

# Actividad Individual de Estadística

Jesús María Mora Mur

18 de junio de 2023

## Índice

1. Contraste de hipótesis.	3
2. Algoritmo general para realizar un contraste de hipótesis.	3
3. Parámetros calculados en un contraste de hipótesis.	4
4. Escenarios modelo utilizados durante la realización del presente informe.	4
4.1. Mecánica de los gases. . . . .	4
4.2. Presión límite del hormigón. . . . .	5

## 1. Contraste de hipótesis.

La estadística nos ayuda a analizar resultados experimentales demostrando, por consiguiente, si son correctos o no. La hipótesis que se plantea ha de ser comprobada mediante el procedimiento conocido como *contraste de hipótesis*, para falsearla.

Este procedimiento permite decir si nuestras predicciones a la hora de realizar un experimento son o no ciertas. Además, podemos saber el *nivel de confianza* de la hipótesis, es decir, cuán robusta es la predicción realizada, en términos probabilísticos.

La región de rechazo (la que rechaza la hipótesis en caso de que contenga al estimador) puede estar en uno o dos lados de la función de distribución. Diferenciamos así dos tipos de contrastes: el unilateral y el bilateral.

- Contraste unilateral: la región crítica está a un solo lado de la función de distribución. Así, el nivel de significancia solo se asocia con una cola.
- Contraste bilateral: la región crítica está a los dos lados de la función de distribución. En este caso, el nivel de significancia se divide, siendo la mitad para cada parte de la función de distribución.

## 2. Algoritmo general para realizar un contraste de hipótesis.

Hemos de tener en cuenta múltiples cuestiones a la hora de falsear una hipótesis:

1. Crear una hipótesis nula ( $H_0$ ) y otra alternativa ( $H_1$ ). La hipótesis nula es susceptible de ser o no rechazada y la alternativa de aceptarse o no. Asimismo, la hipótesis nula contiene siempre el signo  $=$ ,  $\geq$  o  $\leq$ , mientras que la alternativa nunca contendrá estos signos.
2. Definir un *estadístico de prueba*, que utilizaremos para comprobar la veracidad de la hipótesis nula. Se construye partir de un estimador, considerando  $H_0$  como correcta.
3. De la definición anterior, se establece una región crítica. Si el parámetro que hemos cogido como estadístico está contenido en la región crítica, se rechazará la hipótesis nula. En caso contrario, no se rechazará.
4. Se tiene en cuenta también otro parámetro llamado *nivel de confianza*, que especifica la probabilidad de que la hipótesis nula no se rechace. En otras palabras, define la probabilidad de que el estadístico de prueba esté contenido en los límites de la región de aceptación.

### 3. Parámetros calculados en un contraste de hipótesis.

Como hemos especificado en la sección 2, hay ciertos parámetros que se calculan para su uso como estadísticos de prueba. Habitualmente tratamos con:

- Medidas de tendencia central: media ( $\bar{x}$ ).
- Proporción.
- Cuasivarianza.

o una combinación lineal de estos parámetros. Así convertimos un parámetro descriptivo en una puntuación que podemos tratar y analizar, para comprobar si concuerda con nuestra hipótesis o no.

### 4. Escenarios modelo utilizados durante la realización del presente informe.

#### 4.1. Mecánica de los gases.

**Planteamiento del problema.** Un gas está compuesto por partículas que viajan a gran velocidad, sin ningún tipo de fuerza de cohesión entre ellas. Esta velocidad, en términos promedios, suele ser estable, y depende, entre otras magnitudes, de la temperatura absoluta,  $T$ . Sin embargo, puede haber partículas que vayan, momentáneamente, más rápido o más lento que la velocidad media. Estas partículas supondrán una proporción baja sobre el total y, según se compruebe la probabilidad de encontrar una partícula a una determinada velocidad, se verá que esta será mayor si nos acercamos a la velocidad media. Por el teorema central del límite, podemos comprobar que, con un número de partículas suficientemente grande, la función de distribución que obtendremos será una **normal**. Contrastaremos la afirmación siguiente: el 70 % de las partículas de un gas se mueven con velocidad constante ( $\hat{p} = 0,7$ ).

Estudiaremos los siguientes **parámetros** en nuestra base de datos:

- Velocidad de la partícula,  $\vec{v}$ , en  $m/s$ .
- Probabilidad de encontrar una partícula con velocidad dada, entendida como  $\frac{N_{part_v}}{N_{part}}$ , siendo  $N_{part_v}$  el número de partículas con dicha velocidad y  $N_{part}$  el número total de partículas. Para esto necesitaremos saber la velocidad real de las partículas del gas.

En cuanto al **estadístico de prueba**, escogeremos la velocidad media del gas que conocemos y especificamos la siguiente **hipótesis nula**:  $p = 0,5$ , es decir, la mitad de las partículas se mueven con la velocidad constante siguiente:

$$v_m = \frac{3k_bT}{m}$$

Donde  $T$  es la temperatura en Kelvin,  $k_b$  es constante conocida y  $m$  es la masa molar del gas en  $uma$ .

Nuestra **hipótesis alternativa** es que más del 50 % de las partículas se mueven con velocidad  $v_m$ . Por tanto,  $H_a \implies p > 0,5$ . Calculamos, pues el **estadístico de prueba** con la expresión siguiente:

$$z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} = \frac{0,7 - 0,5}{\sqrt{\frac{0,5 \cdot 0,5}{500}}} = 8,9$$

**Conclusiones** El valor de  $z = 8,9$  deja claras una serie de cuestiones:

- La hipótesis nula es susceptible de ser rechazada, pues el estadístico de prueba maneja un valor de  $z$  excepcionalmente alto.
- Podemos comprobar esto obteniendo el nivel de significancia. El estadístico de prueba se encuentra muy por encima del 4, lo cual implica que la región crítica será muy pequeña, con área 0.0001 por cada lado. No se encuentra este estadístico en la región delimitada por el nivel de significancia del 5 %, lo cual conduce a rechazar  $H_0$ .

## 4.2. Presión límite del hormigón.

**Planteamiento del problema.** El hormigón ha de ser mínimamente resistente a esfuerzos. Esto se prueba por pura exposición, sometiendo a esfuerzos el material hasta que se rompe. Los valores de presión máxima a partir de los cuales un hormigón no aguanta la compresión se conocen, y oscilan los 30 bar, después de someter a esfuerzos de compresión 100 probetas de hormigón, en el 95 % de los casos. Sin embargo, hemos cogido 20 probetas al azar y hemos visto que solo aguantan 30 bar el 85 % de estas. La hipótesis nula es, pues, que el 95 % de las probetas aguantan la presión. Así, la hipótesis alternativa será que menos del 95 % de las probetas lo consiguen.

Hemos de trabajar con las siguientes variables:

- Presión de rotura del hormigón, en bar.
- Porcentaje de muestras que se rompen, adimensional.

El **estadístico de prueba** utilizará la siguiente expresión, al trabajar con proporciones muestrales:

$$z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} = \frac{0,85 - 0,95}{\sqrt{\frac{0,5 \cdot 0,5}{100}}} = -2$$

**Conclusiones** El valor de  $z = -2$  implica que la hipótesis nula no es susceptible de ser rechazada pues, con un nivel de significancia de 0.05, habiendo realizado una prueba unilateral por la izquierda, comprobamos que el área de la curva por debajo de 2 es menor a 0.05. Así, este hormigón se puede utilizar estructuralmente sin problemas.