



Universidade Federal da Bahia - UFBA  
Instituto de Matemática e Estatística - IME  
Departamento de Matemática



# MAT A07 - Álgebra Linear A

## Aula 15

Espaços Vetoriais e Subespaços:

Bases, Coordenadas, Matriz Mudança de Base

**Professora:** Isamara C. Alves

Data: 22/04/2021

# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

EXEMPLO: Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x\}$

# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

EXEMPLO: Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = -x\}$

# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

**EXEMPLO:** Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$

# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

**EXEMPLO:** Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2\}$  e

# Espaços Vetoriais

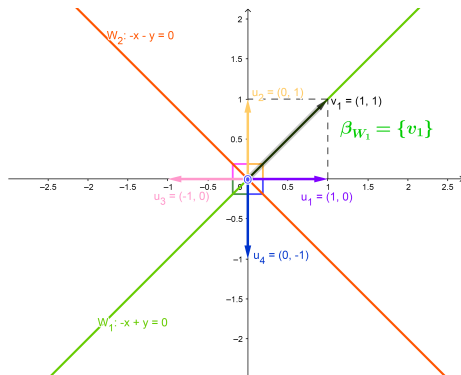
## Base - Coordenadas de um vetor

**EXEMPLO:** Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_2, u_3\}$ .

# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

**EXEMPLO:** Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_2, u_3\}$ .



# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

**EXEMPLO:** Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_2, u_3\}$ .

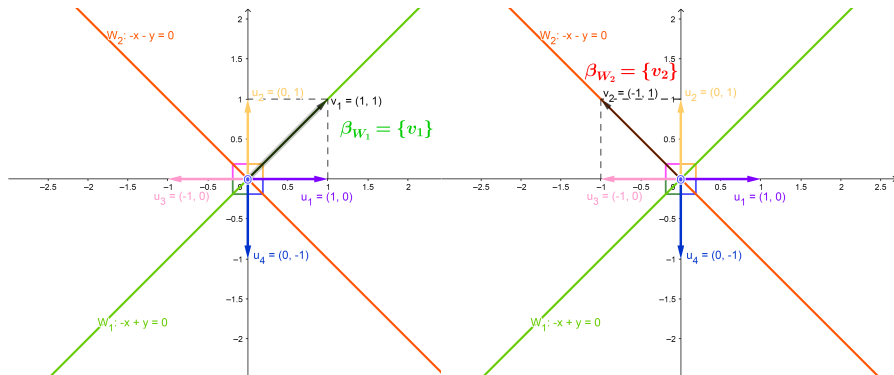


Figura:  $v_1 \in \mathcal{W}_1$  e  $v_2 \in \mathcal{W}_2$ .



# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

EXEMPLO: Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x\}$

# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

EXEMPLO: Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = -x\}$

# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

**EXEMPLO:** Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$

# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

**EXEMPLO:** Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2\}$  e

# Espaços Vetoriais

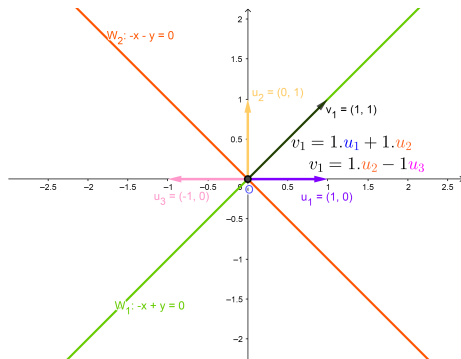
## Base - Coordenadas de um vetor

**EXEMPLO:** Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_2, u_3\}$ .

# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

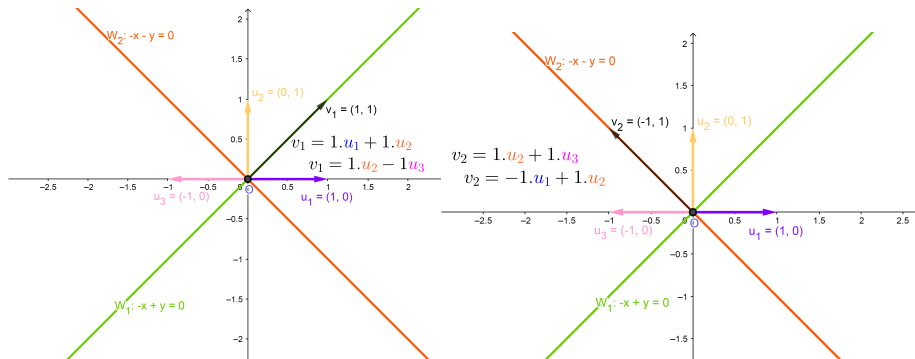
**EXEMPLO:** Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_2, u_3\}$ .



# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

**EXEMPLO:** Sejam  $\mathcal{W}_1 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x\}$  e  $\mathcal{W}_2 = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = -x\}$  subespaços vetoriais do  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$  e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_2, u_3\}$ .



**Figura:** Coordenadas de  $v_1$  e  $v_2$  em relação às bases  $\beta_{\mathcal{V}}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}}$ .

# Espaços Vetoriais

Base - Coordenadas de um vetor

TEOREMA:



# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

### TEOREMA:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ;

# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

### TEOREMA:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ; e sejam

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma BASE ORDENADA de  $\mathcal{V}$ .

# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

### TEOREMA:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ; e sejam

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma BASE ORDENADA de  $\mathcal{V}$ .

Então,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ;  $u$  é escrito de forma única

# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

### TEOREMA:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ; e sejam

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma BASE ORDENADA de  $\mathcal{V}$ .

