



Universidade Federal da Bahia - UFBA
Instituto de Matemática e Estatística - IME
Departamento de Matemática



MAT A07 - Álgebra Linear A

Aula 17

Espaços Vetoriais com Produto Interno:

Bases Ortogonais e Ortonormais, Complemento Ortogonal

Professora: Isamara C. Alves

Data: 06/05/2021

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} ,

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$,

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ;

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$;

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$;

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$;
então, $u = \sum_{j=1}^n x_j v_j$ (1) e $v = \sum_{i=1}^n y_i v_i$ (2) $\forall x_j, y_i \in \mathbb{K}$.

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$;
então, $u = \sum_{j=1}^n x_j v_j$ (1) e $v = \sum_{i=1}^n y_i v_i$; (2) $\forall x_j, y_i \in \mathbb{K}$.
Assim, o produto interno $\langle u, v \rangle$ por (1) e (2):

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$;

então, $u = \sum_{j=1}^n x_j v_j$ (1) e $v = \sum_{i=1}^n y_i v_i$; (2) $\forall x_j, y_i \in \mathbb{K}$.

Assim, o produto interno $\langle u, v \rangle$ por (1) e (2):

$$\langle u, v \rangle =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$;

então, $u = \sum_{j=1}^n x_j v_j$ (1) e $v = \sum_{i=1}^n y_i v_i$; (2) $\forall x_j, y_i \in \mathbb{K}$.

Assim, o produto interno $\langle u, v \rangle$ por (1) e (2):

$$\langle u, v \rangle = \left\langle \sum_{j=1}^n x_j v_j, v \right\rangle =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$;

então, $u = \sum_{j=1}^n x_j v_j$ (1) e $v = \sum_{i=1}^n y_i v_i$; (2) $\forall x_j, y_i \in \mathbb{K}$.

Assim, o produto interno $\langle u, v \rangle$ por (1) e (2):

$$\langle u, v \rangle = \left\langle \sum_{j=1}^n x_j v_j, v \right\rangle = \sum_{j=1}^n x_j \langle v_j, v \rangle =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$;

então, $u = \sum_{j=1}^n x_j v_j$ (1) e $v = \sum_{i=1}^n y_i v_i$ (2) $\forall x_j, y_i \in \mathbb{K}$.

Assim, o produto interno $\langle u, v \rangle$ por (1) e (2):

$$\langle u, v \rangle = \left\langle \sum_{j=1}^n x_j v_j, v \right\rangle = \sum_{j=1}^n x_j \langle v_j, v \rangle = \sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j, \sum_{i=1}^n y_i v_i \right\rangle =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$;

então, $u = \sum_{j=1}^n x_j v_j$ (1) e $v = \sum_{i=1}^n y_i v_i$; (2) $\forall x_j, y_i \in \mathbb{K}$.

Assim, o produto interno $\langle u, v \rangle$ por (1) e (2):

$$\begin{aligned}\langle u, v \rangle &= \left\langle \sum_{j=1}^n x_j v_j, v \right\rangle = \sum_{j=1}^n x_j \langle v_j, v \rangle = \sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j, \sum_{i=1}^n y_i v_i \right\rangle = \\ &= \sum_{j=1}^n x_j \sum_{i=1}^n \bar{y}_i \langle v_j, v_i \rangle =\end{aligned}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$;

então, $u = \sum_{j=1}^n x_j v_j$ (1) e $v = \sum_{i=1}^n y_i v_i$; (2) $\forall x_j, y_i \in \mathbb{K}$.

Assim, o produto interno $\langle u, v \rangle$ por (1) e (2):

$$\begin{aligned}\langle u, v \rangle &= \left\langle \sum_{j=1}^n x_j v_j, v \right\rangle = \sum_{j=1}^n x_j \langle v_j, v \rangle = \sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j, \sum_{i=1}^n y_i v_i \right\rangle = \\ &= \sum_{j=1}^n x_j \sum_{i=1}^n \overline{y_i} \langle v_j, v_i \rangle = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_j \overline{y_i} \langle v_j, v_i \rangle =\end{aligned}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$;

então, $u = \sum_{j=1}^n x_j v_j$ (1) e $v = \sum_{i=1}^n y_i v_i$; (2) $\forall x_j, y_i \in \mathbb{K}$.

Assim, o produto interno $\langle u, v \rangle$ por (1) e (2):

$$\begin{aligned}\langle u, v \rangle &= \left\langle \sum_{j=1}^n x_j v_j, v \right\rangle = \sum_{j=1}^n x_j \langle v_j, v \rangle = \sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j, \sum_{i=1}^n y_i v_i \right\rangle = \\ &= \sum_{j=1}^n x_j \sum_{i=1}^n \bar{y}_i \langle v_j, v_i \rangle = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_j \bar{y}_i \langle v_j, v_i \rangle = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \langle v_j, v_i \rangle x_j \bar{y}_i =\end{aligned}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$;

então, $u = \sum_{j=1}^n x_j v_j$ (1) e $v = \sum_{i=1}^n y_i v_i$; (2) $\forall x_j, y_i \in \mathbb{K}$.

Assim, o produto interno $\langle u, v \rangle$ por (1) e (2):

$$\begin{aligned}\langle u, v \rangle &= \left\langle \sum_{j=1}^n x_j v_j, v \right\rangle = \sum_{j=1}^n x_j \langle v_j, v \rangle = \sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j, \sum_{i=1}^n y_i v_i \right\rangle = \\ &= \sum_{j=1}^n x_j \sum_{i=1}^n \overline{y_i} \langle v_j, v_i \rangle = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_j \overline{y_i} \langle v_j, v_i \rangle = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \langle v_j, v_i \rangle x_j \overline{y_i} = \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij} x_j \overline{y_i};\end{aligned}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$;

então, $u = \sum_{j=1}^n x_j v_j$ (1) e $v = \sum_{i=1}^n y_i v_i$; (2) $\forall x_j, y_i \in \mathbb{K}$.

Assim, o produto interno $\langle u, v \rangle$ por (1) e (2):

$$\begin{aligned}\langle u, v \rangle &= \left\langle \sum_{j=1}^n x_j v_j, v \right\rangle = \sum_{j=1}^n x_j \langle v_j, v \rangle = \sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j, \sum_{i=1}^n y_i v_i \right\rangle = \\ &= \sum_{j=1}^n x_j \sum_{i=1}^n \bar{y}_i \langle v_j, v_i \rangle = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_j \bar{y}_i \langle v_j, v_i \rangle = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \langle v_j, v_i \rangle x_j \bar{y}_i = \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij} x_j \bar{y}_i; a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle\end{aligned}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$;

então, $u = \sum_{j=1}^n x_j v_j$ (1) e $v = \sum_{i=1}^n y_i v_i$; (2) $\forall x_j, y_i \in \mathbb{K}$.

Assim, o produto interno $\langle u, v \rangle$ por (1) e (2):

$$\begin{aligned}\langle u, v \rangle &= \left\langle \sum_{j=1}^n x_j v_j, v \right\rangle = \sum_{j=1}^n x_j \langle v_j, v \rangle = \sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j, \sum_{i=1}^n y_i v_i \right\rangle = \\ &= \sum_{j=1}^n x_j \sum_{i=1}^n \bar{y}_i \langle v_j, v_i \rangle = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_j \bar{y}_i \langle v_j, v_i \rangle = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \langle v_j, v_i \rangle x_j \bar{y}_i = \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij} x_j \bar{y}_i; a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle\end{aligned}$$

Na FORMA MATRICIAL:

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$;

então, $u = \sum_{j=1}^n x_j v_j$ (1) e $v = \sum_{i=1}^n y_i v_i$; (2) $\forall x_j, y_i \in \mathbb{K}$.

Assim, o produto interno $\langle u, v \rangle$ por (1) e (2):

$$\begin{aligned}\langle u, v \rangle &= \left\langle \sum_{j=1}^n x_j v_j, v \right\rangle = \sum_{j=1}^n x_j \langle v_j, v \rangle = \sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j, \sum_{i=1}^n y_i v_i \right\rangle = \\ &= \sum_{j=1}^n x_j \sum_{i=1}^n \bar{y}_i \langle v_j, v_i \rangle = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_j \bar{y}_i \langle v_j, v_i \rangle = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \langle v_j, v_i \rangle x_j \bar{y}_i = \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij} x_j \bar{y}_i; a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle\end{aligned}$$

Na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$;

então, $u = \sum_{j=1}^n x_j v_j$ (1) e $v = \sum_{i=1}^n y_i v_i$; (2) $\forall x_j, y_i \in \mathbb{K}$.

Assim, o produto interno $\langle u, v \rangle$ por (1) e (2):

$$\begin{aligned}\langle u, v \rangle &= \left\langle \sum_{j=1}^n x_j v_j, v \right\rangle = \sum_{j=1}^n x_j \langle v_j, v \rangle = \sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j, \sum_{i=1}^n y_i v_i \right\rangle = \\ &= \sum_{j=1}^n x_j \sum_{i=1}^n \overline{y_i} \langle v_j, v_i \rangle = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_j \overline{y_i} \langle v_j, v_i \rangle = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \langle v_j, v_i \rangle x_j \overline{y_i} = \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij} x_j \overline{y_i}; \quad a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle\end{aligned}$$

Na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y}^t A_n X.$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} , $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, munido de produto interno $\langle u, v \rangle$, e $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base ordenada de \mathcal{V} ; e sejam $u, v \in \mathcal{V}$; $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; e $v = (y_1, y_2, \dots, y_n)$;

então, $u = \sum_{j=1}^n x_j v_j$ (1) e $v = \sum_{i=1}^n y_i v_i$; (2) $\forall x_j, y_i \in \mathbb{K}$.

Assim, o produto interno $\langle u, v \rangle$ por (1) e (2):

$$\begin{aligned}\langle u, v \rangle &= \left\langle \sum_{j=1}^n x_j v_j, v \right\rangle = \sum_{j=1}^n x_j \langle v_j, v \rangle = \sum_{j=1}^n x_j \left\langle v_j, \sum_{i=1}^n y_i v_i \right\rangle = \\ &= \sum_{j=1}^n x_j \sum_{i=1}^n \overline{y_i} \langle v_j, v_i \rangle = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_j \overline{y_i} \langle v_j, v_i \rangle = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \langle v_j, v_i \rangle x_j \overline{y_i} = \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij} x_j \overline{y_i}; \quad a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle\end{aligned}$$

Na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y}^t A_n X.$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y}^t A_n X.$$

onde;

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y}^t A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS de u e v EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_v ,

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS de u e v EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_v , respectivamente;

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS de u e v EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_v , respectivamente; assim,

$$X = [u]_{\beta_v}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS de u e v EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_v , respectivamente; assim,

$$X = [u]_{\beta_v} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{bmatrix}^t$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS de u e v EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_v , respectivamente; assim,

$$X = [u]_{\beta_v} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^t \quad \text{e}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS de u e v EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_v , respectivamente; assim,

$$X = [u]_{\beta_v} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^t \quad \text{e} \quad Y = [v]_{\beta_v}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS de u e v EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_v , respectivamente; assim,

$$X = [u]_{\beta_v} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^t \quad \text{e} \quad Y = [v]_{\beta_v} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]^t.$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS de u e v EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_v , respectivamente; assim,

$$X = [u]_{\beta_v} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^t \quad \text{e} \quad Y = [v]_{\beta_v} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]^t.$$

Enquanto que a matriz $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y}^t A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS de u e v EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V , respectivamente; assim,

$$X = [u]_{\beta_V} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^t \quad \text{e} \quad Y = [v]_{\beta_V} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]^t.$$

Enquanto que a matriz $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle ;$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y^t} A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS de u e v EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V , respectivamente; assim,

$$X = [u]_{\beta_V} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^t \quad \text{e} \quad Y = [v]_{\beta_V} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]^t.$$

Enquanto que a matriz $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \dots, n;$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y}^t A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS de u e v EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V , respectivamente; assim,

$$X = [u]_{\beta_V} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^t \quad \text{e} \quad Y = [v]_{\beta_V} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]^t.$$

Enquanto que a matriz $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \dots, n;$$

é denominada MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V .

