

Rendimento volumétrico máximo de madeira serrada

Prof. Hernando Alfonso Lara Palma

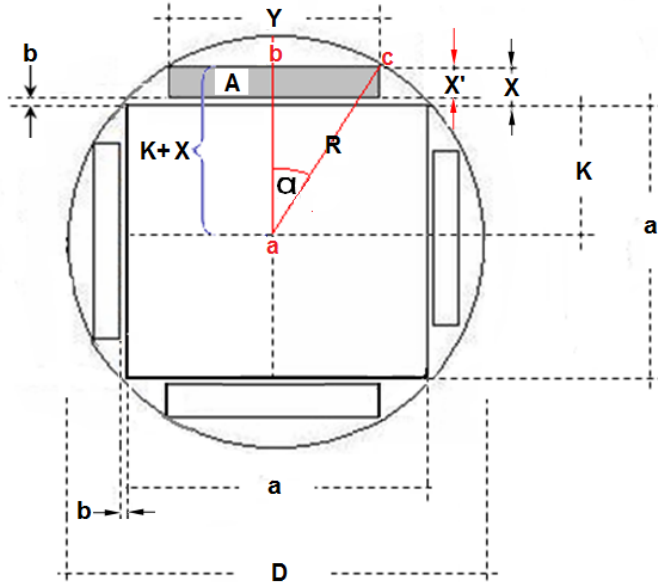
Aula 04

**DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA FLORESTAL
PROCESSAMENTO MECÂNICO DA MADEIRA**

BOTUCATU / SP
2020

1. Cálculo de peças laterais de máximo volume (aproveitamento de costaneiras)

O volume máximo dependerá das dimensões (x;y) das peças laterais, que correspondem aos lados de um retângulo de máxima área inscrito no segmento circular definido pela secção transversal de uma costaneira.

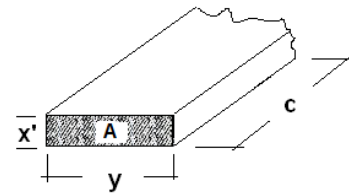


R = raio do círculo
 K = a/2
 a = $D / \sqrt{2}$
 D = diâmetro menor da tora
 b = largura de corte da serra
 A = área do retângulo inscrito no segmento circular



a) Volume máximo de uma peça lateral ($V_{P.L}$)

$$V_{P.L} = x' \cdot y \cdot c \rightarrow x' = x - b$$



b) Área máxima de uma peça lateral sem considerar “b” no cálculo de A

$$A = x' \cdot y$$

• Cálculo de x e y

$$\begin{aligned} \Delta abc: \cos \alpha &= \frac{k+x}{R} \\ \sin \alpha &= \frac{y/2}{R} \\ x &= R \cdot \cos \alpha - k \\ y &= 2R \cdot \sin \alpha \end{aligned}$$

onde:

A = área do retângulo inscrito no segmento circular

R = rádio do círculo

K = a/2

a = $(D / \sqrt{2})$

D = diâmetro menor da tora (ponta fina)

$\alpha = ?$

- **Cálculo de “ α ”** (derivadas 1ª e 2ª para determinar máximos de uma função)

$$A = x \cdot y = (R \cdot \cos \alpha - K) \cdot (2R \cdot \sin \alpha)$$

$$A' = (R \cos \alpha - K) \cdot (2R \cos \alpha) + [2R \sin \alpha \cdot (-R \sin \alpha)]$$

$$A' = 4R^2 \cos^2 \alpha - 2KR \cos \alpha - 2R^2$$

fazendo $z = \cos \alpha$:

$$A' = 4R^2 z^2 - 2KRz - 2R^2 \longrightarrow A' = \frac{2kR \pm \sqrt{(4k^2 \times R^2) + 32R^4}}{8R^2}$$

$$\therefore \alpha = 25,09 \quad (\text{graus} \cdot \text{cte})$$

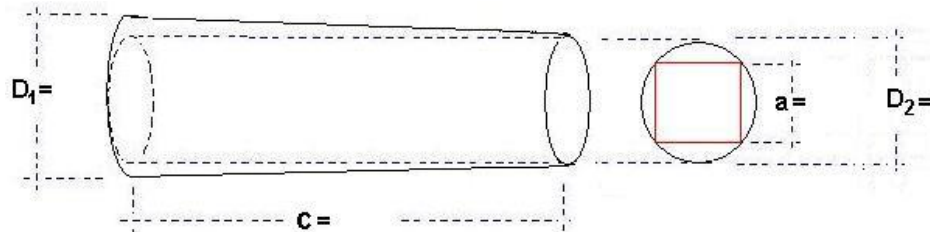
- **Volume das 4 peças laterais (volume máximo)**

$$V_{4P.L} = 4 \cdot (x' \cdot y) \cdot c$$

- **Rendimento máximo de madeira serrada obtida de uma tora ($R_{M\acute{a}x}$)**

$$R_{M\acute{a}x} = \frac{V_{\text{mad.serrada}}}{V_{\text{tora}}} \cdot 100 \quad (\%) = \frac{V_{\text{blocom\acute{a}x}} + V_{4P.L}}{V_{\text{tora}}} \times 100 \quad (\%)$$

