Álgebra Linear IA - MATA07

Profa. Isamara Alves (DMAT/IME/UFBA)

AULA.5 - MATRIZ - 2020.01

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$.

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz B de mesma ordem, tal que

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz B de mesma ordem, tal que

$$AB = BA = I_n$$
;

onde, B é a MATRIZ INVERSA de A.

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz B de mesma ordem, tal que

$$AB = BA = I_n$$
;

onde, B é a MATRIZ INVERSA de A.

Notação: $B = A^{-1}$.

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz B de mesma ordem, tal que

$$AB = BA = I_n$$
;

onde, B é a MATRIZ INVERSA de A.

NOTAÇÃO: $B = A^{-1}$.

Propriedades:

 P_1 : Se a inversa de A existe então ela é **única**.

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz B de mesma ordem, tal que

$$AB = BA = I_n$$
;

onde, B é a MATRIZ INVERSA de A.

NOTAÇÃO: $B = A^{-1}$.

Propriedades:

 P_1 : Se a inversa de A existe então ela é **única**.

 P_2 : Se A é invertível então A^{-1} também o é; e assim, vale a igualdade: $(A^{-1})^{-1} = A$.

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz B de mesma ordem, tal que

$$AB = BA = I_n$$
;

onde, B é a MATRIZ INVERSA de A.

NOTAÇÃO: $B = A^{-1}$.

Propriedades:

 P_1 : Se a inversa de A existe então ela é **única**.

 P_2 : Se A é invertível então A^{-1} também o é; e assim, vale a igualdade: $(A^{-1})^{-1} = A$.

 P_3 : Se A e B são invertíveis então (AB) também o é; e vale a igualdade: $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$. A matriz A é invertível se, e somente se, existe uma matriz B de mesma ordem, tal que

$$AB = BA = I_n$$
;

onde, B é a MATRIZ INVERSA de A.

NOTAÇÃO: $B = A^{-1}$.

Propriedades:

 P_1 : Se a inversa de A existe então ela é **única**.

 P_2 : Se A é invertível então A^{-1} também o é; e assim, vale a igualdade: $(A^{-1})^{-1} = A$.

 P_3 : Se A e B são invertíveis então (AB) também o é; e vale a igualdade: $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

Propriedades(continuação):

 P_4 : Se A tem uma linha(ou coluna) nula então A não é invertível.

Propriedades(continuação):

P₄: Se A tem uma linha(ou coluna) nula então A não é invertível.

P₅: Se A é invertível então A^t também o é; e assim, vale a igualdade: $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.

Propriedades(continuação):

 P_4 : Se A tem uma linha(ou coluna) nula então A não é invertível.

P₅: Se A é invertível então A^t também o é; e assim, vale a igualdade: $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.

 P_6 : Se A é invertível então vale a igualdade: $(\lambda A)^{-1} = \frac{1}{\lambda} A^{-1}$; $\lambda \in \mathbb{C}$; $\lambda \neq 0$.

Propriedades(continuação):

- P_4 : Se A tem uma linha(ou coluna) nula então A não é invertível.
- P₅: Se A é invertível então A^t também o é; e assim, vale a igualdade: $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.
- P_6 : Se A é invertível então vale a igualdade: $(\lambda A)^{-1} = \frac{1}{\lambda} A^{-1}; \lambda \in \mathbb{C}; \lambda \neq 0$.
- P_7 : Sejam $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ e B com inversa B^{-1} então $tr(B^{-1}AB) = tr(A)$.

Propriedades(continuação):

- P_4 : Se A tem uma linha(ou coluna) nula então A não é invertível.
- P_5 : Se A é invertível então A^t também o é; e assim, vale a igualdade: $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.
- P_6 : Se A é invertível então vale a igualdade: $(\lambda A)^{-1} = \frac{1}{\lambda} A^{-1}; \lambda \in \mathbb{C}; \lambda \neq 0$.
- P_7 : Sejam $A,B\in\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ e B com inversa B^{-1} então $tr(B^{-1}AB)=tr(A)$.
- P_8 : Se A é invertível então \overline{A} também o é; e vale a igualdade: $(\overline{A})^{-1} = \overline{(A^{-1})}$.

Propriedades(continuação):

- P_4 : Se A tem uma linha(ou coluna) nula então A não é invertível.
- P_5 : Se A é invertível então A^t também o é; e assim, vale a igualdade: $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.
- P_6 : Se A é invertível então vale a igualdade: $(\lambda A)^{-1} = \frac{1}{\lambda} A^{-1}; \lambda \in \mathbb{C}; \lambda \neq 0$.
- P_7 : Sejam $A,B\in\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ e B com inversa B^{-1} então $tr(B^{-1}AB)=tr(A)$.
- P_8 : Se A é invertível então \overline{A} também o é; e vale a igualdade: $(\overline{A})^{-1} = \overline{(A^{-1})}$.

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$.

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$. Assim, as matrizes A e A^t comutam, ou seja; $A : A^t = A^t : A = I_n$.

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$. Assim, as matrizes A e A^t comutam, ou seja; $A = A^t$. $A = A^t$.

