

### Universidade Federal da Bahia - UFBA Instituto de Matemática e Estatística - IME Departamento de Matemática



MAT A07 - Álgebra Linear A Aula 2 - Matrizes Operações, Tipos Especiais e Traço

Professora: Isamara Alves,

04/03/2021

Transposta - Definição

Sejam 
$$A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
 e  $C \in \mathcal{M}_{n \times m}(\mathbb{K})$ .

Transposta - Definição

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Transposta - Definição

Sejam  $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$  e  $C \in \mathcal{M}_{n \times m}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a TRANSPOSTA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Notação:  $C = A^t$ 

Transposta - Definição

Sejam  $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$  e  $C \in \mathcal{M}_{n \times m}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a TRANSPOSTA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Notação:  $C = A^t$ 

Transposta - Definição

Sejam  $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$  e  $C \in \mathcal{M}_{n \times m}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a TRANSPOSTA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação:  $C = A^t$ 

$$C_{n\times m} = A_{m\times n}^t =$$

Transposta - Definição

Sejam  $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$  e  $C \in \mathcal{M}_{n \times m}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a TRANSPOSTA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Notação: 
$$C = A^t$$

$$C_{n \times m} = A^t_{m \times n} =$$

MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre - 2021.1

Transposta - Definição

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Notação: 
$$C = A^t$$

$$C_{n \times m} = A^t_{m \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Transposta - Definição

Sejam  $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$  e  $C \in \mathcal{M}_{n \times m}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a TRANSPOSTA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^t$$

$$C_{n \times m} = A^t_{m \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & a_{i1} \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}$$

MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre - 2021.1

Transposta - Definição

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^t$$

$$C_{n \times m} = A^t_{m \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & \\ & & \\ & & \\ & \\ & & \\ & \\ & & \\$$

Transposta - Definição

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^t$$

$$C_{n \times m} = A^t_{m \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & a_{m1} \\ & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & \\ & & \\ & & \\ & \\ & & \\ & \\ & &$$

Transposta - Definição

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Transposta - Definição

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^t$$

$$C_{n \times m} = A^t_{m \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1j} & & & & \end{bmatrix}$$

Transposta - Definição

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

```
Notação: C = A^t
C_{n \times m} = A^t_{m \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}
```

Transposta - Definição

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Notação: 
$$C = A^t$$

$$C_{n \times m} = A^t_{m \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & a_{ij} \end{bmatrix}$$

#### Transposta - Definição

$$c_{ji}=a_{ij}; \quad \forall i=1,\ldots,m; \forall j=1,\ldots,n.$$

Notação: 
$$C = A^t$$

$$C_{n \times m} = A^t_{m \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots \end{bmatrix}$$

Transposta - Definição

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^t$$

$$C_{n \times m} = A^t_{m \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & a_{mj} \end{bmatrix}$$

#### Transposta - Definição

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^t$$

$$C_{n \times m} = A^t_{m \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & c_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Transposta - Definição

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^t$$

$$C_{n \times m} = A^t_{m \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & c_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

#### Transposta - Definição

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^t$$

$$C_{n \times m} = A^t_{m \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & c_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nn} & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Transposta - Definição

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^t$$

$$C_{n \times m} = A^t_{m \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & c_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & a_{in} \end{bmatrix}$$

#### Transposta - Definição

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^t$$

$$C_{n \times m} = A^t_{m \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & c_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{ni} & \cdots \end{bmatrix}$$

#### Transposta - Definição

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^t$$

$$C_{n \times m} = A^t_{m \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & c_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

#### Transposta - Definição

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^t$$

$$C_{n \times m} = A^t_{m \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & c_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{ni} & \cdots & c_{nm} \end{bmatrix}$$

#### Transposta - Definição

$$c_{ji} = a_{ij}; \quad \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^t$$

$$C_{n \times m} = A^t_{m \times n} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & c_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{ni} & \cdots & c_{nm} \end{bmatrix}$$

Transposta - Exemplo

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times4} = \begin{bmatrix} 2 & 1+2i & -3i & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1+i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Transposta - Exemplo

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times4} = \begin{bmatrix} 2 & 1+2i & -3i & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1+i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C_{4\times3}=A^t$$

Transposta - Exemplo

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times4} = \begin{bmatrix} 2 & 1+2i & -3i & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1+i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C_{4\times3}=A^t=\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ & & \end{bmatrix}$$

Transposta - Exemplo

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times4} = \begin{bmatrix} 2 & 1+2i & -3i & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1+i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C_{4\times 3} = A^t = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1+2i & 5 & i \end{bmatrix}$$

Transposta - Exemplo

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 2 & 1+2i & -3i & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1+i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C_{4\times3} = A^{t} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0\\ 1+2i & 5 & i\\ -3i & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

Transposta - Exemplo

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times4} = \begin{bmatrix} 2 & 1+2i & -3i & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1+i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C_{4\times3} = A^t = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1+2i & 5 & i \\ -3i & -3 & 2 \\ -1 & -1+i & 3 \end{bmatrix}$$

Transposta - Exemplo

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times4} = \begin{bmatrix} 2 & 1+2i & -3i & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1+i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C_{4\times3} = A^t = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1+2i & 5 & i \\ -3i & -3 & 2 \\ -1 & -1+i & 3 \end{bmatrix}$$

Transposta - Exemplo

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times4} = \begin{bmatrix} 2 & 1+2i & -3i & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1+i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C_{4\times3} = A^t = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1+2i & 5 & i \\ -3i & -3 & 2 \\ -1 & -1+i & 3 \end{bmatrix}$$

Transposta - Propriedades

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

1. 
$$(A^t)^t =$$

Transposta - Propriedades

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$$
 e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

1. 
$$(A^t)^t =$$

Transposta - Propriedades

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^t)^t = A$
- 2. Soma  $(A+D)^t =$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^t)^t = A$
- 2. Soma  $(A+D)^t =$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^t)^t = A$
- 2. Soma  $(A+D)^t = A^t + D^t$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^t)^t = A$
- 2. Soma  $(A + D)^t = A^t + D^t$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^t =$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^t)^t = A$
- 2. Soma  $(A + D)^t = A^t + D^t$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^t =$

Transposta - Propriedades

Sejam  $A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ ,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^t)^t = A$
- 2. Soma  $(A + D)^t = A^t + D^t$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^t = \alpha$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^t)^t = A$
- 2. Soma  $(A + D)^t = A^t + D^t$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^t = \alpha A^t$

Transposta - Propriedades

Sejam  $A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ ,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^t)^t = A$
- 2. Soma  $(A + D)^t = A^t + D^t$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^t = \alpha A^t$
- 4. PRODUTO  $(AB)^t =$

Transposta - Propriedades

Sejam  $A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ ,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^t)^t = A$
- 2. Soma  $(A + D)^t = A^t + D^t$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^t = \alpha A^t$
- 4. PRODUTO  $(AB)^t =$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^t)^t = A$
- 2. Soma  $(A + D)^t = A^t + D^t$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^t = \alpha A^t$
- 4. PRODUTO  $(AB)^t = B^t A^t$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^t)^t = A$
- 2. Soma  $(A + D)^t = A^t + D^t$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^t = \alpha A^t$
- 4. PRODUTO  $(AB)^t = B^t A^t$

Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ .

Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

$$z\in\mathbb{C}$$

Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi$$
;

Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi$$
;  $a, b, \in \mathbb{R}$ ;  $i^2 = -1$ 

Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi$$
;  $a, b, \in \mathbb{R}$ ;  $i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$ 

#### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi$$
;  $a, b, \in \mathbb{R}$ ;  $i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$ 

$$C = \overline{A_{m \times n}} =$$

### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Notação:  $C = \overline{A}$ 

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi$$
;  $a, b, \in \mathbb{R}$ ;  $i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$ 

$$C = \overline{A_{m \times n}} = \begin{bmatrix} \overline{a_{11}} \\ \vdots \\ \vdots \\ a_{11} \end{bmatrix}$$

MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre - 2021.1

### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Notação: 
$$C = \overline{A}$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi$$
;  $a, b, \in \mathbb{R}$ ;  $i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$ 

$$C = \overline{A_{m \times n}} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Notação: 
$$C = \overline{A}$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi$$
;  $a, b, \in \mathbb{R}$ ;  $i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$ 

$$C = \overline{A_{m \times n}} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & \overline{a_{1j}} \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}$$

#### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi$$
;  $a, b, \in \mathbb{R}$ ;  $i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$ 

### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi$$
;  $a, b, \in \mathbb{R}$ ;  $i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$ 

$$C = \overline{A_{m \times n}} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1j} & \cdots & \overline{a_{1n}} \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix}$$

#### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi; a, b, \in \mathbb{R}; i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$$

$$C = \overline{A_{m \times n}} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

#### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi; a, b, \in \mathbb{R}; i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$$

#### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi$$
;  $a, b, \in \mathbb{R}$ ;  $i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$ 

$$C = \overline{A_{m \times n}} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{i1} & \cdots & & & & \end{bmatrix}$$

### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi; a, b, \in \mathbb{R}; i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$$

$$C = \overline{A_{m \times n}} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{i1} & \cdots & \overline{a_{ij}} \end{bmatrix}$$

#### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi$$
;  $a, b, \in \mathbb{R}$ ;  $i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$ 

$$C = \overline{A_{m \times n}} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{i1} & \cdots & c_{ij} & \cdots \end{bmatrix}$$

### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi; a, b, \in \mathbb{R}; i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$$

$$C = \overline{A_{m \times n}} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{i1} & \cdots & c_{ij} & \cdots & \overline{a_{in}} \end{bmatrix}$$

#### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi; a, b, \in \mathbb{R}; i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$$

$$C = \overline{A_{m \times n}} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{i1} & \cdots & c_{ij} & \cdots & c_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

#### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi; a, b, \in \mathbb{R}; i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$$

#### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi; a, b, \in \mathbb{R}; i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$$

$$C = \overline{A_{m \times n}} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{i1} & \cdots & c_{ij} & \cdots & c_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

#### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi; a, b, \in \mathbb{R}; i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$$

$$C = \overline{A_{m \times n}} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{i1} & \cdots & c_{ij} & \cdots & c_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & \overline{a_{mj}} \end{bmatrix}$$

#### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi; a, b, \in \mathbb{R}; i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$$

$$C = \overline{A_{m \times n}} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{i1} & \cdots & c_{ij} & \cdots & c_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mi} & \cdots \end{bmatrix}$$

Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi; a, b, \in \mathbb{R}; i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$$

$$C = \overline{A_{m \times n}} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{i1} & \cdots & c_{ij} & \cdots & c_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mj} & \cdots & \overline{a_{mn}} \end{bmatrix}$$

#### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Notação:  $C = \overline{A}$ 

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi; a, b, \in \mathbb{R}; i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$$

$$C = \overline{A_{m \times n}} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{i1} & \cdots & c_{ij} & \cdots & c_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mi} & \cdots & c_{mn} \end{bmatrix}$$

#### Conjugada - Definição

Sejam  $A, C \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz C é a CONJUGADA da matriz A se, e somente se,

$$c_{ij} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Notação:  $C = \overline{A}$ 

$$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = a + bi; a, b, \in \mathbb{R}; i^2 = -1 \Rightarrow \overline{z} = a - bi$$

$$C = \overline{A_{m \times n}} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{i1} & \cdots & c_{ij} & \cdots & c_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mj} & \cdots & c_{mn} \end{bmatrix}$$

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} =$$

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} =$$

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} = \begin{bmatrix} \overline{1} \\ \overline{1} \\$$

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} = \begin{bmatrix} 1 & \overline{2+3} \\ 1 & \overline{2+3$$

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} = \begin{bmatrix} 1 & 2-3i & \overline{-i} \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix}$$

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} = \begin{bmatrix} 1 & 2-3i & i & 4 \\ 8i & 1 & 2-3i & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} = \begin{bmatrix} 1 & 2-3i & i \\ -8i & -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} = \begin{bmatrix} 1 & 2-3i & i \\ -8i & -2 & \overline{0} \end{bmatrix}$$

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} = \begin{bmatrix} 1 & 2-3i & i & 4 \\ -8i & -2 & 0 & \overline{-4+7i} \end{bmatrix}$$

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} = \begin{bmatrix} 1 & 2-3i & i & 4 \\ -8i & -2 & 0 & -4-7i \\ \hline -i & \end{bmatrix}$$

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} = \begin{bmatrix} 1 & 2-3i & i & 4 \\ -8i & -2 & 0 & -4-7i \\ i & \overline{-2} & 0 & -4-7i \end{bmatrix}$$

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} = \begin{bmatrix} 1 & 2-3i & i & 4 \\ -8i & -2 & 0 & -4-7i \\ i & -2 & \overline{1-i} & -4 \end{bmatrix}$$

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} = \begin{bmatrix} 1 & 2-3i & i & 4 \\ -8i & -2 & 0 & -4-7i \\ i & -2 & 1+i & \overline{-4} \end{bmatrix}$$

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} = \begin{bmatrix} 1 & 2-3i & i & 4 \\ -8i & -2 & 0 & -4-7i \\ i & -2 & 1+i & -4 \end{bmatrix}$$

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

1. MATRIZ COMPLEXA

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} = \begin{bmatrix} 1 & 2-3i & i & 4 \\ -8i & -2 & 0 & -4-7i \\ i & -2 & 1+i & -4 \end{bmatrix}$$

2. MATRIZ REAL

$$A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -7 & 4 \\ 8 & -1 & \frac{2}{3} & -4 \\ -9 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_4} =$$

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

1. MATRIZ COMPLEXA

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} = \begin{bmatrix} 1 & 2-3i & i & 4 \\ -8i & -2 & 0 & -4-7i \\ i & -2 & 1+i & -4 \end{bmatrix}$$

2. MATRIZ REAL

$$A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -7 & 4 \\ 8 & -1 & \frac{2}{3} & -4 \\ -9 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_4} =$$

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

1. MATRIZ COMPLEXA

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} = \begin{bmatrix} 1 & 2-3i & i & 4 \\ -8i & -2 & 0 & -4-7i \\ i & -2 & 1+i & -4 \end{bmatrix}$$

2. MATRIZ REAL

$$A_{4} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -7 & 4 \\ 8 & -1 & \frac{2}{3} & -4 \\ -9 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{4}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -7 & 4 \\ 8 & -1 & \frac{2}{3} & -4 \\ -9 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre - 2021.1

Conjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

1. MATRIZ COMPLEXA

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 2+3i & -i & 4 \\ 8i & -2 & 0 & -4+7i \\ -i & -2 & 1-i & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{3\times 4}} = \begin{bmatrix} 1 & 2-3i & i & 4 \\ -8i & -2 & 0 & -4-7i \\ i & -2 & 1+i & -4 \end{bmatrix}$$

2. MATRIZ REAL

$$A_{4} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -7 & 4 \\ 8 & -1 & \frac{2}{3} & -4 \\ -9 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \overline{A_{4}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -7 & 4 \\ 8 & -1 & \frac{2}{3} & -4 \\ -9 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre - 2021.1

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$$
 e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

1. 
$$\overline{(\overline{A})} =$$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

1. 
$$\overline{(\overline{A})} =$$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

1. 
$$\overline{(\overline{A})} = A$$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$$
 e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $\overline{(\overline{A})} = A$
- $\frac{\text{Soma}}{(A+D)} =$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$$
 e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $\overline{(\overline{A})} = A$
- $\frac{\text{Soma}}{(A+D)} =$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$$
 e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $\overline{(\overline{A})} = A$
- 2.  $\frac{\text{SOMA}}{(A+D)} = \overline{A} + \overline{D}$

Conjugada - Propriedades

Sejam  $A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $\overline{(\overline{A})} = A$
- 2.  $\frac{\text{SOMA}}{(A+D)} = \overline{A} + \overline{D}$
- 3.  $\frac{\text{Multiplicação por escalar}}{(\alpha A)} =$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$$
 e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $\overline{(\overline{A})} = A$
- 2.  $\frac{\text{SOMA}}{(A+D)} = \overline{A} + \overline{D}$
- 3.  $\frac{\text{Multiplicação por escalar}}{(\alpha A)} =$

Conjugada - Propriedades

Sejam  $A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $\overline{(\overline{A})} = A$
- 2.  $\frac{\text{SOMA}}{(A+D)} = \overline{A} + \overline{D}$
- 3.  $\frac{\text{Multiplicação por escalar}}{(\alpha A)} = \frac{\overline{\alpha}}{\alpha}$

Conjugada - Propriedades

Sejam  $A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $\overline{(\overline{A})} = A$
- 2.  $\frac{\text{SOMA}}{(A+D)} = \overline{A} + \overline{D}$
- 3.  $\frac{\text{Multiplicação por escalar}}{(\alpha A)} = \frac{\overline{\alpha} \overline{A}}{\overline{A}}$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $\overline{(\overline{A})} = A$
- 2.  $\frac{\text{SOMA}}{(A+D)} = \overline{A} + \overline{D}$
- 3.  $\frac{\text{Multiplicação por escalar}}{(\alpha A)} = \frac{\overline{\alpha} \overline{A}}{\overline{A}}$
- 4.  $\frac{\text{Produto}}{(AB)} =$

Conjugada - Propriedades

Sejam  $A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $\overline{(\overline{A})} = A$
- 2.  $\frac{\text{SOMA}}{(A+D)} = \overline{A} + \overline{D}$
- 3.  $\frac{\text{Multiplicação por escalar}}{(\alpha A)} = \frac{\overline{\alpha} \overline{A}}{\overline{A}}$
- 4.  $\frac{\text{Produto}}{(AB)} =$

Conjugada - Propriedades

Sejam  $A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ ,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $\overline{(\overline{A})} = A$
- 2.  $\frac{\text{SOMA}}{(A+D)} = \overline{A} + \overline{D}$
- 3.  $\frac{\text{Multiplicação por escalar}}{(\alpha A)} = \frac{\overline{\alpha} \overline{A}}{\overline{A}}$
- 4.  $\frac{\text{Produto}}{(AB)} = (\overline{A})(\overline{B})$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $\overline{(\overline{A})} = A$
- 2.  $\frac{\text{SOMA}}{(A+D)} = \overline{A} + \overline{D}$
- 3.  $\frac{\text{Multiplicação por escalar}}{(\alpha A)} = \frac{\overline{\alpha} \overline{A}}{\overline{A}}$
- 4.  $\frac{\text{Produto}}{(AB)} = (\overline{A})(\overline{B})$
- 5. Transposta  $\overline{A^t} =$

