UFBa - IME - DMAT —- Álgebra Linear I(MATA07) - Profa: Isamara

5$^a$ LISTA EXERCÍCIO

1. Mostre que $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}; T(x,y,z) = -2x + 3y + 7z; \quad \forall v = (x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ é uma transformação linear.

2. Seja $V = \mathbb{R}^3$ um espaço vetorial real e seja $T : V \longrightarrow V; T(x,y,z) = (x+z, x+2y, 1); \forall v = (x,y,z) \in V$. Verifique se $T$ é uma transformação linear.

3. Verifique se as aplicações definidas abaixo são Transformações Lineares:

   (a) Seja $V = \mathbb{R}^2$ um espaço vetorial real e seja $T : V \longrightarrow V; T(v) = \lambda v; \quad \forall v \in V; \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}$.

   (b) Seja $V = \mathbb{R}^2$ um espaço vetorial real e seja $T : V \longrightarrow V; T(x,y) = (x, -y); \quad \forall v = (x,y) \in V$.

   (c) Seja $V = \mathbb{R}^2$ um espaço vetorial real e seja $T : V \longrightarrow V; T(x,y) = (-x, y); \quad \forall v = (x,y) \in V$.

   (d) Seja $V = \mathbb{R}^2$ um espaço vetorial real e seja $T : V \longrightarrow V; T(x,y) = (-x, -y); \quad \forall v = (x,y) \in V$.

   (e) Seja $V = \mathbb{R}^2$ um espaço vetorial real e seja $T : V \longrightarrow V; T(x,y) = (x,y) + (a,b); \forall v = (x,y) \in V$; e um dado vetor não-nulo $(a,b) \in \mathbb{R}^2$.

   (f) Seja $V = \mathbb{R}^2$ um espaço vetorial real e seja $T : V \longrightarrow V; T(x,y) = (xcos\theta - ysen\theta, xsen\theta + ycos\theta); \forall v = (x,y) \in V$.

   (g) Seja $V = \mathbb{R}^2$ um espaço vetorial real e seja $T : V \longrightarrow V; T(x,y) = (x + ytg\theta, y); \forall v = (x,y) \in V; \theta$ é o ângulo de deslocamento do eixo-$y$.

   (h) Seja $V = \mathbb{R}^2$ um espaço vetorial real e seja $T : V \longrightarrow V; T(x,y) = (x^2, x + 2y); \forall v = (x,y) \in V$.

4. Seja o conjunto $C([0,1]) = \{f : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R} / f$ é uma função contínua $\}$.
   Mostre que a aplicação $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow C([0,1])$ ; tal que $T(x,y) = xe^t + ye^{2t}; \ \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$ é uma transformação linear.

5. Seja $P \in M_n(\mathbb{R})$ uma matriz invertível. Mostre que $T : M_n(\mathbb{R}) \longrightarrow M_n(\mathbb{R})$; $T(A) = P^{-1}AP; \forall A \in M_n(\mathbb{R})$ é um operador linear em $M_n(\mathbb{R})$.

6. Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \longrightarrow P_3(\mathbb{R}); T(p(t)) = 2p'(t)$. Verifique se $T$ é um operador linear em $P_3(\mathbb{R})$.

7. Sejam $U$ e $V$ espaços vetoriais sobre o mesmo corpo $K$; e seja $L(U, V)$ o conjunto de todas as Transformações Lineares de $U$ em $V$. Mostre que $L(U, V)$ é um espaço vetorial sobre o corpo $K$.

8. Sejam $F, G \in L(\mathbb{R}^3, \mathbb{R})$; tais que $F : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}; F(x, y, z) = -2x + 3y + 7z$ e,
   $G : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}; G(x, y, z) = x + y + z$.
   Determine as seguintes Transformações Lineares: $F + G$, $2F$ e $FoI$; onde $I \in L(\mathbb{R}^3)$ é o operador idêntico em $\mathbb{R}^3$.

9. Sejam $F, G \in L(\mathbb{R}^4, M_2(\mathbb{R})); T \in L(M_2(\mathbb{R}), P_3(\mathbb{R}))$; tais que
   $F : \mathbb{R}^4 \longrightarrow M_2(\mathbb{R}); F(x, y, z, w) = \begin{pmatrix} x & z \\ w & y \end{pmatrix}$,
   $G : \mathbb{R}^4 \longrightarrow M_2(\mathbb{R}); G(x, y, z, w) = \begin{pmatrix} 2z & x - y \\ w & w \end{pmatrix}$, e
   $T : M_2(\mathbb{R}) \longrightarrow P_3(\mathbb{R}); T(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}) = a + at + (b + d)t^2 + ct^3$.
   Determine as seguintes Transformações Lineares: $F + 3G$ e $ToG$.

10. Sejam $F, G \in L(\mathbb{R}^4)$; tais que
    $F : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4; F(x, y, z, w) = (2x, z, w + y, w)$,
    $G : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4; G(x, y, z, w) = (z, z + w, z, x + y)$.
    Determine as seguintes Transformações Lineares: $FoG, GoF, F^2, G^2$.

11. Seja $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow P_2(\mathbb{R})$; tal que $T(e_1) = 1 - t$ e $T(e_2) = 1 - t^2$ uma transformação linear. Encontre $T$.

12. Determine o operador linear $T \in L(\mathbb{R}^3)$; tal que $T(e_1) = e_3, T(e_1 + e_3) = e_1 + e_2 + e_3$ e $T(e_3 - e_2) = e_1 + e_2$.