SÈRIE 2

Criteris generals d'avaluació i qualificació

1. Les respostes s'han d'ajustar a l'enunciat de la pregunta. Es valorarà sobretot que l'alumnat demostri que té clars els conceptes de caràcter físic sobre els quals tracta cada pregunta.

2. Es tindrà en compte la claredat en l'exposició dels conceptes, dels processos, dels passos a seguir, de les hipòtesis, l'ordre lògic, l'ús correcte dels termes científics i la contextualització segons l'enunciat.

3. En les respostes cal que l'alumnat mostri una adequada capacitat de comprensió de les qüestions plantejades i organitzi de forma lògica la resposta, tot analitzant i utilitzant les variables en joc. També es valorarà el grau de pertinença de la resposta, el que l'alumnat diu i les mancances manifestes sobre el tema en qüestió.

4. Totes les respostes s'han de raonar i justificar. Un resultat erroni amb un raonament correcte es valorarà. Una resposta correcta sense raonament ni justificació pot ser valorada amb un 0, si el corrector no és capaç de veure d'on ha sortit el resultat.

5. Tingueu en compte que un error no s'ha de penalitzar dues vegades en el mateix problema. Si un apartat necessita un resultat anterior, i aquest és erroni, cal valorar la resposta independentment del seu valor numèric, i tenir en compte el procediment de resolució.

6. Si la resolució presentada a l'examen és diferent però correcta i està d'acord amb els requeriments de l'enunciat, s'ha d'avaluar positivament encara que no coincideixi amb la resolució donada a la pauta de correcció.

7. Un o més errors en les unitats d'un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest l'apartat. Es consideren errors d'unitats: ometre les unitats en els resultats (finals o intermedis), utilitzar unitats incorrectes per una magnitud (tant en els resultats com en els valors intermedis) o operar amb magnituds d'unitats incompatibles (excepte en el cas d'un quocient on numerador i denominador tenen les mateixes unitats). Exemple: si l'apartat (a) val 1,25 punts i només s'ha equivocat en les unitats l'haurem de puntuar amb 1 punt.

8. Un o més errors de càlcul en un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest apartat. Exemple: si l'apartat (a) val 1,25 punts i només s'ha equivocat en les càlculs l'haurem de puntuar amb 1 punt.

9. Cal resoldre els exercicis fins al resultat final i no es poden deixar indicades les operacions.

10. Cal fer la substitució numèrica en les expressions que s'utilitzen per resoldre les preguntes.

11. Un resultat amb un nombre molt elevat de xifres significatives (6 xifres significatives) es penalitzarà amb 0,1p.

P1)

a)

0,2 p. La tercera llei de Kepler estableix que el quadrat del període orbital és directament proporcional al cub del semieix major de la òrbita. Així doncs, en el cas d'òrbites circulars s'ha de complir que el quadrat del període orbital és directament proporcional al cub del radi de la òrbita,

0,2 p. Si el planeta descriu un moviment circular uniforme al voltant del Sol, la seva acceleració centrípeta és: $a_N=\frac{v^2}{r}$ o $a_N=\omega^2 r$

I la velocitat es pot expressar en funció del període com: $v=\frac{2\pi r}{T}$

Llavors, l'acceleració centrípeta es pot expressar com: $a_N=\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$ **0,1 p.**

0,2 p. I segons la llei de gravitació universal, el mòdul de la força s'expressa com:

$F = G\frac{mM_{Sol}}{r^2}$

0,1 p. La segona llei de Newton estableix que: $\vec{F} = m\vec{a}$, on m és la massa del planeta.

Per tant, obtenim que: $a=G\frac{M_{Sol}}{r^2}$

0,2 p. I com que la força de la gravetat és perpendicular a la trajectòria, l'acceleració és igual a l'acceleració centrípeta:

$$G\frac{M_{Sol}}{r^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$$

I, finalment, si aïllem T^2 obtenim la tercera llei de Kepler per a òrbites circulars:

$T^2 = \frac{(2\pi)^2}{G\,M_{Sol}}r^3$ ó $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G\,M_{Sol}}{(2\pi)^2}$. **0,25 p.**

b)

