
《人工智能与智能驾驶基础》期末大作业

路径规划与轨迹跟踪 说明文档

学院：汽车学院

成员：贾林轩 1853688

周展辉 1851154

软件：MATLAB 2021b

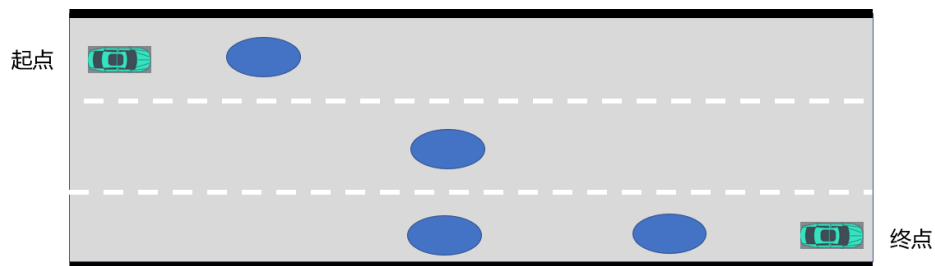
时间：2021 年 12 月 28 日

目录

一 .	题目要求.....	3
二 .	路径规划部份.....	3
1.	环境建模.....	3
2.	路径规划.....	4
三 .	轨迹跟踪.....	5
1.	建立场景.....	5
2.	运动学模型：以后轮为原点的单车模型（Bicycle Model）	5
3.	控制方法：PID 控制法	6
四 .	最终结果.....	8
1.	P(5M/S)	8
2.	PI(5M/S)	9
3.	PID(5M/S)	11
4.	PID(10M/S).....	12
5.	PID(15M/S).....	14

一． 题目要求

1. 根据要求建立道路环境和静态障碍物信息；
2. 利用任意一种路径规划方法进行规划；
3. 利用车辆质点模型和PID控制器完成轨迹跟踪，到达终点；（注1：可以选其他车辆模型和其他控制器完成设计任务）（注2：除了完成轨迹的跟踪，还需要完成设定车速的跟踪【设定车速自定】）



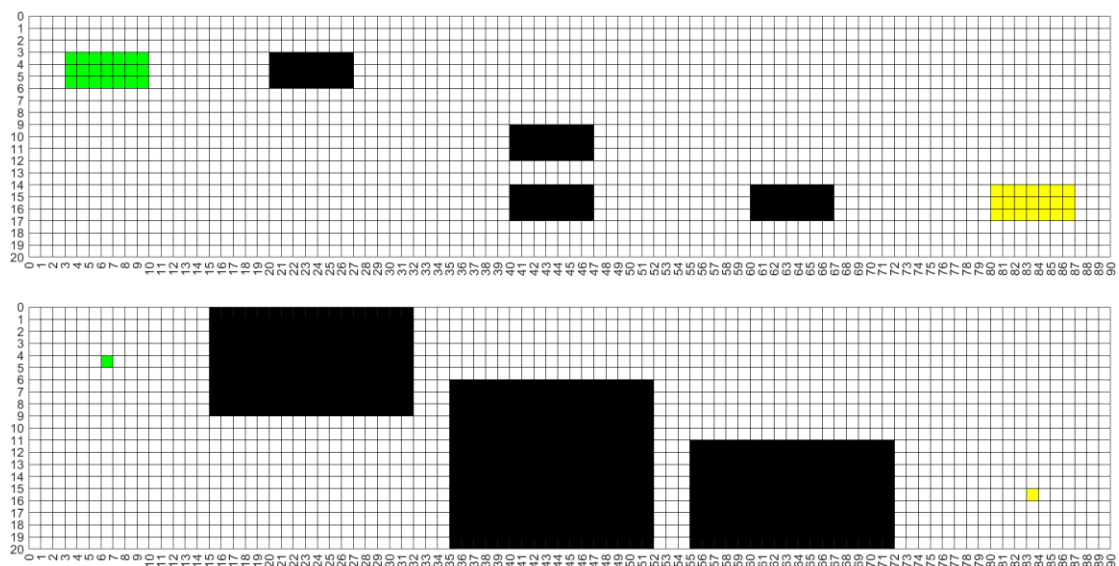
二． 路径规划部份

1. 环境建模

栅格地图下，我国机动车道宽度标准 3.5-3.75 米，车长一般为 3.8-4.3 米，车宽 1.8-2 米，取车宽为 1.8 米，车长 4.2 米，车道宽为 3.6 米，栅格地图一格代表 0.6 米，因此小车占据栅格地图的面积为 3*7 格，车道宽为 6 格，三车道总宽为 18 格，