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

Portanto, o produto interno na FORMA MATRICIAL:

$$\langle u, v \rangle = \overline{Y}^t A_n X.$$

onde; $X, Y \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{K})$ são as MATRIZES DAS COORDENADAS de u e v EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V , respectivamente; assim,

$$X = [u]_{\beta_V} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^t \quad \text{e} \quad Y = [v]_{\beta_V} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]^t.$$

Enquanto que a matriz $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \dots, n;$$

é denominada MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V .

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V :

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V :

$$A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V :

$$A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle ;$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V :

$$A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \dots, n;$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V :**

$$A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \dots, n;$$

é uma **MATRIZ HERMITIANA**,

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V :

$$A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \dots, n;$$

é uma MATRIZ HERMITIANA, ou seja, $\overline{A^t} = A$:

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V** :

$$A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \dots, n;$$

é uma **MATRIZ HERMITIANA**, ou seja, $\overline{A^t} = A$:

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V** :

$$A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \dots, n;$$

é uma **MATRIZ HERMITIANA**, ou seja, $\overline{A^t} = A$:

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle = \overline{\langle v_i, v_j \rangle}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V** :

$$A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \dots, n;$$

é uma **MATRIZ HERMITIANA**, ou seja, $\overline{A^t} = A$:

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle = \overline{\langle v_i, v_j \rangle} = \overline{a_{ji}};$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V :

$$A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \dots, n;$$

é uma MATRIZ HERMITIANA, ou seja, $\overline{A^t} = A$:

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle = \overline{\langle v_i, v_j \rangle} = \overline{a_{ji}}; \quad \forall i, j = 1, \dots, n.$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V** :

$$A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \dots, n;$$

é uma **MATRIZ HERMITIANA**, ou seja, $\overline{A^t} = A$:

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle = \overline{\langle v_i, v_j \rangle} = \overline{a_{ji}}; \quad \forall i, j = 1, \dots, n.$$

Lembrando que se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

OBSERVAÇÃO:

Note que a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO EM RELAÇÃO À BASE ORDENADA β_V** :

$$A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

onde;

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle; \quad \forall i, j = 1, \dots, n;$$

é uma **MATRIZ HERMITIANA**, ou seja, $\overline{A^t} = A$:

$$a_{ij} = \langle v_j, v_i \rangle = \overline{\langle v_i, v_j \rangle} = \overline{a_{ji}}; \quad \forall i, j = 1, \dots, n.$$

Lembrando que se $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ então $\overline{A^t} = A^t = A$.

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ a base canônica;

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ a base canônica; e sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$; tais que

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ a base canônica; e sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$; tais que $u = \sum_{j=1}^n x_j e_j$; $v = \sum_{i=1}^n y_i e_i$; $\forall x_j, y_i \in \mathbb{R}$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ a base canônica; e sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$; tais que $u = \sum_{j=1}^n x_j e_j$; $v = \sum_{i=1}^n y_i e_i$; $\forall x_j, y_i \in \mathbb{R}$.

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ a base canônica; e sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$; tais que $u = \sum_{j=1}^n x_j e_j$; $v = \sum_{i=1}^n y_i e_i$; $\forall x_j, y_i \in \mathbb{R}$.
Considerando o **PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO**

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ a base canônica; e sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$; tais que $u = \sum_{j=1}^n x_j e_j$; $v = \sum_{i=1}^n y_i e_i$; $\forall x_j, y_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o **PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO** na FORMA MATRICIAL, temos;

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ a base canônica; e sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$; tais que $u = \sum_{j=1}^n x_j e_j$; $v = \sum_{i=1}^n y_i e_i$; $\forall x_j, y_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o **PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO** na FORMA MATRICIAL, temos;

$$\langle u, v \rangle =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ a base canônica; e sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$; tais que $u = \sum_{j=1}^n x_j e_j$; $v = \sum_{i=1}^n y_i e_i$; $\forall x_j, y_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o **PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO** na FORMA MATRICIAL, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t I_n X$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ a base canônica; e sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$; tais que $u = \sum_{j=1}^n x_j e_j$; $v = \sum_{i=1}^n y_i e_i$; $\forall x_j, y_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o **PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO** na FORMA MATRICIAL, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t I_n X = [y_1 \ \dots \ y_n]$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ a base canônica; e sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$; tais que $u = \sum_{j=1}^n x_j e_j$; $v = \sum_{i=1}^n y_i e_i$; $\forall x_j, y_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o **PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO** na FORMA MATRICIAL, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t I_n X = \begin{bmatrix} y_1 & \dots & y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ a base canônica; e sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$; tais que $u = \sum_{j=1}^n x_j e_j$; $v = \sum_{i=1}^n y_i e_i$; $\forall x_j, y_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na FORMA MATRICIAL, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t I_n X = \begin{bmatrix} y_1 & \dots & y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ a base canônica; e sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$; tais que $u = \sum_{j=1}^n x_j e_j$; $v = \sum_{i=1}^n y_i e_i$; $\forall x_j, y_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o **PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO** na FORMA MATRICIAL, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t I_n X = \begin{bmatrix} y_1 & \dots & y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathcal{V}}})^t$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ a base canônica; e sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$; tais que $u = \sum_{j=1}^n x_j e_j$; $v = \sum_{i=1}^n y_i e_i$; $\forall x_j, y_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o **PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO** na FORMA MATRICIAL, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t I_n X = \begin{bmatrix} y_1 & \dots & y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathcal{V}}})^t [u]_{\beta_{\mathcal{V}}}.$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ a base canônica; e sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$; tais que $u = \sum_{j=1}^n x_j e_j$; $v = \sum_{i=1}^n y_i e_i$; $\forall x_j, y_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o **PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO** na FORMA MATRICIAL, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t I_n X = \begin{bmatrix} y_1 & \dots & y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathcal{V}}})^t [u]_{\beta_{\mathcal{V}}}.$$

logo; I_n

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ a base canônica; e sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$; tais que $u = \sum_{j=1}^n x_j e_j$; $v = \sum_{i=1}^n y_i e_i$; $\forall x_j, y_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na FORMA MATRICIAL, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t I_n X = \begin{bmatrix} y_1 & \dots & y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathcal{V}}})^t [u]_{\beta_{\mathcal{V}}}.$$

logo; I_n é a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base canônica $\beta_{\mathbb{R}^n}$.

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.1:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^n} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ a base canônica; e sejam $u, v \in \mathbb{R}^n$; tais que $u = \sum_{j=1}^n x_j e_j$; $v = \sum_{i=1}^n y_i e_i$; $\forall x_j, y_i \in \mathbb{R}$.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na FORMA MATRICIAL, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t I_n X = \begin{bmatrix} y_1 & \dots & y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathcal{V}}})^t [u]_{\beta_{\mathcal{V}}}.$$

logo; I_n é a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base canônica $\beta_{\mathbb{R}^n}$.

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1},$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = [y_1 \ y_2]$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) +$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1)$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1)$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1. - 1)$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1. - 1) = 2;$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1. - 1) = 2;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1. - 1) = 2;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = (1.1)$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1. - 1) = 2;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = (1.1) + (1.1)$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1. - 1) = 2;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = (1.1) + (1.1) = 2$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1. - 1) = 2;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = (1.1) + (1.1) = 2;$$

logo, a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base $\beta_{\mathbb{R}^2}$:

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1. - 1) = 2;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = (1.1) + (1.1) = 2;$$

logo, a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base $\beta_{\mathbb{R}^2}$:

$$A_2 =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1. - 1) = 2;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = (1.1) + (1.1) = 2;$$

logo, a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base $\beta_{\mathbb{R}^2}$:

$$A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1. - 1) = 2;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = (1.1) + (1.1) = 2;$$

logo, a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base $\beta_{\mathbb{R}^2}$:

$$A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = A_2^t.$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.2:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido com produto interno usual e $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(-1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Considerando o PRODUTO INTERNO EUCLIDIANO na **forma matricial** $\forall u, v \in \mathbb{R}^2$, temos;

$$\langle u, v \rangle = Y^t A_2 X = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ([v]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_2 [u]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}.$$

temos que;

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = (1.1) + (-1.1) = 0 = a_{21};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = (1.1) + (-1. - 1) = 2;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = (1.1) + (1.1) = 2;$$

logo, a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base $\beta_{\mathbb{R}^2}$:

$$A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = A_2^t.$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t), q(t) \rangle$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ;$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ; \quad \forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R});$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ; \forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}); \text{ e } \beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$$\langle p(t), q(t) \rangle =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}};$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \left. \frac{t^2}{2} \right|_0^1 =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \left. \frac{t^2}{2} \right|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \left. \frac{t^3}{3} \right|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \left. \frac{t^2}{2} \right|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \left. \frac{t^3}{3} \right|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \left. \frac{t^2}{2} \right|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \left. \frac{t^3}{3} \right|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1)dt =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t \Big|_0^1 =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t \Big|_0^1 = 1;$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t \Big|_0^1 = 1;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t \Big|_0^1 = 1;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = \int_0^1 (t)(t)dt =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t \Big|_0^1 = 1;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t \Big|_0^1 = 1;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3};$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t \Big|_0^1 = 1;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3};$$

$$a_{33} = \langle v_3, v_3 \rangle$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t \Big|_0^1 = 1;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3};$$

$$a_{33} = \langle v_3, v_3 \rangle = \int_0^1 (t^2)(t^2)dt =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t \Big|_0^1 = 1;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3};$$

$$a_{33} = \langle v_3, v_3 \rangle = \int_0^1 (t^2)(t^2)dt = \frac{t^5}{5} \Big|_0^1 =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t \Big|_0^1 = 1;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3};$$

$$a_{33} = \langle v_3, v_3 \rangle = \int_0^1 (t^2)(t^2)dt = \frac{t^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{1}{5}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t \Big|_0^1 = 1;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3};$$

$$a_{33} = \langle v_3, v_3 \rangle = \int_0^1 (t^2)(t^2)dt = \frac{t^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{1}{5}$$

logo; a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$:

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t \Big|_0^1 = 1;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3};$$

$$a_{33} = \langle v_3, v_3 \rangle = \int_0^1 (t^2)(t^2)dt = \frac{t^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{1}{5}$$

logo; a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$: $A_3 =$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t \Big|_0^1 = 1;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3};$$

$$a_{33} = \langle v_3, v_3 \rangle = \int_0^1 (t^2)(t^2)dt = \frac{t^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{1}{5}$$

logo; a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$: $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t \Big|_0^1 = 1;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3};$$

$$a_{33} = \langle v_3, v_3 \rangle = \int_0^1 (t^2)(t^2)dt = \frac{t^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{1}{5}$$

logo; a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$: $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$ é uma

MATRIZ DE HILBERT.

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3:

Sejam $\mathcal{V} = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ munido com produto interno:

$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$; $\forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$; e $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})} = \{1, t, t^2\}$ a base canônica.

Considerando o PRODUTO INTERNO definido na **forma matricial** temos;

$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$; então,

$$a_{12} = \langle v_2, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_2 \rangle} = \int_0^1 (1)(t)dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = a_{21};$$

$$a_{13} = \langle v_3, v_1 \rangle = \overline{\langle v_1, v_3 \rangle} = \int_0^1 (1)(t^2)dt = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} = a_{31};$$

$$a_{23} = \langle v_3, v_2 \rangle = \overline{\langle v_2, v_3 \rangle} = \int_0^1 (t)(t^2)dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} = a_{32};$$

$$a_{11} = \langle v_1, v_1 \rangle = \int_0^1 (1)(1)dt = t \Big|_0^1 = 1;$$

$$a_{22} = \langle v_2, v_2 \rangle = \int_0^1 (t)(t)dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3};$$

$$a_{33} = \langle v_3, v_3 \rangle = \int_0^1 (t^2)(t^2)dt = \frac{t^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{1}{5}$$

logo; a MATRIZ DO PRODUTO INTERNO em relação à base $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$: $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$ é uma

MATRIZ DE HILBERT.