Exemplos 1. Calcular o volume e o rendimento “máximo” de madeira serrada (bloco + peças laterais) que se obtém de uma tora de *Pinus* sem casca com as seguintes dimensões: $D_1 = 35$ cm; $D_2 = 30$ cm; $c = 2,75$ m; $b = 3$ mm.



Solução:

$$- a = (D_2 / \sqrt{2}) = 0,3 / \sqrt{2} = \mathbf{0,212130 \text{ m}}$$

$$- V_{\text{bloco máx.}} = a^2 \times c = (0,212130 \text{ m})^2 \times 2,75 \text{ m} = \mathbf{0,123748 \text{ m}^3}$$

$$- \text{Rend} = (V_{\text{bloco máx.}} / V_{\text{tora}}) \times 100 = (0,123748 \text{ m}^3 / 0,229484 \text{ m}^3) \times 100 = \mathbf{53,92\%}$$

$$- V_{\text{tora}} = [\pi (D_1^2 + D_2^2) / 8] \times c = [\pi (0,35^2 + 0,30^2) / 8] \times 2,75 \text{ m} = \mathbf{0,229484 \text{ m}^3}$$

$$- V_{4PL} = 4 (x' \times y) \times c \longrightarrow x' = x - b$$

$$- x = R \cos \alpha - K \longrightarrow R = D_2 / 2 = 0,30 / 2 = 0,15 \text{ m}$$

$$\longrightarrow K = a / 2 = (0,212113) / 2 = 0,10606 \text{ m} \quad \text{e} \quad \alpha = 25,09^\circ$$

$$- x = (0,15 \times \cos 25,09) - 0,10606 = 0,0298 \text{ m} = \mathbf{29,8 \text{ mm}}$$

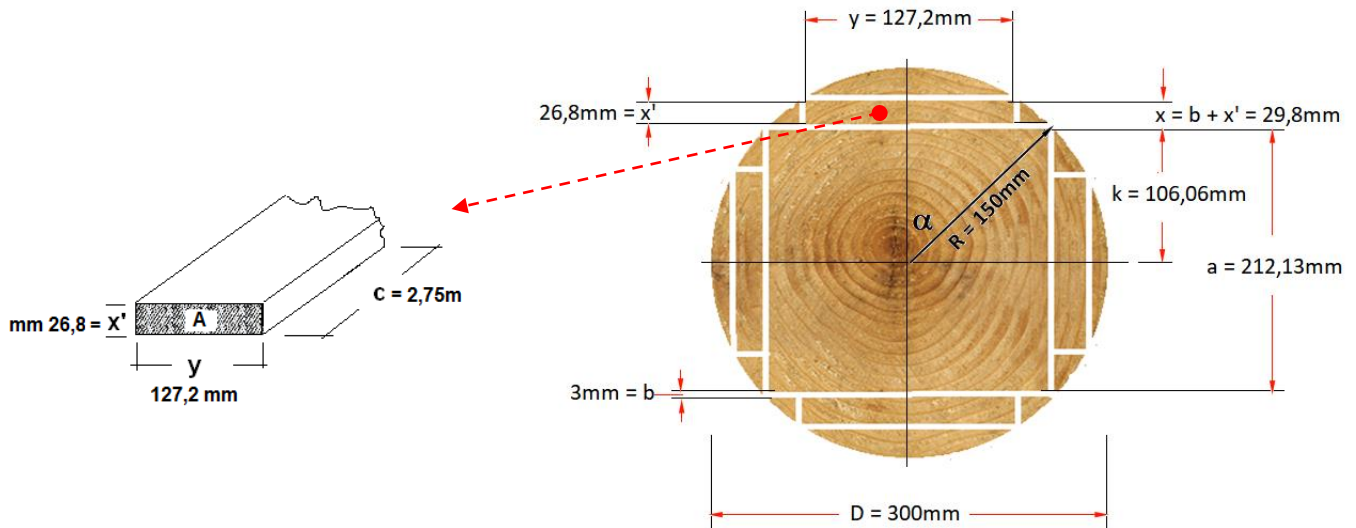
- $x' = 0,0298 \text{ m} - 0,003 \text{ m} = 0,0268 \text{ m} = \mathbf{26,8 \text{ mm}}$

