



SÈRIE 5

Criteris generals d'avaluació i qualificació

1. Les respostes s'han d'ajustar a l'enunciat de la pregunta. Es valorarà sobretot que l'alumnat demostri que té clars els conceptes de caràcter físic sobre els quals tracta cada pregunta.
2. Es tindrà en compte la claredat en l'exposició dels conceptes, dels processos, dels passos a seguir, de les hipòtesis, l'ordre lògic, l'ús correcte dels termes científics i la contextualització segons l'enunciat.
3. En les respostes cal que l'alumnat mostri una adequada capacitat de comprensió de les qüestions plantejades i organitzi de forma lògica la resposta, tot analitzant i utilitzant les variables en joc. També es valorarà el grau de pertinença de la resposta, el que l'alumnat diu i les mancances manifestes sobre el tema en qüestió.
4. Totes les respostes s'han de raonar i justificar. Un resultat erroni amb un raonament correcte es valorarà. Una resposta correcta sense raonament ni justificació pot ser valorada amb un 0, si el corrector no és capaç de veure d'on ha sortit el resultat.
5. Tingueu en compte que un error no s'ha de penalitzar dues vegades en el mateix problema. Si un apartat necessita un resultat anterior, i aquest és erroni, cal valorar la resposta independentment del seu valor numèric, i tenir en compte el procediment de resolució.
6. Si la resolució presentada a l'examen és diferent però correcta i està d'acord amb els requeriments de l'enunciat, s'ha d'avaluar positivament encara que no coincideixi amb la resolució donada a la pauta de correcció.
7. Un o més errors en les unitats d'un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest l'apartat. Es consideren errors d'unitats: ometre les unitats en els resultats (finals o intermedis), utilitzar unitats incorrectes per una magnitud (tant en els resultats com en els valors intermedis) o operar amb magnituds d'unitats incompatibles (excepte en el cas d'un quotient on numerador i denominador tenen les mateixes unitats). Exemple: si l'apartat (a) val 1,25 punts i només s'ha equivocat en les unitats l'haurem de puntuar amb 1 punt.
8. Un o més errors de càcul en un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest apartat. Exemple: si l'apartat (a) val 1,25 punts i només s'ha equivocat en les càlculs l'haurem de puntuar amb 1 punt.
9. Cal resoldre els exercicis fins al resultat final i no es poden deixar indicades les operacions.



Proves d'accés a la Universitat 2022, convocatòria ordinària. Criteri d'avaluació

10. Cal fer la substitució numèrica en les expressions que s'utilitzen per resoldre les preguntes.
11. Un resultat amb un nombre molt elevat de xifres significatives (6 xifres significatives) es penalitzarà amb 0,1p.

P1)

a)

0,3 p. Segons la tercera llei de Kepler:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G M_{Sol}}{(2\pi)^2}$$

On a és la longitud del semieix major.

0,3 p.

$$a = \sqrt[3]{G M_{Sol} \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \sqrt[3]{6,67 \times 10^{-11} \times 1,99 \times 10^{30} \left(\frac{76 \times 365 \times 24 \times 3600}{2\pi}\right)^2} \\ = 2,68 \times 10^{12} \text{ m}$$

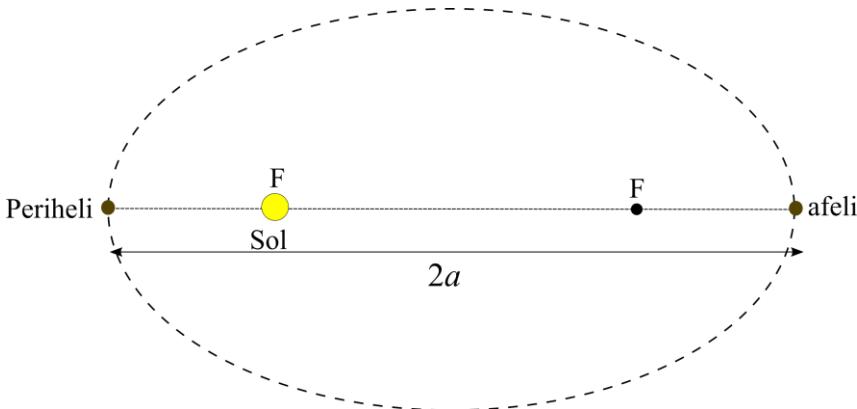
Alternativament, s'ha d'acceptar com correcte que l'estudiant recordi que la tercera llei de Kepler al sistema solar s'expressa com

$$\frac{a^3}{T^2} = 1 \frac{\text{ua}^3}{\text{any}^2}$$

Llavors,

$$a = \sqrt[3]{T^2} = \sqrt[3]{76^2} = 17,94 \text{ ua}$$

0,65 p.