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$,

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$, para calcular o produto interno definido:

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$, para calcular o produto interno definido:

$$\langle p(t), q(t) \rangle$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$, para calcular o produto interno definido:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ;$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$, para calcular o produto interno definido:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ; \forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$, para calcular o produto interno definido:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ; \forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$$

Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$, para calcular o produto interno definido:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ; \forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$$

Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$,

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$, para calcular o produto interno definido:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ; \forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$$

Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$,
então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$, para calcular o produto interno definido:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ; \forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$$

Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$,
então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$, para calcular o produto interno definido:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ; \forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$$

Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$,
então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$, para calcular o produto interno definido:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ; \forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$$

Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$,
então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$, para calcular o produto interno definido:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ; \forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$$

Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$,
então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$, para calcular o produto interno definido:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ; \forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$$

Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$,
então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle =$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$, para calcular o produto interno definido:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ; \forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$$

Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$, então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$, para calcular o produto interno definido:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ; \forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$$

Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$,
então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$, para calcular o produto interno definido:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ; \forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$$

Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$,
então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$, para calcular o produto interno definido:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ; \forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$$

Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$, então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} = 17.$$

Espaços Vetoriais Reais

Matriz do Produto Interno

EXEMPLO.3: (Continuação)

Note que podemos utilizar a **MATRIZ DO PRODUTO INTERNO** em relação à base canônica $\beta_{\mathcal{P}_2(\mathbb{R})}$, para calcular o produto interno definido:

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt ; \forall p(t), q(t) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}).$$

Sejam $p(t) = 3 + 4t + 5t^2$ e $q(t) = 3 - t^2 \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$,
então;

$$\langle p(t), q(t) \rangle = Y^t A_3 X = ([q(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}})^t A_3 [p(t)]_{\beta_{\mathbb{R}^2}}$$

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} = 17.$$

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} .

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO** em \mathcal{V}

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO** em \mathcal{V} é uma operação

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO** em \mathcal{V} é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$,

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$$\forall u, v \in \mathcal{V}$$

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$$\forall u, v \in \mathcal{V} \text{ e } \forall \alpha \in \mathbb{K};$$

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$\forall u, v \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{K}$;

1. POSITIVIDADE:

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$\forall u, v \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{K}$;

1. POSITIVIDADE: $\|u\| \geq 0$

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$\forall u, v \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{K}$;

1. POSITIVIDADE: $\|u\| \geq 0$ com $\|u\| = 0$

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$\forall u, v \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{K}$;

1. POSITIVIDADE: $\|u\| \geq 0$ com $\|u\| = 0$ se, e somente se,

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$\forall u, v \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{K}$;

1. POSITIVIDADE: $\|u\| \geq 0$ com $\|u\| = 0$ se, e somente se, $u = 0$

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$\forall u, v \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{K}$;

1. POSITIVIDADE: $\|u\| \geq 0$ com $\|u\| = 0$ se, e somente se, $u = 0$
2. HOMOGENEIDADE:

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$\forall u, v \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{K}$;

1. POSITIVIDADE: $\|u\| \geq 0$ com $\|u\| = 0$ se, e somente se, $u = 0$
2. HOMOGENEIDADE: $\|\alpha u\|$

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$\forall u, v \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{K}$;

1. POSITIVIDADE: $\|u\| \geq 0$ com $\|u\| = 0$ se, e somente se, $u = 0$
2. HOMOGENEIDADE: $\|\alpha u\| = |\alpha| \|u\|$

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$\forall u, v \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{K}$;

1. POSITIVIDADE: $\|u\| \geq 0$ com $\|u\| = 0$ se, e somente se, $u = 0$
2. HOMOGENEIDADE: $\|\alpha u\| = |\alpha| \|u\|$
3. DESIGUALDADE TRIANGULAR:

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$\forall u, v \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{K}$;

1. POSITIVIDADE: $\|u\| \geq 0$ com $\|u\| = 0$ se, e somente se, $u = 0$
2. HOMOGENEIDADE: $\|\alpha u\| = |\alpha| \|u\|$
3. DESIGUALDADE TRIANGULAR: $\|u + v\|$

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$\forall u, v \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{K}$;

1. POSITIVIDADE: $\|u\| \geq 0$ com $\|u\| = 0$ se, e somente se, $u = 0$
2. HOMOGENEIDADE: $\|\alpha u\| = |\alpha| \|u\|$
3. DESIGUALDADE TRIANGULAR: $\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$.

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$\forall u, v \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{K}$;

1. POSITIVIDADE: $\|u\| \geq 0$ com $\|u\| = 0$ se, e somente se, $u = 0$
2. HOMOGENEIDADE: $\|\alpha u\| = |\alpha| \|u\|$
3. DESIGUALDADE TRIANGULAR: $\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$.

Dizemos que um **espaço vetorial munido de uma NORMA**

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$\forall u, v \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{K}$;

1. POSITIVIDADE: $\|u\| \geq 0$ com $\|u\| = 0$ se, e somente se, $u = 0$
2. HOMOGENEIDADE: $\|\alpha u\| = |\alpha| \|u\|$
3. DESIGUALDADE TRIANGULAR: $\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$.

Dizemos que um **espaço vetorial munido de uma NORMA** é um **ESPAÇO NORMADO**

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$\forall u, v \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{K}$;

1. POSITIVIDADE: $\|u\| \geq 0$ com $\|u\| = 0$ se, e somente se, $u = 0$
2. HOMOGENEIDADE: $\|\alpha u\| = |\alpha| \|u\|$
3. DESIGUALDADE TRIANGULAR: $\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$.

Dizemos que um **espaço vetorial munido de uma** NORMA é um **ESPAÇO NORMADO** denotado por

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$\forall u, v \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{K}$;

1. POSITIVIDADE: $\|u\| \geq 0$ com $\|u\| = 0$ se, e somente se, $u = 0$
2. HOMOGENEIDADE: $\|\alpha u\| = |\alpha| \|u\|$
3. DESIGUALDADE TRIANGULAR: $\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$.

Dizemos que um **espaço vetorial munido de uma NORMA** é um **ESPAÇO NORMADO** denotado por $(\mathcal{V}, \|\cdot\|)$.

Espaços Vetoriais

Norma

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **NORMA** ou **COMPRIMENTO em \mathcal{V}** é uma operação que para cada $u \in \mathcal{V}$ associa um número real $\|u\|$, que possui as seguintes propriedades:

$\forall u, v \in \mathcal{V}$ e $\forall \alpha \in \mathbb{K}$;

1. POSITIVIDADE: $\|u\| \geq 0$ com $\|u\| = 0$ se, e somente se, $u = 0$
2. HOMOGENEIDADE: $\|\alpha u\| = |\alpha| \|u\|$
3. DESIGUALDADE TRIANGULAR: $\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$.

Dizemos que um **espaço vetorial munido de uma NORMA** é um **ESPAÇO NORMADO** denotado por $(\mathcal{V}, \|\cdot\|)$.

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} .

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . munido de produto interno.

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . munido de produto interno. Então, $\forall u \in \mathcal{V}$

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . munido de produto interno. Então, $\forall u \in \mathcal{V}$ a operação definida por :

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . munido de produto interno. Então, $\forall u \in \mathcal{V}$ a operação definida por :

$$\|u\| = \sqrt{\langle u, u \rangle} \in \mathbb{R},$$

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . munido de produto interno. Então, $\forall u \in \mathcal{V}$ a operação definida por :

$$\|u\| = \sqrt{\langle u, u \rangle} \in \mathbb{R},$$

satisfaz as propriedades de norma.

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . munido de produto interno. Então, $\forall u \in \mathcal{V}$ a operação definida por :

$$\|u\| = \sqrt{\langle u, u \rangle} \in \mathbb{R},$$

satisfaz as propriedades de norma.

OBSERVAÇÃO: A NORMA definida acima

Espaços Vetoriais

Norma

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . munido de produto interno. Então, $\forall u \in \mathcal{V}$ a operação definida por :

$$\|u\| = \sqrt{\langle u, u \rangle} \in \mathbb{R},$$

satisfaz as propriedades de norma.

OBSERVAÇÃO: A NORMA definida acima será denotada por $\|\cdot\|_2$

Espaços Vetoriais

Norma

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . munido de produto interno. Então, $\forall u \in \mathcal{V}$ a operação definida por :

$$\|u\| = \sqrt{\langle u, u \rangle} \in \mathbb{R},$$

satisfaz as propriedades de norma.

OBSERVAÇÃO: A NORMA definida acima será denotada por $\|\cdot\|_2$ e denominada NORMA EUCLIDIANA.

Espaços Vetoriais

Norma

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . munido de produto interno. Então, $\forall u \in \mathcal{V}$ a operação definida por :

$$\|u\| = \sqrt{\langle u, u \rangle} \in \mathbb{R},$$

satisfaz as propriedades de norma.

OBSERVAÇÃO: A NORMA definida acima será denotada por $\|\cdot\|_2$ e denominada NORMA EUCLIDIANA.

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial

Espaços Vetoriais

Norma

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f, g \rangle$$

Espaços Vetoriais

Norma

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ;$$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \quad \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]).$$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]).$$

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0, 1])$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]).$$

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0, 1])$ a operação definida por :

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]).$$

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0, 1])$ a operação definida por : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$,

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]).$$

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0, 1])$ a operação definida por : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$, define a **NORMA EUCLIDIANA** em $\mathcal{C}([0, 1])$.

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]).$$

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0, 1])$ a operação definida por : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$, define a NORMA EUCLIDIANA em $\mathcal{C}([0, 1])$.

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial.

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]).$$

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0, 1])$ a operação definida por : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$, define a **NORMA EUCLIDIANA** em $\mathcal{C}([0, 1])$.

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial.

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0, 1])$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]).$$

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0, 1])$ a operação definida por : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$, define a NORMA EUCLIDIANA em $\mathcal{C}([0, 1])$.

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial.

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0, 1])$ a operação definida por :

Espaços Vetoriais

Norma

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]).$$

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0, 1])$ a operação definida por : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$, define a **NORMA EUCLIDIANA** em $\mathcal{C}([0, 1])$.

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial.

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0, 1])$ a operação definida por : $\|f\|_1 = \int_0^1 |f(x)|dx$,

Espaços Vetoriais

Norma

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]).$$

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0, 1])$ a operação definida por : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$, define a **NORMA EUCLIDIANA** em $\mathcal{C}([0, 1])$.

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial.

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0, 1])$ a operação definida por : $\|f\|_1 = \int_0^1 |f(x)|dx$, define uma norma em $\mathcal{C}([0, 1])$.

Espaços Vetoriais

Norma

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]).$$

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0, 1])$ a operação definida por : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$, define a **NORMA EUCLIDIANA** em $\mathcal{C}([0, 1])$.

EXEMPLO.3:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial.

Então, $\forall f \in \mathcal{C}([0, 1])$ a operação definida por : $\|f\|_1 = \int_0^1 |f(x)|dx$, define uma norma em $\mathcal{C}([0, 1])$.

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} .

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma MÉTRICA ou

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V}

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$,

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$, e satisfaz as seguintes propriedades:

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$, e satisfaz as seguintes propriedades:

1. POSITIVIDADE:

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$, e satisfaz as seguintes propriedades:

1. POSITIVIDADE: $d(u, v) \geq 0$

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$, e satisfaz as seguintes propriedades:

1. POSITIVIDADE: $d(u, v) \geq 0$ com $d(u, v) = 0$

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$, e satisfaz as seguintes propriedades:

1. POSITIVIDADE: $d(u, v) \geq 0$ com $d(u, v) = 0$ se, e somente se,

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$, e satisfaz as seguintes propriedades:

1. POSITIVIDADE: $d(u, v) \geq 0$ com $d(u, v) = 0$ se, e somente se, $u = v$

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$, e satisfaz as seguintes propriedades:

1. POSITIVIDADE: $d(u, v) \geq 0$ com $d(u, v) = 0$ se, e somente se, $u = v$
2. SIMETRIA:

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$, e satisfaz as seguintes propriedades:

1. POSITIVIDADE: $d(u, v) \geq 0$ com $d(u, v) = 0$ se, e somente se, $u = v$
2. SIMETRIA: $d(u, v)$

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$, e satisfaz as seguintes propriedades:

1. POSITIVIDADE: $d(u, v) \geq 0$ com $d(u, v) = 0$ se, e somente se, $u = v$
2. SIMETRIA: $d(u, v) = d(v, u)$

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$, e satisfaz as seguintes propriedades:

1. POSITIVIDADE: $d(u, v) \geq 0$ com $d(u, v) = 0$ se, e somente se, $u = v$
2. SIMETRIA: $d(u, v) = d(v, u)$
3. DESIGUALDADE TRIANGULAR:

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$, e satisfaz as seguintes propriedades:

1. POSITIVIDADE: $d(u, v) \geq 0$ com $d(u, v) = 0$ se, e somente se, $u = v$
2. SIMETRIA: $d(u, v) = d(v, u)$
3. DESIGUALDADE TRIANGULAR: $d(u, v)$

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$, e satisfaz as seguintes propriedades:

1. POSITIVIDADE: $d(u, v) \geq 0$ com $d(u, v) = 0$ se, e somente se, $u = v$
2. SIMETRIA: $d(u, v) = d(v, u)$
3. DESIGUALDADE TRIANGULAR: $d(u, v) \leq d(u, w) + d(w, v); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$.

