Lógica Matemática
UNIDADE 2

ser educacional
gente criando o futuro

PARA INÍCIO DE CONVERSA

Olá, prezado(a) estudante! Chegamos a nossa segunda unidade.

Fico feliz por estarmos juntos em mais um encontro voltado para sua aprendizagem acadêmica.
Vamos lá para mais orientações?

ORIENTAÇÕES DA DISCIPLINA

Na primeira unidade, estudamos a álgebra dos conjuntos trabalhando as principais operações entre conjuntos e observando a importância delas para o estudo da Lógica.

Já na segunda unidade, vamos estudar uma ferramenta que é importante não só para a matemática, mas também para outras áreas do conhecimento científico uma vez que ela possui um grande campo de aplicação. Estamos falando de Análise Combinatória. Abordaremos na análise, assuntos como Arranjo, Combinação e Permutação. Mas não paramos por aqui. Veremos, ainda, a chamada Lógica Proposicional e, nela, abordaremos conceitos de Proposições e Conectivos, bem como operações lógicas que são realizadas com estes conectivos.

Após acumularmos todo o conhecimento que nos dará base acerca da Lógica Proposicional, vamos para a terceira unidade, onde aprofundaremos algumas características das proposições e construiremos as chamadas tabelas verdade.

FIQUE ATENTO!

Não se esqueça que em cada unidade você encontrará um vídeo que deverá ser assistido no momento indicado no Guia de Estudo. Este vídeo irá complementar, além do Guia de Estudo, os livros indicados na Biblioteca Pearson e os vídeos externos (YouTube, por exemplo) a fim de ampliar, ainda mais, o seu conhecimento acerca do tema tratado em cada unidade. Ao final de cada unidade você deverá realizar as atividades que constam no Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA).

GUARDE ESSA IDEIA!

Uma pequena observação que quero deixar para você é: caso não tenha visto por completo a Unidade I, é importante que você retorne e estude totalmente essa unidade. A nossa disciplina é construída em cima de uma sequência lógica de assuntos. Todos eles têm como objetivo desenvolver o seu raciocínio lógico. Isto significa que se você avançar de unidade sem concluí-la, pode ter seu desenvolvimento comprometido.
Inicialmente, vamos começar entendendo o que seria o Princípio Fundamental da Contagem (PFC). Uma vez que a análise combinatória é voltada para a resolução de problemas de contagem, entender esse princípio será fundamental para o decorrer do assunto. Através da resolução de problemas simples, vamos ver a importância de se utilizar princípio e a utilidade do mesmo na resolução de problemas mais complexos.
Então, vamos começar a nossa segunda unidade. Desejo a você um ótimo estudo e muita atenção nos temas tratados.

Podemos seguir? Vamos lá!

ANÁLISE COMBINATÓRIA: PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM (PFC)

Prezado(a) estudante, todos nós temos problemas. Resolver problemas por etapas é uma estratégia comum. Quando precisamos resolver um determinado problema em duas etapas, com m maneiras distintas para realizar a primeira etapa, e n maneiras distintas para realizar a segunda etapa, temos como conclusão que o total de maneiras distintas para resolver o problema é dado pelo produto (m x n). E é justamente disso que trata o Princípio Fundamental da Contagem para dois conjuntos finitos de possibilidades: o produto das maneiras de resolução de cada uma das duas etapas corresponde ao total de possibilidades de resolução de um problema inteiro dividido em duas etapas.

Não entendeu? Tudo bem. Um exemplo pode ajudar!

EXEMPLO

Na figura 1 abaixo existem 3 estradas ligando Pernambuco à Paraíba e 4 estradas ligando a Paraíba ao Rio Grande do Norte. Quantos caminhos distintos podem ser feitos de Pernambuco ao Rio Grande do Norte, passando pela Paraíba?

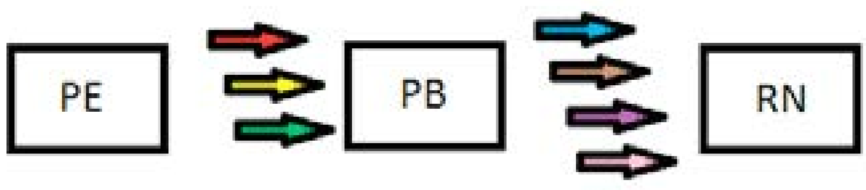


Figura 1: Estradas que ligam PE a PB, e PB a RN. Figura elaborada pelo autor.