Então,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ;  $u$  é escrito de forma única como combinação linear dos elementos de  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

### TEOREMA:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ; e sejam

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma BASE ORDENADA de  $\mathcal{V}$ .

Então,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ;  $u$  é escrito de forma única como combinação linear dos elementos de  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

Isto é,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,

# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

### TEOREMA:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ; e sejam

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma BASE ORDENADA de  $\mathcal{V}$ .

Então,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ;  $u$  é escrito de forma única como combinação linear dos elementos de  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

Isto é,  $\forall u \in \mathcal{V}$ , existe uma única  $n$ -upla  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ ; tais que,

# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

### TEOREMA:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ; e sejam

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma BASE ORDENADA de  $\mathcal{V}$ .

Então,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ;  $u$  é escrito de forma única como combinação linear dos elementos de  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

Isto é,  $\forall u \in \mathcal{V}$ , existe uma única  $n$ -upla  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ ; tais que,

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i.$$

# Espaços Vetoriais

## Base - Coordenadas de um vetor

### TEOREMA:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ; e sejam

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma BASE ORDENADA de  $\mathcal{V}$ .

Então,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ;  $u$  é escrito de forma única como combinação linear dos elementos de  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

Isto é,  $\forall u \in \mathcal{V}$ , existe uma única  $n$ -upla  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ ; tais que,

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i.$$



# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

DEFINIÇÃO:

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

DEFINIÇÃO:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

DEFINIÇÃO:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

DEFINIÇÃO:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

DEFINIÇÃO:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ;

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## DEFINIÇÃO:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

DEFINIÇÃO:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$  é a

**i-ÉSIMA COORDENADA DO VETOR  $u$**

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas de $u \in \mathcal{V}$ em relação à Base

### DEFINIÇÃO:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$  é a **i-ÉSIMA COORDENADA DO VETOR**  $u$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ .



# Espaços Vetoriais

## Coordenadas de $u \in \mathcal{V}$ em relação à Base

### DEFINIÇÃO:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$  é a **i-ÉSIMA COORDENADA DO VETOR**  $u$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

E ainda, denotamos por  $[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas de $u \in \mathcal{V}$ em relação à Base

### DEFINIÇÃO:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$  é a **i-ÉSIMA COORDENADA DO VETOR**  $u$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

E ainda, denotamos por  $[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$  e denominamos **MATRIZ DAS COORDENADAS DO VETOR**  $u$  em relação à base ordenada  $\beta_{\mathcal{V}}$ ;

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas de $u \in \mathcal{V}$ em relação à Base

### DEFINIÇÃO:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$  é a **i-ÉSIMA COORDENADA DO VETOR**  $u$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

E ainda, denotamos por  $[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$  e denominamos **MATRIZ DAS COORDENADAS DO VETOR**  $u$  em relação à base ordenada  $\beta_{\mathcal{V}}$ ; **a matriz coluna  $n \times 1$  cuja  $i$ -ésima linha é formada pela coordenada  $\lambda_i, i = 1, \dots, n$ ; ou seja,**

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## DEFINIÇÃO:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$  é a **i-ÉSIMA COORDENADA DO VETOR**  $u$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

E ainda, denotamos por  $[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$  e denominamos **MATRIZ DAS COORDENADAS DO VETOR**  $u$  em relação à base ordenada  $\beta_{\mathcal{V}}$ ; **a matriz coluna  $n \times 1$  cuja  $i$ -ésima linha é formada pela coordenada  $\lambda_i, i = 1, \dots, n$ ; ou seja,**

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas de $u \in \mathcal{V}$ em relação à Base

### DEFINIÇÃO:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$  é a **i-ÉSIMA COORDENADA DO VETOR**  $u$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

E ainda, denotamos por  $[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$  e denominamos **MATRIZ DAS COORDENADAS DO VETOR**  $u$  em relação à base ordenada  $\beta_{\mathcal{V}}$ ; **a matriz coluna  $n \times 1$  cuja  $i$ -ésima linha é formada pela coordenada  $\lambda_i, i = 1, \dots, n$** ; ou seja,

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix}.$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas de $u \in \mathcal{V}$ em relação à Base

### DEFINIÇÃO:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, de **dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ , e seja

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ .

Dada a combinação linear,  $\forall u \in \mathcal{V}$ ,  $u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i$ ;  $\forall \lambda_i \in \mathbb{K}$ ; dizemos que  $\lambda_i$  é a **i-ÉSIMA COORDENADA DO VETOR**  $u$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ .

E ainda, denotamos por  $[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$  e denominamos **MATRIZ DAS COORDENADAS DO VETOR**  $u$  em relação à base ordenada  $\beta_{\mathcal{V}}$ ; **a matriz coluna  $n \times 1$  cuja  $i$ -ésima linha é formada pela coordenada  $\lambda_i, i = 1, \dots, n$** ; ou seja,

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix}.$$

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base



EXEMPLO.1:

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ;



# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ;

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 =$$

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) +$$

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t)$$

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t)$$



# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2;$$

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2; (\alpha_1 + 3\alpha_2 - \alpha_3) = 0;$$

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2; (\alpha_1 + 3\alpha_2 - \alpha_3) = 0; \alpha_1 = 5;$$

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2; (\alpha_1 + 3\alpha_2 - \alpha_3) = 0; \alpha_1 = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 5; \alpha_3 = 1; \alpha_2 = -\frac{4}{3}$$