Conjugada - Propriedades

Sejam  $A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ ,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $\overline{(\overline{A})} = A$
- 2.  $\frac{\text{SOMA}}{(A+D)} = \overline{A} + \overline{D}$
- 3.  $\frac{\text{Multiplicação por escalar}}{(\alpha A)} = \frac{\overline{\alpha} \overline{A}}{\overline{A}}$
- 4.  $\frac{\text{Produto}}{(AB)} = (\overline{A})(\overline{B})$
- 5. Transposta  $\overline{A^t} =$

Conjugada - Propriedades

Sejam  $A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ ,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $\overline{(\overline{A})} = A$
- $\frac{\text{SOMA}}{(A+D)} = \overline{A} + \overline{D}$
- 3.  $\frac{\text{Multiplicação por escalar}}{(\alpha A)} = \frac{\overline{\alpha} \overline{A}}{\overline{A}}$
- 4.  $\frac{\text{Produto}}{(AB)} = (\overline{A})(\overline{B})$
- 5. Transposta  $\overline{A^t} = (\overline{A})^t$

Conjugada - Propriedades

Sejam  $A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$ ,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $\overline{(\overline{A})} = A$
- 2.  $\frac{\text{SOMA}}{(A+D)} = \overline{A} + \overline{D}$
- 3.  $\frac{\text{Multiplicação por escalar}}{(\alpha A)} = \frac{\overline{\alpha} \overline{A}}{\overline{A}}$
- 4.  $\frac{\text{Produto}}{(AB)} = (\overline{A})(\overline{B})$
- 5. Transposta  $\overline{A^t} = (\overline{A})^t$

Transconjugada - Definição

Sejam  $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$  e  $C \in \mathcal{M}_{n \times m}(\mathbb{K})$ .

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* =$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} =$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} = \begin{bmatrix} \overline{a_{11}} \\ \end{array}$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & \overline{a_{i1}} \\ & & & \end{bmatrix}$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ &$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hline a_{1j} & & & & \\ \end{bmatrix}$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & \overline{a_{jj}} \end{bmatrix}$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & c_{ji} \end{bmatrix}$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & \overline{a_{mj}} \end{bmatrix}$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & c_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

#### Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & c_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & c_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & c_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & \overline{a_{in}} \end{bmatrix}$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & c_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{ni} & \cdots \end{bmatrix}$$

#### Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & c_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{ni} & \cdots & \overline{a_{mn}} \end{bmatrix}$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & c_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{ni} & \cdots & c_{nm} \end{bmatrix}$$

Transconjugada - Definição

$$c_{ji} = \overline{a_{ij}}; \ \forall i = 1, \ldots, m; \forall j = 1, \ldots, n.$$

Notação: 
$$C = A^*$$
; onde  $A^* = \overline{(A)^t}$ 

$$C = A^* = \overline{(A_{m \times n})^t} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{ji} & \cdots & c_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{ni} & \cdots & c_{nm} \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

$$A_{3\times4}=$$

TransConjugada - Exemplos

$$A_{3\times 4} = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 1 & -5 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$C = A^* =$$

TransConjugada - Exemplos

$$A_{3\times 4} = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 1 & -5 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} =$$

TransConjugada - Exemplos

EXEMPLO: MATRIZ REAL

$$A_{3\times 4} = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 1 & -5 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} \overline{2} \\ \end{bmatrix}$$

MAT A07 - Álgebra Linear A - Semestre - 2021.1

TransConjugada - Exemplos

$$A_{3\times4} = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 1 & -5 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2 & \overline{-1} \\ & & \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -5 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & \overline{0} \\ & & \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

$$A_{3\times 4} = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 1 & -5 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ \overline{1} & & \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

$$A_{3\times 4} = \left[ \begin{array}{cccc} 2 & 1 & -5 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & \overline{5} \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

$$A_{3\times 4} = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 1 & -5 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & \overline{0} \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

$$A_{3\times 4} = \left[ \begin{array}{cccc} 2 & 1 & -5 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0\\ 1 & 5 & 0\\ \hline -5 & & \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

$$A_{3\times 4} = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 1 & -5 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0\\ 1 & 5 & 0\\ -5 & \overline{-3} \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

$$A_{3\times 4} = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 1 & -5 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0\\ 1 & 5 & 0\\ -5 & -3 & \overline{2} \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

$$A_{3\times 4} = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 1 & -5 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ -5 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

$$A_{3\times 4} = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 1 & -5 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ -5 & -3 & 2 \\ -1 & \overline{-1} \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

$$A_{3\times 4} = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 1 & -5 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ -5 & -3 & 2 \\ -1 & -1 & \overline{3} \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

$$A_{3\times 4} = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 1 & -5 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ -5 & -3 & 2 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

$$A_{3\times 4} = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 1 & -5 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ -5 & -3 & 2 \\ -1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = A_{3\times 4}^t$$

TransConjugada - Exemplos

$$A_{3\times 4} = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 1 & -5 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ -5 & -3 & 2 \\ -1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = A_{3\times 4}^t$$

TransConjugada - Exemplos

EXEMPLO:

$$A_{3\times4} =$$

TransConjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 2+i & 1 & -i & -1-3i \\ -2i & 5 & 7i & 1-2i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = A^* =$$

TransConjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 2+i & 1 & -i & -1-3i \\ -2i & 5 & 7i & 1-2i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} =$$

TransConjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 2+i & 1 & -i & -1-3i \\ -2i & 5 & 7i & 1-2i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2+i \\ 2+i \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 2+i & 1 & -i & -1-3i \\ -2i & 5 & 7i & 1-2i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2-i & \overline{-2i} & \overline{-2i}$$

TransConjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

TransConjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

TransConjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 2+i & 1 & -i & -1-3i \\ -2i & 5 & 7i & 1-2i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2-i & 2i & 0 \\ 1 & \overline{5} & 0 \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 2+i & 1 & -i & -1-3i \\ -2i & 5 & 7i & 1-2i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2-i & 2i & 0 \\ 1 & 5 & \overline{i} \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 2+i & 1 & -i & -1-3i \\ -2i & 5 & 7i & 1-2i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2-i & 2i & 0 \\ \frac{1}{-i} & 5 & -i \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 2+i & 1 & -i & -1-3i \\ -2i & 5 & 7i & 1-2i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2-i & 2i & 0 \\ 1 & \frac{5}{7i} & -i \\ i & \frac{7i}{7i} & -i \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 2+i & 1 & -i & -1-3i \\ -2i & 5 & 7i & 1-2i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$-i & 2i & 0$$

$$1 & 5 & -i$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2-i & 2i & 0\\ 1 & 5 & -i\\ i & -7i & \overline{2} \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 2+i & 1 & -i & -1-3i \\ -2i & 5 & 7i & 1-2i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2-i & 2i & 0 \\ 1 & 5 & -i \\ i & -7i & 2 \\ \hline -1-3i \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 2+i & 1 & -i & -1-3i \\ -2i & 5 & 7i & 1-2i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2-i & 2i & 0 \\ 1 & 5 & -i \\ i & -7i & 2 \\ -1+3i & 1-2i \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 2+i & 1 & -i & -1-3i \\ -2i & 5 & 7i & 1-2i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times4})^t} = \begin{vmatrix} 2-i & 2i & 0\\ 1 & 5 & -i\\ i & -7i & 2\\ -1+3i & 1+2i & \overline{3} \end{vmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 2+i & 1 & -i & -1-3i \\ -2i & 5 & 7i & 1-2i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$-i \qquad 2i \qquad 0 \quad ]$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2-i & 2i & 0\\ 1 & 5 & -i\\ i & -7i & 2\\ -1+3i & 1+2i & 3 \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 2+i & 1 & -i & -1-3i \\ -2i & 5 & 7i & 1-2i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2-i & 2i & 0\\ 1 & 5 & -i\\ i & -7i & 2\\ -1+3i & 1+2i & 3 \end{bmatrix}$$

TransConjugada - Exemplos

#### EXEMPLO:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 2+i & 1 & -i & -1-3i \\ -2i & 5 & 7i & 1-2i \\ 0 & i & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = A^* = \overline{(A_{3\times 4})^t} = \begin{bmatrix} 2-i & 2i & 0 \\ 1 & 5 & -i \\ i & -7i & 2 \\ -1+3i & 1+2i & 3 \end{bmatrix}$$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$$
 e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

1. 
$$(A^*)^* =$$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

1. 
$$(A^*)^* =$$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$$
 e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