No exemplo, observamos que o problema (ir de Pernambuco ao Rio Grande do Norte) foi dividido em duas etapas. Cada etapa com possibilidades distintas. De acordo com o princípio fundamental da contagem, a quantidade de caminhos distintos que podem ser feitos de PE ao RN, passando por PB, é igual a 3 x 4 = 12 caminhos distintos. Imagine se tivéssemos que listar cada possibilidade para descobrir a quantidade de caminhos possíveis. Teríamos só para a primeira possibilidade de sair de PE rumo à PB, quatro possibilidades de estradas para continuar:

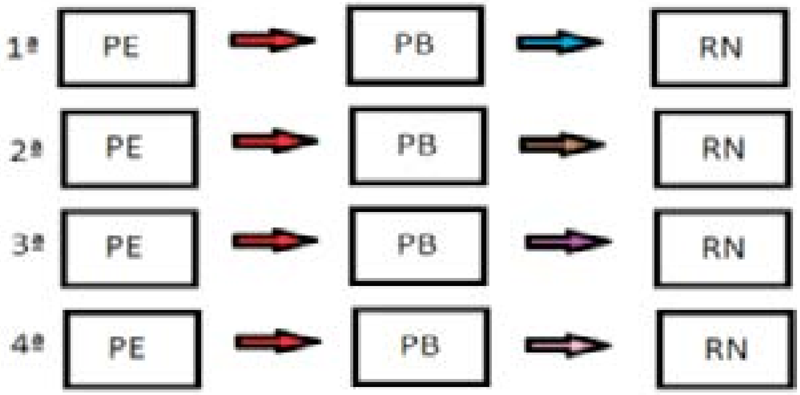


Figura 2: Quatro possibilidades apenas para a primeira estrada que liga PE a PB. Elaborada pelo autor.
Formalmente, definimos o PFC para dois conjuntos da seguinte maneira:

EXEMPLO

Um homem possui 5 camisas e 8 bermudas. De quantas formas distintas ele pode se vestir usando uma camisa e uma bermuda?

Resposta:
Ele tem 5 possibilidades de camisas e 8 possibilidades de bermudas para resolver o problema de se vestir. Logo, pelo PFC ele terá 5 x 8 = 40 possibilidades de se vestir.

EXEMPLO

Uma igreja tem 8 portas. De quantas maneiras distintas um padre pode entrar e sair da igreja por uma porta diferente da que entrou?

Resposta:
m = 8 (quantidade de portas disponíveis para entrar)
n = 7 (quantidade de portas disponíveis para sair)
m x n = 8 x 7 = 56

O padre tem 56 maneiras distintas para entrar e sair da igreja por uma porta diferente da que entrou.
Meu caro(a), note que até aqui, nossos problemas possuíam apenas duas etapas, e cada etapa com uma quantidade finita de possibilidades.

E se um problema tiver 3 ou mais etapas? O que fazer?

Sem problemas, o PFC também garante que problemas assim possam ser resolvidos de maneira semelhante. Vejamos:

> "Sejam $A_1, A_2, ..., A_n$ conjuntos finitos tais que $|A_i| = m_i$ para $i = 1,2,...n$, então $|A_1 \times A_2 \times ... \times A_n| = m_1 \times m_2 \times ... \times m_n$".

A partir disso, podemos concluir que independente da quantidade de etapas que o problema terá para ser resolvido, tudo o que temos que fazer é multiplicar todas as quantidades de resoluções possíveis para cada etapa. Fazendo isso, teremos o total de maneiras distintas que resolvem o problema.
Vamos aos exemplos!

EXEMPLO

Uma mulher possui 5 blusas, 4 calças e 3 pares de sapatos. De quantas maneiras distintas ela pode se vestir?

Resposta:
Pelo PFC temos: 5.4.3 = 60 maneiras distintas para se vestir.

EXEMPLO

Com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5:
a) Quantos números com 3 algarismos podem ser formados?
b) Quantos números ímpares com 3 algarismos podem ser formados?

Letra (a)
Para a primeira situação temos 3 problemas para resolver, que são os 3 algarismos. Como não há restrições para os números que serão formados, teremos:

1. Para o algarismo das centenas, 5 possibilidades (1,2,3,4,5).
2. Para o algarismo das dezenas, 5 possibilidades (1,2,3,4,5)
3. Para o algarismo das unidades, 5 possibilidades (1,2,3,4,5)

Logo, teremos 5.5.5 = 125 números possíveis.

