Universidade Federal da Bahia - UFBA
Instituto de Matemática e Estatística - IME
Departamento de Matemática

MAT A07 - Álgebra Linear A

Aula 12

Subespaços Vetoriais: Intersecção, União, Soma
Combinação Linear, Subespaços Gerados, Geradores

Professora: Isamara C. Alves

Data: 13/04/2021

Exercício.1:

Exercício.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$

Exercício.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

Exercício.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

1. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.

Exercício.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

1. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\}$

Exercício.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

1. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\}$
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = a_{ji} \text{ e } a_{ij} = -a_{ji}; \forall i, j\}$

Exercício.1:
Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

1. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\}$
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = a_{ji} \text{ e } a_{ij} = -a_{ji}; \forall i, j\} = \{0_n\} = \{0\}$.

Exercício.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

1. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\}$
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = a_{ji} \text{ e } a_{ij} = -a_{ji}; \forall i, j\} = \{0_n\} = \{0\}$.
2. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.

Exercício.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

1. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\}$
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = a_{ji} \text{ e } a_{ij} = -a_{ji}; \forall i, j\} = \{0_n\} = \{0\}$.

2. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ ou } A = -A^t\}$

Exercício.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

1. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\}$
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = a_{ji} \text{ e } a_{ij} = -a_{ji}; \forall i, j\} = \{0_n\} = \{0\}$.

2. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ ou } A = -A^t\}$
   $(\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = a_{ji} \text{ ou } a_{ij} = -a_{ji}; \forall i, j\}$

Exercício.1:
Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

1. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\}$
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = a_{ji} \text{ e } a_{ij} = -a_{ji}; \forall i, j\} = \{0_n\} = \{0\}$.
2. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ ou } A = -A^t\}$
   $(\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = a_{ji} \text{ ou } a_{ij} = -a_{ji}; \forall i, j\}$.

Exercício.1:

Exercício.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$

Exercício.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.

Exercício.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = b_{ji} - c_{ji}; \forall i, j;$

Exercício.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = b_{ji} - c_{ji}; \forall i, j;\ A_1 = (b_{ij}) \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 = (c_{ij}) \in \mathcal{W}_2\}$

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = b_{ji} - c_{ji}; \forall i, j;\ A_1 = (b_{ij}) \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 = (c_{ij}) \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = b_{ji} - c_{ji}; \forall i, j; \; A_1 = (b_{ij}) \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 = (c_{ij}) \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

4. Verifique se $\mathcal{W}_1$ é soma direta com $\mathcal{W}_2$.

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = b_{ji} - c_{ji}; \forall i, j;\ A_1 = (b_{ij}) \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 = (c_{ij}) \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

4. Verifique se $\mathcal{W}_1$ é soma direta com $\mathcal{W}_2$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\}$

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = b_{ji} - c_{ji}; \forall i, j;\ A_1 = (b_{ij}) \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 = (c_{ij}) \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

4. Verifique se $\mathcal{W}_1$ é soma direta com $\mathcal{W}_2$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\}$

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = b_{ji} - c_{ji}; \forall i, j;\ A_1 = (b_{ij}) \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 = (c_{ij}) \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

4. Verifique se $\mathcal{W}_1$ é soma direta com $\mathcal{W}_2$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = b_{ji} - c_{ji}; \forall i, j;\ A_1 = (b_{ij}) \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 = (c_{ij}) \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
4. Verifique se $\mathcal{W}_1$ é soma direta com $\mathcal{W}_2$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
5. $\mathcal{V} = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$? (JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA)

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = b_{ji} - c_{ji}; \forall i, j;\ A_1 = (b_{ij}) \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 = (c_{ij}) \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

4. Verifique se $\mathcal{W}_1$ é soma direta com $\mathcal{W}_2$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.

5. $\mathcal{V} = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$? (JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA)
   (i) $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\}$

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = b_{ji} - c_{ji}; \forall i, j;\ A_1 = (b_{ij}) \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 = (c_{ij}) \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
4. Verifique se $\mathcal{W}_1$ é soma direta com $\mathcal{W}_2$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
5. $\mathcal{V} = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$? (JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA)
   (i) $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\}$

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = b_{ji} - c_{ji}; \forall i, j;\ A_1 = (b_{ij}) \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 = (c_{ij}) \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
4. Verifique se $\mathcal{W}_1$ é soma direta com $\mathcal{W}_2$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
5. $\mathcal{V} = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$? (JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA)
   (i) $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$; e,

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = b_{ji} - c_{ji}; \forall i, j;\ A_1 = (b_{ij}) \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 = (c_{ij}) \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

4. Verifique se $\mathcal{W}_1$ é soma direta com $\mathcal{W}_2$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.

5. $\mathcal{V} = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$? (JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA)
   (i) $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$; e,
   (ii) $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\} =$

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = b_{ji} - c_{ji}; \forall i, j;\ A_1 = (b_{ij}) \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 = (c_{ij}) \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

4. Verifique se $\mathcal{W}_1$ é soma direta com $\mathcal{W}_2$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.

5. $\mathcal{V} = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$? (JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA)
   (i) $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2;$ e,
   (ii) $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = b_{ji} - c_{ji}; \forall i, j;\ A_1 = (b_{ij}) \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 = (c_{ij}) \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
4. Verifique se $\mathcal{W}_1$ é soma direta com $\mathcal{W}_2$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
5. $\mathcal{V} = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$? (JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA)
   (i) $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$; e,
   (ii) $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = b_{ji} - c_{ji}; \forall i, j;\ A_1 = (b_{ij}) \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 = (c_{ij}) \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
4. Verifique se $\mathcal{W}_1$ é soma direta com $\mathcal{W}_2$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.
5. $\mathcal{V} = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$? (JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA)
   (i) $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$; e,
   (ii) $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = b_{ji} - c_{ji}; \forall i, j;\ A_1 = (b_{ij}) \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 = (c_{ij}) \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

4. Verifique se $\mathcal{W}_1$ é soma direta com $\mathcal{W}_2$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.

5. $\mathcal{V} = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$? (JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA)
   (i) $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$; e,
   (ii) $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

   Por (i) e (ii) temos que $\mathcal{V} = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.

EXERCÍCIO.1: Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

3. Determine o conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\}$
   $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid a_{ij} = b_{ji} - c_{ji}; \forall i, j;\ A_1 = (b_{ij}) \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 = (c_{ij}) \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

4. Verifique se $\mathcal{W}_1$ é soma direta com $\mathcal{W}_2$.
   $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.

5. $\mathcal{V} = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$? (JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA)
   (i) $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A^t \text{ e } A = -A^t\} = \{0\} \Rightarrow \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$; e,
   (ii) $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1 + A_2; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\} = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid A = A_1^t - A_2^t; A_1 \in \mathcal{W}_1 \text{ e } A_2 \in \mathcal{W}_2\} = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

   Por (i) e (ii) temos que $\mathcal{V} = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$.

Proposição.1:

Proposição.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

PROPOSIÇÃO.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

Proposição.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 =$$

PROPOSIÇÃO.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid$$

Proposição.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{E}$$

Proposição.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{E} \quad u \in W_2\}$$

Proposição.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{E} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

PROPOSIÇÃO.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \;\; \text{E} \;\; u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

DEMONSTRAÇÃO:

(I) **Adição de vetores**:

PROPOSIÇÃO.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{E} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

DEMONSTRAÇÃO:

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaçoes vetoriais de $\mathcal{V}$

Proposição.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{E} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

<u>DEMONSTRAÇÃO:</u>

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaçoes vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer;

Proposição.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{E} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

<u>DEMONSTRAÇÃO:</u>

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaçoes vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer;
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

Proposição.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{E} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

DEMONSTRAÇÃO:

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaçoes vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer;
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese; $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow$

PROPOSIÇÃO.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{E} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

DEMONSTRAÇÃO:

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaçoes vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer;
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese; $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow u, v \in \mathcal{W}_1$

Proposição.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \ \text{ E } \ u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.
Demonstração:

(I) **Adição de vetores**:
Hipóteses: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaçoes vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer;
Tese: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese; $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow u, v \in \mathcal{W}_1 \ \text{ E } \ u, v \in \mathcal{W}_2$,

Proposição.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \ \text{ E } \ u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

<u>DEMONSTRAÇÃO:</u>

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaçoes vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer;
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese; $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow u, v \in \mathcal{W}_1 \ \text{ E } \ u, v \in \mathcal{W}_2$,
Se $u, v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1$, E;

Proposição.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \ \text{ e } \ u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.
Demonstração:

(I) **Adição de vetores**:
Hipóteses: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaçoes vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer;
Tese: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese; $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow u, v \in \mathcal{W}_1$ e $u, v \in \mathcal{W}_2$,
Se $u, v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1$, e; se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2$;
pois, por hipótese,

PROPOSIÇÃO.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{E} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

DEMONSTRAÇÃO:

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaçoes vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer;
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese; $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow u, v \in \mathcal{W}_1$ E $u, v \in \mathcal{W}_2$,
Se $u, v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1$, E; se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2$;
pois, por hipótese, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **são subespaços vetoriais** ;

PROPOSIÇÃO.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \;\; \text{E} \;\; u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

