

Implementação do Jogo Polícia e Ladrão em Grafos

Kaio Rodrigo, João Lucas, Thiago Andrade

21 de novembro de 2022

1 Introdução

Cops and Robbers é um jogo de informação modelado sobre um grafo conexo simple e finito. Dois jogadores, um policial e um ladrão, se movimentam de um vértice v a outro de acordo com a seguinte regra: primeiro C (policial), e depois R (ladrão) se movimentam em turnos (ou não, o ladrão pode escolher ficar parado) diferentes por arestas incidentes à v . O objetivo do jogo é alcançar um estado onde o policial ocupe o mesmo vértice do ladrão. Se isso acontecer, o ladrão é capturado e o grafo é dito *cop-win*, que condiciona a vitória ao jogador policial[1].

O objetivo desse trabalho é desenvolver um algoritmo que receba um conjunto de dados sobre um grafo G , um policial C e um ladrão R e retorne um valor booleano que represente a condição do grafo ser ou não *cop-win*.

2 Contexto

Chamaremos *cop-win* a condição de vitória. Já que não há uma condição de vitória caso o grafo seja desconexo, assumiremos que o grafo dado será conexo. Assumiremos também que os jogadores estarão sempre jogando a melhor estratégia por rodada. Ou seja, o ladrão sempre tentando se afastar do policial e o policial sempre tentando se aproximar do ladrão. Isso, no contexto de grafos, equivale ao vértice do policial não estar presente na vizinhança do vértice do ladrão.

3 Teorema

O artigo de referência propõe alguns teoremas para a identificação de um dado grafo G como *cop-win*. Seguiremos com a construção do algoritmo tendo como principal referência o seguinte teorema:

Um grafo finito reflexivo é *cop-win* se e somente se é possível organizar os seus vértices linearmente $v_1, v_2, v_i, \dots, v_n$ tal que, para cada vértice v_i , exista um vértice v_j , tal que a vizinhança de v_i esteja na vizinhança de v_j .

Mais teoremas do artigo podem ser incorporados a depender da necessidade do projeto.

4 Explicação do Algoritmo

Seja G um grafo. O algoritmo irá receber como conjunto de entradas uma lista de vértices $v \in V(G)$, uma lista de arestas (uma lista de pares de vértices) $e \in E(G)$, a posição inicial do policial v_c e a posição inicial do ladrão v_r .

Tendo como referência os teoremas discutidos no artigo e os paradigmas estabelecidos para o funcionamento do jogo, o algoritmo analisará as características do grafo G , cujo conjunto de vértices e arestas foram definidos nos dados de entrada, de forma a decidir se G é ou não *cop-win*.

O artigo referência estabelece, por exemplo, a necessidade de assumir que G seja conexo para analisar a possibilidade de que seja *cop – win*. Ao receber os dados de entrada, o algoritmo tentará identificar a existência de um u, v – *caminho* para todos os $u, v \in V(G)$, constatando se G é ou não conexo e, portanto, se pode ou não ser *cop – win*.

Os diferentes teoremas do artigo referência serão incorporados pelo algoritmo como abordagens para reconhecimento de um dado grafo G como *cop – win*. Por exemplo, o teorema 2.1 do artigo condiciona um grafo a ser *cop – win* sse houver ordenamento de vértices tal que para todo $1 \leq i < n$ existe um $j, i < j \leq n$ tal que $N_i[v_i] \subseteq N_i[v_j]$. O algoritmo traduzirá o teorema em uma função que tentará reconhecer em G a existência do ordenamento de vértices e, portanto, se é ou não *cop – win*.

O algoritmo retornará 1 caso G seja *cop – win* e 0 caso contrário.

5 Implementação do algoritmo

O algoritmo será implementado em python. Serão usadas estruturas nativas da linguagem para a representação, definição, armazenamento e manipulação das estruturas dos grafos.

A lista de vértices será representada por uma *list* de inteiros, a lista de arestas será uma *dict* onde o par key-value representará o par de vértices sobre os quais uma dada aresta incide, e o vértices das posições iniciais do policial e do ladrão serão dados por valores inteiros.

O algoritmo necessitará de novos valores de entrada a cada instancialização.

6 Análise do algoritmo

7 Algoritmo para se comparar

Será desenvolvido um algoritmo de simulação de movimentos de um policial C e um ladrão R em um dado grafo de entrada G . O algoritmo alternará os movimentos de ambos os jogadores sobre a estrutura matemática seguindo os princípios de jogabilidade onde C quer se aproximar de R , e R e afastar de C . O artigo referência trata esses movimentos como jogadas ideias.

A finalidade é, através da força-bruta, reconhecer um cenário onde o policial vença. Caso haja esse cenário, o grafo é dito *cop – win* e o algoritmo retorna 1. Caso contrário, podemos criar condições de parada para identificar a impossibilidade de vitória do policial após um dado intervalo de tempo ou estabelecer que o programa rode indefinidamente. A condição de retorno deste algoritmo para um $G \neq \text{cop – win}$ ainda será melhor avaliada.

Referências

[1] M. AIGNER; M. FROMME. **A GAME OF COPS AND ROBBERS** Discrete Applied Mathematics 8 (1984)