Letra (b)
Para a segunda situação também temos 3 problemas para resolver, que são novamente os 3 algarismos. No entanto, vemos uma restrição. Os números formados com os algarismos precisam ser ímpares. Logo, não podem terminar com os algarismos 2 e 4. Sendo assim, temos:
1. Para o algarismo das centenas, 5 possibilidades (1,2,3,4,5)
2. Para o algarismo das dezenas, 5 possibilidades (1,2,3,4,5)
3. Para o algarismo das unidades, 3 possibilidades (1,3,5)

Dessa forma, teremos **5.5.3 = 75 números possíveis.**

EXEMPLO

Um ladrão sabe que o segredo de um cofre é formado por uma sequência de quatro algarismos distintos. Sabe ainda que o algarismo dos milhares é 3 e que o das dezenas é 5. Se ele leva cerca de 3 minutos para testar uma possível sequência, o tempo máximo para o ladrão abrir o cofre é de:

a) 2 horas e 48 minutos
b) 2 horas e 8 minutos
c) 3 horas e 20 minutos
d) 1 hora e 15 minutos
e) 1 hora e 30 minutos

Resposta:
O primeiro passo para a resolução do exemplo é mapearmos nosso problema. De acordo com o enunciado, o ladrão sabe que o segredo do cofre é formado por quatro algarismos distintos. E desses quatro, ele conhece o dos milhares e o das dezenas. Então temos a seguinte situação:

3		5	

Falta o algarismo das centenas e o das unidades. Considerando que são algarismos distintos, o ladrão terá ainda 8 possibilidades para o algarismo das centenas e 7 possibilidades para o algarismo das unidades. Ou seja, ele tem 8 x 7 = 56 possibilidades para testar todas as sequências possíveis.

Se para uma sequência ele leva 3 minutos, para 56 ele levará (56 x 3) minutos, ou seja, 168 minutos.
E agora? Qual a alternativa?

Basta dividir o total de minutos por 60 (minutos). No quociente da divisão teremos as horas. No resto da divisão, teremos os minutos restantes.

$$\begin{array}{r|l} 168 & 60 \\ \cline{2-2} (48) & 2 \end{array}$$

Logo, a alternativa correta é a letra A.

A seguir vamos ver o PFC sendo aplicado em Arranjos, que é uma forma de contagem onde a ordem é importante, visto que distingue uma solução de um problema de outras mais.

APLICAÇÕES DO PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM (ARRANJO COM REPETIÇÕES)

Formalmente, o Arranjo com repetições é definido assim:

> Seja S um conjunto com **n** elementos. O número de k-uplas ($1 \leq k \leq n$) ordenadas de elementos de S é dado por $A_{n,k} = n^k$

Vamos entender essa formalidade...

Caro(a) estudante, quando se diz arranjo com repetições significa que as soluções para um problema podem ser utilizadas mais de uma vez. Considere n como a quantidade de elementos/soluções que temos para resolver as etapas de um problema. Considere k como sendo a quantidade de etapas de um problema.

EXEMPLO

Usando os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8, quantas senhas de 5 dígitos podem ser formadas?

Resposta:
Antes de qualquer coisa, percebemos aqui que a ordem é importante. Uma senha 12345 é diferente de uma senha 23451, obviamente, por mais que os 5 algarismos usados estejam nas duas senhas. Ou seja, alterada a ordem, altera-se a possibilidade de resolução do problema. E por falar em problema, o problema do enunciado é... formar senhas, concorda? Quais serão as etapas? Cada dígito será uma etapa a ser cumprida.

Senha					

Como o enunciado não coloca nenhuma restrição na criação de senhas, temos que para cada dígito haverá 8 (oito) possibilidades de algarismos.

Pelo PFC teríamos 8.8.8.8.8 = 32768 senhas.

Possibilidades	8	8	8	8	8

E pela fórmula de arranjo com repetições?

Como dito antes, n é a quantidade de elementos/soluções que temos para resolver as etapas de um problema. Neste caso, n = 8 (oito algarismos dados na questão). E o k é a quantidade de etapas do problema. Sendo assim, como cada dígito é uma etapa, temos então k = 5.

