



Universidade Federal da Bahia - UFBA  
Instituto de Matemática e Estatística - IME  
Departamento de Matemática



# MAT A07 - Álgebra Linear A

## Aula 24

Operadores Lineares: Autovalores, Autovetores  
Operadores Diagonalizáveis, Forma de Jordan



**Professora:** Isamara C. Alves

Data: 03/05/2021

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ;

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ;

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$ .

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ;

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$ .

Então,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ;

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$ .

Então,

- (i)  $\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) =$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ;  
 $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$ .  
Então,

- (i)  $\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n =$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ;  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$ . Então,

- (i)  $\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n = \prod_{i=1}^n \lambda_i$ ; e



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ;  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$ . Então,

- (i)  $\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n = \prod_{i=1}^n \lambda_i$ ; e
- (ii)  $\text{tr}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) =$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ;  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$ . Então,

- (i)  $\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n = \prod_{i=1}^n \lambda_i$ ; e
- (ii)  $\text{tr}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n =$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ;  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$ . Então,

- (i)  $\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n = \prod_{i=1}^n \lambda_i$ ; e
- (ii)  $\text{tr}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \sum_{i=1}^n \lambda_i$ .

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ;  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada; e sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \mathbb{K}$  **autovalores** de  $\mathcal{F}$ . Então,

- (i)  $\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n = \prod_{i=1}^n \lambda_i$ ; e
- (ii)  $\text{tr}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \sum_{i=1}^n \lambda_i$ .

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ;

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**.



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**.  
Então,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**.  
Então,

- (i) os **autovalores reais** de  $\mathcal{F}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**.  
Então,

- (i) os **autovalores reais** de  $\mathcal{F}$  são iguais a  $\pm 1$ ,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**.  
Então,

- (i) os **autovalores reais** de  $\mathcal{F}$  são iguais a  $\pm 1$ ,
- (ii) os **autovalores complexos** de  $\mathcal{F}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**.  
Então,

- (i) os **autovalores reais** de  $\mathcal{F}$  são iguais a  $\pm 1$ ,
- (ii) os **autovalores complexos** de  $\mathcal{F}$  possuem módulo igual a 1 e

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**.  
Então,

- (i) os **autovalores reais** de  $\mathcal{F}$  são iguais a  $\pm 1$ ,
- (ii) os **autovalores complexos** de  $\mathcal{F}$  possuem módulo igual a 1 e
- (iii) os respectivos **autovetores** de  $\mathcal{F}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**.  
Então,

- (i) os **autovalores reais** de  $\mathcal{F}$  são iguais a  $\pm 1$ ,
- (ii) os **autovalores complexos** de  $\mathcal{F}$  possuem módulo igual a 1 e
- (iii) os respectivos **autovetores** de  $\mathcal{F}$  são **ortonormais**.

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**.  
Então,

- (i) os **autovalores reais** de  $\mathcal{F}$  são iguais a  $\pm 1$ ,
- (ii) os **autovalores complexos** de  $\mathcal{F}$  possuem módulo igual a 1 e
- (iii) os respectivos **autovetores** de  $\mathcal{F}$  são **ortonormais**.

Observe que se,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é uma **matriz ortogonal** então



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**. Então,

- (i) os **autovalores reais** de  $\mathcal{F}$  são iguais a  $\pm 1$ ,
- (ii) os **autovalores complexos** de  $\mathcal{F}$  possuem módulo igual a 1 e
- (iii) os respectivos **autovetores** de  $\mathcal{F}$  são **ortonormais**.

Observe que se,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é uma **matriz ortogonal** então  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t = \mathcal{I}_n$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**. Então,

- (i) os **autovalores reais** de  $\mathcal{F}$  são iguais a  $\pm 1$ ,
- (ii) os **autovalores complexos** de  $\mathcal{F}$  possuem módulo igual a 1 e
- (iii) os respectivos **autovetores** de  $\mathcal{F}$  são **ortonormais**.

Observe que se,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é uma **matriz ortogonal** então  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t = \mathcal{I}_n$   
 $\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t) = \det(\mathcal{I}_n) \Rightarrow$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**. Então,

- (i) os **autovalores reais** de  $\mathcal{F}$  são iguais a  $\pm 1$ ,
- (ii) os **autovalores complexos** de  $\mathcal{F}$  possuem módulo igual a 1 e
- (iii) os respectivos **autovetores** de  $\mathcal{F}$  são **ortonormais**.

Observe que se,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é uma **matriz ortogonal** então  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t = \mathcal{I}_n$   
 $\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t) = \det(\mathcal{I}_n) \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t = \det(\mathcal{I}_n)$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**.  
Então,

- (i) os **autovalores reais** de  $\mathcal{F}$  são iguais a  $\pm 1$ ,
- (ii) os **autovalores complexos** de  $\mathcal{F}$  possuem módulo igual a 1 e
- (iii) os respectivos **autovetores** de  $\mathcal{F}$  são **ortonormais**.

Observe que se,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é uma **matriz ortogonal** então  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t = \mathcal{I}_n$   
 $\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t) = \det(\mathcal{I}_n) \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t = \det(\mathcal{I}_n)$   
 $\det^2([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 1 \Rightarrow$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**.  
Então,

- (i) os **autovalores reais** de  $\mathcal{F}$  são iguais a  $\pm 1$ ,
- (ii) os **autovalores complexos** de  $\mathcal{F}$  possuem módulo igual a 1 e
- (iii) os respectivos **autovetores** de  $\mathcal{F}$  são **ortonormais**.

Observe que se,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é uma **matriz ortogonal** então  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t = \mathcal{I}_n$   
 $\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t) = \det(\mathcal{I}_n) \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t = \det(\mathcal{I}_n)$   
 $\det^2([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 1 \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \pm 1$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**. Então,

- (i) os **autovalores reais** de  $\mathcal{F}$  são iguais a  $\pm 1$ ,
- (ii) os **autovalores complexos** de  $\mathcal{F}$  possuem módulo igual a 1 e
- (iii) os respectivos **autovetores** de  $\mathcal{F}$  são **ortonormais**.

Observe que se,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é uma **matriz ortogonal** então  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t = \mathcal{I}_n$

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t) = \det(\mathcal{I}_n) \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})\det(([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t) = \det(\mathcal{I}_n)$$

$$\det^2([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 1 \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \pm 1$$

Pelo teorema anterior:  $\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) =$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**. Então,

- (i) os **autovalores reais** de  $\mathcal{F}$  são iguais a  $\pm 1$ ,
- (ii) os **autovalores complexos** de  $\mathcal{F}$  possuem módulo igual a 1 e
- (iii) os respectivos **autovetores** de  $\mathcal{F}$  são **ortonormais**.

Observe que se,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é uma **matriz ortogonal** então  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t = \mathcal{I}_n$

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t) = \det(\mathcal{I}_n) \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t = \det(\mathcal{I}_n)$$

$$\det^2([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 1 \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \pm 1$$

Pelo teorema anterior:  $\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n =$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**. Então,

- (i) os **autovalores reais** de  $\mathcal{F}$  são iguais a  $\pm 1$ ,
- (ii) os **autovalores complexos** de  $\mathcal{F}$  possuem módulo igual a 1 e
- (iii) os respectivos **autovetores** de  $\mathcal{F}$  são **ortonormais**.

Observe que se,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é uma **matriz ortogonal** então  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t = \mathcal{I}_n$

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t) = \det(\mathcal{I}_n) \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t = \det(\mathcal{I}_n)$$

$$\det^2([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 1 \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \pm 1$$

Pelo teorema anterior:  $\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n = \prod_{i=1}^n \lambda_i$ .



