



Universidade Federal da Bahia - UFBA  
Instituto de Matemática e Estatística - IME  
Departamento de Matemática



# MAT A07 - Álgebra Linear A

## Aula 20

Transformações Lineares:

Operações e Matriz Associada



**Professora:** Isamara C. Alves

Data: 20/05/2021

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\};$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas. Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .



# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) =$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2)$$



# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(e_3) &= (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3) \\ \mathcal{F}(e_2) &= \end{aligned}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3)$$



# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) =$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) +$$



# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) =$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1, 0, 0)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1, 0, 0) = a_{14}(e_1 - e_3) +$$



# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1, 0, 0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1, 0, 0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1, 0, 0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1, 0, 0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1, 0, 0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1, 0, 0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1, 0, 0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1, 0, 0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

A matriz associada:



# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1, 0, 0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

A matriz associada:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1, 0, 0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

A matriz associada:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1, 0, 0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

A matriz associada:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1, 0, 0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

A matriz associada:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$  e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_3) = (0, 1, 0) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 1(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_2) = (0, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_4) = (1, 0, 0) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1) = (1, 0, 0) = a_{14}(e_1 - e_3) + a_{24}(e_1 + e_2) + a_{34}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -1(-e_3)$$

A matriz associada:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$ .

Então; por definição de matrizes associadas:



# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$ .

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] =$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$ .

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = [ \quad [\mathcal{F}(e_1)]$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$ .

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$ .

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y)$ .

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1];$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3];$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_2];$$



### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_2]; \quad [\mathcal{F}(e_4)] = [e_1].$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_2]; \quad [\mathcal{F}(e_4)] = [e_1].$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_2]; \quad [\mathcal{F}(e_4)] = [e_1].$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_2]; \quad [\mathcal{F}(e_4)] = [e_1].$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_2]; \quad [\mathcal{F}(e_4)] = [e_1].$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_3 \times \underbrace{\quad}_4$$

$\dim(\mathbb{R}^3) \quad \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

1.  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] & [\mathcal{F}(e_4)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_2]; \quad [\mathcal{F}(e_4)] = [e_1].$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_3 \times \underbrace{\quad}_4$$

$\dim(\mathbb{R}^3) \quad \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$



# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ;

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) =$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2)$$



# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) =$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1)$$



# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) =$$



# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta'_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta'_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) +$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta'_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta'_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) +$$



# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 2(-e_3)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 2(-e_3)$$

A matriz associada:

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 2(-e_3)$$

A matriz associada:

$$[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 2(-e_3)$$

A matriz associada:

$$[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta'_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 2(-e_3)$$

A matriz associada:

$$[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta'_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 2(-e_3)$$

A matriz associada:

$$[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_3 \text{ } \text{dim}(\mathbb{R}^3)$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta'_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 2(-e_3)$$

A matriz associada:

$$[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{3}_{\dim(\mathbb{R}^3)} \times$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2. Seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$  e sejam  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  e  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$ ; base ordenadas.

Encontre as matrizes associadas :  $[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta'_{\mathbb{R}^3}}$  ;  $[\mathcal{F}]$  .

Assim,

$$\mathcal{F}(e_1 - e_3) = (0, 0, -1) = a_{11}(e_1 - e_3) + a_{21}(e_1 + e_2) + a_{31}(-e_3) = 0(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 1(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(e_1 + e_2) = (1, 0, 1) = a_{12}(e_1 - e_3) + a_{22}(e_1 + e_2) + a_{32}(-e_3) = 1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + -2(-e_3)$$

$$\mathcal{F}(-e_3) = (-1, 0, -1) = a_{13}(e_1 - e_3) + a_{23}(e_1 + e_2) + a_{33}(-e_3) = -1(e_1 - e_3) + 0(e_1 + e_2) + 2(-e_3)$$

A matriz associada:

$$[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathbb{R}^3}}^{\beta'_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\dim(\mathbb{R}^3)} \times \underbrace{\quad}_{\dim(\mathbb{R}^3)}$$



# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

2.  $\mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

$$2. \mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

$$2. \mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] =$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

$$2. \mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = [ \quad [\mathcal{F}(e_1)]$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

$$2. \mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

$$2. \mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

$$2. \mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1];$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

$$2. \mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3];$$



# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

$$2. \mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_1 + e_3].$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

$$2. \mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_1 + e_3].$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

$$2. \mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_1 + e_3].$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

$$2. \mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_1 + e_3].$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

$$2. \mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_1 + e_3].$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_3$$

$\dim(\mathbb{R}^3)$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

$$2. \mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_1 + e_3].$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \underbrace{3}_{\dim(\mathbb{R}^3)} \times$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada

### EXERCÍCIOS - SOLUÇÃO:

$$2. \mathcal{F}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z)$$

Então; por definição de matrizes associadas:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{F}(e_1)] & [\mathcal{F}(e_2)] & [\mathcal{F}(e_3)] \end{bmatrix}$$

onde;

$$[\mathcal{F}(e_1)] = [e_1]; \quad [\mathcal{F}(e_2)] = [e_3]; \quad [\mathcal{F}(e_3)] = [e_1 + e_3].$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_3 \times \underbrace{\quad}_3$$