DEMONSTRAÇÃO:

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaçoes vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer;
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese; $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow u, v \in \mathcal{W}_1$ E $u, v \in \mathcal{W}_2$,
Se $u, v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1$, E; se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2$;
pois, por hipótese, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **são subespaços vetoriais** ;
então, $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

Proposição.1: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{E} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

Demonstração:

(I) **Adição de vetores**:
Hipóteses: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaçoes vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer;
Tese: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese; $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow u, v \in \mathcal{W}_1$ E $u, v \in \mathcal{W}_2$,
Se $u, v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1$, E; se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2$;
pois, por hipótese, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **são subespaços vetoriais** ;
então, $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

Proposição.1:

Proposição.1:

demonstração:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

Proposição.1:

demonstração:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:
hipóteses: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$

Proposição.1:

demonstração:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:
hipóteses: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ um vetor qualquer e $\lambda \in \mathbb{K}$;

Proposição.1:

demonstração:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

hipóteses: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ um vetor qualquer e $\lambda \in \mathbb{K}$;

tese: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

PROPOSIÇÃO.1:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ um vetor qualquer e $\lambda \in \mathbb{K}$;
TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ E $u \in \mathcal{W}_2$;

Proposição.1:

demonstração:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

hipóteses: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ um vetor qualquer e $\lambda \in \mathbb{K}$;

tese: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ e $u \in \mathcal{W}_2$;

E, por hipótese, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **são subespaços vetoriais** ; então,

Proposição.1:

demonstração:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

hipóteses: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ um vetor qualquer e $\lambda \in \mathbb{K}$;

tese: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ E $u \in \mathcal{W}_2$;

E, por hipótese, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **são subespaços vetoriais** ; então,

Se $u \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_1$,

Proposição.1:

demonstração:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

hipóteses: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ um vetor qualquer e $\lambda \in \mathbb{K}$;

tese: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ E $u \in \mathcal{W}_2$;

E, por hipótese, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **são subespaços vetoriais** ; então,

Se $u \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_1$, E, se $u \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_2$;

PROPOSIÇÃO.1:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ um vetor qualquer e $\lambda \in \mathbb{K}$;

TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ E $u \in \mathcal{W}_2$;

E, por hipótese, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **são subespaços vetoriais** ; então,

Se $u \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_1$, E, se $u \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_2$;

logo,

$\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

PROPOSIÇÃO.1:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ um vetor qualquer e $\lambda \in \mathbb{K}$;

TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ E $u \in \mathcal{W}_2$;

E, por hipótese, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **são subespaços vetoriais** ; então,

Se $u \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_1$, E, se $u \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_2$;

logo,

$\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 =$$

PROPOSIÇÃO.1:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ um vetor qualquer e $\lambda \in \mathbb{K}$;

TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ E $u \in \mathcal{W}_2$;

E, por hipótese, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **são subespaços vetoriais** ; então,

Se $u \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_1$, E, se $u \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_2$;

logo,

$\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid$$

PROPOSIÇÃO.1:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ um vetor qualquer e $\lambda \in \mathbb{K}$;

TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ E $u \in \mathcal{W}_2$;

E, por hipótese, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **são subespaços vetoriais** ; então,

Se $u \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_1$, E, se $u \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_2$;

logo,

$\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \ \text{E}$$

PROPOSIÇÃO.1:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ um vetor qualquer e $\lambda \in \mathbb{K}$;

TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ E $u \in \mathcal{W}_2$;

E, por hipótese, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **são subespaços vetoriais** ; então,

Se $u \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_1$, E, se $u \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_2$;

logo,

$\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \text{ E } u \in W_2\}$$

Proposição.1:

Demonstração:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

Hipóteses: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ e sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$ um vetor qualquer e $\lambda \in \mathbb{K}$;

Tese: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ E $u \in \mathcal{W}_2$;

E, por hipótese, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **são subespaços vetoriais** ; então,

Se $u \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_1$, E, se $u \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_2$;

logo,

$\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2)$.

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \text{ E } u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$. ■

PROPOSIÇÃO.2:

Proposição.2: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

Proposição.2: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

PROPOSIÇÃO.2: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 =$$

Proposição.2: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid$$

PROPOSIÇÃO.2: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{ou}$$

PROPOSIÇÃO.2: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$$

Proposição.2: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$ se, e somente se, $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$.

Proposição.2: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{ou} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$ se, e somente se, $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$.

DEMONSTRAÇÃO:

(II) **Multiplicação por escalar**:

PROPOSIÇÃO.2: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$ se, e somente se, $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$.

DEMONSTRAÇÃO:

(II) **Multiplicação por escalar**:
HIPÓTESE: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$

Proposição.2: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$ se, e somente se, $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$.

Demonstração:

(II) **Multiplicação por escalar**:
Hipótese: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$, e;

Proposição.2: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$ se, e somente se, $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$.
DEMONSTRAÇÃO:

(II) **Multiplicação por escalar**:
HIPÓTESE: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$, e; sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ e $\lambda \in \mathbb{K}$.

PROPOSIÇÃO.2: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$ se, e somente se, $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$.
DEMONSTRAÇÃO:

(II) **Multiplicação por escalar**:
HIPÓTESE: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$, e; sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ e $\lambda \in \mathbb{K}$.
TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.

PROPOSIÇÃO.2: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$ se, e somente se, $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$.

DEMONSTRAÇÃO:

(II) **Multiplicação por escalar**:
HIPÓTESE: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$, e; sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ e $\lambda \in \mathbb{K}$.
TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.
Se $\forall u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1 \quad \text{OU} \quad u \in \mathcal{W}_2$.

PROPOSIÇÃO.2: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$ se, e somente se, $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$.

DEMONSTRAÇÃO:

(II) **Multiplicação por escalar**:
HIPÓTESE: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$, e; sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ e $\lambda \in \mathbb{K}$.
TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.
Se $\forall u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$.
Se $u \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_1$; se $u \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_2$,

PROPOSIÇÃO.2: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$ se, e somente se, $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$.

DEMONSTRAÇÃO:

(II) **Multiplicação por escalar**:

HIPÓTESE: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$, e; sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ e $\lambda \in \mathbb{K}$.

TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.

Se $\forall u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1 \quad \text{OU} \quad u \in \mathcal{W}_2$.

Se $u \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_1$; se $u \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_2$, pois; $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ **são subespaços vetoriais**;

PROPOSIÇÃO.2: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$ se, e somente se, $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$.

DEMONSTRAÇÃO:

(II) **Multiplicação por escalar**:
HIPÓTESE: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$, e; sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ e $\lambda \in \mathbb{K}$.
TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.
Se $\forall u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$.
Se $u \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_1$; se $u \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_2$, pois; $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ **são subespaços vetoriais**;
então, $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.

Proposição.2: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{ou} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$ se, e somente se, $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$.

<u>demonstração:</u>

(II) **Multiplicação por escalar**:
hipótese: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$, e; sejam $u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ e $\lambda \in \mathbb{K}$.
tese: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.
Se $\forall u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ ou $u \in \mathcal{W}_2$.
Se $u \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_1$; se $u \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u \in \mathcal{W}_2$, pois; $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ **são subespaços vetoriais**;
então, $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.

Proposição.2:

Proposição.2:

demonstração:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:

PROPOSIÇÃO.2:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:

HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$

Proposição.2:

<u>demonstração:(continuação)</u>

(I) **Adição de vetores**:

hipóteses: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$;

PROPOSIÇÃO.2:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.

Subespaços Vetoriais

Operação: União

Proposição.2:

demonstração:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:
hipóteses: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
tese: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.

PROPOSIÇÃO.2:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$

PROPOSIÇÃO.2:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$;

PROPOSIÇÃO.2:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:

HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.

TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$; $v \in \mathcal{W}_1$ OU $v \in \mathcal{W}_2$.

PROPOSIÇÃO.2:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$; $v \in \mathcal{W}_1$ OU $v \in \mathcal{W}_2$.
Assim, considerando todas as possibilidades;

(1) Se $u, v \in \mathcal{W}_1$ então $u + v \in \mathcal{W}_1$

PROPOSIÇÃO.2:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$; $v \in \mathcal{W}_1$ OU $v \in \mathcal{W}_2$.
Assim, considerando todas as possibilidades;

(1) Se $u, v \in \mathcal{W}_1$ então $u + v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;

PROPOSIÇÃO.2:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:

HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.

TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$; $v \in \mathcal{W}_1$ OU $v \in \mathcal{W}_2$.

Assim, considerando todas as possibilidades;

(1) Se $u, v \in \mathcal{W}_1$ então $u + v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;

(2) Se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2$

PROPOSIÇÃO.2:
DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$; $v \in \mathcal{W}_1$ OU $v \in \mathcal{W}_2$.
Assim, considerando todas as possibilidades;

(1) Se $u, v \in \mathcal{W}_1$ então $u + v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;
(2) Se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;

PROPOSIÇÃO.2:
DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$; $v \in \mathcal{W}_1$ OU $v \in \mathcal{W}_2$.
Assim, considerando todas as possibilidades;

(1) Se $u, v \in \mathcal{W}_1$ então $u + v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;
(2) Se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;
(3) Se $u \in \mathcal{W}_1$ e $v \in \mathcal{W}_2$ então $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e

PROPOSIÇÃO.2:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:

HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.

TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$; $v \in \mathcal{W}_1$ OU $v \in \mathcal{W}_2$.

Assim, considerando todas as possibilidades;

(1) Se $u, v \in \mathcal{W}_1$ então $u + v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;

(2) Se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;

(3) Se $u \in \mathcal{W}_1$ e $v \in \mathcal{W}_2$ então $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2$

PROPOSIÇÃO.2:
DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$; $v \in \mathcal{W}_1$ OU $v \in \mathcal{W}_2$.
Assim, considerando todas as possibilidades;

(1) Se $u, v \in \mathcal{W}_1$ então $u + v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;
(2) Se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;
(3) Se $u \in \mathcal{W}_1$ e $v \in \mathcal{W}_2$ então $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.

PROPOSIÇÃO.2:
DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$; $v \in \mathcal{W}_1$ OU $v \in \mathcal{W}_2$.
Assim, considerando todas as possibilidades;

(1) Se $u, v \in \mathcal{W}_1$ então $u + v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;
(2) Se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;
(3) Se $u \in \mathcal{W}_1$ e $v \in \mathcal{W}_2$ então $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.
(4) Se $v \in \mathcal{W}_1$ e $u \in \mathcal{W}_2$ então, $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e

PROPOSIÇÃO.2:
DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$; $v \in \mathcal{W}_1$ OU $v \in \mathcal{W}_2$.
Assim, considerando todas as possibilidades;

(1) Se $u, v \in \mathcal{W}_1$ então $u + v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;
(2) Se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;
(3) Se $u \in \mathcal{W}_1$ e $v \in \mathcal{W}_2$ então $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.
(4) Se $v \in \mathcal{W}_1$ e $u \in \mathcal{W}_2$ então, $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2$

PROPOSIÇÃO.2:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:

HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.

TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$; $v \in \mathcal{W}_1$ OU $v \in \mathcal{W}_2$.

Assim, considerando todas as possibilidades;

(1) Se $u, v \in \mathcal{W}_1$ então $u + v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;

(2) Se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;

(3) Se $u \in \mathcal{W}_1$ e $v \in \mathcal{W}_2$ então $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.

(4) Se $v \in \mathcal{W}_1$ e $u \in \mathcal{W}_2$ então, $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.

PROPOSIÇÃO.2:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$; $v \in \mathcal{W}_1$ OU $v \in \mathcal{W}_2$.
Assim, considerando todas as possibilidades;

(1) Se $u, v \in \mathcal{W}_1$ então $u + v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;
(2) Se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;
(3) Se $u \in \mathcal{W}_1$ e $v \in \mathcal{W}_2$ então $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.
(4) Se $v \in \mathcal{W}_1$ e $u \in \mathcal{W}_2$ então, $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.
Porém, por hipótese, $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$

PROPOSIÇÃO.2:
DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$; $v \in \mathcal{W}_1$ OU $v \in \mathcal{W}_2$.
Assim, considerando todas as possibilidades;

(1) Se $u, v \in \mathcal{W}_1$ então $u + v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;
(2) Se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;
(3) Se $u \in \mathcal{W}_1$ e $v \in \mathcal{W}_2$ então $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.
(4) Se $v \in \mathcal{W}_1$ e $u \in \mathcal{W}_2$ então, $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.
Porém, por hipótese, $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou, $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$;

PROPOSIÇÃO.2:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:

HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.

TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$; $v \in \mathcal{W}_1$ OU $v \in \mathcal{W}_2$.

Assim, considerando todas as possibilidades;

(1) Se $u, v \in \mathcal{W}_1$ então $u + v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;

(2) Se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;

(3) Se $u \in \mathcal{W}_1$ e $v \in \mathcal{W}_2$ então $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.

(4) Se $v \in \mathcal{W}_1$ e $u \in \mathcal{W}_2$ então, $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.

Porém, por hipótese, $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou, $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; então, nos casos (3) e (4), temos que $u + v \in \mathcal{W}_1$ ou

PROPOSIÇÃO.2:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:

HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.

TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$; $v \in \mathcal{W}_1$ OU $v \in \mathcal{W}_2$.

Assim, considerando todas as possibilidades;

(1) Se $u, v \in \mathcal{W}_1$ então $u + v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;
(2) Se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;
(3) Se $u \in \mathcal{W}_1$ e $v \in \mathcal{W}_2$ então $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.
(4) Se $v \in \mathcal{W}_1$ e $u \in \mathcal{W}_2$ então, $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.
Porém, por hipótese, $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou, $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; então, nos casos (3) e (4), temos que $u + v \in \mathcal{W}_1$ ou $u + v \in \mathcal{W}_2$

Proposição.2:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:

HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.

TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ OU $u \in \mathcal{W}_2$; $v \in \mathcal{W}_1$ OU $v \in \mathcal{W}_2$.

Assim, considerando todas as possibilidades;

(1) Se $u, v \in \mathcal{W}_1$ então $u + v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;

(2) Se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;

(3) Se $u \in \mathcal{W}_1$ e $v \in \mathcal{W}_2$ então $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.

(4) Se $v \in \mathcal{W}_1$ e $u \in \mathcal{W}_2$ então, $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.

Porém, por hipótese, $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou, $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; então, nos casos (3) e (4), temos que $u + v \in \mathcal{W}_1$ ou $u + v \in \mathcal{W}_2$ logo, $u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.

Proposição.2:

demonstração:(continuação)

(I) **Adição de vetores**:

hipóteses: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$ tais que $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.

tese: $u + v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2) \Rightarrow u \in \mathcal{W}_1$ ou $u \in \mathcal{W}_2$; $v \in \mathcal{W}_1$ ou $v \in \mathcal{W}_2$.

Assim, considerando todas as possibilidades;

(1) Se $u, v \in \mathcal{W}_1$ então $u + v \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;
(2) Se $u, v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$;
(3) Se $u \in \mathcal{W}_1$ e $v \in \mathcal{W}_2$ então $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.
(4) Se $v \in \mathcal{W}_1$ e $u \in \mathcal{W}_2$ então, $u + v \notin \mathcal{W}_1$ e $u + v \notin \mathcal{W}_2 \Rightarrow u + v \notin \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.
Porém, por hipótese, $\mathcal{W}_1 \subseteq \mathcal{W}_2$ ou, $\mathcal{W}_2 \subseteq \mathcal{W}_1$; então, nos casos (3) e (4), temos que $u + v \in \mathcal{W}_1$ ou $u + v \in \mathcal{W}_2$ logo, $u + v \in \mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$.

Proposição.2:

Proposição.2:

demonstração:(continuação)

Por (I) e (II) provamos que

Proposição.2:

demonstração:(continuação)

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 =$$

Proposição.2:

demonstração:(continuação)

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid$$

Proposição.2:

demonstração:(continuação)

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{ou}$$

Proposição.2:

demonstração:(continuação)

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{ou} \quad u \in W_2\}$$

PROPOSIÇÃO.2:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{ou} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$, Se $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$. ■

Proposição.2:

demonstração:(continuação)

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$, Se $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$. ■

Note que para provar:

Proposição.2:

demonstração:(continuação)

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$, Se $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$. ■

Note que para provar:

Se $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 =$

PROPOSIÇÃO.2:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$, Se $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$. ■

Note que para provar:

Se $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid$

Proposição.2:

demonstração:(continuação)

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{ou} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$, Se $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$. ■

Note que para provar:

Se $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{ou}$

Proposição.2:

demonstração:(continuação)

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$, Se $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$. ■

Note que para provar:

Se $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$

Proposição.2:

demonstração:(continuação)

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$, Se $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$. ■

Note que para provar:

Se $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$ é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$

Proposição.2:

demonstração:(continuação)

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{ou} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$, Se $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$. $\blacksquare$

Note que para provar:

Se $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{ou} \quad u \in W_2\}$ é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$ então $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$

Proposição.2:

demonstração:(continuação)

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$, Se $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$. ■

Note que para provar:

Se $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$ é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$ então $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$ é de forma análoga à prova feita anteriormente.

Proposição.2:

demonstração:(continuação)

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$, Se $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$. ■

Note que para provar:

Se $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u \in W_1 \quad \text{OU} \quad u \in W_2\}$ é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$ então $W_1 \subseteq W_2$ ou $W_2 \subseteq W_1$ é de forma análoga à prova feita anteriormente.

PROPOSIÇÃO.3:

PROPOSIÇÃO.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

Proposição.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

PROPOSIÇÃO.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid$$

Proposição.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;$$

Proposição.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;\ u_1 \in W_1 \text{ e}$$

Proposição.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;\ u_1 \in W_1 \text{ e } u_2 \in W_2\}$$

PROPOSIÇÃO.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;\ u_1 \in W_1 \text{ e } u_2 \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

PROPOSIÇÃO.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;\ u_1 \in W_1 \text{ e } u_2 \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

DEMONSTRAÇÃO:

(I) **Adição de vetores**:

PROPOSIÇÃO.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;\ u_1 \in W_1 \text{ e } u_2 \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

DEMONSTRAÇÃO:

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$;

PROPOSIÇÃO.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;\ u_1 \in W_1 \text{ e } u_2 \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

DEMONSTRAÇÃO:

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.