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada de  $\mathcal{V}$  e  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  uma **matriz ortogonal**. Então,

- (i) os **autovalores reais** de  $\mathcal{F}$  são iguais a  $\pm 1$ ,
- (ii) os **autovalores complexos** de  $\mathcal{F}$  possuem módulo igual a 1 e
- (iii) os respectivos **autovetores** de  $\mathcal{F}$  são **ortonormais**.

Observe que se,  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$  é uma **matriz ortogonal** então  $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t = \mathcal{I}_n$

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t) = \det(\mathcal{I}_n) \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})^t = \det(\mathcal{I}_n)$$

$$\det^2([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 1 \Rightarrow \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \pm 1$$

Pelo teorema anterior:  $\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n = \prod_{i=1}^n \lambda_i$ .

# Operadores Lineares

## Aplicação: ROTAÇÃO

A transformação  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  é denominada

# Operadores Lineares

## Aplicação: ROTAÇÃO

A transformação  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  é denominada **ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO** POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

# Operadores Lineares

## Aplicação: ROTAÇÃO

A transformação  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  é denominada **ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO** POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) =$$

# Operadores Lineares

## Aplicação: ROTAÇÃO

A transformação  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  é denominada **ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO** POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x \\ y \cos \theta - z \sin \theta \\ y \sin \theta + z \cos \theta \end{bmatrix} =$$

# Operadores Lineares

## Aplicação: ROTAÇÃO

A transformação  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  é denominada **ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO** POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x \\ y \cos \theta - z \sin \theta \\ y \sin \theta + z \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} ;$$

# Operadores Lineares

## Aplicação: ROTAÇÃO

A transformação  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  é denominada **ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO** POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x \\ y \cos \theta - z \sin \theta \\ y \sin \theta + z \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} ;$$

cujas **MATRIZ CANÔNICA**:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

# Operadores Lineares

## Aplicação: ROTAÇÃO

A transformação  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  é denominada **ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO** POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

$$\mathcal{F} \left( \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x \\ y \cos \theta - z \sin \theta \\ y \sin \theta + z \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} ;$$

cujas **MATRIZ CANÔNICA**:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$



# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Considerando o operador  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Considerando o operador  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Considerando o operador  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

Assim,  $tr\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right)$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Considerando o operador  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

$$\text{Assim, } \text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 + \cos\theta + \cos\theta$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Considerando o operador  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

$$\text{Assim, } \text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 + \cos\theta + \cos\theta = 1 + 2\cos\theta. \quad (1)$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Considerando o operador  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

$$\text{Assim, } \text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 + \cos\theta + \cos\theta = 1 + 2\cos\theta. \text{ (1) e}$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 \cdot \cos\theta \cdot \cos\theta$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Considerando o operador  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

$$\text{Assim, } \text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ 0 & \text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 + \cos\theta + \cos\theta = 1 + 2\cos\theta. \quad (1) \text{ e}$$

$$\text{det}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ 0 & \text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 \cdot \cos\theta \cdot \cos\theta = \cos^2\theta. \quad (2)$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Considerando o operador  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

Assim,  $\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 + \cos\theta + \cos\theta = 1 + 2\cos\theta. \quad (1)$  e

$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 \cdot \cos\theta \cdot \cos\theta = \cos^2\theta. \quad (2)$  Por (1) e (2):



# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Considerando o operador  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

$$\text{Assim, } \text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 + \cos\theta + \cos\theta = 1 + 2\cos\theta. \quad (1) \text{ e}$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 \cdot \cos\theta \cdot \cos\theta = \cos^2\theta. \quad (2) \text{ Por (1) e (2):}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \end{cases}$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Considerando o operador  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

$$\text{Assim, } \text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 + \cos\theta + \cos\theta = 1 + 2\cos\theta. \quad (1) \text{ e}$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 \cdot \cos\theta \cdot \cos\theta = \cos^2\theta. \quad (2) \text{ Por (1) e (2):}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}([\mathcal{F}]) \\ \end{cases}$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Considerando o operador  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

$$\text{Assim, } \text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 + \cos\theta + \cos\theta = 1 + 2\cos\theta. \quad (1) \text{ e}$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 \cdot \cos\theta \cdot \cos\theta = \cos^2\theta. \quad (2) \text{ Por (1) e (2):}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}([\mathcal{F}]) = 1 + 2\cos\theta \\ \end{cases}$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Considerando o operador  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

$$\text{Assim, } \text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ 0 & \text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 + \cos\theta + \cos\theta = 1 + 2\cos\theta. \quad (1) \text{ e}$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ 0 & \text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 \cdot \cos\theta \cdot \cos\theta = \cos^2\theta. \quad (2) \text{ Por (1) e (2):}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}([\mathcal{F}]) = 1 + 2\cos\theta \\ \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \end{cases}$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Considerando o operador  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

$$\text{Assim, } \text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ 0 & \text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 + \cos\theta + \cos\theta = 1 + 2\cos\theta. \quad (1) \text{ e}$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ 0 & \text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 \cdot \cos\theta \cdot \cos\theta = \cos^2\theta. \quad (2) \text{ Por (1) e (2):}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}([\mathcal{F}]) = 1 + 2\cos\theta \\ \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \det([\mathcal{F}]) \end{cases}$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Considerando o operador  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

$$\text{Assim, } \text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ 0 & \text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 + \cos\theta + \cos\theta = 1 + 2\cos\theta. \quad (1) \text{ e}$$

$$\text{det}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ 0 & \text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 \cdot \cos\theta \cdot \cos\theta = \cos^2\theta. \quad (2) \text{ Por (1) e (2):}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}([\mathcal{F}]) = 1 + 2\cos\theta \\ \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \text{det}([\mathcal{F}]) = \cos^2\theta \end{cases}$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Considerando o operador  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO  $x$  POSITIVO POR UM ÂNGULO  $\theta$  NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO.

$$\text{Assim, } \text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 + \cos\theta + \cos\theta = 1 + 2\cos\theta. \quad (1) \text{ e}$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\right) = 1 \cdot \cos\theta \cdot \cos\theta = \cos^2\theta. \quad (2) \text{ Por (1) e (2):}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}([\mathcal{F}]) = 1 + 2\cos\theta \\ \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \det([\mathcal{F}]) = \cos^2\theta \end{cases}$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Assim, para  $\theta = \pi$



# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Assim, para  $\theta = \pi$

$$\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = -1 \quad (1)$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Assim, para  $\theta = \pi$

$$\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = -1 \text{ (1)}$$

e

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right)$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Assim, para  $\theta = \pi$

$$\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = -1 \quad (1)$$

e

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = 1. \quad (2)$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Assim, para  $\theta = \pi$

$$\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = -1 \quad (1)$$

e

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = 1. \quad (2)$$

Por (1) e (2):

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Assim, para  $\theta = \pi$

$$\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = -1 \quad (1)$$

e

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = 1. \quad (2)$$

Por (1) e (2):  $\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \end{cases}$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Assim, para  $\theta = \pi$

$$\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = -1 \quad (1)$$

e

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = 1. \quad (2)$$

Por (1) e (2):  $\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}([\mathcal{F}]) \end{cases}$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Assim, para  $\theta = \pi$

$$\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = -1 \quad (1)$$

e

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = 1. \quad (2)$$

Por (1) e (2):  $\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}([\mathcal{F}]) = -1 \end{cases}$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Assim, para  $\theta = \pi$

$$\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = -1 \quad (1)$$

e

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = 1. \quad (2)$$

$$\text{Por (1) e (2): } \begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}([\mathcal{F}]) = -1 \\ \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \end{cases}$$



# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Assim, para  $\theta = \pi$

$$\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = -1 \quad (1)$$

e

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = 1. \quad (2)$$

Por (1) e (2): 
$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}([\mathcal{F}]) = -1 \\ \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \det([\mathcal{F}]) \end{cases}$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Assim, para  $\theta = \pi$

$$\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = -1 \quad (1)$$

e

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = 1. \quad (2)$$

$$\text{Por (1) e (2): } \begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}([\mathcal{F}]) = -1 \\ \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \det([\mathcal{F}]) = 1 \end{cases}$$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Assim, para  $\theta = \pi$

$$\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = -1 \quad (1)$$

e

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = 1. \quad (2)$$

Por (1) e (2): 
$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}([\mathcal{F}]) = -1 \\ \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \det([\mathcal{F}]) = 1 \end{cases}$$

$\lambda_1 = 1$  e  $\lambda_2 = \lambda_3 = -1$ .

e a base **ortonormal**;

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Assim, para  $\theta = \pi$

$$\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = -1 \quad (1)$$

e

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = 1. \quad (2)$$

Por (1) e (2): 
$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}([\mathcal{F}]) = -1 \\ \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \det([\mathcal{F}]) = 1 \end{cases}$$

$\lambda_1 = 1$  e  $\lambda_2 = \lambda_3 = -1$ .

e a base **ortonormal**;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Assim, para  $\theta = \pi$

$$\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = -1 \quad (1)$$

e

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = 1. \quad (2)$$

Por (1) e (2): 
$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}([\mathcal{F}]) = -1 \\ \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \det([\mathcal{F}]) = 1 \end{cases}$$

$\lambda_1 = 1$  e  $\lambda_2 = \lambda_3 = -1$ .

e a base **ortonormal**;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$  é formada por autovetores de  $\mathcal{F}$

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Assim, para  $\theta = \pi$

$$\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = -1 \quad (1)$$

e

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = 1. \quad (2)$$

Por (1) e (2): 
$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}([\mathcal{F}]) = -1 \\ \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \det([\mathcal{F}]) = 1 \end{cases}$$

$\lambda_1 = 1$  e  $\lambda_2 = \lambda_3 = -1$ .

e a base **ortonormal**;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$  é formada por autovetores de  $\mathcal{F}$  associados aos respectivos autovalores:

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Assim, para  $\theta = \pi$

$$\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = -1 \quad (1)$$

e

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = 1. \quad (2)$$

Por (1) e (2): 
$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}([\mathcal{F}]) = -1 \\ \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \det([\mathcal{F}]) = 1 \end{cases}$$

$\lambda_1 = 1$  e  $\lambda_2 = \lambda_3 = -1$ .

e a base **ortonormal**;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$  é formada por autovetores de  $\mathcal{F}$  associados aos respectivos autovalores:  $\lambda_1 = 1$  e  $\lambda_2 = \lambda_3 = -1$ .

# Operadores Lineares

## Autovalores e Autovetores

Assim, para  $\theta = \pi$

$$\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = -1 \quad (1)$$

e

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = 1. \quad (2)$$

Por (1) e (2): 
$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{tr}([\mathcal{F}]) = -1 \\ \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \det([\mathcal{F}]) = 1 \end{cases}$$

$\lambda_1 = 1$  e  $\lambda_2 = \lambda_3 = -1$ .

e a base **ortonormal**;  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{e_1, e_2, e_3\}$  é formada por autovetores de  $\mathcal{F}$  associados aos respectivos autovalores:  $\lambda_1 = 1$  e  $\lambda_2 = \lambda_3 = -1$ .



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ;

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,  $\forall \alpha \in \mathbb{K}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,  $\forall \alpha \in \mathbb{K} \Rightarrow \alpha\lambda$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,  $\forall \alpha \in \mathbb{K} \Rightarrow \alpha\lambda$  é um autovalor do operador linear  $\alpha\mathcal{F}$



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,  $\forall \alpha \in \mathbb{K} \Rightarrow \alpha\lambda$  é um autovalor do operador linear  $\alpha\mathcal{F}$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,  $\forall \alpha \in \mathbb{K} \Rightarrow \alpha\lambda$  é um autovalor do operador linear  $\alpha\mathcal{F}$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .

Isto é,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,  $\forall \alpha \in \mathbb{K} \Rightarrow \alpha\lambda$  é um autovalor do operador linear  $\alpha\mathcal{F}$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,  $\forall \alpha \in \mathbb{K} \Rightarrow \alpha\lambda$  é um autovalor do operador linear  $\alpha\mathcal{F}$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $\gamma$  um autovalor de  $\alpha\mathcal{F}$  temos,

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,  $\forall \alpha \in \mathbb{K} \Rightarrow \alpha\lambda$  é um autovalor do operador linear  $\alpha\mathcal{F}$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $\gamma$  um autovalor de  $\alpha\mathcal{F}$  temos,  
 $\mathcal{F}(v) = \lambda v$  e  $(\alpha\mathcal{F})(v) = \gamma v \Rightarrow$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,  $\forall \alpha \in \mathbb{K} \Rightarrow \alpha\lambda$  é um autovalor do operador linear  $\alpha\mathcal{F}$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $\gamma$  um autovalor de  $\alpha\mathcal{F}$  temos,  
 $\mathcal{F}(v) = \lambda v$  e  $(\alpha\mathcal{F})(v) = \gamma v \Rightarrow \alpha(\mathcal{F}(v)) = \gamma v \Rightarrow$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,  $\forall \alpha \in \mathbb{K} \Rightarrow \alpha\lambda$  é um autovalor do operador linear  $\alpha\mathcal{F}$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $\gamma$  um autovalor de  $\alpha\mathcal{F}$  temos,  
 $\mathcal{F}(v) = \lambda v$  e  $(\alpha\mathcal{F})(v) = \gamma v \Rightarrow \alpha(\mathcal{F}(v)) = \gamma v \Rightarrow \alpha(\lambda v) = \gamma v \Rightarrow$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,  $\forall \alpha \in \mathbb{K} \Rightarrow \alpha\lambda$  é um autovalor do operador linear  $\alpha\mathcal{F}$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $\gamma$  um autovalor de  $\alpha\mathcal{F}$  temos,  
 $\mathcal{F}(v) = \lambda v$  e  $(\alpha\mathcal{F})(v) = \gamma v \Rightarrow \alpha(\mathcal{F}(v)) = \gamma v \Rightarrow \alpha(\lambda v) = \gamma v \Rightarrow \alpha\lambda = \gamma \Rightarrow$



# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,  $\forall \alpha \in \mathbb{K} \Rightarrow \alpha\lambda$  é um autovalor do operador linear  $\alpha\mathcal{F}$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $\gamma$  um autovalor de  $\alpha\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \text{ e } (\alpha\mathcal{F})(v) = \gamma v \Rightarrow \alpha(\mathcal{F}(v)) = \gamma v \Rightarrow \alpha(\lambda v) = \gamma v \Rightarrow \alpha\lambda = \gamma \Rightarrow (\alpha\mathcal{F})(v) = \alpha\lambda v.$$

# Operador Linear

## Autovalores e Autovetores

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ ; e sejam  $\lambda \in \mathbb{K}$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $v \in \mathcal{V}$  um **autovetor** de  $\mathcal{F}$  associado ao autovalor  $\lambda$ .

Então,  $\forall \alpha \in \mathbb{K} \Rightarrow \alpha\lambda$  é um autovalor do operador linear  $\alpha\mathcal{F}$  correspondente ao **autovetor**  $v$ .

Isto é, considerando  $\lambda$  um autovalor de  $\mathcal{F}$  e  $\gamma$  um autovalor de  $\alpha\mathcal{F}$  temos,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v \text{ e } (\alpha\mathcal{F})(v) = \gamma v \Rightarrow \alpha(\mathcal{F}(v)) = \gamma v \Rightarrow \alpha(\lambda v) = \gamma v \Rightarrow \alpha\lambda = \gamma \Rightarrow (\alpha\mathcal{F})(v) = \alpha\lambda v.$$

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ),

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada, e

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada, e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ .