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$. Assim, as matrizes A e A^t comutam, ou seja; $A \cdot A^t = A^t \cdot A = I_n$.

$$\mathbf{0} \ A_3 = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ uma matriz invertível. Dizemos que A é uma MATRIZ ORTOGONAL se, e somente se, $A^{-1} = A^t$. Assim, as matrizes A e A^t comutam, ou seja; $A : A^t = A^t : A = I_n$.

$$\mathbf{0} \ A_3 = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C})$.

Definição:

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C})$. As "**Operações Elementares**" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

1 PERMUTA da i—ésima linha com a k—ésima linha; $\forall i = 1, \dots, m; \forall k = 1, \dots, m; i \neq k$.

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C})$. As "**Operações Elementares**" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

1 PERMUTA da i—ésima linha com a k—ésima linha; $\forall i = 1, \dots, m; \forall k = 1, \dots, m; i \neq k$. **Notação**: $L_i \longleftrightarrow L_k$

Definição:

- **1** PERMUTA da i—ésima linha com a k—ésima linha; $\forall i=1,\cdots,m; \forall k=1,\cdots,m; i\neq k$. Notação: $L_i\longleftrightarrow L_k$
- **②** MULTIPLICAÇÃO da i-ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{C}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i = 1, \dots, m$.

Definição:

- **1 PERMUTA** da i—ésima linha com a k—ésima linha; $\forall i = 1, \cdots, m; \forall k = 1, \cdots, m; i \neq k$. **Notação**: $L_i \longleftrightarrow L_k$
- **2** MULTIPLICAÇÃO da i—ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{C}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i = 1, \dots, m$. Notação: $L_i \longrightarrow \alpha L_i$

Definição:

- **1 PERMUTA** da i-ésima linha com a k-ésima linha; $\forall i = 1, \dots, m; \forall k = 1, \dots, m; i \neq k$. **Notação**: $L_i \longleftrightarrow L_k$
- **2** MULTIPLICAÇÃO da i—ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{C}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i = 1, \dots, m$. Notação: $L_i \longrightarrow \alpha L_i$
- **3** SUBSTITUIÇÃO da i—ésima linha pela i—ésima linha MAIS α VEZES a k—ésima linha; $\alpha \in \mathbb{C}; \forall i = 1, \cdots, m; \forall k = 1, \cdots, m; i \neq k$.

Definição:

- **1 PERMUTA** da i-ésima linha com a k-ésima linha; $\forall i = 1, \dots, m; \forall k = 1, \dots, m; i \neq k$. **Notação**: $L_i \longleftrightarrow L_k$
- **2** MULTIPLICAÇÃO da i—ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{C}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i = 1, \dots, m$. Notação: $L_i \longrightarrow \alpha L_i$
- **3** SUBSTITUIÇÃO da i—ésima linha pela i—ésima linha MAIS α VEZES a k—ésima linha; $\alpha \in \mathbb{C}$; $\forall i = 1, \cdots, m; \forall k = 1, \cdots, m; i \neq k$. Notação: $L_i \longrightarrow L_i + \alpha L_k$

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C})$. As "**Operações Elementares**" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

- **1 PERMUTA** da i-ésima linha com a k-ésima linha; $\forall i = 1, \cdots, m; \forall k = 1, \cdots, m; i \neq k$. **Notação**: $L_i \longleftrightarrow L_k$
- **2** MULTIPLICAÇÃO da i—ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{C}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i = 1, \dots, m$. Notação: $L_i \longrightarrow \alpha L_i$
- ③ SUBSTITUIÇÃO da i—ésima linha pela i—ésima linha MAIS α VEZES a k—ésima linha; $\alpha \in \mathbb{C}$; $\forall i=1,\cdots,m; \forall k=1,\cdots,m; i\neq k$. Notação: $L_i \longrightarrow L_i + \alpha L_k$

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C})$. As "Operações Elementares" sobre as Linhas da matriz A são as seguintes:

- **1** PERMUTA da i—ésima linha com a k—ésima linha; $\forall i = 1, \dots, m; \forall k = 1, \dots, m; i \neq k$. Notação: $L_i \longleftrightarrow L_k$
- **2** MULTIPLICAÇÃO da *i*—ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{C}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i = 1, \dots, m. \text{ Notação: } L_i \longrightarrow \alpha L_i$
- **3** Substituição da i-ésima linha pela i-ésima linha MAIS α VEZES a k-ésima linha; $\alpha \in \mathbb{C}$; $\forall i = 1, \dots, m; \forall k = 1, \dots, m; i \neq k$. Notação: $L_i \longrightarrow L_i + \alpha L_k$

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1: L_1 \longleftrightarrow L_2$$

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C})$. As "**Operações Elementares**" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

- **1** PERMUTA da i—ésima linha com a k—ésima linha; $\forall i=1,\cdots,m; \forall k=1,\cdots,m; i\neq k$. Notação: $L_i\longleftrightarrow L_k$
- **②** MULTIPLICAÇÃO da i-ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{C}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i = 1, \dots, m$. Notação: $L_i \longrightarrow \alpha L_i$
- **3** Substituição da i-ésima linha pela i-ésima linha MAIS α VEZES a k-ésima linha; $\alpha \in \mathbb{C}$; $\forall i = 1, \cdots, m; \forall k = 1, \cdots, m; i \neq k$. Notação: $L_i \longrightarrow L_i + \alpha L_k$

