Universidade Federal da Bahia - UFBA
Instituto de Matemática e Estatística - IME
Departamento de Matemática

MAT A07 - Álgebra Linear A
Exercícios - Parte.B
Matrizes: Escalonadas, M.L.R.F.E., Determinante, Inversa, Tipos Especiais

Professora: Isamara

Data: 15/03/2021

Matrizes Revisão

Questão.1

Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{12} & \frac{1}{4} \\ \frac{-1}{6} & \frac{5}{12} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{6} & \frac{7}{12} & \frac{-1}{4} \end{bmatrix}.$$

Assinale V (verdadeiro) ou F(falso) nas afirmações abaixo.

( ) $det(A) = det(I_3)$.

Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{12} & \frac{1}{4} \\ \frac{-1}{6} & \frac{5}{12} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{6} & \frac{7}{12} & \frac{-1}{4} \end{bmatrix}.$$

Assinale V (verdadeiro) ou F(falso) nas afirmações abaixo.

( ) $det(A) = det(I_3)$.

( ) $det(A.B) = det(B)$.

Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{12} & \frac{1}{4} \\ \frac{-1}{6} & \frac{5}{12} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{6} & \frac{7}{12} & \frac{-1}{4} \end{bmatrix}.$$

Assinale V (verdadeiro) ou F(falso) nas afirmações abaixo.

( ) $det(A) = det(I_3)$.

( ) $det(A.B) = det(B)$.

( ) $det(\frac{1}{2}.C) = \frac{1}{2}det(C)$.

Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{12} & \frac{1}{4} \\ \frac{-1}{6} & \frac{5}{12} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{6} & \frac{7}{12} & \frac{-1}{4} \end{bmatrix}.$$

Assinale V (verdadeiro) ou F(falso) nas afirmações abaixo.

( ) $det(A) = det(I_3)$.

( ) $det(A.B) = det(B)$.

( ) $det(\frac{1}{2}.C) = \frac{1}{2}det(C)$.

( ) $det(A.B.C) = det(A)$.

Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{12} & \frac{1}{4} \\ \frac{-1}{6} & \frac{5}{12} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{6} & \frac{7}{12} & \frac{-1}{4} \end{bmatrix}.$$

Assinale V (verdadeiro) ou F(falso) nas afirmações abaixo.

( ) $det(A) = det(I_3)$.

( ) $det(A.B) = det(B)$.

( ) $det(\frac{1}{2}.C) = \frac{1}{2}det(C)$.

( ) $det(A.B.C) = det(A)$.

( ) $det(A) \neq det(A^{-1})$.

Matrizes Revisão

Questão.1

Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{12} & \frac{1}{4} \\ \frac{-1}{6} & \frac{5}{12} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{6} & \frac{7}{12} & \frac{-1}{4} \end{bmatrix}.$$

Assinale V (verdadeiro) ou F(falso) nas afirmações abaixo.

( ) $det(A) = det(I_3)$.

( ) $det(A.B) = det(B)$.

( ) $det(\frac{1}{2}.C) = \frac{1}{2}det(C)$.

( ) $det(A.B.C) = det(A)$.

( ) $det(A) \neq det(A^{-1})$.

Verifique se as matrizes abaixo são ORTOGONAIS:

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

Verifique se as matrizes abaixo são ORTOGONAIS:

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
2. $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$
3. $C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

Determine, se possível, os valores de $x; y \in \mathbb{R}$ para que a matriz $A = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & x \\ y & \sqrt{2} \end{bmatrix}$ seja uma matriz ortogonal.

Uma matriz A de ordem n é dita ser ORTOGONAL se, e somente se, A é invertível e $A^{-1} = A^t$.
Mostre que: O produto de duas matrizes ortogonais é também uma matriz ortogonal.