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2; (\alpha_1 + 3\alpha_2 - \alpha_3) = 0; \alpha_1 = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 5; \alpha_3 = 1; \alpha_2 = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2; (\alpha_1 + 3\alpha_2 - \alpha_3) = 0; \alpha_1 = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 5; \alpha_3 = 1; \alpha_2 = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 =$$

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2; (\alpha_1 + 3\alpha_2 - \alpha_3) = 0; \alpha_1 = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 5; \alpha_3 = 1; \alpha_2 = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \lambda_1 1 +$$

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2; (\alpha_1 + 3\alpha_2 - \alpha_3) = 0; \alpha_1 = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 5; \alpha_3 = 1; \alpha_2 = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \lambda_1 1 + \lambda_2 t$$



# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2; (\alpha_1 + 3\alpha_2 - \alpha_3) = 0; \alpha_1 = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 5; \alpha_3 = 1; \alpha_2 = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \lambda_1 1 + \lambda_2 t + \lambda_3 t^2$$

# Espaços Vetoriais

Coordenadas de  $u \in \mathcal{V}$  em relação à Base

## EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2; (\alpha_1 + 3\alpha_2 - \alpha_3) = 0; \alpha_1 = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 5; \alpha_3 = 1; \alpha_2 = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \lambda_1 1 + \lambda_2 t + \lambda_3 t^2 \Rightarrow \lambda_1 = 2;$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas de $u \in \mathcal{V}$ em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2; (\alpha_1 + 3\alpha_2 - \alpha_3) = 0; \alpha_1 = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 5; \alpha_3 = 1; \alpha_2 = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \lambda_1 1 + \lambda_2 t + \lambda_3 t^2 \Rightarrow \lambda_1 = 2; \lambda_2 = 0;$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas de $u \in \mathcal{V}$ em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2; (\alpha_1 + 3\alpha_2 - \alpha_3) = 0; \alpha_1 = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 5; \alpha_3 = 1; \alpha_2 = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \lambda_1 1 + \lambda_2 t + \lambda_3 t^2 \Rightarrow \lambda_1 = 2; \lambda_2 = 0; \lambda_3 = 5$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas de $u \in \mathcal{V}$ em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2; (\alpha_1 + 3\alpha_2 - \alpha_3) = 0; \alpha_1 = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 5; \alpha_3 = 1; \alpha_2 = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \lambda_1 1 + \lambda_2 t + \lambda_3 t^2 \Rightarrow \lambda_1 = 2; \lambda_2 = 0; \lambda_3 = 5 \Rightarrow [p(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas de $u \in \mathcal{V}$ em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Seja  $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ; sejam  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{t + t^2, 3t, 2 - t\}$  e  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ; e seja  $p(t) = 2 + 5t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ .

Então,

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \alpha_1(t + t^2) + \alpha_2(3t) + \alpha_3(2 - t) \Rightarrow 2\alpha_3 = 2; (\alpha_1 + 3\alpha_2 - \alpha_3) = 0; \alpha_1 = 5;$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 5; \alpha_3 = 1; \alpha_2 = -\frac{4}{3} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = 2 + 5t^2 = \lambda_1 1 + \lambda_2 t + \lambda_3 t^2 \Rightarrow \lambda_1 = 2; \lambda_2 = 0; \lambda_3 = 5 \Rightarrow [p(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

# Espaços Vetoriais

Coordenadas do vetor em relação à Base

EXEMPLO.1:

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} =$



# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \dots\}$ ,

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}\}$ ,

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear*

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como *combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como *combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 =$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1)$$



# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t)$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t =$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t = a_{12}(1)$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t)$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t =$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1)$$



# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t)$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$[q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix};$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$[q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}; \text{ e}$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$[q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}; \text{ e } [s(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$[q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}; \text{ e } [s(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Podemos obter uma matriz  $A_3$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$[q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}; \text{ e } [s(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Podemos obter uma matriz  $A_3$  com estas MATRIZES DAS COORDENADAS representando as **colunas** de  $A_3$ :

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$[q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}; \text{ e } [s(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Podemos obter uma matriz  $A_3$  com estas MATRIZES DAS COORDENADAS representando as **colunas** de  $A_3$ :

$$A_3 = [ \begin{array}{c} [q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} \\ [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} \\ [s(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} \end{array} ]$$



# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$[q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}; \text{ e } [s(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Podemos obter uma matriz  $A_3$  com estas MATRIZES DAS COORDENADAS representando as **colunas** de  $A_3$ :

$$A_3 = [ \begin{matrix} [q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} & [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} \end{matrix} ]$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$[q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}; \text{ e } [s(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Podemos obter uma matriz  $A_3$  com estas MATRIZES DAS COORDENADAS representando as **colunas** de  $A_3$ :

$$A_3 = \begin{bmatrix} [q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} & [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} & [s(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Observe que cada vetor da base  $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{\underbrace{t + t^2}_{q(t)}, \underbrace{3t}_{r(t)}, \underbrace{2 - t}_{s(t)}\}$  também pode ser escrito como

*combinação linear* dos vetores da base  $\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ :

$$q(t) = t + t^2 = a_{11}(1) + a_{21}(t) + a_{31}(t^2)$$

$$r(t) = 3t = a_{12}(1) + a_{22}(t) + a_{32}(t^2)$$

$$s(t) = 2 - t = a_{13}(1) + a_{23}(t) + a_{33}(t^2)$$

$$[q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}; \text{ e } [s(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Podemos obter uma matriz  $A_3$  com estas MATRIZES DAS COORDENADAS representando as **colunas** de  $A_3$ :

$$A_3 = \begin{bmatrix} [q(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} & [r(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} & [s(t)]_{\beta'_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}} \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