最小半径 4 格，对障碍物进行膨胀：

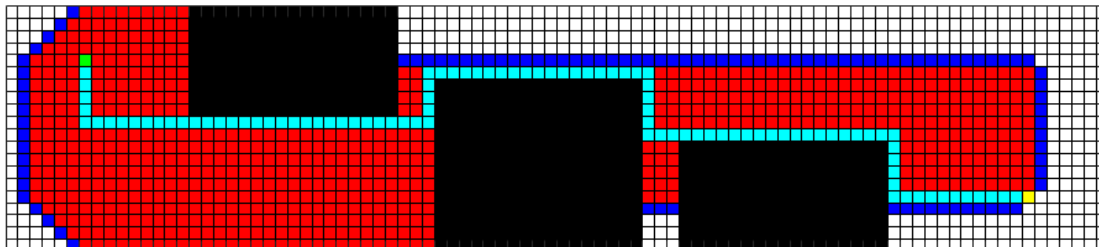
$$\sqrt{3^2 \times 7^2}$$



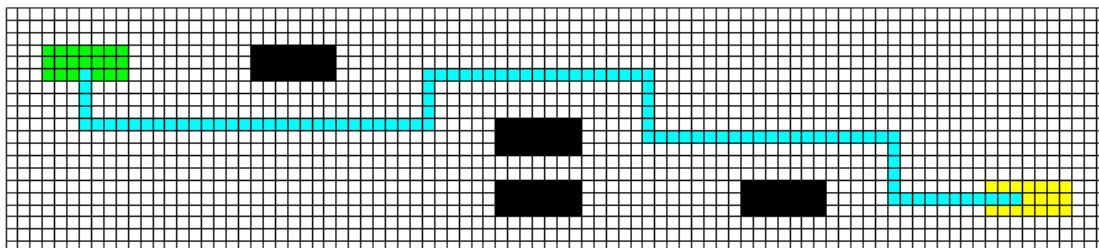
2. 路径规划

分别采用 A*和 Dijkstra 算法进行路径规划，结果如下：

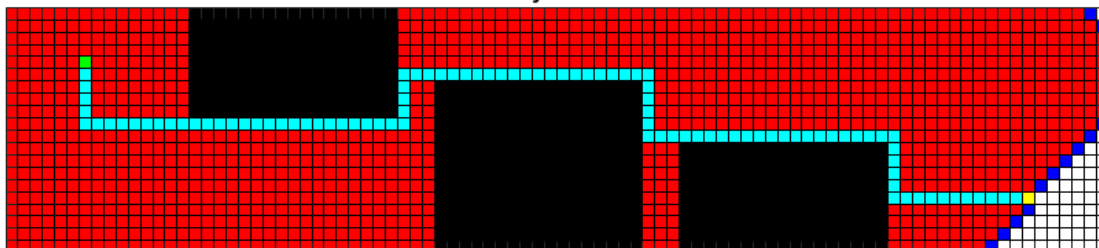
A*



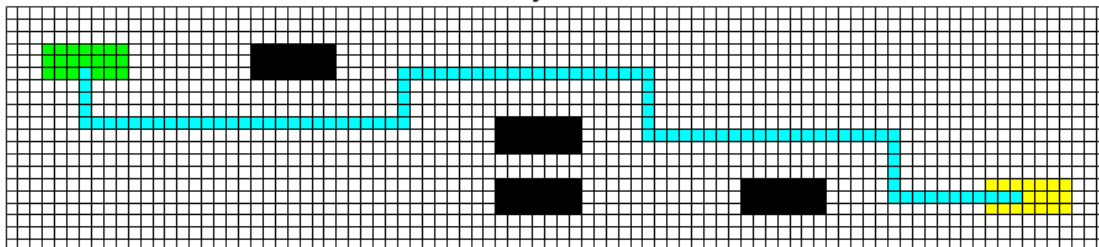
A*



Dijkstra



Dijkstra



从迭代次数上可以看出，A*的效率比 Dijkstra 高：

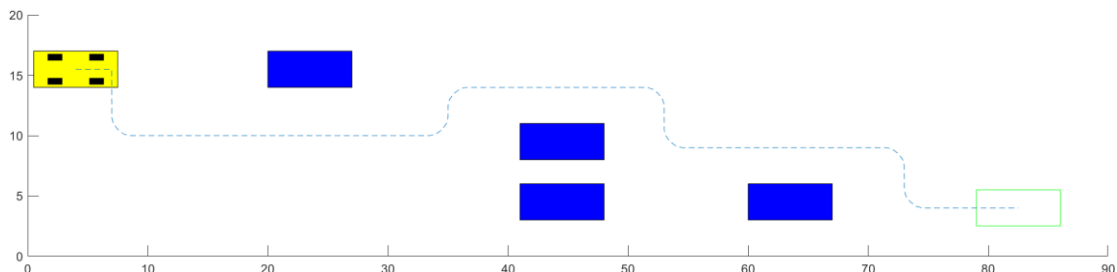
A* plan succeeded! iteration times: 944 path length: 96

Dijkstra plan succeeded! iteration times: 1449 path length: 96

三． 轨迹跟踪

1. 建立场景

为方便动画展示，将栅格地图中的信息移植到像素坐标系下。对每段路径分别设定目标车速。

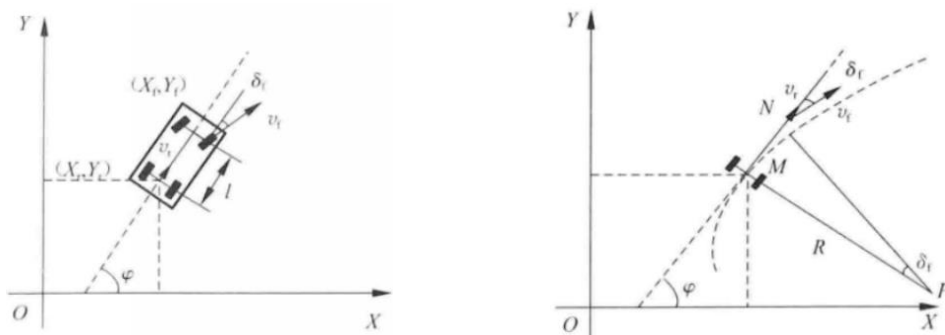


2. 运动学模型：以后轮为原点的单车模型（Bicycle Model）

模型有如下假设：

- 1) 不考虑车辆在平坦路面上行驶，忽略垂直方向(Z 轴方向)的运动；
- 2) 假设车辆左右侧轮胎在任意时刻都拥有相同的转向角度和转速，即忽略阿克曼转向性质，这样车辆的左右两个轮胎的运动可以合并为一个轮胎来描述；
- 3) 假设车辆行驶速度变化缓慢，忽略前后轴载荷的转移；
- 4) 假设车身和悬架系统都是刚性系统；
- 5) 假设轮胎为刚性，忽略轮胎侧偏特性；
- 6) 不考虑载荷的左右转移；

模型示意图：



在模型中， (X_r, Y_r) 为车辆后轴的轴心坐标， (X_f, Y_f) 为车辆前轴的轴心坐标， v_r 为后轴中心的速度， v_f 为前轴中心的速度， l 为轴距，在车辆转向过程中 R 为车辆转向半径， P 为转向的瞬时转动中心， M 为后轴中心。

在后轴轴心 (X_r, Y_r) 处，速度为：

$$v_r = \dot{X}_r \cos \varphi + \dot{Y}_r \sin \varphi$$

前后轴的运动学约束为：

$$\begin{cases} \dot{X}_f \sin(\varphi + \delta_f) - \dot{Y}_f \cos(\varphi + \delta_f) = 0 \\ \dot{X}_r \sin \varphi - \dot{Y}_r \cos \varphi = 0 \end{cases}$$

前两式联立可得：

$$\begin{cases} \dot{X}_r = v_r \cos \varphi \\ \dot{Y}_r = v_r \sin \varphi \end{cases}$$

根据前后轮的几何关系有：

$$\begin{cases} X_f = X_r + l \cos \varphi \\ Y_f = Y_r + l \sin \varphi \end{cases}$$

将前三组式子联立，可得：

$$\begin{cases} \omega = \frac{v_r}{l} \tan \delta_f \\ R = \frac{v_r}{\omega} \\ \delta_f = \arctan\left(\frac{l}{R}\right) \end{cases}$$

由此可得车辆运动学模型：

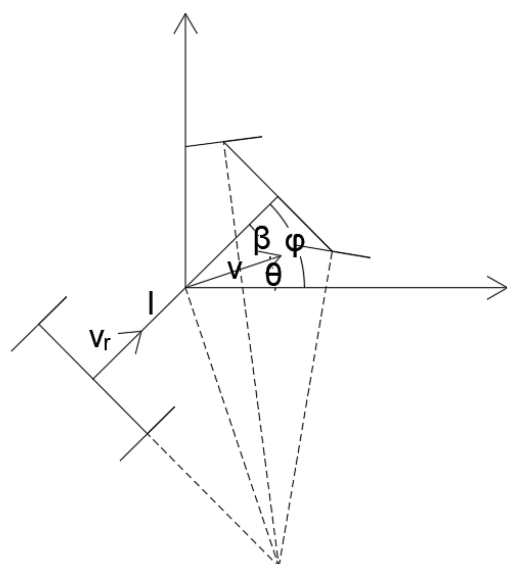
$$\begin{bmatrix} \dot{X}_r \\ \dot{Y}_r \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ \frac{\tan \delta_f}{l} \end{bmatrix} v_r$$

在无人驾驶车的路径跟踪控制过程中，常以 (v_r, ω) 作为控制量，则车辆的运动学模型为：

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_r \\ \dot{Y}_r \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{bmatrix} v_r + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega$$