$\dim(\mathbb{R}^3) \quad \dim(\mathbb{R}^3)$

# Transformações Lineares

## Operador Identidade

DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_V$



# Transformações Lineares

## Operador Identidade

DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_V$  e denominamos OPERADOR LINEAR IDENTIDADE

# Transformações Lineares

## Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_V$  e denominamos OPERADOR LINEAR IDENTIDADE a transformação linear dada por:

# Transformações Lineares

## Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos OPERADOR LINEAR IDENTIDADE a transformação linear dada por:

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} : \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}$$

# Transformações Lineares

## Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos OPERADOR LINEAR IDENTIDADE a transformação linear dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\mathcal{V}} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) &= v \end{aligned}$$

# Transformações Lineares

## Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos OPERADOR LINEAR IDENTIDADE a transformação linear dada por:

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{\mathcal{V}} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) &= v; \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

# Transformações Lineares

## Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos **OPERADOR LINEAR IDENTIDADE** a transformação linear dada por:

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{\mathcal{V}} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) &= v; \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, v'_2, \dots, v'_n\}$

# Transformações Lineares

## Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos OPERADOR LINEAR IDENTIDADE a transformação linear dada por:

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{\mathcal{V}} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) &= v; \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, v'_2, \dots, v'_n\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ .

# Transformações Lineares

## Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos **OPERADOR LINEAR IDENTIDADE** a transformação linear dada por:

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{\mathcal{V}} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) &= v; \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, v'_2, \dots, v'_n\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ . Então,



# Transformações Lineares

## Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos **OPERADOR LINEAR IDENTIDADE** a transformação linear dada por:

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{\mathcal{V}} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) &= v; \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, v'_2, \dots, v'_n\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ . Então,

$$[\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

# Transformações Lineares

## Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos **OPERADOR LINEAR IDENTIDADE** a transformação linear dada por:

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{\mathcal{V}} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) &= v; \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, v'_2, \dots, v'_n\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ . Então,

$$[\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} =$$

# Transformações Lineares

## Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos **OPERADOR LINEAR IDENTIDADE** a transformação linear dada por:

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{\mathcal{V}} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) &= v; \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, v'_2, \dots, v'_n\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ . Então,

$$[\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

# Transformações Lineares

## Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos **OPERADOR LINEAR IDENTIDADE** a transformação linear dada por:

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{\mathcal{V}} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) &= v; \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, v'_2, \dots, v'_n\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ . Então,

$$[\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

onde,  $[I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$

# Transformações Lineares

## Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos **OPERADOR LINEAR IDENTIDADE** a transformação linear dada por:

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{\mathcal{V}} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) &= v; \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, v'_2, \dots, v'_n\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ . Então,

$$[\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

onde,  $[I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é a **MATRIZ MUDANÇA DA BASE**  $\beta_{\mathcal{V}}$  para  $\beta'_{\mathcal{V}}$ .

# Transformações Lineares

## Operador Identidade

### DEFINIÇÃO:

Indicamos por  $\mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e denominamos **OPERADOR LINEAR IDENTIDADE** a transformação linear dada por:

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{\mathcal{V}} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) &= v; \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, v'_2, \dots, v'_n\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ . Então,

$$[\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

onde,  $[I]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é a **MATRIZ MUDANÇA DA BASE**  $\beta_{\mathcal{V}}$  para  $\beta'_{\mathcal{V}}$ .

# Transformação Linear

Operação: Adição

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e

# Transformação Linear

Operação: Adição

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .



# Transformação Linear

## Operação: Adição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$

# Transformação Linear

Operação: Adição

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e denominamos **ADIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$**

# Transformação Linear

Operação: Adição

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e denominamos **ADIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES**  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

# Transformação Linear

Operação: Adição

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e denominamos **ADIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES**  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{U}$$

# Transformação Linear

Operação: Adição

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e denominamos **ADIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES**  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = & \end{aligned}$$

# Transformação Linear

Operação: Adição

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e denominamos **ADIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES**  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v);\end{aligned}$$

# Transformação Linear

Operação: Adição

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e denominamos **ADIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES**  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

# Transformação Linear

Operação: Adição

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e denominamos **ADIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES**  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$



# Transformação Linear

Operação: Adição

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e denominamos **ADIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES**  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  é também uma transformação linear:

# Transformação Linear

## Operação: Adição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e denominamos **ADIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES**  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{F} + \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

# Transformação Linear

## Operação: Adição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e denominamos **ADIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES**  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{F} + \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$

# Transformação Linear

## Operação: Adição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e denominamos **ADIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES**  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{F} + \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente.