- $y = 2R \sin \alpha = 2 \times 0,15 \text{ m} \times \sin 25,09 = 0,1272 \text{ m} = \mathbf{127,2 \text{ mm}}$

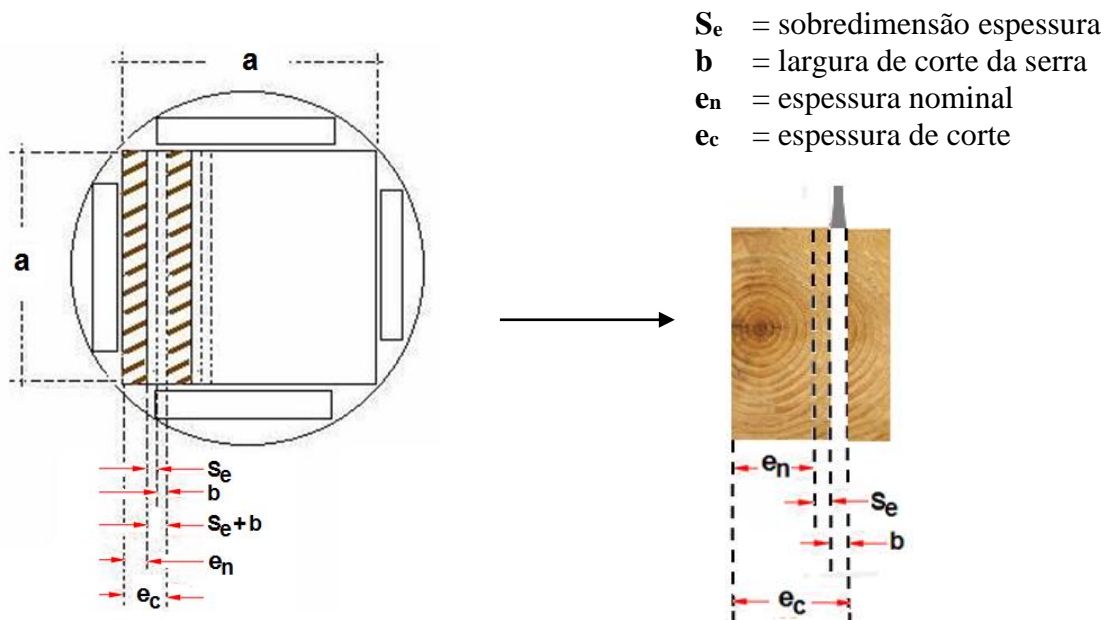
- $V_{4PL} = 4 [(0,0268 \text{ m} \times 0,1272 \text{ m}) \times 2,75 \text{ m}] = \mathbf{0,037499 \text{ m}^3}$

- **Rend máx.** = $[(V_{\text{bloco máx}} + V_{4PL}) / V_{\text{tora}}] \times 100 = [(0,123748 + 0,037499) / 0,229484] \times 100 =$

- **Rend máx.** = $\mathbf{70,63\%} \rightarrow \text{rendimento real madeira verde}$



2. Cálculo da espessura de corte e quantidade de tábuas do bloco



• Espessura de corte (e_c)

$$e_c = e_n + S_e + b$$

• **Quantidade de tábuas do bloco (ou número de cortes)**

$$N^o \text{ cortes} = \frac{a}{e_c} \quad \text{ou} \quad N^o \text{ tabuas} = \frac{a}{e_c}$$

Exemplo 2. Para o exemplo anterior (Ex. 1) calcular o volume e o rendimento máximo (real) em madeira serrada (tábuas laterais e do bloco) que se pode obter da tora, considerando uma $e_n = 25 \text{ mm}$ (para as tábuas do bloco). Calcular também o volume e o rendimento máximo em madeira serrada (tábuas) normalizada. Considere $S_e = 5 \%$ da e_n e $b = 3 \text{ mm}$.