Cal dibuixar una òrbita clarament el·líptica amb dos focus.

Cal dibuixar el sol en un dels focus, sinó es resta **0,3 p.**

Cal dibuixar el periheli i l'afeli sobre l'eix major, un a cada extrem amb el periheli sent el més proper al sol, sinó es resta **0,3 p.**

b)

0,1 p. Les distàncies a l'afeli i al periheli sumades són igual a la longitud del eix major:

$$r_A + r_P = 2a$$

$$r_P = 0,586 \text{ ua} \frac{1,50 \times 10^{11} \text{ m}}{1 \text{ UA}} = 8,79 \times 10^{10} \text{ m} \quad \textbf{0,1 p.}$$

$$r_A = 2a - r_P = 5,28 \times 10^{12} \text{ m} \quad \textbf{0,1 p.}$$

0,3 p Segons la llei de gravitació universal, el mòdul de la força s'expressa com:

$$F = G \frac{m_{\text{Halley}} M_{\text{Sol}}}{r^2}$$

i $F = m_{\text{Halley}} g$, llavors:

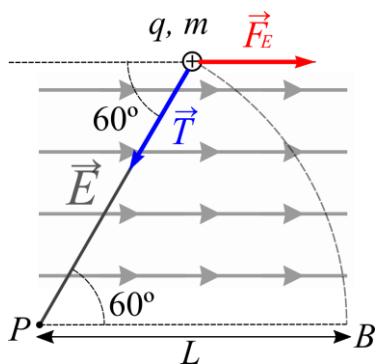
$$\textbf{0,25 p} \quad g = G \frac{M_{\text{Sol}}}{r^2}$$

$$\text{Per l'afeli: } g = G \frac{M_{\text{Sol}}}{r_A^2} = 4,76 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2 \quad \textbf{0,2 p}$$

$$\text{I pel periheli: } g = G \frac{M_{\text{Sol}}}{r_P^2} = 1,72 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2 \quad \textbf{0,2 p}$$

P2)

a)



0,4 p Representació correcte indicant clarament les direccions dels vectors.

$$\textbf{0,45 p} \quad F_e = qE = 3,00 \times 10^{-6} \times 1,2 \times 10^3 = 3,60 \times 10^{-3} \text{ N}$$

0,4 p Al llarg de la trajectòria des d'A fins a B el camp elèctric és constant i la càrrega també, així doncs la força elèctrica que és el producte $q \cdot E$ també serà constant.



b)

0,25 p El càlcul de la velocitat de la partícula en el punt B es basa en el principi de la conservació de l'energia mecànica. El treball de la tensió al llarg de la trajectòria, així com el de la normal i el pes són zero, per tant la única força que fa treball és l'elèctrica, i per tant es conserva l'energia

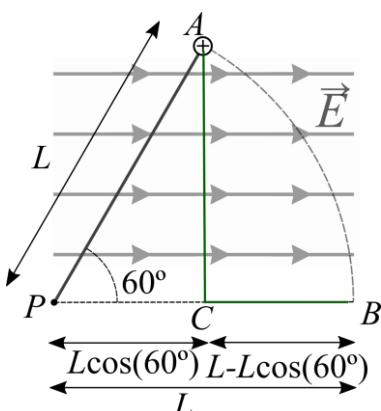
$$\text{0,25 p} \quad E_{m,A} = E_{m,B} \Rightarrow E_{C,A} + U_{E,A} = E_{C,B} + U_{E,B}$$

A més, de les condicions inicials tenim que $E_{C,A} = 0$.