PROPOSIÇÃO.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;\ u_1 \in W_1 \text{ e } u_2 \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

DEMONSTRAÇÃO:

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

PROPOSIÇÃO.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;\ u_1 \in W_1 \text{ e } u_2 \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

DEMONSTRAÇÃO:

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2,\ v = v_1 + v_2;\ u_1, v_1 \in \mathcal{W}_1$ E $u_2, v_2 \in \mathcal{W}_2$,

Proposição.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;\ u_1 \in W_1 \text{ e } u_2 \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

Demonstração:

(I) **Adição de vetores**:
Hipóteses: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
Tese: $u + v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2,\ v = v_1 + v_2;\ u_1, v_1 \in \mathcal{W}_1$ E $u_2, v_2 \in \mathcal{W}_2$,
$u_1, v_1 \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u_1 + v_1 \in \mathcal{W}_1$,

PROPOSIÇÃO.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;\ u_1 \in W_1 \text{ e } u_2 \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

DEMONSTRAÇÃO:

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2,\ v = v_1 + v_2;\ u_1, v_1 \in \mathcal{W}_1$ E $u_2, v_2 \in \mathcal{W}_2$,
$u_1, v_1 \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u_1 + v_1 \in \mathcal{W}_1$, pois $\mathcal{W}_1$ **é subespaço vetorial**; E,
$u_2, v_2 \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u_2 + v_2 \in \mathcal{W}_2$,

PROPOSIÇÃO.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;\ u_1 \in W_1 \text{ e } u_2 \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

DEMONSTRAÇÃO:

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2,\ v = v_1 + v_2;\ u_1, v_1 \in \mathcal{W}_1$ E $u_2, v_2 \in \mathcal{W}_2$,
$u_1, v_1 \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u_1 + v_1 \in \mathcal{W}_1$, pois $\mathcal{W}_1$ **é subespaço vetorial**; E,
$u_2, v_2 \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u_2 + v_2 \in \mathcal{W}_2$, pois $\mathcal{W}_2$ **é subespaço vetorial**;

Proposição.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;\ u_1 \in W_1 \text{ e } u_2 \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

Demonstração:

(I) **Adição de vetores**:
Hipóteses: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
Tese: $u + v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2,\ v = v_1 + v_2;\ u_1, v_1 \in \mathcal{W}_1$ E $u_2, v_2 \in \mathcal{W}_2$,
$u_1, v_1 \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u_1 + v_1 \in \mathcal{W}_1$, pois $\mathcal{W}_1$ **é subespaço vetorial**; E,
$u_2, v_2 \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u_2 + v_2 \in \mathcal{W}_2$, pois $\mathcal{W}_2$ **é subespaço vetorial**;
então, $u + v = (u_1 + u_2) + (v_1 + v_2) =$

PROPOSIÇÃO.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;\ u_1 \in W_1 \text{ e } u_2 \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

DEMONSTRAÇÃO:

(I) **Adição de vetores**:
HIPÓTESES: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.
TESE: $u + v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.
Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2,\ v = v_1 + v_2;\ u_1, v_1 \in \mathcal{W}_1$ E $u_2, v_2 \in \mathcal{W}_2$,
$u_1, v_1 \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u_1 + v_1 \in \mathcal{W}_1$, pois $\mathcal{W}_1$ **é subespaço vetorial**; E,
$u_2, v_2 \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u_2 + v_2 \in \mathcal{W}_2$, pois $\mathcal{W}_2$ **é subespaço vetorial**;
então, $u + v = (u_1 + u_2) + (v_1 + v_2) = \underbrace{(u_1 + v_1)}_{\in \mathcal{W}_1} + \underbrace{(u_2 + v_2)}_{\in \mathcal{W}_2} \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

Proposição.3: Sejam $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.
Então, o subconjunto do espaço vetorial $\mathcal{V}$ definido por :

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;\ u_1 \in W_1 \text{ e } u_2 \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

Demonstração:

(I) **Adição de vetores**:

Hipóteses: Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $u, v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$ dois vetores quaisquer.

Tese: $u + v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

Por hipótese, $u, v \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2,\ v = v_1 + v_2;\ u_1, v_1 \in \mathcal{W}_1$ E $u_2, v_2 \in \mathcal{W}_2$,
$u_1, v_1 \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow u_1 + v_1 \in \mathcal{W}_1$, pois $\mathcal{W}_1$ **é subespaço vetorial**; E,
$u_2, v_2 \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow u_2 + v_2 \in \mathcal{W}_2$, pois $\mathcal{W}_2$ **é subespaço vetorial**;
então, $u + v = (u_1 + u_2) + (v_1 + v_2) = \underbrace{(u_1 + v_1)}_{\in \mathcal{W}_1} + \underbrace{(u_2 + v_2)}_{\in \mathcal{W}_2} \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

PROPOSIÇÃO.3:

PROPOSIÇÃO.3:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

Proposição.3:

demonstração:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

hipótese: ; Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $\lambda \in \mathbb{K}$ e $u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

PROPOSIÇÃO.3:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

HIPÓTESE: ; Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $\lambda \in \mathbb{K}$ e $u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

PROPOSIÇÃO.3:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

HIPÓTESE: ; Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $\lambda \in \mathbb{K}$ e $u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

$$\forall u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2;\ u_1 \in \mathcal{W}_1 \ \text{ E } \ u_2 \in \mathcal{W}_2,$$

Proposição.3:

demonstração:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

hipótese: ; Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $\lambda \in \mathbb{K}$ e $u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

tese: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

$$\forall u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2; \; u_1 \in \mathcal{W}_1 \quad \text{E} \quad u_2 \in \mathcal{W}_2,$$

$u_1 \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u_1 \in \mathcal{W}_1,$

PROPOSIÇÃO.3:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

HIPÓTESE: ; Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $\lambda \in \mathbb{K}$ e $u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

$$\forall u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2; \; u_1 \in \mathcal{W}_1 \; \text{ E } \; u_2 \in \mathcal{W}_2,$$

$u_1 \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u_1 \in \mathcal{W}_1$, pois $\mathcal{W}_1$ **é subespaço vetorial**; E, $u_2 \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u_2 \in \mathcal{W}_2$,

PROPOSIÇÃO.3:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

HIPÓTESE: ; Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $\lambda \in \mathbb{K}$ e $u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

$$\forall u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2;\ u_1 \in \mathcal{W}_1 \ \text{ E } \ u_2 \in \mathcal{W}_2,$$

$u_1 \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u_1 \in \mathcal{W}_1$, pois $\mathcal{W}_1$ **é subespaço vetorial**; E, $u_2 \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u_2 \in \mathcal{W}_2$, pois $\mathcal{W}_2$ **é subespaço vetorial**;

Proposição.3:

Demonstração:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

Hipótese: ; Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $\lambda \in \mathbb{K}$ e $u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

Tese: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

$$\forall u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2; \; u_1 \in \mathcal{W}_1 \; \text{ E } \; u_2 \in \mathcal{W}_2,$$

$u_1 \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u_1 \in \mathcal{W}_1$, pois $\mathcal{W}_1$ **é subespaço vetorial**; E, $u_2 \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u_2 \in \mathcal{W}_2$, pois $\mathcal{W}_2$ **é subespaço vetorial**;

então, $\lambda u = \lambda(u_1 + u_2) =$

PROPOSIÇÃO.3:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

HIPÓTESE: ; Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $\lambda \in \mathbb{K}$ e $u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

$$\forall u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2; \; u_1 \in \mathcal{W}_1 \;\; \text{E} \;\; u_2 \in \mathcal{W}_2,$$

$u_1 \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u_1 \in \mathcal{W}_1$, pois $\mathcal{W}_1$ **é subespaço vetorial**; E, $u_2 \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u_2 \in \mathcal{W}_2$, pois $\mathcal{W}_2$ **é subespaço vetorial**;

então, $\lambda u = \lambda(u_1 + u_2) = \underbrace{(\lambda u_1)}_{\in \mathcal{W}_1} + \underbrace{(\lambda u_2)}_{\in \mathcal{W}_2}$

PROPOSIÇÃO.3:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

HIPÓTESE: ; Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $\lambda \in \mathbb{K}$ e $u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

$$\forall u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2;\ u_1 \in \mathcal{W}_1 \ \text{ E } \ u_2 \in \mathcal{W}_2,$$

$u_1 \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u_1 \in \mathcal{W}_1$, pois $\mathcal{W}_1$ **é subespaço vetorial**; E, $u_2 \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u_2 \in \mathcal{W}_2$, pois $\mathcal{W}_2$ **é subespaço vetorial**;

então, $\lambda u = \lambda(u_1 + u_2) = \underbrace{(\lambda u_1)}_{\in \mathcal{W}_1} + \underbrace{(\lambda u_2)}_{\in \mathcal{W}_2} \Rightarrow \lambda u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

Proposição.3:
demonstração:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:
hipótese: ; Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $\lambda \in \mathbb{K}$ e $u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.
tese: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

$$\forall u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2; \; u_1 \in \mathcal{W}_1 \;\; \text{E} \;\; u_2 \in \mathcal{W}_2,$$