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada, e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Denominamos,

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada, e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Denominamos, **POLINÔMIO MINIMAL** de  $\mathcal{F}$



# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada, e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Denominamos, **POLINÔMIO MINIMAL** de  $\mathcal{F}$  e denotamos por,

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada, e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Denominamos, **POLINÔMIO MINIMAL** de  $\mathcal{F}$  e denotamos por,  $m_{\mathcal{F}}(\lambda)$ ,

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada, e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Denominamos, **POLINÔMIO MINIMAL** de  $\mathcal{F}$  e denotamos por,  $m_{\mathcal{F}}(\lambda)$ , o polinômio de **menor grau** tal que

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada, e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Denominamos, **POLINÔMIO MINIMAL** de  $\mathcal{F}$  e denotamos por,  $m_{\mathcal{F}}(\lambda)$ , o polinômio de **menor grau** tal que

$$m_{\mathcal{F}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0.$$

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita, ( $\dim(\mathcal{V}) = n$ ), sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada, e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Denominamos, **POLINÔMIO MINIMAL** de  $\mathcal{F}$  e denotamos por,  $m_{\mathcal{F}}(\lambda)$ , o polinômio de **menor grau** tal que

$$m_{\mathcal{F}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0.$$

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ , e

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ , e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada.



# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ , e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada.

Então,  $\mathcal{F}$  é **DIAGONALIZÁVEL**

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ , e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada.

Então,  $\mathcal{F}$  é **DIAGONALIZÁVEL** se, e somente se, o POLINÔMIO MINIMAL de  $\mathcal{F}$

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ , e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada.

Então,  $\mathcal{F}$  é **DIAGONALIZÁVEL** se, e somente se, o POLINÔMIO MINIMAL de  $\mathcal{F}$  é da forma

$$m_{\mathcal{F}}(\lambda) =$$

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ , e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada.

Então,  $\mathcal{F}$  é **DIAGONALIZÁVEL** se, e somente se, o POLINÔMIO MINIMAL de  $\mathcal{F}$  é da forma

$$m_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots (\lambda - \lambda_r);$$

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ , e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada.

Então,  $\mathcal{F}$  é **DIAGONALIZÁVEL** se, e somente se, o POLINÔMIO MINIMAL de  $\mathcal{F}$  é da forma

$$m_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots (\lambda - \lambda_r);$$

onde,  $\lambda_i \neq \lambda_j$ , se  $i \neq j$ .

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ , e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada.

Então,  $\mathcal{F}$  é **DIAGONALIZÁVEL** se, e somente se, o POLINÔMIO MINIMAL de  $\mathcal{F}$  é da forma

$$m_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots (\lambda - \lambda_r);$$

onde,  $\lambda_i \neq \lambda_j$ , se  $i \neq j$ .

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

TEOREMA(Cayley-Hamilton):

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

TEOREMA(Cayley-Hamilton):

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ , e



# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA(Cayley-Hamilton):

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ , e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada.

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA(Cayley-Hamilton):

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ , e

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada.

Então,

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA(Cayley-Hamilton):

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ , e

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada.

Então, o operador linear  $\mathcal{F}$  é um ZERO

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA(Cayley-Hamilton):

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ , e  $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada.

Então, o operador linear  $\mathcal{F}$  é um ZERO de seu polinômio característico,  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$ ,

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA(Cayley-Hamilton):

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ , e

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada.

Então, o operador linear  $\mathcal{F}$  é um ZERO de seu polinômio característico,  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$ , ou seja,

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA(Cayley-Hamilton):

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ , e

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada.

Então, o operador linear  $\mathcal{F}$  é um ZERO de seu polinômio característico,  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$ , ou seja,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0.$$

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA(Cayley-Hamilton):

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$ ,  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ , e

$\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  uma base ordenada.

Então, o operador linear  $\mathcal{F}$  é um ZERO de seu polinômio característico,  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$ , ou seja,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0.$$

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e



# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ .

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então,

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então, os polinômios **característico**,  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$ ,

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então, os polinômios **característico**,  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$ , e **minimal**,  $m_{\mathcal{F}}(\lambda)$ ,

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então, os polinômios **característico**,  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$ , e **minimal**,  $m_{\mathcal{F}}(\lambda)$ , possuem as **mesmas raízes**,

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então, os polinômios **característico**,  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$ , e **minimal**,  $m_{\mathcal{F}}(\lambda)$ , possuem as **mesmas raízes**, a menos da multiplicidade de cada raiz.

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então, os polinômios **característico**,  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$ , e **minimal**,  $m_{\mathcal{F}}(\lambda)$ , possuem as **mesmas raízes**, a menos da multiplicidade de cada raiz.

Note que,

$$m_{\mathcal{F}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0.$$

# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então, os polinômios **característico**,  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$ , e **minimal**,  $m_{\mathcal{F}}(\lambda)$ , possuem as **mesmas raízes**, a menos da multiplicidade de cada raiz.

Note que,

$$m_{\mathcal{F}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0.$$

e

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0.$$



# Operadores Diagonalizáveis

## Polinômio Minimal

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Então, os polinômios **característico**,  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$ , e **minimal**,  $m_{\mathcal{F}}(\lambda)$ , possuem as **mesmas raízes**, a menos da multiplicidade de cada raiz.

Note que,

$$m_{\mathcal{F}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0.$$

e

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0.$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 =$$



# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) =$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

então,

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

então,

$$\mathcal{P}_1(\lambda) = (3 - \lambda)$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

então,

$$\mathcal{P}_1(\lambda) = (3 - \lambda)$$

$$\mathcal{P}_2(\lambda) = (3 - \lambda)^2$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

então,

$$\mathcal{P}_1(\lambda) = (3 - \lambda)$$

$$\mathcal{P}_2(\lambda) = (3 - \lambda)^2$$

$$\mathcal{P}_3(\lambda) = (3 - \lambda)^3$$



# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

então,

$$\mathcal{P}_1(\lambda) = (3 - \lambda)$$

$$\mathcal{P}_2(\lambda) = (3 - \lambda)^2$$

$$\mathcal{P}_3(\lambda) = (3 - \lambda)^3$$

verificando o polinômio que **anula** a matriz canônica:

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

então,

$$\mathcal{P}_1(\lambda) = (3 - \lambda)$$

$$\mathcal{P}_2(\lambda) = (3 - \lambda)^2$$

$$\mathcal{P}_3(\lambda) = (3 - \lambda)^3$$

verificando o polinômio que **anula** a matriz canônica:

$$\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) =$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

então,

$$\mathcal{P}_1(\lambda) = (3 - \lambda)$$

$$\mathcal{P}_2(\lambda) = (3 - \lambda)^2$$

$$\mathcal{P}_3(\lambda) = (3 - \lambda)^3$$

verificando o polinômio que **anula** a matriz canônica:

$$\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) = (3\mathcal{I}_3 - [\mathcal{F}])$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

então,

$$\mathcal{P}_1(\lambda) = (3 - \lambda)$$

$$\mathcal{P}_2(\lambda) = (3 - \lambda)^2$$

$$\mathcal{P}_3(\lambda) = (3 - \lambda)^3$$

verificando o polinômio que **anula** a matriz canônica:

$$\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) = (3\mathcal{I}_3 - [\mathcal{F}]) = 0$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

então,

$$\mathcal{P}_1(\lambda) = (3 - \lambda)$$

$$\mathcal{P}_2(\lambda) = (3 - \lambda)^2$$

$$\mathcal{P}_3(\lambda) = (3 - \lambda)^3$$

verificando o polinômio que **anula** a matriz canônica:

$$\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) = (3\mathcal{I}_3 - [\mathcal{F}]) = 0$$

$$\Rightarrow m_{\mathcal{F}}(\lambda) = \mathcal{P}_1([\mathcal{F}])$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

então,

$$\mathcal{P}_1(\lambda) = (3 - \lambda)$$

$$\mathcal{P}_2(\lambda) = (3 - \lambda)^2$$

$$\mathcal{P}_3(\lambda) = (3 - \lambda)^3$$

verificando o polinômio que **anula** a matriz canônica:

$$\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) = (3\mathcal{I}_3 - [\mathcal{F}]) = 0$$

$$\Rightarrow m_{\mathcal{F}}(\lambda) = \mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) \Rightarrow \mathcal{F} \text{ é um operador Diagonalizável}$$