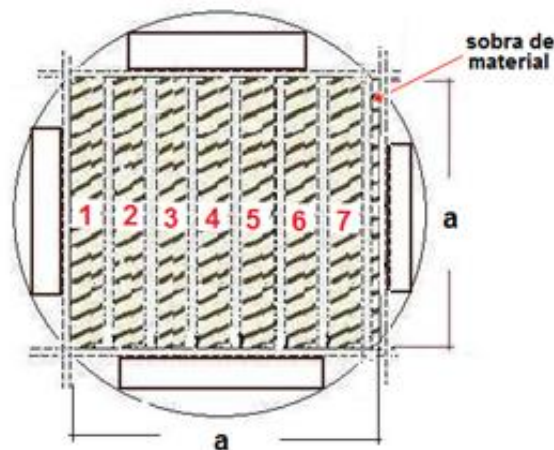
Solução:

a) Volume e rendimento máximo (real)

Quantidade de tábuas:

$$- e_c = 25 \text{ mm} + (0,05 \times 25 \text{ mm}) + 3 \text{ mm} = 29,25 \text{ mm}$$

$$- N^o \text{ tábuas} = a/e_c = 212,13 \text{ mm} / 29,25 \text{ mm} = 7,25 \rightarrow 7 \text{ tábuas}$$



$$- \text{Rend}_{\text{máx.}} = [(V_{4\text{PL}} + V_{7 \text{ peças bloco}}) / V_{\text{tora}}] \times 100$$

$$- V_{7 \text{ peças bloco}} = 7 \times (e \times l \times c) = 7 \times (0,026250 \text{ m} \times 0,21213 \text{ m} \times 2,75) = 0,107192 \text{ m}^3$$

$$V_{4\text{PL}} = 0,037499 \text{ m}^3 \quad (\text{já calculado})$$

$$e = 25 + 5\% \times 25 = 26,25 \text{ mm} = 0,026250 \text{ m}$$

$$l = a = 212,13 \text{ mm} = 0,21213 \text{ m}$$

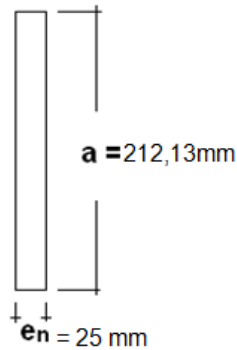
$$- \text{Rend}_{\text{máx.}} = [(0,037499 \text{ m}^3 + 0,107192 \text{ m}^3) / 0,229484 \text{ m}^3] \times 100 = \mathbf{63\%}$$

(rendimento real madeira verde)

b) Volume e o rendimento máximo em madeira serrada (tábuas) normalizada

Normalização das tábuas do bloco:

- e_n = já esta normalizada (dado no exemplo = **25 mm**)
- $l_n = a/25 = (212,13/25) = 8,44$ vezes = $8 \times 25 \text{ mm} = 200 \text{ mm}$



$$\rightarrow 200 \text{ mm} + (5\% \times 200) = 210 \text{ mm} < 212,13 \text{ mm}$$

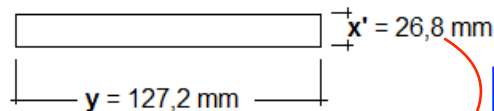
$$\rightarrow l_n = 200 \text{ mm}$$

- $c_n = 2,75 \text{ m} / 0,30 \text{ m} = 9,16$ vezes $\rightarrow 9 \times 0,30 \text{ m} = 2,70 \text{ m} \rightarrow 2,70 \text{ m} + 0,05 \text{ m} = 2,75 \text{ m}$
 $2,75 \rightarrow c_n = 2,70 \text{ m}$

- Volume peças do bloco normalizadas

$$- V_{7 \text{ peças bloco}} = 7 \times (0,025 \text{ m} \times 0,20 \text{ m} \times 2,70 \text{ m}) = 0,095 \text{ m}^3$$

Normalização peças laterais:



Aliás, está errado, mas não altera o resultado, então foda-se!!!

$$- e_n = 25 \text{ mm} \rightarrow 25 + 5\% \times 25 = 26,25 \text{ mm} < 26,9 \text{ mm} \therefore e_n = 25 \text{ mm}$$

$$- l_n = y/25 = 127,2/25 = 5,01 \text{ vezes} \rightarrow 5 \times 25 \text{ mm} = 125 \text{ mm} \rightarrow 125 + (5\% \times 125) =$$

$$131,25 \text{ mm} > 127,2 \text{ mm} \rightarrow l_n \text{ inferior} = 100 \text{ mm} \rightarrow 100 + (5\% \times 100) = 105 \text{ mm}$$

$$105 \text{ mm} < 127,2 \therefore l_n = 100 \text{ mm}$$

$$- c_n = 2,75 \text{ m} / 0,30 \text{ m} = 9,16 \text{ vezes} \rightarrow 9 \times 0,30 \text{ m} = 2,70 \text{ m} \rightarrow 2,70 \text{ m} + 0,05 \text{ m} = 2,75 \text{ m}$$

$$= 2,75 \rightarrow c_n = 2,70 \text{ m}$$

$$- V_{4PL} = 4 \{ (0,025 \text{ m} \times 0,10 \text{ m}) \times 2,70 \text{ m} \} = 0,027 \text{ m}^3$$