$u_1 \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u_1 \in \mathcal{W}_1$, pois $\mathcal{W}_1$ **é subespaço vetorial**; E, $u_2 \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u_2 \in \mathcal{W}_2$, pois $\mathcal{W}_2$ **é subespaço vetorial**;
então, $\lambda u = \lambda(u_1 + u_2) = \underbrace{(\lambda u_1)}_{\in \mathcal{W}_1} + \underbrace{(\lambda u_2)}_{\in \mathcal{W}_2} \Rightarrow \lambda u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

Por (I) e (II) provamos que

Proposição.3:

Demonstração:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

Hipótese: ; Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $\lambda \in \mathbb{K}$ e $u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

Tese: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

$$\forall u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2;\ u_1 \in \mathcal{W}_1 \ \text{ E } \ u_2 \in \mathcal{W}_2,$$

$u_1 \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u_1 \in \mathcal{W}_1$, pois $\mathcal{W}_1$ **é subespaço vetorial**; E, $u_2 \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u_2 \in \mathcal{W}_2$, pois $\mathcal{W}_2$ **é subespaço vetorial**;

então, $\lambda u = \lambda(u_1 + u_2) = \underbrace{(\lambda u_1)}_{\in \mathcal{W}_1} + \underbrace{(\lambda u_2)}_{\in \mathcal{W}_2} \Rightarrow \lambda u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;\ u_1 \in W_1 \text{ e } u_2 \in W_2\}$$

PROPOSIÇÃO.3:
DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:
HIPÓTESE: ; Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $\lambda \in \mathbb{K}$ e $u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.
TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

$$\forall u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2;\ u_1 \in \mathcal{W}_1 \ \text{ E }\ u_2 \in \mathcal{W}_2,$$

$u_1 \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u_1 \in \mathcal{W}_1$, pois $\mathcal{W}_1$ **é subespaço vetorial**; E, $u_2 \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u_2 \in \mathcal{W}_2$, pois $\mathcal{W}_2$ **é subespaço vetorial**;
então, $\lambda u = \lambda(u_1 + u_2) = \underbrace{(\lambda u_1)}_{\in \mathcal{W}_1} + \underbrace{(\lambda u_2)}_{\in \mathcal{W}_2} \Rightarrow \lambda u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;\ u_1 \in W_1 \text{ e } u_2 \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$.

PROPOSIÇÃO.3:

DEMONSTRAÇÃO:(continuação)

(II) **Multiplicação por escalar**:

HIPÓTESE: ; Sejam $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de $\mathcal{V}$; e sejam $\lambda \in \mathbb{K}$ e $u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

TESE: $\lambda u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

$$\forall u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \Rightarrow u = u_1 + u_2;\ u_1 \in \mathcal{W}_1 \ \text{ E } \ u_2 \in \mathcal{W}_2,$$

$u_1 \in \mathcal{W}_1 \Rightarrow \lambda u_1 \in \mathcal{W}_1$, pois $\mathcal{W}_1$ **é subespaço vetorial**; E, $u_2 \in \mathcal{W}_2 \Rightarrow \lambda u_2 \in \mathcal{W}_2$, pois $\mathcal{W}_2$ **é subespaço vetorial**;

então, $\lambda u = \lambda(u_1 + u_2) = \underbrace{(\lambda u_1)}_{\in \mathcal{W}_1} + \underbrace{(\lambda u_2)}_{\in \mathcal{W}_2} \Rightarrow \lambda u \in (\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$.

Por (I) e (II) provamos que

$$\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = \{u \in \mathcal{V} \mid u = u_1 + u_2;\ u_1 \in W_1 \text{ e } u_2 \in W_2\}$$

é um subespaço vetorial de $\mathcal{V}$. ■

Definição:

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$.

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$. Dizemos que um vetor $u \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$. Dizemos que um vetor $u \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, existem escalares $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ tais que

Definição: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$. Dizemos que um vetor $u \in \mathcal{V}$ é uma combinação linear dos elementos do conjunto S se, somente se, existem escalares $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ tais que

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i$$

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$. Dizemos que um vetor $u \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, existem escalares $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ tais que

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n.$$

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$. Dizemos que um vetor $u \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, existem escalares $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ tais que

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n.$$

EXEMPLO.1:

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$. Dizemos que um vetor $u \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, existem escalares $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ tais que

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n.$$

EXEMPLO.1:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1},$

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$. Dizemos que um vetor $u \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, existem escalares $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ tais que

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n.$$

EXEMPLO.1:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2},$

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$. Dizemos que um vetor $u \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, existem escalares $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ tais que

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n.$$

EXEMPLO.1:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Definição: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$. Dizemos que um vetor $u \in \mathcal{V}$ é uma combinação linear dos elementos do conjunto S se, somente se, existem escalares $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ tais que

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n.$$

Exemplo.1:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma combinação linear dos elementos do conjunto S

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$. Dizemos que um vetor $u \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, existem escalares $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ tais que

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n.$$

EXEMPLO.1:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$;

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$. Dizemos que um vetor $u \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, existem escalares $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ tais que

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n.$$

EXEMPLO.1:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$;

$$u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i =$$

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$. Dizemos que um vetor $u \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, existem escalares $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ tais que

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n.$$

EXEMPLO.1:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$;

$$u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,0) + \lambda_2(0,0,-1) + \lambda_3(0,1,0) =$$

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$. Dizemos que um vetor $u \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, existem escalares $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ tais que

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n.$$

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$;

$$u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,0) + \lambda_2(0,0,-1) + \lambda_3(0,1,0) = (2\lambda_1, \lambda_3, -\lambda_2)$$

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$. Dizemos que um vetor $u \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, existem escalares $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ tais que

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n.$$

EXEMPLO.1:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$;

$$u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,0) + \lambda_2(0,0,-1) + \lambda_3(0,1,0) = (2\lambda_1, \lambda_3, -\lambda_2) \Rightarrow u = (x, y, z);$$

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$. Dizemos que um vetor $u \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, existem escalares $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ tais que

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n.$$

EXEMPLO.1:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$;

$$u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,0) + \lambda_2(0,0,-1) + \lambda_3(0,1,0) = (2\lambda_1, \lambda_3, -\lambda_2) \Rightarrow u = (x, y, z);$$

portanto, todos os vetores do espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ é uma combinação linear dos vetores de S.

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$. Dizemos que um vetor $u \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, existem escalares $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{K}$ tais que

$$u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n.$$

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$;

$$u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,0) + \lambda_2(0,0,-1) + \lambda_3(0,1,0) = (2\lambda_1, \lambda_3, -\lambda_2) \Rightarrow u = (x, y, z);$$

portanto, todos os vetores do espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ é uma combinação linear dos vetores de S.

EXEMPLO.2:

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1},$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

EXEMPLO.2:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$

$$u = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i =$$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$

$$u = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,3,-1) + \lambda_2(0,1,1) =$$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x,y,z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$

$$u = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,3,-1) + \lambda_2(0,1,1) = (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1)$$

EXEMPLO.2:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$

$$u = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,3,-1) + \lambda_2(0,1,1) = (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) \Rightarrow u = (x, y, y - 2x)$$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$

$$u = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,3,-1) + \lambda_2(0,1,1) = (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) \Rightarrow u = (x, y, y - 2x)$$

resolvendo o sistema linear: $\begin{cases} x = 2\lambda_1 \\ \\ \end{cases}$

Exemplo.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma combinação linear dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$

$$u = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,3,-1) + \lambda_2(0,1,1) = (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) \Rightarrow u = (x, y, y - 2x)$$

resolvendo o sistema linear: $\begin{cases} x = 2\lambda_1 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{2}x \\ \\ \end{cases}$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$

$$u = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,3,-1) + \lambda_2(0,1,1) = (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) \Rightarrow u = (x, y, y - 2x)$$

resolvendo o sistema linear: $\begin{cases} x = 2\lambda_1 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{2}x \\ y = 3\lambda_1 + \lambda_2 \\ \end{cases}$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x,y,z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$

$$u = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,3,-1) + \lambda_2(0,1,1) = (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) \Rightarrow u = (x, y, y - 2x)$$

resolvendo o sistema linear: $\begin{cases} x = 2\lambda_1 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{2}x \\ y = 3\lambda_1 + \lambda_2 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + \lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = y - \frac{3}{2}x \\ \end{cases}$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$

$$u = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,3,-1) + \lambda_2(0,1,1) = (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) \Rightarrow u = (x, y, y - 2x)$$

resolvendo o sistema linear: $\begin{cases} x = 2\lambda_1 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{2}x \\ y = 3\lambda_1 + \lambda_2 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + \lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = y - \frac{3}{2}x \\ z = -\lambda_1 + \lambda_2 \end{cases}$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$

$$u = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,3,-1) + \lambda_2(0,1,1) = (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) \Rightarrow u = (x, y, y - 2x)$$

resolvendo o sistema linear: $\begin{cases} x = 2\lambda_1 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{2}x \\ y = 3\lambda_1 + \lambda_2 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + \lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = y - \frac{3}{2}x \\ z = -\lambda_1 + \lambda_2 \Rightarrow z = -\frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2}x \Rightarrow z = y - 2x \end{cases}$

EXEMPLO.2:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$

$$u = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,3,-1) + \lambda_2(0,1,1) = (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) \Rightarrow u = (x, y, y - 2x)$$

resolvendo o sistema linear: $\begin{cases} x = 2\lambda_1 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{2}x \\ y = 3\lambda_1 + \lambda_2 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + \lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = y - \frac{3}{2}x \\ z = -\lambda_1 + \lambda_2 \Rightarrow z = -\frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2}x \Rightarrow z = y - 2x \end{cases}$

EXEMPLO.2:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $u = (x, y, z) \in \mathcal{V}$ é uma COMBINAÇÃO LINEAR dos elementos do conjunto S se, somente se, $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$

$$u = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,3,-1) + \lambda_2(0,1,1) = (2\lambda_1, 3\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_1) \Rightarrow u = (x, y, y - 2x)$$

resolvendo o sistema linear: $\begin{cases} x = 2\lambda_1 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{2}x \\ y = 3\lambda_1 + \lambda_2 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + \lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = y - \frac{3}{2}x \\ z = -\lambda_1 + \lambda_2 \Rightarrow z = -\frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2}x \Rightarrow z = y - 2x \end{cases}$

DEFINIÇÃO:

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$.

