

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Matemática Discreta II
Prof. Ciro Russo
Primeira unidade – 20/12/2013
Prova de reposição para ausêntes justificadas

1. Encontre o mdc positivo dos seguintes pares de números inteiros.

- a. 235 e 35 b. 362 e 192 c. -145 e -210

2. Seja R a relação definida sobre \mathbb{Z} como segue:

$$a R b \quad \text{sse} \quad \exists k \in \mathbb{Z} \text{ tal que } a - b = 3k$$

- a. Demonstre as propriedades simétrica e transitiva para R .
b. Qual é a classe de equivalência de -9 ?
c. Encontre, no conjunto seguinte, os pares que estão na relação R com 2:

$$\{1, -1, 23, -23, 14, 0, -4\}.$$

- d. Demonstre que, se $a R b$ e $c R d$, então $a + c R b + d$.

3. Demonstre, usando o princípio de indução, as seguintes.

- a. Para todo $n \geq 1$,

$$\sum_{k=1}^n 2k - 1 = n^2.$$

- b. Para todo $n \geq 1$,

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}.$$

- c. Para todo $n \geq 1$, $n^3 + 3n^2 + 5n$ é múltiplo de 3.

4. Defina, por recorrência:

- a. a soma entre numeros naturais,
b. a potência a^n de base $a \in \mathbb{R}$ e expoente natural,
c. a sequência a_n ($n \geq 0$) de numeros inteiros na qual $a_0 = 0$, $a_1 = 1$ e todo a_n , com $n \geq 2$, é a potência de base n e expoente a soma dos dois termos anteriores.

Escreva também os primeiros 4 termos da sequência da letra **c** (o quarto pode ficar em forma de potência, não precisa calcular o valor).