$$\text{Llavors: } E_{C,B} = U_{E,A} - U_{E,B} = q(V_A - V_B) = -q(V_B - V_A)$$

Alternativament, ens podem basar en el teorema de les forces活es o teorema de l'energia cinètica:

$$E_{C,B} - E_{C,A} = W_{Tot} = -\Delta U = -q(V_B - V_A)$$



0,25 p Per calcular la diferència de potència $V_B - V_A$ podem seguir qualsevol trajectòria (força conservativa) i en particular seguirem al trajectòria marcada en verd al dibuix. Aquesta trajectòria té dos trams, un d'A a C en que és movem perpendiculars a les línies de camp. Quan ens desplaçem perpendicularment a les línies de camp seguim una superfície equipotencial, llavors, $V_C = V_A$ i per tant $V_A - V_C = 0$.

En el segon tram de C a B ens movem paral·lels a les línies de camp. Les línies de camp indiquen la direcció en la que el potencial disminueix, per tant, el potencial a C ha de ser més gran que a B, $V_B - V_C < 0$. Per altre banda, si el camp és constat, llavors $\Delta V = Ed$ on d és la distància entre C i B que segons el dibuix és $L(1 - \cos(60^\circ)) = 0,5 \text{ m}$. (alternativament es pot justificar geomètricament que el punt C es troba al centre de la base de un triangle equilàter de manera que $d = 0,5 \text{ m}$). Així doncs:

$$\text{0,25 p} \quad V_B - V_A = -Ed = -600 \text{ V}$$



Alternativament

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_A^C \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_C^B E dx = 0 - E \int_A^B dx = -Ed = -600 \text{ V}$$

En aquest càlcul el trajecte per anar de A a C segueix una línia recta vertical i com que la direcció del camp elèctric és horitzontal: $\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$.

En el trajecte per anar d' A a B segueix una línia recta horitzontal i tenim en compte que E és constant, no depèn de la posició per tant només cal integrar el desplaçament horitzontal que és d .

0,15 p I l'energia cinètica a B és: $E_{C,B} = -q(V_B - V_A) = 1,8 \times 10^{-3} \text{ J}$

I finalment:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2E_{C,B}}{m}} = 1,20 \text{ m/s} \quad \textbf{0,1 p}$$

P3)

a)

0,2 p El període s'expressa com:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ i } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ llavors } T^2 = (2\pi)^2 \frac{m}{k}$$

0,3 p Per tant, el pendent de la recta és $(2\pi)^2/k$, així podem determinar k per exemple a partir del pendent o d'un punt qualsevol, concretament si agafem el punt $m = 1,2 \text{ kg}$ i $T^2 = 0,40 \text{ s}^2$, tenim:

$$\frac{0,4 - 0}{1,2 - 0} = \frac{1}{3} = \frac{(2\pi)^2}{k} \Rightarrow k = 118 \text{ N/m}$$

$$\textbf{0,25 p} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{118}{5}} = 4,86 \text{ rad/s.}$$

$$\textbf{0,2 p} f = \frac{\omega}{2\pi} = 0,774 \text{ Hz}$$

0,3 p Atès que al precisió de la mesura del període és finita, com més llarg sigui el temps de mesura més precisa serà la lectura, l'error relatiu serà menor i per tant també serà menor l'error en la determinació del període. Com l'error relatiu serà 20 vegades més petit, la incertesa en al mesura del període serà 20 vegades més petita.

b)

$\omega = 4,86 \text{ rad/s}$ i $A = 0,15 \text{ m}$.

Primera opció

0,2 p Equació del MHS:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

0,2 p $x_0 = x(t=0) = A$.

$$A = A \sin(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = \text{ArcSin}(1) = \pi/2 \text{ rad.}$$

0,25 p Finalment l'equació del moviment és:

$$x(t) = 0,15 \sin\left(4,86 t + \frac{\pi}{2}\right), x \text{ en m i } t \text{ en s.}$$

Alternativament:

0,2 p Equació del MHS:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

0,2 p $x_0 = x(t=0) = A$.

$$A = A \cos(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = \text{ArcCos}(1) = 0.$$

0,25 p Finalment l'equació del moviment és:

$$x(t) = 0,15 \cos(4,86t), x \text{ en m i } t \text{ en s.}$$

Primera opció

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = A\omega \cos(\omega t)$$

0,3 p El mòdul de la velocitat és màxima quan $\omega t = 0$ o π , radians, i això correspon a la posició d'equilibri $x = 0 \sin(0) = \sin(\pi) = 0$.