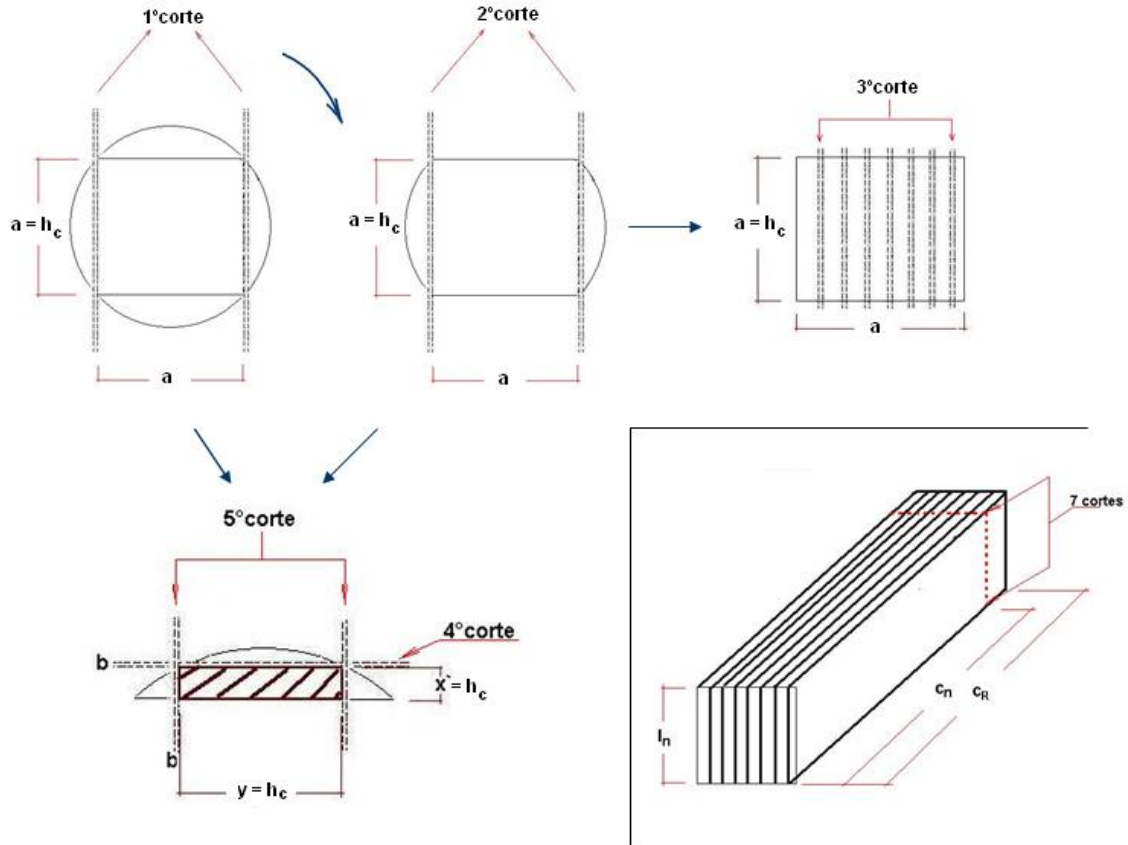
$$- \text{Rend}_{\text{nor}} = [(V_{4PL\text{nor}} + V_{7 \text{ peças bloco nor}}) / V_{\text{tora}}] \times 100$$

$$- \text{Rend}_{\text{nor}} = [(0,095 \text{ m}^3 + 0,027 \text{ m}^3) / 0,229484 \text{ m}^3] \times 100 = 52,94\% \sim 53\%$$

3. Cálculo da quantidade de serragem produzida – aproximado

Exemplo 3. No exemplo anterior, calcular a quantidade (%) de serragem produzida, no desdobro total da tora (real).