Pela fórmula de arranjo com repetições temos $\mathbf{A_{n,k} = A_{8,5} = 8^5 = 32768}$. Vemos então que o PFC pode resolver problemas de arranjo com repetições.

Ufa! Você tem alguma dúvida? Precisa de ajudar do seu tutor? Sinalize ele precisa saber o que está acontecendo.

EXEMPLO

Uma prova possui 10 questões cujas alternativas podem ser “verdadeiro” ou “falso”. De quantas formas distintas essa prova pode ser resolvida?

Resposta:
Vamos identificar n e k na questão.

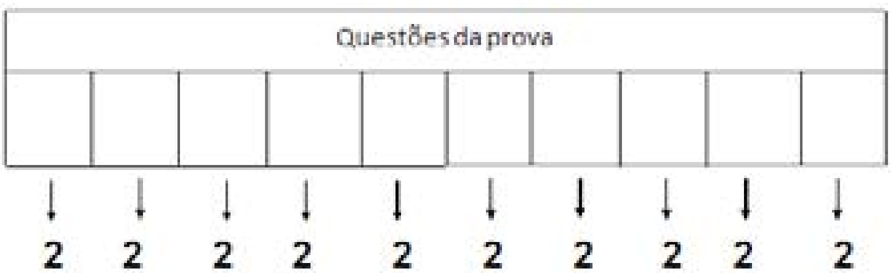
Qual o nosso problema? Responder a prova.

Quantas etapas (k) precisam ser cumpridas para resolver a prova? 10 etapas ou questões.

Quantos elementos/soluções (n) temos para cada etapa? Apenas duas. Verdadeiro ou Falso.

Sendo assim, temos que $\mathbf{A_{n,k} = A_{2,10} = 2^{10} = 1024}$ formas

Pelo PFC teríamos:



ARRANJO SEM REPETIÇÕES

Formalmente, definimos arranjo sem repetições assim:

Seja S um conjunto com **n** elementos. O número de k-uplas ($1 \leq k \leq n$) ordenadas de elementos de S é dado por $A_{n,k} = \dfrac{n!}{(n-k)!}$

A ideia que temos em relação a n e k não muda. O que vai mudar agora é que um elemento que foi utilizado para resolver uma etapa do problema, não poderá ser utilizado novamente.

Vamos para mais um exemplo.

EXEMPLO

Utilizando os algarismos 3, 4, 5, 6, 7, 8, e 9, quantos números de 3 algarismos podem ser formados sem possuir algarismos repetidos?

Resposta:
Vamos identificar n e k na questão.

Qual o nosso problema? Formar números.

Quantas etapas (k) meu problema possui? 3 (três algarismos)

Quantos elementos (n) eu possuo para resolver o problema? 7 (sete algarismos)
Sendo assim, temos que:

$$A_{n,k} = A_{7,3} = 7! / (7-3)! = 7! / 4! = 7.6.5 = 210$$

E se utilizarmos o PFC?

Logo, 7.6.5 = 210 números possíveis.

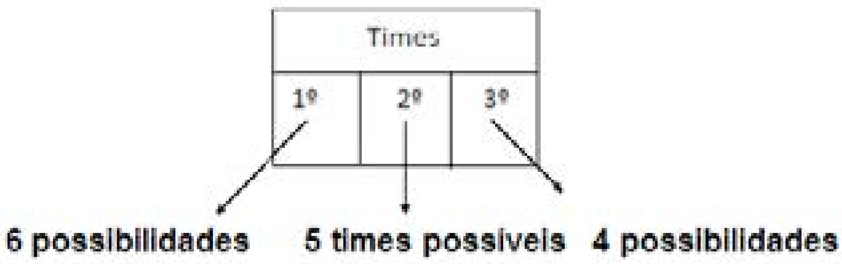
EXEMPLO

Num campeonato de futebol com 6 times, quantas são as possibilidades para os 3 primeiros colocados?

Resposta:
Algumas breves considerações. No campeonato, qualquer time pode ser campeão. E o campeão não pode ser também o vice, nem o terceiro colocado. Então, uma vez que a ordem importa e não pode haver repetições, temos arranjo sem repetição.

$$\mathbf{A_{n,k} = A_{6,3} = 6! / (6 - 3)! = 6.5.4 = 120}$$

Pelo PFC:



Logo, 6.5.4 = 120 classificações possíveis.