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C})$. As "**Operações Elementares**" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

- **1 PERMUTA** da i-ésima linha com a k-ésima linha; $\forall i = 1, \dots, m; \forall k = 1, \dots, m; i \neq k$. **Notação**: $L_i \longleftrightarrow L_k$
- **②** MULTIPLICAÇÃO da i-ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{C}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i = 1, \dots, m$. Notação: $L_i \longrightarrow \alpha L_i$
- **3** SUBSTITUIÇÃO da i—ésima linha pela i—ésima linha MAIS α VEZES a k—ésima linha; $\alpha \in \mathbb{C}$; $\forall i = 1, \cdots, m; \forall k = 1, \cdots, m; i \neq k$. Notação: $L_i \longrightarrow L_i + \alpha L_k$

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C})$. As "**Operações Elementares**" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

- **1 PERMUTA** da i—ésima linha com a k—ésima linha; $\forall i = 1, \cdots, m; \forall k = 1, \cdots, m; i \neq k$. **Notação**: $L_i \longleftrightarrow L_k$
- **②** MULTIPLICAÇÃO da i-ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{C}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i = 1, \dots, m$. Notação: $L_i \longrightarrow \alpha L_i$
- **3** SUBSTITUIÇÃO da i—ésima linha pela i—ésima linha MAIS α VEZES a k—ésima linha; $\alpha \in \mathbb{C}$; $\forall i = 1, \cdots, m; \forall k = 1, \cdots, m; i \neq k$. Notação: $L_i \longrightarrow L_i + \alpha L_k$

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} \mathsf{op}_1: L_1 \longleftrightarrow L_2 \\ \mathsf{op}_2: L_3 \to -\frac{1}{2}L_3 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 2 & 4+6i & 0 \\ 3i & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C})$. As "**Operações Elementares**" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

- **1 PERMUTA** da i—ésima linha com a k—ésima linha; $\forall i = 1, \dots, m; \forall k = 1, \dots, m; i \neq k$. **Notação**: $L_i \longleftrightarrow L_k$
- **②** MULTIPLICAÇÃO da i-ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{C}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i = 1, \dots, m$. Notação: $L_i \longrightarrow \alpha L_i$
- **3** Substituição da i-ésima linha pela i-ésima linha MAIS α VEZES a k-ésima linha; $\alpha \in \mathbb{C}$; $\forall i = 1, \cdots, m; \forall k = 1, \cdots, m; i \neq k$. Notação: $L_i \longrightarrow L_i + \alpha L_k$

$$\begin{bmatrix} 3\mathbf{i} & 4 & 1 \\ 2 & 4+6\mathbf{i} & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} \mathsf{op}_1: L_1 \longleftrightarrow L_2 \\ \mathsf{op}_2: L_3 \to -\frac{1}{2}L_3 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 2 & 4+6\mathbf{i} & 0 \\ 3\mathbf{i} & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -7 \end{bmatrix}$$

Definição:

Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C})$. As "**Operações Elementares**" sobre as **Linhas** da matriz A são as seguintes:

- **1 PERMUTA** da i—ésima linha com a k—ésima linha; $\forall i=1,\cdots,m; \forall k=1,\cdots,m; i\neq k$. **Notação**: $L_i\longleftrightarrow L_k$
- **②** MULTIPLICAÇÃO da i-ésima linha por um escalar $\alpha \in \mathbb{C}$; $\alpha \neq 0$; $\forall i = 1, \dots, m$. Notação: $L_i \longrightarrow \alpha L_i$
- **3** Substituição da i-ésima linha pela i-ésima linha MAIS α VEZES a k-ésima linha; $\alpha \in \mathbb{C}$; $\forall i = 1, \cdots, m; \forall k = 1, \cdots, m; i \neq k$. Notação: $L_i \longrightarrow L_i + \alpha L_k$

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} \mathsf{op}_1: L_1 \longleftrightarrow L_2 \\ \mathsf{op}_2: L_3 \to -\frac{1}{2}L_3 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 2 & 4+6i & 0 \\ 3i & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -7 \end{bmatrix}$$

EXEMPLO.2: \[\begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \]

EXEMPLO.2: $\begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad op_1: L_1 \rightarrow L_1 + (3i)L_3$

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} \mathsf{op}_1: L_1 \to L_1 + (3i)L_3 \\ \mathsf{op}_2: L_2 \to -\frac{1}{2}L_2 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} \mathsf{op}_1: L_1 \to L_1 + (3i)L_3 \\ \mathsf{op}_2: L_2 \to -\frac{1}{2}L_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} \mathsf{op}_1: L_1 \to L_1 + (3i)L_3 \\ \mathsf{op}_2: L_2 \to -\frac{1}{2}L_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ -1 & -2-3i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \mathsf{op}_1: L_1 \to L_1 + (3i)L_3 \\ \mathsf{op}_2: L_2 \to -\frac{1}{2}L_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ -1 & -2-3i \\ 0 & -2i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} \mathsf{op}_1: L_1 \to L_1 + (3i)L_3 \\ \mathsf{op}_2: L_2 \to -\frac{1}{2}L_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ -1 & -2-3i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad \mathsf{op}_3: L_2 \leftrightarrow L_3$$

$$\mathsf{op}_3: \mathit{L}_2 \leftrightarrow \mathit{L}_3$$

EXEMPLO.2:
$$\begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1: L_1 \to L_1 + (3i)L_3 \quad \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ -1 & -2-3i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_3: L_2 \leftrightarrow L_3$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 10 \end{bmatrix}$$