• Sequência de cortes



Cálculo:

$$- V_{\text{total serragem}} = V_{1^\circ \text{ corte}} + V_{2^\circ \text{ corte}} + V_{3^\circ \text{ corte}} + V_{4^\circ \text{ corte}} + V_{5^\circ \text{ corte}}$$

$$- V_{\text{total serragem}} = N^\circ \text{ cortes} \times (h_c \times b \times c)$$

h_c = altura de corte = a ; x' ; y ; etc)

$$- V_{1^\circ \text{ corte}} = 2 \text{ cortes} \times (a \times b \times c) = 2 \times (0,21213 \text{ m} \times 0,003 \text{ m} \times 2,75 \text{ m}) = 0,003500 \text{ m}^3$$

$$- V_{2^\circ \text{ corte}} = 2 \text{ cortes} \times (a \times b \times c) = 2 \times (0,21213 \text{ m} \times 0,003 \text{ m} \times 2,75 \text{ m}) = 0,003500 \text{ m}^3$$

$$- V_{3^\circ \text{ corte}} = 7 \text{ cortes} \times (a \times b \times c) = 7 \times (0,21213 \text{ m} \times 0,003 \text{ m} \times 2,75 \text{ m}) = 0,012251 \text{ m}^3$$

$$- V_{4^\circ \text{ corte}} = 4 \text{ cortes} \times (y \times b \times c) = 4 \times (0,12720 \text{ m} \times 0,003 \text{ m} \times 2,75 \text{ m}) = 0,004198 \text{ m}^3$$

$$- V_{5^\circ \text{ corte}} = 8 \text{ cortes} \times (x' \times b \times c) = 8 \times (0,02680 \text{ m} \times 0,003 \text{ m} \times 2,75 \text{ m}) = 0,001769 \text{ m}^3$$

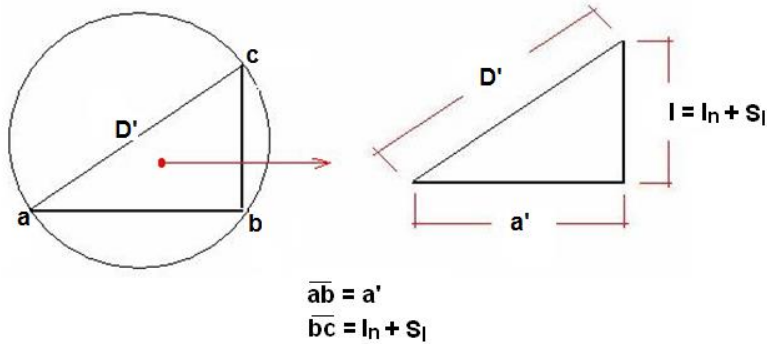
$$- V_{\text{serragem}} = 0,025218 \text{ m}^3$$

$$- \% \text{Perda serragem} = (V_{\text{total serragem}} / V_{\text{tora}}) \times 100 = (0,025218 \text{ m}^3 / 0,229484 \text{ m}^3) \times 100 =$$

$$- \% \text{Perda serragem} = 11\%$$

4. Cálculo do diâmetro exato da tora sem perda de material

Exemplo 4. Calcular o diâmetro necessário para produzir sete tábuas de *Pinus* normalizadas do bloco central de uma tora, sem perda de madeira. Considerar: $e_n = 25\text{mm}$; $l_n = 200\text{mm}$; $c_n = 2,70\text{m}$.



S_e = sobredimensão na espessura
 S_l = sobredimensão na largura
 l_n = largura nominal
 b = largura de corte da serra
 e_n = espessura nominal
 e_c = espessura de corte
 a' = aresta de corte sem perda
 D' = diâmetro no

$$a' = N^{\circ} \text{tábuas} \cdot (e_n + S_e) + (N^{\circ} \text{tábuas} - 1) \cdot b$$

$$D'^2 = a'^2 + l^2 \quad \longrightarrow \quad D' = \sqrt{a'^2 + l^2}$$

Cálculo:

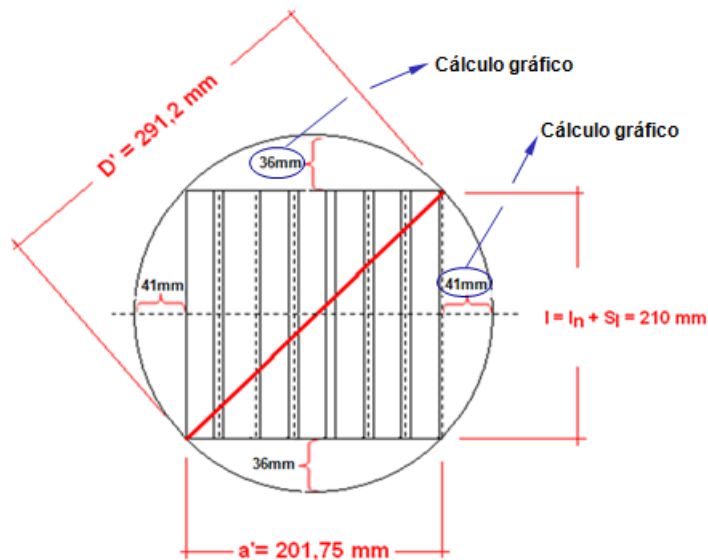
$$- a' = N^{\circ} \text{tábuas} \cdot (e_n + S_e) + (N^{\circ} \text{tábuas} - 1) \cdot b$$