1. 
$$(A^*)^* = A$$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$$
 e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^*)^* = A$
- 2. Soma  $(A + D)^* =$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$$
 e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^*)^* = A$
- 2. Soma  $(A + D)^* =$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$$
 e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^*)^* = A$
- 2. Soma  $(A + D)^* = A^* + D^*$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^*)^* = A$
- 2. Soma  $(A+D)^* = A^* + D^*$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^* =$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^*)^* = A$
- 2. Soma  $(A+D)^* = A^* + D^*$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^* =$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^*)^* = A$
- 2. Soma  $(A+D)^* = A^* + D^*$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^* = \overline{\alpha}$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^*)^* = A$
- 2. Soma  $(A+D)^* = A^* + D^*$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^* = \overline{\alpha} A^*$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^*)^* = A$
- 2. Soma  $(A+D)^* = A^* + D^*$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^* = \overline{\alpha} A^*$
- 4. Produto  $(AB)^* =$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^*)^* = A$
- 2. Soma  $(A+D)^* = A^* + D^*$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^* = \overline{\alpha} A^*$
- 4. Produto  $(AB)^* =$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K})$$
,  $B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$  e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^*)^* = A$
- 2. Soma  $(A+D)^* = A^* + D^*$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^* = \overline{\alpha} A^*$
- 4. Produto  $(AB)^* = B^*A^*$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$$
 e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^*)^* = A$
- 2. Soma  $(A+D)^* = A^* + D^*$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^* = \overline{\alpha} A^*$
- 4. Produto  $(AB)^* = B^*A^*$
- 5. Transposta  $(A^*)^t =$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$$
 e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^*)^* = A$
- 2. Soma  $(A+D)^* = A^* + D^*$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^* = \overline{\alpha} A^*$
- 4. Produto  $(AB)^* = B^*A^*$
- 5. Transposta  $(A^*)^t =$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$$
 e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^*)^* = A$
- 2. Soma  $(A+D)^* = A^* + D^*$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^* = \overline{\alpha} A^*$
- 4. Produto  $(AB)^* = B^*A^*$
- 5. Transposta  $(A^*)^t = \overline{A}$

Sejam 
$$A, D \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{n \times p}(\mathbb{K})$$
 e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1.  $(A^*)^* = A$
- 2. Soma  $(A+D)^* = A^* + D^*$
- 3. Multiplicação por escalar  $(\alpha A)^* = \overline{\alpha} A^*$
- 4. Produto  $(AB)^* = B^*A^*$
- 5. Transposta  $(A^*)^t = \overline{A}$

Matriz Simétrica - Definição

Matriz Simétrica - Definição

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Matriz Simétrica - Definição

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Matriz Simétrica - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ ;

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Dizemos que a MATRIZ QUADRADA An é uma MATRIZ SIMÉTRICA se. e somente se.

Matriz Simétrica - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ ;

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} = a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} = a_{1i} & a_{i2} = a_{2i} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} = a_{1n} & a_{n2} = a_{2n} & \cdots & a_{ni} = a_{in} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Dizemos que a MATRIZ QUADRADA  $A_n$  é uma MATRIZ SIMÉTRICA se, e somente se,

$$a_{ij} = a_{ji}$$
 para  $\forall i, j = 1, \ldots, n$ ;

Matriz Simétrica - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ ;

$$\mathbf{A}_{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} = a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} = a_{1i} & a_{i2} = a_{2i} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} = a_{1n} & a_{n2} = a_{2n} & \cdots & a_{ni} = a_{in} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Dizemos que a MATRIZ QUADRADA  $A_n$  é uma MATRIZ SIMÉTRICA se, e somente se,

$$a_{ij} = a_{ji}$$
 para  $\forall i, j = 1, \ldots, n$ ;

ou seja,  $A = A^t$ .

Matriz Simétrica - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ ;

$$\mathbf{A_{n}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} = a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} = a_{1i} & a_{i2} = a_{2i} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} = a_{1n} & a_{n2} = a_{2n} & \cdots & a_{ni} = a_{in} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Dizemos que a MATRIZ QUADRADA  $A_n$  é uma MATRIZ SIMÉTRICA se, e somente se,

$$a_{ij} = a_{ji}$$
 para  $\forall i, j = 1, \ldots, n$ ;

ou seja,  $A = A^t$ .

#### Matriz Simétrica

$$\bullet \ \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 3i & 0 & 7-i \\ 0 & -5 & 3 \\ 7-i & 3 & 1 \end{array} \right]$$

#### Matriz Simétrica

$$\bullet \ \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 3i & 0 & 7-i \\ 0 & -5 & 3 \\ 7-i & 3 & 1 \end{array} \right]$$

#### Matriz Simétrica

### EXEMPLOS:

$$\bullet \ \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 3i & 0 & 7-i \\ 0 & -5 & 3 \\ 7-i & 3 & 1 \end{array} \right]$$

• MATRIZES DIAGONAIS incluindo  $O_n$  e  $I_n$ .

#### Matriz Simétrica

### EXEMPLOS:

$$\bullet \ \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 3i & 0 & 7-i \\ 0 & -5 & 3 \\ 7-i & 3 & 1 \end{array} \right]$$

• MATRIZES DIAGONAIS incluindo  $O_n$  e  $I_n$ .

#### Matriz Simétrica

### EXEMPLOS:

$$\bullet \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 3i & 0 & 7-i \\ 0 & -5 & 3 \\ 7-i & 3 & 1 \end{array} \right]$$

• MATRIZES DIAGONAIS incluindo  $O_n$  e  $I_n$ .

$$A_{n} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Matriz Simétrica

### EXEMPLOS:

$$\bullet \ A_3 = \left| \begin{array}{ccc} 3i & 0 & 7-i \\ 0 & -5 & 3 \\ 7-i & 3 & 1 \end{array} \right|$$

• MATRIZES DIAGONAIS incluindo  $O_n$  e  $I_n$ .

$$A_{n} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

• A MATRIZ DE ADJACÊNCIA do problema.2;

$$\mathbf{A_5} = egin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \ \end{bmatrix}$$

#### Matriz Simétrica

### EXEMPLOS:

$$\bullet \ A_3 = \left| \begin{array}{ccc} 3i & 0 & 7-i \\ 0 & -5 & 3 \\ 7-i & 3 & 1 \end{array} \right|$$

• MATRIZES DIAGONAIS incluindo  $O_n$  e  $I_n$ .

$$A_{n} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

• A MATRIZ DE ADJACÊNCIA do problema.2;

$$\mathbf{A_5} = egin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \ \end{bmatrix}$$

#### Matriz Simétrica

### EXEMPLOS:

$$\bullet \ A_3 = \left| \begin{array}{ccc} 3i & 0 & 7-i \\ 0 & -5 & 3 \\ 7-i & 3 & 1 \end{array} \right|$$

• MATRIZES DIAGONAIS incluindo  $O_n$  e  $I_n$ .

$$A_{n} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

• A MATRIZ DE ADJACÊNCIA do problema.2;

$$\mathbf{A_5} = egin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \ \end{bmatrix}$$

Matriz Anti-Simétrica

Matriz Anti-Simétrica

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Matriz Anti-Simétrica

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Matriz Anti-Simétrica

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ ;

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Dizemos que a MATRIZ QUADRADA An é uma MATRIZ ANTI-SIMÉTRICA se, e somente se.

#### Matriz Anti-Simétrica

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ ;

$$\mathbf{A}_{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} a_{11} = -a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} = -a_{12} & a_{22} = -a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} = -a_{1i} & a_{i2} = -a_{2i} & \cdots & a_{ii} = -a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} = -a_{1n} & a_{n2} = -a_{2n} & \cdots & a_{ni} = -a_{in} & \cdots & a_{nn} = -a_{nn} \end{bmatrix}$$

Dizemos que a MATRIZ QUADRADA An é uma MATRIZ ANTI-SIMÉTRICA se, e somente se,

$$a_{ij} = -a_{ji}$$
 para  $\forall i, j = 1, \ldots, n$ ;

#### Matriz Anti-Simétrica

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ ;

$$\mathbf{A}_{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} a_{11} = -a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} = -a_{12} & a_{22} = -a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} = -a_{1i} & a_{i2} = -a_{2i} & \cdots & a_{ii} = -a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} = -a_{1n} & a_{n2} = -a_{2n} & \cdots & a_{ni} = -a_{in} & \cdots & a_{nn} = -a_{nn} \end{bmatrix}$$

Dizemos que a MATRIZ QUADRADA An é uma MATRIZ ANTI-SIMÉTRICA se, e somente se,

$$a_{ij} = -a_{ji}$$
 para  $\forall i, j = 1, \ldots, n$ ;

ou seja,  $A = -A^t$ .

#### Matriz Anti-Simétrica

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ ;

$$\mathbf{A}_{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} = -a_{12} & 0 & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} = -a_{1i} & a_{i2} = -a_{2i} & \cdots & 0 & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} = -a_{1n} & a_{n2} = -a_{2n} & \cdots & a_{ni} = -a_{in} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

Dizemos que a MATRIZ QUADRADA  $A_n$  é uma MATRIZ ANTI-SIMÉTRICA se, e somente se,

$$a_{ij} = -a_{ji}$$
 para  $\forall i, j = 1, \dots, n$ ;

ou seja,  $A = -A^t$ .

Observe que  $a_{ii} = 0$  para i = j.

