



Universidade Federal da Bahia - UFBA
Instituto de Matemática e Estatística - IME
Departamento de Matemática



MAT A07 - Álgebra Linear A

Aula 22

Transformações Lineares:
Isomorfismo, Autovalores e Autovetores



Professora: Isamara C. Alves

Data: 27/05/2021

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$,

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que $\mathcal{F}(x, y, z, w) =$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que

$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$;

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que

$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3;$$

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que

$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3;$$

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Encontre, as transformações lineares:

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que

$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3;$$

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Encontre, as transformações lineares:
(5 \mathcal{F}),

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que

$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3;$$

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Encontre, as transformações lineares:

$$(5\mathcal{F}), (\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}),$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que

$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3;$$

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Encontre, as transformações lineares:

$$(5\mathcal{F}), (\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}), (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}),$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que

$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3;$$

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Encontre, as transformações lineares:

$$(5\mathcal{F}), (\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}), (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}), \mathcal{H}^{-1} \text{ e } (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}.$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que

$$\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3;$$

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Encontre, as transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$.
2. Determine uma base e a dimensão do NÚCLEO e da IMAGEM das seguintes transformações lineares:

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Encontre, as transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$.
2. Determine uma base e a dimensão do NÚCLEO e da IMAGEM das seguintes transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$,

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Encontre, as transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$.
2. Determine uma base e a dimensão do NÚCLEO e da IMAGEM das seguintes transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$,

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Encontre, as transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$.
2. Determine uma base e a dimensão do NÚCLEO e da IMAGEM das seguintes transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} , $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$ e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$.

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Encontre, as transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$.
2. Determine uma base e a dimensão do NÚCLEO e da IMAGEM das seguintes transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} , $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$ e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$.
3. Classifique as transformações lineares abaixo em INJETORA, SOBREJETORA, BIJETORA:

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Encontre, as transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$.
2. Determine uma base e a dimensão do NÚCLEO e da IMAGEM das seguintes transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} , $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$ e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$.
3. Classifique as transformações lineares abaixo em INJETORA, SOBREJETORA, BIJETORA:
(utilize o núcleo e a imagem destas transformações)

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Encontre, as transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$.
2. Determine uma base e a dimensão do NÚCLEO e da IMAGEM das seguintes transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} , $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$ e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$.
3. Classifique as transformações lineares abaixo em INJETORA, SOBREJETORA, BIJETORA:
(utilize o núcleo e a imagem destas transformações)
 $(5\mathcal{F})$,

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Encontre, as transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$.
2. Determine uma base e a dimensão do NÚCLEO e da IMAGEM das seguintes transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} , $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$ e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$.
3. Classifique as transformações lineares abaixo em INJETORA, SOBREJETORA, BIJETORA:
(utilize o núcleo e a imagem destas transformações)
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$,

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Encontre, as transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$.
2. Determine uma base e a dimensão do NÚCLEO e da IMAGEM das seguintes transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} , $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$ e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$.
3. Classifique as transformações lineares abaixo em INJETORA, SOBREJETORA, BIJETORA:
(utilize o núcleo e a imagem destas transformações)
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} , $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$ e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$.

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS:

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$, tais que $\mathcal{F}(x, y, z, w) = x - yt + wt^2 - zt^3$;

$$\mathcal{G}(e_1) = e_1 + e_3; \mathcal{G}(e_2) = -e_4; \mathcal{G}(e_3) = 2e_1; \mathcal{G}(e_4) = e_3 + e_4; \text{ e } [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Encontre, as transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$.
2. Determine uma base e a dimensão do NÚCLEO e da IMAGEM das seguintes transformações lineares:
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} , $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$ e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$.
3. Classifique as transformações lineares abaixo em INJETORA, SOBREJETORA, BIJETORA:
(utilize o núcleo e a imagem destas transformações)
 $(5\mathcal{F})$, $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})$, \mathcal{H}^{-1} , $(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})^{-1}$ e $(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})$.

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$,

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \\ a_0 - a_1 - a_2 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \\ a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \\ a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \\ a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \\ a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \\ a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \\ a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \\ a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}(a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \\ a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})(x, y, z, w) =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \\ a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})(x, y, z, w) = \mathcal{H}(\mathcal{F}(x, y, z, w)) =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \\ a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})(x, y, z, w) = \mathcal{H}(\mathcal{F}(x, y, z, w)) = \mathcal{H}(x - yt + wt^2 - zt^3) =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \\ a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})(x, y, z, w) = \mathcal{H}(\mathcal{F}(x, y, z, w)) = \mathcal{H}(x - yt + wt^2 - zt^3) = \begin{bmatrix} & x - z \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \\ a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})(x, y, z, w) = \mathcal{H}(\mathcal{F}(x, y, z, w)) = \mathcal{H}(x - yt + wt^2 - zt^3) = \begin{bmatrix} x - z & x + y - w \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \\ a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})(x, y, z, w) = \mathcal{H}(\mathcal{F}(x, y, z, w)) = \mathcal{H}(x - yt + wt^2 - zt^3) = \begin{bmatrix} x - z & x + y - w \\ x + y - w - z & \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \\ a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})(x, y, z, w) = \mathcal{H}(\mathcal{F}(x, y, z, w)) = \mathcal{H}(x - yt + wt^2 - zt^3) = \begin{bmatrix} x - z & x + y - w \\ x + y - w - z & -y \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

Sejam $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$, $\mathcal{G} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$ e $\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$.

$$(5\mathcal{F})(x, y, z, w) = 5\mathcal{F}(x, y, z, w) = 5(x - yt + wt^2 - zt^3) = 5x - 5yt + 5wt^2 - 5zt^3$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})})(p(t)) = \mathcal{H}(p(t))$$

$$[\mathcal{H}(p(t))] = [\mathcal{H}][p(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \\ a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$(\mathcal{H} \circ \mathcal{F})(x, y, z, w) = \mathcal{H}(\mathcal{F}(x, y, z, w)) = \mathcal{H}(x - yt + wt^2 - zt^3) = \begin{bmatrix} x - z & x + y - w \\ x + y - w - z & -y \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R}))$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R}))$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 = ?$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 = ?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 =?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 =?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 = ?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 = ?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 =?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 = ?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix} \Rightarrow a_0 + a_3 = x$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 =?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \quad a_0 + a_3 = x \quad a_0 - a_1 - a_2 = y$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 = ?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{ll} a_0 + a_3 = x & a_0 - a_1 - a_2 = y \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 = z & \end{array}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 = ?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{ll} a_0 + a_3 = x & a_0 - a_1 - a_2 = y \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 = z & a_1 = w \end{array}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 = ?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{ll} a_0 + a_3 = x & a_0 - a_1 - a_2 = y \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 = z & a_1 = w \end{array}$$

Solução do sistema:

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 =?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{ll} a_0 + a_3 = x & a_0 - a_1 - a_2 = y \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 = z & a_1 = w \end{array}$$

Solução do sistema: $a_0 = x + y - z$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 = ?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3)$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{ll} a_0 + a_3 = x & a_0 - a_1 - a_2 = y \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 = z & a_1 = w \end{array}$$

Solução do sistema: $a_0 = x + y - z$ $a_2 = x - z - w$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 = ?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{ll} a_0 + a_3 = x & a_0 - a_1 - a_2 = y \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 = z & a_1 = w \end{array}$$

$$\text{Solução do sistema: } a_0 = x + y - z \quad a_2 = x - z - w \quad a_3 = z - y$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 = ?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{ll} a_0 + a_3 = x & a_0 - a_1 - a_2 = y \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 = z & a_1 = w \end{array}$$

$$\text{Solução do sistema: } a_0 = x + y - z \quad a_2 = x - z - w \quad a_3 = z - y \quad a_1 = w$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 = ?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{ll} a_0 + a_3 = x & a_0 - a_1 - a_2 = y \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 = z & a_1 = w \end{array}$$

$$\text{Solução do sistema: } a_0 = x + y - z \quad a_2 = x - z - w \quad a_3 = z - y \quad a_1 = w$$

$$\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 = ?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{ll} a_0 + a_3 = x & a_0 - a_1 - a_2 = y \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 = z & a_1 = w \end{array}$$

$$\text{Solução do sistema: } a_0 = x + y - z \quad a_2 = x - z - w \quad a_3 = z - y \quad a_1 = w$$

$$\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + y - z)$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 = ?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{ll} a_0 + a_3 = x & a_0 - a_1 - a_2 = y \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 = z & a_1 = w \end{array}$$

$$\text{Solução do sistema: } a_0 = x + y - z \quad a_2 = x - z - w \quad a_3 = z - y \quad a_1 = w$$

$$\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + y - z) + (w)t$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 = ?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{ll} a_0 + a_3 = x & a_0 - a_1 - a_2 = y \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 = z & a_1 = w \end{array}$$

$$\text{Solução do sistema: } a_0 = x + y - z \quad a_2 = x - z - w \quad a_3 = z - y \quad a_1 = w$$

$$\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + y - z) + (w)t + (x - z - w)t^2$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 = ?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{ll} a_0 + a_3 = x & a_0 - a_1 - a_2 = y \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 = z & a_1 = w \end{array}$$

$$\text{Solução do sistema: } a_0 = x + y - z \quad a_2 = x - z - w \quad a_3 = z - y \quad a_1 = w$$

$$\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + y - z) + (w)t + (x - z - w)t^2 + (z - y)t^3$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$\mathcal{H} \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3(\mathbb{R}), \mathcal{M}_2(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathcal{P}_3(\mathbb{R})) \text{ tal que } \mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 =?$$

$$\mathcal{H}(\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right)) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\mathcal{I}_{\mathcal{V}} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = \mathcal{H}(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 & a_0 - a_1 - a_2 \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 & a_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{ll} a_0 + a_3 = x & a_0 - a_1 - a_2 = y \\ a_0 - a_1 - a_2 + a_3 = z & a_1 = w \end{array}$$

$$\text{Solução do sistema: } a_0 = x + y - z \quad a_2 = x - z - w \quad a_3 = z - y \quad a_1 = w$$

$$\mathcal{H}^{-1} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + y - z) + (w)t + (x - z - w)t^2 + (z - y)t^3$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Note que estas transformações(representadas abaixo por \mathcal{F}):

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Note que estas transformações(representadas abaixo por \mathcal{F}):

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Note que estas transformações(representadas abaixo por \mathcal{F}):

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}])}_{\text{POSTO}} =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Note que estas transformações(representadas abaixo por \mathcal{F}):

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}])}_{\text{POSTO}} = 4$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Note que estas transformações(representadas abaixo por \mathcal{F}):

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}])}_{\text{POSTO}} = 4 \text{ e } \dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Note que estas transformações(representadas abaixo por \mathcal{F}):

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}])}_{\text{POSTO}} = 4 \text{ e } \dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}])}_{\text{NULIDADE}} =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Note que estas transformações(representadas abaixo por \mathcal{F}):

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}])}_{\text{POSTO}} = 4 \text{ e } \dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Note que estas transformações(representadas abaixo por \mathcal{F}):

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}])}_{\text{POSTO}} = 4 \text{ e } \dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4 = 0.$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Note que estas transformações(representadas abaixo por \mathcal{F}):

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}])}_{\text{POSTO}} = 4 \text{ e } \dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4 = 0.$$

Portanto, as transformações são **injetoras** e

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Note que estas transformações(representadas abaixo por \mathcal{F}):

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}])}_{\text{POSTO}} = 4 \text{ e } \dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4 = 0.$$

Portanto, as transformações são **injetoras** e **sobrejetoras** ao mesmo tempo

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Note que estas transformações(representadas abaixo por \mathcal{F}):

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}])}_{\text{POSTO}} = 4 \text{ e } \dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4 = 0.$$

Portanto, as transformações são **injetoras** e **sobrejetoras** ao mesmo tempo \Rightarrow as transformações são **bijetoras**.