1,0 p. El càlcul es pot fer a partir de l'expressió anterior i fent servir les dades de qualsevol planeta de la taula:

$$M_{Sol} = \frac{(2\pi)^2}{G}\frac{r^3}{T^2}$$

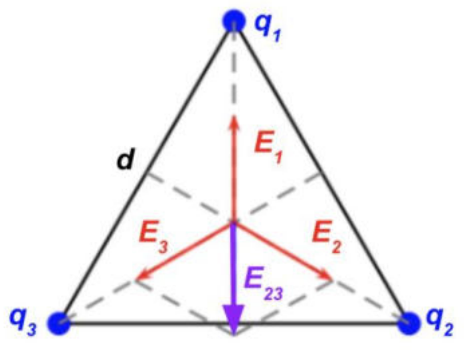
Per exemple, a partir de les dades de l'òrbita de la terra obtenim:

$$M_{Sol} = \frac{(2\pi)^2}{G}\frac{r^3}{T^2} = \frac{(2\pi)^2}{6{,}67\times10^{-11}}\frac{(149{,}6\times10^9)^3}{(365\times24\times3600)^2} = 1{,}99\times10^{30}\ \text{kg}$$ **0,25 p.**

També es possible que l'estudiant faci el càlcul per a més d'un planeta i doni el valor mitjà, aquest procediment també s'ha de considerar correcte.

P2)

a)



0,35 p Per simetria serà el punt central del triangle (baricentre). És equidistant a les tres càrregues, per tant, el mòdul dels camps creats serà igual.

$$E_1 = E_2 = E_3 = k\frac{q}{r^2}$$

La component *x* dels camps $\vec{E}_2$i $\vec{E}_3$ es cancel·len mútuament.

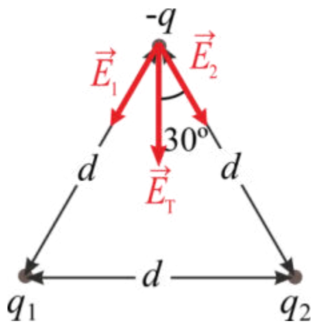
En aquest cas, l'angle que formen els camp respecte la vertical és 60º, i la component *y* de la suma de dels camps $\vec{E}_2$i $\vec{E}_3$ és:

$$E_{23,y} = -E_2\cos(60°) - E_3\cos(60°) = -2k\frac{q}{r^2}\frac{1}{2} = -k\frac{q}{r^2}$$

I, finalment, el camp total és:

$$E_{T,y} = E_1 - E_{23,y} = k\frac{q}{r^2} - k\frac{q}{r^2} = 0$$

La justificació també es pot basar en arguments exclusivament geomètrics i de simetria. Per exemple, atès que les tres càrregues són iguals i el triangle és equilàter, si suposem que el camp elèctric en el centre no és nul, només cal fer una rotació de 120º respecte el punt central (una rotació de 120º dona una distribució de càrrega idèntica) i veurem que el mateix problema té dues solucions diferents, cosa que és impossible, per tant, el camp en aquest punt ha de ser nul.



0,4 p Calculem el camp al vèrtex superior. Per simetria sabem que el resultat no depèn del vèrtex triat.

La direcció del camp elèctric creat per una càrrega correspon a la línia que uneix la càrrega amb el vèrtex on calculem el camp, és a dir, el camp està dirigit segons el costat del triangle que uneix els dos vèrtexs. Com que les dues càrregues de la base són negatives, el sentit apuntarà cap a la càrrega que crea el camp, com s'indica al dibuix.

0,1 p El camp total serà la suma vectorial del camp creat per els dues càrregues:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

0,2 p Com que les dues càrregues són iguals i estan a la mateixa distància, el mòdul del camp que creen és el mateix. $E_1 = E_2 = k\frac{q}{d^2}$

0,2 p Els camps $\vec{E}_1$i $\vec{E}_2$ formen el mateix angle respecte la vertical, que és la meitat de l'angle que formen els dos costats del triangle. Com que és un triangle equilàter, els angles del triangle són de 60º i l'angle que formen els camps respecte la vertical serà 30º.

Llavors les components *x* es cancel·len perquè són d'igual magnitud però tenen sentits oposats, metre que les components *y* es sumen perquè tenen el mateix sentit (negatiu perquè apunten cap avall):

$$E_{T,x} = E_2 \sin(30°) - E_1 \sin(30°) = 0$$

$$E_{T,y} = -E_2 \cos(30°) - E_2 \cos(30°) = -2k\frac{q}{d^2}\frac{\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}k\frac{q}{d^2}$$

Així doncs, el camp és :$\vec{E}_T = -\sqrt{3}k\frac{q}{d^2}\vec{\jmath}$

Noteu que la notació vectorial dependrà del vèrtex triat. No cal que l'estudiant doni el resultat en notació vectorial, el sentit i direcció també es poden indicar gràficament, com per exemple en l'esquema de forces adjunt. També s'ha de considerar correcte que el resultat es doni en funció del $\cos(30°)$, no cal substituir el seu valor.

b)

0,25 p Definim l'energia de formació o energia potencial electroestàtica d'un sistema com el treball necessari per constituir-lo.