3. 控制方法：PID 控制法

由于车辆不能进行平移，对轨迹的跟踪包括三点：姿态（车辆横摆角）跟踪，车速跟踪（大小、方向），位置跟踪。首先考虑车辆姿态，绘图如下



v : 车辆质心速度
 v_r : 车辆后轮速度
 l : 轴距
 β : 质心侧偏角
 θ : 航向角
 φ : 横摆角

对后轴与质心有运动学约束：

$$\begin{aligned} v \cos \beta &= v_r \\ v \sin \beta &= \frac{\omega l}{2} \end{aligned}$$

可得：

$$\omega = \frac{2v\sin\beta}{l}$$

航向角：

$$\theta = \text{atan}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$$

β 、 θ 、 φ 之间存在约束：

$$\beta = \theta - \varphi$$

车辆横摆角：

$$\varphi = \int_0^t \omega dt$$

可知 φ 不再发生改变当且仅当 $\omega = 0$ ，此时有 $\beta = \theta - \varphi = 0$ 即 $\theta = \varphi$ ，此时航向角与横摆角相同，车辆沿直线行驶。角度的变化仅取决于 v_x 与 v_y 两个参量，故速度函数与横摆角函数一一对应，不需要对其特别追踪。

其次考虑车速与位置追踪。设车辆当前坐标为 $(x \ y \ v_x \ v_y)^T$ ，将参考点设置于预定轨迹前视距离处一点，设其坐标及目标速度为 $(x_t \ y_t \ v_{tx} \ v_{ty})^T$ ，即可知当前位置与待跟踪位置之误差：

$$er = (er_x \ er_y)^T = (x_t - x \ y_t - y)^T$$

将速度误差方向设置为误差方向即可完成对位置的跟踪，即：

$$dv_{des} = \frac{1}{|er|} er$$

车速方面将参考点预设车速作为目标车速，

$$dv = dv_{des} * |v_{tx} \ v_{ty}| = \frac{|v_{tx} \ v_{ty}|}{|er|} er$$

可以计算得到当前速度与目标速度在 x 与 y 方向上的误差：

$$er_v = \frac{|v_{tx} \ v_{ty}|}{|er|} er - (v_x \ v_y)^T$$

通过 PID 即可同时完成了对姿态、速度与位置的跟踪。

即：

$$\delta v = k_p er_v(k) + k_i \sum_{i=0}^k er_v(i) + k_d(er_v(k) - er_v(k-1))$$

考虑到对车辆的控制一般是通过控制转向盘与加速踏板完成，下面推导由转向盘与加速踏板和加速度（误差）之间的关系

设前轮转角为 δ ， δ 可以通过转向盘控制。由刚体运动学约束：

$$v_f \sin\delta = 2v \sin\theta$$

$$v_f \cos\delta = v \cos\theta$$

得：

$$\tan\delta = 2\tan\theta$$

设前轮转动角速度为 ω_f 后轮加速度为 a

$$d\varphi = +\omega_f dt$$

$$er_v = \frac{dv}{dt} = \frac{d\left(v \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix}\right)}{dt} = a \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix} + v \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$\sec\delta^2 \frac{d\delta}{dt} = 2\sec\theta^2 \frac{d\theta}{dt}$$

得：

$$er_v = a \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix} + v\omega_f \frac{\sec\delta^2}{2\sec\theta^2} \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{bmatrix}$$

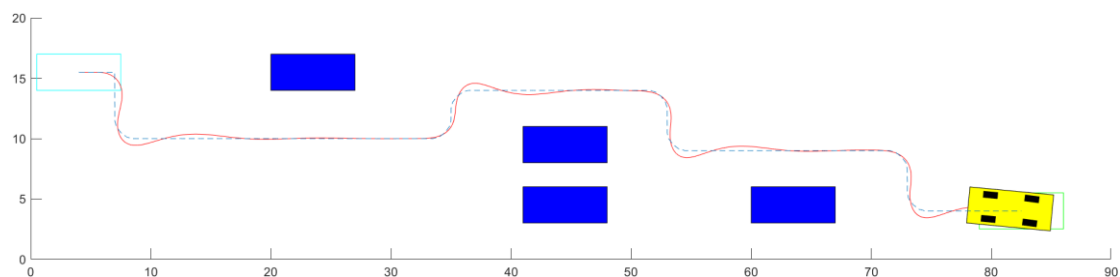
故可以通过 er_v 推得 δ 、 θ

$$a = \frac{er_x \cos\theta + er_y \sin\theta}{\sin 2\theta}$$

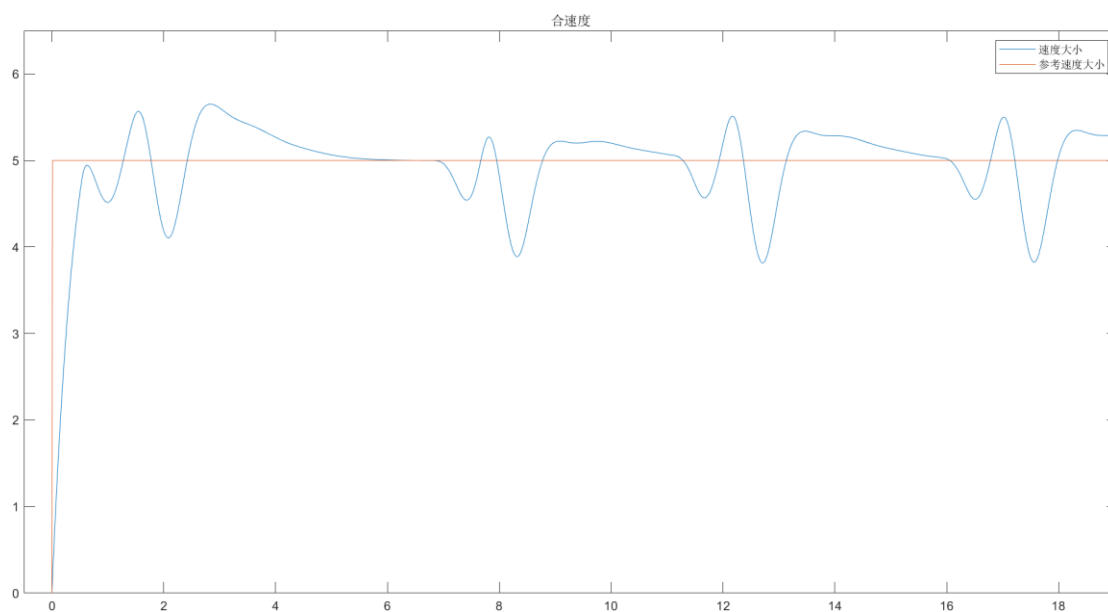
$$\delta = \text{atan} \frac{2(er_x \cos\theta - er_y \sin\theta)}{v \cos\theta^2}$$