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Note que estas transformações(representadas abaixo por \mathcal{F}):

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}])}_{\text{POSTO}} = 4 \text{ e } \dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4 = 0.$$

Portanto, as transformações são **injetoras** e **sobrejetoras** ao mesmo tempo \Rightarrow as transformações são **bijetoras**. Assim, $\beta_{\mathcal{N}(\mathcal{F})} = \emptyset$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Note que estas transformações(representadas abaixo por \mathcal{F}):

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}])}_{\text{POSTO}} = 4 \text{ e } \dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4 = 0.$$

Portanto, as transformações são **injetoras** e **sobrejetoras** ao mesmo tempo \Rightarrow as transformações são **bijetoras**. Assim, $\beta_{\mathcal{N}(\mathcal{F})} = \emptyset$ e

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Note que estas transformações (representadas abaixo por \mathcal{F}):

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}])}_{\text{POSTO}} = 4 \text{ e } \dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4 = 0.$$

Portanto, as transformações são **injetoras** e **sobrejetoras** ao mesmo tempo \Rightarrow as transformações são **bijetoras**. Assim, $\beta_{\mathcal{N}(\mathcal{F})} = \emptyset$ e $\beta_{\mathcal{I}m(\mathcal{F})} =$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Note que estas transformações(representadas abaixo por \mathcal{F}):

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}])}_{\text{POSTO}} = 4 \text{ e } \dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4 = 0.$$

Portanto, as transformações são **injetoras** e **sobrejetoras** ao mesmo tempo \Rightarrow as transformações são **bijetoras**. Assim, $\beta_{\mathcal{N}(\mathcal{F})} = \emptyset$ e $\beta_{\mathcal{I}m(\mathcal{F})} = \beta_{\mathcal{V}}$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Note que estas transformações (representadas abaixo por \mathcal{F}):

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}])}_{\text{POSTO}} = 4 \text{ e } \dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4 = 0.$$

Portanto, as transformações são **injetoras** e **sobrejetoras** ao mesmo tempo \Rightarrow as transformações são **bijetoras**. Assim, $\beta_{\mathcal{N}(\mathcal{F})} = \emptyset$ e $\beta_{\mathcal{I}m(\mathcal{F})} = \beta_{\mathcal{V}} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[5\mathcal{F}] = 5[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4; \quad [\mathcal{H} \circ \mathcal{F}] = [\mathcal{H}][\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4;$$

$$[\mathcal{H} \circ \mathcal{I}_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}] = [\mathcal{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4.$$

Note que estas transformações (representadas abaixo por \mathcal{F}):

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}])}_{\text{POSTO}} = 4 \text{ e } \dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4 = 0.$$

Portanto, as transformações são **injetoras** e **sobrejetoras** ao mesmo tempo \Rightarrow as transformações são **bijetoras**. Assim, $\beta_{\mathcal{N}(\mathcal{F})} = \emptyset$ e $\beta_{\mathcal{I}m(\mathcal{F})} = \beta_{\mathcal{V}} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS(Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} ,

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} , podemos afirmar que são **bijetoras**;

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} , podemos afirmar que são **bijetoras**; pois, se a transformação linear \mathcal{F} é **bijetora**

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} , podemos afirmar que são **bijetoras**; pois, se a transformação linear \mathcal{F} é **bijetora** a sua inversa também o será!

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} , podemos afirmar que são **bijetoras**; pois, se a transformação linear \mathcal{F} é **bijetora** a sua inversa também o será!
E ainda, $\dim(\text{Im}(\mathcal{F}^{-1})) =$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} , podemos afirmar que são **bijetoras**; pois, se a transformação linear \mathcal{F} é **bijetora** a sua inversa também o será!

E ainda, $\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{POSTO}} =$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} , podemos afirmar que são **bijetoras**; pois, se a transformação linear \mathcal{F} é **bijetora** a sua inversa também o será!

E ainda, $\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{POSTO}} = 4$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} , podemos afirmar que são **bijetoras**; pois, se a transformação linear \mathcal{F} é **bijetora** a sua inversa também o será!

E ainda, $\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{POSTO}} = 4$ e

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} , podemos afirmar que são **bijetoras**; pois, se a transformação linear \mathcal{F} é **bijetora** a sua inversa também o será!

E ainda, $\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{POSTO}} = 4$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F}^{-1})) =$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} , podemos afirmar que são **bijetoras**; pois, se a transformação linear \mathcal{F} é **bijetora** a sua inversa também o será!

E ainda, $\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{POSTO}} = 4$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{NULIDADE}} =$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} , podemos afirmar que são **bijetoras**; pois, se a transformação linear \mathcal{F} é **bijetora** a sua inversa também o será!

E ainda, $\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{POSTO}} = 4$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} , podemos afirmar que são **bijetoras**; pois, se a transformação linear \mathcal{F} é **bijetora** a sua inversa também o será!

E ainda, $\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{POSTO}} = 4$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4 = 0$.

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} , podemos afirmar que são **bijetoras**; pois, se a transformação linear \mathcal{F} é **bijetora** a sua inversa também o será!

E ainda, $\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{POSTO}} = 4$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4 = 0$.

Assim, $\beta_{\mathcal{N}(\mathcal{F}^{-1})} = \emptyset$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} , podemos afirmar que são **bijetoras**; pois, se a transformação linear \mathcal{F} é **bijetora** a sua inversa também o será!

E ainda, $\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{POSTO}} = 4$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4 = 0$.

Assim, $\beta_{\mathcal{N}(\mathcal{F}^{-1})} = \emptyset$ e

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} , podemos afirmar que são **bijetoras**; pois, se a transformação linear \mathcal{F} é **bijetora** a sua inversa também o será!

E ainda, $\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{POSTO}} = 4$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4 = 0$.

Assim, $\beta_{\mathcal{N}(\mathcal{F}^{-1})} = \emptyset$ e $\beta_{\mathcal{I}m(\mathcal{F}^{-1})} =$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} , podemos afirmar que são **bijetoras**; pois, se a transformação linear \mathcal{F} é **bijetora** a sua inversa também o será!

E ainda, $\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{POSTO}} = 4$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4 = 0$.

Assim, $\beta_{\mathcal{N}(\mathcal{F}^{-1})} = \emptyset$ e $\beta_{\mathcal{I}m(\mathcal{F}^{-1})} = \beta_{\mathcal{U}}$

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} , podemos afirmar que são **bijetoras**; pois, se a transformação linear \mathcal{F} é **bijetora** a sua inversa também o será!

E ainda, $\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{POSTO}} = 4$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4 = 0$.

Assim, $\beta_{\mathcal{N}(\mathcal{F}^{-1})} = \emptyset$ e $\beta_{\mathcal{I}m(\mathcal{F}^{-1})} = \beta_{\mathcal{U}} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Transformações Lineares

Matriz Associada - Operações

EXERCÍCIOS (Solução):

$$[\mathcal{H}^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \text{ e } ([\mathcal{H} \circ \mathcal{F}])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

OBSERVAÇÃO: Para estas transformações INVERSAS, \mathcal{F}^{-1} , podemos afirmar que são **bijetoras**; pois, se a transformação linear \mathcal{F} é **bijetora** a sua inversa também o será!

E ainda, $\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{P}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{POSTO}} = 4$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F}^{-1})) = \underbrace{\mathcal{N}([\mathcal{F}^{-1}])}_{\text{NULIDADE}} = 4 - 4 = 0$.

Assim, $\beta_{\mathcal{N}(\mathcal{F}^{-1})} = \emptyset$ e $\beta_{\mathcal{I}m(\mathcal{F}^{-1})} = \beta_{\mathcal{U}} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K}

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.
Então,

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.

Então, \mathcal{F} é INVERTÍVEL

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.
Então, \mathcal{F} é **INVERTÍVEL** se, e somente se,

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.
Então, \mathcal{F} é **INVERTÍVEL** se, e somente se, \mathcal{F} é **BIJETORA**.

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.
Então, \mathcal{F} é **INVERTÍVEL** se, e somente se, \mathcal{F} é **BIJETORA**.

Isto é;

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.
Então, \mathcal{F} é **INVERTÍVEL** se, e somente se, \mathcal{F} é **BIJETORA**.

Isto é; Se \mathcal{F} é **INVERTÍVEL**

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.
Então, \mathcal{F} é **INVERTÍVEL** se, e somente se, \mathcal{F} é **BIJETORA**.

Isto é; Se \mathcal{F} é **INVERTÍVEL** então $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ é invertível

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.
Então, \mathcal{F} é **INVERTÍVEL** se, e somente se, \mathcal{F} é **BIJETORA**.

Isto é; Se \mathcal{F} é **INVERTÍVEL** então $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ é invertível portanto, $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Então, \mathcal{F} é **INVERTÍVEL** se, e somente se, \mathcal{F} é **BIJETORA**.

Isto é; Se \mathcal{F} é **INVERTÍVEL** então $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ é invertível portanto, $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \sim \mathcal{I}_n$

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Então, \mathcal{F} é **INVERTÍVEL** se, e somente se, \mathcal{F} é **BIJETORA**.

Isto é; Se \mathcal{F} é **INVERTÍVEL** então $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ é invertível portanto, $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \sim \mathcal{I}_n \Rightarrow \mathcal{P}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = n$ e

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Então, \mathcal{F} é INVERTÍVEL se, e somente se, \mathcal{F} é BIJETORA.

Isto é; Se \mathcal{F} é INVERTÍVEL então $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ é invertível portanto, $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \sim \mathcal{I}_n \Rightarrow \mathcal{P}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = n$ e $\mathcal{N}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0$

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Então, \mathcal{F} é INVERTÍVEL se, e somente se, \mathcal{F} é BIJETORA.

Isto é; Se \mathcal{F} é INVERTÍVEL então $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ é invertível portanto, $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \sim \mathcal{I}_n \Rightarrow \mathcal{P}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = n$ e $\mathcal{N}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0 \Rightarrow \dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = n$ e

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Então, \mathcal{F} é INVERTÍVEL se, e somente se, \mathcal{F} é BIJETORA.

Isto é; Se \mathcal{F} é INVERTÍVEL então $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ é invertível portanto, $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \sim \mathcal{I}_n \Rightarrow \mathcal{P}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = n$ e $\mathcal{N}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0 \Rightarrow \dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = n$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = 0$

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Então, \mathcal{F} é INVERTÍVEL se, e somente se, \mathcal{F} é BIJETORA.