$$- a' = 7 \times (25 \text{ mm} + 5\% \times 25 \text{ mm}) + (7 - 1) \times 3 \text{ mm} = \mathbf{201,75 \text{ mm}}$$

$$- l = l_n + 5\% l_n = 200 + (5\% \times 200) = \mathbf{210 \text{ mm}}$$

$$- D' = \sqrt{201,75^2 + 21^2} = 29,12 \cdot \text{cm} \sim \mathbf{30 \text{ cm}}$$

- Calcular geometricamente as dimensões das peças laterais



Exemplo 5. Calcular o diâmetro das toras para produzir 4 pranchas de *Pinus* normalizadas do bloco central, com as seguintes características: $e_n = 50$ mm; $l_n = 150$ mm; $b = 5$ mm.

Solução:

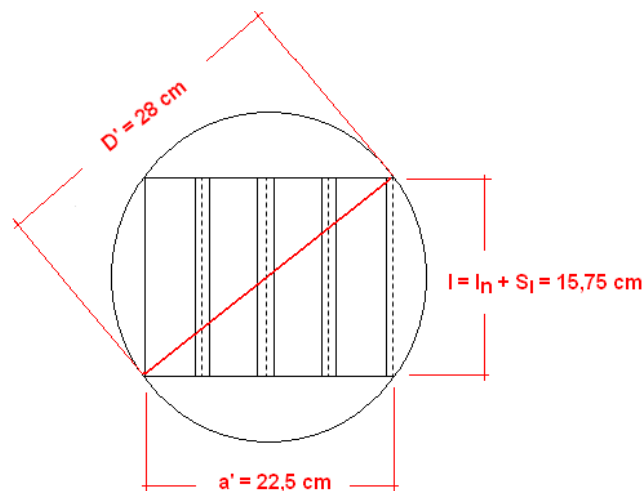
$$- a' = N^{\circ} \text{ tábuas} \cdot (e_n + S_e) + (N^{\circ} \text{ tábuas} - 1) \cdot b$$

$$S_e = 5\% \times 50 \text{ mm} = 2,5 \text{ mm}$$

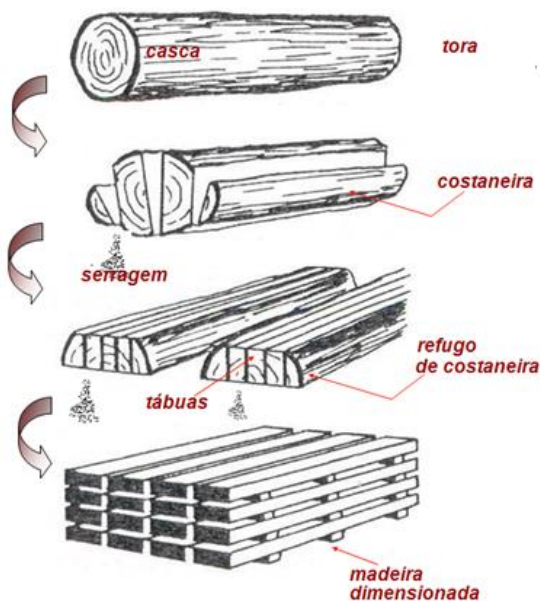
$$l = l_n + 5\% \times 150 \text{ mm} = 150 + 7,5 \text{ mm} = 157,5 \text{ mm} = 15,75 \text{ cm}$$

$$a' = 4 \cdot (50 + 2,5) + (4 - 1) \cdot 5 = 225 \text{ mm} = 22,5 \text{ cm}$$

$$- D' = \sqrt{22,5^2 + 15,75^2} = 27,46 \text{ cm} \sim 28 \text{ cm}$$



5. Rendimento da madeira serrada (R)



$$R = \frac{V_{\text{mad.serrada}}}{V_{\text{tora}}} \times 100 \quad (\%)$$



R = rendimento em (%)

$V_{\text{mad. serrada}}$ = volume de madeira serrada, em m^3
(V_{real} ou V_{nominal})