Coordenadas do vetor em relação à Base

EXEMPLO.1:

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$** :

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$



# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$** :

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} =$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$** :

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = [(2 + 5t^2)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} =$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = [(2 + 5t^2)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = [(2 + 5t^2)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = [(2 + 5t^2)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = [(2 + 5t^2)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $\det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = [(2 + 5t^2)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $\det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Portanto,

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = [(2 + 5t^2)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $\det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Portanto,

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$



# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = [(2 + 5t^2)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $\det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Portanto,

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}}.$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = [(2 + 5t^2)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $\det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Portanto,

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}}.$$

Desse modo,

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = [(2 + 5t^2)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $\det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Portanto,

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}}.$$

Desse modo,

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = [(2 + 5t^2)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $\det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Portanto,

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}}.$$

Desse modo,

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = [(2 + 5t^2)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $\det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Portanto,

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}}.$$

Desse modo,

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = [(2 + 5t^2)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $\det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Portanto,

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}}.$$

Desse modo,

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = [(2 + 5t^2)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $\det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Portanto,

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}}.$$

Desse modo,

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Coordenadas do vetor em relação à Base

### EXEMPLO.1:

Agora, podemos utilizar a matriz  $A_3$  para obter a MATRIZ DAS COORDENADAS de **qualquer** vetor de  $\mathcal{V}$  em relação à base  $\beta_{\mathcal{V}}$ :

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

$$[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = [(2 + 5t^2)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observe que  $\det(A_3) \neq 0 \Rightarrow A_3$  é invertível!

Portanto,

$$\Rightarrow A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}A_3[p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} \Rightarrow [p(t)]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_3^{-1}[p(t)]_{\beta'_{\mathcal{V}}}.$$

Desse modo,

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$



# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

### TEOREMA:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **de dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ;

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

### TEOREMA:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **de dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ; e sejam

$$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \text{ e}$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

### TEOREMA:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **de dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ; e sejam

$$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \text{ e } \beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

### TEOREMA:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **de dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ .

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

### TEOREMA:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **de dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ . Então, existe **uma única matriz**  $A_n \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  **invertível** tal que

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

### TEOREMA:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **de dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ; e sejam

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ .

Então, existe **uma única matriz**  $A_n \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  **invertível** tal que  $\forall u \in \mathcal{V}$  tem-se que;

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

### TEOREMA:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **de dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ; e sejam

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ .

Então, existe **uma única matriz**  $A_n \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  **invertível** tal que  $\forall u \in \mathcal{V}$  tem-se que;

$$(a) \quad [u]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_n [u]_{\beta_{\mathcal{V}}};$$



# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

### TEOREMA:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **de dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ; e sejam

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ .

Então, existe **uma única matriz**  $A_n \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  **invertível** tal que  $\forall u \in \mathcal{V}$  tem-se que;

(a)  $[u]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_n[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$ ; e

(b)  $[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_n^{-1}[u]_{\beta'_{\mathcal{V}}}.$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

### TEOREMA:

Seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, **de dimensão finita**, sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ; e sejam

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ .

Então, existe **uma única matriz**  $A_n \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  **invertível** tal que  $\forall u \in \mathcal{V}$  tem-se que;

(a)  $[u]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_n[u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$ ; e

(b)  $[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = A_n^{-1}[u]_{\beta'_{\mathcal{V}}}.$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA: (continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j$$



# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1);$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K}$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

então, **substituindo** (3) em (1):

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

então, **substituindo (3)** em (1):

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j \left( \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i \right)$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

então, **substituindo** (3) em (1):

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j \left( \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij} \lambda_j) u_i$$



# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

então, **substituindo** (3) em (1):

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j (\sum_{i=1}^n a_{ij} u_i) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K}$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

então, **substituindo** (3) em (1):

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j (\sum_{i=1}^n a_{ij} u_i) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K} \quad (4).$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

então, **substituindo** (3) em (1):

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j \left( \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j \right) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K} \quad (4).$$

Fazendo (2) = (4):

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

então, **substituindo** (3) em (1):

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j \left( \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j \right) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K} \quad (4).$$

Fazendo (2) = (4):

$$u = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j \right) u_i =$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

então, **substituindo** (3) em (1):

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j (\sum_{i=1}^n a_{ij} u_i) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K} \quad (4).$$

Fazendo (2) = (4):

$$u = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\alpha_i) u_i$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

então, **substituindo** (3) em (1):

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j (\sum_{i=1}^n a_{ij} u_i) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K} \quad (4).$$

Fazendo (2) = (4):

$$u = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\alpha_i) u_i \Rightarrow \alpha_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j; \forall i$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

então, **substituindo** (3) em (1):

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j (\sum_{i=1}^n a_{ij} u_i) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K} \quad (4).$$

Fazendo (2) = (4):

$$u = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\alpha_i) u_i \Rightarrow \alpha_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j; \forall i$$

Na FORMA MATRICIAL;

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

então, **substituindo** (3) em (1):

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j (\sum_{i=1}^n a_{ij} u_i) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K} \quad (4).$$

Fazendo (2) = (4):

$$u = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\alpha_i) u_i \Rightarrow \alpha_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j; \forall i$$

Na FORMA MATRICIAL;

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix}$$



# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

então, **substituindo** (3) em (1):

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j (\sum_{i=1}^n a_{ij} u_i) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K} \quad (4).$$