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$, e satisfaz as seguintes propriedades:

1. POSITIVIDADE: $d(u, v) \geq 0$ com $d(u, v) = 0$ se, e somente se, $u = v$
2. SIMETRIA: $d(u, v) = d(v, u)$
3. DESIGUALDADE TRIANGULAR: $d(u, v) \leq d(u, w) + d(w, v); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$.

Dizemos que um **espaço vetorial munido de uma MÉTRICA**

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$, e satisfaz as seguintes propriedades:

1. POSITIVIDADE: $d(u, v) \geq 0$ com $d(u, v) = 0$ se, e somente se, $u = v$
2. SIMETRIA: $d(u, v) = d(v, u)$
3. DESIGUALDADE TRIANGULAR: $d(u, v) \leq d(u, w) + d(w, v); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$.

Dizemos que um **espaço vetorial munido de uma** MÉTRICA é um **ESPAÇO MÉTRICO**

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$, e satisfaz as seguintes propriedades:

1. POSITIVIDADE: $d(u, v) \geq 0$ com $d(u, v) = 0$ se, e somente se, $u = v$
2. SIMETRIA: $d(u, v) = d(v, u)$
3. DESIGUALDADE TRIANGULAR: $d(u, v) \leq d(u, w) + d(w, v); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$.

Dizemos que um **espaço vetorial munido de uma MÉTRICA** é um **ESPAÇO MÉTRICO** denotado por

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$, e satisfaz as seguintes propriedades:

1. POSITIVIDADE: $d(u, v) \geq 0$ com $d(u, v) = 0$ se, e somente se, $u = v$
2. SIMETRIA: $d(u, v) = d(v, u)$
3. DESIGUALDADE TRIANGULAR: $d(u, v) \leq d(u, w) + d(w, v); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$.

Dizemos que um **espaço vetorial munido de uma MÉTRICA** é um **ESPAÇO MÉTRICO** denotado por $(\mathcal{V}, d(\cdot, \cdot))$.

Espaços Vetoriais

Distância

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . Uma **MÉTRICA** ou **DISTÂNCIA** em \mathcal{V} é uma operação que para cada par de vetores $u, v \in \mathcal{V}$ associa um número real $d(u, v)$, e satisfaz as seguintes propriedades:

1. POSITIVIDADE: $d(u, v) \geq 0$ com $d(u, v) = 0$ se, e somente se, $u = v$
2. SIMETRIA: $d(u, v) = d(v, u)$
3. DESIGUALDADE TRIANGULAR: $d(u, v) \leq d(u, w) + d(w, v); \forall u, v, w \in \mathcal{V}$.

Dizemos que um **espaço vetorial munido de uma MÉTRICA** é um **ESPAÇO MÉTRICO** denotado por $(\mathcal{V}, d(\cdot, \cdot))$.

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} .

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . com uma norma $||.||$.

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . com uma norma $||.||$. Então, $\forall u \in \mathcal{V}$

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . com uma norma $||.||$. Então, $\forall u \in \mathcal{V}$ a operação definida por :

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . com uma norma $\|\cdot\|$. Então, $\forall u \in \mathcal{V}$ a operação definida por :

$$d(u, v) = \|u - v\| \in \mathbb{R},$$

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . com uma norma $\|\cdot\|$. Então, $\forall u \in \mathcal{V}$ a operação definida por :

$$d(u, v) = \|u - v\| \in \mathbb{R},$$

satisfaz as propriedades de DISTÂNCIA.

EXEMPLO.1:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} . com uma norma $\|\cdot\|$. Então, $\forall u \in \mathcal{V}$ a operação definida por :

$$d(u, v) = \|u - v\| \in \mathbb{R},$$

satisfaz as propriedades de DISTÂNCIA.

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle$$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ;$$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \quad \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]), \text{ e}$$

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \quad \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]), \text{ e}$$

norma euclidiana :

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \quad \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]), \text{ e}$$

norma euclidiana : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \quad \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]), \text{ e}$$

norma euclidiana : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]), \text{ e}$$

norma euclidiana : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para $f(x) = x$ e $g(x) = x^2 \in \mathcal{C}([0, 1])$:

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]), \text{ e}$$

norma euclidiana : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para $f(x) = x$ e $g(x) = x^2 \in \mathcal{C}([0, 1])$:

$$d(f, g) =$$

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]), \text{ e}$$

norma euclidiana : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para $f(x) = x$ e $g(x) = x^2 \in \mathcal{C}([0, 1])$:

$$d(f, g) = \|f - g\|_2 =$$

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \quad \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]), \text{ e}$$

norma euclidiana : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para $f(x) = x$ e $g(x) = x^2 \in \mathcal{C}([0, 1])$:

$$d(f, g) = \|f - g\|_2 = \sqrt{\langle f - g, f - g \rangle} =$$

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]), \text{ e}$$

norma euclidiana : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para $f(x) = x$ e $g(x) = x^2 \in \mathcal{C}([0, 1])$:

$$d(f, g) = \|f - g\|_2 = \sqrt{\langle f - g, f - g \rangle} = \sqrt{\int_0^1 (f(x) - g(x))^2 dx} =$$

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \quad \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]), \text{ e}$$

norma euclidiana : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para $f(x) = x$ e $g(x) = x^2 \in \mathcal{C}([0, 1])$:

$$d(f, g) = \|f - g\|_2 = \sqrt{\langle f - g, f - g \rangle} = \sqrt{\int_0^1 (f(x) - g(x))^2 dx} = \sqrt{\int_0^1 (x - x^2)^2 dx}$$

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]), \text{ e}$$

norma euclidiana : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para $f(x) = x$ e $g(x) = x^2 \in \mathcal{C}([0, 1])$:

$$d(f, g) = \|f - g\|_2 = \sqrt{\langle f - g, f - g \rangle} = \sqrt{\int_0^1 (f(x) - g(x))^2 dx} = \sqrt{\int_0^1 (x - x^2)^2 dx}$$

$$d(f, g) =$$

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]), \text{ e}$$

norma euclidiana : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para $f(x) = x$ e $g(x) = x^2 \in \mathcal{C}([0, 1])$:

$$d(f, g) = \|f - g\|_2 = \sqrt{\langle f - g, f - g \rangle} = \sqrt{\int_0^1 (f(x) - g(x))^2 dx} = \sqrt{\int_0^1 (x - x^2)^2 dx}$$

$$d(f, g) = \sqrt{\int_0^1 (x^2 - 2x^3 + x^4) dx}$$

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]), \text{ e}$$

norma euclidiana : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para $f(x) = x$ e $g(x) = x^2 \in \mathcal{C}([0, 1])$:

$$d(f, g) = \|f - g\|_2 = \sqrt{\langle f - g, f - g \rangle} = \sqrt{\int_0^1 (f(x) - g(x))^2 dx} = \sqrt{\int_0^1 (x - x^2)^2 dx}$$

$$d(f, g) = \sqrt{\int_0^1 (x^2 - 2x^3 + x^4) dx} = \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{2}{4} + \frac{1}{5}}$$

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]), \text{ e}$$

norma euclidiana : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para $f(x) = x$ e $g(x) = x^2 \in \mathcal{C}([0, 1])$:

$$d(f, g) = \|f - g\|_2 = \sqrt{\langle f - g, f - g \rangle} = \sqrt{\int_0^1 (f(x) - g(x))^2 dx} = \sqrt{\int_0^1 (x - x^2)^2 dx}$$

$$d(f, g) = \sqrt{\int_0^1 (x^2 - 2x^3 + x^4) dx} = \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{2}{4} + \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{1}{30}}$$

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]), \text{ e}$$

norma euclidiana : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para $f(x) = x$ e $g(x) = x^2 \in \mathcal{C}([0, 1])$:

$$d(f, g) = \|f - g\|_2 = \sqrt{\langle f - g, f - g \rangle} = \sqrt{\int_0^1 (f(x) - g(x))^2 dx} = \sqrt{\int_0^1 (x - x^2)^2 dx}$$

$$d(f, g) = \sqrt{\int_0^1 (x^2 - 2x^3 + x^4) dx} = \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{2}{4} + \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{1}{30}} = \frac{\sqrt{30}}{30}.$$

Espaços Vetoriais

Distância

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{C}([0, 1])$ um espaço vetorial munido do produto interno usual:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx ; \forall f(x)g(x) \in \mathcal{C}([0, 1]), \text{ e}$$

norma euclidiana : $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$.

Determine a MÉTRICA EUCLIDIANA para $f(x) = x$ e $g(x) = x^2 \in \mathcal{C}([0, 1])$:

$$d(f, g) = \|f - g\|_2 = \sqrt{\langle f - g, f - g \rangle} = \sqrt{\int_0^1 (f(x) - g(x))^2 dx} = \sqrt{\int_0^1 (x - x^2)^2 dx}$$

$$d(f, g) = \sqrt{\int_0^1 (x^2 - 2x^3 + x^4) dx} = \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{2}{4} + \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{1}{30}} = \frac{\sqrt{30}}{30}.$$

Espaços Vetoriais

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real

Espaços Vetoriais

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$.

Espaços Vetoriais

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$. O **ÂNGULO** entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$

Espaços Vetoriais

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle ., . \rangle$. O **ÂNGULO** entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$

Espaços Vetoriais

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$. O **ÂNGULO** entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

Espaços Vetoriais

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$. O **ÂNGULO** entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos \theta$$

Espaços Vetoriais

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle ., . \rangle$. O **ÂNGULO** entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos \theta = \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\| \|v\|}$$

Espaços Vetoriais

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle ., . \rangle$. O **ÂNGULO** entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos \theta = \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\|_2 \|v\|_2}.$$

Espaços Vetoriais

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle ., . \rangle$. O **ÂNGULO** entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos \theta = \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\|_2 \|v\|_2}.$$

OBSERVAÇÃO:

Espaços Vetoriais

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle ., . \rangle$. O **ÂNGULO** entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos \theta = \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\|_2 \|v\|_2}.$$

OBSERVAÇÃO: Pela **Desigualdade de Cauchy-Schwarz**,

Espaços Vetoriais

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$. O **ÂNGULO** entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos \theta = \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\|_2 \|v\|_2}.$$

OBSERVAÇÃO: Pela **Desigualdade de Cauchy-Schwarz**, $|\langle u, v \rangle|$

Espaços Vetoriais

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$. O **ÂNGULO** entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos \theta = \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\|_2 \|v\|_2}.$$

OBSERVAÇÃO: Pela **Desigualdade de Cauchy-Schwarz**, $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\|_2 \|v\|_2$, temos que

$$-1 \leq \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\|_2 \|v\|_2} \leq 1;$$

Espaços Vetoriais

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$. O **ÂNGULO** entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos \theta = \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\|_2 \|v\|_2}.$$

OBSERVAÇÃO: Pela **Desigualdade de Cauchy-Schwarz**, $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\|_2 \|v\|_2$, temos que

$$-1 \leq \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\|_2 \|v\|_2} \leq 1;$$

e, além disso,

Espaços Vetoriais

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$. O **ÂNGULO** entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos \theta = \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\|_2 \|v\|_2}.$$

OBSERVAÇÃO: Pela **Desigualdade de Cauchy-Schwarz**, $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\|_2 \|v\|_2$, temos que

$$-1 \leq \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\|_2 \|v\|_2} \leq 1;$$

e, além disso, existe um **ÚNICO NÚMERO REAL**

Espaços Vetoriais

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$. O **ÂNGULO** entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos \theta = \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\|_2 \|v\|_2}.$$

OBSERVAÇÃO: Pela **Desigualdade de Cauchy-Schwarz**, $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\|_2 \|v\|_2$, temos que

$$-1 \leq \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\|_2 \|v\|_2} \leq 1;$$

e, além disso, existe um **ÚNICO NÚMERO REAL** $\theta \in [0, \pi]$

Espaços Vetoriais

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$. O **ÂNGULO** entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos \theta = \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\|_2 \|v\|_2}.$$

OBSERVAÇÃO: Pela **Desigualdade de Cauchy-Schwarz**, $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\|_2 \|v\|_2$, temos que

$$-1 \leq \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\|_2 \|v\|_2} \leq 1;$$

e, além disso, existe um **ÚNICO NÚMERO REAL** $\theta \in [0, \pi]$ satisfazendo a igualdade.

