

SÈRIE 4

P1)

a)

$$g_C = \frac{GM_C}{R_C^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{9,43 \cdot 10^{20}}{(477 \cdot 10^3)^2} = 2,76 \cdot 10^{-1} \text{ m/s}^2 \quad \boxed{0.5}$$

Per poder sortir de l'òrbita de Ceres s'ha d'assolir una velocitat mínima (d'escapament) tal que l'energia mecànica sigui com a mínim 0: $E_m = 0$ $\boxed{0.1}$ Per tant:

$$E_m = 0 = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{M_C m}{R_C} \quad \boxed{0.2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 G M_C}{R_C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} 9,43 \cdot 10^{20}}{477 \cdot 10^3}} = 514 \text{ m/s} \quad \boxed{0.2}$$

b)

$$\left. \begin{aligned} \frac{GM_S M_C}{d_{S-C}^2} &= M_C \left(\frac{2\pi}{T_T} \right)^2 d_{S-C} \Rightarrow d_{S-C}^3 = \frac{GM_S}{4\pi^2} T_C^2 \\ \frac{GM_S M_T}{d_{S-T}^2} &= M_T \left(\frac{2\pi}{T_T} \right)^2 d_{S-T} \Rightarrow d_{S-T}^3 = \frac{GM_S}{4\pi^2} T_T^2 \end{aligned} \right\} \quad \boxed{0.2} \Rightarrow$$

$$\frac{d_{S-C}^3}{d_{S-T}^3} = \frac{T_C^2}{T_T^2} \text{ (3ª llei de Kepler)} \quad \boxed{0.3} \Rightarrow d_{S-C} = d_{S-T} \sqrt[3]{\frac{T_C^2}{T_T^2}} = 1,50 \cdot 10^{11} \sqrt[3]{4,60^2} = 4,15 \cdot 10^{11} \text{ m} \quad \boxed{0.5}$$

P2)

a) L'equació de un MVHS la podem escriure com (també considerem vàlida si enlloc de la funció cos es fa servir la funció sin:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad \boxed{0.1} \Rightarrow v(t) = -A \omega \sin(\omega t + \phi) \quad \boxed{0.1} \Rightarrow$$

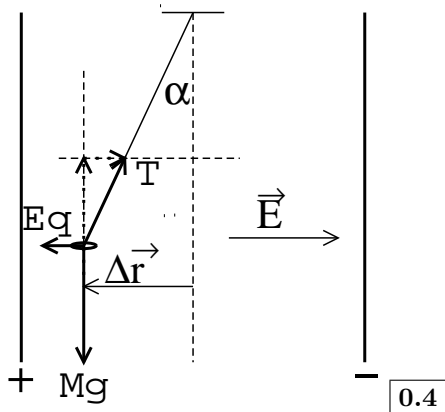
$$a(t) = -A \omega^2 \cos(\omega t + \phi) \quad \boxed{0.3} \Rightarrow a_{\text{màxima}} = A \omega^2 = A (2\pi \nu)^2 \quad \boxed{0.3} \Rightarrow A = \frac{a_{\text{màxima}}}{(2\pi \nu)^2} = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad \boxed{0.2}$$

b) La constant de recuperació en un MVHS la podem deduir a partir de:

$$a(t) = -\omega^2 x(t) \quad \boxed{0.2} \Rightarrow -k x = m a = -m \omega^2 x \quad \boxed{0.2} \Rightarrow k = m \omega^2 \quad \boxed{0.2} = 85 \cdot (2\pi \cdot 6)^2 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ N/m} \quad \boxed{0.4}$$

Opció A
P3)

a) De forma esquemàtica tindrem:



Per tant:

$$M g \tan(\alpha) = E q \quad \boxed{0.3} \Rightarrow$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{E q}{M g}\right) = 5,68 \cdot 10^{-1} \text{ rad} = 33^\circ \quad \boxed{0.3}$$

b) Com que el camp elèctric és uniforme:

$$\Delta V = - \vec{E} \cdot \Delta \vec{r} \quad \boxed{0.3} = E L \sin(\alpha) = \quad \boxed{0.2} = 1500 \text{ N/C } 1,5 \text{ m } \sin(32,5^\circ) = 1,2 \cdot 10^3 \text{ V} \quad \boxed{0.5}$$

P4)

a)

$${}_{94}^{240} \text{Pu} + {}_b^a x \rightarrow {}_{94}^{241} \text{Pu} \Rightarrow \begin{cases} 240 + a = 241 \Rightarrow a = 1 & \boxed{0.1} \\ 94 + b = 94 \Rightarrow b = 0 & \boxed{0.1} \end{cases}$$

$${}_{94}^{241} \text{Pu} \rightarrow {}_{95}^{241} \text{Am} + {}_d^c y \Rightarrow \begin{cases} 241 = c + 241 \Rightarrow c = 0 & \boxed{0.1} \\ 94 = d + 95 \Rightarrow d = -1 & \boxed{0.1} \end{cases}$$