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$.
Dizemos que o seguinte subconjunto de $\mathcal{V}$

$$\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K}\}$$

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$.
Dizemos que o seguinte subconjunto de $\mathcal{V}$

$$\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K}\}$$

é um SUBESPAÇO GERADO POR S.

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$.
Dizemos que o seguinte subconjunto de $\mathcal{V}$

$$\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K}\}$$

é um SUBESPAÇO GERADO POR S.
Dizemos ainda que S é um SISTEMA DE GERADORES(ou CONJUNTO DE GERADORES) do subespaço $\mathcal{W}$.

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$.
Dizemos que o seguinte subconjunto de $\mathcal{V}$

$$\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K}\}$$

é um SUBESPAÇO GERADO POR S.
Dizemos ainda que S é um SISTEMA DE GERADORES(ou CONJUNTO DE GERADORES) do subespaço $\mathcal{W}$.
NOTAÇÕES: $\mathcal{W} = [v_1, v_2, \ldots, v_n]$

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$.
Dizemos que o seguinte subconjunto de $\mathcal{V}$

$$\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K}\}$$

é um SUBESPAÇO GERADO POR S.
Dizemos ainda que S é um SISTEMA DE GERADORES(ou CONJUNTO DE GERADORES) do subespaço $\mathcal{W}$.
NOTAÇÕES: $\mathcal{W} = [v_1, v_2, \dots, v_n]$ ou $\mathcal{W} = [S]$.

DEFINIÇÃO: Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e seja $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, um **subconjunto finito** de $\mathcal{V}$.
Dizemos que o seguinte subconjunto de $\mathcal{V}$

$$\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i; \forall \lambda_i \in \mathbb{K}\}$$

é um SUBESPAÇO GERADO POR S.
Dizemos ainda que S é um SISTEMA DE GERADORES(ou CONJUNTO DE GERADORES) do subespaço $\mathcal{W}$.
NOTAÇÕES: $\mathcal{W} = [v_1, v_2, \ldots, v_n]$ ou $\mathcal{W} = [S]$.

Exemplo.1:

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1},$

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2},$

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = (x, y, z)\}$

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = (x,y,z)\} = \mathbb{R}^3$

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = (x,y,z)\} = \mathbb{R}^3$ é o **subespaço gerado por** S.

Exemplo.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = (x,y,z)\} = \mathbb{R}^3$ é o **subespaço gerado por** S.

Exemplo.2:

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = (x,y,z)\} = \mathbb{R}^3$ é o **subespaço gerado por** S.

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1},$

EXEMPLO.1:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = (x,y,z)\} = \mathbb{R}^3$ é o **subespaço gerado por** S.

EXEMPLO.2:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = (x,y,z)\} = \mathbb{R}^3$ é o **subespaço gerado por** S.

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = (x,y,y-2x)\}$

EXEMPLO.1:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = (x,y,z)\} = \mathbb{R}^3$ é o **subespaço gerado por** S.

EXEMPLO.2:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = (x,y,y-2x)\}$ é o **subespaço gerado por** S.

Exemplo.1:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,0)}_{v_1}, \underbrace{(0,0,-1)}_{v_2}, \underbrace{(0,1,0)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = (x,y,z)\} = \mathbb{R}^3$ é o **subespaço gerado por** S.

Exemplo.2:
Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,3,-1)}_{v_1}, \underbrace{(0,1,1)}_{v_2}\} \subset \mathcal{V}$.

Então, $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = (x,y,y-2x)\}$ é o **subespaço gerado por** S.

Propriedades:

PROPRIEDADES:

Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e sejam $S_1 = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, e $S_2 = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}; m \in \mathbb{N}^*$, **subconjuntos finitos** de $\mathcal{V}$.

PROPRIEDADES:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e sejam $S_1 = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, e $S_2 = \{u_1, u_2, \ldots, u_m\}; m \in \mathbb{N}^*$, **subconjuntos finitos** de $\mathcal{V}$.

1. $S_1 \subset [S_1]$

Propriedades:

Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e sejam $S_1 = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, e $S_2 = \{u_1, u_2, \ldots, u_m\}; m \in \mathbb{N}^*$, **subconjuntos finitos** de $\mathcal{V}$.

1. $S_1 \subset [S_1]$
2. Se $S_1 \subset S_2$ então $[S_1] \subset [S_2]$

Propriedades:

Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e sejam $S_1 = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, e $S_2 = \{u_1, u_2, \ldots, u_m\}; m \in \mathbb{N}^*$, **subconjuntos finitos** de $\mathcal{V}$.

1. $S_1 \subset [S_1]$
2. Se $S_1 \subset S_2$ então $[S_1] \subset [S_2]$

Propriedades:

Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e sejam $S_1 = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, e $S_2 = \{u_1, u_2, \ldots, u_m\}; m \in \mathbb{N}^*$, **subconjuntos finitos** de $\mathcal{V}$.

1. $S_1 \subset [S_1]$
2. Se $S_1 \subset S_2$ então $[S_1] \subset [S_2]$
3. $[S_1] + [S_2] = [S_1 \cup S_2]$

PROPRIEDADES:
Seja $\mathcal{V}$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K}$, e sejam $S_1 = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}; n \in \mathbb{N}^*$, e $S_2 = \{u_1, u_2, \ldots, u_m\}; m \in \mathbb{N}^*$, **subconjuntos finitos** de $\mathcal{V}$.

1. $S_1 \subset [S_1]$
2. Se $S_1 \subset S_2$ então $[S_1] \subset [S_2]$
3. $[S_1] + [S_2] = [S_1 \cup S_2]$

Exercícios:

EXERCÍCIOS:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2, 0, 1)}_{v_1},$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2},$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.

2. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0)}_{v_1},$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.

2. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0)}_{v_1}, \underbrace{(-2,-1)}_{v_2},$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.

2. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0)}_{v_1}, \underbrace{(-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.

2. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0)}_{v_1}, \underbrace{(-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.

2. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0)}_{v_1}, \underbrace{(-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.

EXERCÍCIOS:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.
   Determine o **subespaço gerado por** S.
2. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0)}_{v_1}, \underbrace{(-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.
   Determine o **subespaço gerado por** S.
3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.
   Determine o **subespaço gerado por** S.
2. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0)}_{v_1}, \underbrace{(-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.
   Determine o **subespaço gerado por** S.
3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.

Exercícios:

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1},$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2},$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i =$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3),$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3),$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \\ \\ \end{cases}$$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ \\ \end{cases}$$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \\ \end{cases}$$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \\ \end{cases}$$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \\ \end{cases}$$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \\ z = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \end{cases}$$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \\ z = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \Rightarrow z = \lambda_1 + \end{cases}$$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \\ z = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \Rightarrow z = \lambda_1 + \frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \end{cases}$$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:

$$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \\ z = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \Rightarrow z = \lambda_1 + \frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) + x - 2\lambda_1 \end{cases}$$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:

$$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \\ z = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \Rightarrow z = \lambda_1 + \frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) + x - 2\lambda_1 \Rightarrow z = -2\lambda_1 + \end{cases}$$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.