# Operador Linear

## Operador Diagonalizável

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

então,

$$\mathcal{P}_1(\lambda) = (3 - \lambda)$$

$$\mathcal{P}_2(\lambda) = (3 - \lambda)^2$$

$$\mathcal{P}_3(\lambda) = (3 - \lambda)^3$$

verificando o polinômio que **anula** a matriz canônica:

$$\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) = (3\mathcal{I}_3 - [\mathcal{F}]) = 0$$

$$\Rightarrow m_{\mathcal{F}}(\lambda) = \mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) \Rightarrow \mathcal{F} \text{ é um operador Diagonalizável}$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e



# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - 2)$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 2)$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 2;$$



# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) =$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2; \quad m_a(\lambda_3) =$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2; \quad m_a(\lambda_3) = 1.$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2; \quad m_a(\lambda_3) = 1.$$

Candidatos ao POLINÔMIO MINIMAL:

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2; \quad m_a(\lambda_3) = 1.$$

Candidatos ao POLINÔMIO MINIMAL:

$$\mathcal{P}_1(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 4)$$



# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2; \quad m_a(\lambda_3) = 1.$$

Candidatos ao POLINÔMIO MINIMAL:

$$\mathcal{P}_1(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

$$\mathcal{P}_2(\lambda) = (\lambda - 2)^2(\lambda - 4)$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2; \quad m_a(\lambda_3) = 1.$$

Candidatos ao POLINÔMIO MINIMAL:

$$\mathcal{P}_1(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

$$\mathcal{P}_2(\lambda) = (\lambda - 2)^2(\lambda - 4)$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Verificando se os polinômios anulam a matriz canônica:

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

EXEMPLO:

Verificando se os polinômios anulam a matriz canônica:

$$\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) =$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Verificando se os polinômios anulam a matriz canônica:

$$\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) = ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3)$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Verificando se os polinômios anulam a matriz canônica:

$$\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) = ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3) \\ \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Verificando se os polinômios anulam a matriz canônica:

$$\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) = ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3)$$

$$\left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Verificando se os polinômios anulam a matriz canônica:

$$\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) = ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3)$$

$$\begin{aligned} & \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$



# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Verificando se os polinômios anulam a matriz canônica:

$$\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) = ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3)$$

$$\begin{aligned} & \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathcal{P}_2([\mathcal{F}]) =$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Verificando se os polinômios anulam a matriz canônica:

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) &= ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\mathcal{P}_2([\mathcal{F}]) = ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)^2([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3)$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Verificando se os polinômios anulam a matriz canônica:

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) &= ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_2([\mathcal{F}]) &= ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)^2([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^2\end{aligned}$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Verificando se os polinômios anulam a matriz canônica:

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) &= ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_2([\mathcal{F}]) &= ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)^2([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^2 \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)\end{aligned}$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Verificando se os polinômios anulam a matriz canônica:

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) &= ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_2([\mathcal{F}]) &= ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)^2([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^2 \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Verificando se os polinômios anulam a matriz canônica:

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) &= ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_2([\mathcal{F}]) &= ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)^2([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^2 \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \mathcal{P}_2([\mathcal{F}]) &\text{ é o } \mathbf{\text{polinômio minimal}}\end{aligned}$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Verificando se os polinômios anulam a matriz canônica:

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) &= ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_2([\mathcal{F}]) &= ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)^2([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^2 \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \mathcal{P}_2([\mathcal{F}]) &\text{ é o } \mathbf{\text{polinômio minimal}} \Rightarrow \mathcal{F} \text{ não é um operador Diagonalizável !}\end{aligned}$$

# Operador Diagonalizável

## Polinômio Minimal

### EXEMPLO:

Verificando se os polinômios anulam a matriz canônica:

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_1([\mathcal{F}]) &= ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_2([\mathcal{F}]) &= ([\mathcal{F}] - 2\mathcal{I}_3)^2([\mathcal{F}] - 4\mathcal{I}_3) \\ &= \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^2 \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \mathcal{P}_2([\mathcal{F}]) &\text{ é o } \mathbf{\text{polinômio minimal}} \Rightarrow \mathcal{F} \text{ não é um operador Diagonalizável !}\end{aligned}$$



# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e

# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ .

# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Denominamos de **BLOCO DE JORDAN**  $r \times r$  em  $\lambda$ ,

# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Denominamos de **BLOCO DE JORDAN**  $r \times r$  em  $\lambda$ , a matriz denotada por  $J_r(\lambda) \in \mathcal{M}_r(\mathbb{K})$

# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Denominamos de **BLOCO DE JORDAN**  $r \times r$  em  $\lambda$ , a matriz denotada por  $J_r(\lambda) \in \mathcal{M}_r(\mathbb{K})$  que tem  $\lambda$  na DIAGONAL PRINCIPAL

# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Denominamos de **BLOCO DE JORDAN**  $r \times r$  em  $\lambda$ , a matriz denotada por  $J_r(\lambda) \in \mathcal{M}_r(\mathbb{K})$  que tem  $\lambda$  na **DIAGONAL PRINCIPAL** e **1** em toda diagonal **acima** da principal;

# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Denominamos de **BLOCO DE JORDAN**  $r \times r$  em  $\lambda$ , a matriz denotada por  $J_r(\lambda) \in \mathcal{M}_r(\mathbb{K})$  que tem  $\lambda$  na **DIAGONAL PRINCIPAL** e **1** em toda diagonal **acima** da principal;

$$J_r(\lambda) =$$

# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Denominamos de **BLOCO DE JORDAN**  $r \times r$  em  $\lambda$ , a matriz denotada por  $J_r(\lambda) \in \mathcal{M}_r(\mathbb{K})$  que tem  $\lambda$  na **DIAGONAL PRINCIPAL** e **1** em toda diagonal **acima** da principal;

$$J_r(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda & 1 \\ 0 & \dots & 0 & \lambda \end{pmatrix}.$$



# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### DEFINIÇÃO:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ . Denominamos de **BLOCO DE JORDAN**  $r \times r$  em  $\lambda$ , a matriz denotada por  $J_r(\lambda) \in \mathcal{M}_r(\mathbb{K})$  que tem  $\lambda$  na **DIAGONAL PRINCIPAL** e **1** em toda diagonal **acima** da principal;

$$J_r(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda & 1 \\ 0 & \dots & 0 & \lambda \end{pmatrix}.$$

# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e

# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$

# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$  tal que

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) =$$

# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$  tal que

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{m_1} \dots (\lambda - \lambda_r)^{m_r};$$

# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$  tal que  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{m_1} \dots (\lambda - \lambda_r)^{m_r}$ ;  $m_i \geq 1$  e  $\lambda_i \neq \lambda_j$ , se  $i \neq j$ .

# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$  tal que  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{m_1} \dots (\lambda - \lambda_r)^{m_r}$ ;  $m_i \geq 1$  e  $\lambda_i \neq \lambda_j$ , se  $i \neq j$ .  
Então,

# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$  tal que  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{m_1} \dots (\lambda - \lambda_r)^{m_r}$ ;  $m_i \geq 1$  e  $\lambda_i \neq \lambda_j$ , se  $i \neq j$ .  
Então,

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_{\lambda_1} \oplus \mathcal{V}_{\lambda_2} \oplus \dots \oplus \mathcal{V}_{\lambda_r};$$



# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$  tal que  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{m_1} \dots (\lambda - \lambda_r)^{m_r}$ ;  $m_i \geq 1$  e  $\lambda_i \neq \lambda_j$ , se  $i \neq j$ .  
Então,

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_{\lambda_1} \oplus \mathcal{V}_{\lambda_2} \oplus \dots \oplus \mathcal{V}_{\lambda_r};$$

$$\dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda_1}) + \dim(\mathcal{V}_{\lambda_2}) + \dots + \dim(\mathcal{V}_{\lambda_r}).$$

# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$  tal que  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{m_1} \dots (\lambda - \lambda_r)^{m_r}$ ;  $m_i \geq 1$  e  $\lambda_i \neq \lambda_j$ , se  $i \neq j$ .  
Então,

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_{\lambda_1} \oplus \mathcal{V}_{\lambda_2} \oplus \dots \oplus \mathcal{V}_{\lambda_r};$$

$$\dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda_1}) + \dim(\mathcal{V}_{\lambda_2}) + \dots + \dim(\mathcal{V}_{\lambda_r}).$$

onde,  $\dim(\mathcal{V}_{\lambda_i}) = m_i$ ;  $i = 1, \dots, r$ ;

# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$  tal que  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{m_1} \dots (\lambda - \lambda_r)^{m_r}$ ;  $m_i \geq 1$  e  $\lambda_i \neq \lambda_j$ , se  $i \neq j$ .  
Então,

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_{\lambda_1} \oplus \mathcal{V}_{\lambda_2} \oplus \dots \oplus \mathcal{V}_{\lambda_r};$$

$$\dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda_1}) + \dim(\mathcal{V}_{\lambda_2}) + \dots + \dim(\mathcal{V}_{\lambda_r}).$$

onde,  $\dim(\mathcal{V}_{\lambda_i}) = m_i$ ;  $i = 1, \dots, r$ ;

$$n = m_1 + m_2 + \dots + m_r.$$

# Operadores Diagonalizáveis

## Forma de Jordan

### TEOREMA:

Sejam  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo  $\mathbb{K}$  e  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$  tal que  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{m_1} \dots (\lambda - \lambda_r)^{m_r}$ ;  $m_i \geq 1$  e  $\lambda_i \neq \lambda_j$ , se  $i \neq j$ .  
Então,

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_{\lambda_1} \oplus \mathcal{V}_{\lambda_2} \oplus \dots \oplus \mathcal{V}_{\lambda_r};$$

$$\dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda_1}) + \dim(\mathcal{V}_{\lambda_2}) + \dots + \dim(\mathcal{V}_{\lambda_r}).$$

onde,  $\dim(\mathcal{V}_{\lambda_i}) = m_i$ ;  $i = 1, \dots, r$ ;

$$n = m_1 + m_2 + \dots + m_r.$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0$$



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 =$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) =$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda)$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) =$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$$m_a(\lambda) =$$



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F} \text{ é um operador Diagonalizável}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F}$  é um operador Diagonalizável portanto,

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F}$  é um operador Diagonalizável portanto,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{v_1, v_2, v_3\}$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F}$  é um operador Diagonalizável portanto,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{v_1, v_2, v_3\}$  é uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ .

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F}$  é um operador Diagonalizável portanto,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{v_1, v_2, v_3\}$  é uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ .

E, neste caso,

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F}$  é um operador Diagonalizável portanto,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{v_1, v_2, v_3\}$  é uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ .

E, neste caso,

$$[\mathcal{F}] = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} =$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F}$  é um operador Diagonalizável portanto,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{v_1, v_2, v_3\}$  é uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ .

E, neste caso,

$$[\mathcal{F}] = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = J_3;$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F}$  é um operador Diagonalizável portanto,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{v_1, v_2, v_3\}$  é uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ .

E, neste caso,

$$[\mathcal{F}] = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = J_3; P = I_3 \text{ para } \beta_{\mathbb{R}^3} \text{ sendo a base canônica.}$$



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$ .

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Note que,

$m_a(\lambda) = m_g(\lambda) \Rightarrow \mathcal{F}$  é um operador Diagonalizável portanto,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{v_1, v_2, v_3\}$  é uma base de  $\mathcal{V}$  formada por autovetores de  $\mathcal{F}$ .

E, neste caso,

$$[\mathcal{F}] = [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = J_3; P = I_3 \text{ para } \beta_{\mathbb{R}^3} \text{ sendo a base canônica.}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) =$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\}$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\}$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1$



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) =$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ .

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\}$



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\}$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

$\Rightarrow$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_3) = m_g(\lambda = 4)$ .

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_3) = m_g(\lambda = 4)$ .

logo;  $\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}}$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_3) = m_g(\lambda = 4)$ .

logo;  $\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, -1), (1, -1, 1)\}$



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_3) = m_g(\lambda = 4)$ .

logo;  $\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, -1), (1, -1, 1)\} \neq \beta_{\mathbb{R}^3}$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_3) = m_g(\lambda = 4)$ .

logo;  $\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, -1), (1, -1, 1)\} \neq \beta_{\mathbb{R}^3} \Rightarrow$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_3) = m_g(\lambda = 4)$ .

logo;  $\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, -1), (1, -1, 1)\} \neq \beta_{\mathbb{R}^3} \Rightarrow \mathcal{F}$  não é um operador Diagonalizável !

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

### EXEMPLO:

Seja  $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$  e seja  $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

Verifique se  $\mathcal{F}$  é DIAGONALIZÁVEL.

Determinamos,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ ;  $\lambda_3 = 4$  os AUTOVALORES de  $\mathcal{F}$ .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$ ; com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_1) \neq m_g(\lambda = 2)$ .

e  $m_a(\lambda_3) = 1$ . com AUTO-ESPAÇO:  $\mathcal{V}_{(\lambda_3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$ .

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$ .

$\Rightarrow m_a(\lambda_3) = m_g(\lambda = 4)$ .

logo;  $\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} \cup \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, -1), (1, -1, 1)\} \neq \beta_{\mathbb{R}^3} \Rightarrow \mathcal{F}$  não é um operador Diagonalizável !

# Operador Diagonalizável

Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2;$$



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) =$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1.$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1.$$

$$m_a(\lambda_3) =$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1.$$

$$m_a(\lambda_3) = 1.$$



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1.$$

$$m_a(\lambda_3) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1.$$

$$m_a(\lambda_3) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1.$$

$$m_a(\lambda_3) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1.$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1.$$

$$m_a(\lambda_3) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$$m_g(\lambda_1) = 1 \Rightarrow$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1.$$

$$m_a(\lambda_3) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$$m_g(\lambda_1) = 1 \Rightarrow \text{um bloco com o autovalor } \lambda_1 = 2$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1.$$

$$m_a(\lambda_3) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$m_g(\lambda_1) = 1 \Rightarrow$  **um bloco com o autovalor  $\lambda_1 = 2$**  na diagonal principal; e

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1.$$

$$m_a(\lambda_3) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$$m_g(\lambda_1) = 1 \Rightarrow \text{um bloco com o autovalor } \lambda_1 = 2 \text{ na diagonal principal; e}$$

$$m_g(\lambda_3) = 1 \Rightarrow$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1.$$

$$m_a(\lambda_3) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$$m_g(\lambda_1) = 1 \Rightarrow \text{um bloco com o autovalor } \lambda_1 = 2 \text{ na diagonal principal; e}$$

$$m_g(\lambda_3) = 1 \Rightarrow \text{um bloco com o autovalor } \lambda_3 = 4$$



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1.$$

$$m_a(\lambda_3) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$$m_g(\lambda_1) = 1 \Rightarrow \text{um bloco com o autovalor } \lambda_1 = 2 \text{ na diagonal principal; e}$$

$$m_g(\lambda_3) = 1 \Rightarrow \text{um bloco com o autovalor } \lambda_3 = 4 \text{ na diagonal principal.}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1.$$

$$m_a(\lambda_3) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$m_g(\lambda_1) = 1 \Rightarrow$  **um bloco com o autovalor  $\lambda_1 = 2$**  na diagonal principal; e

$m_g(\lambda_3) = 1 \Rightarrow$  **um bloco com o autovalor  $\lambda_3 = 4$**  na diagonal principal.

