# Exercícios Álgebra Linear // Semestre Letivo Suplementar 2020

Discente: João Lucas Lima de Melo

1. Prove que a multiplicação de matrizes não é comutativa. Então existem A e B tais que A.B != B.A
2. Provar que *det* A-1 = 1/*det* A
3. Qual matriz faz reflexão simétrica em relação à origem?
4. Encontre, com prova, a imagem e núcleo da matriz
5. Seja a matriz A n = (ai j) 1 ≤ i ≤ = n; 1 ≤ j ≤ n; ai j ϵ R e a matriz B n = (bi j) 1 ≤ i ≤ n; 1 ≤ j ≤ n; bi j ϵ R.

Vamos assumir os valores de A e B, matrizes quadradas de ordem 2, como:

A = e B = e

Multiplicando a matriz A pela matriz B, obteremos uma matriz C 2 = (ci j) 1 ≤ i ≤ = 2; 1 ≤ j ≤ 2 definida da seguinte forma:

C = A.B = =

Multiplicando a matriz B pela matriz A, obteremos uma matriz D 2 = (di j) 1 ≤ i ≤ = 2; 1 ≤ j ≤ 2 definida da seguinte forma:

D = B.A = =

Como visto, C != D. Portanto, como encontrado um caso em que para duas matrizes quaisquer A e B, A.B != B.A, podemos afirmar que a multiplicação de matrizes não é comutativa.

1. Seja a matriz A n = (ai j) 1 ≤ i ≤ = n; 1 ≤ j ≤ n; ai j ϵ R. A matriz inversa de A é dada por An-1, tal que:

An. An-1 = An-1.An = In

Onde In é uma matriz identidade de ordem n.

Nestas condições, podemos afirmar que

det(A.A-1) = det(In)

e, portanto, igual a 1.

Dessa forma,

det(A).det(A-1) = 1

Logo, concluímos que:

det(A-1) = 1/det(A).

1. Por definição, seja a matriz A n = (ai j) 1 ≤ i ≤ = n; 1 ≤ j ≤ n. Ela fará reflexão simétrica em relação à origem se

ai j ϵ C (se i=j ) e ai j = aj i(se i != j)

ou seja, se a matriz A for igual à sua transposta.

1. Seja a matriz A dada por A = . O núcleo de uma matriz é o conjunto solução do sistema homogêneo Ax = 0; para x = . Portanto, temos:

. = 0

Obtemos então o sistema:

Resolvendo separadamente as equações, percebemos que:

x1 = -5x2

Substituindo em 2x1 + 3x2 = 0, temos:

-10x2 + 3x2 = 0

-7x2 = 0

-x2 = 0/7

x2 = 0

Substituindo x2 = 0 em x1 = =5x2, temos:

x1 = -5(0)

x1 = 0

Portanto, o núcleo da matriz A é o vetor solução .

Podemos definir a imagem de uma matriz como os vetores coluna dessa matriz. Dessa forma, afirmamos que a imagem da matriz A = é definida pelos vetores e .