Matriz Anti-Simétrica

$$\bullet \ \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 3 \\ -7 & -3 & 0 \end{array} \right]$$

Matriz Anti-Simétrica

$$\bullet \ \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 3 \\ -7 & -3 & 0 \end{array} \right]$$

Matriz Anti-Simétrica

$$\bullet \ \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 3 \\ -7 & -3 & 0 \end{array} \right]$$

$$\bullet \ \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 0 & -i & 7-2i \\ i & 0 & 3 \\ -7+2i & -3 & 0 \end{array} \right]$$

Matriz Anti-Simétrica

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & -i & 7-2i \\ i & 0 & 3 \\ -7+2i & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz Anti-Simétrica

### EXEMPLOS:

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & -i & 7-2i \\ i & 0 & 3 \\ -7+2i & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

 $\circ$   $O_n$ 

Matriz Hermitiana - Definição

Matriz Hermitiana - Definição

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Matriz Hermitiana - Definição

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Matriz Hermitiana - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ ;

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Dizemos que a MATRIZ QUADRADA An é uma MATRIZ HERMITIANA se, e somente se,

#### Matriz Hermitiana - Definição

Seia  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ :

$$\mathbf{A}_{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} a_{11} = \overline{a_{11}} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} = \overline{a_{12}} & a_{22} = \overline{a_{22}} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} = \overline{a_{1i}} & a_{i2} = \overline{a_{2i}} & \cdots & a_{ii} = \overline{a_{ii}} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} = \overline{a_{1n}} & a_{n2} = \overline{a_{2n}} & \cdots & a_{ni} = \overline{a_{in}} & \cdots & a_{nn} = \overline{a_{nn}} \end{bmatrix}$$

Dizemos que a MATRIZ QUADRADA  $\mathbf{A}_{\mathbf{n}}$  é uma MATRIZ HERMITIANA se, e somente se,

$$a_{ij} = \overline{a_{ji}}$$
 para  $\forall i, j = 1, \ldots, n$ ;

#### Matriz Hermitiana - Definição

Seia  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ :

$$\mathbf{A}_{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} a_{11} = \overline{a_{11}} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} = \overline{a_{12}} & a_{22} = \overline{a_{22}} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} = \overline{a_{1i}} & a_{i2} = \overline{a_{2i}} & \cdots & a_{ii} = \overline{a_{ii}} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} = \overline{a_{1n}} & a_{n2} = \overline{a_{2n}} & \cdots & a_{ni} = \overline{a_{in}} & \cdots & a_{nn} = \overline{a_{nn}} \end{bmatrix}$$

Dizemos que a MATRIZ QUADRADA  $\mathbf{A_n}$  é uma MATRIZ HERMITIANA se, e somente se,

$$a_{ij} = \overline{a_{ji}}$$
 para  $\forall i, j = 1, \ldots, n$ ;

ou seja, 
$$A = A^* = \overline{(A)^t}$$
.

Matriz Hermitiana - Definição

Seia  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ :

$$\mathbf{A}_{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} a_{11} = \overline{a_{11}} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} = \overline{a_{12}} & a_{22} = \overline{a_{22}} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} = \overline{a_{1i}} & a_{i2} = \overline{a_{2i}} & \cdots & a_{ii} = \overline{a_{ii}} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} = \overline{a_{1n}} & a_{n2} = \overline{a_{2n}} & \cdots & a_{ni} = \overline{a_{in}} & \cdots & a_{nn} = \overline{a_{nn}} \end{bmatrix}$$

Dizemos que a MATRIZ QUADRADA  $A_n$  é uma MATRIZ HERMITIANA se, e somente se,

$$a_{ij} = \overline{a_{ji}}$$
 para  $\forall i, j = 1, \ldots, n$ ;

ou seia.  $A = A^* = (A)^t$ . Observe que  $a_{ii} \in \mathbb{R}$  para i = j.

Matriz Hermitiana - Exemplos

$$\bullet \ \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 3 & 0 & 7-i \\ 0 & -5 & -3i \\ 7+i & 3i & 0 \end{array} \right]$$

Matriz Hermitiana - Exemplos

$$\bullet \ \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 3 & 0 & 7-i \\ 0 & -5 & -3i \\ 7+i & 3i & 0 \end{array} \right]$$

#### Matriz Hermitiana - Exemplos

$$\bullet \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 3 & 0 & 7-i \\ 0 & -5 & -3i \\ 7+i & 3i & 0 \end{array} \right]$$

#### Matriz Hermitiana - Exemplos

$$a_{11} = \overline{a_{11}}$$
:  $3 = \overline{3} = 3$ 

#### Matriz Hermitiana - Exemplos

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 7-i \\ 0 & -5 & -3i \\ 7+i & 3i & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = \overline{a_{11}}$$
:  $3 = \overline{3} = 3$   
 $a_{22} = \overline{a_{22}}$ :  $-5 = \overline{-5} = -5$ 

#### Matriz Hermitiana - Exemplos

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 7-i \\ 0 & -5 & -3i \\ 7+i & 3i & \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = \overline{a_{11}}$$
:  $3 = \overline{3} = 3$   
 $a_{22} = \overline{a_{22}}$ :  $-5 = \overline{-5} = -5$   
 $a_{33} = \overline{a_{33}}$ :  $0 = \overline{0} = 0$ 

#### Matriz Hermitiana - Exemplos

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 7-i \\ 0 & -5 & -3i \\ 7+i & 3i & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = \overline{a_{11}}$$
:  $3 = \overline{3} = 3$ 

$$a_{22} = \overline{a_{22}}$$
:  $-5 = \overline{-5} = -5$ 

$$a_{33}=\overline{a_{33}}: 0=\overline{0}=0$$

$$a_{12} = \overline{a_{21}}: \quad 0 = \overline{0} = 0$$

#### Matriz Hermitiana - Exemplos

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 7 - i \\ 0 & -5 & -3i \\ 7 + i & 3i & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = \overline{a_{11}}: \quad 3 = \overline{3} = 3$$

$$a_{22} = \overline{a_{22}}: \quad -5 = \overline{-5} = -5$$

$$a_{33} = \overline{a_{33}}: \quad 0 = \overline{0} = 0$$

$$a_{12} = \overline{a_{21}}: \quad 0 = \overline{0} = 0$$

$$a_{13} = \overline{a_{31}}: \quad 7 + i = \overline{7 - i} = 7 + i$$

#### Matriz Hermitiana - Exemplos

$$a_{11} = \overline{a_{11}}$$
:  $3 = \overline{3} = 3$   
 $a_{22} = \overline{a_{22}}$ :  $-5 = \overline{-5} = -5$   
 $a_{33} = \overline{a_{33}}$ :  $0 = \overline{0} = 0$   
 $a_{12} = \overline{a_{21}}$ :  $0 = \overline{0} = 0$   
 $a_{13} = \overline{a_{31}}$ :  $7 + i = \overline{7 - i} = 7 + i$ 

$$a_{32} = \overline{a_{23}}$$
:  $3i = \overline{-3i} = 3i$ 

#### Matriz Hermitiana - Exemplos

Analisando os elementos desta matriz:

$$\begin{array}{lll}
a_{11} &= \overline{a_{11}} : & 3 &= \overline{3} &= 3 \\
a_{22} &= \overline{a_{22}} : & -5 &= \overline{-5} &= -5 \\
a_{33} &= \overline{a_{33}} : & 0 &= \overline{0} &= 0 \\
a_{12} &= \overline{a_{21}} : & 0 &= \overline{0} &= 0 \\
a_{13} &= \overline{a_{31}} : & 7 + i &= \overline{7 - i} &= 7 + i \\
a_{22} &= \overline{a_{23}} : & 3i &= \overline{-3i} &= 3i
\end{array}$$

Note que na diagonal principal, os elementos não possuem a parte imaginária (b=0) porque para  $a + bi \in \mathbb{C} \Rightarrow \overline{a + bi} = a - bi \neq a + bi$ .

#### Matriz Hermitiana - Exemplos

Analisando os elementos desta matriz:

$$a_{11} = \overline{a_{11}}$$
:  $3 = \overline{3} = 3$ 

$$a_{22} = \overline{a_{22}}$$
:  $-5 = \overline{-5} = -5$   
 $a_{33} = \overline{a_{33}}$ :  $0 = \overline{0} = 0$ 

$$a_{33} = a_{33}$$
:  $0 = 0 = 0$ 

$$a_{12}=\overline{a_{21}}: \quad 0=\overline{0}=0$$

$$a_{13} = \overline{a_{31}}$$
:  $7 + i = \overline{7 - i} = 7 + i$ 

$$a_{32}=\overline{a_{23}}: \quad 3i=\overline{-3i}=3i$$

Note que na diagonal principal, os elementos não possuem a parte imaginária (b=0) porque para  $a + bi \in \mathbb{C} \Rightarrow \overline{a + bi} = a - bi \neq a + bi$ .

