Sèrie 5

P1)

a) Si el motor realitza $1,91 \cdot 10^3$ rpm, la seva freqüència angular serà:

$$\omega \;=\; 1,91 \cdot 10^3 \frac{\text{voltes}}{\text{minut}} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{volta}} \times \frac{\text{minut}}{60\text{s}} \;=\; 200 \text{ rad/s} \;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

L'equació del MVHS és:

$$x(t) \;=\; A\;\sin(\omega t + \phi)$$

D'altra banda: $2\;A \;=\; 20,0$ cm, per tant $A \;= 10,0$ cm $\boxed{\mathbf{0.2}}$

Com que: $x(t = 0) \;=\; \pm A \Rightarrow\; \phi \;=\; \pm\pi/2$ el que és el mateix:

$$x(t) \;=\; A\;\sin(\omega t \pm \pi/2)\text{ m}\;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

(també seria vàlida la solució: $x(t) \;=\; \pm A\;\cos(\omega t + \phi)$ amb $\phi = 0$)

D'altra banda:

$$v(t) \;=\; \pm A\omega\;\cos(\omega t \pm \pi/2)\text{ m/s}\;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per tant:

$$v_{\text{màxima}} \;=\; A\omega \;=\; 20,0\text{ m/s}\;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) La constant de recuperació en un MVHS ve donada per: $k \;=\; \omega^2\;m\;\boxed{\mathbf{0.4}}$ de manera que la força recuperadora màxima en un MVHS és:

$$F_{màxima} \;= k\;A\;\boxed{\mathbf{0.2}} =\; 800\text{ N}\;\boxed{\mathbf{0.4}}$$

P2)

a) Atès que les càrregues tenen signe diferent i el punt on hem de calcular el camp està situat entre les dues càrregues, el camp total serà la suma dels valors absoluts dels camps de cada una de les càrregues, la direcció serà la de la recta que uneix les dues càrregues i sentit el de la càrrega positiva a la negativa. $\boxed{\mathbf{0.3}}$

$$|\vec{E}_{3\mu\text{C}}| \;=\; 9,0 \cdot 10^9\;\frac{3 \cdot 10^{-6}}{(5 \cdot 10^{-2})^2} \;=\; 1,08 \cdot 10^7\text{ N/C}\;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$|\vec{E}_{-7\mu\text{C}}| \;=\; 9,0 \cdot 10^9\;\frac{7 \cdot 10^{-6}}{(1 \cdot 10^{-1})^2} \;=\; 6,3 \cdot 10^6\text{ N/C}\;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$|\vec{E}| \;=\; |\vec{E}_{3\mu\text{C}}| \;+\; |\vec{E}_{-7\mu\text{C}}| \;=\; 1,7 \cdot 10^7\text{ N/C}\;\boxed{\mathbf{0.3}}$$

b) Sigui x la distància que hi ha entre la càrrega de 3μC i el punt on calculem el potencial.

$$V(x) \;=\; 9,0 \cdot 10^9\;\left\{\frac{3 \cdot 10^{-6}}{x} \;+\; \frac{-7 \cdot 10^{-6}}{0,15\;-\;x}\right\} \;=\; 0\;\boxed{\mathbf{0.5}}\;\Rightarrow$$

$$\frac{3}{x} \;-\; \frac{7}{0,15\;-\;x} \;=\; 0 \;\Rightarrow\; 0,45\;-\;3\,x \;=\; 7\,x \;\Rightarrow\; x \;=\; 0.045\text{ m} \;=\; 4,5\text{ cm}\;\boxed{\mathbf{0.5}}$$

Opció A
P3)

a) La força d'atracció gravitatòria de Saturn sobre Mimas serà igual a la massa de Mimas per la seva acceleració centrípeta: $\boxed{\mathbf{0.1}}$

$$G\frac{M_S\ M_M}{r^2_{\text{òrbita}}} \ = \ M_M\ \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\ r_{\text{òrbita}}\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

$$r_{\text{òrbita}} \ = \ \sqrt[3]{\frac{G\ M_S\ T^2}{4\pi^2}} \ = \ 1,85\cdot 10^8\ \text{m}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Per tant l'alçada respecte la superfície de Saturn serà: $h \ = \ r_{\text{òrbita}} \ - \ R_{\text{Saturn}} \ = \ 1,28\cdot 10^8\ \text{m}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$