Matrizes Revisão

Questão.5

Classifique, se possível, as matrizes abaixo em Ortogonais, Normais, Unitárias:

1. $A = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Classifique, se possível, as matrizes abaixo em Ortogonais, Normais, Unitárias:

1. $A = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
2. $B = \begin{bmatrix} 5-i & -1+i \\ -1-i & 3-i \end{bmatrix}$

Classifique, se possível, as matrizes abaixo em Ortogonais, Normais, Unitárias:

1. $A = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
2. $B = \begin{bmatrix} 5-i & -1+i \\ -1-i & 3-i \end{bmatrix}$
3. $C = \begin{bmatrix} i & i \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

Classifique, se possível, as matrizes abaixo em Ortogonais, Normais, Unitárias:

1. $A = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
2. $B = \begin{bmatrix} 5-i & -1+i \\ -1-i & 3-i \end{bmatrix}$
3. $C = \begin{bmatrix} i & i \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

Matrizes Revisão

Questão.6

Verifique se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. (Justifique suas respostas)

( ) A soma de matrizes reais ORTOGONAIS é uma matriz ORTOGONAL.

( ) Sejam A e B matrizes ortogonais então a matriz $C = A.B$ é também uma matriz ortogonal.

( ) A transposta do produto de matrizes ortogonais é o produto das suas inversas.

( ) O produto de matrizes ORTOGONAIS é uma matriz ORTOGONAL.

( ) O traço de uma matriz ortogonal é igual ao traço da sua inversa.

( ) Toda matriz UNITÁRIA é também uma matriz NORMAL.

( ) Toda matriz real UNITÁRIA é também uma matriz ORTOGONAL.

Sejam as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & -3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 \\ -4 & -1 & 6 \\ -2 & 2 & -2 \end{bmatrix}$.
Determine, se possível, a inversa das matrizes A, B e C efetuando operações elementares sobre as linhas das matrizes.

Sejam as matrizes $A, B, C \in \mathcal{M}_\backslash(\mathbb{R})$.
Assinale V (verdadeiro) ou F(falso) nas afirmações abaixo.

( ) $(A.B.C)^{-1} = A^{-1}B^{-1}C^{-1}$.

Matrizes Revisão

Questão.8

Sejam as matrizes $A, B, C \in \mathcal{M}_{\backslash}(\mathbb{R})$.
Assinale V (verdadeiro) ou F(falso) nas afirmações abaixo.

( ) $(A.B.C)^{-1} = A^{-1}B^{-1}C^{-1}$.

( ) Se $(A.B^t) = (B^t.A) = I_n$ então $B^t = A^{-1}$.

Sejam as matrizes $A, B, C \in \mathcal{M}_\backslash(\mathbb{R})$.
Assinale V (verdadeiro) ou F(falso) nas afirmações abaixo.

( ) $(A.B.C)^{-1} = A^{-1}B^{-1}C^{-1}$.

( ) Se $(A.B^t) = (B^t.A) = I_n$ então $B^t = A^{-1}$.

( ) Sejam $E_n^{(1)}, E_n^{(2)}$ matrizes elementares. Se $(E_n^{(2)}.E_n^{(1)}).C = I_n$ então $(E_n^{(2)}E_n^{(1)})I_n = C^{-1}$.

Sejam as matrizes $A, B, C \in \mathcal{M}_\backslash(\mathbb{R})$.
Assinale V (verdadeiro) ou F(falso) nas afirmações abaixo.

( ) $(A.B.C)^{-1} = A^{-1}B^{-1}C^{-1}$.

( ) Se $(A.B^t) = (B^t.A) = I_n$ então $B^t = A^{-1}$.

( ) Sejam $E_n^{(1)}, E_n^{(2)}$ matrizes elementares. Se $(E_n^{(2)}.E_n^{(1)}).C = I_n$ então $(E_n^{(2)}E_n^{(1)})I_n = C^{-1}$.

( ) Se C é invertível então $tr(C^{-1}.B.C) = tr(B)$.

Sejam as matrizes $A, B, C \in \mathcal{M}_\backslash(\mathbb{R})$.
Assinale V (verdadeiro) ou F(falso) nas afirmações abaixo.

( ) $(A.B.C)^{-1} = A^{-1}B^{-1}C^{-1}$.

( ) Se $(A.B^t) = (B^t.A) = I_n$ então $B^t = A^{-1}$.

