MATA51 Teoria da Computação
Atividade - Funções Recursivas
Profa. Laís Salvador
Discente: Jeisiane Macedo da Silva

1) Mostrar que as funções abaixo são recursivas (usar operações de sucessor, projeção, substituição e/ou recursão primitiva e/ou minimização).

a) $|x-y|$

Resposta:
Provando por recursão primitiva
Temos que f(x,y) = (x-y) + (y-x)

b) minimo (x,y)

Resposta:
Provando por recursão primitiva
f(x,y) = (x+y) – maximo(x,y)

c) $\sqrt{x}$, o maior natural menor ou igual a $\sqrt{x}$

Resposta:
Provando por recursão primitiva
$\sqrt{x}$ *<=f(x,y)*

f(x,y)= $\sqrt{x}$ *<(x,S(y))*

d) A função Fibonacci $F(n)$ definida por $F(0) = F(1) = 1$ e $F(n)= F(n-1) + F(n-2)$.

Resposta:

A sucessão de Fibonacci temos que uo=u1=1 onde $u_n = u_{n-2} + u_{n-1}$, para todo n>=2
Temos a seguinte seqüência de Fibonacci 1,1,2,3,5,8,13,21,34,55....

2) Prove que a função abaixo é computável e total, supondo as funções f e g sejam recursivas primitivas:

$$\prod_{i=0}^{g(x)} f(x,i) = f(x,0) \times f(x,1) \times \ldots \times f(x, g(x))$$

Resposta:
São primitivas recursiva pois, seja h(x,0)= f(x,0) e h(x,k+1)=h(x,k)+f(x,g(x))
Então ,

h(x,k) = $\prod_{i=0}^{k} f(x,i)$, logo *f(x,i)* = $\prod_{i=0}^{g(x)} f(x,i)$ = h(x,g(x)), assim temos que se f(x,i) é é computável e g1(x), g2(x),.... gk(x) é computável onde x = (x1,x2,...xn), logo a função obtida h(x,g(x)) por composição é computável

3) As Funções Primitivas Recursivas (F. R. P.) falham em capturar todas as funções que poderíamos considerar como computáveis. Demonstre essa afirmação através do argumento da diagonalização (mostre a matriz de Cantor).

Resposta:

Pelo argumento de diagonalização é possível demonstrar que as funções recursivas primitivas não compreendem todas as funções computáveis, enumerando todas as funções recursivas primitivas de apenas um argumento, temos a lista seguinte f0, f1, f2,...fn. Assim é possível definir a função dita diagonal d(x)= fx(x)+1. O d ela não pode ser considerada recursiva primitiva apesar de legitimar suas características computável , porém por outro lado não é possível enumerar de forma efetiva as funções recursivas gerais totais pois não existe nenhum método efetivo capaz de decidir se uma função recursiva geral é total ou não. Assim pode-se que as funções acima não é decidivel.

Temos dessa forma o seguinte:

d(x)= fx(x)+1 para todo x

Por construção d não pertence a A, entretanto d é total e d: N → N que é uma contradição

f0	f0(0)	f0(1)	f0(2)	f0(3)	...
f1	f1(0)	f1(1)	f1(2)	f1(3)	...
f2	f2(0)	f2(1)	f2(2)	f2(3)	...
f3	f3(0)	f3(1)	f3(2)	f3(3)	...
.					
.					
.					

A função d é definida através da diagonal vista acima, como dito anteriormente para cada x, d difere de fx com entrada x. Logo d não aparece na enumeração dada e o conjunto não é enumerável e d existe para qualquer enumeração escolhida

4) Selecione uma função da questão 1 para aplicar o operador de minimização. Qual é a função obtida? É uma função total?

Resposta:

minimo (x,y) = x-y ; se x>=y
0; caso contrário
Mínimo(x,0)= x
Mínimo (x, y+1)= predecessor(mínimo(x,y))

Função parcial recursiva

Obs. Todas as funções são definidas sobre os naturais.