V_{tora} = volume da tora, em m^3 (com ou sem casca)

5.1 Cálculo de perdas no processo de desdobro

$$\%Perdas_{torasS.C} = \left(\frac{V_{serragem} + V_{costaneiras,refugos}}{V_{toraS.C}} \right) \times 100$$

$$\%Perdas_{torasC.C} = \left(\frac{V_{serragem} + V_{costaneiras,refugos} + V_{casca}}{V_{toraC.C}} \right) \times 100$$

$$V_{costaneira,refugos} = V_{toraS.C} - (V_{mad.serrada} + V_{serragem})$$

$$V_{costaneira,refugos} = V_{toraC.C} - (V_{mad.serrada} + V_{serragem} + V_{casca})$$

$$V_{casca} = V_{toraC.C} - V_{toraS.C}$$

Exemplo 6. Calcular o rendimento real da madeira serrada do exemplo 2. Considere o volume real das tábuas do bloco e laterais.

Solução:

- Volume tábuas laterais do bloco = $V_{4PL} = 0,037499 \text{ m}^3$
- Volume de serragem = $V_{serragem} = 0,025218 \text{ m}^3$
- Volume tora s/casca = $V_{tora} = 0,229484 \text{ m}^3$
- Volume tábuas bloco = $V_{7 \text{ peças bloco}} = 0,107192 \text{ m}^3$
- Volume madeira serrada = $V_{4PL} + V_{7 \text{ peças bloco}} = 0,037499 \text{ m}^3 + 0,107192 \text{ m}^3 = \mathbf{0,144691 \text{ m}^3}$

$$- V_{costaneira,refugos} = V_{toraS.C} - (V_{mad.serrada} + V_{serragem})$$

$$- V_{costaneira,refugos} = 0,229484 \text{ m}^3 - (0,144691 \text{ m}^3 + 0,025218 \text{ m}^3) = \mathbf{0,059575 \text{ m}^3}$$

$$- \%Perda_{serragem} = (V_{total \text{ serragem}} / V_{tora}) \times 100 = (0,025218 \text{ m}^3 / 0,229484 \text{ m}^3) \times 100 = 11\%$$

$$- \%Perdas_{torasS.C} = \left(\frac{V_{serragem} + V_{costaneiras,refugos}}{V_{toraS.C}} \right) \times 100$$

$$- \%Perdas_{torasS.C} = [(0,025218 \text{ m}^3 + 0,059575 \text{ m}^3) / (0,229484 \text{ m}^3)] \times 100 = 36,95 \sim \mathbf{37\%}$$

$$- R = \frac{V_{mad.serrada}}{V_{tora}} \times 100 (\%) = (0,144691 \text{ m}^3 / 0,229484 \text{ m}^3) \times 100 = \mathbf{63\%}$$

5.2 Exercícios para resolver

1. Calcular o volume e o rendimento “máximo” de madeira serrada (bloco + peças laterais) que se obtém de uma tora de *Pinus* sem casca com as seguintes dimensões: $D_1 = 30\text{ cm}$; $D_2 = 27\text{ cm}$; $c = 2,40\text{ m}$; $b = 3\text{ mm}$.
2. Para o exemplo anterior (Ex. 1) calcular o volume e o rendimento máximo (real) em madeira serrada (tábuas laterais e tábuas do bloco) que se pode obter da tora, considerando uma $e_n = 22\text{ mm}$ (para as tábuas do bloco). Calcular também o volume e o rendimento máximo em madeira serrada (tábuas) normalizada. Considere $S_e = 5\%$ da e_n e $b = 3\text{ mm}$.
3. Calcular o diâmetro das toras para produzir 9 tábuas de *Pinus* normalizadas do bloco central, com as seguintes características: $e_n = 32\text{ mm}$; $l_n = 200\text{ mm}$; $b = 5\text{ mm}$; $b = 3\text{ mm}$; $c_n = 3,00\text{ m}$.
4. Calcular a quantidade (%) de serragem produzida no desdobro total de uma tora de *Pinus* sem casca, de acordo com o esquema abaixo. Considere: 4 cortes para obter o bloco máximo (2 cortes no 1º corte e 2º cortes no segundo corte); 7 cortes para obter as tábuas do bloco; 4 cortes “y” para obter 4 tábuas laterais; 8 cortes x’ (espessura das tábuas laterais); $a = h_c = 212,13\text{ mm}$; $b = 3\text{ mm}$; $D_1 = 35\text{ cm}$; $D_2 = 30\text{ cm}$; $c = 4,00\text{ m}$.