EXEMPLO.2:
$$\begin{bmatrix}
3i & 4 \\
2 & 4+6i \\
0 & -2i
\end{bmatrix}$$
op₁: $L_1 \to L_1 + (3i)L_3$

$$op_2: L_2 \to -\frac{1}{2}L_2$$

$$\begin{bmatrix}
3i & 10 \\
-1 & -2-3i \\
0 & -2i
\end{bmatrix}$$
op₃: $L_2 \leftrightarrow L_3$

$$op_3: L_2 \leftrightarrow L_3$$

$$op_3: L_2 \leftrightarrow L_3$$

Exemplo.2:

$$op_1: L_1 \to L_1 + (3i)L_3
op_2: L_2 \to -\frac{1}{2}L_2$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \\ \hline \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ 0 & -2i \\ -1 & -2-3i \end{bmatrix} & \text{op}_1: L_1 \to L_1 + (3i)L_3 & \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ -1 & -2-3i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} & \text{op}_3: L_2 \leftrightarrow L_3 \\ \end{bmatrix}$$

EXEMPLO.2:
$$\begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} & op_1: L_1 \to L_1 + (3i)L_3 & \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ -1 & -2-3i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} & op_3: L_2 \leftrightarrow L_3$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 10 \\ -1 & -2-3i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} & op_3: L_2 \leftrightarrow L_3$$

Observação. 1: Não podemos, no mesmo momento, efetuar mais de uma operação com uma mesma linha. Por isso, a op_3 foi efetuada na matriz resultante das operações op_1 e op_2 .

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \\ \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} \mathsf{op}_1: L_1 \to L_1 + (3i)L_3 \\ \mathsf{op}_2: L_2 \to -\frac{1}{2}L_2 \\ \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} 3i & 10 \\ -1 & -2-3i \\ 0 & -2i \\ \end{bmatrix} \quad \mathsf{op}_3: L_2 \leftrightarrow L_3$$

$$\begin{bmatrix} 3i & 10 \\ -1 & -2-3i \\ 0 & -2i \\ \end{bmatrix}$$

Observação.1: Não podemos, no mesmo momento, efetuar mais de uma operação com uma mesma linha. Por isso, a op₃ foi efetuada na matriz resultante das operações op_1 e op_2 .

Observação.2: Não podemos alterar as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $L_2 \rightarrow 2L_2 + 4L_3$.

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} & \text{op}_1: L_1 \to L_1 + (3i)L_3 \\ \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ -1 & -2-3i \\ 0 & -2i \\ -1 & -2-3i \end{bmatrix} & \text{op}_3: L_2 \leftrightarrow L_3$$

Observação.1: Não podemos, no mesmo momento, efetuar mais de uma operação com uma mesma linha. Por isso, a op₃ foi efetuada na matriz resultante das operações op_1 e op_2 .

Observação.2: Não podemos alterar as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $L_2 \rightarrow 2L_2 + 4L_3$.

O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \rightarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \rightarrow L_2 + 4L_3$.

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} & op_1: L_1 \to L_1 + (3i)L_3 \\ op_2: L_2 \to -\frac{1}{2}L_2 \end{bmatrix} & op_3: L_2 \leftrightarrow L_3 \\ \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ -1 & -2-3i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} & op_3: L_2 \leftrightarrow L_3 \\ \end{bmatrix}$$

Observação.1: Não podemos, no mesmo momento, efetuar mais de uma operação com uma mesma linha. Por isso, a op₃ foi efetuada na matriz resultante das operações op_1 e op_2 .

Observação.2: Não podemos alterar as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $L_2 \rightarrow 2L_2 + 4L_3$.

O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \rightarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \rightarrow L_2 + 4L_3$.

Observação.3: As operação elementares sobre as linhas, também podem ser aplicadas sobre as colunas da matriz A.

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} & \text{op}_1: L_1 \to L_1 + (3i)L_3 \\ \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ -1 & -2-3i \\ 0 & -2i \\ -1 & -2-3i \end{bmatrix} & \text{op}_3: L_2 \leftrightarrow L_3$$

Observação.1: Não podemos, no mesmo momento, efetuar mais de uma operação com uma mesma linha. Por isso, a op₃ foi efetuada na matriz resultante das operações op_1 e op_2 .

Observação.2: Não podemos alterar as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $L_2 \rightarrow 2L_2 + 4L_3$.

O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \rightarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \rightarrow L_2 + 4L_3$.

Observação.3: As operação elementares sobre as linhas, também podem ser aplicadas sobre as colunas da matriz A.