( ) Sejam $E_n^{(1)}, E_n^{(2)}$ matrizes elementares. Se $(E_n^{(2)}.E_n^{(1)}).C = I_n$ então $(E_n^{(2)}E_n^{(1)})I_n = C^{-1}$.

( ) Se C é invertível então $tr(C^{-1}.B.C) = tr(B)$.

( ) Sejam $E_n^{(1)}, E_n^{(2)}, E_n^{(3)}$ matrizes elementares tais que $(E_n^{(3)}.E_n^{(2)}.E_n^{(1)}).A = I_n$.
Se A é ORTOGONAL então $A^t = (E_n^{(3)}.E_n^{(2)}.E_n^{(1)})I_n$.

Matrizes Revisão

Questão.8

Sejam as matrizes $A, B, C \in \mathcal{M}_\backslash(\mathbb{R})$.
Assinale V (verdadeiro) ou F(falso) nas afirmações abaixo.

( ) $(A.B.C)^{-1} = A^{-1}B^{-1}C^{-1}$.

( ) Se $(A.B^t) = (B^t.A) = I_n$ então $B^t = A^{-1}$.

( ) Sejam $E_n^{(1)}, E_n^{(2)}$ matrizes elementares. Se $(E_n^{(2)}.E_n^{(1)}).C = I_n$ então $(E_n^{(2)}E_n^{(1)})I_n = C^{-1}$.

( ) Se C é invertível então $tr(C^{-1}.B.C) = tr(B)$.

( ) Sejam $E_n^{(1)}, E_n^{(2)}, E_n^{(3)}$ matrizes elementares tais que $(E_n^{(3)}.E_n^{(2)}.E_n^{(1)}).A = I_n$.
Se A é ORTOGONAL então $A^t = (E_n^{(3)}.E_n^{(2)}.E_n^{(1)})I_n$.

( ) Se B é UNITÁRIA então $tr(B^{-1}) = \overline{tr(B)}$.

Sejam as matrizes $A, B, C \in \mathcal{M}_\backslash(\mathbb{R})$.
Assinale V (verdadeiro) ou F(falso) nas afirmações abaixo.

- ( ) $(A.B.C)^{-1} = A^{-1}B^{-1}C^{-1}$.
- ( ) Se $(A.B^t) = (B^t.A) = I_n$ então $B^t = A^{-1}$.
- ( ) Sejam $E_n^{(1)}, E_n^{(2)}$ matrizes elementares. Se $(E_n^{(2)}.E_n^{(1)}).C = I_n$ então $(E_n^{(2)}E_n^{(1)})I_n = C^{-1}$.
- ( ) Se C é invertível então $tr(C^{-1}.B.C) = tr(B)$.
- ( ) Sejam $E_n^{(1)}, E_n^{(2)}, E_n^{(3)}$ matrizes elementares tais que $(E_n^{(3)}.E_n^{(2)}.E_n^{(1)}).A = I_n$.
  Se A é ORTOGONAL então $A^t = (E_n^{(3)}.E_n^{(2)}.E_n^{(1)})I_n$.
- ( ) Se B é UNITÁRIA então $tr(B^{-1}) = \overline{tr(B)}$.

Efetuando operações elementares sobre as linhas das matrizes, para quais valores de $m \in \mathbb{R}$ as matrizes abaixo são invertíveis?

$$(a)\quad A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & m \end{bmatrix} \qquad\qquad (b)\quad A = \begin{bmatrix} m & 2 & m \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & m & 2 \end{bmatrix}$$

Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$.

Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$. Calculando o $det(A - \lambda I_2)$, determine se possível,

Matrizes Revisão

Questão.10

Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$. Calculando o $det(A - \lambda I_2)$, determine se possível, para quais valores de $\lambda \in \mathbb{R}$ a matriz $A - \lambda I_2$ é invertível.

Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$. Calculando o $det(A - \lambda I_2)$, determine se possível, para quais valores de $\lambda \in \mathbb{R}$ a matriz $A - \lambda I_2$ é invertível.