四． 最终结果

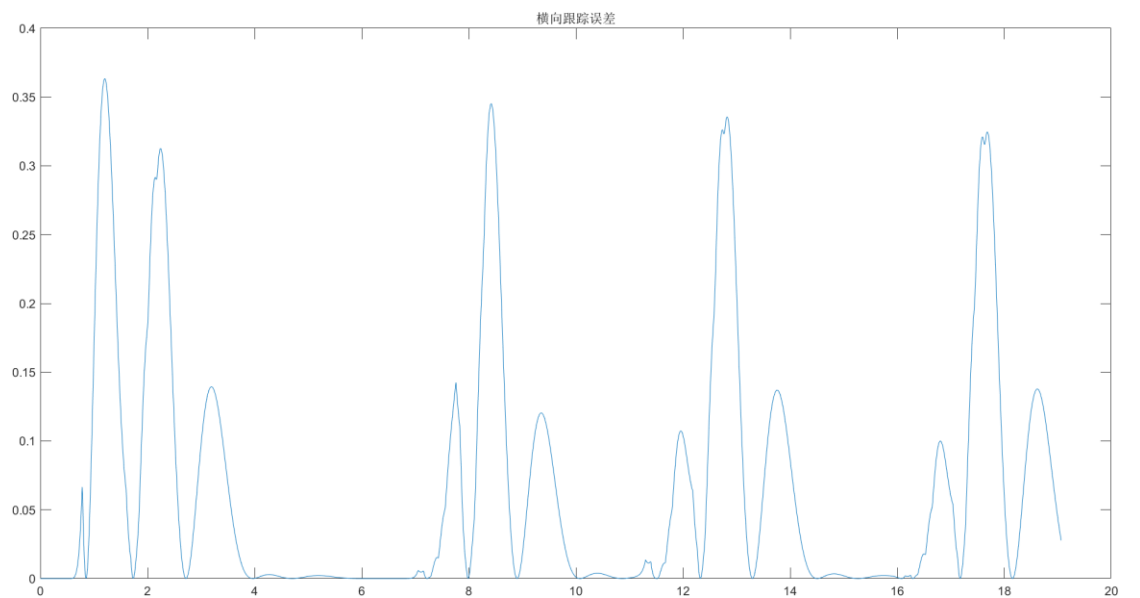
1. P(5M/S)