0,25 p Primer cal l'energia per dur la primera càrrega des de l'infinit fins a la seva ubicació final. Com que no hi ha més càrregues, el camp elèctric extern i la força a què està sotmesa la càrrega és zero i, per tant, el treball serà nul.

$$W_1 = 0$$

0,25 p Per dur la segona càrrega, caldrà superar la força que aplica la primera sobre la segona, de manera que el treball que caldrà fer serà igual a la variació de l'energia potencial:

$$W_2 = k\frac{q_1 \cdot q_2}{d} = k\frac{q^2}{d}$$

0,25 p Per dur la tercera càrrega, caldrà superar la força que apliquen les dues primeres carregues sobre la tercera, de manera que el treball que caldrà fer serà igual a la variació de l'energia potencial:

$$W_3 = k\frac{q_1 \cdot q_3}{d} + k\frac{q_2 \cdot q_3}{d} = 2k\frac{q^2}{d}$$

0,25 p Finalment, si sumen tots els termes tenim: $U = 3k\frac{q^2}{d}$

També es considerarà vàlid que l'estudiant doni directament l'expressió:

$$U = k\frac{q_1 \cdot q_2}{d} + k\frac{q_1 \cdot q_3}{d} + k\frac{q_2 \cdot q_3}{d}$$

P3)

a)

0,2 p A = 0,45-0,30=0,15 m.

0,2 p $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{300}{2}} = 12{,}2 \text{ rad/s}.$

0,2 p $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0{,}513 \text{ s}$

Primera opció

0,2 p Equació del MHS: $x(t) = A\, sin(\omega t + \varphi_0)$

0,2 p Inicialment $x_0 = x(t{=}0) = A$.

$$A = A\, sin(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = ArcSin(1) = \pi/2 \text{ rad.}$$

0,25 p Finalment l'equació del moviment és:

$x(t) = 0{,}15\, sin\left(12{,}2t + \frac{\pi}{2}\right)$, *x* en m i *t* en s.

Alternativament:

0,2 p Equació del MHS: $x(t) = A\, cos(\omega t + \varphi_0)$

0,2 p Inicialment $x_0 = x(t{=}0) = A$.

$$A = A\, cos(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = ArcCos(1) = 0.$$

0,25 p Finalment l'equació del moviment és:

$x(t) = 0{,}15\, cos(12{,}2t)$, *x* en m i *t* en s.

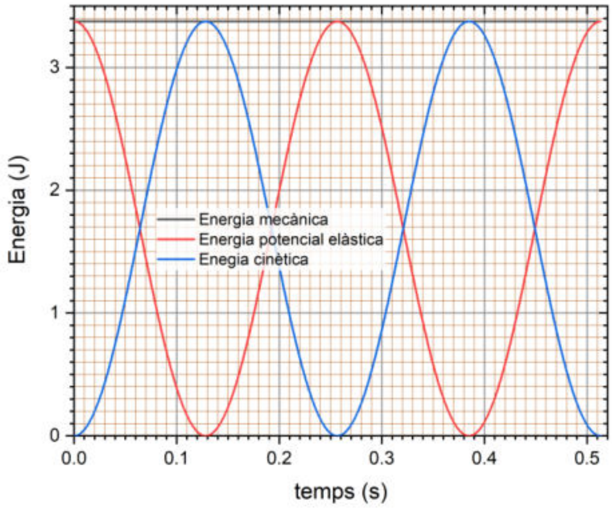
b)

0,25 p $E_m = \frac{1}{2}kA^2 = 3{,}38 \text{ J}$, constant atès que no hi ha dissipació d'energia

0,3 p $v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = A\omega\, cos(\omega t + \varphi_0) = 1{,}84\, cos(12{,}2t)$ *v* en m/s i *t* en s.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = 3{,}38\, cos^2(12{,}2t) \text{ J}$$

0,3 p $U_k = \frac{1}{2}kx^2 = 3{,}38\, sin^2(12{,}2t) \text{ J}$



0,2 p Escalat eixos correcte, corbes correctament representades

0,2 p Títols d'eixos amb unitats.