Enquanto que para os demais elementos,  $i \neq j \Rightarrow \text{ se } a_{ij} = a + bi \text{ então } a_{ii} = a - bi$ 

#### Matriz Hermitiana - Exemplos

$$\bullet \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 3 & 0 & 7-i \\ 0 & -5 & -3i \\ 7+i & 3i & 0 \end{array} \right]$$

Analisando os elementos desta matriz:

$$\begin{array}{ll} a_{11} = \overline{a_{11}} : & 3 = \overline{3} = 3 \\ a_{22} = \overline{a_{22}} : & -5 = \overline{-5} = -5 \\ a_{33} = \overline{a_{33}} : & 0 = \overline{0} = 0 \\ a_{12} = \overline{a_{21}} : & 0 = \overline{0} = 0 \\ a_{13} = \overline{a_{31}} : & 7 + i = \overline{7 - i} = 7 + i \\ a_{22} = \overline{a_{23}} : & 3i = \overline{-3i} = 3i \end{array}$$

Note que na diagonal principal, os elementos não possuem a parte imaginária (b=0) porque para  $a + bi \in \mathbb{C} \Rightarrow \overline{a + bi} = a - bi \neq a + bi$ . Enquanto que para os demais elementos,  $i \neq j \Rightarrow \text{ se } a_{ij} = a + bi$  então  $a_{ji} = a - bi$ :

Matrizes Reais Diagonais, incluindo  $O_n$  e  $I_n$ .

Matriz Anti-Hermitiana - Definição

Matriz Anti-Hermitiana - Definição

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Matriz Anti-Hermitiana - Definição

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Matriz Anti-Hermitiana - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ ;

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Dizemos que a MATRIZ QUADRADA  $\mathbf{A}_n$  é uma MATRIZ ANTI-HERMITIANA se, e somente se,

Matriz Anti-Hermitiana - Definição

Seia  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ :

$$\mathbf{A}_{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} a_{11} = \overline{-a_{11}} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} = \overline{-a_{12}} & a_{22} = \overline{-a_{22}} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} = \overline{-a_{1i}} & a_{i2} = \overline{-a_{2i}} & \cdots & a_{ii} = \overline{-a_{ii}} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} = \overline{-a_{1n}} & a_{n2} = \overline{-a_{2n}} & \cdots & a_{ni} = \overline{-a_{in}} & \cdots & a_{nn} = \overline{-a_{nn}} \end{bmatrix}$$

Dizemos que a MATRIZ QUADRADA  $\mathbf{A}_n$  é uma MATRIZ ANTI-HERMITIANA se, e somente se,

$$a_{ij} = -\overline{a_{ji}}$$
 para  $\forall i, j = 1, \dots, n$ ;

#### Matriz Anti-Hermitiana - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ ;

$$\mathbf{A}_{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} a_{11} = \overline{-a_{11}} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} = \overline{-a_{12}} & a_{22} = \overline{-a_{22}} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} = \overline{-a_{1i}} & a_{i2} = \overline{-a_{2i}} & \cdots & a_{ii} = \overline{-a_{ii}} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} = \overline{-a_{1n}} & a_{n2} = \overline{-a_{2n}} & \cdots & a_{ni} = \overline{-a_{in}} & \cdots & a_{nn} = \overline{-a_{nn}} \end{bmatrix}$$

Dizemos que a MATRIZ QUADRADA  $\boldsymbol{A}_n$  é uma MATRIZ ANTI-HERMITIANA se, e somente se,

$$a_{ij} = -\overline{a_{ji}}$$
 para  $\forall i, j = 1, \dots, n$ ;

ou seja, 
$$A = -A^* = -\overline{(A)^t}$$

Matriz Anti-Hermitiana - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ ;

$$\mathbf{A}_{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} a_{11} = \overline{-a_{11}} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} = \overline{-a_{12}} & a_{22} = \overline{-a_{22}} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} = \overline{-a_{1i}} & a_{i2} = \overline{-a_{2i}} & \cdots & a_{ii} = \overline{-a_{ii}} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} = \overline{-a_{1n}} & a_{n2} = \overline{-a_{2n}} & \cdots & a_{ni} = \overline{-a_{in}} & \cdots & a_{nn} = \overline{-a_{nn}} \end{bmatrix}$$

Dizemos que a MATRIZ QUADRADA  ${f A}_n$  é uma MATRIZ ANTI-HERMITIANA se, e somente se,

$$a_{ij} = -\overline{a_{ji}}$$
 para  $\forall i, j = 1, \ldots, n$ ;

ou seja, 
$$A = -A^* = -\overline{(A)^t}$$
.  
Observe que  $a_{ij} = a + bi$ ;  $a = 0$ ;  $b \in \mathbb{R}$  para  $i = j$ .

#### Matriz Anti-Hermitiana - Exemplos

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & -2 & 4i \\ 2 & -5i & -7+3i \\ 4i & 7+3i & 0 \end{bmatrix}$$

#### Matriz Anti-Hermitiana - Exemplos

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & -2 & 4i \\ 2 & -5i & -7+3i \\ 4i & 7+3i & 0 \end{bmatrix}$$

#### Matriz Anti-Hermitiana - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & -2 & 4i \\ 2 & -5i & -7+3i \\ 4i & 7+3i & 0 \end{bmatrix}$$

#### Matriz Anti-Hermitiana - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & -2 & 4i \\ 2 & -5i & -7+3i \\ 4i & 7+3i & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = -(\overline{a_{11}}): \quad 3i = -(\overline{3i}) = -(-3i) = 3i$$

#### Matriz Anti-Hermitiana - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & -2 & 4i \\ 2 & -5i & -7+3i \\ 4i & 7+3i & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = -(\overline{a_{11}}): \quad 3i = -(\overline{3i}) = -(-3i) = 3i$$
  
 $a_{22} = -(\overline{a_{22}}): \quad -5i = -(\overline{-5i}) = -(5i) = -5i$ 

#### Matriz Anti-Hermitiana - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & -2 & 4i \\ 2 & -5i & -7+3i \\ 4i & 7+3i & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = -(\overline{a_{11}}):$$
  $3i = -(\overline{3i}) = -(-3i) = 3i$   
 $a_{22} = -(\overline{a_{22}}):$   $-5i = -(\overline{-5i}) = -(5i) = -5i$   
 $a_{33} = -(\overline{a_{33}}):$   $0 = -(\overline{0}) = 0$ 

#### Matriz Anti-Hermitiana - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & -2 & 4i \\ 2 & -5i & -7+3i \\ 4i & 7+3i & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ll}
a_{11} = -(\overline{a_{11}}) : & 3i = -(\overline{3i}) = -(-3i) = 3i \\
a_{22} = -(\overline{a_{22}}) : & -5i = -(\overline{-5i}) = -(5i) = -5i \\
a_{33} = -(\overline{a_{33}}) : & 0 = -(\overline{0}) = 0 \\
a_{12} = -(\overline{a_{21}}) : & -2 = -(\overline{2}) = -2
\end{array}$$

#### Matriz Anti-Hermitiana - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & -2 & 4i \\ 2 & -5i & -7+3i \\ 4i & 7+3i & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ll}
a_{11} = -(\overline{a_{11}}): & 3i = -(\overline{3i}) = -(-3i) = 3i \\
a_{22} = -(\overline{a_{22}}): & -5i = -(\overline{-5i}) = -(5i) = -5i \\
a_{33} = -(\overline{a_{33}}): & 0 = -(\overline{0}) = 0 \\
a_{12} = -(\overline{a_{21}}): & -2 = -(\overline{2}) = -2 \\
a_{13} = -(\overline{a_{31}}): & 4i = -(\overline{4i}) = -(-4i) = 4i
\end{array}$$

#### Matriz Anti-Hermitiana - Exemplos

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & -2 & 4i \\ 2 & -5i & -7+3i \\ 4i & 7+3i & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ll}
a_{11} = -(\overline{a_{11}}): & 3i = -(\overline{3i}) = -(-3i) = 3i \\
a_{22} = -(\overline{a_{22}}): & -5i = -(\overline{-5i}) = -(5i) = -5i \\
a_{33} = -(\overline{a_{33}}): & 0 = -(\overline{0}) = 0 \\
a_{12} = -(\overline{a_{21}}): & -2 = -(\overline{2}) = -2 \\
a_{13} = -(\overline{a_{31}}): & 4i = -(\overline{4i}) = -(-4i) = 4i \\
a_{32} = -(\overline{a_{23}}): & 7 + 3i = -(\overline{-7} + 3i) = -(-7 - 3i) = 7 + 3i
\end{array}$$

#### Matriz Anti-Hermitiana - Exemplos

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & -2 & 4i \\ 2 & -5i & -7+3i \\ 4i & 7+3i & 0 \end{bmatrix}$$

Analisando os elementos da matriz:

$$\begin{array}{ll}
a_{11} = -(\overline{a_{11}}) : & 3i = -(\overline{3}i) = -(-3i) = 3i \\
a_{22} = -(\overline{a_{22}}) : & -5i = -(\overline{-5}i) = -(5i) = -5i \\
a_{33} = -(\overline{a_{33}}) : & 0 = -(\overline{0}) = 0 \\
a_{12} = -(\overline{a_{21}}) : & -2 = -(\overline{2}) = -2 \\
a_{13} = -(\overline{a_{31}}) : & 4i = -(\overline{4}i) = -(-4i) = 4i \\
a_{32} = -(\overline{a_{23}}) : & 7 + 3i = -(\overline{-7} + 3i) = -(-7 - 3i) = 7 + 3i
\end{array}$$

Note que na diagonal principal, os elementos não possuem a parte real (a = 0) porque para  $a + bi \in \mathbb{C} \Rightarrow -(\overline{a + bi}) = -(a - bi) = -a + bi \neq a + bi$ .