Isto é; Se \mathcal{F} é INVERTÍVEL então $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ é invertível portanto, $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \sim \mathcal{I}_n \Rightarrow \mathcal{P}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = n$ e $\mathcal{N}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0 \Rightarrow \dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = n$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = 0 \Rightarrow \mathcal{I}m(\mathcal{F}) = \mathcal{U}$

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Então, \mathcal{F} é INVERTÍVEL se, e somente se, \mathcal{F} é BIJETORA.

Isto é; Se \mathcal{F} é INVERTÍVEL então $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ é invertível portanto, $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \sim \mathcal{I}_n \Rightarrow \mathcal{P}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = n$ e $\mathcal{N}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0 \Rightarrow \dim(\mathcal{Im}(\mathcal{F})) = n$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = 0 \Rightarrow \mathcal{Im}(\mathcal{F}) = \mathcal{U}$ e $\mathcal{N}(\mathcal{F}) = \{0\}$.

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Então, \mathcal{F} é **INVERTÍVEL** se, e somente se, \mathcal{F} é **BIJETORA**.

Isto é; Se \mathcal{F} é **INVERTÍVEL** então $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ é invertível portanto, $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \sim \mathcal{I}_n \Rightarrow \mathcal{P}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = n$ e $\mathcal{N}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0 \Rightarrow \dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = n$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = 0 \Rightarrow \mathcal{I}m(\mathcal{F}) = \mathcal{U}$ e $\mathcal{N}(\mathcal{F}) = \{0\}$.
Logo;

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Então, \mathcal{F} é INVERTÍVEL se, e somente se, \mathcal{F} é BIJETORA.

Isto é; Se \mathcal{F} é INVERTÍVEL então $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ é invertível portanto, $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \sim \mathcal{I}_n \Rightarrow \mathcal{P}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = n$ e $\mathcal{N}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0 \Rightarrow \dim(\mathcal{Im}(\mathcal{F})) = n$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = 0 \Rightarrow \mathcal{Im}(\mathcal{F}) = \mathcal{U}$ e $\mathcal{N}(\mathcal{F}) = \{0\}$. Logo; \mathcal{F} é SOBREJETORA

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Então, \mathcal{F} é INVERTÍVEL se, e somente se, \mathcal{F} é BIJETORA.

Isto é; Se \mathcal{F} é INVERTÍVEL então $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ é invertível portanto, $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \sim \mathcal{I}_n \Rightarrow \mathcal{P}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = n$ e $\mathcal{N}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0 \Rightarrow \dim(\mathcal{Im}(\mathcal{F})) = n$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = 0 \Rightarrow \mathcal{Im}(\mathcal{F}) = \mathcal{U}$ e $\mathcal{N}(\mathcal{F}) = \{0\}$. Logo; \mathcal{F} é SOBREJETORA e INJETORA

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Então, \mathcal{F} é INVERTÍVEL se, e somente se, \mathcal{F} é BIJETORA.

Isto é; Se \mathcal{F} é INVERTÍVEL então $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ é invertível portanto, $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \sim \mathcal{I}_n \Rightarrow \mathcal{P}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = n$ e $\mathcal{N}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0 \Rightarrow \dim(\mathcal{Im}(\mathcal{F})) = n$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = 0 \Rightarrow \mathcal{Im}(\mathcal{F}) = \mathcal{U}$ e $\mathcal{N}(\mathcal{F}) = \{0\}$. Logo; \mathcal{F} é SOBREJETORA e INJETORA \Leftrightarrow

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Então, \mathcal{F} é INVERTÍVEL se, e somente se, \mathcal{F} é BIJETORA.

Isto é; Se \mathcal{F} é INVERTÍVEL então $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ é invertível portanto, $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \sim \mathcal{I}_n \Rightarrow \mathcal{P}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = n$ e $\mathcal{N}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0 \Rightarrow \dim(\mathcal{Im}(\mathcal{F})) = n$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = 0 \Rightarrow \mathcal{Im}(\mathcal{F}) = \mathcal{U}$ e $\mathcal{N}(\mathcal{F}) = \{0\}$. Logo; \mathcal{F} é SOBREJETORA e INJETORA $\Leftrightarrow \mathcal{F}$ é BIJETORA.

Transformação Linear

Inversa

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Então, \mathcal{F} é INVERTÍVEL se, e somente se, \mathcal{F} é BIJETORA.

Isto é; Se \mathcal{F} é INVERTÍVEL então $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}$ é invertível portanto, $[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} \sim \mathcal{I}_n \Rightarrow \mathcal{P}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = n$ e $\mathcal{N}([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{U}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = 0 \Rightarrow \dim(\mathcal{Im}(\mathcal{F})) = n$ e $\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = 0 \Rightarrow \mathcal{Im}(\mathcal{F}) = \mathcal{U}$ e $\mathcal{N}(\mathcal{F}) = \{0\}$. Logo; \mathcal{F} é SOBREJETORA e INJETORA $\Leftrightarrow \mathcal{F}$ é BIJETORA.

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) =$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \mathcal{P}([\mathcal{F}])$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \mathcal{P}([\mathcal{F}]) = 3$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \mathcal{P}([\mathcal{F}]) = 3 \Rightarrow$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \mathcal{P}([\mathcal{F}]) = 3 \Rightarrow \mathcal{F} \text{ é sobrejetora.}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \mathcal{P}([\mathcal{F}]) = 3 \Rightarrow \mathcal{F} \text{ é sobrejetora.}$$

$$\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F}))$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \mathcal{P}([\mathcal{F}]) = 3 \Rightarrow \mathcal{F} \text{ é sobrejetora.}$$

$$\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \mathcal{N}([\mathcal{F}])$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \mathcal{P}([\mathcal{F}]) = 3 \Rightarrow \mathcal{F} \text{ é sobrejetora.}$$

$$\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \mathcal{N}([\mathcal{F}]) = 4 - 3 = 1$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \mathcal{P}([\mathcal{F}]) = 3 \Rightarrow \mathcal{F} \text{ é sobrejetora.}$$

$$\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \mathcal{N}([\mathcal{F}]) = 4 - 3 = 1 \neq 0.$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \mathcal{P}([\mathcal{F}]) = 3 \Rightarrow \mathcal{F} \text{ é **sobrejetora**}. \quad \text{OK}$$

$$\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \mathcal{N}([\mathcal{F}]) = 4 - 3 = 1 \neq 0. \Rightarrow$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \mathcal{P}([\mathcal{F}]) = 3 \Rightarrow \mathcal{F}$ é **sobrejetora**.

$\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \mathcal{N}([\mathcal{F}]) = 4 - 3 = 1 \neq 0. \Rightarrow \mathcal{F}$ **não** é **injetora**.

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \mathcal{P}([\mathcal{F}]) = 3 \Rightarrow \mathcal{F}$ é **sobrejetora**.

$\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \mathcal{N}([\mathcal{F}]) = 4 - 3 = 1 \neq 0. \Rightarrow \mathcal{F}$ **não** é **injetora**.

Portanto, \mathcal{F} **não** é **Bijetora**

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \mathcal{P}([\mathcal{F}]) = 3 \Rightarrow \mathcal{F}$ é **sobrejetora**.

$\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \mathcal{N}([\mathcal{F}]) = 4 - 3 = 1 \neq 0. \Rightarrow \mathcal{F}$ **não** é **injetora**.

Portanto, \mathcal{F} **não** é **Bijetora** $\Rightarrow \mathcal{F}$ **não** será INVERTÍVEL!

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{F})) = \mathcal{P}([\mathcal{F}]) = 3 \Rightarrow \mathcal{F}$ é **sobrejetora**.

$\dim(\mathcal{N}(\mathcal{F})) = \mathcal{N}([\mathcal{F}]) = 4 - 3 = 1 \neq 0. \Rightarrow \mathcal{F}$ **não** é **injetora**.

Portanto, \mathcal{F} **não** é **Bijetora** $\Rightarrow \mathcal{F}$ **não** será INVERTÍVEL!

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w)$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} 2x + z + w \\ 2x + y + z \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (x + y + z) & (x + y + z + w) \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$$[(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$$[(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$$[(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4$$

$$\dim(\text{Im}(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})))$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$$[(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4$$

$$\dim(\text{Im}(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))) = \mathcal{P}([(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))])$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$$[(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4$$

$$\dim(\text{Im}(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))) = \mathcal{P}([(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))]) = 4 \Rightarrow$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$$[(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4$$

$$\dim(\text{Im}(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))) = \mathcal{P}([(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))]) = 4 \Rightarrow (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \text{ é sobrejetora.}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$$[(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4$$

$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))) = \mathcal{P}([(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))]) = 4 \Rightarrow (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **sobrejetora**.

$$\dim(\mathcal{N}(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})))$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$$[(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4$$

$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))) = \mathcal{P}([(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))]) = 4 \Rightarrow (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **sobrejetora**.

$$\dim(\mathcal{N}(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))) = \mathcal{N}([(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))])$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$$[(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4$$

$\dim(\text{Im}(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))) = \mathcal{P}([(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))]) = 4 \Rightarrow (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **sobrejetora**.

$\dim(\mathcal{N}(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))) = \mathcal{N}([(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))]) = 4 - 4 = 0 \Rightarrow$

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$$[(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4$$

$\dim(\mathcal{I}m(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))) = \mathcal{P}([(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))]) = 4 \Rightarrow (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **sobrejetora**.

$\dim(\mathcal{N}(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))) = \mathcal{N}([(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))]) = 4 - 4 = 0 \Rightarrow (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **injetora**.

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$$[(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4$$

$\dim(\text{Im}(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))) = \mathcal{P}([(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))]) = 4 \Rightarrow (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **sobrejetora**.

$\dim(\mathcal{N}(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))) = \mathcal{N}([(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))]) = 4 - 4 = 0 \Rightarrow (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **injetora**.

Portanto, $(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **Bijetora**

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$$[(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4$$

$\dim(\text{Im}(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))) = \mathcal{P}([(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))]) = 4 \Rightarrow (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **sobrejetora**.

$\dim(\mathcal{N}(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))) = \mathcal{N}([(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))]) = 4 - 4 = 0 \Rightarrow (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **injetora**.

Portanto, $(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **Bijetora** $\Rightarrow (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é INVERTÍVEL!

Transformações Lineares

Matriz Associada

EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); \quad (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$$[(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \mathcal{I}_4$$

$\dim(\text{Im}(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))) = \mathcal{P}([(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))]) = 4 \Rightarrow (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **sobrejetora**.

$\dim(\mathcal{N}(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))) = \mathcal{N}([(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))]) = 4 - 4 = 0 \Rightarrow (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **injetora**.

Portanto, $(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **Bijetora** $\Rightarrow (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é INVERTÍVEL!

Transformação Linear

Isomorfismo

DEFINIÇÃO:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K}

Transformação Linear

Isomorfismo

DEFINIÇÃO:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.

Transformação Linear

Isomorfismo

DEFINIÇÃO:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Dizemos que \mathcal{F} é um **ISOMORFISMO**

Transformação Linear

Isomorfismo

DEFINIÇÃO:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Dizemos que \mathcal{F} é um **ISOMORFISMO** se, e somente se,

Transformação Linear

Isomorfismo

DEFINIÇÃO:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Dizemos que \mathcal{F} é um **ISOMORFISMO** se, e somente se, \mathcal{F} é **Bijetora**.