# Transformação Linear

## Operação: Adição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e denominamos **ADIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES**  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{F} + \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente. Então,

# Transformação Linear

## Operação: Adição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e denominamos **ADIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES**  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{F} + \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente. Então,

$$[\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

# Transformação Linear

## Operação: Adição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e denominamos **ADIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES**  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{F} + \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente. Então,

$$[\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

# Transformação Linear

## Operação: Adição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Denotamos por  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  e denominamos **ADIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES**  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{G}$  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{F} + \mathcal{G} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) &= \mathcal{F}(v) + \mathcal{G}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{F} + \mathcal{G}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{F} + \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente. Então,

$$[\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}.$$



# Transformação Linear

Operação: Multiplicação por Escalar

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ;

# Transformação Linear

## Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ .

# Transformação Linear

## Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda\mathcal{F}$

# Transformação Linear

Operação: Multiplicação por Escalar

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda\mathcal{F}$  e denominamos **MULTIPLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO LINEAR  $\mathcal{F}$  por um escalar**

# Transformação Linear

## Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda\mathcal{F}$  e denominamos **MULTIPLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO LINEAR  $\mathcal{F}$  por um escalar** a **aplicação** definida da seguinte forma:

# Transformação Linear

## Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda\mathcal{F}$  e denominamos **MULTIPLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO LINEAR  $\mathcal{F}$  por um escalar** a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\lambda\mathcal{F} : \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{U}$$

# Transformação Linear

## Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda\mathcal{F}$  e denominamos **MULTIPLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO LINEAR  $\mathcal{F}$  por um escalar** a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\lambda\mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\lambda\mathcal{F})(v) &= \end{aligned}$$

# Transformação Linear

## Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda\mathcal{F}$  e denominamos **MULTIPLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO LINEAR  $\mathcal{F}$  por um escalar** a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\lambda\mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\lambda\mathcal{F})(v) &= \lambda\mathcal{F}(v);\end{aligned}$$



# Transformação Linear

## Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda\mathcal{F}$  e denominamos **MULTIPLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO LINEAR  $\mathcal{F}$  por um escalar** a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\lambda\mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\lambda\mathcal{F})(v) &= \lambda\mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

# Transformação Linear

## Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda\mathcal{F}$  e denominamos **MULTIPLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO LINEAR  $\mathcal{F}$  por um escalar** a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\lambda\mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\lambda\mathcal{F})(v) &= \lambda\mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\lambda\mathcal{F}$

# Transformação Linear

## Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda\mathcal{F}$  e denominamos **MULTIPLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO LINEAR  $\mathcal{F}$  por um escalar** a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\lambda\mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\lambda\mathcal{F})(v) &= \lambda\mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\lambda\mathcal{F}$  é também uma transformação linear:

# Transformação Linear

## Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda\mathcal{F}$  e denominamos **MULTIPLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO LINEAR  $\mathcal{F}$  por um escalar** a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\lambda\mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\lambda\mathcal{F})(v) &= \lambda\mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\lambda\mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\lambda\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

# Transformação Linear

## Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda\mathcal{F}$  e denominamos **MULTIPLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO LINEAR  $\mathcal{F}$  por um escalar** a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\lambda\mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\lambda\mathcal{F})(v) &= \lambda\mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\lambda\mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\lambda\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$

# Transformação Linear

## Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda\mathcal{F}$  e denominamos **MULTIPLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO LINEAR  $\mathcal{F}$  por um escalar** a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\lambda\mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\lambda\mathcal{F})(v) &= \lambda\mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\lambda\mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\lambda\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente.

# Transformação Linear

## Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda\mathcal{F}$  e denominamos **MULTIPLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO LINEAR  $\mathcal{F}$  por um escalar** a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\lambda\mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\lambda\mathcal{F})(v) &= \lambda\mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\lambda\mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\lambda\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente. Então,

# Transformação Linear

## Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda\mathcal{F}$  e denominamos **MULTIPLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO LINEAR  $\mathcal{F}$  por um escalar** a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\lambda\mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\lambda\mathcal{F})(v) &= \lambda\mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\lambda\mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\lambda\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente. Então,

$$[\lambda\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$



# Transformação Linear

## Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda\mathcal{F}$  e denominamos **MULTIPLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO LINEAR  $\mathcal{F}$  por um escalar** a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\lambda\mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\lambda\mathcal{F})(v) &= \lambda\mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\lambda\mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\lambda\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente. Então,

$$[\lambda\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \lambda$$

# Transformação Linear

## Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda\mathcal{F}$  e denominamos **MULTIPLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO LINEAR  $\mathcal{F}$  por um escalar** a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\lambda\mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\lambda\mathcal{F})(v) &= \lambda\mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\lambda\mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\lambda\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente. Então,

$$[\lambda\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \lambda[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}.$$

# Transformação Linear

## Operação: Multiplicação por Escalar

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$ ; seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e seja o escalar  $\lambda \in \mathbb{K}$ . Denotamos por  $\lambda\mathcal{F}$  e denominamos **MULTIPLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO LINEAR  $\mathcal{F}$  por um escalar** a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\lambda\mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{U} \\ (\lambda\mathcal{F})(v) &= \lambda\mathcal{F}(v); \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\lambda\mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\lambda\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente. Então,

$$[\lambda\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \lambda[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}.$$

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ .

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:



# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{W}$$

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) = & \end{aligned}$$

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{G} \circ \mathcal{F} &: \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) &= \mathcal{G}(\mathcal{F}(v))\end{aligned}$$

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{G} \circ \mathcal{F} &: \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) &= \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u)\end{aligned}$$

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) &= \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w;\end{aligned}$$

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) &= \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) &= \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) &= \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:



# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) &= \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) &= \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) &= \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ ,

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{G} \circ \mathcal{F} &: \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) &= \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ ,  $\beta_{\mathcal{W}} = \{w_1, w_2, \dots, w_r\}$

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) &= \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ ,  $\beta_{\mathcal{W}} = \{w_1, w_2, \dots, w_r\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$ , respectivamente.

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) &= \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ ,  $\beta_{\mathcal{W}} = \{w_1, w_2, \dots, w_r\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$ , respectivamente. Então,

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) &= \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ ,  $\beta_{\mathcal{W}} = \{w_1, w_2, \dots, w_r\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$ , respectivamente. Então,

$$[\mathcal{G} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{W}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{G} \circ \mathcal{F} : \mathcal{V} &\rightarrow \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) &= \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ ,  $\beta_{\mathcal{W}} = \{w_1, w_2, \dots, w_r\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$ , respectivamente. Então,

$$[\mathcal{G} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{W}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathcal{W}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}$$



# Transformação Linear

## Operação: Composição

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Denotamos por  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  e denominamos **COMPOSIÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{F}$**  a **aplicação** definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{G} \circ \mathcal{F} &: \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{W} \\ (\mathcal{G} \circ \mathcal{F})(v) &= \mathcal{G}(\mathcal{F}(v)) = \mathcal{G}(u) = w; \quad \forall v \in \mathcal{V}\end{aligned}$$

E ainda,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F}$  é também uma transformação linear:  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ ,  $\beta_{\mathcal{W}} = \{w_1, w_2, \dots, w_r\}$  bases ordenadas de  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  e  $\mathcal{W}$ , respectivamente. Então,

$$[\mathcal{G} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{W}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathcal{W}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}.$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ .

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo,

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNÇÃO COMPOSTA

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNÇÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{U}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNÇÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(u) =$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNÇÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(u) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(u))$$



# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNÇÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(u) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(u)) = \mathcal{F}(w)$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNÇÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(u) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(u)) = \mathcal{F}(w) \Rightarrow \text{absurdo!};$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNÇÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(u) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(u)) = \mathcal{F}(w) \Rightarrow \textbf{absurdo!}; \text{ pois, } w \notin \mathcal{V}.$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNÇÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(u) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(u)) = \mathcal{F}(w) \Rightarrow \textbf{absurdo!}; \text{ pois, } w \notin \mathcal{V}.$$

Exceto se,

$$\mathcal{W} \subseteq \mathcal{V}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNÇÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(u) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(u)) = \mathcal{F}(w) \Rightarrow \textbf{absurdo!}; \text{ pois, } w \notin \mathcal{V}.$$

Exceto se,

$$\mathcal{W} \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow w \in \mathcal{V}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNÇÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(u) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(u)) = \mathcal{F}(w) \Rightarrow \textbf{absurdo!}; \text{ pois, } w \notin \mathcal{V}.$$

Exceto se,

$$\mathcal{W} \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow w \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(w)$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNÇÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(u) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(u)) = \mathcal{F}(w) \Rightarrow \textbf{absurdo!}; \text{ pois, } w \notin \mathcal{V}.$$

Exceto se,

$$\mathcal{W} \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow w \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(w) = u \in \mathcal{U}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNÇÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(u) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(u)) = \mathcal{F}(w) \Rightarrow \textbf{absurdo!}; \text{ pois, } w \notin \mathcal{V}.$$

Exceto se,

$$\mathcal{W} \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow w \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(w) = u \in \mathcal{U} \Rightarrow$$



# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  e  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{W})$ . Então,  $\mathcal{G} \circ \mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ .

Contudo, não podemos definir a FUNÇÃO COMPOSTA

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{U}$$

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{G})(u) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(u)) = \mathcal{F}(w) \Rightarrow \textbf{absurdo!}; \text{ pois, } w \notin \mathcal{V}.$$

Exceto se,

$$\mathcal{W} \subseteq \mathcal{V} \Rightarrow w \in \mathcal{V} \Rightarrow \mathcal{F}(w) = u \in \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{F} \circ \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{U}).$$

# Transformação Linear

Operação: Inversa

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}, \mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e

# Transformação Linear

Operação: Inversa

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

# Transformação Linear

Operação: Inversa

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$

# Transformação Linear

Operação: Inversa

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é INVERTÍVEL

# Transformação Linear

Operação: Inversa

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se,

# Transformação Linear

Operação: Inversa

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$

# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) =$



# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$

# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e

# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) =$

# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ;

# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$

# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a **INVERSA** da  $\mathcal{F}$ .