Todavia, neste curso, as utilizaremos apenas sobre as linhas da matriz A.

$$\begin{bmatrix} 3i & 4 \\ 2 & 4+6i \\ 0 & -2i \end{bmatrix} & \text{op}_1: L_1 \to L_1 + (3i)L_3 \\ \begin{bmatrix} 3i & 10 \\ -1 & -2-3i \\ 0 & -2i \\ -1 & -2-3i \end{bmatrix} & \text{op}_3: L_2 \leftrightarrow L_3$$

Observação.1: Não podemos, no mesmo momento, efetuar mais de uma operação com uma mesma linha. Por isso, a op₃ foi efetuada na matriz resultante das operações op_1 e op_2 .

Observação.2: Não podemos alterar as operações elementares. Por exemplo, seria incorreto a seguinte operação elementar: $L_2 \rightarrow 2L_2 + 4L_3$.

O correto seria efetuar a multiplicação por escalar: $L_2 \rightarrow 2L_2$ e, em seguida, a substituição na matriz resultante: $L_2 \rightarrow L_2 + 4L_3$.

Observação.3: As operação elementares sobre as linhas, também podem ser aplicadas sobre as colunas da matriz A.

Todavia, neste curso, as utilizaremos apenas sobre as linhas da matriz A.

Definição:

Definição:

Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C})$. Dizemos que a matriz B é LINHA EQUIVALENTE à matriz A se, e somente se, a matriz B é obtida a partir de um NÚMERO FINITO de operações elementares aplicadas sobre as linhas da matriz A.

Definição:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix}$$

Definição:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 2 & 4+6i & 0 \\ 3i & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -7 \end{bmatrix} = B_3$$

Definição:

$$A_{3} = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 2 & 4+6i & 0 \\ 3i & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -7 \end{bmatrix} = B_{3}$$

Definição:

EXEMPLO:
$$A_{3} = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 2 & 4+6i & 0 \\ 3i & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -7 \end{bmatrix} = B_{3}$$

$$A_{3} \quad \begin{array}{c} \text{op}_{1} : L_{3} \rightarrow -\frac{1}{2}L_{3} \\ \text{op}_{2} : L_{1} \longleftrightarrow L_{2} \end{array} B_{3}$$

Definição:

EXEMPLO:
$$A_{3} = \begin{bmatrix} 3i & 4 & 1 \\ 2 & 4+6i & 0 \\ 0 & -2 & 14 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 2 & 4+6i & 0 \\ 3i & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -7 \end{bmatrix} = B_{3}$$

$$A_{3} \quad \begin{array}{c} \text{op}_{1} : L_{3} \rightarrow -\frac{1}{2}L_{3} \\ \text{op}_{2} : L_{1} \longleftrightarrow L_{2} \end{array} B_{3}$$

Propriedades:

Propriedades:

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C})$.

• Reflexiva: $A \sim A$.

Propriedades:

Sejam $A, B, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{C})$.

• Reflexiva: $A \sim A$.

2 SIMÉTRICA: Se $A \sim B$ então $B \sim A$.

Propriedades:

- Reflexiva: $A \sim A$.
- 2 SIMÉTRICA: Se $A \sim B$ então $B \sim A$.
- **3** Transitiva: Se $(A \sim B)$ e $(B \sim C)$ então $A \sim C$.

Propriedades:

- Reflexiva: $A \sim A$.
- 2 SIMÉTRICA: Se $A \sim B$ então $B \sim A$.
- **3** Transitiva: Se $(A \sim B)$ e $(B \sim C)$ então $A \sim C$.

Propriedades:

- Reflexiva: $A \sim A$.
- 2 SIMÉTRICA: Se $A \sim B$ então $B \sim A$.
- **3** Transitiva: Se $(A \sim B)$ e $(B \sim C)$ então $A \sim C$.

Exercícios

Questão.1: Seja a matriz:

$$A = \left[\begin{array}{ccc} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{array} \right]$$

Efetue operações elementares sobre as linhas da matriz A a fim de obter uma matriz triangular superior linha equivalente à matriz A.

Exercícios

Questão.1: Seja a matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Efetue operações elementares sobre as linhas da matriz A a fim de obter uma matriz triangular superior linha equivalente à matriz A.

Questão.2: Sejam as matrizes:

(a)
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

(b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$

Efetue operações elementares sobre as linhas das matrizes acima, a fim de obter, se possível, a matriz identidade I_3 .

Exercícios

Questão.1: Seja a matriz:

$$A = \left[\begin{array}{ccc} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{array} \right]$$

Efetue operações elementares sobre as linhas da matriz A a fim de obter uma matriz triangular superior linha equivalente à matriz A.