Transformação Linear

Isomorfismo

DEFINIÇÃO:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.

Dizemos que \mathcal{F} é um **ISOMORFISMO** se, e somente se, \mathcal{F} é **Bijetora**.

Além disso, dizemos que os espaços \mathcal{V} e \mathcal{U}

Transformação Linear

Isomorfismo

DEFINIÇÃO:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.

Dizemos que \mathcal{F} é um **ISOMORFISMO** se, e somente se, \mathcal{F} é **Bijetora**.

Além disso, dizemos que os espaços \mathcal{V} e \mathcal{U} são **ISOMORFOS**.

Transformação Linear

Isomorfismo

DEFINIÇÃO:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.

Dizemos que \mathcal{F} é um **ISOMORFISMO** se, e somente se, \mathcal{F} é **Bijetora**.

Além disso, dizemos que os espaços \mathcal{V} e \mathcal{U} são **ISOMORFOS**.

OBSERVAÇÃO:

Transformação Linear

Isomorfismo

DEFINIÇÃO:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.

Dizemos que \mathcal{F} é um **ISOMORFISMO** se, e somente se, \mathcal{F} é **Bijetora**.

Além disso, dizemos que os espaços \mathcal{V} e \mathcal{U} são **ISOMORFOS**.

OBSERVAÇÃO:

Um **ISOMORFISMO**

Transformação Linear

Isomorfismo

DEFINIÇÃO:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.

Dizemos que \mathcal{F} é um **ISOMORFISMO** se, e somente se, \mathcal{F} é **Bijetora**.

Além disso, dizemos que os espaços \mathcal{V} e \mathcal{U} são **ISOMORFOS**.

OBSERVAÇÃO:

Um **ISOMORFISMO** $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$

Transformação Linear

Isomorfismo

DEFINIÇÃO:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.

Dizemos que \mathcal{F} é um **ISOMORFISMO** se, e somente se, \mathcal{F} é **Bijetora**.

Além disso, dizemos que os espaços \mathcal{V} e \mathcal{U} são **ISOMORFOS**.

OBSERVAÇÃO:

Um **ISOMORFISMO** $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ é também denominado **AUTOMORFISMO**.

Transformação Linear

Isomorfismo

DEFINIÇÃO:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.

Dizemos que \mathcal{F} é um **ISOMORFISMO** se, e somente se, \mathcal{F} é **Bijetora**.

Além disso, dizemos que os espaços \mathcal{V} e \mathcal{U} são **ISOMORFOS**.

OBSERVAÇÃO:

Um **ISOMORFISMO** $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ é também denominado **AUTOMORFISMO**.

Transformações Lineares

Matriz Associada

- EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

- **EXEMPLO.1:**

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

- **EXEMPLO.1:**

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

- EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

\mathcal{F} não é **Bijetora**.

Transformações Lineares

Matriz Associada

- EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

\mathcal{F} não é **Bijetora**. Consequentemente, não será um ISOMORFISMO!

Transformações Lineares

Matriz Associada

- EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

\mathcal{F} não é **Bijetora**. Consequentemente, não será um ISOMORFISMO!

- EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w)$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

- EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

\mathcal{F} não é **Bijetora**. Consequentemente, não será um ISOMORFISMO!

- EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

- EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

\mathcal{F} não é **Bijetora**. Consequentemente, não será um ISOMORFISMO!

- EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (x + y + z) & (x + y + z + w) \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

- EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

\mathcal{F} não é **Bijetora**. Consequentemente, não será um ISOMORFISMO!

- EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

- EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

\mathcal{F} não é **Bijetora**. Consequentemente, não será um ISOMORFISMO!

- EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

- EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

\mathcal{F} não é **Bijetora**. Consequentemente, não será um ISOMORFISMO!

- EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

Transformações Lineares

Matriz Associada

- EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

\mathcal{F} não é **Bijetora**. Consequentemente, não será um ISOMORFISMO!

- EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **Bijetora**.

Transformações Lineares

Matriz Associada

- EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

\mathcal{F} não é **Bijetora**. Consequentemente, não será um ISOMORFISMO!

- EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **Bijetora**. Portanto, $(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é um ISOMORFISMO!

Transformações Lineares

Matriz Associada

- EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

\mathcal{F} não é **Bijetora**. Consequentemente, não será um ISOMORFISMO!

- EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **Bijetora**. Portanto, $(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é um ISOMORFISMO!

E ainda, os espaços vetoriais \mathbb{R}^4 e $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$

Transformações Lineares

Matriz Associada

- EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

\mathcal{F} não é **Bijetora**. Consequentemente, não será um ISOMORFISMO!

- EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **Bijetora**. Portanto, $(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é um ISOMORFISMO!

E ainda, os espaços vetoriais \mathbb{R}^4 e $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ são **isomorfos**.

Transformações Lineares

Matriz Associada

- EXEMPLO.1:

$$\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3); \quad \mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \right) = (x + w, z, y).$$

\mathcal{F} não é **Bijetora**. Consequentemente, não será um ISOMORFISMO!

- EXEMPLO.2:

$$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F})) \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, \mathcal{M}_2(\mathbb{R})); (\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))(x, y, z, w) = \begin{bmatrix} (2x + z + w) & (x + y - w) \\ (2x + y - z) & (-2y + w) \end{bmatrix}.$$

$(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é **Bijetora**. Portanto, $(\mathcal{G} + (\mathcal{H} \circ \mathcal{F}))$ é um ISOMORFISMO!

E ainda, os espaços vetoriais \mathbb{R}^4 e $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ são **isomorfos**.

Transformação Linear

Isomorfismo

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K}

Transformação Linear

Isomorfismo

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.

Transformação Linear

Isomorfismo

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.
Então,

Transformação Linear

Isomorfismo

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.
Então, os espaços \mathcal{V} e \mathcal{U}

Transformação Linear

Isomorfismo

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$.
Então, os espaços \mathcal{V} e \mathcal{U} são **ISOMORFOS**

Transformação Linear

Isomorfismo

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Então, os espaços \mathcal{V} e \mathcal{U} são ISOMORFOS se, e somente se, $\dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{U})$.

Transformação Linear

Isomorfismo

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} e \mathcal{U} espaços vetoriais de dimensão finita sobre o mesmo corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V}, \mathcal{U})$. Então, os espaços \mathcal{V} e \mathcal{U} são ISOMORFOS se, e somente se, $\dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{U})$.

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Se existirem $v \in \mathcal{V}$;

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Se existirem $v \in \mathcal{V}; v \neq 0$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Se existirem $v \in \mathcal{V}$; $v \neq 0$ e $\lambda \in \mathbb{K}$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Se existirem $v \in \mathcal{V}$; $v \neq 0$ e $\lambda \in \mathbb{K}$ tais que,

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Se existirem $v \in \mathcal{V}$; $v \neq 0$ e $\lambda \in \mathbb{K}$ tais que,

$$\mathcal{F}(v) =$$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Se existirem $v \in \mathcal{V}$; $v \neq 0$ e $\lambda \in \mathbb{K}$ tais que,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v.$$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Se existirem $v \in \mathcal{V}$; $v \neq 0$ e $\lambda \in \mathbb{K}$ tais que,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v.$$

Então, dizemos que λ

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Se existirem $v \in \mathcal{V}$; $v \neq 0$ e $\lambda \in \mathbb{K}$ tais que,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v.$$

Então, dizemos que λ é um AUTOVALOR

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Se existirem $v \in \mathcal{V}$; $v \neq 0$ e $\lambda \in \mathbb{K}$ tais que,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v.$$

Então, dizemos que λ é um AUTOVALOR (ou VALOR PRÓPRIO,

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Se existirem $v \in \mathcal{V}$; $v \neq 0$ e $\lambda \in \mathbb{K}$ tais que,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v.$$

Então, dizemos que λ é um AUTOVALOR (ou VALOR PRÓPRIO, ou VALOR CARACTERÍSTICO) de \mathcal{F} ; e

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Se existirem $v \in \mathcal{V}$; $v \neq 0$ e $\lambda \in \mathbb{K}$ tais que,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v.$$

Então, dizemos que λ é um AUTOVALOR (ou VALOR PRÓPRIO, ou VALOR CARACTERÍSTICO) de \mathcal{F} ; e v é um AUTOVETOR

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Se existirem $v \in \mathcal{V}$; $v \neq 0$ e $\lambda \in \mathbb{K}$ tais que,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v.$$

Então, dizemos que λ é um AUTOVALOR (ou VALOR PRÓPRIO, ou VALOR CARACTERÍSTICO) de \mathcal{F} ; e v é um AUTOVETOR (ou VETOR PRÓPRIO,

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Se existirem $v \in \mathcal{V}$; $v \neq 0$ e $\lambda \in \mathbb{K}$ tais que,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v.$$

Então, dizemos que λ é um AUTOVALOR (ou VALOR PRÓPRIO, ou VALOR CARACTERÍSTICO) de \mathcal{F} ; e v é um AUTOVETOR (ou VETOR PRÓPRIO, ou VETOR CARACTERÍSTICO)

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Se existirem $v \in \mathcal{V}$; $v \neq 0$ e $\lambda \in \mathbb{K}$ tais que,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v.$$

Então, dizemos que λ é um **AUTOVALOR** (ou **VALOR PRÓPRIO**, ou **VALOR CARACTERÍSTICO**) de \mathcal{F} ; e v é um **AUTOVETOR** (ou **VETOR PRÓPRIO**, ou **VETOR CARACTERÍSTICO**) de \mathcal{F} associado ao autovalor λ .

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Se existirem $v \in \mathcal{V}$; $v \neq 0$ e $\lambda \in \mathbb{K}$ tais que,

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v.$$

Então, dizemos que λ é um AUTOVALOR (ou VALOR PRÓPRIO, ou VALOR CARACTERÍSTICO) de \mathcal{F} ; e v é um AUTOVETOR (ou VETOR PRÓPRIO, ou VETOR CARACTERÍSTICO) de \mathcal{F} associado ao autovalor λ .

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$;

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) =$$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R}$$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow$$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e}$$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y$$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y \Rightarrow x = \lambda(\lambda x)$$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y \Rightarrow x = \lambda(\lambda x) = \lambda^2 x$$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y \Rightarrow x = \lambda(\lambda x) = \lambda^2 x \Rightarrow \lambda = \pm 1.$$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y \Rightarrow x = \lambda(\lambda x) = \lambda^2 x \Rightarrow \lambda = \pm 1.$$

determinamos os autovalores de \mathcal{F} :

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y \Rightarrow x = \lambda(\lambda x) = \lambda^2 x \Rightarrow \lambda = \pm 1.$$

determinamos os autovalores de \mathcal{F} : $\lambda_1 = -1$ e

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y \Rightarrow x = \lambda(\lambda x) = \lambda^2 x \Rightarrow \lambda = \pm 1.$$

determinamos os autovalores de \mathcal{F} : $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 1$.

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y \Rightarrow x = \lambda(\lambda x) = \lambda^2 x \Rightarrow \lambda = \pm 1.$$

determinamos os autovalores de \mathcal{F} : $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 1$.