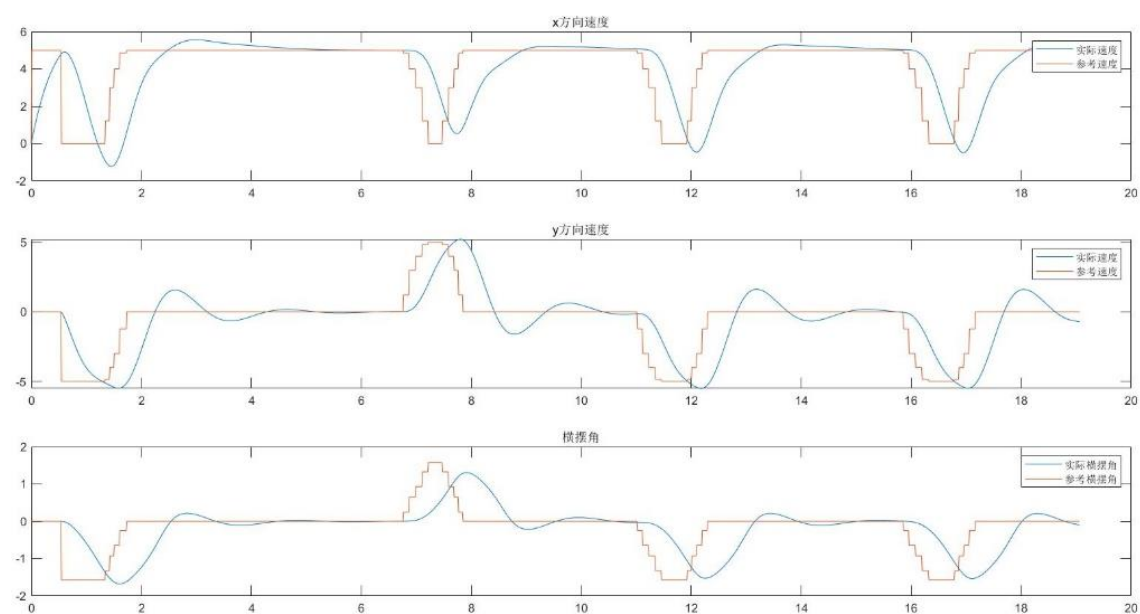
路径跟踪结果



速度跟踪结果

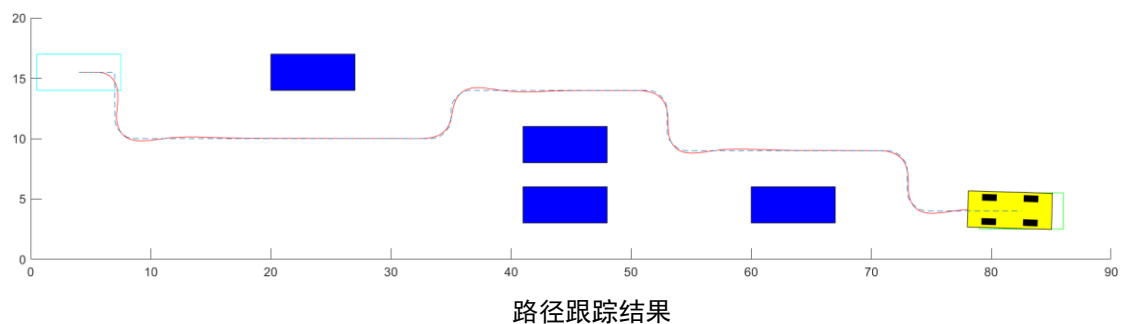


横向跟踪误差

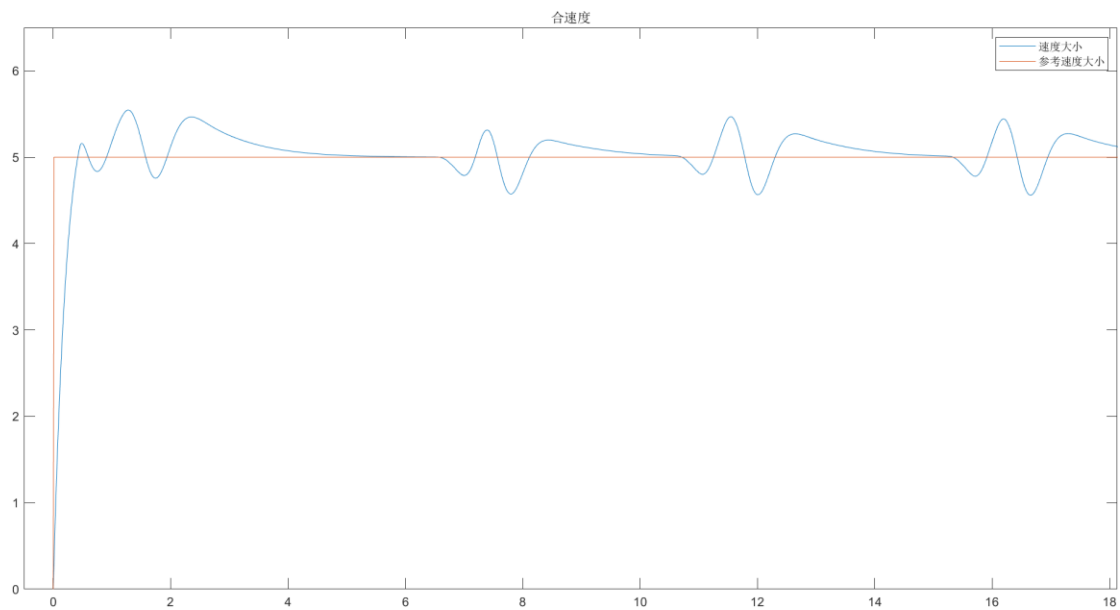


速度分量跟踪误差

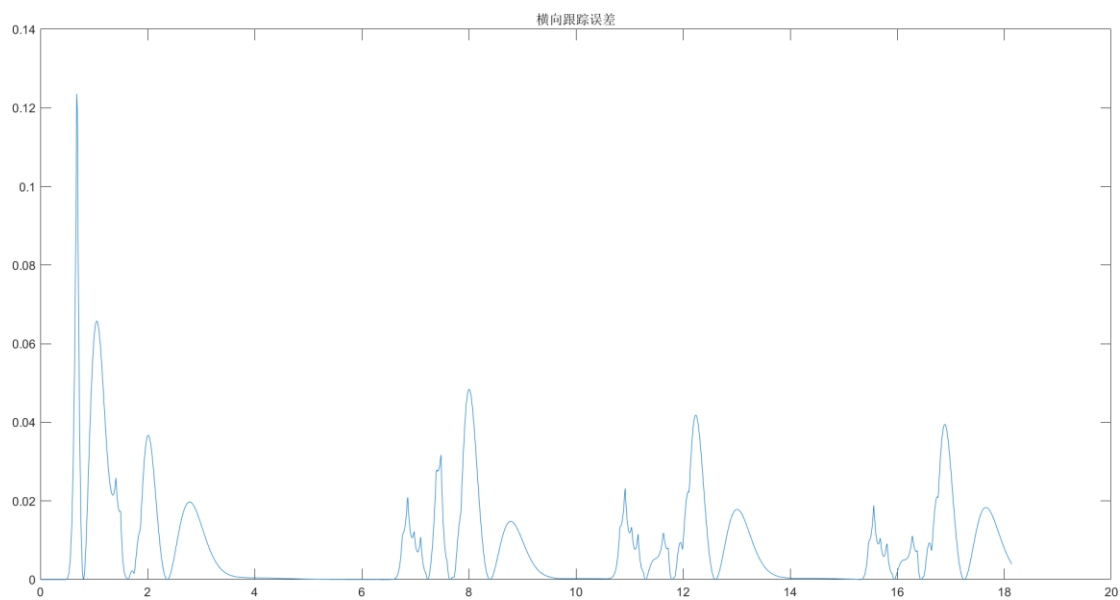
2. PI(5M/S)