Questão.2: Sejam as matrizes:

(a)
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

(b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$

Efetue operações elementares sobre as linhas das matrizes acima, a fim de obter, se possível, a matriz identidade I_3 .

$$A = \left[\begin{array}{ccc} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{array} \right]$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1: L_2 \to L_2 + (\frac{1}{2})L_1$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1: L_2 \to L_2 + (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 3 & 10 & 2i \\ \\ \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1: L_2 \to L_2 + \left(\frac{1}{2}\right)L_1 \quad \begin{bmatrix} 3 & 10 & 2i \\ 0 & 3-3i & -3+i \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad op_1: L_2 \to L_2 + (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 3 & 10 & 2i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1: L_2 \to L_2 + (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 3 & 10 & 2i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$op_2: L_3 \to L_3 - (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1: L_2 \to L_2 + (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 3 & 10 & 2i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$op_2: L_3 \to L_3 - (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_2 \to L_2 + \left(\frac{1}{2}\right)L_1 \quad \begin{bmatrix} 3 & 10 & 2i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_3 \to L_3 - \left(\frac{1}{3-3i}\right)L_2 \quad \begin{bmatrix} 3 & 10 & 2i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_2 \to L_2 + \left(\frac{1}{2}\right)L_1 \quad \begin{bmatrix} 3 & 10 & 2i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_3 \to L_3 - \left(\frac{1}{3-3i}\right)L_2 \quad \begin{bmatrix} 3 & 10 & 2i \\ 0 & 3-3i & -3+i \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_2 \to L_2 + \left(\frac{1}{2}\right)L_1 \quad \begin{bmatrix} 3 & 10 & 2i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_3 \to L_3 - \left(\frac{1}{3-3i}\right)L_2 \quad \begin{bmatrix} 3 & 10 & 2i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 0 & -\frac{2+i}{3} \end{bmatrix}$$

Questão.1: (Respostas)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_2 \to L_2 + \left(\frac{1}{2}\right)L_1 \quad \begin{bmatrix} 3 & 10 & 2i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_3 \to L_3 - \left(\frac{1}{3-3i}\right)L_2 \quad \begin{bmatrix} 3 & 10 & 2i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 0 & -\frac{2+i}{3} \end{bmatrix}$$

Observação.4: Note que foi obtida uma matriz triangular superior e que ela não é única.

Questão.2(a): (Respostas)
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1: L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1: L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ & & \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1: L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathsf{op}_2: L_2 \to L_2 + L_1$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1: L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathsf{op}_2: L_2 \to L_2 + L_1$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\left[\begin{array}{cccc}
1 & 5 & i \\
0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\
0 & 4 & 0
\end{array}\right]$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_4: L_1 \to L_1 - 5L_2$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} \mathsf{op_4} : L_1 \to L_1 - 5L_2 \\ \mathsf{op_5} : L_3 \to L_3 - 4L_2 \end{array}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} \mathsf{op_4} : L_1 \to L_1 - 5L_2 \\ \mathsf{op_5} : L_3 \to L_3 - 4L_2 \end{array}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} \text{op}_4: L_1 \to L_1 - 5L_2 \\ \text{op}_5: L_3 \to L_3 - 4L_2 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} \text{op}_4: L_1 \to L_1 - 5L_2 \\ \text{op}_5: L_3 \to L_3 - 4L_2 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ \end{array}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} \text{op}_4: L_1 \to L_1 - 5L_2 \\ \text{op}_5: L_3 \to L_3 - 4L_2 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8+4i}{3} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} \text{op}_4: L_1 \to L_1 - 5L_2 \\ \text{op}_5: L_3 \to L_3 - 4L_2 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8+4i}{3} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ & & \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \end{bmatrix}$$

$$A = \left[\begin{array}{rrr} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{array} \right]$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdots \sim \cdots$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdots \sim \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ & & & \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdots \sim \cdots \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdots \sim \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8+4i}{3} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdots \sim \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8+4i}{3} \end{bmatrix}$$

op₆:
$$L_3 \rightarrow \left(\frac{3}{8+4i}\right)L_3$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdots \sim \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8+4i}{3} \end{bmatrix}$$

op₆:
$$L_3 \rightarrow \left(\frac{3}{8+4i}\right)L_3$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdots \sim \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8+4i}{3} \end{bmatrix}$$

$$op_6: L_3 \to (\frac{3}{8+4i})L_3 \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{10+8i}{3} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdots \sim \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8+4i}{3} \end{bmatrix}$$

$$op_6: L_3 \to (\frac{3}{8+4i})L_3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdots \sim \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8+4i}{3} \end{bmatrix}$$

$$op_6: L_3 \rightarrow (\frac{3}{8+4i})L_3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdots \sim \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8+4i}{3} \end{bmatrix}$$

$$op_6: L_3 \to \left(\frac{3}{8+4i}\right)L_3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$op_7: L_1 \to L_1 - \frac{10+8i}{3}L_3$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdots \sim \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8+4i}{3} \end{bmatrix}$$

$$op_{6}: L_{3} \rightarrow (\frac{3}{8+4i})L_{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$op_{7}: L_{1} \rightarrow L_{1} - \frac{10+8i}{3}L_{3}$$

$$op_{8}: L_{2} \rightarrow L_{2} - \frac{-2-i}{3}L_{3}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdots \sim \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8+4i}{3} \end{bmatrix}$$

$$op_{6}: L_{3} \rightarrow (\frac{3}{8+4i})L_{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$op_{7}: L_{1} \rightarrow L_{1} - \frac{10+8i}{3}L_{3}$$

$$op_{8}: L_{2} \rightarrow L_{2} - \frac{-2-i}{3}L_{3}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdots \sim \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8+4i}{3} \end{bmatrix}$$

