

## Exercícios de Lógica 3

30 de setembro de 2021

**1** Prove a corretude das regras (R1)–(R6) do cálculo de seqüentes  $\mathcal{S}$  apresentado em sala de aula.

**2** Apresente uma derivação que justifica  $\{\varphi\} \vdash_{\mathcal{S}} \neg\neg\varphi$  (veja Exemplo 3.70 (d) e (e) do script).

**3** Derive a seqüente  $\emptyset \vdash \varphi \rightarrow \psi \rightarrow \varphi$  em  $\mathcal{S}$ . Isto é, mostre que  $\varphi \rightarrow \psi \rightarrow \varphi$  é um teorema no cálculo  $\mathcal{S}$ :  $\vdash_{\mathcal{S}} \varphi \rightarrow \psi \rightarrow \varphi$ .

**4** Explique informalmente e com suas próprias palavras a estratégia e os passos da prova da completude do cálculo de Hilbert. Explique também como a prova da completude do cálculo  $\mathcal{S}$  pode ser reduzida à prova da completude do cálculo de Hilbert.

**5** Use resolução para determinar se as fórmulas seguintes são ou não satisfatíveis:  $\varphi = (p \vee q) \wedge \neg q \wedge (\neg p \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg r)$ ,  $\psi = (\neg p \vee \neg q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q)$ .

**6** Use resolução para mostrar que  $\varphi = (\neg q \wedge \neg r \wedge s) \vee (\neg q \wedge \neg s) \vee (r \wedge s) \vee q$  é uma tautologia. (Lembre que  $\varphi$  é válida sse  $\neg\varphi$  é contraditória.)