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, encontramos os autovetores associados :

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y \Rightarrow x = \lambda(\lambda x) = \lambda^2 x \Rightarrow \lambda = \pm 1.$$

determinamos os autovalores de \mathcal{F} : $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 1$.

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, encontramos os autovetores associados :

Para $\lambda_1 = -1$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y \Rightarrow x = \lambda(\lambda x) = \lambda^2 x \Rightarrow \lambda = \pm 1.$$

determinamos os autovalores de \mathcal{F} : $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 1$.

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, encontramos os autovetores associados :

Para $\lambda_1 = -1 \Rightarrow (y, x) = -(x, y)$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y \Rightarrow x = \lambda(\lambda x) = \lambda^2 x \Rightarrow \lambda = \pm 1.$$

determinamos os autovalores de \mathcal{F} : $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 1$.

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, encontramos os autovetores associados :

Para $\lambda_1 = -1 \Rightarrow (y, x) = -(x, y) \Rightarrow y = -x \text{ e } x = -y$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y \Rightarrow x = \lambda(\lambda x) = \lambda^2 x \Rightarrow \lambda = \pm 1.$$

determinamos os autovalores de \mathcal{F} : $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 1$.

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, encontramos os autovetores associados :

Para $\lambda_1 = -1 \Rightarrow (y, x) = -(x, y) \Rightarrow y = -x \text{ e } x = -y \Rightarrow v = (-y, y); y \neq 0$ é o autovetor associado ao λ_1 .

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y \Rightarrow x = \lambda(\lambda x) = \lambda^2 x \Rightarrow \lambda = \pm 1.$$

determinamos os autovalores de \mathcal{F} : $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 1$.

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, encontramos os autovetores associados :

Para $\lambda_1 = -1 \Rightarrow (y, x) = -(x, y) \Rightarrow y = -x \text{ e } x = -y \Rightarrow v = (-y, y); y \neq 0$ é o autovetor associado ao λ_1 .

Para $\lambda_2 = 1$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y \Rightarrow x = \lambda(\lambda x) = \lambda^2 x \Rightarrow \lambda = \pm 1.$$

determinamos os autovalores de \mathcal{F} : $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 1$.

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, encontramos os autovetores associados :

Para $\lambda_1 = -1 \Rightarrow (y, x) = -(x, y) \Rightarrow y = -x \text{ e } x = -y \Rightarrow v = (-y, y); y \neq 0$ é o autovetor associado ao λ_1 .

Para $\lambda_2 = 1 \Rightarrow (y, x) = (x, y)$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y \Rightarrow x = \lambda(\lambda x) = \lambda^2 x \Rightarrow \lambda = \pm 1.$$

determinamos os autovalores de \mathcal{F} : $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 1$.

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, encontramos os autovetores associados :

Para $\lambda_1 = -1 \Rightarrow (y, x) = -(x, y) \Rightarrow y = -x \text{ e } x = -y \Rightarrow v = (-y, y); y \neq 0$ é o autovetor associado ao λ_1 .

Para $\lambda_2 = 1 \Rightarrow (y, x) = (x, y) \Rightarrow y = x \text{ e } x = y$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y \Rightarrow x = \lambda(\lambda x) = \lambda^2 x \Rightarrow \lambda = \pm 1.$$

determinamos os autovalores de \mathcal{F} : $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 1$.

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, encontramos os autovetores associados :

Para $\lambda_1 = -1 \Rightarrow (y, x) = -(x, y) \Rightarrow y = -x \text{ e } x = -y \Rightarrow v = (-y, y); y \neq 0$ é o autovetor associado ao λ_1 .

Para $\lambda_2 = 1 \Rightarrow (y, x) = (x, y) \Rightarrow y = x \text{ e } x = y \Rightarrow x = y$

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y \Rightarrow x = \lambda(\lambda x) = \lambda^2 x \Rightarrow \lambda = \pm 1.$$

determinamos os autovalores de \mathcal{F} : $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 1$.

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, encontramos os autovetores associados :

Para $\lambda_1 = -1 \Rightarrow (y, x) = -(x, y) \Rightarrow y = -x \text{ e } x = -y \Rightarrow v = (-y, y); y \neq 0$ é o autovetor associado ao λ_1 .

Para $\lambda_2 = 1 \Rightarrow (y, x) = (x, y) \Rightarrow y = x \text{ e } x = y \Rightarrow x = y \Rightarrow v = (x, x); x \neq 0$ é o autovetor associado ao λ_2 .

Operador Linear

Autovalores e Autovetores

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$; talque $\mathcal{F}(x, y) = (y, x)$.

Por definição, temos;

$$\mathcal{F}(v) = \lambda v; \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow (y, x) = \lambda(x, y) \Rightarrow y = \lambda x \text{ e } x = \lambda y \Rightarrow x = \lambda(\lambda x) = \lambda^2 x \Rightarrow \lambda = \pm 1.$$

determinamos os autovalores de \mathcal{F} : $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 1$.

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, encontramos os autovetores associados :

Para $\lambda_1 = -1 \Rightarrow (y, x) = -(x, y) \Rightarrow y = -x \text{ e } x = -y \Rightarrow v = (-y, y); y \neq 0$ é o autovetor associado ao λ_1 .

Para $\lambda_2 = 1 \Rightarrow (y, x) = (x, y) \Rightarrow y = x \text{ e } x = y \Rightarrow x = y \Rightarrow v = (x, x); x \neq 0$ é o autovetor associado ao λ_2 .

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO**

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**)

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$,

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao **AUTOVALOR** $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda =$$

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid$$

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) =$$

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao **AUTOVALOR** $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA:

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) =$

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v$

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) -$

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) -$

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_\mathcal{V}(\lambda v) = 0$

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_\mathcal{V}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) -$

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_\mathcal{V}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V}(v) = 0$

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow (\mathcal{F} -$

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_\mathcal{V}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V}(v) = 0 \Rightarrow (\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V})(v) = 0$

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_\mathcal{V}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V}(v) = 0 \Rightarrow (\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V})(v) = 0 \Rightarrow v \in \mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V})$$

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow (\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = 0 \Rightarrow v \in \mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})$$

$$\underbrace{\mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})}_{\text{SUBESPAÇO DE } \mathcal{V}} =$$

SUBESPAÇO DE \mathcal{V}

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow (\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = 0 \Rightarrow v \in \mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})$$

$$\underbrace{\mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})}_{\text{SUBESPAÇO DE } \mathcal{V}} = \{v \in \mathcal{V} \mid$$

SUBESPAÇO DE \mathcal{V}

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow (\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = 0 \Rightarrow v \in \mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})$$

$$\underbrace{\mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})}_{\text{SUBESPAÇO DE } \mathcal{V}} = \{v \in \mathcal{V} \mid (\mathcal{F}(v) - \lambda v) = 0\}$$

SUBESPAÇO DE \mathcal{V}

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow (\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = 0 \Rightarrow v \in \mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})$$

$$\underbrace{\mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})}_{\text{SUBESPAÇO DE } \mathcal{V}} = \{v \in \mathcal{V} \mid (\mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = 0\} =$$

SUBESPAÇO DE \mathcal{V}

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow (\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = 0 \Rightarrow v \in \mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})$$

$$\underbrace{\mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})}_{\text{SUBESPAÇO DE } \mathcal{V}} = \{v \in \mathcal{V} \mid (\mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = 0\} = \{v \in \mathcal{V} \mid$$

SUBESPAÇO DE \mathcal{V}

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow (\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = 0 \Rightarrow v \in \mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})$$

$$\underbrace{\mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})}_{\text{SUBESPAÇO DE } \mathcal{V}} = \{v \in \mathcal{V} \mid (\mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v) = 0\} = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) =$$

SUBESPAÇO DE \mathcal{V}

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_\mathcal{V}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V}(v) = 0 \Rightarrow (\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V})(v) = 0 \Rightarrow v \in \mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V})$$

$$\underbrace{\mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V})}_{\text{SUBESPAÇO DE } \mathcal{V}} = \{v \in \mathcal{V} \mid (\mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V})(v) = 0\} = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}$$

SUBESPAÇO DE \mathcal{V}

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_\mathcal{V}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V}(v) = 0 \Rightarrow (\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V})(v) = 0 \Rightarrow v \in \mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V})$$

$$\underbrace{\mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V})}_{\text{SUBESPAÇO DE } \mathcal{V}} = \{v \in \mathcal{V} \mid (\mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V})(v) = 0\} = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\} = \mathcal{V}_\lambda.$$

SUBESPAÇO DE \mathcal{V}

Operador Linear

Subespaço Característico (ou Subespaço Próprio)

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por \mathcal{V}_λ e denominamos **SUBESPAÇO CARACTERÍSTICO** ou (**SUBESPAÇO PRÓPRIO** ou **AUTO-ESPAÇO**) associado ao AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o seguinte subconjunto de \mathcal{V} :

$$\mathcal{V}_\lambda = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\}.$$

OBSERVAÇÃO : \mathcal{V}_λ é um SUBESPAÇO de \mathcal{V}

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_\mathcal{V}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V}(v) = 0 \Rightarrow (\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V})(v) = 0 \Rightarrow v \in \mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V})$$

$$\underbrace{\mathcal{N}(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V})}_{\text{SUBESPAÇO DE } \mathcal{V}} = \{v \in \mathcal{V} \mid (\mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_\mathcal{V})(v) = 0\} = \{v \in \mathcal{V} \mid \mathcal{F}(v) = \lambda v\} = \mathcal{V}_\lambda.$$

SUBESPAÇO DE \mathcal{V}

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} ,

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) =$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) -$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) -$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) -$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow (\mathcal{F} -$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow (\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)} = 0$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$$

SISTEMA HOMOGÊNEO

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL:

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} -$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$$

SISTEMA HOMOGÊNEO

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v]$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n,$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,
onde;

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,
onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,
onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,
onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e
 $[v]$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,
onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e
 $[v]$ é a matriz das **incógnitas**

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,
onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e
 $[v]$ é a matriz das **incógnitas** representando os AUTOVETORES

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,
onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e
 $[v]$ é a matriz das **incógnitas** representando os AUTOVETORES $\Rightarrow [v] \neq 0$.

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,
onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e
 $[v]$ é a matriz das **incógnitas** representando os AUTOVETORES $\Rightarrow [v] \neq 0$.
Por isso, vamos impor

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,
onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e
 $[v]$ é a matriz das **incógnitas** representando os AUTOVETORES $\Rightarrow [v] \neq 0$.
Por isso, vamos impor $\det([(F - \lambda I_{\mathcal{V}})])$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,
onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e
 $[v]$ é a matriz das **incógnitas** representando os AUTOVETORES $\Rightarrow [v] \neq 0$.
Por isso, vamos impor $\text{det}[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = 0$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,
onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e

$[v]$ é a matriz das **incógnitas** representando os AUTOVETORES $\Rightarrow [v] \neq 0$.

Por isso, vamos impor $\det[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = 0$ a fim de obtermos soluções distintas da trivial!

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,
onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e

$[v]$ é a matriz das **incógnitas** representando os AUTOVETORES $\Rightarrow [v] \neq 0$.

