u \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda u = \lambda(y_1^2, y_1) = (\lambda y_1^2, \lambda y_1) \Rightarrow \lambda y_1^2 \neq (\lambda y_1)^2 \Rightarrow \lambda u \notin \mathcal{W}.$$

Por (I) e (II), podemos concluir que  $\mathcal{W}$  **NÃO** é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^2$ .

# Subespaços Vetoriais

## OBSERVAÇÕES

1.  $\mathcal{W} = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall u, v \in \mathcal{W}; \text{ tais que, } u = (y_1^2, y_1) \text{ e } v = (y_2^2, y_2)$$

$$\Rightarrow u + v = (y_1^2 + y_2^2, y_1 + y_2) \Rightarrow y_1^2 + y_2^2 \neq (y_1 + y_2)^2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}, \text{ e}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall u \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda u = \lambda(y_1^2, y_1) = (\lambda y_1^2, \lambda y_1) \Rightarrow \lambda y_1^2 \neq (\lambda y_1)^2 \Rightarrow \lambda u \notin \mathcal{W}.$$

Por (I) e (II), podemos concluir que  $\mathcal{W}$  **NÃO** é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^2$ .

# Subespaços Vetoriais

## Observações

2.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^2\}$

# Subespaços Vetoriais

## Observações

2.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^2\}$

(I) **Adição de vetores:**



# Subespaços Vetoriais

## Observações

2.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$\forall A, B \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $A = A^2$  e  $B = B^2$

# Subespaços Vetoriais

## Observações

2.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall A, B \in \mathcal{W}; \text{ tais que, } A = A^2 \text{ e } B = B^2 \Rightarrow A + B =$$

# Subespaços Vetoriais

## Observações

2.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall A, B \in \mathcal{W}; \text{ tais que, } A = A^2 \text{ e } B = B^2 \Rightarrow A + B = A^2 + B^2$$

# Subespaços Vetoriais

## Observações

2.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall A, B \in \mathcal{W}; \text{ tais que, } A = A^2 \text{ e } B = B^2 \Rightarrow A + B = A^2 + B^2 \neq (A + B)^2$$

# Subespaços Vetoriais

## Observações

2.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall A, B \in \mathcal{W}; \text{ tais que, } A = A^2 \text{ e } B = B^2 \Rightarrow A + B = A^2 + B^2 \neq (A + B)^2 \\ \Rightarrow A + B \notin \mathcal{W}, \text{ e}$$

# Subespaços Vetoriais

## Observações

2.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$\forall A, B \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $A = A^2$  e  $B = B^2 \Rightarrow A + B = A^2 + B^2 \neq (A + B)^2$   
 $\Rightarrow A + B \notin \mathcal{W}$ , e

(II) **Multiplicação por escalar:**

# Subespaços Vetoriais

## Observações

2.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$\forall A, B \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $A = A^2$  e  $B = B^2 \Rightarrow A + B = A^2 + B^2 \neq (A + B)^2$   
 $\Rightarrow A + B \notin \mathcal{W}$ , e

(II) **Multiplicação por escalar:**

$\forall A \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda A =$

# Subespaços Vetoriais

## Observações

2.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall A, B \in \mathcal{W}; \text{ tais que, } A = A^2 \text{ e } B = B^2 \Rightarrow A + B = A^2 + B^2 \neq (A + B)^2 \\ \Rightarrow A + B \notin \mathcal{W}, \text{ e}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall A \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda A = \lambda A^2$$



# Subespaços Vetoriais

## Observações

2.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall A, B \in \mathcal{W}; \text{ tais que, } A = A^2 \text{ e } B = B^2 \Rightarrow A + B = A^2 + B^2 \neq (A + B)^2 \\ \Rightarrow A + B \notin \mathcal{W}, \text{ e}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall A \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda A = \lambda A^2 \neq (\lambda A)^2$$

# Subespaços Vetoriais

## Observações

2.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$\forall A, B \in \mathcal{W}$ ; tais que,  $A = A^2$  e  $B = B^2 \Rightarrow A + B = A^2 + B^2 \neq (A + B)^2$   
 $\Rightarrow A + B \notin \mathcal{W}$ , e

(II) **Multiplicação por escalar:**

$\forall A \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda A = \lambda A^2 \neq (\lambda A)^2 \Rightarrow \lambda A \notin \mathcal{W}$ .