Fazendo (2) = (4):

$$u = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\alpha_i) u_i \Rightarrow \alpha_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j; \forall i$$

Na FORMA MATRICIAL;

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

então, **substituindo** (3) em (1):

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j (\sum_{i=1}^n a_{ij} u_i) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K} \quad (4).$$

Fazendo (2) = (4):

$$u = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\alpha_i) u_i \Rightarrow \alpha_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j; \forall i$$

Na FORMA MATRICIAL;

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

então, **substituindo** (3) em (1):

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j (\sum_{i=1}^n a_{ij} u_i) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K} \quad (4).$$

Fazendo (2) = (4):

$$u = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\alpha_i) u_i \Rightarrow \alpha_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j; \forall i$$

Na FORMA MATRICIAL;

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} \Rightarrow [u]_{\beta'_{\mathcal{V}}}$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

então, **substituindo** (3) em (1):

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j (\sum_{i=1}^n a_{ij} u_i) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K} \quad (4).$$

Fazendo (2) = (4):

$$u = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\alpha_i) u_i \Rightarrow \alpha_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j; \forall i$$

Na FORMA MATRICIAL;

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} \Rightarrow [u]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_n$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

então, **substituindo** (3) em (1):

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j (\sum_{i=1}^n a_{ij} u_i) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K} \quad (4).$$

Fazendo (2) = (4):

$$u = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\alpha_i) u_i \Rightarrow \alpha_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j; \forall i$$

Na FORMA MATRICIAL;

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} \Rightarrow [u]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_n [u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

# Espaços Vetoriais

## Mudança de Base

TEOREMA:(continuação)

Isto é;  $\forall u \in \mathcal{V}$  e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  duas bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  temos que;

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j v_j; \forall \lambda_j \in \mathbb{K}; \forall j \quad (1); \text{ e } u = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i; \forall \alpha_i \in \mathbb{K}; \forall i \quad (2).$$

E ainda,

$$\forall v_j \in \beta_{\mathcal{V}} \Rightarrow v_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i; \forall a_{ij} \in \mathbb{K} \quad (3);$$

então, **substituindo** (3) em (1):

$$u = \sum_{j=1}^n \lambda_j (\sum_{i=1}^n a_{ij} u_i) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i; \forall a_{ij}, \lambda_j \in \mathbb{K} \quad (4).$$

Fazendo (2) = (4):

$$u = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j) u_i = \sum_{i=1}^n (\alpha_i) u_i \Rightarrow \alpha_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \lambda_j; \forall i$$

Na FORMA MATRICIAL;

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} \Rightarrow [u]_{\beta'_{\mathcal{V}}} = A_n [u]_{\beta_{\mathcal{V}}}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

$$[u]_{\beta'_V}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

$$[u]_{\beta'_V} = A_n$$



# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

$$[u]_{\beta'_V} = A_n [u]_{\beta_V}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

$$[u]_{\beta'_V} = A_n [u]_{\beta_V}$$

A matriz invertível  $A_n$  é denominada

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

$$[u]_{\beta'_v} = A_n [u]_{\beta_v}$$

A matriz invertível  $A_n$  é denominada **MATRIZ MUDANÇA DA BASE ORDENADA**  $\beta_v$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

$$[u]_{\beta'_V} = A_n [u]_{\beta_V}$$

A matriz invertível  $A_n$  é denominada **MATRIZ MUDANÇA DA BASE ORDENADA**  $\beta_V$   
**PARA A BASE ORDENADA**  $\beta'_V$ ;

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

$$[u]_{\beta'_v} = A_n[u]_{\beta_v}$$

A matriz invertível  $A_n$  é denominada **MATRIZ MUDANÇA DA BASE ORDENADA  $\beta_v$  PARA A BASE ORDENADA  $\beta'_v$** ;  
cuja  $j$ -ésima coluna representa as coordenadas do vetor  $v_j$  em relação à base  $\beta'_v$ .

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

$$[u]_{\beta'_v} = A_n[u]_{\beta_v}$$

A matriz invertível  $A_n$  é denominada **MATRIZ MUDANÇA DA BASE ORDENADA  $\beta_v$  PARA A BASE ORDENADA  $\beta'_v$** ;

cuja  $j$ -ésima coluna representa as coordenadas do vetor  $v_j$  em relação à base  $\beta'_v$ .

NOTAÇÃO:

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

$$[u]_{\beta'_v} = A_n [u]_{\beta_v}$$

A matriz invertível  $A_n$  é denominada **MATRIZ MUDANÇA DA BASE ORDENADA  $\beta_v$  PARA A BASE ORDENADA  $\beta'_v$** ;

cuja  $j$ -ésima coluna representa as coordenadas do vetor  $v_j$  em relação à base  $\beta'_v$ .

NOTAÇÃO:

$$A_n = [\mathcal{I}]_{\beta'_v}^{\beta_v}.$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

$$[u]_{\beta'_v} = A_n [u]_{\beta_v}$$

A matriz invertível  $A_n$  é denominada **MATRIZ MUDANÇA DA BASE ORDENADA  $\beta_v$  PARA A BASE ORDENADA  $\beta'_v$** ;

cuja  $j$ -ésima coluna representa as coordenadas do vetor  $v_j$  em relação à base  $\beta'_v$ .