Por isso, vamos impor $\det([(F - \lambda I_{\mathcal{V}})]) = 0$ a fim de obtermos soluções distintas da trivial!
 $\det([(F - \lambda I_{\mathcal{V}})])$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,

onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e

$[v]$ é a matriz das **incógnitas** representando os AUTOVETORES $\Rightarrow [v] \neq 0$.

Por isso, vamos impor $\det[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = 0$ a fim de obtermos soluções distintas da trivial!

$\det[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = \det[\mathcal{F}]$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,

onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e

$[v]$ é a matriz das **incógnitas** representando os AUTOVETORES $\Rightarrow [v] \neq 0$.

Por isso, vamos impor $\det[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = 0$ a fim de obtermos soluções distintas da trivial!

$\det[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = \det[\mathcal{F}] -$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,

onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e

$[v]$ é a matriz das **incógnitas** representando os AUTOVETORES $\Rightarrow [v] \neq 0$.

Por isso, vamos impor $\det[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = 0$ a fim de obtermos soluções distintas da trivial!

$\det[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = \det([\mathcal{F}] - \lambda [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}])$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,

onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e

$[v]$ é a matriz das **incógnitas** representando os AUTOVETORES $\Rightarrow [v] \neq 0$.

Por isso, vamos impor $\det[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = 0$ a fim de obtermos soluções distintas da trivial!

$\det[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = \det([\mathcal{F}] - \lambda [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]) = \det([\mathcal{F}] -$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,
onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e

$[v]$ é a matriz das **incógnitas** representando os AUTOVETORES $\Rightarrow [v] \neq 0$.

Por isso, vamos impor $\det[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = 0$ a fim de obtermos soluções distintas da trivial!

$\det[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = \det([\mathcal{F}] - \lambda [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_n) = 0$.

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,
onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e

$[v]$ é a matriz das **incógnitas** representando os AUTOVETORES $\Rightarrow [v] \neq 0$.

Por isso, vamos impor $\det[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = 0$ a fim de obtermos soluções distintas da trivial!

$\det[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = \det([\mathcal{F}] - \lambda [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_n) = 0$.

$\det([\mathcal{F}] -$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,
onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e

$[v]$ é a matriz das **incógnitas** representando os AUTOVETORES $\Rightarrow [v] \neq 0$.

Por isso, vamos impor $\det[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = 0$ a fim de obtermos soluções distintas da trivial!

$\det[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = \det([\mathcal{F}] - \lambda [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_n) = 0$.

$$\det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_n) = 0.$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Considerando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA: $\mathcal{F}(v) = \lambda v \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda v = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}(v) - \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(\lambda v) = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(v) - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}}(v) = 0 \Rightarrow \underbrace{(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})(v)}_{\text{SISTEMA HOMOGÊNEO}} = 0$

O SISTEMA HOMOGÊNEO na FORMA MATRICIAL: $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})][v] = 0_n$,
onde; $[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})]$ é a MATRIZ DOS COEFICIENTES, e

$[v]$ é a matriz das **incógnitas** representando os AUTOVETORES $\Rightarrow [v] \neq 0$.

Por isso, vamos impor $\det[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = 0$ a fim de obtermos soluções distintas da trivial!

$\det[(\mathcal{F} - \lambda \mathcal{I}_{\mathcal{V}})] = \det([\mathcal{F}] - \lambda [\mathcal{I}_{\mathcal{V}}]) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_n) = 0$.

$$\det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_n) = 0.$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} ,

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Então,

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .
Então, as matrizes associadas ao operador linear $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Então, as matrizes associadas ao operador linear $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ são **SEMELHANTES**:

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Então, as matrizes associadas ao operador linear $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ são **SEMELHANTES**:

$\exists P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ **invertível**;

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Então, as matrizes associadas ao operador linear $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ são **SEMELHANTES**:

$\exists P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ **invertível**;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Então, as matrizes associadas ao operador linear $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ são **SEMELHANTES**:

$\exists P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ **invertível**;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} P$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Então, as matrizes associadas ao operador linear $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ são **SEMELHANTES**:

$\exists P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ **invertível**;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} P =$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Então, as matrizes associadas ao operador linear $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ são **SEMELHANTES**:

$\exists P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ **invertível**;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} P = P$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Então, as matrizes associadas ao operador linear $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ são **SEMELHANTES**:

$\exists P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ **invertível**;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} P = P [\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Então, as matrizes associadas ao operador linear $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ são **SEMELHANTES**:

$\exists P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ **invertível**;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} P = P [\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}; \quad P = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Então, as matrizes associadas ao operador linear $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ são **SEMELHANTES**:

$\exists P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ **invertível**;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} P = P [\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}; \quad P = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}$$

OBSERVAÇÃO:

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Então, as matrizes associadas ao operador linear $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ são **SEMELHANTES**:

$\exists P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ **invertível**;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} P = P [\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}; \quad P = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}$$

OBSERVAÇÃO: Pela propriedade ([AULA6 - slide.6](#)) de MATRIZES SEMELHANTES,

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Então, as matrizes associadas ao operador linear $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ são **SEMELHANTES**:

$\exists P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ **invertível**;

$$[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} P = P [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}; \quad P = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}$$

OBSERVAÇÃO: Pela propriedade([AULA6 - slide.6](#)) de MATRIZES SEMELHANTES,

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}})$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Então, as matrizes associadas ao operador linear $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ são **SEMELHANTES**:

$\exists P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ **invertível**;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} P = P [\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}; \quad P = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}$$

OBSERVAÇÃO: Pela propriedade ([AULA6 - slide.6](#)) de MATRIZES SEMELHANTES,

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \det([\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}).$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Então, as matrizes associadas ao operador linear $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ são **SEMELHANTES**:

$\exists P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ **invertível**;

$$[\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} P = P [\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}; \quad P = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}$$

OBSERVAÇÃO: Pela propriedade([AULA6 - slide.6](#)) de MATRIZES SEMELHANTES,

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \det([\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}).$$

Logo,

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Então, as matrizes associadas ao operador linear $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ são **SEMELHANTES**:

$\exists P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ **invertível**;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} P = P [\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}; \quad P = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}$$

OBSERVAÇÃO: Pela propriedade (AULA6 - slide.6) de MATRIZES SEMELHANTES,

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \det([\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}).$$

Logo,

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda I_n) =$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Então, as matrizes associadas ao operador linear $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ são **SEMELHANTES**:

$\exists P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ **invertível**;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} P = P [\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}; \quad P = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}$$

OBSERVAÇÃO: Pela propriedade([AULA6 - slide.6](#)) de MATRIZES SEMELHANTES,

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \det([\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}).$$

Logo,

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n) = \det([\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n).$$

Operador Linear

Matriz Associada - Autovalores e Autovetores

PROPOSIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e sejam $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ e $\beta'_{\mathcal{V}} = \{v'_1, \dots, v'_n\}$ bases ordenadas de \mathcal{V} .

Então, as matrizes associadas ao operador linear $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ são **SEMELHANTES**:

$\exists P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ **invertível**;

$$[\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} P = P [\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}; \quad P = [I]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}$$

OBSERVAÇÃO: Pela propriedade ([AULA6 - slide.6](#)) de MATRIZES SEMELHANTES,

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}}) = \det([\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}}).$$

Logo,

$$\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda I_n) = \det([\mathcal{F}]_{\beta'_{\mathcal{V}}}^{\beta'_{\mathcal{V}}} - \lambda I_n).$$

Operador Linear

Polinômio Característico

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} ,

Operador Linear

Polinômio Característico

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$

Operador Linear

Polinômio Característico

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Operador Linear

Polinômio Característico

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Indicamos por $\mathcal{P}_{\mathcal{F}(\lambda)}$

Operador Linear

Polinômio Característico

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Indicamos por $\mathcal{P}_{\mathcal{F}(\lambda)}$ e denominamos **POLINÔMIO CARACTERÍSTICO DE \mathcal{F}**

Operador Linear

Polinômio Característico

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Indicamos por $\mathcal{P}_{\mathcal{F}(\lambda)}$ e denominamos **POLINÔMIO CARACTERÍSTICO DE \mathcal{F}** o polinômio de grau $\leq n$ obtido do seguinte modo,

Operador Linear

Polinômio Característico

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Indicamos por $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$ e denominamos **POLINÔMIO CARACTERÍSTICO DE \mathcal{F}** o polinômio de grau $\leq n$ obtido do seguinte modo,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n);$$

Operador Linear

Polinômio Característico

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Indicamos por $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$ e denominamos **POLINÔMIO CARACTERÍSTICO DE \mathcal{F}** o polinômio de grau $\leq n$ obtido do seguinte modo,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n);$$

cujas raízes $\lambda \in \mathbb{K}$ são os AUTOVALORES de \mathcal{F} :

Operador Linear

Polinômio Característico

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Indicamos por $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda)$ e denominamos **POLINÔMIO CARACTERÍSTICO DE \mathcal{F}** o polinômio de grau $\leq n$ obtido do seguinte modo,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n);$$

cujas raízes $\lambda \in \mathbb{K}$ são os AUTOVALORES de \mathcal{F} : $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0$

Operador Linear

Polinômio Característico

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Indicamos por $\mathcal{P}_{\mathcal{F}(\lambda)}$ e denominamos **POLINÔMIO CARACTERÍSTICO DE \mathcal{F}** o polinômio de grau $\leq n$ obtido do seguinte modo,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n);$$

cujas raízes $\lambda \in \mathbb{K}$ são os AUTOVALORES de \mathcal{F} : $\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow \boxed{\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n) = 0}.$

Operador Linear

Polinômio Característico

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} , seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$ e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Indicamos por $\mathcal{P}_{\mathcal{F}(\lambda)}$ e denominamos **POLINÔMIO CARACTERÍSTICO DE \mathcal{F}** o polinômio de grau $\leq n$ obtido do seguinte modo,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n);$$

cujas raízes $\lambda \in \mathbb{K}$ são os AUTOVALORES de \mathcal{F} : $\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow \boxed{\det([\mathcal{F}]_{\beta_{\mathcal{V}}}^{\beta_{\mathcal{V}}} - \lambda \mathcal{I}_n) = 0.}$

Transformações Lineares

Aplicação: CONTRAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada

Transformações Lineares

Aplicação: CONTRAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada CONTRAÇÃO DE RAZÃO k ; $0 \leq k \leq 1$.

Transformações Lineares

Aplicação: CONTRAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada CONTRAÇÃO DE RAZÃO k ; $0 \leq k \leq 1$.

$$\mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) =$$

Transformações Lineares

Aplicação: CONTRAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada CONTRAÇÃO DE RAZÃO k ; $0 \leq k \leq 1$.

$$\mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} kx \\ ky \\ kz \end{bmatrix} =$$

Transformações Lineares

Aplicação: CONTRAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada CONTRAÇÃO DE RAZÃO k ; $0 \leq k \leq 1$.

$$\mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} kx \\ ky \\ kz \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Aplicação: CONTRAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada CONTRAÇÃO DE RAZÃO k ; $0 \leq k \leq 1$.

$$\mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} kx \\ ky \\ kz \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 0 \\ k \\ 0 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Aplicação: CONTRAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada CONTRAÇÃO DE RAZÃO k ; $0 \leq k \leq 1$.

$$\mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} kx \\ ky \\ kz \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 0 \\ k \\ 0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k \end{bmatrix} =$$

Transformações Lineares

Aplicação: CONTRAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada CONTRAÇÃO DE RAZÃO k ; $0 \leq k \leq 1$.

$$\mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} kx \\ ky \\ kz \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 0 \\ k \\ 0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix};$$

Transformações Lineares

Aplicação: CONTRAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada CONTRAÇÃO DE RAZÃO k ; $0 \leq k \leq 1$.

$$\mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} kx \\ ky \\ kz \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 0 \\ k \\ 0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix};$$

cuja MATRIZ CANÔNICA:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Aplicação: DILATAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada

Transformações Lineares

Aplicação: DILATAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada DILATAÇÃO DE RAZÃO k ; $k > 1$.