Espaços Vetoriais

Ângulo

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial real munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$. O **ÂNGULO** entre dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ é definido como sendo o valor $\theta \in [0, \pi]$ que satisfaz a seguinte equação

$$\cos \theta = \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\|_2 \|v\|_2}.$$

OBSERVAÇÃO: Pela **Desigualdade de Cauchy-Schwarz**, $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\|_2 \|v\|_2$, temos que

$$-1 \leq \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\|_2 \|v\|_2} \leq 1;$$

e, além disso, existe um **ÚNICO NÚMERO REAL** $\theta \in [0, \pi]$ satisfazendo a igualdade.

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K}

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são **ORTOGONAIS**

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são **ORTOGONAIS** se, e somente se,

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$.

Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são **ORTOGONAIS** se, e somente se, $\langle u, v \rangle = 0$.

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$.

Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são **ORTOGONAIS** se, e somente se, $\langle u, v \rangle = 0$.

NOTAÇÃO:

$$u \perp v$$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são **ORTOGONAIS** se, e somente se, $\langle u, v \rangle = 0$.

NOTAÇÃO:

$$u \perp v$$

OBSERVAÇÃO: Note que $\langle u, v \rangle = 0$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$.

Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são **ORTOGONAIS** se, e somente se, $\langle u, v \rangle = 0$.

NOTAÇÃO:

$$u \perp v$$

OBSERVAÇÃO: Note que $\langle u, v \rangle = 0$ se, e somente se, $\cos(\theta) = 0$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$.

Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são **ORTOGONAIS** se, e somente se, $\langle u, v \rangle = 0$.

NOTAÇÃO:

$$u \perp v$$

OBSERVAÇÃO: Note que $\langle u, v \rangle = 0$ se, e somente se, $\cos(\theta) = 0 \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$.

Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são **ORTOGONAIS** se, e somente se, $\langle u, v \rangle = 0$.

NOTAÇÃO:

$$u \perp v$$

OBSERVAÇÃO: Note que $\langle u, v \rangle = 0$ se, e somente se, $\cos(\theta) = 0 \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{2}; \theta \in [0, \pi]$.

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$.

Dizemos que dois vetores $u, v \in \mathcal{V}$ são **ORTOGONAIS** se, e somente se, $\langle u, v \rangle = 0$.

NOTAÇÃO:

$$u \perp v$$

OBSERVAÇÃO: Note que $\langle u, v \rangle = 0$ se, e somente se, $\cos(\theta) = 0 \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{2}; \theta \in [0, \pi]$.

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K}

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Então,

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Então,

1. $0 \perp v; \quad \forall v \in \mathcal{V}$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Então,

1. $0 \perp v; \quad \forall v \in \mathcal{V}$
2. Se $u \perp v$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Então,

1. $0 \perp v; \quad \forall v \in \mathcal{V}$
2. Se $u \perp v$ então $v \perp u$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Então,

1. $0 \perp v; \quad \forall v \in \mathcal{V}$
2. Se $u \perp v$ então $v \perp u$
3. Se $v \perp u; \forall u \in \mathcal{V}$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Então,

1. $0 \perp v; \quad \forall v \in \mathcal{V}$
2. Se $u \perp v$ então $v \perp u$
3. Se $v \perp u; \forall u \in \mathcal{V}$ então $v = 0$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Então,

1. $0 \perp v; \quad \forall v \in \mathcal{V}$
2. Se $u \perp v$ então $v \perp u$
3. Se $v \perp u; \forall u \in \mathcal{V}$ então $v = 0$
4. Se $v \perp w$ e

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Então,

1. $0 \perp v; \quad \forall v \in \mathcal{V}$
2. Se $u \perp v$ então $v \perp u$
3. Se $v \perp u; \forall u \in \mathcal{V}$ então $v = 0$
4. Se $v \perp w$ e $u \perp w$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Então,

1. $0 \perp v; \quad \forall v \in \mathcal{V}$
2. Se $u \perp v$ então $v \perp u$
3. Se $v \perp u; \forall u \in \mathcal{V}$ então $v = 0$
4. Se $v \perp w$ e $u \perp w$ então $(v + u) \perp w$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$.

Então,

1. $0 \perp v; \quad \forall v \in \mathcal{V}$
2. Se $u \perp v$ então $v \perp u$
3. Se $v \perp u; \forall u \in \mathcal{V}$ então $v = 0$
4. Se $v \perp w$ e $u \perp w$ então $(v + u) \perp w$
5. Se $v \perp u$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

PROPRIEDADES:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Então,

1. $0 \perp v; \quad \forall v \in \mathcal{V}$
2. Se $u \perp v$ então $v \perp u$
3. Se $v \perp u; \forall u \in \mathcal{V}$ então $v = 0$
4. Se $v \perp w$ e $u \perp w$ então $(v + u) \perp w$
5. Se $v \perp u$ e $\alpha \in \mathbb{K}$

PROPRIEDADES:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Então,

1. $0 \perp v$; $\forall v \in \mathcal{V}$
2. Se $u \perp v$ então $v \perp u$
3. Se $v \perp u$; $\forall u \in \mathcal{V}$ então $v = 0$
4. Se $v \perp w$ e $u \perp w$ então $(v + u) \perp w$
5. Se $v \perp u$ e $\alpha \in \mathbb{K}$ então $\alpha v \perp u$

PROPRIEDADES:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$.

Então,

1. $0 \perp v$; $\forall v \in \mathcal{V}$
2. Se $u \perp v$ então $v \perp u$
3. Se $v \perp u$; $\forall u \in \mathcal{V}$ então $v = 0$
4. Se $v \perp w$ e $u \perp w$ então $(v + u) \perp w$
5. Se $v \perp u$ e $\alpha \in \mathbb{K}$ então $\alpha v \perp u$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K}

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$; e seja

$$S = \{v_1, \dots, v_n\} \subset \mathcal{V}$$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\} \subset \mathcal{V}$ tais que

$$\langle v_i, v_j \rangle = 0; i \neq j.$$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\} \subset \mathcal{V}$ tais que

$$\langle v_i, v_j \rangle = 0; i \neq j.$$

Dizemos que S é um CONJUNTO ORTOGONAL em \mathcal{V}

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\} \subset \mathcal{V}$ tais que

$$\langle v_i, v_j \rangle = 0; i \neq j.$$

Dizemos que S é um **CONJUNTO ORTOGONAL** em \mathcal{V} em relação ao produto interno definido.

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\} \subset \mathcal{V}$ tais que

$$\langle v_i, v_j \rangle = 0; i \neq j.$$

Dizemos que S é um **CONJUNTO ORTOGONAL** em \mathcal{V} em relação ao produto interno definido. Além disso,

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\} \subset \mathcal{V}$ tais que

$$\langle v_i, v_j \rangle = 0; i \neq j.$$

Dizemos que S é um **CONJUNTO ORTOGONAL** em \mathcal{V} em relação ao produto interno definido. Além disso, se

$$\|v_j\|_2 = 1; j = 1, \dots, n;$$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\} \subset \mathcal{V}$ tais que

$$\langle v_i, v_j \rangle = 0; i \neq j.$$

Dizemos que S é um **CONJUNTO ORTOGONAL** em \mathcal{V} em relação ao produto interno definido. Além disso, se

$$\|v_j\|_2 = 1; j = 1, \dots, n;$$

dizemos que S é um **CONJUNTO ORTONORMAL** em \mathcal{V} .

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\} \subset \mathcal{V}$ tais que

$$\langle v_i, v_j \rangle = 0; i \neq j.$$

Dizemos que S é um **CONJUNTO ORTOGONAL** em \mathcal{V} em relação ao produto interno definido. Além disso, se

$$\|v_j\|_2 = 1; j = 1, \dots, n;$$

dizemos que S é um **CONJUNTO ORTONORMAL** em \mathcal{V} .

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K}

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja

$$S = \{v_1, \dots, v_n\}$$

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ um CONJUNTO ORTOGONAL em \mathcal{V} ;

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ um CONJUNTO ORTOGONAL em \mathcal{V} ; tais que $v_j \neq 0$; $j = 1, \dots, n$.

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ um CONJUNTO ORTOGONAL em \mathcal{V} ; tais que $v_j \neq 0$; $j = 1, \dots, n$.
Então, S é um

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ um CONJUNTO ORTOGONAL em \mathcal{V} ; tais que $v_j \neq 0$; $j = 1, \dots, n$. Então, S é um CONJUNTO LINEARMENTE INDEPENDENTE em \mathcal{V} .

Espaços Vetoriais

Ortogonalidade

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ um CONJUNTO ORTOGONAL em \mathcal{V} ; tais que $v_j \neq 0$; $j = 1, \dots, n$. Então, S é um CONJUNTO LINEARMENTE INDEPENDENTE em \mathcal{V} .

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K}

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma **BASE ORTOGONAL**

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma **BASE ORTOGONAL** se, e somente se,

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma **BASE ORTOGONAL** se, e somente se, $\beta_{\mathcal{V}}$ é um **CONJUNTO ORTOGONAL** em \mathcal{V} .

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma **BASE ORTOGONAL** se, e somente se, $\beta_{\mathcal{V}}$ é um **CONJUNTO ORTOGONAL** em \mathcal{V} .

Além disso,

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma **BASE ORTOGONAL** se, e somente se, $\beta_{\mathcal{V}}$ é um **CONJUNTO ORTOGONAL** em \mathcal{V} .

Além disso, Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma **BASE ORTONORMAL**

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma **BASE ORTOGONAL** se, e somente se, $\beta_{\mathcal{V}}$ é um **CONJUNTO ORTOGONAL** em \mathcal{V} .

Além disso, Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma **BASE ORTONORMAL** se, e somente se,

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma **BASE ORTOGONAL** se, e somente se, $\beta_{\mathcal{V}}$ é um **CONJUNTO ORTOGONAL** em \mathcal{V} .

Além disso, Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma **BASE ORTONORMAL** se, e somente se, $\beta_{\mathcal{V}}$ é um **CONJUNTO ORTONORMAL** em \mathcal{V} .

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base ordenada.

Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma **BASE ORTOGONAL** se, e somente se, $\beta_{\mathcal{V}}$ é um **CONJUNTO ORTOGONAL** em \mathcal{V} .

Além disso, Dizemos que $\beta_{\mathcal{V}}$ é uma **BASE ORTONORMAL** se, e somente se, $\beta_{\mathcal{V}}$ é um **CONJUNTO ORTONORMAL** em \mathcal{V} .

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K}

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .
Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$,

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{\|v_n\|^2} v_n$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{\|v_n\|^2} v_n$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{\|v_n\|^2} v_n$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{\|v_n\|^2} v_n$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{\|v_n\|^2} v_n.$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{\|v_n\|^2} v_n.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} =$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{\|v_n\|^2} v_n.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\lambda_1$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{\|v_n\|^2} v_n.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots]$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{\|v_n\|^2} v_n.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_n]^t =$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{\|v_n\|^2} v_n.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_n]^t = \left[\frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} \quad \dots \quad \frac{\langle u, v_n \rangle}{\|v_n\|^2} \right]^t$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{\|v_n\|^2} v_n.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_n]^t = \left[\frac{\langle u, v_1 \rangle}{\langle v_1, v_1 \rangle} \right]$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{\|v_n\|^2} v_n.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_n]^t = \begin{bmatrix} \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\langle v_1, v_1 \rangle} & \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\langle v_2, v_2 \rangle} & \dots & \frac{\langle u, v_n \rangle}{\langle v_n, v_n \rangle} \end{bmatrix}$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{\|v_n\|^2} v_n.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_n]^t = \begin{bmatrix} \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\langle v_1, v_1 \rangle} & \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\langle v_2, v_2 \rangle} & \dots \end{bmatrix}$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{\|v_n\|^2} v_n.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_n]^t = \begin{bmatrix} \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\langle v_1, v_1 \rangle} & \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\langle v_2, v_2 \rangle} & \dots & \frac{\langle u, v_n \rangle}{\langle v_n, v_n \rangle} \end{bmatrix}$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{\|v_n\|^2} v_n.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_n]^t = \begin{bmatrix} \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\langle v_1, v_1 \rangle} & \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\langle v_2, v_2 \rangle} & \dots & \frac{\langle u, v_n \rangle}{\langle v_n, v_n \rangle} \end{bmatrix}^t.$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL.

