

MATA51 – Teoria da Computação
Profa. Laís Salvador

Funções Não Computáveis

Na verdade há muito mais funções do que nomes para nomeá-las ou algoritmos para computá-las.

Se assumirmos que o conjunto de funções unárias sobre os naturais é infinito e enumerável, podemos definir a seguinte função:

$$g(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } f_n(n) = 1 \\ 1, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

onde f_i é a i -ésima função da enumeração.

Mas $g(n)$ não pode fazer parte da enumeração pois se $g(n) = f_i(n)$ para algum j , teremos:

$$g(j) = f_j(j) \text{ e } g(j) \neq f_j(j),$$

uma contradição!

Então a nossa hipótese é falsa: o conjunto das funções sobre os naturais é não enumerável.

O que podemos afirmar sobre $g(n)$?

Novamente usamos o argumento da diagonalização de Cantor...

1. **Introduction to Automata Theory, Languages and Computation.** HOPCROFT, J. E., AND ULLMAN, J. D. (1979), Addison-Wesley, Reading, Mass.