La seva velocitat orbital serà: $v_{\text{orbital}} \ = \ \omega\ r_{\text{òrbita}} \ = \ \frac{2\pi}{T}\ r_{\text{òrbita}} \ = \ 1,43\cdot 10^4\ \text{m/s}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$

b) L'energia mecànica de Mimas serà:

$$\left.\begin{array}{r} E_m \ = \ E_T \ = \ \frac{1}{2}\ M_M\ v^2_{\text{orbital}} \ - \ \frac{G\ M_S\ M_M}{r_{\text{òrbita}}}\ \boxed{\mathbf{0.2}} \\ G\frac{M_S\ M_M}{r^2_{\text{òrbita}}} \ = \ M_M\ \frac{v^2_{\text{orbital}}}{r_{\text{òrbita}}} \ \Rightarrow\ v^2_{\text{orbital}} \ = \ \frac{G\ M_S}{r_{\text{òrbita}}}\ \boxed{\mathbf{0.2}} \end{array}\right\}\ \Rightarrow$$

$$E_m \ = \ E_T \ = \ -\ \frac{1}{2}\ \frac{G\ M_S\ M_M}{r_{\text{òrbita}}}\ \boxed{\mathbf{0.2}} \ = \ -3,90\cdot 10^{27}\ \text{J}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

El signe negatiu significa que el satèl·lit Mimas està girant en una òrbita estable al voltant de Saturn. $\boxed{\mathbf{0.2}}$

P4)

a) La força que fa un camp magnètic sobre una partícula carregada en moviment és $\vec{F} = q\,\vec{v}\wedge\vec{B}$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$. Com que ara la velocitat i el camp magnètic són perpendiculars, el mòdul de la força és simplement $F = q\,v\,B$. $\boxed{\mathbf{0.1}}$ L'electró i el protó tenen la mateixa càrrega en valor absolut de forma que el mòdul de la força que fa el camp és el mateix

$$F = (1.60\cdot 10^{-19})(5)(2\times 10^{-3}) \equiv 1.60\cdot 10^{-21}\ \text{N}\ .\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per altra banda, el neutró no té càrrega elèctrica i per tant la força que actua sobre ell és $F = 0\,\text{N}$. $\boxed{\mathbf{0.1}}$

Atès que la càrrega del protó és positiva, la força que fa el camp es dirigeix sobre l'eix X i en sentit positiu. $\boxed{\mathbf{0.1}}$ El protó descriu llavors un moviment circular en sentit horari vist des del semieix positiu Z. $\boxed{\mathbf{0.1}}$ Per altra banda, la càrrega de l'electró és negativa i el moviment que realitza és també circular, però en sentit contrari al que realitza el protó. $\boxed{\mathbf{0.1}}$ El neutró segueix una trajectòria rectilínia a velocitat constant segons el sentit positiu de l'eix Y. $\boxed{\mathbf{0.1}}$

b) El camp magnètic creat per un fil infinit de corrent sobre un punt que es troba a una distància r de l'eix del fil és

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\ .$$

Per tal que el protó descrigui un moviment rectilini, cal que el camp magnètic total que actua sobre ell sigui 0. En el present cas, això vol dir que el fil ha de fer un camp $\vec{B}_{fil} = -2.00\cdot 10^{-3}\,T\,\hat{k}$. $\boxed{\mathbf{0.4}}$

Pel que fa al valor del corrent, el trobem imposant la condició

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi r} = 2.00\cdot 10^{-3}\ ,\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

o el que és el mateix

$$I = \frac{4\pi\,10^{-3}\,3\cdot 10^{-3}}{4\pi\cdot 10^{-7}} = 30.0\,\text{A}\ .\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

P5)

a)

$$E_{fotons} = W_0 + E_{c\ màxima} \Rightarrow W_0 = \frac{hc}{\lambda} - E_{c\ màxima}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

El potencial de frenada és una manera de determinar l'energia cinètica màxima:

$$E_{c\ màxima} = q\,V_{potencial\ de\ frenada} \Rightarrow$$

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda} - q\,V_{potencial\ de\ frenada}\ \boxed{\mathbf{0.2}} = \frac{6,63\times10^{-34}\cdot 3\times10^{8}}{560\times10^{-9}} - 1,6\times10^{-19}\cdot 0.95 = 2.03\times10^{-19}\ \text{J}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

On W_0 és la funció de treball.

La freqüència llindar per produir efecte fotoelèctric és:

$$\nu_0 = \frac{W_0}{h} = \boxed{\mathbf{0.2}} = 3,06\times10^{14}\ \text{Hz}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

b)

$$\text{Si } \lambda > \lambda_0 \Rightarrow \frac{1}{\lambda} < \frac{1}{\lambda_0} \Rightarrow E(\lambda) = \frac{hc}{\lambda} < \frac{hc}{\lambda_0} = W_0 \Rightarrow$$