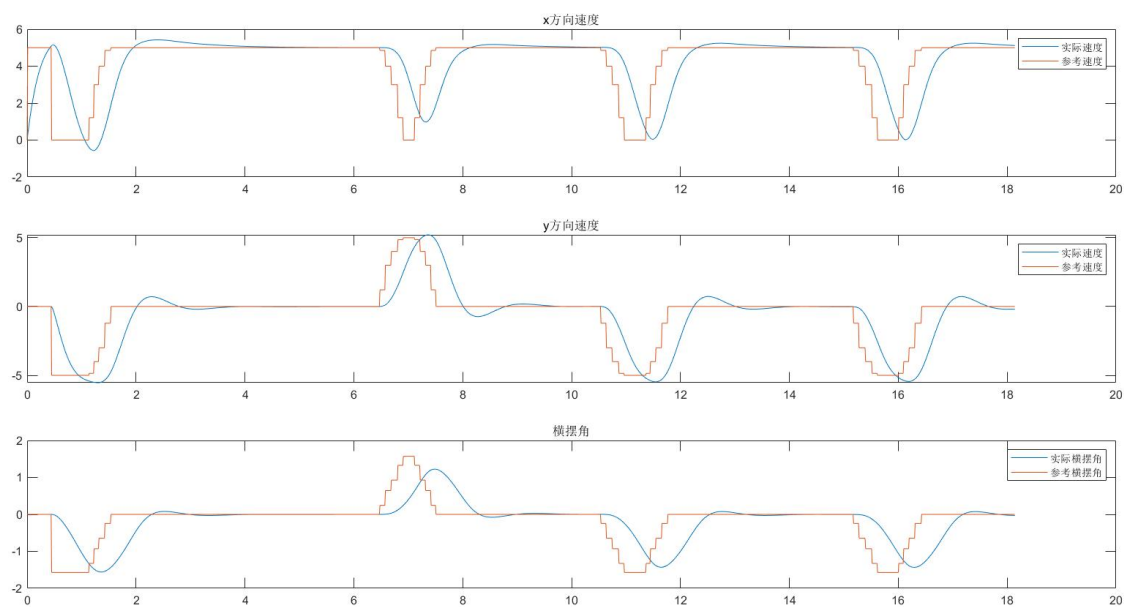
路径跟踪结果



速度跟踪结果

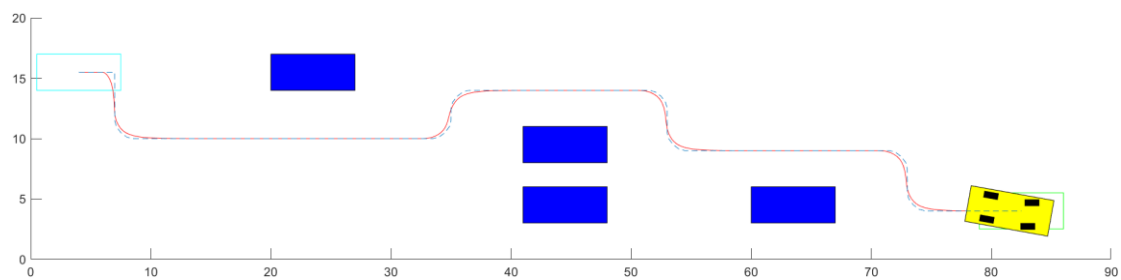


横向跟踪误差

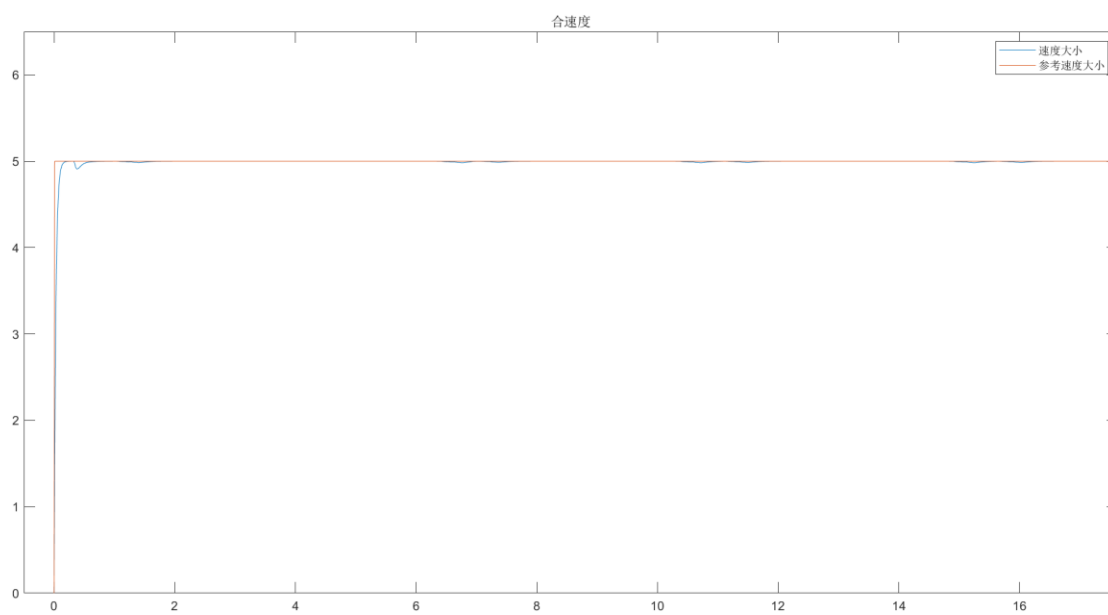


速度分量跟踪误差

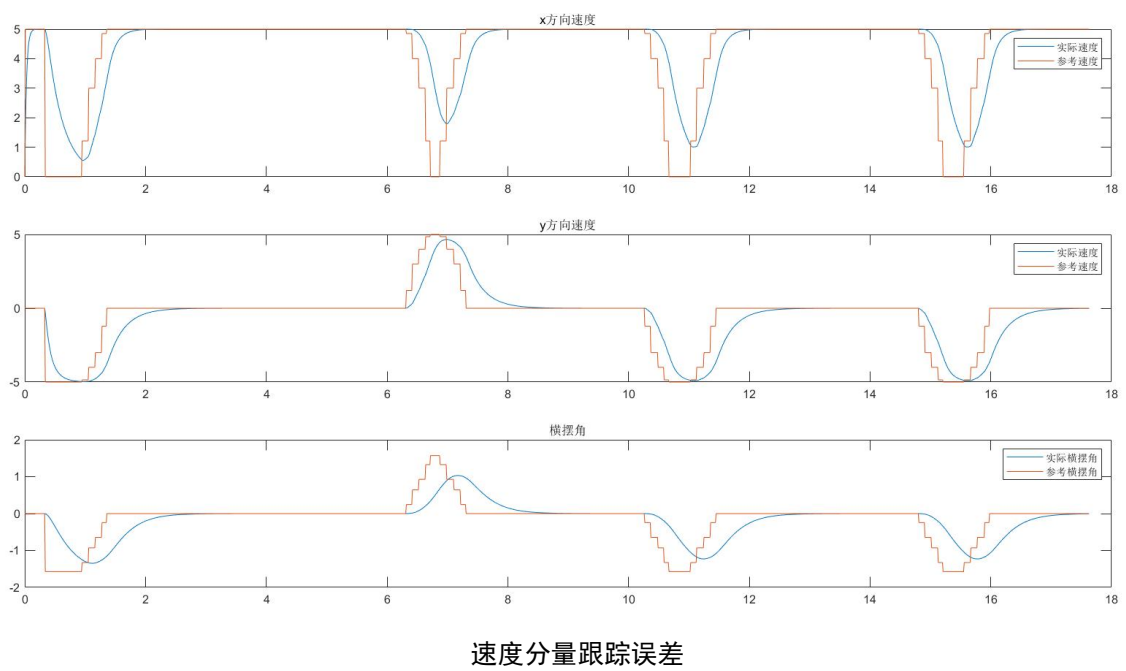
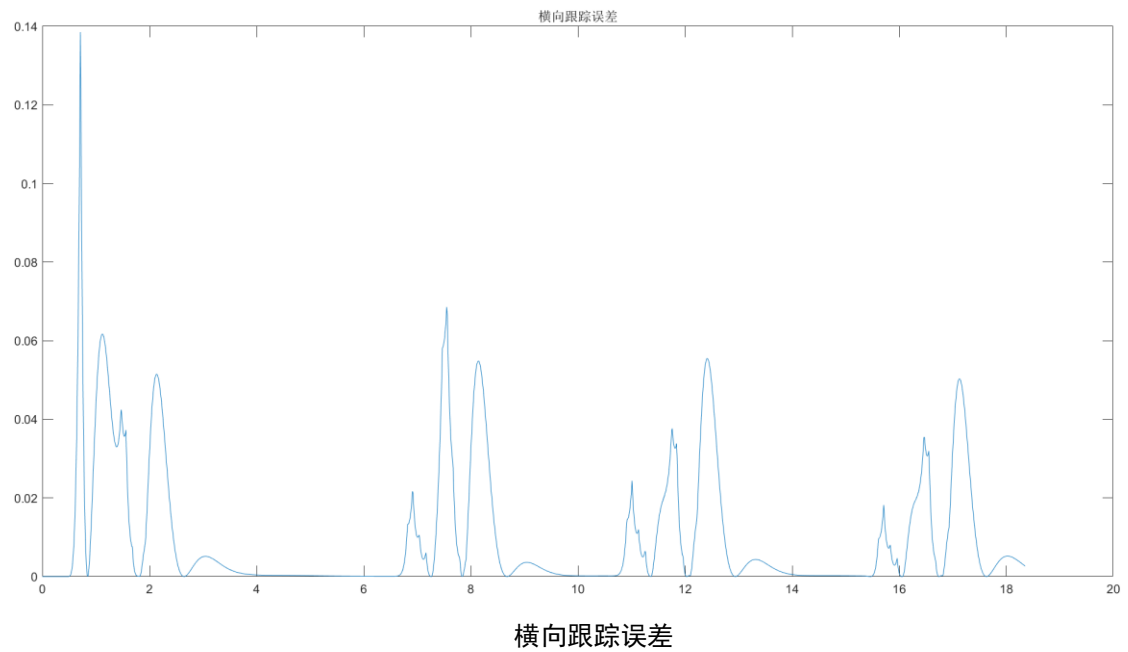
3. PID(5M/S)