   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;

   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$

   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$

   resolvendo o sistema linear:

$$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \\ z = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \Rightarrow z = \lambda_1 + \frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) + x - 2\lambda_1 \Rightarrow z = -2\lambda_1 + \frac{1}{2}y \end{cases}$$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \\ z = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \Rightarrow z = \lambda_1 + \frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) + x - 2\lambda_1 \Rightarrow z = -2\lambda_1 + \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}x \end{cases}$$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \\ z = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \Rightarrow z = \lambda_1 + \frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) + x - 2\lambda_1 \Rightarrow z = -2\lambda_1 + \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}x \end{cases}$$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \\ z = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \Rightarrow z = \lambda_1 + \frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) + x - 2\lambda_1 \Rightarrow z = -2\lambda_1 + \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}x \end{cases}$$
   Observe que as coordenadas de u, x, y, e z, podem assumir qualquer valor em $\mathbb{R}$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \\ z = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \Rightarrow z = \lambda_1 + \frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) + x - 2\lambda_1 \Rightarrow z = -2\lambda_1 + \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}x \end{cases}$$
   Observe que as coordenadas de u, x, y, e z, podem assumir qualquer valor em $\mathbb{R}$ e, além disso, não existe a dependência entre os valores destas variáveis. Então,

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \\ z = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \Rightarrow z = \lambda_1 + \frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) + x - 2\lambda_1 \Rightarrow z = -2\lambda_1 + \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}x \end{cases}$$
   Observe que as coordenadas de u, x, y, e z, podem assumir qualquer valor em $\mathbb{R}$ e, além disso, não existe a dependência entre os valores destas variáveis. Então,
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \\ z = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \Rightarrow z = \lambda_1 + \frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) + x - 2\lambda_1 \Rightarrow z = -2\lambda_1 + \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}x \end{cases}$$
   Observe que as coordenadas de u, x, y, e z, podem assumir qualquer valor em $\mathbb{R}$ e, além disso, não existe a dependência entre os valores destas variáveis. Então,
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = (2\lambda_1 + \lambda_3,$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \\ z = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \Rightarrow z = \lambda_1 + \frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) + x - 2\lambda_1 \Rightarrow z = -2\lambda_1 + \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}x \end{cases}$$
   Observe que as coordenadas de u, x, y, e z, podem assumir qualquer valor em $\mathbb{R}$ e, além disso, não existe a dependência entre os valores destas variáveis. Então,
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = (2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3),$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \\ z = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \Rightarrow z = \lambda_1 + \frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) + x - 2\lambda_1 \Rightarrow z = -2\lambda_1 + \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}x \end{cases}$$
   Observe que as coordenadas de u, x, y, e z, podem assumir qualquer valor em $\mathbb{R}$ e, além disso, não existe a dependência entre os valores destas variáveis. Então,
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = (2\lambda_1 + \lambda_3, -(2\lambda_2 + \lambda_3), (-2\lambda_1 + \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}x)\}$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \\ z = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \Rightarrow z = \lambda_1 + \frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) + x - 2\lambda_1 \Rightarrow z = -2\lambda_1 + \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}x \end{cases}$$
   Observe que as coordenadas de u, x, y, e z, podem assumir qualquer valor em $\mathbb{R}$ e, além disso, não existe a dependência entre os valores destas variáveis. Então,
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = (2\lambda_1 + \lambda_3, -(2\lambda_2 + \lambda_3), (-2\lambda_1 + \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}x)\} = \mathbb{R}^3$

Exercícios:

1. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $S = \{\underbrace{(2,0,1)}_{v_1}, \underbrace{(0,-2,-1)}_{v_2}, \underbrace{(1,-1,1)}_{v_3}\} \subset \mathcal{V}$.

   Determine o **subespaço gerado por** S.
   $\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ temos que ;
   $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid u = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i v_i = \lambda_1(2,0,1) + \lambda_2(0,-2,-1) + \lambda_3(1,-1,1)\} =$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = ((2\lambda_1 + \lambda_3), -(2\lambda_2 + \lambda_3), (\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3))\}$
   resolvendo o sistema linear:
   $$\begin{cases} x = 2\lambda_1 + \lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = x - 2\lambda_1 \\ y = -2\lambda_2 - \lambda_3 \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + \lambda_3) \Rightarrow \lambda_2 = -\frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) \\ z = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \Rightarrow z = \lambda_1 + \frac{1}{2}(y + x - 2\lambda_1) + x - 2\lambda_1 \Rightarrow z = -2\lambda_1 + \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}x \end{cases}$$
   Observe que as coordenadas de u, x, y, e z, podem assumir qualquer valor em $\mathbb{R}$ e, além disso, não existe a dependência entre os valores destas variáveis. Então,
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = (2\lambda_1 + \lambda_3, -(2\lambda_2 + \lambda_3), (-2\lambda_1 + \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}x)\} = \mathbb{R}^3$

Exercícios:

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.

EXERCÍCIOS:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$.

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
   $u = (x, y, x + 2y) =$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
   $u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) =$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
   $u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1,$

EXERCÍCIOS:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
$u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0,$

EXERCÍCIOS:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
   $u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1)$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
   $u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0,$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
   $u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0, 1,$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
   $u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 2)$.

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
   $u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 2)$.
   Observe que escrevemos u como a combinação linear dos vetores:

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
   $u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 2)$.
   Observe que escrevemos u como a combinação linear dos vetores:
   $v_1 = (1, 0, 1) \in \mathcal{W}$ e

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
   $u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 2)$.
   Observe que escrevemos u como a combinação linear dos vetores:
   $v_1 = (1, 0, 1) \in \mathcal{W}$ e $v_2 = (0, 1, 2) \in \mathcal{W}$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
$u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 2)$.
Observe que escrevemos u como a combinação linear dos vetores:
$v_1 = (1, 0, 1) \in \mathcal{W}$ e $v_2 = (0, 1, 2) \in \mathcal{W}$ portanto, estes vetores v_1 e v_2

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
$u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 2)$.
Observe que escrevemos u como a combinação linear dos vetores:
$v_1 = (1, 0, 1) \in \mathcal{W}$ e $v_2 = (0, 1, 2) \in \mathcal{W}$ portanto, estes vetores v_1 e v_2 formam um **conjunto de geradores**

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
   $u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 2)$.
   Observe que escrevemos u como a combinação linear dos vetores:
   $v_1 = (1, 0, 1) \in \mathcal{W}$ e $v_2 = (0, 1, 2) \in \mathcal{W}$ portanto, estes vetores v_1 e v_2 formam um **conjunto de geradores** para o subespaço $\mathcal{W}$.

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
$u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 2)$.
Observe que escrevemos u como a combinação linear dos vetores:
$v_1 = (1, 0, 1) \in \mathcal{W}$ e $v_2 = (0, 1, 2) \in \mathcal{W}$ portanto, estes vetores v_1 e v_2 formam um **conjunto de geradores** para o subespaço $\mathcal{W}$.
Ou seja,

EXERCÍCIOS:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
$u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 2)$.
Observe que escrevemos u como a combinação linear dos vetores:
$v_1 = (1, 0, 1) \in \mathcal{W}$ e $v_2 = (0, 1, 2) \in \mathcal{W}$ portanto, estes vetores v_1 e v_2 formam um **conjunto de geradores** para o subespaço $\mathcal{W}$.
Ou seja, $\mathcal{W} = [v_1, v_2] = [(1, 0, 1), (0, 1, 2)]$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
   $u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 2)$.
   Observe que escrevemos u como a combinação linear dos vetores:
   $v_1 = (1, 0, 1) \in \mathcal{W}$ e $v_2 = (0, 1, 2) \in \mathcal{W}$ portanto, estes vetores v_1 e v_2 formam um **conjunto de geradores** para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Ou seja, $\mathcal{W} = [v_1, v_2] = [(1, 0, 1), (0, 1, 2)]$ ou
   $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \underbrace{x}_{\lambda_1}.v_1 + \underbrace{y}_{\lambda_2}.v_2 =$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
   $u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 2)$.
   Observe que escrevemos u como a combinação linear dos vetores:
   $v_1 = (1, 0, 1) \in \mathcal{W}$ e $v_2 = (0, 1, 2) \in \mathcal{W}$ portanto, estes vetores v_1 e v_2 formam um **conjunto de geradores** para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Ou seja, $\mathcal{W} = [v_1, v_2] = [(1, 0, 1), (0, 1, 2)]$ ou
   $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \underbrace{x}_{\lambda_1}.v_1 + \underbrace{y}_{\lambda_2}.v_2 = x(1,$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
$u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 2)$.
Observe que escrevemos u como a combinação linear dos vetores:
$v_1 = (1, 0, 1) \in \mathcal{W}$ e $v_2 = (0, 1, 2) \in \mathcal{W}$ portanto, estes vetores v_1 e v_2 formam um **conjunto de geradores** para o subespaço $\mathcal{W}$.
Ou seja, $\mathcal{W} = [v_1, v_2] = [(1, 0, 1), (0, 1, 2)]$ ou
$\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \underbrace{x}_{\lambda_1}.v_1 + \underbrace{y}_{\lambda_2}.v_2 = x(1, 0,$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
$u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 2)$.
Observe que escrevemos u como a combinação linear dos vetores:
$v_1 = (1, 0, 1) \in \mathcal{W}$ e $v_2 = (0, 1, 2) \in \mathcal{W}$ portanto, estes vetores v_1 e v_2 formam um **conjunto de geradores** para o subespaço $\mathcal{W}$.
Ou seja, $\mathcal{W} = [v_1, v_2] = [(1, 0, 1), (0, 1, 2)]$ ou
$\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \underbrace{x}_{\lambda_1}.v_1 + \underbrace{y}_{\lambda_2}.v_2 = x(1, 0, 1)$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
   $u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 2)$.
   Observe que escrevemos u como a combinação linear dos vetores:
   $v_1 = (1, 0, 1) \in \mathcal{W}$ e $v_2 = (0, 1, 2) \in \mathcal{W}$ portanto, estes vetores v_1 e v_2 formam um **conjunto de geradores** para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Ou seja, $\mathcal{W} = [v_1, v_2] = [(1, 0, 1), (0, 1, 2)]$ ou
   $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \underbrace{x}_{\lambda_1}.v_1 + \underbrace{y}_{\lambda_2}.v_2 = x(1, 0, 1) + y(0,$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
$u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 2)$.
Observe que escrevemos u como a combinação linear dos vetores:
$v_1 = (1, 0, 1) \in \mathcal{W}$ e $v_2 = (0, 1, 2) \in \mathcal{W}$ portanto, estes vetores v_1 e v_2 formam um **conjunto de geradores** para o subespaço $\mathcal{W}$.
Ou seja, $\mathcal{W} = [v_1, v_2] = [(1, 0, 1), (0, 1, 2)]$ ou
$\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \underbrace{x}_{\lambda_1}.v_1 + \underbrace{y}_{\lambda_2}.v_2 = x(1, 0, 1) + y(0, 1,$