#### Matriz Anti-Hermitiana - Exemplos

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & -2 & 4i \\ 2 & -5i & -7+3i \\ 4i & 7+3i & 0 \end{bmatrix}$$

Analisando os elementos da matriz:

$$\begin{array}{ll}
a_{11} = -(\overline{a_{11}}): & 3i = -(\overline{3i}) = -(-3i) = 3i \\
a_{22} = -(\overline{a_{22}}): & -5i = -(\overline{-5i}) = -(5i) = -5i \\
a_{33} = -(\overline{a_{33}}): & 0 = -(\overline{0}) = 0 \\
a_{12} = -(\overline{a_{21}}): & -2 = -(\overline{2}) = -2 \\
a_{13} = -(\overline{a_{31}}): & 4i = -(\overline{4i}) = -(-4i) = 4i \\
a_{32} = -(\overline{a_{23}}): & 7 + 3i = -(\overline{-7} + 3i) = -(-7 - 3i) = 7 + 3i
\end{array}$$

Note que na diagonal principal, os elementos não possuem a parte real (a = 0) porque para  $a + bi \in \mathbb{C} \Rightarrow -(\overline{a + bi}) = -(a - bi) = -a + bi \neq a + bi$ . Enquanto que para os demais elementos,  $i \neq j \Rightarrow \text{ se } a_{ii} = a + bi \text{ então } a_{ii} = -a + bi.$ 

#### Matriz Anti-Hermitiana - Exemplos

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & -2 & 4i \\ 2 & -5i & -7+3i \\ 4i & 7+3i & 0 \end{bmatrix}$$

Analisando os elementos da matriz:

$$a_{11} = -(\overline{a_{11}}): \quad 3i = -(\overline{3}i) = -(-3i) = 3i$$

$$a_{22} = -(\overline{a_{22}}): \quad -5i = -(\overline{-5}i) = -(5i) = -5i$$

$$a_{33} = -(\overline{a_{33}}): \quad 0 = -(\overline{0}) = 0$$

$$a_{12} = -(\overline{a_{21}}): \quad -2 = -(\overline{2}) = -2$$

$$a_{13} = -(\overline{a_{31}}): \quad 4i = -(\overline{4}i) = -(-4i) = 4i$$

$$a_{32} = -(\overline{a_{23}}): \quad 7 + 3i = -(\overline{-7} + 3i) = -(-7 - 3i) = 7 + 3i$$

Note que na diagonal principal, os elementos não possuem a parte real (a=0) porque para  $a+bi\in\mathbb{C}\Rightarrow -(\overline{a+bi})=-(a-bi)=-a+bi\neq a+bi$ . Enquanto que para os demais elementos,  $i\neq j\Rightarrow$  se  $a_{ij}=a+bi$  então  $a_{ji}=-a+bi$ .

O<sub>n</sub>

# Matrizes Revisão - Tipos Especiais

#### Matriz Anti-Hermitiana - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & -2 & 4i \\ 2 & -5i & -7+3i \\ 4i & 7+3i & 0 \end{bmatrix}$$

Analisando os elementos da matriz:

Anisando de elementos da inatriz.  

$$a_{11} = -(\overline{a_{11}}): \quad 3i = -(\overline{3}i) = -(-3i) = 3i$$

$$a_{22} = -(\overline{a_{22}}): \quad -5i = -(\overline{-5}i) = -(5i) = -5i$$

$$a_{33} = -(\overline{a_{33}}): \quad 0 = -(\overline{0}) = 0$$

$$a_{12} = -(\overline{a_{21}}): \quad -2 = -(\overline{2}) = -2$$

$$a_{13} = -(\overline{a_{31}}): \quad 4i = -(\overline{4}i) = -(-4i) = 4i$$

$$a_{32} = -(\overline{a_{23}}): \quad 7 + 3i = -(\overline{-7} + 3i) = -(-7 - 3i) = 7 + 3i$$

Note que na diagonal principal, os elementos não possuem a parte real (a=0) porque para  $a+bi\in\mathbb{C}\Rightarrow -(\overline{a+bi})=-(a-bi)=-a+bi\neq a+bi$ . Enquanto que para os demais elementos,  $i\neq j\Rightarrow$  se  $a_{ij}=a+bi$  então  $a_{ji}=-a+bi$ .

O<sub>n</sub>

# Matrizes Revisão - Tipos Especiais

#### Matriz Anti-Hermitiana - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 3i & -2 & 4i \\ 2 & -5i & -7+3i \\ 4i & 7+3i & 0 \end{bmatrix}$$

Analisando os elementos da matriz:

$$a_{11} = -(\overline{a_{11}}): \quad 3i = -(\overline{3i}) = -(-3i) = 3i$$

$$a_{22} = -(\overline{a_{22}}): \quad -5i = -(\overline{-5i}) = -(5i) = -5i$$

$$a_{33} = -(\overline{a_{33}}): \quad 0 = -(\overline{0}) = 0$$

$$a_{12} = -(\overline{a_{21}}): \quad -2 = -(\overline{2}) = -2$$

$$a_{13} = -(\overline{a_{31}}): \quad 4i = -(\overline{4i}) = -(-4i) = 4i$$

$$a_{32} = -(\overline{a_{23}}): \quad 7 + 3i = -(\overline{-7} + 3i) = -(-7 - 3i) = 7 + 3i$$

Note que na diagonal principal, os elementos não possuem a parte real (a=0) porque para  $a+bi\in\mathbb{C}\Rightarrow -(\overline{a+bi})=-(a-bi)=-a+bi\neq a+bi$ . Enquanto que para os demais elementos,  $i\neq j\Rightarrow$  se  $a_{ij}=a+bi$  então  $a_{ji}=-a+bi$ .

O<sub>n</sub>

Tipos Especiais - Matriz Normal

Tipos Especiais - Matriz Normal

#### Tipos Especiais - Matriz Normal

$$\bullet \ \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{array} \right];$$

### Tipos Especiais - Matriz Normal

$$\bullet \ \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{array} \right];$$

### Tipos Especiais - Matriz Normal

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
;  $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3^t$ ,

#### Tipos Especiais - Matriz Normal

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
;  $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3^t$ , e;  $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3$ 

### Tipos Especiais - Matriz Normal

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
;  $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3^t$ , e;  $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3$ 

$$\bullet \ \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 0 & 0 & \mathrm{i} \\ 0 & \mathrm{i} & 0 \\ \mathrm{i} & 0 & 0 \end{array} \right];$$

### Tipos Especiais - Matriz Normal

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
;  $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3^t$ , e;  $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3$ 

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
;

### Tipos Especiais - Matriz Normal

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
;  $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3^t$ , e;  $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3$   
•  $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ;  $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & -i & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{bmatrix} \neq A_3^t$ ,

### Tipos Especiais - Matriz Normal

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
;  $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3^t$ , e;  $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3$   
•  $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ;  $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & -i & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{bmatrix} \neq A_3^t$ , mas;  $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3$ 

### Tipos Especiais - Matriz Normal

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Dizemos que a matriz quadrada A é uma MATRIZ NORMAL se, e somente se, as matrizes A e  $A^*$  comutam, ou seja,  $A.A^* = A^*.A$ . EXEMPLOS:

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
;  $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3^t$ , e;  $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3$ 

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
;  $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & -i & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{bmatrix} \neq A_3^t$ , mas;  $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3$ 

Todas as Matrizes Diagonais.

### Tipos Especiais - Matriz Normal

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
;  $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = A_3^t$ , e;  $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3$ 

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
;  $A^* = \overline{A_3}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & -i & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{bmatrix} \neq A_3^t$ , mas;  $A_3.A_3^* = A_3^*.A_3$ 

- Todas as Matrizes Diagonais.
- Matrizes Reais Simétricas.

Traço - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ .

Traço - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Dizemos que o TRAÇO da matriz quadrada A é o escalar resultante da soma dos elementos da diagonal principal.

#### Traço - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Dizemos que o TRAÇO da matriz quadrada A é o escalar resultante da soma dos elementos da diagonal principal.

Notação: tr(A)

#### Traço - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Dizemos que o TRAÇO da matriz quadrada A é o escalar resultante da soma dos elementos da diagonal principal.

Notação: tr(A)

#### Traço - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Dizemos que o TRAÇO da matriz quadrada A é o escalar resultante da soma dos elementos da diagonal principal.

$$\mathbf{A_n} = egin{bmatrix} \mathsf{a}_{11} & \mathsf{a}_{12} & \cdots & \mathsf{a}_{1i} & \cdots & \mathsf{a}_{1i} \end{bmatrix}$$

#### Traço - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Dizemos que o TRAÇO da matriz quadrada A é o escalar resultante da soma dos elementos da diagonal principal.

$$\mathbf{A_n} = egin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \ \end{pmatrix}$$

#### Traço - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Dizemos que o TRAÇO da matriz quadrada A é o escalar resultante da soma dos elementos da diagonal principal.