NOTAÇÃO:

$$A_n = [I]_{\beta'_v}^{\beta_v}.$$



# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

OBSERVAÇÃO.1:

$$A_n^{-1} = ([I]_{\beta'_v}^{\beta_v})^{-1}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

OBSERVAÇÃO.1:

$$A_n^{-1} = ([I]_{\beta'_v}^{\beta_v})^{-1} = [I]_{\beta_v}^{\beta'_v}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

OBSERVAÇÃO.1:

$$A_n^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta'_\nu}^{\beta_\nu})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_\nu}^{\beta'_\nu} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta'_\nu}^{\beta_\nu} [\mathcal{I}]_{\beta_\nu}^{\beta'_\nu} =$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

OBSERVAÇÃO.1:

$$A_n^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta'_\nu}^{\beta_\nu})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_\nu}^{\beta'_\nu} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta'_\nu}^{\beta_\nu} [\mathcal{I}]_{\beta_\nu}^{\beta'_\nu} = [\mathcal{I}]_{\beta_\nu}^{\beta'_\nu} [\mathcal{I}]_{\beta'_\nu}^{\beta_\nu} = I_n.$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

OBSERVAÇÃO.1:

$$A_n^{-1} = ([I]_{\beta'_\nu}^{\beta_\nu})^{-1} = [I]_{\beta_\nu}^{\beta'_\nu} \Rightarrow [I]_{\beta'_\nu}^{\beta_\nu} [I]_{\beta_\nu}^{\beta'_\nu} = [I]_{\beta_\nu}^{\beta'_\nu} [I]_{\beta'_\nu}^{\beta_\nu} = I_n.$$

$$[u]_{\beta_\nu}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

OBSERVAÇÃO.1:

$$A_n^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta'_\nu}^{\beta_\nu})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_\nu}^{\beta'_\nu} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta'_\nu}^{\beta_\nu} [\mathcal{I}]_{\beta_\nu}^{\beta'_\nu} = [\mathcal{I}]_{\beta_\nu}^{\beta'_\nu} [\mathcal{I}]_{\beta'_\nu}^{\beta_\nu} = I_n.$$

$$[u]_{\beta_\nu} = [\mathcal{I}]_{\beta_\nu}^{\beta'_\nu}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

OBSERVAÇÃO.1:

$$A_n^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta'_v}^{\beta_v})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_v}^{\beta'_v} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta'_v}^{\beta_v} [\mathcal{I}]_{\beta_v}^{\beta'_v} = [\mathcal{I}]_{\beta_v}^{\beta'_v} [\mathcal{I}]_{\beta'_v}^{\beta_v} = I_n.$$

$$[u]_{\beta_v} = [\mathcal{I}]_{\beta_v}^{\beta'_v} [u]_{\beta'_v}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

OBSERVAÇÃO.1:

$$A_n^{-1} = ([\mathcal{I}]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}})^{-1} = [\mathcal{I}]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} \Rightarrow [\mathcal{I}]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} [\mathcal{I}]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} = [\mathcal{I}]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} [\mathcal{I}]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} = I_n.$$

$$[u]_{\beta_\mathcal{V}} = [\mathcal{I}]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} [u]_{\beta'_\mathcal{V}}$$

OBSERVAÇÃO.2: Para  $\beta_\mathcal{V}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ ;



# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

**OBSERVAÇÃO.1:**

$$A_n^{-1} = ([I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}})^{-1} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} \Rightarrow [I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} [I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} = I_n.$$

$$[u]_{\beta_\mathcal{V}} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} [u]_{\beta'_\mathcal{V}}$$

**OBSERVAÇÃO.2:** Para  $\beta_\mathcal{V}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ ; a matriz

$$[I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

**OBSERVAÇÃO.1:**

$$A_n^{-1} = ([I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}})^{-1} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} \Rightarrow [I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} [I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} = I_n.$$

$$[u]_{\beta_\mathcal{V}} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} [u]_{\beta'_\mathcal{V}}$$

**OBSERVAÇÃO.2:** Para  $\beta_\mathcal{V}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ ; a matriz

$$[I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} = I_n.$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

OBSERVAÇÃO.1:

$$A_n^{-1} = ([I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}})^{-1} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} \Rightarrow [I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} [I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} = I_n.$$

$$[u]_{\beta_\mathcal{V}} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} [u]_{\beta'_\mathcal{V}}$$

OBSERVAÇÃO.2: Para  $\beta_\mathcal{V}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ ; a matriz

$$[I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} = I_n.$$

OBSERVAÇÃO.3: TRANSITIVIDADE:

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

OBSERVAÇÃO.1:

$$A_n^{-1} = ([I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}})^{-1} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} \Rightarrow [I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} [I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} = I_n.$$

$$[u]_{\beta_\mathcal{V}} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} [u]_{\beta'_\mathcal{V}}$$

OBSERVAÇÃO.2: Para  $\beta_\mathcal{V}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ ; a matriz

$$[I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} = I_n.$$

OBSERVAÇÃO.3: TRANSITIVIDADE:

$$[I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} =$$

OBSERVAÇÃO.1:

$$A_n^{-1} = ([I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}})^{-1} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} \Rightarrow [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} = I_n.$$

$$[u]_{\beta_\mathcal{V}} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} [u]_{\beta'_\mathcal{V}}$$

OBSERVAÇÃO.2: Para  $\beta_\mathcal{V}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ ; a matriz

$$[I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} = I_n.$$

OBSERVAÇÃO.3: TRANSITIVIDADE:

$$[I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} = [I]_{\beta''_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

OBSERVAÇÃO.1:

$$A_n^{-1} = ([I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}})^{-1} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} \Rightarrow [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} = I_n.$$

$$[u]_{\beta_\mathcal{V}} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} [u]_{\beta'_\mathcal{V}}$$