PERMUTAÇÃO

Fique tranquilo(a)! Permutação é um caso particular de arranjo sem repetição, quando n = k. Sim, isso mesmo. Quando o número de elementos é igual ao número de etapas para resolver. Vamos observar a equação de arranjo sem repetição:

$$\mathbf{A_{n,k} = \frac{n!}{(n - k)!}}$$

Quando <u>n</u> for igual a <u>k</u>, o denominador da divisão dá 0!.

E você sabe quanto é 0! ? Isso mesmo (0! = 1). E aí, no fim das contas, temos apenas n!. Caso não se lembre disso, é recomendável dar uma lida sobre fatorial na matemática. Vamos ver alguns exemplos de permutação.

EXEMPLO

Quatro pessoas devem formar uma fila. Quantas filas distintas podem ser formadas?

Resposta:
Qual o nosso problema? Formar uma fila.

Quantos elementos (n) temos para formar essa fila?
4 pessoas

Quantas etapas (k) temos para resolver o problema?

4 posições na fila
Visto que n = k, temos uma permutação de 4!.
Logo, 4! = 4.3.2.1 = 24 filas distintas podem ser formadas.

EXEMPLO

Numa prateleira 5 livros devem ficar enfileirados. Entre os livros, está um de física e um de matemática. Quantas filas distintas podem ser formadas se:

a) Os livros de física e matemática ficarem juntos.
b) Os livros de física e matemática ficarem separados.

Resposta:
Vamos ao primeiro caso. Os livros precisam ficar juntos em qualquer enfileiramento formado.

Quando este tipo de restrição ocorre em um problema, o que temos que fazer é considerar que os elementos que vão ficar juntos são um só.

Então, considerando que os livros de física e matemática são um só, teríamos uma permutação de 4 livros. Só que a solução não termina aqui. Os livros de física e matemática podem permutar entre si.

Em outras palavras, numa fileira o livro de matemática pode vir na frente do de física, ou o de física vir na frente do de matemática. E aí, como existe essa permutação entre eles, temos que considerar também uma permutação de 2 livros. Então a resposta correta para a letra (a) é 4! x 2! = 48 filas.

No segundo caso é mais simples a situação. Tudo o que temos que fazer é considerar todas as possíveis filas excluindo aquelas em que os livros de física e matemática ficam juntos. Sem restrições, teríamos 5! = 120 filas possíveis. Então, a quantidade de filas em que os livros ficariam separados é igual a 120 – 48 = 72 filas.

EXEMPLO

Quantos anagramas têm as palavras “bola” e “abacate”?

Resposta:
O que é anagrama? Anagrama de uma palavra é uma reordenação das letras da palavra original, formando uma nova palavra que pode ou não ter sentido. Alguns anagramas da palavra “bola” seriam “loba”, “balo”, “lboa” e etc.

A partir disso, podemos concluir que reordenar as letras nada mais é do que permutar as letras de lugar. Então para bola teremos 4! = 24 anagramas.

E para “abacate”? A ideia seria a mesma. Como temos 7 letras, 7!. Só que a letra “a” se repete 3 vezes. E temos que levar isso em consideração.

PERMUTAÇÃO DE ELEMENTOS REPETIDOS

ESTA SITUAÇÃO É ESTUDADA PELA SEGUINTE EQUAÇÃO:

$$\mathbf{P_{n,k} = \frac{n!}{k!}}$$

Neste caso, o (k) representa a quantidade de vezes que um elemento (n) se repete.

Voltando à palavra “abacate”, a resposta seria 7! / 3! = 840 anagramas.

Mas e se houver mais de um elemento repetido numa palavra? Quantos anagramas teriam a palavra “banana”? A letra “a” aparece 3 vezes e a letra “n” 2 vezes.

Neste caso, para cada elemento repetido, adicionamos a quantidade de cada um no divisor da equação. Então teríamos para a palavra “banana” 6! / 3! * 2! = 60 anagramas. Onde 6! representa as 6 letras, 3 a quantidade de vezes da letra “a” e 2 a quantidade de vezes da letra “n”.

COMBINAÇÃO

Lembra a definição de arranjo sem repetição? A definição de combinação possui uma diferença sutil. É a que está destacada de vermelho a seguir.