Então, todo vetor $u \in \mathcal{V}$, é escrito de FORMA ÚNICA do seguinte modo:

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; i = 1, \dots, n.$$

$$u = \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 + \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 + \dots + \frac{\langle u, v_n \rangle}{\|v_n\|^2} v_n.$$

$$[u]_{\beta_{\mathcal{V}}} = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_n]^t = \begin{bmatrix} \frac{\langle u, v_1 \rangle}{\langle v_1, v_1 \rangle} & \frac{\langle u, v_2 \rangle}{\langle v_2, v_2 \rangle} & \dots & \frac{\langle u, v_n \rangle}{\langle v_n, v_n \rangle} \end{bmatrix}^t.$$

Espaços Vetoriais

Coeficientes de Fourier

DEFINIÇÃO:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K}

Espaços Vetoriais

Coeficientes de Fourier

DEFINIÇÃO:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e

Espaços Vetoriais

Coeficientes de Fourier

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Espaços Vetoriais

Coeficientes de Fourier

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$

Espaços Vetoriais

Coeficientes de Fourier

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .
Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

Espaços Vetoriais

Coeficientes de Fourier

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma **BASE ORTOGONAL**.
Dizemos que as **COORDENADAS** de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$\lambda_i$$

Espaços Vetoriais

Coeficientes de Fourier

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; \quad i = 1, \dots, n;$$

Espaços Vetoriais

Coeficientes de Fourier

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; \quad i = 1, \dots, n;$$

$$\lambda_i$$

Espaços Vetoriais

Coeficientes de Fourier

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma **BASE ORTOGONAL**.

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; \quad i = 1, \dots, n;$$

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, n;$$

Espaços Vetoriais

Coeficientes de Fourier

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; \quad i = 1, \dots, n;$$

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, n;$$

são os

Espaços Vetoriais

Coeficientes de Fourier

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; \quad i = 1, \dots, n;$$

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, n;$$

são os COEFICIENTES DE FOURIER de u

Espaços Vetoriais

Coeficientes de Fourier

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; \quad i = 1, \dots, n;$$

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, n;$$

são os COEFICIENTES DE FOURIER de u em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$.

Espaços Vetoriais

Coeficientes de Fourier

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORTOGONAL .

Dizemos que as COORDENADAS de $u \in \mathcal{V}$ em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$:

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle}; \quad i = 1, \dots, n;$$

$$\lambda_i = \frac{\langle u, v_i \rangle}{\|v_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, n;$$

são os COEFICIENTES DE FOURIER de u em relação à $\beta_{\mathcal{V}}$.

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K}

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .
Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1;$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j =$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i =$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i;$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \quad \lambda_i$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\|u_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, j-1;$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\|u_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, j-1;$$

$$u_j =$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\|u_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, j-1;$$

$$u_j = v_j$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\|u_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, j-1;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\|u_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, j-1;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\|u_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, j-1;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_{j-1} u_{j-1})$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\|u_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, j-1;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) =$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\|u_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, j-1;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) = v_j$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\|u_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, n;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) = v_j - \left(\frac{\langle v_j, u_1 \rangle}{\|u_1\|^2} \right.$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\|u_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, j-1;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) = v_j - \left(\frac{\langle v_j, u_1 \rangle}{\|u_1\|^2} u_1 + \dots + \frac{\langle v_j, u_{j-1} \rangle}{\|u_{j-1}\|^2} u_{j-1} \right)$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\|u_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, j-1;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) = v_j - \left(\frac{\langle v_j, u_1 \rangle}{\|u_1\|^2} u_1 + \frac{\langle v_j, u_2 \rangle}{\|u_2\|^2} u_2 + \dots + \frac{\langle v_j, u_{j-1} \rangle}{\|u_{j-1}\|^2} u_{j-1} \right)$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\|u_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, n;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) = v_j - \left(\frac{\langle v_j, u_1 \rangle}{\|u_1\|^2} u_1 + \frac{\langle v_j, u_2 \rangle}{\|u_2\|^2} u_2 + \dots + \right.$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\|u_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, j-1;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) = v_j - \left(\frac{\langle v_j, u_1 \rangle}{\|u_1\|^2} u_1 + \frac{\langle v_j, u_2 \rangle}{\|u_2\|^2} u_2 + \dots + \frac{\langle v_j, u_{j-1} \rangle}{\|u_{j-1}\|^2} u_{j-1} \right)$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\|u_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, j-1;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) = v_j - \left(\frac{\langle v_j, u_1 \rangle}{\|u_1\|^2} u_1 + \frac{\langle v_j, u_2 \rangle}{\|u_2\|^2} u_2 + \dots + \frac{\langle v_j, u_{j-1} \rangle}{\|u_{j-1}\|^2} u_{j-1} \right).$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e seja $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma BASE ORDENADA .

Então, o CONJUNTO ORTOGONAL $\{u_1, \dots, u_n\}$ pode ser obtido a partir de $\beta_{\mathcal{V}}$ utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1; \quad \text{e}$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i u_i; \quad \lambda_i = \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\|u_i\|^2}; \quad i = 1, \dots, j-1;$$

$$u_j = v_j - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_{j-1} u_{j-1}) = v_j - \left(\frac{\langle v_j, u_1 \rangle}{\|u_1\|^2} u_1 + \frac{\langle v_j, u_2 \rangle}{\|u_2\|^2} u_2 + \dots + \frac{\langle v_j, u_{j-1} \rangle}{\|u_{j-1}\|^2} u_{j-1} \right).$$

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

OBSERVAÇÃO:

Considerando uma Base ordenada $\beta_V = \{v_1, \dots, v_n\}$ do espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K}

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

OBSERVAÇÃO:

Considerando uma Base ordenada $\beta_V = \{v_1, \dots, v_n\}$ do espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$;

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

OBSERVAÇÃO:

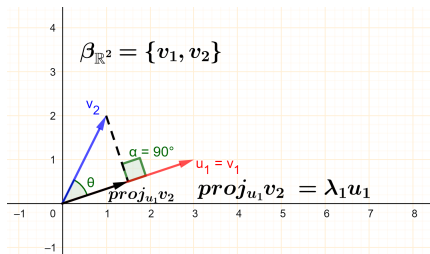
Considerando uma Base ordenada $\beta_V = \{v_1, \dots, v_n\}$ do espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; para obter o vetor $u_j; j = 2, \dots, n$ da nova base, fazemos a PROJEÇÃO ORTOGONAL de cada $v_j; j = 2, \dots, n$ sobre os novos vetores obtidos $u_i; i = 1, \dots, j-1$ de β'_V .

Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

OBSERVAÇÃO:

Considerando uma Base ordenada $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ do espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; para obter o vetor $u_j; j = 2, \dots, n$ da nova base, fazemos a PROJEÇÃO ORTOGONAL de cada $v_j; j = 2, \dots, n$ sobre os novos vetores obtidos $u_i; i = 1, \dots, j-1$ de $\beta'_{\mathcal{V}}$. Veja o exemplo abaixo para $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$:

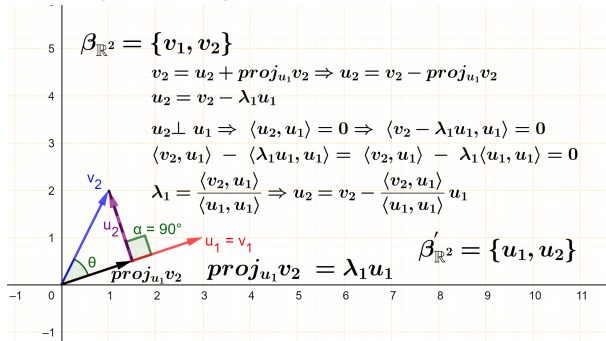
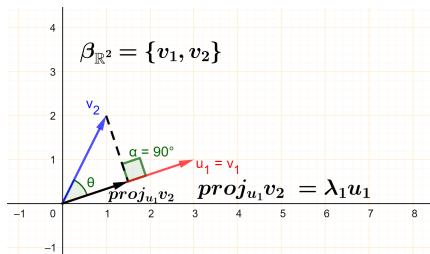


Espaços Vetoriais

Base Ortogonal

OBSERVAÇÃO:

Considerando uma Base ordenada $\beta_V = \{v_1, \dots, v_n\}$ do espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; para obter o vetor $u_j; j = 2, \dots, n$ da nova base, fazemos a PROJEÇÃO ORTOGONAL de cada $v_j; j = 2, \dots, n$ sobre os novos vetores obtidos $u_i; i = 1, \dots, j-1$ de β'_V . Veja o exemplo abaixo para $V = \mathbb{R}^2$:



Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1},$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$,

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 =$$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = (2, 1);$$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT :

$$u_1 = v_1 = (2, 1);$$

$$u_2 =$$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT :

$$u_1 = v_1 = (2, 1);$$

$$u_2 = v_2 -$$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = (2, 1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1$$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = (2, 1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 =$$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT :

$$u_1 = v_1 = (2, 1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) -$$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT :

$$u_1 = v_1 = (2, 1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT :

$$u_1 = v_1 = (2, 1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) =$$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT :

$$u_1 = v_1 = (2, 1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) = (1, 1) -$$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT :

$$u_1 = v_1 = (2, 1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) = (1, 1) - \frac{3}{5}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = (2, 1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) = (1, 1) - \frac{3}{5} (2, 1) =$$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = (2, 1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) = (1, 1) - \frac{3}{5} (2, 1) = \left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right)$$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = (2, 1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) = (1, 1) - \frac{3}{5} (2, 1) = \left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right).$$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT :

$$u_1 = v_1 = (2, 1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) = (1, 1) - \frac{3}{5} (2, 1) = \left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right).$$

Portanto,

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = (2, 1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) = (1, 1) - \frac{3}{5} (2, 1) = \left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right).$$

Portanto, $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{(2, 1),$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT :

$$u_1 = v_1 = (2, 1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) = (1, 1) - \frac{3}{5} (2, 1) = \left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right).$$

Portanto, $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{(2, 1), (-\frac{1}{5}, \frac{2}{5})\}$ ou $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{(2, 1),$

Espaços Vetoriais

Processo de Gram-Schmidt

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^2} = \{\underbrace{(2, 1)}_{v_1}, \underbrace{(1, 1)}_{v_2}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^2}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{u_1, u_2\}$ para \mathbb{R}^2 com relação ao produto interno usual.

Então, utilizando o PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT :

$$u_1 = v_1 = (2, 1);$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = (1, 1) - \frac{\langle (1, 1), (2, 1) \rangle}{\langle (2, 1), (2, 1) \rangle} (2, 1) = (1, 1) - \frac{3}{5} (2, 1) = \left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right).$$

Portanto, $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{(2, 1), (-\frac{1}{5}, \frac{2}{5})\}$ ou $\beta'_{\mathbb{R}^2} = \{(2, 1), (-1, 2)\}$.