OBSERVAÇÃO.2: Para  $\beta_\mathcal{V}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ ; a matriz

$$[I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} = I_n.$$

OBSERVAÇÃO.3: TRANSITIVIDADE:

$$[I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} = [I]_{\beta''_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} [I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta''_\mathcal{V}}.$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

OBSERVAÇÃO.1:

$$A_n^{-1} = ([I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}})^{-1} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} \Rightarrow [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} = I_n.$$

$$[u]_{\beta_\mathcal{V}} = [I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta'_\mathcal{V}} [u]_{\beta'_\mathcal{V}}$$

OBSERVAÇÃO.2: Para  $\beta_\mathcal{V}$  uma base ordenada qualquer de  $\mathcal{V}$ ; a matriz

$$[I]_{\beta_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} = I_n.$$

OBSERVAÇÃO.3: TRANSITIVIDADE:

$$[I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} = [I]_{\beta''_\mathcal{V}}^{\beta_\mathcal{V}} [I]_{\beta'_\mathcal{V}}^{\beta''_\mathcal{V}}.$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas



# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, 1, 0); (0, 0, 2); (0, 1, 3)\}$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, 1, 0); (0, 0, 2); (0, 1, 3)\}$  e  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{(1, 0, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 1)\}$ ,

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, 1, 0); (0, 0, 2); (0, 1, 3)\}$  e  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{(1, 0, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 1)\}$ , e seja  $u = (-1, 3, 5) \in \mathbb{R}^3$ .

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, 1, 0); (0, 0, 2); (0, 1, 3)\}$  e  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{(1, 0, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 1)\}$ , e seja  $u = (-1, 3, 5) \in \mathbb{R}^3$ .

1. Determine a matriz das coordenadas do vetor  $[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}$ .

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, 1, 0); (0, 0, 2); (0, 1, 3)\}$  e  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{(1, 0, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 1)\}$ , e seja  $u = (-1, 3, 5) \in \mathbb{R}^3$ .

1. Determine a matriz das coordenadas do vetor  $[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}$ .
2. Determine a matriz mudança de base  $[I]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$ .

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, 1, 0); (0, 0, 2); (0, 1, 3)\}$  e  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{(1, 0, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 1)\}$ , e seja  $u = (-1, 3, 5) \in \mathbb{R}^3$ .

1. Determine a matriz das coordenadas do vetor  $[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}$ .
2. Determine a matriz mudança de base  $[I]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$ .
3. Determine a matriz das coordenadas do vetor  $[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}$ .

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, 1, 0); (0, 0, 2); (0, 1, 3)\}$  e  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{(1, 0, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 1)\}$ , e seja  $u = (-1, 3, 5) \in \mathbb{R}^3$ .

1. Determine a matriz das coordenadas do vetor  $[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}$ .
2. Determine a matriz mudança de base  $[I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ .
3. Determine a matriz das coordenadas do vetor  $[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  utilizando a matriz  $[I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ .

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , sejam as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, 1, 0); (0, 0, 2); (0, 1, 3)\}$  e  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{(1, 0, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 1)\}$ , e seja  $u = (-1, 3, 5) \in \mathbb{R}^3$ .

1. Determine a matriz das coordenadas do vetor  $[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}$ .
2. Determine a matriz mudança de base  $[I]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$ .
3. Determine a matriz das coordenadas do vetor  $[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  utilizando a matriz  $[I]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$ .



### EXERCÍCIOS: (Respostas)

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2};$

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}\}$ ;

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3} \}$

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1};$$

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2};$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$



# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3} \}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3} \}$  note que  $\beta'_{\mathbb{R}^3}$  é a base canônica!

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$  note que  $\beta'_{\mathbb{R}^3}$  é a base canônica!

$$[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = ?$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$  note que  $\beta'_{\mathbb{R}^3}$  é a base canônica!

$$[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$  note que  $\beta'_{\mathbb{R}^3}$  é a base canônica!

$[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = ?$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

$v = (x, y, z) =$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$  note que  $\beta'_{\mathbb{R}^3}$  é a base canônica!

$$[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

$$v = (x, y, z) = x(1, 0, 0)$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$  note que  $\beta'_{\mathbb{R}^3}$  é a base canônica!

$$[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

$$v = (x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0)$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$  note que  $\beta'_{\mathbb{R}^3}$  é a base canônica!

$$[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

$$v = (x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) + z(0, 0, 1)$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$  note que  $\beta'_{\mathbb{R}^3}$  é a base canônica!

$$[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

$$v = (x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) + z(0, 0, 1)$$

Note que as coordenadas do vetor



# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$  note que  $\beta'_{\mathbb{R}^3}$  é a base canônica!

$$[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

$$v = (x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) + z(0, 0, 1)$$

Note que as coordenadas do vetor são as coordenadas em relação à base canônica:

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$  note que  $\beta'_{\mathbb{R}^3}$  é a base canônica!

$$[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

$$v = (x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) + z(0, 0, 1)$$

Note que as coordenadas do vetor são as coordenadas em relação à base canônica:

$$[v]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$  note que  $\beta'_{\mathbb{R}^3}$  é a base canônica!

$$[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

$$v = (x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) + z(0, 0, 1)$$

Note que as coordenadas do vetor são as coordenadas em relação à base canônica:

$$[v]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \Rightarrow [u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$  note que  $\beta'_{\mathbb{R}^3}$  é a base canônica!