Transformações Lineares

Aplicação: DILATAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada DILATAÇÃO DE RAZÃO k ; $k > 1$.

$$\mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) =$$

Transformações Lineares

Aplicação: DILATAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada DILATAÇÃO DE RAZÃO k ; $k > 1$.

$$\mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} kx \\ ky \\ kz \end{bmatrix} =$$

Transformações Lineares

Aplicação: DILATAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada DILATAÇÃO DE RAZÃO k ; $k > 1$.

$$\mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} kx \\ ky \\ kz \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Aplicação: DILATAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada DILATAÇÃO DE RAZÃO k ; $k > 1$.

$$\mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} kx \\ ky \\ kz \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 0 \\ k \\ 0 \end{bmatrix}$$

Transformações Lineares

Aplicação: DILATAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada DILATAÇÃO DE RAZÃO k ; $k > 1$.

$$\mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} kx \\ ky \\ kz \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 0 \\ k \\ 0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k \end{bmatrix} =$$

Transformações Lineares

Aplicação: DILATAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada DILATAÇÃO DE RAZÃO k ; $k > 1$.

$$\mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} kx \\ ky \\ kz \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 0 \\ k \\ 0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix};$$

Transformações Lineares

Aplicação: DILATAÇÃO

A transformação $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ é denominada DILATAÇÃO DE RAZÃO k ; $k > 1$.

$$\mathcal{F} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} kx \\ ky \\ kz \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 0 \\ k \\ 0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix};$$

cuja MATRIZ CANÔNICA:

$$[\mathcal{F}] = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix}$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível,

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível, os AUTOVALORES de \mathcal{F}

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível, os AUTOVALORES de \mathcal{F} e os AUTOVETORES associados,

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível, os AUTOVALORES de \mathcal{F} e os AUTOVETORES associados, utilizando o POLINÔMIO CARACTERÍSTICO de \mathcal{F} .

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível, os AUTOVALORES de \mathcal{F} e os AUTOVETORES associados, utilizando o POLINÔMIO CARACTERÍSTICO de \mathcal{F} .

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível, os AUTOVALORES de \mathcal{F} e os AUTOVETORES associados, utilizando o POLINÔMIO CARACTERÍSTICO de \mathcal{F} .

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \right)$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível, os AUTOVALORES de \mathcal{F} e os AUTOVETORES associados, utilizando o POLINÔMIO CARACTERÍSTICO de \mathcal{F} .

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} - \lambda \right)$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível, os AUTOVALORES de \mathcal{F} e os AUTOVETORES associados, utilizando o POLINÔMIO CARACTERÍSTICO de \mathcal{F} .

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) =$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível, os AUTOVALORES de \mathcal{F} e os AUTOVETORES associados, utilizando o POLINÔMIO CARACTERÍSTICO de \mathcal{F} .

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \det \begin{bmatrix} 3-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3-\lambda \end{bmatrix}$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível, os AUTOVALORES de \mathcal{F} e os AUTOVETORES associados, utilizando o POLINÔMIO CARACTERÍSTICO de \mathcal{F} .

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \det \left(\begin{bmatrix} 3-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right)$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível, os AUTOVALORES de \mathcal{F} e os AUTOVETORES associados, utilizando o POLINÔMIO CARACTERÍSTICO de \mathcal{F} .

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \det \left(\begin{bmatrix} 3-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = (3-\lambda)^3$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível, os AUTOVALORES de \mathcal{F} e os AUTOVETORES associados, utilizando o POLINÔMIO CARACTERÍSTICO de \mathcal{F} .

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \det \left(\begin{bmatrix} 3-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = (3-\lambda)^3$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0}$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível, os AUTOVALORES de \mathcal{F} e os AUTOVETORES associados, utilizando o POLINÔMIO CARACTERÍSTICO de \mathcal{F} .

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \det \left(\begin{bmatrix} 3-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = (3-\lambda)^3$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3-\lambda)^3 = 0$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível, os AUTOVALORES de \mathcal{F} e os AUTOVETORES associados, utilizando o POLINÔMIO CARACTERÍSTICO de \mathcal{F} .

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \det \left(\begin{bmatrix} 3-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = (3-\lambda)^3$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3-\lambda)^3 = 0 \Rightarrow$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível, os AUTOVALORES de \mathcal{F} e os AUTOVETORES associados, utilizando o POLINÔMIO CARACTERÍSTICO de \mathcal{F} .

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \det \left(\begin{bmatrix} 3-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = (3-\lambda)^3$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3-\lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 =$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível, os AUTOVALORES de \mathcal{F} e os AUTOVETORES associados, utilizando o POLINÔMIO CARACTERÍSTICO de \mathcal{F} .

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \det \left(\begin{bmatrix} 3-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = (3-\lambda)^3$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3-\lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível, os AUTOVALORES de \mathcal{F} e os AUTOVETORES associados, utilizando o POLINÔMIO CARACTERÍSTICO de \mathcal{F} .

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \det \left(\begin{bmatrix} 3-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = (3-\lambda)^3$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3-\lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \text{ são os AUTOVALORES de } \mathcal{F}.$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Determine, se possível, os AUTOVALORES de \mathcal{F} e os AUTOVETORES associados, utilizando o POLINÔMIO CARACTERÍSTICO de \mathcal{F} .

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \det \left(\begin{bmatrix} 3-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = (3-\lambda)^3$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3-\lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \text{ são os AUTOVALORES de } \mathcal{F}.$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$;

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 =$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 3(x, y, z)$.

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 3(x, y, z)$.

resolvendo na forma matricial:

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 3(x, y, z)$.

resolvendo na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 3 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3 - \lambda \end{bmatrix}$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 3(x, y, z)$.

resolvendo na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 3 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 3(x, y, z)$.

resolvendo na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 3 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 3(x, y, z)$.

resolvendo na forma matricial:
$$\begin{bmatrix} 3 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 3(x, y, z)$.

resolvendo na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 3 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 3 - 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 - 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 - 3 \end{bmatrix}$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 3(x, y, z)$.

resolvendo na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 3 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 3 - 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 - 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 - 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 3(x, y, z)$.

resolvendo na forma matricial:
$$\begin{bmatrix} 3 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 3 - 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 - 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 - 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 3(x, y, z)$.

resolvendo na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 3 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 3 - 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 - 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 - 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow x, y, z \in \mathbb{R}$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 3(x, y, z)$.

resolvendo na forma matricial:
$$\begin{bmatrix} 3 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 3 - 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 - 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 - 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow x, y, z \in \mathbb{R}$$

Assim,

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 3(x, y, z)$.

resolvendo na forma matricial:
$$\begin{bmatrix} 3 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 3 - 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 - 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 - 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow x, y, z \in \mathbb{R}$$

Assim, obtivemos o AUTOVETOR associado:

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 3(x, y, z)$.

resolvendo na forma matricial:
$$\begin{bmatrix} 3 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 3 - 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 - 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 - 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow x, y, z \in \mathbb{R}$$

Assim, obtivemos o AUTOVETOR associado:

$$v \in \mathbb{R}^3; \quad v = (x, y, z) \neq 0.$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 3(x, y, z)$.

resolvendo na forma matricial:
$$\begin{bmatrix} 3 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 3 - 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 - 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 - 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow x, y, z \in \mathbb{R}$$

Assim, obtivemos o AUTOVETOR associado:

$$v \in \mathbb{R}^3; \quad v = (x, y, z) \neq 0.$$

e o AUTO-ESPAÇO:

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\}$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 3(x, y, z)$.

resolvendo na forma matricial:
$$\begin{bmatrix} 3 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 3 - 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 - 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 - 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow x, y, z \in \mathbb{R}$$

Assim, obtivemos o AUTOVETOR associado:

$$v \in \mathbb{R}^3; \quad v = (x, y, z) \neq 0.$$

e o AUTO-ESPAÇO:

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 3(x, y, z)$.

resolvendo na forma matricial:
$$\begin{bmatrix} 3 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 3 - 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 - 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 - 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow x, y, z \in \mathbb{R}$$

Assim, obtivemos o AUTOVETOR associado:

$$v \in \mathbb{R}^3; \quad v = (x, y, z) \neq 0.$$

e o AUTO-ESPAÇO:

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}}.$$

Operador Linear

Multiplicidades Algébrica e Geométrica do autovalor λ

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e

Operador Linear

Multiplicidades Algébrica e Geométrica do autovalor λ

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Operador Linear

Multiplicidades Algébrica e Geométrica do autovalor λ

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por $m_a(\lambda)$

Operador Linear

Multiplicidades Algébrica e Geométrica do autovalor λ

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por $m_a(\lambda)$ e denominamos

Operador Linear

Multiplicidades Algébrica e Geométrica do autovalor λ

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por $m_a(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE ALGÉBRICA**

Operador Linear

Multiplicidades Algébrica e Geométrica do autovalor λ

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por $m_a(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE ALGÉBRICA** do AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$,

Operador Linear

Multiplicidades Algébrica e Geométrica do autovalor λ

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por $m_a(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE ALGÉBRICA** do AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o NÚMERO de vezes

Operador Linear

Multiplicidades Algébrica e Geométrica do autovalor λ

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por $m_a(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE ALGÉBRICA** do AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o NÚMERO de vezes que λ

Operador Linear

Multiplicidades Algébrica e Geométrica do autovalor λ

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por $m_a(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE ALGÉBRICA** do AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o NÚMERO de vezes que λ aparece como **raiz do polinômio característico**.

Operador Linear

Multiplicidades Algébrica e Geométrica do autovalor λ

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por $m_a(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE ALGÉBRICA** do AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o NÚMERO de vezes que λ aparece como **raiz do polinômio característico**.

E, indicamos por $m_g(\lambda)$

Operador Linear

Multiplicidades Algébrica e Geométrica do autovalor λ

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por $m_a(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE ALGÉBRICA** do AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o NÚMERO de vezes que λ aparece como **raiz do polinômio característico**.

E, indicamos por $m_g(\lambda)$ e denominamos

Operador Linear

Multiplicidades Algébrica e Geométrica do autovalor λ

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por $m_a(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE ALGÉBRICA** do AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o NÚMERO de vezes que λ aparece como **raiz do polinômio característico**.