No es pot produir efecte fotoelèctric $\boxed{\mathbf{0.5}}$

$$\text{Si } \nu > \nu_0 \Rightarrow E(\nu) = h\nu > h\nu_0 = W_0 \Rightarrow$$

En aquest cas sí que es produirà efecte fotoelèctric $\boxed{\mathbf{0.5}}$

Opció B

P3)

a) L'acceleració de la gravetat en funció de l'alçada ve donada per l'expressió:

$$g(h) \;=\; \frac{G\;M_T}{(h\;+\;R_T)^2}\;\boxed{\mathbf{0.4}}$$

$$g(h=330\text{ km}) \;=\; 8,87\text{ m/s}^2\;\boxed{\mathbf{0.3}}\quad g(h=50\text{ km}) \;=\; 9,66\text{ m/s}^2\;\boxed{\mathbf{0.3}}$$

b) Si considerem negligible la resistència de l'aire, durant tot el procés de caiguda l'energia es conserva, $\boxed{\mathbf{0.2}}$ per tant:

$$E_m(h=330\,\text{km}) \;=\; E_m(h=80\,\text{km})\;\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow -\frac{G\;M_T\;m}{(330\;+\;6370)\cdot 10^3} \;=\; -\frac{G\;M_T\;m}{(80\;+\;6370)\cdot 10^3}+\frac{1}{2}\,m\,v^2 \;\Rightarrow$$

$$v \;=\; \sqrt{2\;G\;M_T\left\{\frac{1}{(80\;+\;6370)\cdot 10^3}\;-\;\frac{1}{(330\;+\;6370)\cdot 10^3}\right\}} \;=\; 2,15\cdot 10^3\text{ m/s}\;\boxed{\mathbf{0.5}}$$

P4)

a) $N(t)$ és el nombre de nuclis que queden de la substància radioactiva, després que hagi passat un temps t, si en tenim un nombre N_0 a l'instant inicial. $\boxed{\mathbf{0.2}}$

L'exponent 0.005 s^{-1} és la constant de desintegració radioactiva $\Rightarrow\;\lambda \;=\; 0,005\text{ s}^{-1}\;\boxed{\mathbf{0.2}}$

El període de semidesintegració és el temps que ha de passar perquè es reduixi a la meitat la quantitat d'una substància radioactiva $\boxed{\mathbf{0.2}}\Rightarrow$

$$\frac{N_0}{2} \;=\; N_0\,\text{e}^{-\;\lambda\;t_{1/2}} \;\Rightarrow\; \frac{1}{2} \;=\; \text{e}^{-\;\lambda\;t_{1/2}} \Rightarrow \ln(1)\;-\;\ln(2)\;=-\;\lambda\,t_{1/2}\;\Rightarrow\;t_{1/2}\;=\;\frac{\ln 2}{\lambda}\;=\;1,4\cdot 10^2\text{ s}\;\boxed{0.4}$$

b) L'activitat d'una substància radioactiva es defineix com:

$$A(t) \;=\; -\,\frac{\text{d}N(t)}{\text{d}t} \;=\; (-\,\lambda)(\,-\,N_0)\;\text{e}^{-\;\lambda\;t}\;\boxed{\mathbf{0.5}}\;\Rightarrow$$

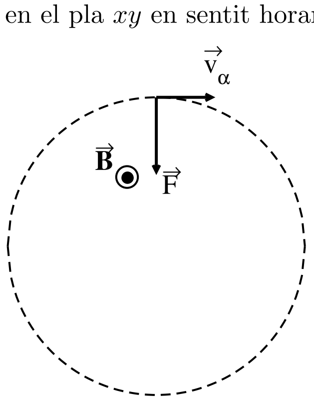
$$A(t\;=\;4\text{ hores}) \;=\; 0,005\text{ s}^{-1}\cdot 10^{28}\text{ nuclis e}^{-\;(0,005\text{ s}^{-1}\;\cdot 4\text{hores}\;\cdot 3600\frac{\text{s}}{1\text{ hora}})} \;=\; 2,7\;\cdot 10^{-6}\,\frac{\text{nuclis}}{\text{s}}\;\boxed{\mathbf{0.5}}$$

P5)

a) La força de Lorentz ve donada per l'expressió:

$$\vec{F} \;=\; q\,\vec{v}\wedge\vec{B}\;\boxed{\mathbf{0.2}} \;=\; 2\cdot 1,60\cdot 10^{-19}\cdot 8\cdot 10^5\cdot 1,2\cdot(\vec{\imath}\wedge\vec{k}) \;=\; -\,3,07\cdot 10^{-13}\;\vec{\jmath}\text{ N}\;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

La trajectòria serà circular ja que la força és perpendicular a la la velocitat de la partícula, $\boxed{\mathbf{0.2}}$ i girarà en el pla xy en sentit horari. $\boxed{\mathbf{0.1}}$



$\boxed{\mathbf{0.3}}$

b) La força de Lorentz serà la força centrípeta que ens farà girar la partícula α: $\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$m_\alpha \frac{v^2}{r} = q\ v\ B\ \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow r = \frac{m_\alpha\ v}{q\ B} = 1,38 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} \quad \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

$$2\ \pi\ \nu\ r = v\ \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow \nu = \frac{v}{2\ \pi\ r} = \frac{qB}{2\ \pi\ m_\alpha} = 9,20 \cdot 10^6\ \mathrm{Hz} = 9,2\ \mathrm{MHz}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$