P4)

a)

0,65 p Les línies de camp indiquen la direcció en la qual el potencial disminueix, per tant, el potencial a *A* ha de ser més gran que a *B*, $V_B - V_A < 0$. Per altra banda, si el camp és constat, llavors $\Delta V = Ed$ on *d* és la distància entre els dos punts on calculem la diferència de potencial. Per tant:

$$V_B - V_A = -Ed = -24.000 \text{ V} = -24 \text{ kV}$$

Alternativament

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_A^B E\, dx = -E\int_A^B dx = -Ed = -24.000 \text{ V} = -24 \text{ kV}$$

En aquest càlcul el trajecte per anar d'*A* a *B* segueix una línia recta horitzontal, i tenim en compte que *E* és constant, no depèn de la posició.

0,6 p Les línies de camp indiquen la direcció en la qual el potencial disminueix, el sentit de les línies de camp ens indica que el potencial disminueix en la direcció de *A* cap a *B*, per anar de *C* a *D* ens desplacem perpendicularment a les línies de camp, és a dir, seguint una superfície equipotencial, llavors, $V_C = V_D$ i, per tant, $V_D - V_C = 0$.

Alternativament

$$V_D - V_C = -\int_C^D \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

En aquest càlcul el trajecte per anar de *C* a *D* segueix una línia recta vertical i com que la direcció del camp elèctric és horitzontal: $\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$.

b)

0,4 p Descriu un moviment rectilini uniformement accelerat atès que està sotmès a una força constant (constant en mòdul, direcció i sentit).

$$\vec{F} = e\vec{E}$$

0,4 p El treball que ha fet el camp sobre el protó és:

$$W_{Tot} = -\Delta U = -q\Delta V = -e\Delta V = 3{,}85 \times 10^{-15} \text{ J}.$$

Primera opció, per forces

0,25 p $a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = 1{,}92 \times 10^{14} \text{ m/s}^2$.

0,2 p $v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta s \Rightarrow v = \sqrt{2a\Delta s} = \sqrt{2 \times\ 1{,}92 \times 10^{14} \times 0{,}012} = 2{,}14 \times 10^6 \text{ m/s}$

Alternativament, per energies:

0,2 p $\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = W_{Tot} = -q\Delta V = -e\Delta V = 3{,}85 \times 10^{-15}\ \mathrm{J}.$

0,25 p $v = \sqrt{-2\frac{e\Delta V}{m}} = 2{,}14 \times 10^{6}\ \mathrm{m/s}$

P5)

a)

0,1 p Nombre màssic: A = 13.

0,1 p Nombre atòmic: Z = 7.

0,2 p Nombre de neutrons: $N = A - Z = 13 - 7 = 6$.

0,85 p ${}^{13}_{7}N \rightarrow {}^{13}_{6}C + {}^{0}_{+1}e + \nu$

En aquest apartat es penalitzarà l'omissió del neutrí amb 0,15 p.

Alternativament es pot escriure ${}^{0}_{1}e^{+}$, ${}^{0}_{+1}\beta$ o ${}^{0}_{1}\beta^{+}$ enlloc de ${}^{0}_{+1}e$ i ${}^{0}_{0}\nu$ enlloc de ν.

0, p La reacció ${}^{1}_{1}p^{+} \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{+1}e^{+} + {}^{0}_{0}\nu$ no pot tenir lloc fora d'un nucli ja que la massa del neutró és mes gran que la del protó, i, per tant, cal aportar energia perquè el protó es transformi en un neutró. Si el sistema està aïllat, llavors no es pot obtenir l'energia que cal perquè la reacció sigui possible. Aquest apartat no puntua perquè es considera que per resoldre'l era necessari que en l'enunciat s'indiquessin els masses del protó i del neutró.

b)

$N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$

0,25 p $\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = -\frac{\ln 0{,}5}{\lambda} = \frac{\ln 2}{\lambda}$

0,25 p $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = 0{,}0696\ \text{min}^{-1} = 1{,}16\ \text{X}\ 10^{-3}\ \text{s}^{-1}$ (es pot resoldre el problema amb unitats de temps de minuts o de segons).

