SÈRIE 4

P1)

a) La força gravitatòria és conservativa, per tant l'energia total d'un cos es conserva al llarg de la seva trajectòria: $\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\,v_0^2 - G\,\frac{\cancel{m}M_L}{h_0+R_L} = \frac{1}{2}\cancel{m}\,v_1^2 - G\,\frac{\cancel{m}M_l}{R_L}\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow \frac{1}{2}\,v_1^2 = \frac{1}{2}\,v_0^2 + G\,M_L\left\{\frac{1}{R_L} - \frac{1}{R_L+h_0}\right\} \Rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2GM_L\,\frac{h_0}{R_L(R_L+h_0)}}\boxed{\mathbf{0.3}} = 4,71\cdot 10^3\mathrm{m/s}\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) L'energia mecànica del meteorit serà:

$$E_m = \frac{1}{2}\,m\,v_0^2 - G\,\frac{mM_L}{R_L+h_0}\boxed{\mathbf{0.2}} = 3.31\cdot 10^9\,\mathrm{J}\boxed{0.2}$$

Per un cos de la mateixa massa, però en òrbita a la mateixa distància, l'energia mecànica és:

$$E_o = -\frac{1}{2}\,G\,\frac{mM_L}{R_L+h_0}\boxed{\mathbf{0.2}} = -8,35\cdot 10^7\,\mathrm{J}\boxed{0.2}$$

Com es pot comprovar: $E_m > E_o$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$

P2)

a) El treball fet per la força provinent del camp elèctric serà igual a la variació de l'energia cinètica dels ions de $Xe^+\boxed{\mathbf{0.2}}$ $\Rightarrow$

$$F\,d = E\,q\,d = \frac{1}{2}\,m\,v^2\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

$$F = \frac{1}{2}\,\frac{mv^2}{d} = m\,a \Rightarrow a = \frac{1}{2}\,\frac{v^2}{d} = 4,5\cdot 10^{11}\,\mathrm{m/s^2}\boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$E = \frac{1}{2}\,\frac{mv^2}{qd}\boxed{\mathbf{0.2}} = \frac{1}{2}\,132\,\mathrm{u}\times\frac{1,66\cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}{1u}\times\frac{(3\cdot 10^5)^2\,\mathrm{m^2/s^2}}{1,6\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\times 0,1\,\mathrm{m}} = 6,16\cdot 10^5\,\mathrm{N/C}\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b)

Al ser un camp elèctric constant tindrem:

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta x}\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow \Delta V = -\Delta x\,E = -\frac{1}{2}\,\frac{mv^2}{q}\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow V_+ - V_- = \frac{1}{2}\,\frac{mv^2}{q} = 6,16\cdot 10^4\,\mathrm{V}\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Si la velocitat de sortida dels ions és la mateixa encara que la separació entre plaques sigui més petita, de la última expressió veiem que la diferència de potencial entre les plaques és independent de la seva separació, per tant la diferència de potencial serà la mateixa tant si $d = 10\,\mathrm{cm}$ com si és $d = 6\,\mathrm{cm}$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$

Opció A
P3)

a) Podem plantejar l'equació de la desintegració del poloni-210 com:

$$^{210}_{84}\mathrm{Po} \to {}^{4}_{2}\alpha + {}^{x}_{82}\mathrm{Pb}\,\boxed{\mathbf{0.5}} \Rightarrow$$

$$x + 4 = 210\,\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow x = 206\,\boxed{0.2}$$

b)

$$m = m_0\,\mathrm{e}^{-\frac{\ln 2\, t}{t_{1/2}}}\,\boxed{0.5} \Rightarrow m = (5\,\mathrm{mg})\,\mathrm{e}^{-\frac{(\ln 2)\, 20\,\mathrm{dies}}{37\,\mathrm{dies}}} = 3,4\,\mathrm{mg}\,\boxed{0.5}$$

P4)

a) L'àrea del circuit tancat que formen la forca i la vareta en funció del temps és:

$$\text{Àrea} = L\,v\,t\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

El flux del camp magnètic que passa per aquesta àrea serà:

$$\Phi = B\,L\,v\,t\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

La força electromotriu generada en el circuït serà:

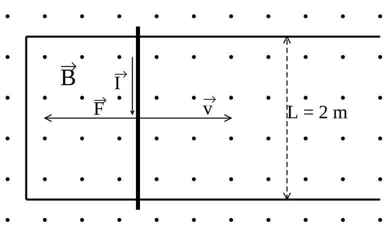
$$\epsilon = \left|\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\right| = B\,L\,v\,\boxed{\mathbf{0.2}} = 3\,\mathrm{V}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

El sentit de la circulació del corrent serà el contrari que tindria si el mateix corrent hagués de crear el camp magnètic, per tant serà en sentit horari $\boxed{\mathbf{0.2}}$

b) A partir de la llei de Ohm tindrem:

$$I = \frac{\epsilon}{R} = \frac{3\mathrm{V}}{30\Omega} = 0,1\,\mathrm{A}\,\boxed{0.2}$$

La força que fa el camp magnètic sobre la vareta serà:



$\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$\vec{F} = L\,\vec{I} \wedge \vec{B}\,\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow |\vec{F}| = L\,I\,B = 0.05\,\mathrm{N}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per tant, per tal que la vareta segueixi amb velocitat constant, haurem de fer una força igual i de sentit contrari a la trobada anteriorment. $\boxed{\mathbf{0.2}}$