Portanto, temos as seguintes possibilidades para  $r = 2$ :

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tal que;  $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$ .

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 1.$$

$$m_a(\lambda_3) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_3)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_3)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$m_g(\lambda_1) = 1 \Rightarrow$  **um bloco com o autovalor**  $\lambda_1 = 2$  na diagonal principal; e

$m_g(\lambda_3) = 1 \Rightarrow$  **um bloco com o autovalor**  $\lambda_3 = 4$  na diagonal principal.

Portanto, temos as seguintes possibilidades para  $r = 2$ :

$$J_2(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \begin{bmatrix} 4 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \text{ ou } J_2(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_2(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (x, y, z), (1, -1, 1)\}$ ;

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_2(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (x, y, z), (1, -1, 1)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^3}$ .

Então,

$$[F]P =$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_2(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (x, y, z), (1, -1, 1)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^3}$ .

Então,

$$[F]P = PJ_2 \Rightarrow$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_2(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \begin{bmatrix} 4 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (x, y, z), (1, -1, 1)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^3}$ .

Então,

$$[\mathcal{F}]P = PJ_2 \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_2(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \begin{bmatrix} 4 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (x, y, z), (1, -1, 1)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^3}$ .

Então,

$$[\mathcal{F}]P = PJ_2 \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix}$$



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_2(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \begin{bmatrix} 4 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (x, y, z), (1, -1, 1)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^3}$ .

Então,

$$[F]P = PJ_2 \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_2(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \begin{bmatrix} 4 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (x, y, z), (1, -1, 1)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^3}$ .

Então,

$$[F]P = PJ_2 \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \begin{bmatrix} 4 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_2(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \begin{bmatrix} 4 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (x, y, z), (1, -1, 1)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^3}$ .

Então,

$$[F]P = PJ_2 \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \begin{bmatrix} 4 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Resolvendo o SISTEMA LINEAR acima, obtemos:

$$x = z = 0 \text{ e } y = -1$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_2(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (x, y, z), (1, -1, 1)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^3}$ .

Então,

$$[F]P = PJ_2 \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix}$$

Resolvendo o SISTEMA LINEAR acima, obtemos:

$$x = z = 0 \text{ e } y = -1 \Rightarrow v = (0, -1, 0).$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_2(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (x, y, z), (1, -1, 1)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^3}$ .

Então,

$$[F]P = PJ_2 \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix}$$

Resolvendo o SISTEMA LINEAR acima, obtemos:

$x = z = 0$  e  $y = -1 \Rightarrow v = (0, -1, 0)$ .

Assim,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (0, -1, 0), (1, -1, 1)\}$ .

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_2(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (x, y, z), (1, -1, 1)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^3}$ .

Então,

$$[F]P = PJ_2 \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix}$$

Resolvendo o SISTEMA LINEAR acima, obtemos:

$x = z = 0$  e  $y = -1 \Rightarrow v = (0, -1, 0)$ .

Assim,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (0, -1, 0), (1, -1, 1)\}$ .

Note que o SISTEMA LINEAR **foi compatível**

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_2(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (x, y, z), (1, -1, 1)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^3}$ .

Então,

$$[F]P = PJ_2 \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix}$$

Resolvendo o SISTEMA LINEAR acima, obtemos:

$x = z = 0$  e  $y = -1 \Rightarrow v = (0, -1, 0)$ .

Assim,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (0, -1, 0), (1, -1, 1)\}$ .

Note que o SISTEMA LINEAR **foi compatível** e por isso, concluímos que a outra possibilidade

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_2(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (x, y, z), (1, -1, 1)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^3}$ .

Então,

$$[F]P = PJ_2 \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix}$$

Resolvendo o SISTEMA LINEAR acima, obtemos:

$$x = z = 0 \text{ e } y = -1 \Rightarrow v = (0, -1, 0).$$

$$\text{Assim, } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (0, -1, 0), (1, -1, 1)\}.$$

Note que o SISTEMA LINEAR **foi compatível** e por isso, concluímos que a outra possibilidade da forma de Jordan resultaria em um sistema **não compatível**.



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_2(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (x, y, z), (1, -1, 1)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^3}$ .

Então,

$$[F]P = PJ_2 \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ -1 & y & -1 \\ -1 & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix}$$

Resolvendo o SISTEMA LINEAR acima, obtemos:

$$x = z = 0 \text{ e } y = -1 \Rightarrow v = (0, -1, 0).$$

$$\text{Assim, } \beta_{\mathbb{R}^3} = \{(1, -1, -1), (0, -1, 0), (1, -1, 1)\}.$$

Note que o SISTEMA LINEAR **foi compatível** e por isso, concluímos que a outra possibilidade da forma de Jordan resultaria em um sistema **não compatível**.

# Operador Diagonalizável

Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$  tal que;

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: : } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2;$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: : } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: : } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) =$$



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: : } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: : } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 2$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 2 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 2.$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}(\lambda_1)} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}(\lambda_1)) = 2 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 2.$$

$$m_a(\lambda_4) =$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}(\lambda_1)} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}(\lambda_1)) = 2 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 2.$$

$$m_a(\lambda_4) = 1.$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 2 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 2.$$

$$m_a(\lambda_4) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_4)}} = \{(0, 0, 1, -4)\}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 2 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 2.$$

$$m_a(\lambda_4) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_4)}} = \{(0, 0, 1, -4)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_4)}) = 1$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 2 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 2.$$

$$m_a(\lambda_4) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_4)}} = \{(0, 0, 1, -4)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_4)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = -3) = 1.$$



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 2 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 2.$$

$$m_a(\lambda_4) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_4)}} = \{(0, 0, 1, -4)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_4)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = -3) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$$m_g(\lambda_1) = 2 \Rightarrow$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 2 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 2.$$

$$m_a(\lambda_4) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_4)}} = \{(0, 0, 1, -4)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_4)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = -3) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$$m_g(\lambda_1) = 2 \Rightarrow \text{dois blocos com o autovalor } \lambda_1 = 2$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 2 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 2.$$

$$m_a(\lambda_4) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_4)}} = \{(0, 0, 1, -4)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_4)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = -3) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$m_g(\lambda_1) = 2 \Rightarrow$  **dois blocos com o autovalor  $\lambda_1 = 2$**  na diagonal principal; e

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 2 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 2.$$

$$m_a(\lambda_4) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_4)}} = \{(0, 0, 1, -4)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_4)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = -3) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$$m_g(\lambda_1) = 2 \Rightarrow \text{dois blocos com o autovalor } \lambda_1 = 2 \text{ na diagonal principal; e}$$

$$m_g(\lambda_4) = 1 \Rightarrow$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 2 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 2.$$

$$m_a(\lambda_4) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_4)}} = \{(0, 0, 1, -4)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_4)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = -3) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$$m_g(\lambda_1) = 2 \Rightarrow \text{dois blocos com o autovalor } \lambda_1 = 2 \text{ na diagonal principal; e}$$

$$m_g(\lambda_4) = 1 \Rightarrow \text{um bloco com o autovalor } \lambda_4 = -3$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 2 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 2.$$

$$m_a(\lambda_4) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_4)}} = \{(0, 0, 1, -4)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_4)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = -3) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$$m_g(\lambda_1) = 2 \Rightarrow \text{dois blocos com o autovalor } \lambda_1 = 2 \text{ na diagonal principal; e}$$

$$m_g(\lambda_4) = 1 \Rightarrow \text{um bloco com o autovalor } \lambda_4 = -3 \text{ na diagonal principal.}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 2 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 2.$$

$$m_a(\lambda_4) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_4)}} = \{(0, 0, 1, -4)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_4)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = -3) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$m_g(\lambda_1) = 2 \Rightarrow$  **dois blocos com o autovalor**  $\lambda_1 = 2$  na diagonal principal; e

$m_g(\lambda_4) = 1 \Rightarrow$  **um bloco com o autovalor**  $\lambda_4 = -3$  na diagonal principal.