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

#### Traco - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Dizemos que o TRAÇO da matriz quadrada A é o escalar resultante da soma dos elementos da diagonal principal.

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \end{bmatrix}$$

#### Traco - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Dizemos que o TRAÇO da matriz quadrada A é o escalar resultante da soma dos elementos da diagonal principal.

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix}$$

#### Traço - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Dizemos que o TRAÇO da matriz quadrada A é o escalar resultante da soma dos elementos da diagonal principal.

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

#### Traco - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Dizemos que o TRAÇO da matriz quadrada A é o escalar resultante da soma dos elementos da diagonal principal.

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = a_{11}$$

#### Traco - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Dizemos que o TRAÇO da matriz quadrada A é o escalar resultante da soma dos elementos da diagonal principal.

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = a_{11} + a_{22}$$

#### Traco - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Dizemos que o TRAÇO da matriz quadrada A é o escalar resultante da soma dos elementos da diagonal principal.

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = a_{11} + a_{22} + \dots$$

#### Traco - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Dizemos que o TRAÇO da matriz quadrada A é o escalar resultante da soma dos elementos da diagonal principal.

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = a_{11} + a_{22} + \ldots + a_{ii}$$

#### Traco - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Dizemos que o TRAÇO da matriz quadrada A é o escalar resultante da soma dos elementos da diagonal principal.

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = a_{11} + a_{22} + \ldots + a_{ii} + \ldots$$

#### Traco - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Dizemos que o TRAÇO da matriz quadrada A é o escalar resultante da soma dos elementos da diagonal principal.

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = a_{11} + a_{22} + \ldots + a_{ii} + \ldots + a_{nn}$$

#### Traco - Definição

Seja  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Dizemos que o TRAÇO da matriz quadrada A é o escalar resultante da soma dos elementos da diagonal principal.

$$\mathbf{A_n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = a_{11} + a_{22} + \ldots + a_{ii} + \ldots + a_{nn} = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Traço - Exemplos

#### Traço - Exemplos

$$\bullet \ \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

#### Traço - Exemplos

$$\bullet \ \ A_3 = \left[ \begin{array}{ccc} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

#### Traço - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = 2$$

#### Traço - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = 2-1$$

### Traço - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = 2 - 1 + 1$$

### Traço - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = 2 - 1 + 1$$

### Traço - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
  
 $tr(A) = 2-1+1=2$ 

#### Traço - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = 2 - 1 + 1 = 2$$
•  $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & 1 + 2i & -3i & -1 \\ -1 & -5i & -3 & -1 + i \\ 0 & i & 1 & 3 \\ -1 & -1 + i & 3 & 3 + i \end{bmatrix}$ 

#### Traço - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = 2 - 1 + 1 = 2$$
•  $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & 1 + 2i & -3i & -1 \\ -1 & -5i & -3 & -1 + i \\ 0 & i & 1 & 3 \\ -1 & -1 + i & 3 & 3 + i \end{bmatrix}$ 

### Traço - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = 2 - 1 + 1 = 2$$
•  $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & 1 + 2i & -3i & -1 \\ -1 & -5i & -3 & -1 + i \\ 0 & i & 1 & 3 \\ -1 & -1 + i & 3 & 3 + i \end{bmatrix}$ 

$$tr(A) = 2$$

#### Traço - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = 2 - 1 + 1 = 2$$
•  $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & 1 + 2i & -3i & -1 \\ -1 & -5i & -3 & -1 + i \\ 0 & i & 1 & 3 \\ -1 & -1 + i & 3 & 3 + i \end{bmatrix}$ 

$$tr(A) = 2 - 5i$$

### Traço - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = 2 - 1 + 1 = 2$$
•  $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & 1 + 2i & -3i & -1 \\ -1 & -5i & -3 & -1 + i \\ 0 & i & 1 & 3 \\ -1 & -1 + i & 3 & 3 + i \end{bmatrix}$ 

$$tr(A) = 2 - 5i + 1$$

#### Traço - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = 2 - 1 + 1 = 2$$
•  $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & 1 + 2i & -3i & -1 \\ -1 & -5i & -3 & -1 + i \\ 0 & i & 1 & 3 \\ -1 & -1 + i & 3 & 3 + i \end{bmatrix}$ 

$$tr(A) = 2 - 5i + 1 + 3 + i$$

#### Traço - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = 2 - 1 + 1 = 2$$
•  $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & 1 + 2i & -3i & -1 \\ -1 & -5i & -3 & -1 + i \\ 0 & i & 1 & 3 \\ -1 & -1 + i & 3 & 3 + i \end{bmatrix}$ 

$$tr(A) = 2 - 5i + 1 + 3 + i = 6 - 4i$$

#### Traço - Exemplos

• 
$$A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = 2-1+1=2$$
•  $A_4 = \begin{bmatrix} 2 & 1+2i & -3i & -1 \\ -1 & -5i & -3 & -1+i \\ 0 & i & 1 & 3 \\ -1 & -1+i & 3 & 3+i \end{bmatrix}$ 

$$tr(A) = 2-5i+1+3+i=6-4i$$
•  $tr(I_n) = \underbrace{1+\ldots+1}_{n \text{ termos}} = n$ 

Sejam 
$$A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$
, e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

1. Soma 
$$tr(A+B) =$$

Sejam 
$$A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$
, e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

1. Soma 
$$tr(A+B) =$$

Sejam 
$$A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$
, e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

1. Soma 
$$tr(A+B) = tr(A) + tr(B)$$

### Traço - Propriedades

- 1. Soma tr(A+B) = tr(A) + tr(B)
- 2. Multiplicação por escalar  $tr(\alpha A) =$

### Traço - Propriedades

- 1. Soma tr(A+B) = tr(A) + tr(B)
- 2. Multiplicação por escalar  $tr(\alpha A) =$

### Traço - Propriedades

- 1. Soma tr(A+B) = tr(A) + tr(B)
- 2. Multiplicação por escalar  $tr(\alpha A) = \alpha tr(A)$

### Traço - Propriedades

- 1. Soma tr(A+B) = tr(A) + tr(B)
- 2. Multiplicação por escalar  $tr(\alpha A) = \alpha tr(A)$
- 3. PRODUTO tr(AB) =

### Traço - Propriedades

- 1. Soma tr(A+B) = tr(A) + tr(B)
- 2. Multiplicação por escalar  $tr(\alpha A) = \alpha tr(A)$
- 3. PRODUTO tr(AB) =

### Traço - Propriedades

- 1. Soma tr(A+B) = tr(A) + tr(B)
- 2. Multiplicação por escalar  $tr(\alpha A) = \alpha tr(A)$
- 3. PRODUTO tr(AB) = tr(BA)

### Traço - Propriedades

- 1. Soma tr(A+B) = tr(A) + tr(B)
- 2. Multiplicação por escalar  $tr(\alpha A) = \alpha tr(A)$
- 3. PRODUTO tr(AB) = tr(BA)
- 4. Transposta  $tr(A^t) =$

Sejam 
$$A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$
, e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1. Soma tr(A+B) = tr(A) + tr(B)
- 2. Multiplicação por escalar  $tr(\alpha A) = \alpha tr(A)$
- 3. PRODUTO tr(AB) = tr(BA)
- 4. Transposta  $tr(A^t) =$

### Traço - Propriedades

- 1. Soma tr(A+B) = tr(A) + tr(B)
- 2. Multiplicação por escalar  $tr(\alpha A) = \alpha tr(A)$
- 3. PRODUTO tr(AB) = tr(BA)
- 4. Transposta  $tr(A^t) = tr(A)$

#### Traço - Propriedades

- 1. Soma tr(A+B) = tr(A) + tr(B)
- 2. Multiplicação por escalar  $tr(\alpha A) = \alpha tr(A)$
- 3. PRODUTO tr(AB) = tr(BA)
- 4. Transposta  $tr(A^t) = tr(A)$
- 5. Conjugado  $tr(\overline{A}) =$

Sejam 
$$A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$
, e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1. Soma tr(A+B) = tr(A) + tr(B)
- 2. Multiplicação por escalar  $tr(\alpha A) = \alpha tr(A)$
- 3. PRODUTO tr(AB) = tr(BA)
- 4. Transposta  $tr(A^t) = tr(A)$
- 5. Conjugado  $tr(\overline{A}) =$

Sejam 
$$A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$
, e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1. Soma tr(A+B) = tr(A) + tr(B)
- 2. Multiplicação por escalar  $tr(\alpha A) = \alpha tr(A)$
- 3. PRODUTO tr(AB) = tr(BA)
- 4. Transposta  $tr(A^t) = tr(A)$
- 5. Conjugado  $tr(\overline{A}) = \overline{tr(A)}$

Sejam 
$$A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$
, e,  $\alpha \in \mathbb{K}$ .

- 1. Soma tr(A+B) = tr(A) + tr(B)
- 2. Multiplicação por escalar  $tr(\alpha A) = \alpha tr(A)$
- 3. PRODUTO tr(AB) = tr(BA)
- 4. Transposta  $tr(A^t) = tr(A)$
- 5. Conjugado  $tr(\overline{A}) = \overline{tr(A)}$