Segunda Prova de Lógica

Pontuação máxima 10

1 (3P) Seja $\Sigma = (h, f, c, R)$ uma assinatura onde $ar(f) = ar(R) = 2$, $ar(h) = 1$. Apresente 5 Σ-termos sem variáveis, 5 Σ-fórmulas atômicas e 5 Σ-fórmulas complexas.

2 (2P) Seja $\varphi = \forall x(R(x, c) \rightarrow \exists y f(y) = c) \vee P(c)$. Apresente a assinatura que contém exatamente os símbolos não-lógicos de φ. Apresente todas as subfórmulas de φ (considere a definição indutiva das fórmulas).

3 (1P) Apresente uma fórmula que contém uma variável que ocorre tanto livre como ligada na fórmula.

4 (3P) Relembre que uma relação de equivalência é uma relação binária que é reflexiva, simétrica e transitiva. Seja $\Sigma = (R)$, $ar(R) = 2$. Apresente um conjunto Φ de Σ-sentenças tal que para qualquer Σ-estrutura $\mathcal{M}$, $\mathcal{M} \models \Phi$ iff $R^{\mathcal{M}}$ é uma relação de equivalência com exatamente 2 classes.

5 (2P) Prove: $\neg\forall x\varphi \equiv \exists x\neg\varphi$.

6 (3P) Seja $\varphi = P(x, y) \rightarrow \forall x(R(f(c), x) \wedge \neg\forall y Q(y))$. Apresente sucessivamente uma fórmula limpa equivalente, uma sentença limpa (que preserva satisfatibilidade/insatisfatibilidade), uma forma prenexa, uma forma de Skolem, 8 elementos do universo de Herbrand relacionado, 8 elementos da expansão de Herbrand relacionada.

7 (2P) Use resolução (na Lógica Proposicional) para mostrar que
$\varphi = (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg r) \vee (q \wedge r) \vee p$
é uma tautologia (dica: relembre que uma fórmula é tautologia sse sua negação é insatisfatível).