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = -x\omega^2$$

0,3 p En els punts en que $x = \pm A$ l'acceleració serà màxima (en valor absolut)

Alternativament:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Proves d'accés a la Universitat 2022, convocatòria ordinària. Criteri d'avaluació

0,3 p El mòdul de la velocitat és màxima quan $\omega t = \pi/2$ o $-\pi/2$, radians, i això correspon a la posició d'equilibri $x = 0 \cos(\pi/2) = \cos(-\pi/2) = 0$.

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = -x\omega^2$$

0,3 p En els punts en que $x = \pm A$ l'acceleració serà màxima (en valor absolut)

No cal que l'estudiant calculi les derivades temporals per determinar la velocitat i l'acceleració. També poden ser correctes altres justificacions basades en consideracions energètiques o en la segona llei de Newton.

P4)

a)

0,3 p Sabem que $\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$, llavors com \vec{B} és perpendicular a \vec{v} , el mòdul de la força magnètica s'expressa com:

$$F_m = evB$$

0,2 p Per altre banda la força magnètica és perpendicular a \vec{v} , per tant, el resultat serà que aplicarem una força normal constant, és a dir, l'ió descriurà un moviment circular uniforme (mòdul de la velocitat constant).

0,2 p. El radi de la trajectòria es pot obtenir a partir de la segona llei de Newton:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

0,2 p. i tenint en compte que l'acceleració centrípeta s'expressa com,

$$a = \frac{v^2}{r}$$

0,35 p I finalment, $evB = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{eB}$



b)

0,2 p $m_{^{12}C} = 12m_P = 2,004 \times 10^{-26} \text{ kg.}$

0,2 p $r_{^{12}C} = \frac{0,3}{2} = 0,15 \text{ m.}$

0,2 p $B = \frac{mv}{er} = \frac{2,004 \times 10^{-26} \times 4,80 \times 10^5}{1,602 \times 10^{-19} \times 0,15} = 0,400 \text{ T}$

0,2 p $m_{^{14}C} = 14m_P = 2,338 \times 10^{-26} \text{ kg.}$

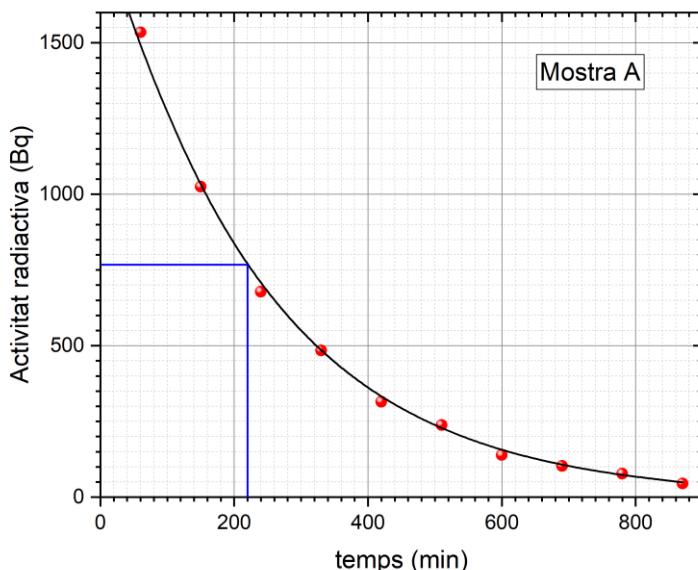
0,2 p $r_{^{14}C} = \frac{m_{^{14}C}v}{eB} = \frac{2,338 \times 10^{-26} \times 4,80 \times 10^5}{1,602 \times 10^{-19} \times 0,400} = 0,175 \text{ m.}$

0,25 p els ions $^{14}_6C^-$ surten per una obertura situada a $2 \times 0,175 = 0,35 \text{ m}$ de l'entrada.



