

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Matemática Discreta II

Prof. Ciro Russo

Segunda unidade – 9 de junho de 2021

Atenção: é preciso justificar todas as respostas.

1. Encontre, usando o Teorema Chinês do Resto, o conjunto de todos os números inteiros que, divididos por 4, 5 e 9, deem resto 2, 2 e 3 respectivamente.
2. Usando os critérios de divisibilidade e o crivo de Eratóstenes, encontre a decomposição de 71379 no produto de potências de primos. Encontre também a expressão na base 13 dele (algarismos: $0, \dots, 9, A, \dots, C$).
3. Considere o reticulado $(D_{71379}, \text{mmc}, \text{mdc})$. Ele é uma álgebra de Boole? Qual é o único $n \in \mathbb{N}$ que verifica as três condições seguintes?
 - (a) D_n é subreticulado de D_{71379} .
 - (b) D_n é uma álgebra de Boole.
 - (c) D_n é isomorfa à álgebra de Boole das partes de um conjunto de quatro elementos.
4. Considere o conjunto $D_{45} = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$ e a relação \sqsubseteq em D_{45} definida por $\sqsubseteq = | \cup \{(5, 9)\}$. Verifique que \sqsubseteq é uma relação de ordem em D_{45} e se (D_{45}, \sqsubseteq) é um reticulado.
5. Seja $g : D_{42} \rightarrow \{0, 1\}^3$ a função definida por $g(2^a \cdot 3^b \cdot 7^c) = (c, 0, a)$ para todo $x = 2^a \cdot 3^b \cdot 7^c \in D_{42}$. Verifique se g é um homomorfismo de álgebras de Boole. Determine também, em caso afirmativo, se é um isomorfismo ou, em caso negativo, se é um homomorfismo de reticulados.