$$[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

$$v = (x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) + z(0, 0, 1)$$

Note que as coordenadas do vetor são as coordenadas em relação à base canônica:

$$[v]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \Rightarrow [u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = [(-1, 3, 5)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} =$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$  note que  $\beta'_{\mathbb{R}^3}$  é a base canônica!

$$[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

$$v = (x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) + z(0, 0, 1)$$

Note que as coordenadas do vetor são as coordenadas em relação à base canônica:

$$[v]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \Rightarrow [u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = [(-1, 3, 5)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$  note que  $\beta'_{\mathbb{R}^3}$  é a base canônica!

$$[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = ?$$

Considerando um vetor qualquer  $v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ;

$$v = (x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) + z(0, 0, 1)$$

Note que as coordenadas do vetor são as coordenadas em relação à base canônica:

$$[v]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \Rightarrow [u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = [(-1, 3, 5)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas



# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(\underbrace{1, 1, 0}_{e_1 + e_2});$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}\};$

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3} \}$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1};$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

Como também,

$$[(1, 1, 0)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} =$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

Como também,

$$[(1, 1, 0)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix};$$



# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

Como também,

$$[(1, 1, 0)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0, 0, 2)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} =$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

Como também,

$$[(1, 1, 0)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0, 0, 2)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \text{ e,}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

Como também,

$$[(1, 1, 0)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0, 0, 2)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \text{ e, } [(0, 1, 3)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} =$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

Como também,

$$[(1, 1, 0)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0, 0, 2)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \text{ e, } [(0, 1, 3)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

Como também,

$$[(1, 1, 0)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0, 0, 2)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \text{ e, } [(0, 1, 3)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Portanto,

$$[I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} =$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$

Como também,

$$[(1, 1, 0)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0, 0, 2)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \text{ e, } [(0, 1, 3)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Portanto,

$$[I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$

Como também,

$$[(1, 1, 0)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0, 0, 2)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \text{ e, } [(0, 1, 3)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Portanto,

$$[I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$

Como também,

$$[(1, 1, 0)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0, 0, 2)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \text{ e, } [(0, 1, 3)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Portanto,

$$[I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$



# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$

Como também,

$$[(1, 1, 0)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0, 0, 2)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \text{ e, } [(0, 1, 3)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Portanto,

$$[I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} =$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

Como também,

$$[(1, 1, 0)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0, 0, 2)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \text{ e, } [(0, 1, 3)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Portanto,

$$[I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = ([I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}})^{-1} =$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$

Como também,

$$[(1, 1, 0)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0, 0, 2)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \text{ e, } [(0, 1, 3)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Portanto,

$$[I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = ([I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$

Como também,

$$[(1, 1, 0)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0, 0, 2)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \text{ e, } [(0, 1, 3)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Portanto,

$$[I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = ([I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$

Como também,

$$[(1, 1, 0)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0, 0, 2)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \text{ e, } [(0, 1, 3)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Portanto,

$$[I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = ([I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1+e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2+3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$

Como também,

$$[(1, 1, 0)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; [(0, 0, 2)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \text{ e, } [(0, 1, 3)]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Portanto,

$$[I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = ([I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas



# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2};$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}\}$

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{ \underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3} \}$

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1};$$

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2};$$

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

$$[I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} =$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

$$[I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

$$[I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$

$$[I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$

$$[I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Assim,  $[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$

$$[I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Assim,  $[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1, 3, 5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} =$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$

$$[I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Assim,  $[u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1, 3, 5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}[u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} =$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$

$$[I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Assim, } [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1, 3, 5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} [u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 5 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$

$$[I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Assim, } [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1, 3, 5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} [u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$

$$[I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Assim, } [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1, 3, 5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} [u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

$$[I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Assim, } [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1, 3, 5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} [u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} =$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

$$[I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Assim, } [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1, 3, 5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} [u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{7}{2} \\ 4 \end{bmatrix}.$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

$$[I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Assim, } [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1, 3, 5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} [u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{7}{2} \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ou seja,  $u = (-1, 3, 5) =$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

$$[I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Assim, } [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1, 3, 5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} [u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{7}{2} \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ou seja,  $u = (-1, 3, 5) = -1(1, 1, 0)$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

$$[I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Assim, } [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1, 3, 5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} [u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{7}{2} \\ 4 \end{bmatrix}.$$

$$\text{Ou seja, } u = (-1, 3, 5) = -1(1, 1, 0) - \frac{7}{2}(0, 0, 2)$$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

$$[I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Assim, } [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1, 3, 5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} [u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{7}{2} \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ou seja,  $u = (-1, 3, 5) = -1(1, 1, 0) - \frac{7}{2}(0, 0, 2) + 4(0, 1, 3).$

# Espaços Vetoriais

## Matriz Mudança de Base

### EXERCÍCIOS: (Respostas)

$\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ , e as bases ordenadas  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 0)}_{e_1 + e_2}; \underbrace{(0, 0, 2)}_{2e_3}; \underbrace{(0, 1, 3)}_{e_2 + 3e_3}\}$  e

$$\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 0, 0)}_{e_1}; \underbrace{(0, 1, 0)}_{e_2}; \underbrace{(0, 0, 1)}_{e_3}\}$$

$$[I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Assim, } [u]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [(-1, 3, 5)]_{\beta_{\mathbb{R}^3}} = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} [u]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{7}{2} \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ou seja,  $u = (-1, 3, 5) = -1(1, 1, 0) - \frac{7}{2}(0, 0, 2) + 4(0, 1, 3).$