# Subespaços Vetoriais

## Observações

2.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall A, B \in \mathcal{W}; \text{ tais que, } A = A^2 \text{ e } B = B^2 \Rightarrow A + B = A^2 + B^2 \neq (A + B)^2 \\ \Rightarrow A + B \notin \mathcal{W}, \text{ e}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall A \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda A = \lambda A^2 \neq (\lambda A)^2 \Rightarrow \lambda A \notin \mathcal{W}.$$

Por (I) e (II), podemos concluir que  $\mathcal{W}$  **NÃO** é um subespaço vetorial do  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ .

# Subespaços Vetoriais

## Observações

2.  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^2\}$

(I) **Adição de vetores:**

$$\forall A, B \in \mathcal{W}; \text{ tais que, } A = A^2 \text{ e } B = B^2 \Rightarrow A + B = A^2 + B^2 \neq (A + B)^2 \\ \Rightarrow A + B \notin \mathcal{W}, \text{ e}$$

(II) **Multiplicação por escalar:**

$$\forall A \in \mathcal{W}; \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda A = \lambda A^2 \neq (\lambda A)^2 \Rightarrow \lambda A \notin \mathcal{W}.$$

Por (I) e (II), podemos concluir que  $\mathcal{W}$  **NÃO** é um subespaço vetorial do  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ .

# Subespaços Vetoriais

## Exercícios

1. Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b]) = \{f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ é uma função contínua}\}$ , com a operação de adição de elementos e a operação de multiplicação por escalar definidas em  $F(\mathbb{R}) = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ é uma função}\}$ :  $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$  e  $(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$ . Verifique se  $\mathcal{C}([a, b])$  é um espaço vetorial real.

# Subespaços Vetoriais

## Exercícios

1. Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b]) = \{f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ é uma função contínua}\}$ , com a operação de adição de elementos e a operação de multiplicação por escalar definidas em  $F(\mathbb{R}) = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ é uma função}\}$ :  $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$  e  $(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$ . Verifique se  $\mathcal{C}([a, b])$  é um espaço vetorial real.
2. Considere o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$ . Definido com as operações usuais de adição e multiplicação por escalar em  $\mathbb{R}$ : Verique se  $(\mathcal{V}, +, \cdot)$  é um espaço vetorial real.

# Subespaços Vetoriais

## Exercícios

1. Seja o conjunto  $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b]) = \{f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ é uma função contínua}\}$ , com a operação de adição de elementos e a operação de multiplicação por escalar definidas em  $F(\mathbb{R}) = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ é uma função}\}$ :  $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$  e  $(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$ . Verifique se  $\mathcal{C}([a, b])$  é um espaço vetorial real.
2. Considere o conjunto  $\mathcal{V} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$ . Definido com as operações usuais de adição e multiplicação por escalar em  $\mathbb{R}$ : Verique se  $(\mathcal{V}, +, \cdot)$  é um espaço vetorial real.
3. Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ .  
Mostre que  $Z = \mathcal{V} \times \mathcal{U} = \{(v, u) \mid v \in \mathcal{V} \text{ e } u \in \mathcal{U}\}$  munido das seguintes operações:  
  - (i)  $(v_1, u_1) + (v_2, u_2) = (v_1 + v_2, u_1 + u_2)$
  - (ii)  $\lambda(v, u) = (\lambda v, \lambda u), \lambda \in \mathbb{K}$é um espaço vetorial sobre o corpo  $\mathbb{K}$ .

# Subespaços Vetoriais

## Exercícios

Verifique nos itens abaixo, se  $\mathcal{W}$  é subespaço vetorial de  $\mathcal{V}$ .

1. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid \text{tr}(A) = 0\}$



# Subespaços Vetoriais

## Exercícios

Verifique nos itens abaixo, se  $\mathcal{W}$  é subespaço vetorial de  $\mathcal{V}$ .

1. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid \text{tr}(A) = 0\}$
2. Sejam  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e  $\mathcal{W} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 1\}$ .