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1} \right\},$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2} \right\},$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3} \right\},$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 =$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 =$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 -$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} \end{aligned}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = \end{aligned}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \end{aligned}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} \end{aligned}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 \end{aligned}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \end{aligned}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \end{aligned}$$

$$u_3 =$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\right.$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_3 &= v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} \right. \end{aligned}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_3 &= v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 \right. \end{aligned}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_3 &= v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} \right. \end{aligned}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_3 &= v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = \end{aligned}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_3 &= v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\right. \end{aligned}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_3 &= v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} \right. \end{aligned}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_3 &= v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 \right. \end{aligned}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_3 &= v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \right. \end{aligned}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_3 &= v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} \right) \end{aligned}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_3 &= v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) \end{aligned}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_3 &= v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = 1; \\ u_2 &= v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t \\ u_3 &= v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$u_4 =$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\right.$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 + \frac{\langle v_4, u_3 \rangle}{\langle u_3, u_3 \rangle} u_3 \right)$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 \right)$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right)$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right)$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 + \frac{\langle v_4, u_3 \rangle}{\langle u_3, u_3 \rangle} u_3 \right)$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 + \frac{\langle v_4, u_3 \rangle}{\langle u_3, u_3 \rangle} u_3 \right) =$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 + \frac{\langle v_4, u_3 \rangle}{\langle u_3, u_3 \rangle} u_3 \right) = t^3 - \left(\right)$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 + \frac{\langle v_4, u_3 \rangle}{\langle u_3, u_3 \rangle} u_3 \right) = t^3 - \left(\frac{\langle t^3, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} \right)$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 + \frac{\langle v_4, u_3 \rangle}{\langle u_3, u_3 \rangle} u_3 \right) = t^3 - \left(\frac{\langle t^3, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 \right)$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 + \frac{\langle v_4, u_3 \rangle}{\langle u_3, u_3 \rangle} u_3 \right) = t^3 - \left(\frac{\langle t^3, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \right.$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 + \frac{\langle v_4, u_3 \rangle}{\langle u_3, u_3 \rangle} u_3 \right) = t^3 - \left(\frac{\langle t^3, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^3, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right)$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 + \frac{\langle v_4, u_3 \rangle}{\langle u_3, u_3 \rangle} u_3 \right) = t^3 - \left(\frac{\langle t^3, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^3, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t + \right.$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 + \frac{\langle v_4, u_3 \rangle}{\langle u_3, u_3 \rangle} u_3 \right) = t^3 - \left(\frac{\langle t^3, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^3, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t + \frac{\langle t^3, t^2 - \frac{1}{3} \rangle}{\langle t^2 - \frac{1}{3}, t^2 - \frac{1}{3} \rangle} \right)$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 + \frac{\langle v_4, u_3 \rangle}{\langle u_3, u_3 \rangle} u_3 \right) = t^3 - \left(\frac{\langle t^3, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^3, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t + \frac{\langle t^3, t^2 - \frac{1}{3} \rangle}{\langle t^2 - \frac{1}{3}, t^2 - \frac{1}{3} \rangle} \left(t^2 - \frac{1}{3} \right) \right)$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 + \frac{\langle v_4, u_3 \rangle}{\langle u_3, u_3 \rangle} u_3 \right) = t^3 - \left(\frac{\langle t^3, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^3, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t + \frac{\langle t^3, t^2 - \frac{1}{3} \rangle}{\langle t^2 - \frac{1}{3}, t^2 - \frac{1}{3} \rangle} \left(t^2 - \frac{1}{3} \right) \right)$$
$$u_4 = t^3 - \frac{3}{5}t$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 + \frac{\langle v_4, u_3 \rangle}{\langle u_3, u_3 \rangle} u_3 \right) = t^3 - \left(\frac{\langle t^3, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^3, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t + \frac{\langle t^3, t^2 - \frac{1}{3} \rangle}{\langle t^2 - \frac{1}{3}, t^2 - \frac{1}{3} \rangle} \left(t^2 - \frac{1}{3} \right) \right)$$
$$u_4 = t^3 - \frac{3}{5}t$$

Portanto, $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} =$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 + \frac{\langle v_4, u_3 \rangle}{\langle u_3, u_3 \rangle} u_3 \right) = t^3 - \left(\frac{\langle t^3, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^3, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t + \frac{\langle t^3, t^2 - \frac{1}{3} \rangle}{\langle t^2 - \frac{1}{3}, t^2 - \frac{1}{3} \rangle} \left(t^2 - \frac{1}{3} \right) \right)$$
$$u_4 = t^3 - \frac{3}{5}t$$

Portanto, $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1,$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 + \frac{\langle v_4, u_3 \rangle}{\langle u_3, u_3 \rangle} u_3 \right) = t^3 - \left(\frac{\langle t^3, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^3, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t + \frac{\langle t^3, t^2 - \frac{1}{3} \rangle}{\langle t^2 - \frac{1}{3}, t^2 - \frac{1}{3} \rangle} \left(t^2 - \frac{1}{3} \right) \right)$$
$$u_4 = t^3 - \frac{3}{5}t$$

Portanto, $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1, t,$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 + \frac{\langle v_4, u_3 \rangle}{\langle u_3, u_3 \rangle} u_3 \right) = t^3 - \left(\frac{\langle t^3, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^3, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t + \frac{\langle t^3, t^2 - \frac{1}{3} \rangle}{\langle t^2 - \frac{1}{3}, t^2 - \frac{1}{3} \rangle} \left(t^2 - \frac{1}{3} \right) \right)$$
$$u_4 = t^3 - \frac{3}{5}t$$

Portanto, $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{1, t, (t^2 - \frac{1}{3}),$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXEMPLO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ munido do produto interno $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$; e seja

$$\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ \underbrace{1}_{v_1}, \underbrace{t}_{v_2}, \underbrace{t^2}_{v_3}, \underbrace{t^3}_{v_4} \right\}.$$

Determine a partir de $\beta_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})}$ uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ para $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno definido.

Então, utilizando o **PROCESSO DE ORTOGONALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** :

$$u_1 = v_1 = 1;$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 = t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 = t$$

$$u_3 = v_3 - \left(\frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 \right) = t^2 - \left(\frac{\langle t^2, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^2, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t \right) = t^2 - \frac{1}{3}$$

$$u_4 = v_4 - \left(\frac{\langle v_4, u_1 \rangle}{\langle u_1, u_1 \rangle} u_1 + \frac{\langle v_4, u_2 \rangle}{\langle u_2, u_2 \rangle} u_2 + \frac{\langle v_4, u_3 \rangle}{\langle u_3, u_3 \rangle} u_3 \right) = t^3 - \left(\frac{\langle t^3, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} 1 + \frac{\langle t^3, t \rangle}{\langle t, t \rangle} t + \frac{\langle t^3, t^2 - \frac{1}{3} \rangle}{\langle t^2 - \frac{1}{3}, t^2 - \frac{1}{3} \rangle} \left(t^2 - \frac{1}{3} \right) \right)$$

$$u_4 = t^3 - \frac{3}{5}t$$

Portanto, $\beta'_{\mathcal{P}_3(\mathbb{R})} = \left\{ 1, t, \left(t^2 - \frac{1}{3} \right), \left(t^3 - \frac{3}{5}t \right) \right\}.$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial V de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K}

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$ admite uma **BASE ORTONORMAL**.

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Então, a BASE ORTONORMAL $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Então, a BASE ORTONORMAL $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$ pode ser obtida a partir de

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Então, a BASE ORTONORMAL $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$ pode ser obtida a partir de $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Então, a BASE ORTONORMAL $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$ pode ser obtida a partir de $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ utilizando o PROCESSO DE ORTONORMALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Então, a BASE ORTONORMAL $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$ pode ser obtida a partir de $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ utilizando o PROCESSO DE ORTONORMALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Então, a BASE ORTONORMAL $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$ pode ser obtida a partir de $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ utilizando o PROCESSO DE ORTONORMALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Então, a BASE ORTONORMAL $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$ pode ser obtida a partir de $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ utilizando o PROCESSO DE ORTONORMALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* =$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Então, a BASE ORTONORMAL $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$ pode ser obtida a partir de $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ utilizando o PROCESSO DE ORTONORMALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* = \frac{u_1}{\|u_1\|_2};$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Então, a BASE ORTONORMAL $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$ pode ser obtida a partir de $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ utilizando o PROCESSO DE ORTONORMALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* = \frac{u_1}{\|u_1\|_2};$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$ admite uma **BASE ORTONORMAL**.

Então, a **BASE ORTONORMAL** $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$ pode ser obtida a partir de $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ utilizando o **PROCESSO DE ORTONORMALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* = \frac{u_1}{\|u_1\|_2};$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j =$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle ., . \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Então, a BASE ORTONORMAL $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$ pode ser obtida a partir de $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ utilizando o PROCESSO DE ORTONORMALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* = \frac{u_1}{\|u_1\|_2};$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Então, a BASE ORTONORMAL $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$ pode ser obtida a partir de $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ utilizando o PROCESSO DE ORTONORMALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* = \frac{u_1}{\|u_1\|_2};$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1}$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Então, a BASE ORTONORMAL $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$ pode ser obtida a partir de $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ utilizando o PROCESSO DE ORTONORMALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* = \frac{u_1}{\|u_1\|_2};$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ admite uma BASE ORTONORMAL.

Então, a BASE ORTONORMAL $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$ pode ser obtida a partir de $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ utilizando o PROCESSO DE ORTONORMALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* = \frac{u_1}{\|u_1\|_2};$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortonormalização de Gram-Schmidt

TEOREMA:

Todo espaço vetorial \mathcal{V} de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ admite uma **BASE ORTONORMAL**.

Então, a **BASE ORTONORMAL** $\beta_{\mathcal{V}}^* = \{u_1^*, \dots, u_n^*\}$ pode ser obtida a partir de $\beta_{\mathcal{V}} = \{v_1, \dots, v_n\}$ utilizando o **PROCESSO DE ORTONORMALIZAÇÃO DE GRAM-SCHMIDT** descrito do seguinte modo:

$$u_1 = v_1 \Rightarrow u_1^* = \frac{u_1}{\|u_1\|_2};$$

$$\forall j = 2, \dots, n \Rightarrow u_j = v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\langle v_j, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i \Rightarrow u_j^* = \frac{u_j}{\|u_j\|_2}.$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ munido do produto interno usual; e

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 1)}_{v_1}\}$,

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 2, 1)}_{v_2}\},$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 2, 1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 0, 1)}_{v_3}\}$ uma base ordenada.

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 2, 1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 0, 1)}_{v_3}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$,

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 2, 1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 0, 1)}_{v_3}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{u_1, u_2, u_3\}$ para \mathbb{R}^3

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 2, 1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 0, 1)}_{v_3}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{u_1, u_2, u_3\}$ para \mathbb{R}^3 com relação ao produto interno usual.

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$ munido do produto interno usual; e seja $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{\underbrace{(1, 1, 1)}_{v_1}, \underbrace{(0, 2, 1)}_{v_2}, \underbrace{(0, 0, 1)}_{v_3}\}$ uma base ordenada.

Determine a partir de $\beta_{\mathbb{R}^3}$, uma base ordenada ortogonal $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{u_1, u_2, u_3\}$ para \mathbb{R}^3 com relação ao produto interno usual.

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ é triangular inferior} \}.$$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ é triangular inferior} \}.$$

um subespaço de \mathcal{V} .

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ é triangular inferior} \}.$$

um subespaço de \mathcal{V} .

Determine a partir da base ordenada

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ é triangular inferior} \}.$$

um subespaço de \mathcal{V} .

Determine a partir da base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{\underbrace{e_1 + e_3 + e_4}_{v_1},$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ é triangular inferior} \}.$$

um subespaço de \mathcal{V} .

Determine a partir da base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{\underbrace{e_1 + e_3 + e_4}_{v_1}, \underbrace{e_1 - e_4}_{v_2},$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ é triangular inferior} \}.$$

um subespaço de \mathcal{V} .

Determine a partir da base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{\underbrace{e_1 + e_3 + e_4}_{v_1}, \underbrace{e_1 - e_4}_{v_2}, \underbrace{e_1}_{v_3}\},$

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ é triangular inferior} \}.$$

um subespaço de \mathcal{V} .

Determine a partir da base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{\underbrace{e_1 + e_3 + e_4}_{v_1}, \underbrace{e_1 - e_4}_{v_2}, \underbrace{e_1}_{v_3}\}$, uma BASE

ORDENADA ORTOGONAL

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ é triangular inferior} \}.$$

um subespaço de \mathcal{V} .

Determine a partir da base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{\underbrace{e_1 + e_3 + e_4}_{v_1}, \underbrace{e_1 - e_4}_{v_2}, \underbrace{e_1}_{v_3}\}$, uma BASE

ORDENADA ORTOGONAL para o subespaço \mathcal{W} .

Espaços Vetoriais

Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt

EXERCÍCIO.2:

Seja $\mathcal{V} = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ munido do produto interno usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ é triangular inferior} \}.$$

um subespaço de \mathcal{V} .

Determine a partir da base ordenada $\beta_{\mathcal{W}} = \{\underbrace{e_1 + e_3 + e_4}_{v_1}, \underbrace{e_1 - e_4}_{v_2}, \underbrace{e_1}_{v_3}\}$, uma BASE

ORDENADA ORTOGONAL para o subespaço \mathcal{W} .