EXERCÍCIOS:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Seja $u = (x, y, x + 2y) \in \mathcal{W}$. Então, podemos escrever u como a seguinte **combinação linear** de vetores de W:
   $u = (x, y, x + 2y) = (x, 0, x) + (0, y, 2y) = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 2)$.
   Observe que escrevemos u como a combinação linear dos vetores:
   $v_1 = (1, 0, 1) \in \mathcal{W}$ e $v_2 = (0, 1, 2) \in \mathcal{W}$ portanto, estes vetores v_1 e v_2 formam um **conjunto de geradores** para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Ou seja, $\mathcal{W} = [v_1, v_2] = [(1, 0, 1), (0, 1, 2)]$ ou
   $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \underbrace{x}_{\lambda_1}.v_1 + \underbrace{y}_{\lambda_2}.v_2 = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 2)\}$

Exercícios:

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Encontramos $S = \{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Encontramos $S = \{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
   Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Encontramos $S = \{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
   Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
   Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Encontramos $S = \{(1,0,1),(0,1,2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
   Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
   Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
   Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2,0,2),(0,3,6)\}$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Encontramos $S = \{(1,0,1),(0,1,2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
   Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
   Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
   Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2,0,2),(0,3,6)\}$ e $S_2 = \{(1,0,1),(2,0,2),(0,3,6)\}$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Encontramos $S = \{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ e $S_2 = \{(1, 0, 1), (2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Encontramos $S = \{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
   Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
   Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
   Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ e $S_2 = \{(1, 0, 1), (2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
   $\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Encontramos $S = \{(1,0,1),(0,1,2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2,0,2),(0,3,6)\}$ e $S_2 = \{(1,0,1),(2,0,2),(0,3,6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
$\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
ou;
$\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u =$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Encontramos $S = \{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ e
$S_2 = \{(1, 0, 1), (2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
$\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
ou;
$\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(2,$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Encontramos $S = \{(1,0,1),(0,1,2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
   Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
   Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
   Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2,0,2),(0,3,6)\}$ e $S_2 = \{(1,0,1),(2,0,2),(0,3,6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
   $\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
   ou;
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(2,0,$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Encontramos $S = \{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
   Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
   Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
   Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ e $S_2 = \{(1, 0, 1), (2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
   $\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
   ou;
   $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(2, 0, 2)$

EXERCÍCIOS:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Encontramos $S = \{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ e $S_2 = \{(1, 0, 1), (2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
$\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
ou;
$\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(2, 0, 2) + \lambda_2(0,$

EXERCÍCIOS:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Encontramos $S = \{(1,0,1),(0,1,2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2,0,2),(0,3,6)\}$ e
$S_2 = \{(1,0,1),(2,0,2),(0,3,6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
$\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
ou;
$\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(2,0,2) + \lambda_2(0,3,$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Encontramos $S = \{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
   Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
   Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
   Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ e $S_2 = \{(1, 0, 1), (2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
   $\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
   ou;
   $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(2, 0, 2) + \lambda_2(0, 3, 6)\}$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Encontramos $S = \{(1,0,1),(0,1,2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2,0,2),(0,3,6)\}$ e $S_2 = \{(1,0,1),(2,0,2),(0,3,6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
$\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
ou;
$\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(2,0,2) + \lambda_2(0,3,6)\}$
$\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u =$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Encontramos $S = \{(1,0,1),(0,1,2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2,0,2),(0,3,6)\}$ e $S_2 = \{(1,0,1),(2,0,2),(0,3,6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
$\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
ou;
$\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(2,0,2) + \lambda_2(0,3,6)\}$
$\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(1,$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Encontramos $S = \{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ e $S_2 = \{(1, 0, 1), (2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
$\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
ou;
$\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(2, 0, 2) + \lambda_2(0, 3, 6)\}$
$\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(1, 0,$

EXERCÍCIOS:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Encontramos $S = \{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ e $S_2 = \{(1, 0, 1), (2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
$\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
ou;
$\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(2, 0, 2) + \lambda_2(0, 3, 6)\}$
$\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(1, 0, 1) +$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Encontramos $S = \{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
   Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
   Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
   Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ e $S_2 = \{(1, 0, 1), (2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
   $\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
   ou;
   $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(2, 0, 2) + \lambda_2(0, 3, 6)\}$
   $\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(1, 0, 1) + \lambda_2(2,$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Encontramos $S = \{(1,0,1),(0,1,2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
   Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
   Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
   Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2,0,2),(0,3,6)\}$ e $S_2 = \{(1,0,1),(2,0,2),(0,3,6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
   $\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
   ou;
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(2,0,2) + \lambda_2(0,3,6)\}$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(1,0,1) + \lambda_2(2,0,$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Encontramos $S = \{(1,0,1),(0,1,2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
   Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
   Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
   Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2,0,2),(0,3,6)\}$ e $S_2 = \{(1,0,1),(2,0,2),(0,3,6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
   $\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
   ou;
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(2,0,2) + \lambda_2(0,3,6)\}$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(1,0,1) + \lambda_2(2,0,2)$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Encontramos $S = \{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ e
$S_2 = \{(1, 0, 1), (2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
$\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
ou;
$\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(2, 0, 2) + \lambda_2(0, 3, 6)\}$
$\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(1, 0, 1) + \lambda_2(2, 0, 2) + \lambda_3(0,$

EXERCÍCIOS:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Encontramos $S = \{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ e
$S_2 = \{(1, 0, 1), (2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
$\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
ou;
$\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(2, 0, 2) + \lambda_2(0, 3, 6)\}$
$\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(1, 0, 1) + \lambda_2(2, 0, 2) + \lambda_3(0, 3,$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
Encontramos $S = \{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ e $S_2 = \{(1, 0, 1), (2, 0, 2), (0, 3, 6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
$\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
ou;
$\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(2, 0, 2) + \lambda_2(0, 3, 6)\}$
$\mathcal{W} = \{u = (x, y, z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(1, 0, 1) + \lambda_2(2, 0, 2) + \lambda_3(0, 3, 6)\}$

Exercícios:

3. Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{W} = \{u \in \mathcal{V} \mid x + 2y = z\}$.
   Determine um sistema de geradores para o subespaço $\mathcal{W}$.
   Encontramos $S = \{(1,0,1),(0,1,2)\}$ um conjunto de geradores para $\mathcal{W}$.
   Contudo, note que não existe apenas um conjunto de geradores para um mesmo subespaço vetorial.
   Podemos obter outros subconjuntos de vetores em $\mathcal{W}$ que gere $\mathcal{W}$.
   Neste exercício, por exemplo, os subconjuntos $S_1 = \{(2,0,2),(0,3,6)\}$ e $S_2 = \{(1,0,1),(2,0,2),(0,3,6)\}$ também são um sistema de geradores para $\mathcal{W}$:
   $\mathcal{W} = [S_2]$ e $\mathcal{W} = [S_3]$,
   ou;
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(2,0,2) + \lambda_2(0,3,6)\}$
   $\mathcal{W} = \{u = (x,y,z) \in \mathcal{V} \mid u = \lambda_1(1,0,1) + \lambda_2(2,0,2) + \lambda_3(0,3,6)\}$

EXERCÍCIOS:

Exercícios:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

Exercícios:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

1. Determine um conjunto de geradores para $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

1. Determine um conjunto de geradores para $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
2. Determine um conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.

Exercícios:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

1. Determine um conjunto de geradores para $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
2. Determine um conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   (DICA: utilize a propriedade $[S_1] + [S_2] = [S_1 \cup S_2]$)

EXERCÍCIOS:
Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

1. Determine um conjunto de geradores para $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
2. Determine um conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   (DICA: utilize a propriedade $[S_1] + [S_2] = [S_1 \cup S_2]$)
3. Determine um conjunto de geradores para $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

Exercícios:
Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, $\mathcal{W}_1 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = A^t\}$ e $\mathcal{W}_2 = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) | A = -A^t\}$ **subespaços vetoriais** de $\mathcal{V}$.

1. Determine um conjunto de geradores para $(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
2. Determine um conjunto $(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) \subseteq \mathcal{V}$.
   (<u>DICA</u>: utilize a propriedade $[S_1] + [S_2] = [S_1 \cup S_2]$)
3. Determine um conjunto de geradores para $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.