$$op_{6}: L_{3} \rightarrow (\frac{3}{8+4i})L_{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$op_{7}: L_{1} \rightarrow L_{1} - \frac{10+8i}{3}L_{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$op_{8}: L_{2} \rightarrow L_{2} - \frac{-2-i}{3}L_{3}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdots \sim \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8+4i}{3} \end{bmatrix}$$

$$op_{6}: L_{3} \rightarrow \left(\frac{3}{8+4i}\right)L_{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$op_{7}: L_{1} \rightarrow L_{1} - \frac{10+8i}{3}L_{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$op_{8}: L_{2} \rightarrow L_{2} - \frac{-2-i}{3}L_{3}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdots \sim \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8+4i}{3} \end{bmatrix}$$

$$op_{6}: L_{3} \rightarrow \left(\frac{3}{8+4i}\right)L_{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$op_{7}: L_{1} \rightarrow L_{1} - \frac{10+8i}{3}L_{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_{3}$$

$$op_{8}: L_{2} \rightarrow L_{2} - \frac{-2-i}{3}L_{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_{3}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdots \sim \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8+4i}{3} \end{bmatrix}$$

$$op_{6}: L_{3} \rightarrow \left(\frac{3}{8+4i}\right)L_{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$op_{7}: L_{1} \rightarrow L_{1} - \frac{10+8i}{3}L_{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_{3}$$

$$op_{8}: L_{2} \rightarrow L_{2} - \frac{-2-i}{3}L_{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_{3}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \mathsf{op}_1: L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$\mathsf{op}_1: \mathit{L}_1 \to (\tfrac{1}{2})\mathit{L}_1$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\mathsf{op}_1: \mathit{L}_1 o (rac{1}{2})\mathit{L}_1$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to \left(\frac{1}{2}\right)L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\mathsf{op}_3: L_2 o (frac{1}{3-3i})L_2$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\mathsf{op}_3: L_2 o (frac{1}{3-3i})L_2$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to \left(\frac{1}{2}\right)L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_3 : L_2 \to \left(\frac{1}{3-3i}\right)L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

op₄:
$$L_1 \to L_1 - 5L_2$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

op₄:
$$L_1 \rightarrow L_1 - 5L_2$$

op₅: $L_3 \rightarrow L_3 - (6 - 6i)L_2$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

op₄:
$$L_1 \rightarrow L_1 - 5L_2$$

op₅: $L_3 \rightarrow L_3 - (6 - 6i)L_2$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_4 : L_1 \to L_1 - 5L_2$$

$$\text{op}_5 : L_3 \to L_3 - (6-6i)L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & \frac{10+8i}{3} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to (\frac{1}{2})L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_3 : L_2 \to (\frac{1}{3-3i})L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_4 : L_1 \to L_1 - 5L_2$$

$$\text{op}_5 : L_3 \to L_3 - (6-6i)L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to \left(\frac{1}{2}\right)L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_3 : L_2 \to \left(\frac{1}{3-3i}\right)L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_4 : L_1 \to L_1 - 5L_2$$

$$\text{op}_5 : L_3 \to L_3 - (6-6i)L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to \left(\frac{1}{2}\right)L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_3 : L_2 \to \left(\frac{1}{3-3i}\right)L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_4 : L_1 \to L_1 - 5L_2$$

$$\text{op}_5 : L_3 \to L_3 - (6-6i)L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \neq I_3$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_1 : L_1 \to \left(\frac{1}{2}\right)L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ -1 & -2-3i & -3 \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix} \quad \text{op}_2 : L_2 \to L_2 + L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 3-3i & -3+i \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_3 : L_2 \to \left(\frac{1}{3-3i}\right)L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & i \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 6-6i & -6+2i \end{bmatrix}$$

$$\text{op}_4 : L_1 \to L_1 - 5L_2$$

$$\text{op}_5 : L_3 \to L_3 - (6-6i)L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{10+8i}{3} \\ 0 & 1 & \frac{-2-i}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \neq I_3$$

Observação.5: No item (b) não foi possível obtermos a matriz identidade de mesma ordem. Anulamos a linha L_3 ; pois, $L_3 = L_1 + 2L_2$.

Observação.5: No item (b) não foi possível obtermos a matriz identidade de mesma ordem. Anulamos a linha L_3 ; pois, $L_3 = L_1 + 2L_2$.

Observação.6: Note que, nos dois itens do exercício.2 foi seguido um padrão nas operações elementares.

Observação.5: No item (b) não foi possível obtermos a matriz identidade de mesma ordem. Anulamos a linha L_3 ; pois, $L_3 = L_1 + 2L_2$.

Observação.6: Note que, nos dois itens do exercício.2 foi seguido um padrão nas operações elementares. As operações são efetuadas da esquerda para a direita.

Observação.5: No item (b) não foi possível obtermos a matriz identidade de mesma ordem. Anulamos a linha L_3 ; pois, $L_3 = L_1 + 2L_2$.