# Transformação Linear

Operação: Inversa

## DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a **INVERSA** da  $\mathcal{F}$ .

## NOTAÇÃO:

# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a **INVERSA** da  $\mathcal{F}$ .

**NOTAÇÃO:**  $\mathcal{F}^{-1}$



# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a **INVERSA** da  $\mathcal{F}$ .

**NOTAÇÃO:**  $\mathcal{F}^{-1}$

$$\mathcal{F}^{-1} : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{V}$$

# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a **INVERSA** da  $\mathcal{F}$ .

**NOTAÇÃO:**  $\mathcal{F}^{-1}$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}^{-1} : \mathcal{U} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{F}^{-1}(u) &= v;\end{aligned}$$

# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a **INVERSA** da  $\mathcal{F}$ .

**NOTAÇÃO:**  $\mathcal{F}^{-1}$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}^{-1} : \mathcal{U} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{F}^{-1}(u) &= v; \quad \forall u \in \mathcal{U}\end{aligned}$$

# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a **INVERSA** da  $\mathcal{F}$ .

**NOTAÇÃO:**  $\mathcal{F}^{-1}$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}^{-1} : \mathcal{U} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{F}^{-1}(u) &= v; \quad \forall u \in \mathcal{U}\end{aligned}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e

# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a **INVERSA** da  $\mathcal{F}$ .

**NOTAÇÃO:**  $\mathcal{F}^{-1}$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}^{-1} : \mathcal{U} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{F}^{-1}(u) &= v; \quad \forall u \in \mathcal{U}\end{aligned}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ ,

# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a **INVERSA** da  $\mathcal{F}$ .

**NOTAÇÃO:**  $\mathcal{F}^{-1}$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}^{-1} : \mathcal{U} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{F}^{-1}(u) &= v; \quad \forall u \in \mathcal{U}\end{aligned}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ , bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente,

# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a **INVERSA** da  $\mathcal{F}$ .

**NOTAÇÃO:**  $\mathcal{F}^{-1}$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}^{-1} : \mathcal{U} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{F}^{-1}(u) &= v; \quad \forall u \in \mathcal{U}\end{aligned}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ , bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente, com  **$m = n$** .

# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a **INVERSA** da  $\mathcal{F}$ .

**NOTAÇÃO:**  $\mathcal{F}^{-1}$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}^{-1} : \mathcal{U} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{F}^{-1}(u) &= v; \quad \forall u \in \mathcal{U}\end{aligned}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ , bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente, com  **$m = n$** .

Então,



# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a **INVERSA** da  $\mathcal{F}$ .

**NOTAÇÃO:**  $\mathcal{F}^{-1}$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}^{-1} : \mathcal{U} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{F}^{-1}(u) &= v; \quad \forall u \in \mathcal{U}\end{aligned}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ , bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente, com  **$m = n$** .

Então,

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}$$

# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ . Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a **INVERSA** da  $\mathcal{F}$ .

### NOTAÇÃO: $\mathcal{F}^{-1}$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}^{-1} : \mathcal{U} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{F}^{-1}(u) &= v; \quad \forall u \in \mathcal{U}\end{aligned}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ , bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente, com  **$m = n$** .

Então,

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = ([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1}.$$

# Transformação Linear

## Operação: Inversa

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

Dizemos que a transformação linear  $\mathcal{F}$  é **INVERTÍVEL** se, e somente se, existe **uma** transformação linear  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$  tal que  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$  e  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{G}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$ ; onde  $\mathcal{G}$  é a **INVERSA** da  $\mathcal{F}$ .

### NOTAÇÃO: $\mathcal{F}^{-1}$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}^{-1} : \mathcal{U} &\rightarrow \mathcal{V} \\ \mathcal{F}^{-1}(u) &= v; \quad \forall u \in \mathcal{U}\end{aligned}$$

Sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e  $\beta_{\mathcal{U}} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ , bases ordenadas de  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$ , respectivamente, com  **$m = n$** .

Então,

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = ([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1}.$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1})$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) =$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}}$$



# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) =$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}$$



# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n;$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

então;



# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

então;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

então;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

então;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

então;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

então;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

então;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

logo,

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

então;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

logo,

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}}$$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

então;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

logo,

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = ([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1}.$$



# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

então;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

logo,

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = ([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1}.$$

Assim, podemos afirmar que

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

então;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

logo,

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = ([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1}.$$

Assim, podemos afirmar que “**se a matriz**  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

então;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

logo,

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = ([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1}.$$

Assim, podemos afirmar que “se a matriz  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  for invertível

# Transformações Lineares

## OBSERVAÇÃO

Se  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$  possui **inversa**,  $\mathcal{F}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ :

$$(\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}) = \mathcal{I}_{\mathcal{U}} \text{ e } (\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$$

onde;

$$[\mathcal{F} \circ \mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{U}}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = \mathcal{I}_n; \quad m = n.$$

e

$$[\mathcal{F}^{-1} \circ \mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

então;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = [\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \mathcal{I}_n.$$

logo,

$$[\mathcal{F}^{-1}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{U}}} = ([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^{-1}.$$

Assim, podemos afirmar que “se a matriz  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  for invertível então  $\mathcal{F}$  possui inversa!