El ${}^{240}\text{Pu}$ ha capturat un neutró $\boxed{0.3}$

El ${}^{241}\text{Pu}$ ha emès una partícula β ó electró. La desintegració s'anomena emissió beta $\boxed{0.3}$

b) La llei de desintegració la podem escriure com:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} = N_0 (e^{-\ln 2})^{\frac{t}{t_{1/2}}} = N_0 2^{-\frac{t}{t_{1/2}}} \quad \boxed{0.5}$$

% de nuclis que s'hauran desintegrat després de $(2013-1944) = 69$ anys:

$$100 \cdot \frac{N_0 - N(t=69)}{N_0} = 100 \cdot \frac{N_0 (1 - 2^{-\frac{69}{432}})}{N_0} = 10,5\% \quad \boxed{0.5}$$

P5)

- a) El flux creat per un camp magnètic en una espira ve determinat per:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B S \cos(\alpha) \quad \boxed{0.3}$$

on α és l'angle que forma la direcció del camp magnètic amb la perpendicular a l'espira, per tant $\alpha = 60^\circ$

$$\Phi = 0.5 \pi 0,04^2 \cos(60^\circ) = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ Wb} \quad \boxed{0.4}$$

Donat que el flux que travessa l'espira es constant en el temps, no s'induirà cap *fem*. 0.3

- b) Per la gràfica que ens mostren en el enunciat el camp magnètic varia linealment segons l'expressió:

$$B(t) = 0,5 - \frac{0,5}{100 \cdot 10^{-3}} t \quad \boxed{0.3}$$

Per tant el flux que genera el camp serà:

$$\Phi(t) = \pi 0,04^2 \left(0,5 - \frac{0,5}{100 \cdot 10^{-3}} t\right) \cos(60^\circ) \quad \boxed{0.3}$$

i la *fem* generada serà:

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt} = \pi 0,04^2 \cos(60^\circ) \frac{0,5}{100 \cdot 10^{-3}} = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ V} \quad \boxed{0.4}$$

Opció B
P3)

- a) El camp elèctric és una magnitud vectorial per tant:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = K \frac{q_1 \vec{\mu}_1}{r_1^2} + K \frac{q_2 \vec{\mu}_2}{r_2^2} \quad \boxed{0.2}$$

On:

$$\vec{\mu}_1 = \left(\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} - \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}} \right); \vec{\mu}_2 = \left(\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} + \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}} \right); r_1 = r_2 = \sqrt{2} \quad \boxed{0.3}$$

Per tant:

$$\vec{E}_T = \frac{9 \cdot 10^9}{2 \sqrt{2}} \left\{ 9 \cdot 10^{-6} (\vec{i} - \vec{j}) - 9 \cdot 10^{-6} (\vec{i} + \vec{j}) \right\} \Rightarrow \vec{E}_T = (0 \vec{i} - 5,73 \cdot 10^4 \vec{j}) \text{ N/C} \quad \boxed{0.5}$$

Es considerarà la resposta correcta si raonen que per raons de simetria el camp elèctric ha de tenir només component vertical, de signe negatiu i realitzen el càlcul correctament.

- b) Al tractar-se de un camp conservatiu podem trobar el treball fet per la força elèctrica a partir del potencial elèctric.

$$V_i = K \left\{ \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right\} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} (9 - 9) = 0 \text{ V} \quad \boxed{0.3}$$

$$V_f = K \left\{ \frac{q_1}{r'_1} + \frac{q_2}{r'_2} \right\} = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \left(\frac{9}{2\sqrt{2}} - \frac{9}{2} \right) = -1,19 \cdot 10^4 \text{ V} \quad \boxed{0.3}$$

Per tant el treball fet per la força elèctrica és:

$$W_E = -\Delta V q = (V_i - V_f) q = (0 + 1,19 \cdot 10^4) (7 \cdot 10^{-6}) = 8,33 \cdot 10^{-2} \text{ J} \quad \boxed{0.4}$$

P4)

- a) La reacció que ens demanen és:



Com podem comprovar la partícula emergent és un positró $\boxed{0.4}$ (no és precís que comentin res respecte la possible producció de neutrins)

- b) La llei de desintegració la podem escriure com:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \rightarrow m(t) = m_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \quad \boxed{0.2}$$

$$m(t = 5 \cdot 10^9) = 10 \text{ g} e^{-\frac{5 \cdot 10^9 \ln 2}{1,25 \cdot 10^9}} = 6,25 \cdot 10^{-1} \text{ g} \quad \boxed{0.3}$$

Tal com diu el enunciat, per saber l'edat de la pedra, hem de partir de la hipòtesi que tot el Ar de la roca prove de la desintegració del K, per tant en el instant inicial teníem 20 g de K. $\boxed{0.1}$, després de passar el temps t , en tenim 10 g, per tant hem de resoldre l'equació:

$$10 \text{ g} = 20 \text{ g} e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \quad \boxed{0.2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} = 2^{-\frac{t}{t_{1/2}}} \Rightarrow t = t_{1/2} = 1,25 \cdot 10^9 \text{ anys} \quad \boxed{0.2}$$