0,25 p $m(t) = m_0 e^{-\lambda t} = 5e^{-\lambda t} = 0{,}620\ \text{ng}$

0,25 p $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$

0,25 p $\frac{A(t)}{A_0} = 0{,}01 = e^{-\lambda t} \Rightarrow t = -\frac{\ln 0{,}01}{\lambda} = 66{,}2\ \text{min} = 3972\ \text{s}$

P6)

a)

0,25 p Com que el camp magnètic és perpendicular a la superfície de les espires:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS = B_0 S \cos(\omega t + \varphi_0)$$

0,5 p La força electromotriu en una bobina amb *N* espires és donada per:

$$\varepsilon(t) = -N \frac{d\phi(t)}{dt} = -N\,S \frac{dB(t)}{dt}$$

Si no és té en compte el signe negatiu de la llei de Lenz, cal restar 0,25 p a la qualificació.

0,5 p $\varepsilon(t) = N\,S\,B_0\,\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$

b)

0,2 p $I(t) = \frac{\varepsilon(t)}{R} = \frac{N\,S\,B_0\,\omega}{R} \sin(\omega t + \varphi_0)$

0,25 p $I_{màx} = \frac{N\,S\,B_0\,\omega}{R}$

0,4 p La gràfica correcta és la A ja que una reducció en la freqüència del moviment implica que l'amplitud disminueixi:

$$\varepsilon(t) = N\,S\,B_0\,\omega \sin(\omega t + \varphi_0) = \varepsilon_{màx} \sin(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \varepsilon_{màx} = N\,S\,B_0\,\omega$$

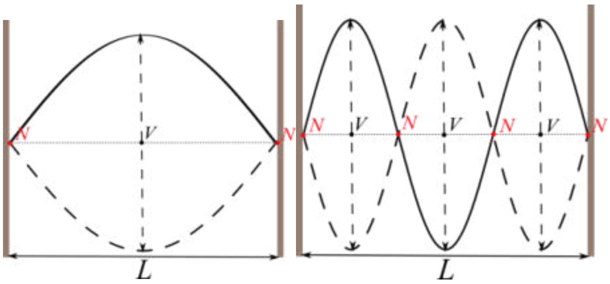
Llavors si ω disminueix, també ho farà $\varepsilon_{màx}$.

0,4 p Per altra banda $T = \frac{2\pi}{\omega}$, llavors si ω disminueix el període augmenta i això es tradueix en un distanciament dels màxims i mínims, les oscil·lacions s'allarguen en el temps.

P7)

a)

0,25 p Com que la corda està pinçada pels dos extrems, llavors tindrem un node a cada extrem:



Harmònic fonamental Tercer harmònic

0,1 p Per l'harmònic fonamental $\lambda = 2L = 0{,}65$ m.

0,1 p Pel tercer harmònic $\lambda = \frac{2}{3}L = 0{,}217$ m.

0,3 p La velocitat de propagació de l'ona és: $v = \lambda f = 0{,}65 \cdot 38{,}89 = 25{,}3$ m/s

0,3 p Si mantenim la tensió constant, la velocitat de propagació no canvia:

$$v' = v = 25{,}3 \text{ m/s}.$$

0,1 p Per l'harmònic fonamental $\lambda' = 2L = 0{,}54$ m.

0,1 p $v = \lambda' f' \Rightarrow f' = \frac{v}{\lambda'} = 46{,}8$ Hz

Si en la representació l'estudiant ha comés l'error de no tenir en compte que la corda està pinçada pels dos extrems i, per tant, suposa que en un extrem tenim un node però que a l'altre extrem tenim un ventre, llavors en la resta de la resolució s'hauria d'indicar, per exemple, que l'harmònic fonamental és $\lambda = 4L$. És a dir, que la resolució del problema ha de ser consistent amb la representació gràfica del primer i tercer harmònic. Cal tenir present que només es pot penalitzar una vegada un error, per tant, si la resolució posterior és consistent amb l'error inicial, aquesta s'ha de considerar com a correcta.

b)

0,3 p $\beta = 10 \log\frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{\beta}{10} = \log\frac{I}{I_0} \Rightarrow I = I_0 10^{\beta/10} = 10^{-9}$ W m^{-2}

0,3 p $I = \frac{\text{Potència}}{\text{A}} \Rightarrow \text{Potència} = I \cdot A = 4\pi r^2 I = 6{,}65 \times 10^{-6}$ W

0,2 p $P' = \frac{\text{Potència}}{2} = 3{,}32 \times 10^{-6}$ W

$$I' = \frac{P'}{A} = \frac{I'}{2} = 5{,}00 \times 10^{-10}\ \mathrm{W\ m^{-2}}$$