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v)$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$



# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v)$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v)$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v)$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v)$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v);$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$



# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) =$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = \mathcal{F}(v)$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v) \quad \text{e} \quad (\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) =$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v) \quad \text{e} \quad (\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v).$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v) \quad \text{e} \quad (\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v).$
6. Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U} \Rightarrow$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v) \quad \text{e} \quad (\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v).$
6. Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) =$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v) \quad \text{e} \quad (\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v).$
6. Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = \underbrace{(\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v)}_{k\text{-composições}}; \quad k \in \mathbb{N}.$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v) \quad \text{e} \quad (\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v).$
6. Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = \underbrace{(\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})}_{k\text{-composições}}(v); \quad k \in \mathbb{N}.$

por definição:



# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v) \quad \text{e} \quad (\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v).$
6. Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = \underbrace{(\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v)}_{k\text{-composições}}; \quad k \in \mathbb{N}.$

por definição:  $\mathcal{F}^0(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v) \quad \text{e} \quad (\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v).$
6. Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = \underbrace{(\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})}_{k\text{-composições}}(v); \quad k \in \mathbb{N}.$

por definição:  $\mathcal{F}^0(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}} \quad \text{e} \quad \mathcal{F}^1(v) = \mathcal{F}(v)$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v) \quad \text{e} \quad (\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v).$
6. Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = \underbrace{(\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v)}_{k\text{-composições}}; \quad k \in \mathbb{N}.$

por definição:  $\mathcal{F}^0(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}} \quad \text{e} \quad \mathcal{F}^1(v) = \mathcal{F}(v)$

Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(v) =$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v) \quad \text{e} \quad (\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v).$
6. Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = \underbrace{(\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v)}_{k\text{-composições}}; \quad k \in \mathbb{N}.$

por definição:  $\mathcal{F}^0(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}} \quad \text{e} \quad \mathcal{F}^1(v) = \mathcal{F}(v)$

Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(v) = \mathcal{F}(\mathcal{F}(v))$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v) \quad \text{e} \quad (\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v).$
6. Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = \underbrace{(\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})(v)}_{k\text{-composições}}; \quad k \in \mathbb{N}.$

por definição:  $\mathcal{F}^0(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}} \quad \text{e} \quad \mathcal{F}^1(v) = \mathcal{F}(v)$

Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v)$  dizemos que

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v) \quad \text{e} \quad (\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v).$
6. Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = \underbrace{(\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})}_{k\text{-composições}}(v); \quad k \in \mathbb{N}.$

por definição:  $\mathcal{F}^0(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}} \quad \text{e} \quad \mathcal{F}^1(v) = \mathcal{F}(v)$

Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v)$  dizemos que  $\mathcal{F}$  é um **OPERADOR AUTO-REFLEXIVO**

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v) \quad \text{e} \quad (\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v).$
6. Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = \underbrace{(\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})}_{k\text{-composições}}(v); \quad k \in \mathbb{N}.$

por definição:  $\mathcal{F}^0(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}} \quad \text{e} \quad \mathcal{F}^1(v) = \mathcal{F}(v)$

Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v)$  dizemos que  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR AUTO-REFLEXIVO

Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(v) = \mathcal{F}(v)$

# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v) \quad \text{e} \quad (\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v).$
6. Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = \underbrace{(\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})}_{k\text{-composições}}(v); \quad k \in \mathbb{N}.$

por definição:  $\mathcal{F}^0(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}} \quad \text{e} \quad \mathcal{F}^1(v) = \mathcal{F}(v)$

Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v)$  dizemos que  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR AUTO-REFLEXIVO

Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(v) = \mathcal{F}(v)$  dizemos que  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR IDEMPOTENTE.



# Transformações Lineares

## OPERAÇÕES - PROPRIEDADES

Sejam  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{U}$  espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo  $\mathbb{K}$  e sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$ .

1.  $(\mathcal{F} + 0)(v) = \mathcal{F}(v)$
2.  $(\mathcal{F} + (-\mathcal{F}))(v) = 0(v)$
3.  $(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\mathcal{G} + \mathcal{F})(v)$
4.  $\lambda(\mathcal{F} + \mathcal{G})(v) = (\lambda\mathcal{F})(v) + (\lambda\mathcal{G})(v); \quad \forall \lambda \in \mathbb{K}.$
5.  $(\mathcal{F} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = (\mathcal{F})(v) \quad \text{e} \quad (\mathcal{I}_{\mathcal{U}} \circ \mathcal{F})(v) = (\mathcal{F})(v).$
6. Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{F}^k(v) = \underbrace{(\mathcal{F} \circ \dots \circ \mathcal{F})}_{k\text{-composições}}(v); \quad k \in \mathbb{N}.$

por definição:  $\mathcal{F}^0(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}} \quad \text{e} \quad \mathcal{F}^1(v) = \mathcal{F}(v)$

Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(v) = \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v)$  dizemos que  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR AUTO-REFLEXIVO

Se  $\mathcal{V} = \mathcal{U}$  e  $\mathcal{F}^2(v) = \mathcal{F}(v)$  dizemos que  $\mathcal{F}$  é um OPERADOR IDEMPOTENTE.