P5)

a)

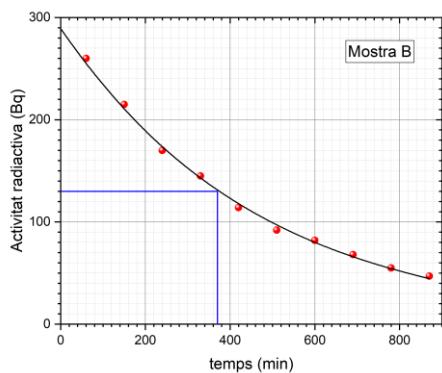


0,2 p Escalat eixos correcte

0,2 p Punts correctament representats

0,05 p Línia de tendència ben representada

0,2 p Títols eixos amb unitats.



0,2 p Escalat eixos correcte

0,15 p Punts correctament representats

0,05 p Línia de tendència ben representada

0,2 p Títols eixos amb unitats.

b)

0,25 p L'activitat s'expressa com $A = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}$

0,5 p Poden obtenir el període de semidesintegració directament dels gràfics a partir de determinar el temps que triga l'activitat a reduir-se a la meitat del seu valor inicial. Això és el que hem representat a les figures anteriors amb les línies blaves.

0,25 p Per la mostra A, $A_0 = 1535 \text{ Bq}$ i $A_0/2 = 768 \text{ Bq}$ i per tant $T_{1/2} = 220 - 60 = 160 \text{ min.}$

0,25 p Per la mostra B, $A_0 = 260 \text{ Bq}$ i $A_0/2 = 130 \text{ Bq}$ i per tant $T_{1/2} = 370 - 60 = 310 \text{ min.}$

Alternativament

0,5 p A partir de dos punts podem determinar λ

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{e^{-\lambda t_1}}{e^{-\lambda t_2}} = e^{\lambda(t_2 - t_1)} \Rightarrow \ln \frac{A_1}{A_2} = \lambda(t_2 - t_1) \Rightarrow \lambda = \frac{\ln A_1 / A_2}{(t_2 - t_1)}$$

I coneugut λ podem determinar $T_{1/2}$:

$$\textbf{0,25 p} \frac{A_0}{2} = A_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = -\frac{\ln 0,5}{\lambda} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

0,25 p Per exemple, per la mostra A, $A_1 = 1535 \text{ Bq}$, $t_1 = 60 \text{ s}$, $A_2 = 484 \text{ Bq}$ i $t_2 = 330 \text{ s}$. Llavors $\lambda = \ln(1535/484)/(330 - 60) = 0,00427 \text{ min}^{-1}$ i $T_{1/2} = 162 \text{ min.}$

0,25 p Per exemple, per la mostra B, $A_1 = 260 \text{ Bq}$, $t_1 = 60 \text{ s}$, $A_2 = 82 \text{ Bq}$ i $t_2 = 600 \text{ s}$. Llavors $\lambda = \ln(260/82)/(600 - 60) = 0,00214 \text{ min}^{-1}$ i $T_{1/2} = 324 \text{ min.}$

P6)

a)

0,25 p $\eta = 0,9$, llavors la potència al primari, P_1 , ha de ser: $P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{18}{0,9} = 20 \text{ kW}$

0,5 p La potència ve donada per: $P_1 = V_1 I_1$

0,25 p Llavors al primari $I_1 = \frac{P_1}{V_1} = \frac{20.000 \text{ W}}{25.000 \text{ V}} = 0,8 \text{ A}$

0,25 p i al secundari $I_2 = \frac{P_2}{V_2} = \frac{18.000 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 81,8 \text{ A}$

b)

0,2 p $n_1 = \frac{I_1}{5,00 \times 10^{-4}} = 1600$

0,85 p $\frac{n_1}{n_2} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow n_2 = n_1 \frac{V_2}{V_1} = 1600 \frac{220 \text{ V}}{25000 \text{ V}} = 14,1$

0,2 p Caldran com a mínim 15 espires al secundari.