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo K

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e S um conjunto NÃO VAZIO de elementos de V .

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e S um conjunto NÃO VAZIO de elementos de \mathcal{V} .

O conjunto

$$S^\perp = \{u \in \mathcal{V}$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e S um conjunto NÃO VAZIO de elementos de \mathcal{V} .

O conjunto

$$S^\perp = \{u \in \mathcal{V} \mid \langle u, v \rangle = 0\}$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e S um conjunto NÃO VAZIO de elementos de \mathcal{V} .

O conjunto

$$S^\perp = \{u \in \mathcal{V} \mid \langle u, v \rangle = 0; \forall v \in S\},$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e S um conjunto NÃO VAZIO de elementos de \mathcal{V} .

O conjunto

$$S^\perp = \{u \in \mathcal{V} \mid \langle u, v \rangle = 0; \forall v \in S\},$$

é denominado S PERPENDICULAR.

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e S um conjunto NÃO VAZIO de elementos de \mathcal{V} .

O conjunto

$$S^\perp = \{u \in \mathcal{V} \mid \langle u, v \rangle = 0; \forall v \in S\},$$

é denominado S PERPENDICULAR.

Se S é um SUBESPAÇO VETORIAL de \mathcal{V}

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e S um conjunto NÃO VAZIO de elementos de \mathcal{V} .

O conjunto

$$S^\perp = \{u \in \mathcal{V} \mid \langle u, v \rangle = 0; \forall v \in S\},$$

é denominado S PERPENDICULAR.

Se S é um SUBESPAÇO VETORIAL de \mathcal{V} então S^\perp

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e S um conjunto NÃO VAZIO de elementos de \mathcal{V} .

O conjunto

$$S^\perp = \{u \in \mathcal{V} \mid \langle u, v \rangle = 0; \forall v \in S\},$$

é denominado S PERPENDICULAR.

Se S é um SUBESPAÇO VETORIAL de \mathcal{V} então S^\perp é denominado COMPLEMENTO ORTOGONAL de S em \mathcal{V} .

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

DEFINIÇÃO:

Seja \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e S um conjunto NÃO VAZIO de elementos de \mathcal{V} .

O conjunto

$$S^\perp = \{u \in \mathcal{V} \mid \langle u, v \rangle = 0; \forall v \in S\},$$

é denominado S PERPENDICULAR.

Se S é um SUBESPAÇO VETORIAL de \mathcal{V} então S^\perp é denominado COMPLEMENTO ORTOGONAL de S em \mathcal{V} .

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

O conjunto S^\perp é um SUBESPAÇO VETORIAL de V

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

O conjunto S^\perp é um SUBESPAÇO VETORIAL de V mesmo que S NÃO o seja.

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

O conjunto S^\perp é um SUBESPAÇO VETORIAL de V mesmo que S NÃO o seja.
Além disso, se S é um subespaço de V ,

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

O conjunto S^\perp é um SUBESPAÇO VETORIAL de V mesmo que S NÃO o seja.
Além disso, se S é um subespaço de V , tem-se que

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

O conjunto S^\perp é um SUBESPAÇO VETORIAL de V mesmo que S NÃO o seja.
Além disso, se S é um subespaço de V , tem-se que

$$S \cap S^\perp = \{0\}.$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

O conjunto S^\perp é um SUBESPAÇO VETORIAL de V mesmo que S NÃO o seja.
Além disso, se S é um subespaço de V , tem-se que

$$S \cap S^\perp = \{0\}.$$

Isto é,

$$S \oplus S^\perp.$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

O conjunto S^\perp é um SUBESPAÇO VETORIAL de V mesmo que S NÃO o seja.
Além disso, se S é um subespaço de V , tem-se que

$$S \cap S^\perp = \{0\}.$$

Isto é,

$$S \oplus S^\perp.$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K}

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de \mathcal{V} .

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de \mathcal{V} .

Então,

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de \mathcal{V} .

Então,

$$(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)^\perp$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de \mathcal{V} .

Então,

$$(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)^\perp = \mathcal{W}_1^\perp$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de \mathcal{V} .

Então,

$$(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)^\perp = \mathcal{W}_1^\perp \cap \mathcal{W}_2^\perp$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de \mathcal{V} .

Então,

$$(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)^\perp = \mathcal{W}_1^\perp \cap \mathcal{W}_2^\perp.$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e $\mathcal{W}_1, \mathcal{W}_2$ subespaços vetoriais de \mathcal{V} .

Então,

$$(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)^\perp = \mathcal{W}_1^\perp \cap \mathcal{W}_2^\perp.$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ usual; e

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0\}$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0\}$$

um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0\}$$

um subespaço vetorial de \mathcal{V} .
Determine o subespaço \mathcal{W}^\perp .

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0\}$$

um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Determine o subespaço \mathcal{W}^\perp .

$$\forall v \in \mathcal{W}^\perp$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0\}$$

um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Determine o subespaço \mathcal{W}^\perp .

$$\forall v \in \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \langle v, u \rangle = 0$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0\}$$

um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Determine o subespaço \mathcal{W}^\perp .

$$\forall v \in \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \langle v, u \rangle = 0 \Rightarrow x + 2y = 0$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0\}$$

um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Determine o subespaço \mathcal{W}^\perp .

$$\forall v \in \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \langle v, u \rangle = 0 \Rightarrow x + 2y = 0 \Rightarrow x = -2y.$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0\}$$

um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Determine o subespaço \mathcal{W}^\perp .

$$\forall v \in \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \langle v, u \rangle = 0 \Rightarrow x + 2y = 0 \Rightarrow x = -2y.$$

Portanto,

$$\mathcal{W}^\perp = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid x + 2y = 0\}$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO.1:

Seja $\mathcal{V} = \mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ usual; e seja

$$\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x = 0\}$$

um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Determine o subespaço \mathcal{W}^\perp .

$$\forall v \in \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \langle v, u \rangle = 0 \Rightarrow x + 2y = 0 \Rightarrow x = -2y.$$

Portanto,

$$\mathcal{W}^\perp = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid x + 2y = 0\}$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K}

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então,

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então,

$$\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp.$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então,

$$\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp.$$

Isto é,

$$\forall u \in \mathcal{V}$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então,

$$\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp.$$

Isto é,

$$\forall u \in \mathcal{V} \Rightarrow u = v + w$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então,

$$\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp.$$

Isto é,

$$\forall u \in \mathcal{V} \Rightarrow u = v + w; v \in \mathcal{W},$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

TEOREMA:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então,

$$\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp.$$

Isto é,

$$\forall u \in \mathcal{V} \Rightarrow u = v + w; v \in \mathcal{W}, w \in \mathcal{W}^\perp.$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K}

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então,

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então,

$$\dim(\mathcal{V}) =$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então,

$$\dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W})$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então,

$$\dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) +$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então,

$$\dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^\perp).$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então,

$$\dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^\perp).$$

Além disso,

$$(\mathcal{W}^\perp)^\perp = \mathcal{W}.$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

COROLÁRIO:

Sejam \mathcal{V} um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo \mathbb{K} munido do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$; e \mathcal{W} um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Então,

$$\dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^\perp).$$

Além disso,

$$(\mathcal{W}^\perp)^\perp = \mathcal{W}.$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} .

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)]$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}]$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\}$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

Como $\mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

$$\text{Como } \mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) =$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

$$\text{Como } \mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W})$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

$$\text{Como } \mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) +$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

$$\text{Como } \mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^\perp) \Rightarrow$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

$$\text{Como } \mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^\perp) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = \dim(\mathcal{V}) - \dim(\mathcal{W})$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

$$\text{Como } \mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^\perp) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = \dim(\mathcal{V}) - \dim(\mathcal{W}) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = 4 - 3 = 1$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

$$\text{Como } \mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^\perp) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = \dim(\mathcal{V}) - \dim(\mathcal{W}) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = 4 - 3 = 1 \Rightarrow \mathcal{W}^\perp = [w];$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

$$\text{Como } \mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^\perp) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = \dim(\mathcal{V}) - \dim(\mathcal{W}) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = 4 - 3 = 1 \Rightarrow \mathcal{W}^\perp = [w]; w = (x, y, z, t).$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

$$\text{Como } \mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^\perp) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = \dim(\mathcal{V}) - \dim(\mathcal{W}) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = 4 - 3 = 1 \Rightarrow \mathcal{W}^\perp = [w]; w = (x, y, z, t).$$

Agora, resolvendo o sistema homogêneo: $\langle w, v_i \rangle = 0; i = 1, 2, 3$.

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

$$\text{Como } \mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^\perp) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = \dim(\mathcal{V}) - \dim(\mathcal{W}) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = 4 - 3 = 1 \Rightarrow \mathcal{W}^\perp = [w]; w = (x, y, z, t).$$

Agora, resolvendo o sistema homogêneo: $\langle w, v_i \rangle = 0; i = 1, 2, 3$.

$$x = t; y = -2t; z = t; t \in \mathbb{R}$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = \underbrace{[2e_1 + e_2]}_{v_1}, \underbrace{[-e_1 + e_3]}_{v_2}, \underbrace{[-e_1 + e_4]}_{v_3} \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

$$\text{Como } \mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^\perp) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = \dim(\mathcal{V}) - \dim(\mathcal{W}) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = 4 - 3 = 1 \Rightarrow \mathcal{W}^\perp = [w]; w = (x, y, z, t).$$

Agora, resolvendo o sistema homogêneo: $\langle w, v_i \rangle = 0; i = 1, 2, 3$.

$$x = t; y = -2t; z = t; t \in \mathbb{R} \Rightarrow \forall w \in \mathcal{W}^\perp;$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

$$\text{Como } \mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^\perp) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = \dim(\mathcal{V}) - \dim(\mathcal{W}) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = 4 - 3 = 1 \Rightarrow \mathcal{W}^\perp = [w]; w = (x, y, z, t).$$

Agora, resolvendo o sistema homogêneo: $\langle w, v_i \rangle = 0; i = 1, 2, 3$.

$$x = t; y = -2t; z = t; t \in \mathbb{R} \Rightarrow \forall w \in \mathcal{W}^\perp; w = t(1, -2, 1, 1)$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

$$\text{Como } \mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^\perp) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = \dim(\mathcal{V}) - \dim(\mathcal{W}) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = 4 - 3 = 1 \Rightarrow \mathcal{W}^\perp = [w]; w = (x, y, z, t).$$

Agora, resolvendo o sistema homogêneo: $\langle w, v_i \rangle = 0; i = 1, 2, 3$.

$$x = t; y = -2t; z = t; t \in \mathbb{R} \Rightarrow \forall w \in \mathcal{W}^\perp; w = t(1, -2, 1, 1)$$

$$\Rightarrow \mathcal{W}^\perp = [(1, -2, 1, 1)]$$

Espaços Vetoriais

Complemento Ortogonal

EXEMPLO:

Sejam $\mathcal{V} = \mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual; e $\mathcal{W} = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z + t = 0\}$ um subespaço vetorial de \mathcal{V} . Então,

$$\mathcal{W} = [(2, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)] = [\underbrace{2e_1 + e_2}_{v_1}, \underbrace{-e_1 + e_3}_{v_2}, \underbrace{-e_1 + e_4}_{v_3}] \text{ e } \{v_1, v_2, v_3\} \text{ é LI}$$

$$\Rightarrow \beta_{\mathcal{W}} = \{v_1, v_2, v_3\} \Rightarrow \dim(\mathcal{W}) = 3.$$

$$\text{Como } \mathcal{V} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{W}^\perp \Rightarrow \dim(\mathcal{V}) = \dim(\mathcal{W}) + \dim(\mathcal{W}^\perp) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = \dim(\mathcal{V}) - \dim(\mathcal{W}) \Rightarrow \dim(\mathcal{W}^\perp) = 4 - 3 = 1 \Rightarrow \mathcal{W}^\perp = [w]; w = (x, y, z, t).$$

Agora, resolvendo o sistema homogêneo: $\langle w, v_i \rangle = 0; i = 1, 2, 3$.

$$x = t; y = -2t; z = t; t \in \mathbb{R} \Rightarrow \forall w \in \mathcal{W}^\perp; w = t(1, -2, 1, 1)$$

$$\Rightarrow \mathcal{W}^\perp = [(1, -2, 1, 1)] \Rightarrow \beta_{\mathcal{W}^\perp} = \{(1, -2, 1, 1)\}.$$