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y);$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y); \quad \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z);$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y); \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \text{ e } [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y); \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \text{ e } [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;



# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y); \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \text{ e } [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y); \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \text{ e } [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y); \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \text{ e } [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre, **se possível**, as matrizes associadas as seguintes funções:

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y); \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \text{ e } [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre, **se possível**, as matrizes associadas as seguintes funções:

$$(3\mathcal{F} + \mathcal{G}),$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y); \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \text{ e } [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre, **se possível**, as matrizes associadas as seguintes funções:

$$(3\mathcal{F} + \mathcal{G}), (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}),$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y); \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \text{ e } [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre, **se possível**, as matrizes associadas as seguintes funções:

$$(3\mathcal{F} + \mathcal{G}), (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}), (\mathcal{G} \circ \mathcal{H}),$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y); \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \text{ e } [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre, **se possível**, as matrizes associadas as seguintes funções:

$(3\mathcal{F} + \mathcal{G})$ ,  $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{H})$ ,  $\mathcal{G}^{-1}$  e  $\mathcal{H}^{-1}$ .

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y); \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \text{ e } [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre, **se possível**, as matrizes associadas as seguintes funções:

$(3\mathcal{F} + \mathcal{G})$ ,  $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{H})$ ,  $\mathcal{G}^{-1}$  e  $\mathcal{H}^{-1}$ .

Assim,



# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y); \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \text{ e } [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre, **se possível**, as matrizes associadas as seguintes funções:

$(3\mathcal{F} + \mathcal{G})$ ,  $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{H})$ ,  $\mathcal{G}^{-1}$  e  $\mathcal{H}^{-1}$ .

Assim, temos que determinar as matrizes associadas às transformações lineares

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y); \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \text{ e } [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre, **se possível**, as matrizes associadas as seguintes funções:

$(3\mathcal{F} + \mathcal{G})$ ,  $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{H})$ ,  $\mathcal{G}^{-1}$  e  $\mathcal{H}^{-1}$ .

Assim, temos que determinar as matrizes associadas às transformações lineares e efetuar as possíveis operações entre estas matrizes.

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y); \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \text{ e } [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre, **se possível**, as matrizes associadas as seguintes funções:

$(3\mathcal{F} + \mathcal{G})$ ,  $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{H})$ ,  $\mathcal{G}^{-1}$  e  $\mathcal{H}^{-1}$ .

Assim, temos que determinar as matrizes associadas às transformações lineares e efetuar as possíveis operações entre estas matrizes.

(Vamos utilizar as matrizes associadas calculadas nos exercícios anteriores.)

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

**EXEMPLOS:** Sejam  $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3)$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tais que;

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y); \mathcal{H}(x, y, z) = (x + z, 0, y + z); \text{ e } [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e sejam  $\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})} = \{e_3, e_2, e_4, e_1\}$ ;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1 - e_3, e_1 + e_2, -e_3\}$  bases ordenadas.

Encontre, **se possível**, as matrizes associadas as seguintes funções:

$(3\mathcal{F} + \mathcal{G})$ ,  $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G} \circ \mathcal{H})$ ,  $\mathcal{G}^{-1}$  e  $\mathcal{H}^{-1}$ .

Assim, temos que determinar as matrizes associadas às transformações lineares e efetuar as possíveis operações entre estas matrizes.

(Vamos utilizar as matrizes associadas calculadas nos exercícios anteriores.)

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{3}_{\dim(\mathbb{R}^3)} \times \underbrace{4}_{\dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{3}_{\dim(\mathbb{R}^3)} \times \underbrace{4}_{\dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{e}$$

$\underbrace{3}_{\dim(\mathbb{R}^3)} \times \underbrace{4}_{\dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\dim(\mathbb{R}^3)}^3 \times \underbrace{\quad}_{\dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}^4$$

$$\text{e } [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\dim(\mathbb{R}^3)}^3 \times \underbrace{\quad}_{\dim(\mathbb{R}^3)}^3$$



# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

$$\text{e } [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \text{ e}$$

$$[\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

$$\text{e } [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \text{ e}$$

$$[\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_3 \times \underbrace{\quad}_4$$

$\dim(\mathbb{R}^3) \quad \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$

$$\text{e } [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_3 \times \underbrace{\quad}_3$$

$\dim(\mathbb{R}^3) \quad \dim(\mathbb{R}^3)$

$$[\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_3 \times \underbrace{\quad}_4$$

$\dim(\mathbb{R}^3) \quad \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$

Calculando;

