UFBA - Departamento de Matemática
Lista de exercícios - GA.

....

Q1 Identifique as seguintes cônicas. Esboce o gráfico identificando o eixo focal e as coordenadas dos focos e vértices.

(a) $\dfrac{y^2}{2} - \dfrac{x^2}{3} = 2$ (c) $\dfrac{y^2}{2} + \dfrac{x^2}{3} = 2$ (e) $\dfrac{x^2}{5} - \dfrac{y^2}{4} = 1$

(b) $y^2 - 4x = 0$ (d) $x^2 + \dfrac{y^2}{3} = 3$ (f) $-y + \dfrac{1}{8}x^2 = 0$

Q2 Identifique as seguintes cônicas, encontre uma equação na forma reduzida em relação a algum sistema de coordenadas e faça o esboço.

(a) $3x^2 + 12xy + 8y^2 - 18x - 28y + 11 = 0$

(b) $35x^2 - 2xy + 35y^2 - 34x - 34y - 289 = 0$

(c) $4x^2 - 4xy + 7y^2 + 12y^2 + 12x + 6y - 9 = 0$

(d) $x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$

(e) $5x^2 - 4xy + 8y^2 + x + y - 36 = 0$

Q3 Considere a cônica ℓ com equação $\ell : 9x^2 + 4y^2 - 54x + 16y + 61 = 0$.

(a) Determine que tipo de cônica é ℓ e escreva a equação na forma reduzida de ℓ.

(b) Encontre os focos, a excentricidade e os vértices de ℓ.

(c) Faça o esboço de ℓ identificando o eixo focal, os focos e vértices.

Q4 Obtenha equações das elipses cujos focos são:

(a) $F_1 = (-3, 2)$, $F_2 = (-3, 6)$ e $a = 4$.

(b) $F_1 = (-1, 2)$, $F_2 = (3, 2)$ e $d(P, F_1) + d(P, F_2) = 6$.

Q5 Considere um sistema de coordenadas ortonormais $\Sigma_1 = \{O, \vec{i}, \vec{j}\}$ em E^2. Considere a elipse E com focos nos pontos $F_1 = (0, 2)$ e $F_2 = (3, 5)$ e excentricidade $\sqrt{2}/2$.

(a) Sem deduzir a equação de E, encontre os 4 vértices de E.

(b) Considere um sistema de coordenadas ortonormais Σ_2 cuja origem é o centro de E e os eixos coordenados sejam paralelos aos seus eixos. Escreva a equação de E com respeito a este sistema de coordenadas.

(c) Escreva as equações de mudanças de coordenadas do sistema Σ_1 para o sistema Σ_2.

Q6 Considere um sistema de coordenadas ortonormais $\Sigma_1 = \{O, \vec{i}, \vec{j}\}$ em E^2. Obtenha uma equação na forma reduzida da parábola $4x^2 - 48x - 20y - 71 = 0$ em relação a algum sistema de coordenadas.

(a) Determine as coordenadas no sistema Σ_1 do vértice e do foco desta parábola.

(b) Determine as equações no sistema Σ_1 da diretriz e do eixo de simetria.

Q7 Considere um sistema de coordenadas ortonormais $\Sigma_1 = \{O, \vec{i}, \vec{j}\}$ em E^2. Determine a equação da parábola de vértice $V = (0, 0)$ e foco $F = (1, 1)$ no sistema Σ_1.

Q8 Considere um sistema de coordenadas ortonormais $\Sigma_1 = \{O, \vec{i}, \vec{j}\}$ em E^2. Seja r a reta diretriz de uma parábola P cujo eixo de simetria é a reta s dada por $y = x + 1$ e suponha que o ponto $A = (0, 2)$ está em P e dista 1 de r.

(a) Supondo que a interseção de r com s está à esquerda do eixo-y e que o foco de P não está no eixo-y, encontre o foco e o vértice de P e também uma equação para r, sem deduzir a equação de P.

(b) Considere um sistema de coordenadas ortonormais Σ_2 cuja origem é o vértice de P e um dos eixos coordenados é o eixo de simetria de P. Escreva a equação de P com respeito a este sistema de coordenadas.

(c) Escreva as equações de mudanças de coordenadas do sistema Σ_1 para o sistema Σ_2.

Q9 Obtenha uma equação na forma reduzida da hipérbole que tem vértices $A_1 = (-6, 0)$, $A_2 = (6, 0)$ e passa pelo ponto $P_0 = (7, 2)$. Determine seus focos, assíntotas e excentricidade.

Q10 Considere um sistema de coordenadas ortonormais $\Sigma_1 = \{O, \vec{i}, \vec{j}\}$ em E^2. Seja H a hipérbole tal que um de seus focos tem coordenadas $F_1 = (6, 1)$, um de seus vértices tem coordenadas $A_1 = (5, 1)$ e o centro é $C = (2, 1)$.

(a) Encontre a equação de H no sistema Σ_1.

(b) Esboce o gráfico de H identificando o eixo focal, os focos e vértices.

$\boxed{\textbf{Q11}}$ Considere um sistema de coordenadas ortonormais $\Sigma_1 = \{O, \vec{i}, \vec{j}\}$ em E^2. Seja E a elipse cujos focos coincidem com os focos da hipérbole $x^2 - 2y^2 + 4y - 4 = 0$ e eixo maior tem comprimento igual a distância entre o foco e o vértice da parábola $x^2 + y^2 - 2xy - 24x - 24y = 0$.

(a) Determine a equação de E no sistema Σ_1.

(b) Esboce o gráfico de E identificando o eixo focal e as coordenadas dos focos e vértices.