P5)

- a) Només s'indueix una *fem* sobre l'espira quan el flux del camp magnètic que travessa l'espira varia amb el temps, **0.1** per tant es començarà a produir una *fem* quan el punt A comenci a endinsar-se en la regió on hi ha el camp magnètic **0.1** i això es produirà a partir de: $\frac{6 \text{ m}}{2 \text{ m/s}} = 3 \text{ s}$ **0.1**. A partir d'aquest instant el costat horitzontal del triangle s'endinsa com:

$$d(t) = v(t - 3) \quad \mathbf{0.1}$$

Al ser una triangle rectangle isòceles l'àrea que s'endinsa dintre del camp es:

$$A(t) = \frac{1}{2} [v(t - 3)]^2 \quad \mathbf{0.1}$$

El flux de camp magnètic serà:

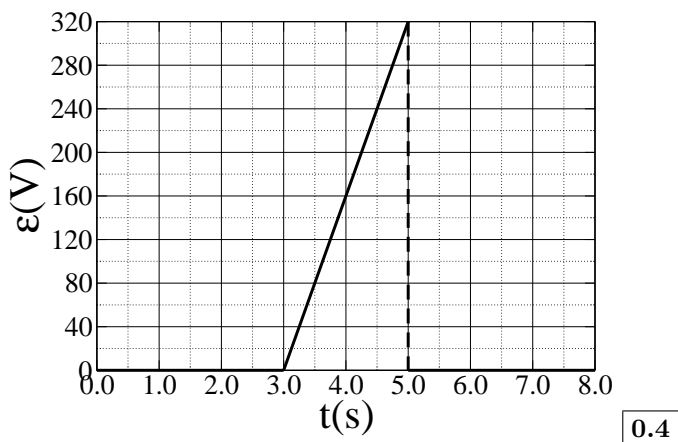
$$\Phi(t) = \frac{1}{2} [v(t - 3)]^2 B \quad \mathbf{0.1}$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -v^2 (t - 3) B \quad \mathbf{0.2}$$

El enunciat ens diu que per $t = 4 \text{ s}$ tenim:

$$160 \text{ V} = |-2^2 (4 - 3) B| \Rightarrow B = 40 \text{ T} \quad \mathbf{0.2}$$

- b) Entre $t = 0$ i $t = 3 \text{ s}$, l'espira es troba integrament fora del abast del camp magnètic, per tant la *fem* induïda serà nul·la. **0.1** Entre $t = 3 \text{ s}$ i $t = 5 \text{ s}$ la *fem* augmenta linealment fins arribar al seu valor màxim. **0.1** Seguint el conveni de la regla de la ma dreta el sentit del corrent en aquesta zona serà antihorari. **0.2** A partir d'aquest instant el flux del camp és constant i per tant no es genera cap *fem*. **0.2** La gràfica per tant serà:



SÈRIE 3

P1)

a)

$$\frac{GM_T m_s}{(h + R_T)^2} = m_s \omega^2 (h + R_T) = m_s \frac{4\pi^2}{T^2} (h + R_T) \quad \boxed{0.2} \Rightarrow$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 (h + R_T)^3}{GM_T} \quad \boxed{0.1} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{(h + R_T)^3}{GM_T}} \quad \boxed{0.1} = 2\pi \sqrt{\frac{(3,00 \times 10^7)^3}{6,67 \times 10^{-11} \cdot 5,98 \times 10^{24}}} = 5,17 \times 10^4 \text{s} = 14,4 \text{h} \quad \boxed{0.6}$$

b)

$$v = \omega (h + R_T) = \frac{2\pi}{T} (h + R_T) \quad \boxed{0.5} = 3,65 \times 10^3 \text{ m/s} = 3,65 \text{ km/s} \quad \boxed{0.5}$$

P2)

a)

$$\vec{F} = \vec{\mathcal{E}} q = m \vec{a} \quad \boxed{0.5} \Rightarrow \vec{\mathcal{E}} = \frac{m \vec{a}}{q} = \frac{9,11 \times 10^{-31} \text{kg} \cdot 1,20 \times 10^{13} \text{m/s}^2 \vec{i}}{-1,60 \times 10^{-19} \text{C}} = -68,3 \vec{i} \text{ N/C} \text{ ó V/m} \quad \boxed{0.5}$$

b) Al ser el camp elèctric constant:

$$\Delta V = -\vec{\mathcal{E}} \Delta \vec{r} \quad \boxed{0.2} = -(-68,3 \vec{i})(0,3 \vec{i}) = 20,5 \text{V} \quad \boxed{0.2}$$

El potencial més alt serà a la part dreta de la càmera $\boxed{0.2}$

$$\Delta E = \Omega = -\Delta V q = -20,5 (-1,60 \times 10^{-19}) = 3,28 \times 10^{-18} \text{ J} = 20,5 \text{ eV} \quad \boxed{0.4}$$