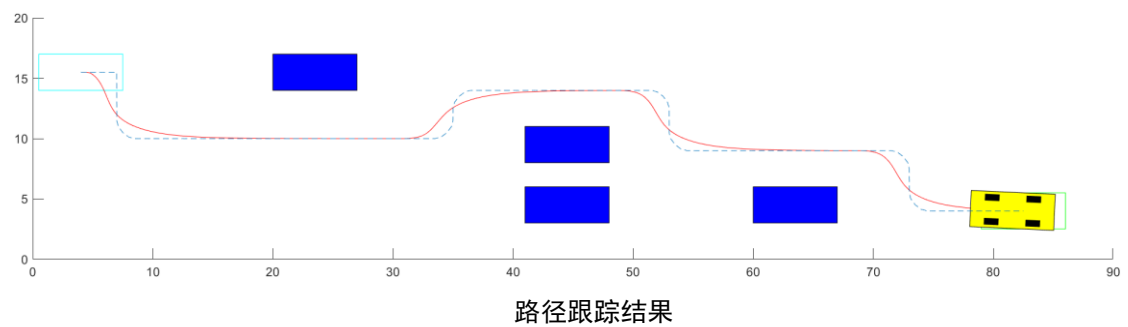
路径跟踪结果

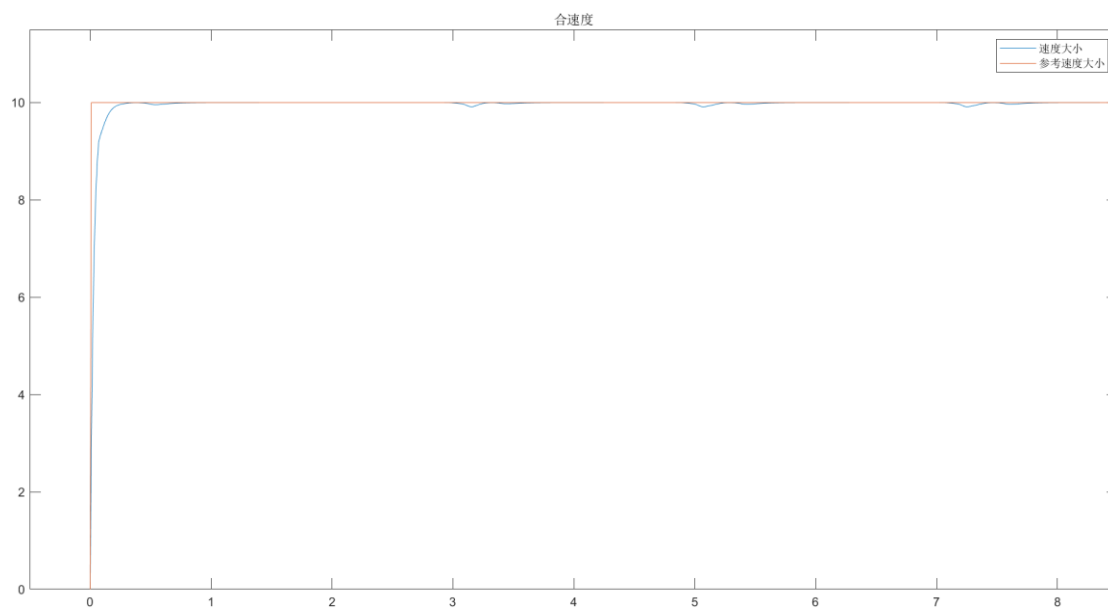


速度跟踪结果

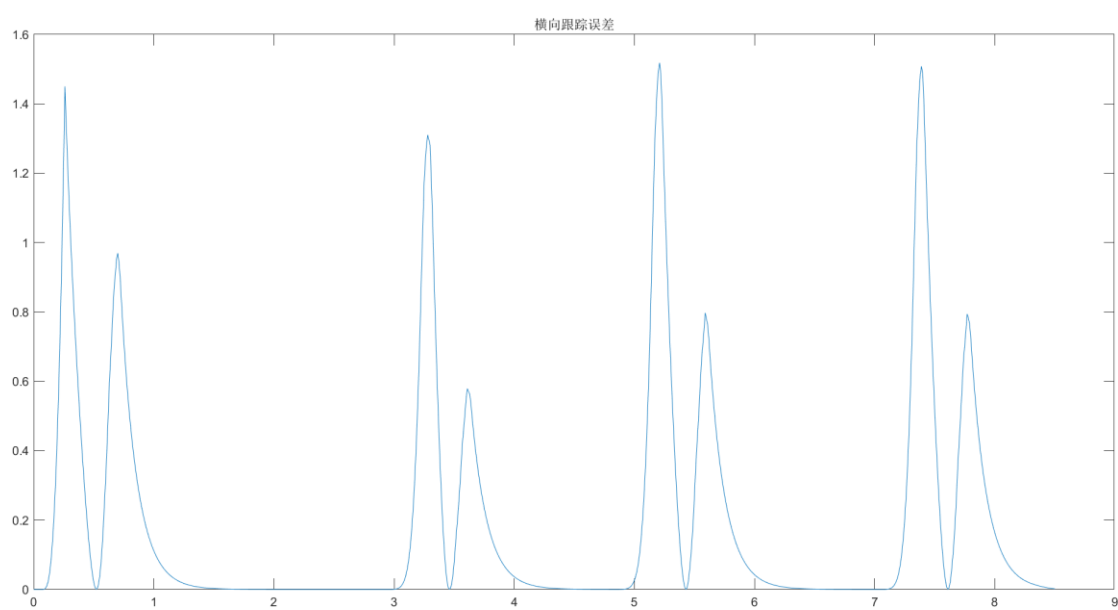


4. PID(10M/S)

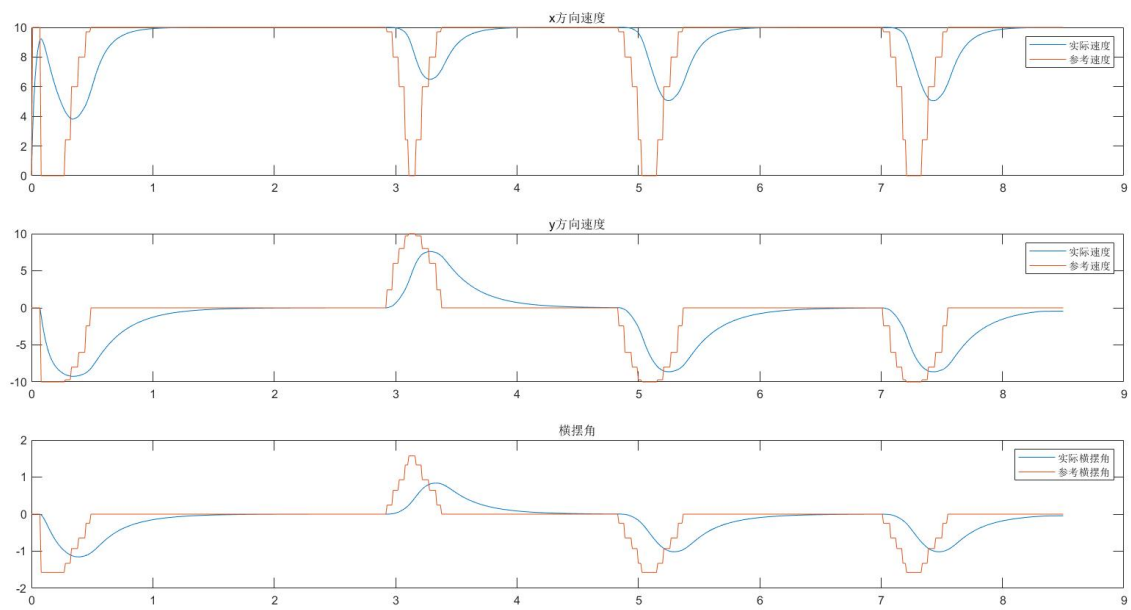




速度跟踪结果

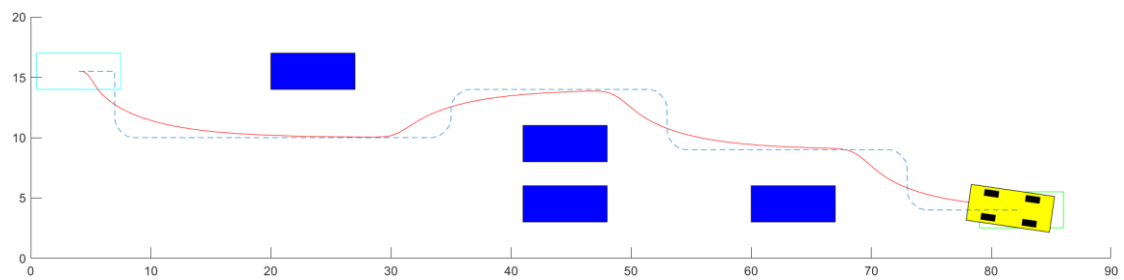


横向跟踪误差

