UFBa - IME - DMAT —- Matemática Discreta I(MATA42) - Profa: Isamara

Lista de Exercícios.2 - Lógica Matemática

---

1. Considere as seguintes proposições:

   p: O Aluno assiste às aulas de Matemática Discreta.

   q: O Aluno resolve todos os exercícios da lista de Matemática Discreta.

   r: O Aluno aprende os assuntos da Matemática Discreta.

   Traduza para a Linguagem natural as seguintes proposições:

   (a) $(p \wedge q) \rightarrow r$

   (b) $\neg r \rightarrow \neg(p \wedge q)$

   (c) $r \rightarrow (p \wedge q)$

   (d) $\neg(p \wedge q) \rightarrow \neg r$

   (e) $(p \vee q) \rightarrow r$

---

2. Considere as seguintes proposições:

   p: O Aluno assiste às aulas de Matemática Discreta.

   q: O Aluno resolve todos os exercícios da lista de Matemática Discreta.

   r: O Aluno aprende os assuntos da Matemática Discreta.

   Traduza para a Linguagem simbólica as seguintes proposições:

   (a) "O Aluno aprendeu os assuntos da Matemática Discreta mas o Aluno não resolveu todos os exercícios da lista."

   (b) "O Aluno não aprendeu os assuntos da Matemática Discreta mas assistiu Ã s aulas de Matemática Discreta."

   (c) " Para o Aluno aprender os assuntos da Matemática Discreta, é necessário que ele assista às aulas e resolva todos os exercícios."

   (d) " O Aluno aprenderá os assuntos da Matemática Discreta se, e somente se, ele assitir às aulas ou resolver todos os exercícios."

   (e) "Não é necessário o Aluno assistir às Aulas para resolver todos os exercícios."

3. Construa a tabela-verdade para cada fbf abaixo.

   (a) $(P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg Q \leftrightarrow \neg P)$

   (b) $(P \wedge Q) \leftrightarrow (P \oplus Q)$

   (c) $(P \rightarrow Q) \oplus (\neg P \rightarrow \neg Q)$

---

4. Verifique, utilizando a tabela-verdade, se as fbfs abaixo são uma TAUTOLOGIA.

   (a) $P \rightarrow Q \leftrightarrow \neg Q \rightarrow \neg P$ "CONTRAPOSITIVA da Condicional"

   (b) $P \rightarrow Q \leftrightarrow Q \rightarrow P$ "RECÍPROCA da Condicional"

   (c) $P \rightarrow Q \leftrightarrow \neg P \rightarrow \neg Q$ "INVERSA da Condicional"

   (d) $(P \rightarrow Q) \wedge P \leftrightarrow Q$ "MODUS PONENS"

   (e) $(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q \leftrightarrow \neg P$ "MODUS TOLLENS"

   (f) $P \leftrightarrow Q \leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q)$

   (g) $(P \rightarrow Q) \wedge (\neg P \rightarrow Q) \leftrightarrow Q$

   (h) $P \rightarrow (Q \rightarrow R) \leftrightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow R$

---

5. Faça a simplificação lógica da seguinte expressão utilizando apenas as Leis da lógica:

$$(p \wedge (\neg(\neg p \vee q))) \vee (p \wedge q)$$

---

6. Mostre se o seguinte argumento é válido ou não, utilizando as Regras de Inferência. (Identifique, a cada passo, a regra utilizada).

   - $P_1 : \neg p \rightarrow (r \wedge \neg s)$
   - $P_2 : t \rightarrow s$
   - $P_3 : u \rightarrow \neg p$
   - $P_4 : \neg w$
   - $P_5 : u \vee w$
   - $Q : \neg t \vee w$

---

7. Mostre se o seguinte argumento é válido ou não, utilizando as Regras de Inferência. (Identifique a cada passo a regra utilizada).

   - $P_1 : \neg p \to (r \wedge \neg s)$
   - $P_2 : t \to s$
   - $P_3 : u \to \neg s$
   - $P_4 : \neg w$
   - $P_5 : u \vee w$
   - $Q : \neg t \wedge w$

---

8. Determine "CONTRAPOSITIVA" e a "RECÍPROCA" para cada condicional definida nos itens abaixo.

   (a) "Se p é número primo então $p = 2$ ou p é ímpar".

   (b) "Se x é divisível por 5 então x é múltiplo de 10".

   (c) "O Aluno não efetivou a matrícula em MATA42 somente se, ele não foi aprovado em MATA42."

   (d) "Se um número somado a ele próprio resulta no próprio número, então o número é zero."

---

9. Transforme as fbfs dos argumentos abaixo, em fbfs apenas com os conectivos de negação e disjunção. (utilize, se necessário as leis de equivalência para simplificá-las)

   (a) $P_1 : P \to Q, P_2 : P \to (Q \to R)$, conclusão:$P \to R$

   (b) $P_1 : P \to Q, P_2 : Q \to (R \to S), P_3 : P \to (Q \to R)$, conclusão:$P \to S$

---

10. Verifique a validade do argumento. "Se os alunos assistem às aulas então gostam de estudar." "Se os alunos gostam de estudar então passam com média." "Os alunos assistem às aulas ou os alunos não passam com média." Conclusão: "Os alunos assistem às aulas se, e somente se, os alunos gostam de estudar".