# Subespaços Vetoriais

## Exercícios

Verifique nos itens abaixo, se  $\mathcal{W}$  é subespaço vetorial de  $\mathcal{V}$ .

1. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid \text{tr}(A) = 0\}$
2. Sejam  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e  $\mathcal{W} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 1\}$ .
3. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b])$  e  $\mathcal{W} = \{f \in \mathcal{C}([a, b]) \mid f(a) = 1\}$ .

# Subespaços Vetoriais

## Exercícios

Verifique nos itens abaixo, se  $\mathcal{W}$  é subespaço vetorial de  $\mathcal{V}$ .

1. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid \text{tr}(A) = 0\}$
2. Sejam  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e  $\mathcal{W} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 1\}$ .
3. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b])$  e  $\mathcal{W} = \{f \in \mathcal{C}([a, b]) \mid f(a) = 1\}$ .
4. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$  e  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(-1) = 0 \text{ e } p'(1) = 0\}$ .

# Subespaços Vetoriais

## Exercícios

Verifique nos itens abaixo, se  $\mathcal{W}$  é subespaço vetorial de  $\mathcal{V}$ .

1. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid \text{tr}(A) = 0\}$
2. Sejam  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e  $\mathcal{W} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 1\}$ .
3. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b])$  e  $\mathcal{W} = \{f \in \mathcal{C}([a, b]) \mid f(a) = 1\}$ .
4. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$  e  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(-1) = 0 \text{ e } p'(1) = 0\}$ .
5. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$  e  $\mathcal{W} = \{f \in \mathcal{C}([0, 1]) \mid \int_{-1}^1 f(x)dx \geq 0\}$ .

# Subespaços Vetoriais

## Exercícios

Verifique nos itens abaixo, se  $\mathcal{W}$  é subespaço vetorial de  $\mathcal{V}$ .

1. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid \text{tr}(A) = 0\}$
2. Sejam  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e  $\mathcal{W} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 1\}$ .
3. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b])$  e  $\mathcal{W} = \{f \in \mathcal{C}([a, b]) \mid f(a) = 1\}$ .
4. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$  e  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(-1) = 0 \text{ e } p'(1) = 0\}$ .
5. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$  e  $\mathcal{W} = \{f \in \mathcal{C}([0, 1]) \mid \int_{-1}^1 f(x)dx \geq 0\}$ .
6. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$  e  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid (\int_{-1}^1 p(t)dt) + p'(0) = 0\}$ .

# Subespaços Vetoriais

## Exercícios

Verifique nos itens abaixo, se  $\mathcal{W}$  é subespaço vetorial de  $\mathcal{V}$ .

1. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid \text{tr}(A) = 0\}$
2. Sejam  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e  $\mathcal{W} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 1\}$ .
3. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b])$  e  $\mathcal{W} = \{f \in \mathcal{C}([a, b]) \mid f(a) = 1\}$ .
4. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$  e  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(-1) = 0 \text{ e } p'(1) = 0\}$ .
5. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$  e  $\mathcal{W} = \{f \in \mathcal{C}([0, 1]) \mid \int_{-1}^1 f(x)dx \geq 0\}$ .
6. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$  e  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid (\int_{-1}^1 p(t)dt) + p'(0) = 0\}$ .
7. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$  e  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C}) \mid A = (\bar{A})^t\}$ .

# Subespaços Vetoriais

## Exercícios

Verifique nos itens abaixo, se  $\mathcal{W}$  é subespaço vetorial de  $\mathcal{V}$ .

1. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  e  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid \text{tr}(A) = 0\}$
2. Sejam  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e  $\mathcal{W} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 1\}$ .
3. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{C}([a, b])$  e  $\mathcal{W} = \{f \in \mathcal{C}([a, b]) \mid f(a) = 1\}$ .
4. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$  e  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(-1) = 0 \text{ e } p'(1) = 0\}$ .
5. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$  e  $\mathcal{W} = \{f \in \mathcal{C}([0, 1]) \mid \int_{-1}^1 f(x)dx \geq 0\}$ .
6. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$  e  $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid (\int_{-1}^1 p(t)dt) + p'(0) = 0\}$ .
7. Sejam  $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$  e  $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C}) \mid A = (\bar{A})^t\}$ .