

## Definição

Um  $\lambda$ -termo (também chamado de expressão lambda) é definido de forma indutiva sobre um conjunto de identificadores  $\{x, y, z, u, v, \dots\}$  que representam variáveis:

- ▶ Uma variável (também chamada “átomo”) é um  $\lambda$ -termo;
- ▶ Aplicação: se  $M$  e  $N$  são  $\lambda$ -termos, então  $(MN)$  é um  $\lambda$ -termo; representa a aplicação de  $M$  a  $N$ ;
- ▶ Abstração: se  $M$  é um  $\lambda$ -termo e  $x$  é uma variável, então  $(\lambda x.M)$  é um  $\lambda$ -termo; representa a função que retorna  $M$  com o parâmetro  $x$ ;

A linguagem lambda é composta de todos os  $\lambda$ -termos que podem ser construídos sobre um certo conjunto de identificadores; trata-se de uma linguagem com apenas dois operadores: aplicação de função a argumentos e abstração.

# Gramática

$$V \rightarrow u|v|x|y|z|w|\dots$$

$$T \rightarrow V$$

$$T \rightarrow (TT)$$

$$T \rightarrow (\lambda V.T)$$

# Exemplos

São exemplos de  $\lambda$ -termos:

- ▶  $x$
- ▶  $(xy)$
- ▶  $(\lambda x.(xy))$
- ▶  $((\lambda y.y)(\lambda x.(xy)))$
- ▶  $(x(\lambda x.(\lambda x.x)))$
- ▶  $(\lambda x.(yz))$

## Associatividade e precedência

Para reduzir a quantidade de parênteses, são usadas as seguintes convenções:

- ▶ Aplicações tem prioridade sobre abstrações;
- ▶ Aplicações são associativas à esquerda;
- ▶ Abstrações são associativas à direita.

Por exemplo:

- ▶  $\lambda x.PQ$  denota  $(\lambda x.(PQ))$  — e não  $((\lambda x.P)Q)$ ;
- ▶  $MNPQ$  denota  $((((MN)P)Q))$ ;
- ▶  $\lambda xyz.M$  denota  $(\lambda x.(\lambda y.(\lambda z.M)))$

O símbolo  $\equiv$  será usado para denotar a equivalência sintática de  $\lambda$ -termos.

## Exemplos

- ▶  $xyz(yx) \equiv (((xy)z)(yx))$
- ▶  $\lambda x.(uxy) \equiv (\lambda x.((ux)y))$
- ▶  $\lambda u.u(\lambda x.y) \equiv (\lambda u.(u(\lambda x.y)))$
- ▶  $(\lambda u.vuu)zy \equiv (((\lambda u.((vu)u))z)y)$
- ▶  $ux(yz)(\lambda v.vy) \equiv (((ux)(yz))(\lambda v.(vy)))$
- ▶  $(\lambda xyz.xz(yz))uvw \equiv (\lambda x.(\lambda y.(\lambda z.((xz)(yz))))u)v)w)$