P7)

a)

0,5 p Com $\lambda = 0,136 \text{ m}$ i $v = 340 \text{ m/s}$, el vector d'ones, la freqüència i la freqüència angular s'expressen com:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 46,2 \text{ m}^{-1}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} = 2500 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 15710 \text{ rad/s}$$

0,75 p A partir de les relacions anteriors, podem expressar una ona harmònica que es propaga cap endavant de diferents maneres equivalents:

$$\psi(x, t) = I_0 \sin k(x - vt)$$

$$\psi(x, t) = I_0 \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)$$

$$\psi(x, t) = I_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$\psi(x, t) = I_0 \sin 2\pi f \left(\frac{x}{v} - t \right)$$

Finalment obtenim:

$$A(x, t) = A_0 \sin(46,2 x - 15710 t), \text{ } x \text{ en m i } t \text{ en s.}$$

b)

0,25 p percep un so més agut, un augment de la freqüència que està associat a l'efecte Doppler.

0,2 p L'explicació correcta és la segona: "L'aparent canvi de la freqüència és degut al moviment relatiu entre la font i l'observador"



0,2 p Es descarta la 1 perquè la ona sonora no canvia de freqüència, es tracta d'una apreciació i a més la font està en repòs.

0,2 p Es descarta la 3 perquè no canvia de longitud d'ona de la ona sonora.

0,2 p Es descarta la 4 perquè no canvia de longitud d'ona de la ona sonora. A més, el que és rellevant és el moviment relatiu entre l'observador i la font.

0,2 p L'explicació 2 és la que descriu millor el fenomen. L'observador aprecia un canvi en la freqüència (aparent canvi en la freqüència) perquè el que distingeix l'oïda és la freqüència dels sons, com s'acosta a la font la separació temporal entre les crestes de la ona disminueix provocant aquest augment apparent de la freqüència. Per altra banda defineix molt bé el moviment, moviment relatiu; no determina que ni la font ni l'observador estan en repòs

P8)

a)

0,25 p $E = mc^2$

0,1 p $E = 9,11 \times 10^{-31} (3,00 \times 10^8)^2 = 8,20 \times 10^{-14} \text{ J}$

0,1 p $E = 8,20 \times 10^{-14} \text{ J} \frac{1 \text{ eV}}{1,602 \times 10^{-19} \text{ J}} \frac{1 \text{ MeV}}{10^6 \text{ eV}} = 0,512 \text{ MeV}$

0,2 p L'energia mínima d'un fotó per materialitzar-se en un parell electró-positró és el doble de l'energia en repòs del positró, ja que l'energia en repòs de l'electró és la mateixa que la del positró: $E = 2 \times 0,512 \text{ MeV} = 1,02 \text{ MeV}$

0,2 p La freqüència d'aquest fotó és:

$$E_{\text{fotó}} = hf \Rightarrow f = \frac{2 \times 8,20 \times 10^{-14}}{6,63 \times 10^{-34}} = 2,47 \times 10^{20} \text{ Hz.}$$

0,2 p La longitud d'ona d'aquest fotó és:

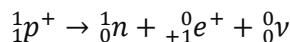
$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3,00 \times 10^8}{2,47 \times 10^{20}} = 1,21 \times 10^{-12} \text{ m}$$

0,2 p La quantitat de moviment d'aquest fotó és:

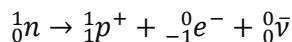
$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{E_{\text{fotó}}}{c} = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{1,21 \times 10^{-12}} = 5,47 \times 10^{-22} \text{ kg m s}^{-1}$$

b)

0,25 p En la desintegració β^+ es crea un positró:



0,25 p En la desintegració β^- la partícula que es crea que és antimatèria és l'antineutrí.



0,25 p En el procés d'anihilació positró-electrò, es crea un parell de fotons que viatgen en sentits oposats per a conservar la quantitat de moviment.

0,25 p La càrrega inicial, abans d'anihilar-se, és zero, ja que abans de l'anihilació tenim $e^+ + e^-$, la càrrega positiva del positró té el mateix valor absolut que la negativa de l'electrò, per tant, sumades ens dona una càrrega neta nul·la.

0,25 p També és zero la final, després de l'anihilació: $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$, tenim dos fotons i els fotons tenen càrrega nul·la. També sabem que en tot procés la carrega neta es conserva, per tant si inicialment era zero, al final també ho ha de ser.