Portanto, temos as seguintes possibilidades para  $r = 3$ :

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } : \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_1)}} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_1)}) = 2 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 2.$$

$$m_a(\lambda_4) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda_4)}} = \{(0, 0, 1, -4)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda_4)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = -3) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$$m_g(\lambda_1) = 2 \Rightarrow \text{dois blocos com o autovalor } \lambda_1 = 2 \text{ na diagonal principal; e}$$

$$m_g(\lambda_4) = 1 \Rightarrow \text{um bloco com o autovalor } \lambda_4 = -3 \text{ na diagonal principal.}$$

Portanto, temos as seguintes possibilidades para  $r = 3$ :

$$J_3(\lambda) =$$



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}(\lambda_1)} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}(\lambda_1)) = 2 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 2.$$

$$m_a(\lambda_4) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}(\lambda_4)} = \{(0, 0, 1, -4)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}(\lambda_4)) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_4) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$m_g(\lambda_1) = 2 \Rightarrow$  **dois blocos com o autovalor**  $\lambda_1 = 2$  na diagonal principal; e

$m_g(\lambda_4) = 1 \Rightarrow$  **um bloco com o autovalor**  $\lambda_4 = -3$  na diagonal principal.

Portanto, temos as seguintes possibilidades para  $r = 3$ :

$$J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4) \text{ tal que; } [\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{AUTOVALORES: } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2; \lambda_4 = -3.$$

$$m_a(\lambda_1) = 3;$$

$$\beta_{\mathcal{V}(\lambda_1)} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}(\lambda_1)) = 2 \Rightarrow m_g(\lambda_1) = 2.$$

$$m_a(\lambda_4) = 1.$$

$$\beta_{\mathcal{V}(\lambda_4)} = \{(0, 0, 1, -4)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}(\lambda_4)) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda_4) = 1.$$

Para obtermos a **matriz diagonal** na FORMA DE JORDAN temos que;

$m_g(\lambda_1) = 2 \Rightarrow$  **dois blocos com o autovalor**  $\lambda_1 = 2$  na diagonal principal; e

$m_g(\lambda_4) = 1 \Rightarrow$  **um bloco com o autovalor**  $\lambda_4 = -3$  na diagonal principal.

Portanto, temos as seguintes possibilidades para  $r = 3$ :

$$J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) =$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4), (x, y, z, w)\}$ ;

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4), (x, y, z, w)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[J]P =$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4), (x, y, z, w)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[F]P = PJ_3 \Rightarrow$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4), (x, y, z, w)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[F]P = PJ_3 \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4), (x, y, z, w)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[F]P = PJ_3 \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & y \\ 0 & 1 & 1 & z \\ 0 & 1 & -4 & w \end{bmatrix}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4), (x, y, z, w)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[F]P = PJ_3 \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & y \\ 0 & 1 & 1 & z \\ 0 & 1 & -4 & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & y \\ 0 & 1 & 1 & z \\ 0 & 1 & -4 & w \end{bmatrix}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4), (x, y, z, w)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[F]P = PJ_3 \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & y \\ 0 & 1 & 1 & z \\ 0 & 1 & -4 & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & y \\ 0 & 1 & 1 & z \\ 0 & 1 & -4 & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4), (x, y, z, w)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[F]P = PJ_3 \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & y \\ 0 & 1 & 1 & z \\ 0 & 1 & -4 & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & y \\ 0 & 1 & 1 & z \\ 0 & 1 & -4 & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Resolvendo o SISTEMA LINEAR acima encontramos que o sistema é incompatível!

Por isso, devemos verificar a outra possibilidade

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4), (x, y, z, w)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[F]P = PJ_3 \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & y \\ 0 & 1 & 1 & z \\ 0 & 1 & -4 & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & y \\ 0 & 1 & 1 & z \\ 0 & 1 & -4 & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Resolvendo o SISTEMA LINEAR acima encontramos que o sistema é incompatível!

Por isso, devemos verificar a outra possibilidade da forma de Jordan.

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4), (x, y, z, w)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[F]P = PJ_3 \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & y \\ 0 & 1 & 1 & z \\ 0 & 1 & -4 & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & y \\ 0 & 1 & 1 & z \\ 0 & 1 & -4 & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Resolvendo o SISTEMA LINEAR acima encontramos que o sistema é incompatível!

Por isso, devemos verificar a outra possibilidade da forma de Jordan.

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \left[ \begin{array}{cc|cc} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix} \end{array} \right]$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \left[ \begin{array}{cc|cc} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix} \end{array} \right]$



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (x, y, z, w), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4)\};$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (x, y, z, w), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[F]P =$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (x, y, z, w), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[F]P = PJ_3 \Rightarrow$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (x, y, z, w), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[F]P = PJ_3 \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (x, y, z, w), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[F]P = PJ_3 \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 & 0 \\ 0 & z & 1 & 1 \\ 0 & w & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (x, y, z, w), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[F]P = PJ_3 \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 & 0 \\ 0 & z & 1 & 1 \\ 0 & w & 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 & 0 \\ 0 & z & 1 & 1 \\ 0 & w & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (x, y, z, w), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[F]P = PJ_3 \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 & 0 \\ 0 & z & 1 & 1 \\ 0 & w & 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 & 0 \\ 0 & z & 1 & 1 \\ 0 & w & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (x, y, z, w), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[F]P = PJ_3 \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 & 0 \\ 0 & z & 1 & 1 \\ 0 & w & 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 & 0 \\ 0 & z & 1 & 1 \\ 0 & w & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Resolvendo o SISTEMA LINEAR acima encontramos que o sistema é compatível:

$x = z = w = 0$  e  $y = 1$



# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (x, y, z, w), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[F]P = PJ_3 \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 & 0 \\ 0 & z & 1 & 1 \\ 0 & w & 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 & 0 \\ 0 & z & 1 & 1 \\ 0 & w & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Resolvendo o SISTEMA LINEAR acima encontramos que o sistema é compatível:

$x = z = w = 0$  e  $y = 1$

$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4)\}$ .

# Operador Diagonalizável

## Forma de Jordan

EXEMPLO:

Verificando a primeira forma de Jordan:  $J_3(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

e assim,  $\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (x, y, z, w), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4)\}$ ; sendo cada coluna da matriz invertível  $P$  formada pelas coordenadas dos autovetores de  $\beta_{\mathbb{R}^4}$ .

Então,  $[F]P = PJ_3 \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 & 0 \\ 0 & z & 1 & 1 \\ 0 & w & 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 & 0 \\ 0 & z & 1 & 1 \\ 0 & w & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Resolvendo o SISTEMA LINEAR acima encontramos que o sistema é compatível:

$x = z = w = 0$  e  $y = 1$

$\beta_{\mathbb{R}^4} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, -4)\}$ .