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} =$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

$$\text{e } [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \text{ e}$$

$$[\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

Calculando;

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

$$\text{e } [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \text{ e}$$

$$[\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

Calculando;

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

$$\text{e } [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \text{ e}$$

$$[\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

Calculando;

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} =$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

$$\text{e } [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \text{ e}$$

$$[\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

Calculando;

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\dim(\mathbb{R}^3)=3} \times \underbrace{\quad}_{\dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))=4}$$

$$\text{e } [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\dim(\mathbb{R}^3)=3} \times \underbrace{\quad}_{\dim(\mathbb{R}^3)=3} \text{ e}$$

$$[\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\dim(\mathbb{R}^3)=3} \times \underbrace{\quad}_{\dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))=4}$$

Calculando;

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$



# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_3 \times \underbrace{\quad}_4$$

$\dim(\mathbb{R}^3) \quad \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$

$$\text{e } [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_3 \times \underbrace{\quad}_3$$

$\dim(\mathbb{R}^3) \quad \dim(\mathbb{R}^3)$

$$[\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_3 \times \underbrace{\quad}_4$$

$\dim(\mathbb{R}^3) \quad \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$

Calculando;

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

$$[\mathcal{H}^{-1}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} =$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_3 \times \underbrace{\quad}_4$$

$\dim(\mathbb{R}^3) \quad \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$

$$\text{e } [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_3 \times \underbrace{\quad}_3$$

$\dim(\mathbb{R}^3) \quad \dim(\mathbb{R}^3)$

$$[\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_3 \times \underbrace{\quad}_4$$

$\dim(\mathbb{R}^3) \quad \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$

Calculando;

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

$$[\mathcal{H}^{-1}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = ([\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}})^{-1}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

$$\text{e } [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \text{ e}$$

$$[\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

Calculando;

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

$$[\mathcal{H}^{-1}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = ([\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}})^{-1} \Rightarrow \text{A matriz, apesar de ser quadrada,}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\dim(\mathbb{R}^3)=3} \times \underbrace{\quad}_{\dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))=4}$$

$$\text{e } [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\dim(\mathbb{R}^3)=3} \times \underbrace{\quad}_{\dim(\mathbb{R}^3)=3} \text{ e}$$

$$[\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\dim(\mathbb{R}^3)=3} \times \underbrace{\quad}_{\dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))=4}$$

Calculando;

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

$$[\mathcal{H}^{-1}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = ([\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}})^{-1} \Rightarrow \text{A matriz, apesar de ser quadrada, não é invertível!}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

$$\text{e } [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \text{ e}$$

$$[\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

Calculando;

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

$[\mathcal{H}^{-1}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = ([\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}})^{-1} \Rightarrow$  **A matriz, apesar de ser quadrada, não é invertível!** (observe que a matriz possui uma linha nula.)

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

$$\text{e } [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \text{ e}$$

$$[\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\quad}_{\substack{3 \\ \dim(\mathbb{R}^3)}} \times \underbrace{\quad}_{\substack{4 \\ \dim(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}))}}$$

Calculando;

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

$[\mathcal{H}^{-1}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} = ([\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}})^{-1} \Rightarrow$  **A matriz, apesar de ser quadrada, não é invertível!** (observe que a matriz possui uma linha nula.)

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

Conclusão:

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

Conclusão:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} =$$



# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

Conclusão:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

Conclusão:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

Conclusão:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

Conclusão:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} =$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

Conclusão:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

Conclusão:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

Conclusão:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

Conclusão:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$



# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

EXEMPLOS:

Conclusão:

$$[3\mathcal{F} + \mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = 3[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} + [\mathcal{G}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$[(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = [\mathcal{H}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathbb{R}^3}} [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathbb{R}^3}}^{\beta_{\mathcal{M}_2(\mathbb{R})}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) =$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que

$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que

$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$ ;

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$ ;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e}$$



# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$ ;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$ ;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Encontre, **se possível**, as matrizes associadas às seguintes funções:

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$ ;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Encontre, **se possível**, as matrizes associadas às seguintes funções:  
 $(5\mathcal{F})$ ,

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$ ;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Encontre, **se possível**, as matrizes associadas às seguintes funções:

$(5\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$ ,

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$ ;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Encontre, **se possível**, as matrizes associadas às seguintes funções:  
 $(5\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ ,

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$ ;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Encontre, **se possível**, as matrizes associadas às seguintes funções:

$(5\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ ,  $\mathcal{G}^{-1}$ ,  $\mathcal{H}^{-1}$ ,  $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$ ,  $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$ , e  $\mathcal{G}^2$ .

# Transformações Lineares

## Matriz Associada - Operações

### EXERCÍCIOS:

Sejam  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$ ,  $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$  e  $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ , tais que  $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$ ;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Encontre, **se possível**, as matrizes associadas às seguintes funções:

$(5\mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ ,  $\mathcal{G}^{-1}$ ,  $\mathcal{H}^{-1}$ ,  $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$ ,  $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$ , e  $\mathcal{G}^2$ .