E, indicamos por $m_g(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE GEOMÉTRICA**

Operador Linear

Multiplicidades Algébrica e Geométrica do autovalor λ

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por $m_a(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE ALGÉBRICA** do AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o NÚMERO de vezes que λ aparece como **raiz do polinômio característico**.

E, indicamos por $m_g(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE GEOMÉTRICA** do AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$,

Operador Linear

Multiplicidades Algébrica e Geométrica do autovalor λ

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por $m_a(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE ALGÉBRICA** do AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o NÚMERO de vezes que λ aparece como **raiz do polinômio característico**.

E, indicamos por $m_g(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE GEOMÉTRICA** do AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, a DIMENSÃO

Operador Linear

Multiplicidades Algébrica e Geométrica do autovalor λ

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por $m_a(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE ALGÉBRICA** do AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o NÚMERO de vezes que λ aparece como **raiz do polinômio característico**.

E, indicamos por $m_g(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE GEOMÉTRICA** do AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, a DIMENSÃO do AUTO-ESPAÇO de λ :

Operador Linear

Multiplicidades Algébrica e Geométrica do autovalor λ

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por $m_a(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE ALGÉBRICA** do AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o NÚMERO de vezes que λ aparece como **raiz do polinômio característico**.

E, indicamos por $m_g(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE GEOMÉTRICA** do AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, a DIMENSÃO do AUTO-ESPAÇO de λ : $m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_\lambda)$.

Operador Linear

Multiplicidades Algébrica e Geométrica do autovalor λ

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathcal{V})$.

Indicamos por $m_a(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE ALGÉBRICA** do AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, o NÚMERO de vezes que λ aparece como **raiz do polinômio característico**.

E, indicamos por $m_g(\lambda)$ e denominamos **MULTIPLICIDADE GEOMÉTRICA** do AUTOVALOR $\lambda \in \mathbb{K}$, a DIMENSÃO do AUTO-ESPAÇO de λ : $m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_\lambda)$.

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 =$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) =$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\}$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda)$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) =$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXEMPLO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (3x, 3y, 3z)$.

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow (3 - \lambda)^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 3 \Rightarrow m_a(\lambda) = 3;$$

e;

$$\mathcal{V}_{(\lambda=3)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = (x, y, z)\} = \mathbb{R}^3 \Rightarrow \beta_{\mathbb{R}^3} = \beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=3)}},$$

então;

$$m_g(\lambda) = \dim(\mathcal{V}_{\lambda}) = 3.$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) =$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 2 - \lambda & -1 & 1 \\ 0 & 3 - \lambda & -1 \\ 2 & 1 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \right)$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 2 - \lambda & -1 & 1 \\ 0 & 3 - \lambda & -1 \\ 2 & 1 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \right)$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 2 - \lambda & -1 & 1 \\ 0 & 3 - \lambda & -1 \\ 2 & 1 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \right) =$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 2-\lambda & -1 & 1 \\ 0 & 3-\lambda & -1 \\ 2 & 1 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = -(\lambda - 2)$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 2-\lambda & -1 & 1 \\ 0 & 3-\lambda & -1 \\ 2 & 1 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = -(\lambda - 2)(\lambda - 2)$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 2-\lambda & -1 & 1 \\ 0 & 3-\lambda & -1 \\ 2 & 1 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = -(\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 2-\lambda & -1 & 1 \\ 0 & 3-\lambda & -1 \\ 2 & 1 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = -(\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 2-\lambda & -1 & 1 \\ 0 & 3-\lambda & -1 \\ 2 & 1 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = -(\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 2;$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 2-\lambda & -1 & 1 \\ 0 & 3-\lambda & -1 \\ 2 & 1 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = -(\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 2-\lambda & -1 & 1 \\ 0 & 3-\lambda & -1 \\ 2 & 1 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = -(\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 2-\lambda & -1 & 1 \\ 0 & 3-\lambda & -1 \\ 2 & 1 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = -(\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4 \text{ são os AUTOVALORES de } \mathcal{F}.$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 2-\lambda & -1 & 1 \\ 0 & 3-\lambda & -1 \\ 2 & 1 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = -(\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4 \text{ são os AUTOVALORES de } \mathcal{F}.$$

$$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) =$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 2-\lambda & -1 & 1 \\ 0 & 3-\lambda & -1 \\ 2 & 1 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = -(\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$ são os AUTOVALORES de \mathcal{F} .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$; e

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 2-\lambda & -1 & 1 \\ 0 & 3-\lambda & -1 \\ 2 & 1 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = -(\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$ são os AUTOVALORES de \mathcal{F} .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$; e $m_a(\lambda_3) =$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 2-\lambda & -1 & 1 \\ 0 & 3-\lambda & -1 \\ 2 & 1 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = -(\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$ são os AUTOVALORES de \mathcal{F} .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$; e $m_a(\lambda_3) = 1$.

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ e seja $\mathcal{F} \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tal que; $\mathcal{F}(x, y, z) = (2x - y + z, 3y - z, 2x + y + 3z)$.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det([\mathcal{F}] - \lambda \mathcal{I}_3)$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = \det \left(\begin{bmatrix} 2-\lambda & -1 & 1 \\ 0 & 3-\lambda & -1 \\ 2 & 1 & 3-\lambda \end{bmatrix} \right) = -(\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 4)$$

$\boxed{\mathcal{P}_{\mathcal{F}}(\lambda) = 0} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 4$ são os AUTOVALORES de \mathcal{F} .

$m_a(\lambda_1 = \lambda_2) = 2$; e $m_a(\lambda_3) = 1$.

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$;

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 =$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = 2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z)$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = 2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = 2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix}$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = 2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = 2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = 2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$

AUTOVETOR associado:

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = 2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = 2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO:

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = 2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\}$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = 2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = 2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\}$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

$$\text{Para } \boxed{\lambda_1 = \lambda_2 = 2} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = 2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 2) = 1.$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

$$\text{Para } \boxed{\lambda_1 = \lambda_2 = 2} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 2) = 1.$

Para $\lambda_3 =$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

Para $\lambda_1 = \lambda_2 = 2 \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 2) = 1.$

Para $\lambda_3 = 4$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

$$\text{Para } \boxed{\lambda_1 = \lambda_2 = 2} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 2) = 1.$

$$\text{Para } \boxed{\lambda_3 = 4} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 4(x, y, z)$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

$$\text{Para } \boxed{\lambda_1 = \lambda_2 = 2} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 2) = 1.$

$$\text{Para } \boxed{\lambda_3 = 4} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 4(x, y, z) \Rightarrow$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

$$\text{Para } \boxed{\lambda_1 = \lambda_2 = 2} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 2) = 1.$

$$\text{Para } \boxed{\lambda_3 = 4} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 4(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-4 & -1 & 1 \\ 0 & 3-4 & -1 \\ 2 & 1 & 3-4 \end{bmatrix}$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

$$\text{Para } \boxed{\lambda_1 = \lambda_2 = 2} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 2) = 1.$

$$\text{Para } \boxed{\lambda_3 = 4} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 4(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-4 & -1 & 1 \\ 0 & 3-4 & -1 \\ 2 & 1 & 3-4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

$$\text{Para } \boxed{\lambda_1 = \lambda_2 = 2} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 2) = 1.$

$$\text{Para } \boxed{\lambda_3 = 4} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 4(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-4 & -1 & 1 \\ 0 & 3-4 & -1 \\ 2 & 1 & 3-4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

$$\text{Para } \boxed{\lambda_1 = \lambda_2 = 2} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 2) = 1.$

$$\text{Para } \boxed{\lambda_3 = 4} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 4(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-4 & -1 & 1 \\ 0 & 3-4 & -1 \\ 2 & 1 & 3-4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

AUTOVETOR associado:

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

$$\text{Para } \boxed{\lambda_1 = \lambda_2 = 2} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 2) = 1$.

$$\text{Para } \boxed{\lambda_3 = 4} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 4(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-4 & -1 & 1 \\ 0 & 3-4 & -1 \\ 2 & 1 & 3-4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, x)$; $x \neq 0$.

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

$$\text{Para } \boxed{\lambda_1 = \lambda_2 = 2} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 2) = 1$.

$$\text{Para } \boxed{\lambda_3 = 4} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 4(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-4 & -1 & 1 \\ 0 & 3-4 & -1 \\ 2 & 1 & 3-4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO:

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

$$\text{Para } \boxed{\lambda_1 = \lambda_2 = 2} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 2) = 1$.

$$\text{Para } \boxed{\lambda_3 = 4} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 4(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-4 & -1 & 1 \\ 0 & 3-4 & -1 \\ 2 & 1 & 3-4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=4)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\}$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

$$\text{Para } \boxed{\lambda_1 = \lambda_2 = 2} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 2) = 1$.

$$\text{Para } \boxed{\lambda_3 = 4} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 4(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-4 & -1 & 1 \\ 0 & 3-4 & -1 \\ 2 & 1 & 3-4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=4)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$.

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

$$\text{Para } \boxed{\lambda_1 = \lambda_2 = 2} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 2) = 1$.

$$\text{Para } \boxed{\lambda_3 = 4} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 4(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-4 & -1 & 1 \\ 0 & 3-4 & -1 \\ 2 & 1 & 3-4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=4)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$.

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=4)}} = \{(1, -1, 1)\}$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

$$\text{Para } \boxed{\lambda_1 = \lambda_2 = 2} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 2) = 1.$

$$\text{Para } \boxed{\lambda_3 = 4} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 4(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-4 & -1 & 1 \\ 0 & 3-4 & -1 \\ 2 & 1 & 3-4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=4)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$.

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=4)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=4)}) = 1$

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

$$\text{Para } \boxed{\lambda_1 = \lambda_2 = 2} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 2) = 1$.

$$\text{Para } \boxed{\lambda_3 = 4} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 4(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-4 & -1 & 1 \\ 0 & 3-4 & -1 \\ 2 & 1 & 3-4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=4)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$.

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=4)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=4)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$.

Operador Linear

Polinômio Característico - Autovalores - Autovetores

EXERCÍCIO:

Agora, utilizando a EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA, $\mathcal{F}(x, y, z) = \lambda(x, y, z)$; encontramos os AUTOVETORES associados :

$$\text{Para } \boxed{\lambda_1 = \lambda_2 = 2} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 2(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-2 & -1 & 1 \\ 0 & 3-2 & -1 \\ 2 & 1 & 3-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, -x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=2)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = z = -x\} = [(1, -1, -1)]$

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=2)}} = \{(1, -1, -1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=2)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 2) = 1$.

$$\text{Para } \boxed{\lambda_3 = 4} \Rightarrow \mathcal{F}(x, y, z) = 4(x, y, z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2-4 & -1 & 1 \\ 0 & 3-4 & -1 \\ 2 & 1 & 3-4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

AUTOVETOR associado: $v \in \mathbb{R}^3$; $v = (x, -x, x)$; $x \neq 0$.

AUTO-ESPAÇO: $\mathcal{V}_{(\lambda=4)} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid y = -x \text{ e } z = x\} = [(1, -1, 1)]$.

$\beta_{\mathcal{V}_{(\lambda=4)}} = \{(1, -1, 1)\} \Rightarrow \dim(\mathcal{V}_{(\lambda=4)}) = 1 \Rightarrow m_g(\lambda = 4) = 1$.