Observação.6: Note que, nos dois itens do exercício.2 foi seguido um padrão nas operações elementares. As operações são efetuadas da esquerda para a direita. Faz-se o primeiro elemento da linha igual a unidade efetuando a operação elementar da multiplicação (onde o escalar escolhido é o inverso do elemento para torná-lo igual a "1": op_1, op_3, op_6)

Observação.5: No item (b) não foi possível obtermos a matriz identidade de mesma ordem. Anulamos a linha L_3 ; pois, $L_3 = L_1 + 2L_2$.

Observação.6: Note que, nos dois itens do exercício.2 foi seguido um padrão nas operações elementares. As operações são efetuadas da esquerda para a direita. Faz-se o primeiro elemento da linha igual a unidade efetuando a operação elementar da multiplicação (onde o escalar escolhido é o inverso do elemento para torná-lo igual a "1": op_1, op_3, op_6) e, em seguida, aplica-se a substituição nas outras linhas a fim de zerar o elemento da mesma coluna utilizando a linha que possui o elemento igual a "1"; onde o escalar utilizado é o oposto do elemento a ser zerado em cada linha: $op_2, op_4, op_5, op_7, op_8$.

Observação.5: No item (b) não foi possível obtermos a matriz identidade de mesma ordem. Anulamos a linha L_3 ; pois, $L_3 = L_1 + 2L_2$.

Observação.6: Note que, nos dois itens do exercício.2 foi seguido um padrão nas operações elementares. As operações são efetuadas da esquerda para a direita. Faz-se o primeiro elemento da linha igual a unidade efetuando a operação elementar da multiplicação (onde o escalar escolhido é o inverso do elemento para torná-lo igual a "1": op_1, op_3, op_6) e, em seguida, aplica-se a substituição nas outras linhas a fim de zerar o elemento da mesma coluna utilizando a linha que possui o elemento igual a "1"; onde o escalar utilizado é o oposto do elemento a ser zerado em cada linha: $op_2, op_4, op_5, op_7, op_8$.

Questão.3: Seja a matriz:

$$A = \left[\begin{array}{rrr} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 7 \end{array} \right]$$

Efetue operações elementares sobre as linhas da matriz A a fim de obter uma matriz triangular superior linha equivalente à matriz A.

Questão.3: Seja a matriz:

$$A = \left[\begin{array}{rrr} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 7 \end{array} \right]$$

Efetue operações elementares sobre as linhas da matriz A a fim de obter uma matriz triangular superior linha equivalente à matriz A.

Questão.4: Sejam as matrizes:

(a)
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 7 \end{bmatrix}$

Efetue operações elementares sobre as linhas das matrizes acima, a fim de obter, se possível, a matriz identidade I_3 .

Questão.3: Seja a matriz:

$$A = \left[\begin{array}{rrr} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 7 \end{array} \right]$$

Efetue operações elementares sobre as linhas da matriz A a fim de obter uma matriz triangular superior linha equivalente à matriz A.

Questão.4: Sejam as matrizes:

(a)
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 7 \end{bmatrix}$

Efetue operações elementares sobre as linhas das matrizes acima, a fim de obter, se possível, a matriz identidade I_3 .

Questão.5: Seja a matriz:

$$A = \left[\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ -3 & -5 & 1 \end{array} \right]; a \in \mathbb{R}$$

Efetuando operações elementares sobre as linhas da matriz A, determine para quais valores de $a \in \mathbb{R}$ a matriz A é linha equivalente à matriz I_3 .

Questão.5: Seja a matriz:

$$A = \left[egin{array}{ccc} 1 & 2 & 1 \ 1 & 1 & \mathbf{a} \ -3 & -5 & 1 \end{array}
ight]; a \in \mathbb{R}$$

Efetuando operações elementares sobre as linhas da matriz A, determine para quais valores de $a \in \mathbb{R}$ a matriz A é linha equivalente à matriz I_3 . (Dica: Efetue as operações elementares, normalmente. Todavia, não esqueça de impor as condições de existência quando o escalar $a \in \mathbb{R}$ aparecer no denominador.)

Questão.6: Seja a matriz:

$$A = \left[\begin{array}{cc} a & b \\ -1 & 0 \end{array} \right]$$

Efetuando operações elementares sobre as linhas da matrize A, determine para quais valores dos escalares $a \in \mathbb{R}$; $b \in \mathbb{R}$ a matriz A é uma matriz ortogonal.

Questão.5: Seja a matriz:

$$A = \left[egin{array}{ccc} 1 & 2 & 1 \ 1 & 1 & \mathbf{a} \ -3 & -5 & 1 \end{array}
ight]; a \in \mathbb{R}$$

Efetuando operações elementares sobre as linhas da matriz A, determine para quais valores de $a \in \mathbb{R}$ a matriz A é linha equivalente à matriz I_3 . (Dica: Efetue as operações elementares, normalmente. Todavia, não esqueça de impor as condições de existência quando o escalar $a \in \mathbb{R}$ aparecer no denominador.)

Questão.6: Seja a matriz:

$$A = \left[\begin{array}{cc} a & b \\ -1 & 0 \end{array} \right]$$

Efetuando operações elementares sobre as linhas da matrize A, determine para quais valores dos escalares $a \in \mathbb{R}$; $b \in \mathbb{R}$ a matriz A é uma matriz ortogonal.