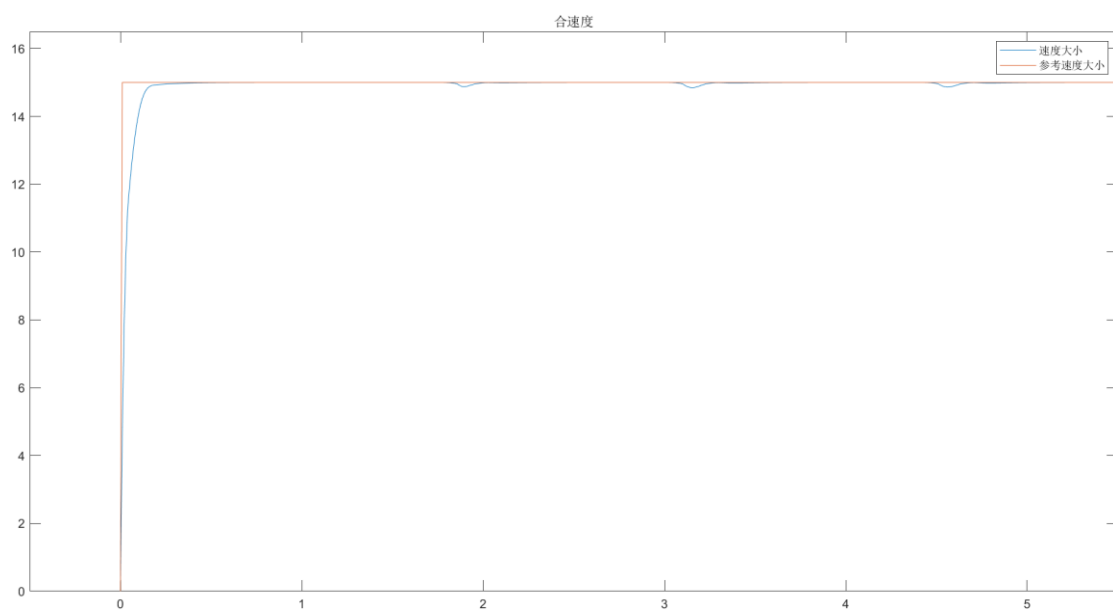


速度分量跟踪误差

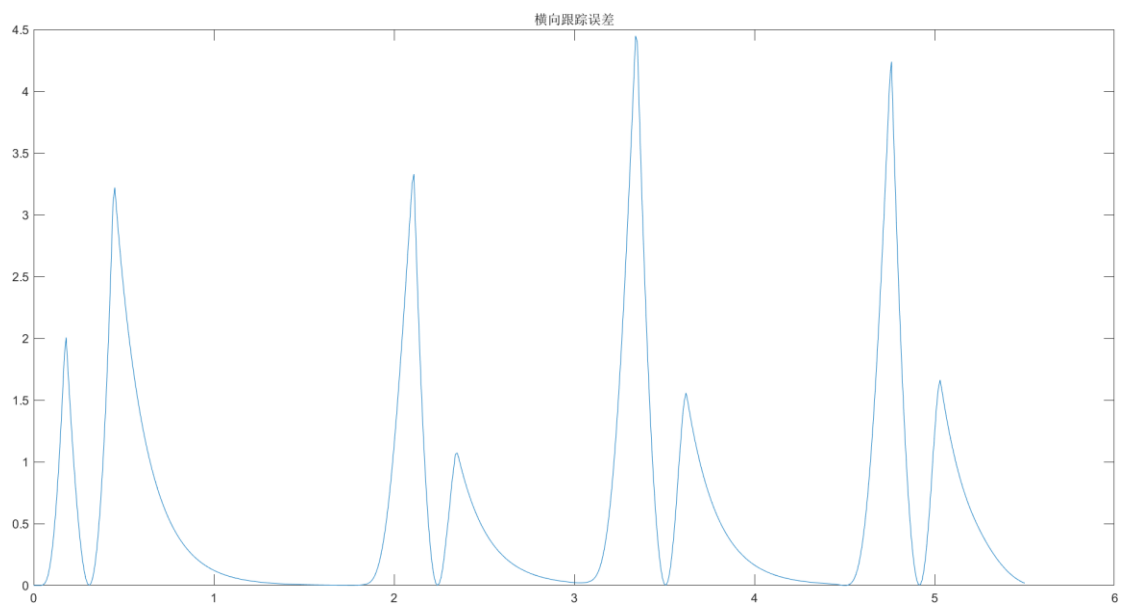
5. PID(15M/S)



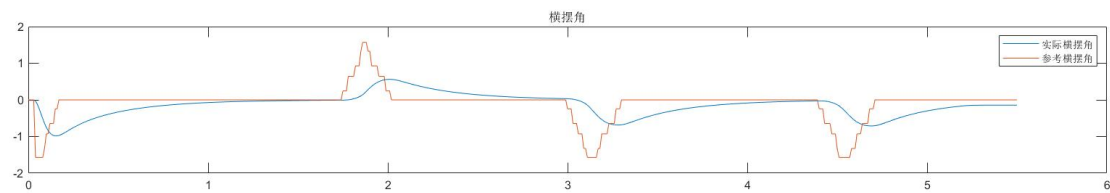
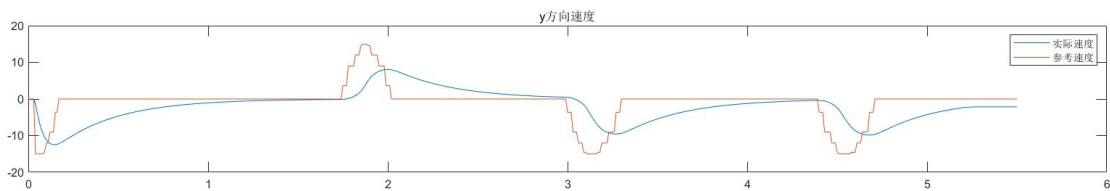
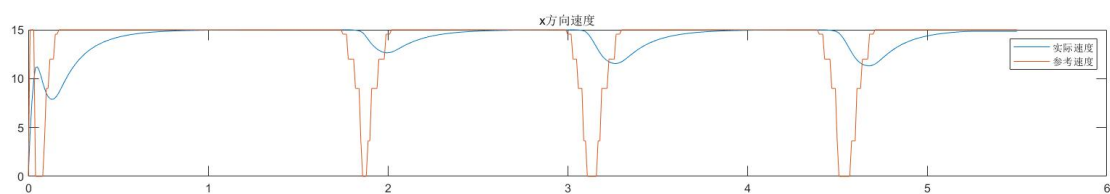
路径跟踪结果



速度跟踪结果



横向跟踪误差



速度分量跟踪误差