---

11. Verifique a validade do seguinte argumento.

    "Eu assisto às aulas ou participo das monitorias. Eu assisto às aulas se participo das monitorias. Se eu assisto às aulas ou estudo em casa então eu obtive uma boa média. Eu obtive uma boa média."

---

12. Determine os Conjuntos Verdade e Falsidade das proposições predicativas sobre $\mathbb{N}$.

    (a) $n > 1$

    (b) $n! < 10$

    (c) $(n + 1) > n$

    (d) $2n$ é ímpar

---

13. Escreva na Linguagem simbólica as seguintes sentenças.

    (a) "Todo natural é ímpar".

    (b) "Todos os inteiros são divisíveis por 5".

    (c) "Algum natural é divisível por 7".

    (d) "O quadrado de qualquer inteiro é não negativo".

    (e) "Qualquer que seja o número natural, existe sempre outro natural maior que ele".

    (f) "Existem dois inteiros x e y tais que $x/y = 4$".

    (g) "Existe um único número natural par que é menor do que 1".

---

14. Sendo $A = \{1, 2, 3\}$, determine o valor lógico de cada proposição predicativa abaixo.

    (a) $\exists x \in A | x^2 + x - 6 = 0$

    (b) $\forall x \in A | x^2 - 1 < 0$

    (c) $\neg(\forall x \in A | x^2 + x = 6)$

    (d) $\neg(\exists x \in A || x - 1| \leq 2)$

---

15. Determine o valor-verdade de cada proposição predicativa abaixo sobre $\mathbb{N}$.

    (a) $(\forall n \in \mathbb{N})(n < 1)$

    (b) $(\forall n \in \mathbb{N})(n! < 10)$

    (c) $(\forall n \in \mathbb{N})((n + 1) > n)$

    (d) $(\forall n \in \mathbb{N})(2n \text{ é par})$

    (e) $(\exists n \in \mathbb{N})(n < 1)$

(f) $(\exists n \in \mathbb{N})(n! < 10)$

(g) $(\exists n \in \mathbb{N})((n+1) > n)$

(h) $(\exists n \in \mathbb{N})(2n \text{ é par})$

(i) $(\exists! n \in \mathbb{N})(n < 1)$

(j) $(\exists! n \in \mathbb{N})(n! < 10)$

(k) $(\exists! n \in \mathbb{N})((n+1) > n)$

(l) $(\exists! n \in \mathbb{N})(2n \text{ é par})$

---

16. Determine a negação das proposições quantificadas abaixo e, em seguida dê o valor-verdade de cada negação.

(a) $\neg((\forall n \in \mathbb{N})(n < 1)) \Leftrightarrow ??$

(b) $\neg((\forall n \in \mathbb{N})(n! < 10)) \Leftrightarrow ??$

(c) $\neg((\forall n \in \mathbb{N})((n+1) > n)) \Leftrightarrow ??$

(d) $\neg((\forall n \in \mathbb{N})(2n \text{ é par})) \Leftrightarrow ??$

(e) $\neg((\exists n \in \mathbb{N})(n < 1)) \Leftrightarrow ??$

(f) $\neg((\exists n \in \mathbb{N})(n! < 10)) \Leftrightarrow ??$

(g) $\neg((\exists n \in \mathbb{N})((n+1) > n)) \Leftrightarrow ??$

(h) $\neg((\exists n \in \mathbb{N})(2n \text{ é par})) \Leftrightarrow ??$

---

17. Verifique a validade do seguinte argumento.

“ Na empresa XYZ, todos os computadores que não estão funcionando são doados.

Existem computadores que não são doados.

Logo, existem computadores que não são doados mas estão funcionando. ”

---

18. Verifique a validade do seguinte argumento.

“ Na UFBa, todos os alunos que não são calouros são veteranos.

Paulo não é veterano.

Logo, Paulo é calouro. ”

---

19. Verifique a validade da seguinte afirmação:

    "A soma de cinco números naturais consecutivos é divisível por 5."

---

20. Verifique a validade da seguinte afirmação:

    "A soma de quatro números naturais consecutivos é divisível por 4."

---

21. Refute as afirmações abaixo.

    (a) "Um inteiro x é positivo se, e somente se, $x + 1$ é positivo."

    (b) "Se x é primo então x é ímpar."

    (c) Sejam a e b inteiros. "Se $a|b$, então $a \leq b$ e, se $b|a$, então $b \leq a$, portanto, $a = b$."

    (d) "Se a, b e c são inteiros positivos com $a|(bc)$, então $a|b$ ou $a|c$."

---

22. Prove que: "Se x e y números reais tais que $x > 0$ e $x < y$ então $x^2 < y^2$."

---

23. Prove que: "$min(x, y) + max(x, y) = x + y$ para quaisquer números reais x e y."