P5)

a) Per fer cada punt la màquina de cosir ha de fer una oscil·lació completa, per tant tindrem:

$$\nu = \frac{1800\text{punts}}{60\text{s}} = 30\,\text{Hz}\,\boxed{\mathbf{0.3}}$$

Dues vegades l'amplitud del moviment serà igual a 20 mm $\Rightarrow$ A = 10 mm = 0,01 m $\boxed{\mathbf{0.3}}$ L'equació del moviment serà:

$$y(t) = A\cos(2\pi\nu t)\,\boxed{\mathbf{0.2}} = 0.01\cos(1,88\cdot 10^2 t)\,\text{m}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

En el cas de que fessin servir la funció sinus enlloc del cosinus haurien de posar-hi una fase addicional de $\frac{\pi}{2}$

b)

$$v_y(t) = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -2\pi\nu A\sin(2\pi\nu t)\,\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow v_y(\text{màxima}) = 2\pi\nu A = 1,88\,\text{m/s}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$a_y(t) = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = -4\pi^2\nu^2 A\cos(2\pi\nu t)\,\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow a_y(\text{màxima}) = 4\pi^2\nu^2 A = 3,55\cdot 10^2\,\text{m/s}^2\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Opció B
P3)

a)

$$E_c = \frac{\text{hc}}{\lambda} - W = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\,\text{J s} \times 3 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}}{850 \cdot 10^{-9}\,\text{m}} - 1,2\,\text{eV}\,\frac{1,6 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1\text{eV}} = 4,2 \cdot 10^{-20}\,\text{J}\,\boxed{\mathbf{0.5}}$$

$$\left.\begin{aligned} \lambda_e &= \frac{h}{mv} \\ v &= \sqrt{\frac{2E_c}{m}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \lambda_e = \frac{\text{h}}{\sqrt{2mE_c}} = 2,40 \cdot 10^{-9}\,\text{m}\,\boxed{\mathbf{0.5}}$$

b)

$$\lambda = \frac{\text{hc}}{E_c + W}\,\boxed{\mathbf{0.4}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\,\text{J s} \times 3 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}}{2 \times 4,2 \cdot 10^{-20}\,\text{J} + 1,2\,\text{eV}\,\frac{1,6 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1\,\text{eV}}}\,\boxed{\mathbf{0.4}} = 7,21 \cdot 10^{-7}\,\text{m}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

P4)

a)

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}\,\boxed{\mathbf{0.3}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^{6} \times 0,5\,(\vec{i} \wedge \vec{j})\,\boxed{\mathbf{0.3}} = 1,6 \cdot 10^{-13}\,\vec{k}\,\text{N}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per tant la força va dirigida en sentit vertical $\boxed{\mathbf{0.2}}$

En el cas en que no donin correctament la direcció de la força, restarem **0.2** punts.

b)

Al ser la força perpendicular a la velocitat, el moviment serà el d'un moviment circular uniforme $\boxed{\mathbf{0.2}}$

La força que fa el camp magnètic sobre els protons es la que proporciona l'acceleració centrípeta que farà girar els protons, per trobar el radi de la trajectòria circular tindrem:

$$q\,v\,B = m\,\frac{v^2}{r}\,\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow r = \frac{m\,v}{q\,B}\,\boxed{\mathbf{0.3}} = 4,18 \cdot 10^{-2}\,\text{m}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Els protons no impactaran ningú, ja que només d'entrar l'aula fan la trajectòria circular de radi $4.18{\cdot}10^{-2}$ m $\boxed{\mathbf{0.1}}$

P5)

a) La relació entre la longitud d'ona dels harmònics d'una corda i la longitud d'aquesta ve donada per l'expressió:

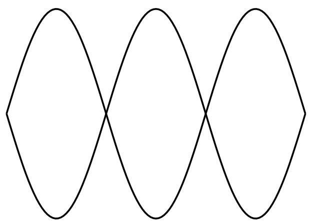
$$n\,\frac{\lambda}{2} = L\,(n = 1, 2, 3...)\,\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

El node fonamental el tindrem per $n = 1$, per tant: $\lambda = 2\,L = 64\text{cm}$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$. Els ventres estaran just al mig i els nodes un a cada extrem $\boxed{\mathbf{0.2}}$

La velocitat de propagació serà:

$$v_p = \lambda\,\nu\,\boxed{\mathbf{0.2}} = 0,64\,\text{m}\,196\,\text{Hz} = 125\text{m/s}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

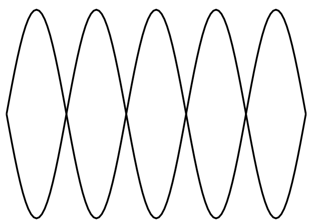
b) Tercer harmònic:



$\boxed{\mathbf{0.3}}$

$$\lambda_3 = \frac{2}{3}\,L\,\boxed{\mathbf{0.1}} = 21,3\,\text{cm} \Rightarrow \nu_3 = \frac{v_p}{\lambda_3} = 587\,\text{Hz}\,\boxed{\mathbf{0.1}}$$

Cinqué harmònic:



$\boxed{\mathbf{0.3}}$

$$\lambda_5 = \frac{2}{5}\,L\,\boxed{\mathbf{0.1}} = 12,8\,\text{cm} \Rightarrow \nu_5 = \frac{v_p}{\lambda_5} = 977\,\text{Hz}\,\boxed{\mathbf{0.1}}$$