0,45 p $\beta = 10 \log \frac{I'}{I_0} = 10 \log \frac{5{,}00 \times 10^{-10}}{10^{-12}} = 27{,}0\ \mathrm{dB}$

Alternativament

0,45 p $\beta = 10 \log \frac{I'}{I_0} = 10 \log \frac{I/2}{I_0} = 10 \log \frac{I}{I_0} - 10 \log 2 = 30 - 3{,}0 = 27{,}0\ \mathrm{dB}$

P8)

a)

0,25 p $E_{fotó} = hf = h\frac{c}{\lambda}$, com més petita sigui λ, major serà la freqüència i l'energia del fotó, per tant, l'ona de λ = 550 nm serà la d'energia més gran.

Per al vermell:

0,1 p $f_r = \frac{c}{\lambda_r} = 4{,}00 \times 10^{14}\ \mathrm{Hz}$

0,2 p $E_{fotó,r} = hf_r = 2{,}65 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}.$

0,2 p $E_{1mol,r} = N_A h f_r = 1{,}60 \times 10^{5}\ \mathrm{J} = 160\ \mathrm{kJ}.$

Per al verd:

0,1 p $f_g = \frac{c}{\lambda_g} = 5{,}45 \times 10^{14}\ \mathrm{Hz}$

0,2 p $E_{fotó,g} = hf_g = 3{,}62 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}.$

0,2 p $E_{1mol,g} = N_A h f_g = 2{,}18 \times 10^{5}\ \mathrm{J} = 218\ \mathrm{kJ}.$

b)

0,15 p La freqüència llindar correspon a la dels fotons que tenen una energia W_0:

$$f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{3{,}46 \times 10^{-19}}{6{,}63 \times 10^{-34}} = 5{,}22 \times 10^{14}\ \mathrm{Hz}$$

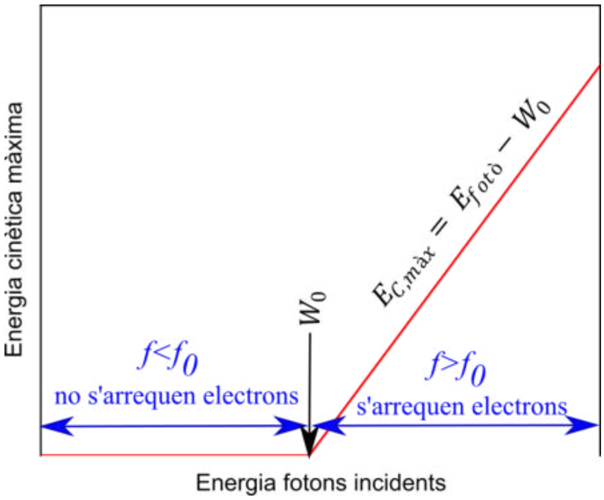
0,1 p $\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = 5{,}75 \times 10^{-7}\ \mathrm{m} = 575\ \mathrm{nm}$

0,1 p Com que per al vermell $f_r = 4{,}00 \times 10^{15}\ \mathrm{Hz} < f_0$, no té suficient energia per arrencar electrons.

0,1 p Com que per al verd $f_g = \frac{c}{\lambda_g} = 5{,}45 \times 10^{15}\ \mathrm{Hz} > f_0$, sí té suficient energia per arrencar electrons.

0,3 p $E_{C,\text{màx}} = hf_g - W_0 = 1{,}56 \times 10^{-20}\ \mathrm{J}.$

0,5 p



Hi ha dues regions:

- si l'energia del fotó és inferior a W_0 no s'arrenquen electrons, llavors $E_{C,màx} = 0$.
- si l'energia del fotó és superior a W_0 s'arrenquen electrons i $E_{C,màx} = E_{fotò} - W_0$, és a dir, la dependència de $E_{C,màx}$ en $E_{fotò}$ és lineal.

Si no es distingeixen les dues regions cal restar **0,2 p,**

Si no s'indica W_0 cal restar **0,1 p,**

Si a la primera regió no es representa $E_{C,màx} = 0$, cal restar **0,1 p,**

Si a la segona regió no es representa la dependència lineal, cal restar **0,1 p,**

En la representació esquemàtica no és necessari que apareguin les dades del problema perquè es tracta d'una representació qualitativa. Si l'estudiant intenta fer una representació tenint en compte els valors numèrics del problema, no se'l penalitzarà. El que es valora és que sàpiga interpretar i plasmar gràficament el fenomen.