Seja S um conjunto com **n** elementos. O número de subconjuntos de S com k elementos ($1 \le k \le n$) é dado por

$$C_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)! \times k!}$$

O que significa essa diferença? Significa que diferente de Arranjo, para a Combinação não importa a ordem dos elementos utilizados para resolver um problema. Qualquer que seja a ordem, a solução é a mesma. No caso de uma fila, qualquer que seja a distribuição das pessoas nela, para a Combinação trata-se de uma única fila.

Ou então, pense no caso de números de 3 dígitos formados pelos algarismos 1,2,3,4,5,6,7,8,9. Se tivermos os números 234 e 432, para Arranjo são diferentes, mas para combinação são iguais, pois a ordem não importa.

Em casos de comissão de pessoas, importa quem são as pessoas, e não a ordem em que foram escolhidas. Ou seja, Combinação. Um exemplo ajudará a esclarecermos isso.

EXEMPLO

Considere uma classe com 8 alunos. Deseja-se formar uma comissão de formatura com 3 alunos. Quantas comissões podem ser formadas.

Resposta:
Imagine que a comissão será formada por João, Maria e Ana. Se dissermos que a comissão é formada por Ana, João e Maria, estaremos falando de uma comissão diferente? Não. Pois, independente da ordem, as pessoas são as mesmas, logo a comissão também.

Então temos como resposta a combinação $C_{8,3}$.

$C_{8,3} = 8! / (8 – 3)! \times 3! = 8! / 5! \times 3! = 56$ comissões são possíveis.

EXEMPLO

De um grupo com 9 pessoas, queremos escolher 5 para formar um time de futebol de salão. Quantos times podem ser formados?

$C_{9,5} = 9! / (9 – 5)! \times 5! = 9! / 4! \times 5! = 126$ times

VEJA O VÍDEO!

Foi muita informação? Está com muitas dúvidas? Então, antes de continuar recomendo que você assista neste momento aos vídeos que estão nos seguintes links:
LINK1
LINK2

Eles irão ajudar bastante a esclarecer aquelas dúvidas que podem ter surgido. Você só deve prosseguir com o estudo depois que assistir aos vídeos.

Meu caro(a), terminamos por aqui a parte de Análise Combinatória. Vamos agora estudar os conceitos introdutórios da Lógica Proposicional. Estes conceitos são importantíssimos e dão sustentação a tudo que estudaremos nas próximas unidades.

LÓGICA PROPOSICIONAL

Proposição é todo conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo. Na lógica, trabalhamos apenas com proposições que afirmam fatos, e que possuem apenas dois valores: **verdadeiro ou falso**. A partir disso, excluímos as sentenças interrogativas, exclamativas e imperativas. Alguns exemplos de proposições:

1. A Terra é um planeta
2. Cristóvão Colombo descobriu o Brasil
3. 8 x 8 = 64

Dois princípios regem a lógica matemática acerca das proposições.

a) PRINCÍPIO DA NÃO CONTRADIÇÃO: **Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.**

b) PRINCÍPIO DO TERCEIRO-EXCLUÍDO: **Toda proposição ou é verdadeira ou é falsa, e nada mais além disso.**

Quanto à representação do valor lógico de uma proposição, o valor verdadeiro é representado por **(V)**, enquanto o valor falso é representado por **(F)**.

PROPOSIÇÕES SIMPLES E COMPOSTAS

As proposições são classificadas como simples ou compostas. Uma proposição é dita simples quando não contém nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma, ou seja, quando ela transmite uma única ideia, um único pensamento. Ex:

1. p: Salvador é a capital da Bahia **(V)**
2. q: A região sudeste do Brasil possui 8 estados. **(F)**

Uma proposição é dita **composta** quando é constituída de duas ou mais proposições simples, as quais são ligadas pelos chamados **conectivos**. Ex:

1. P: O sol é um satélite da terra **e** a lua é um planeta.
2. Q: Tubarões são peixes **ou** baleias são mamíferos.
3. R: **Se** Recife é a capital pernambucana, então o Brasil está na Europa.
4. S: O tomate é uma fruta **se, e somente se**, a cebola é uma verdura.

CONECTIVOS

Os conectivos são as palavras usadas para juntar proposições simples e formar proposições compostas. Os conectivos usuais são:

E
Ou
Se...então
Se e somente se
Não (Apesar de não unir proposições, este operador altera o valor de uma proposição).

Vamos lá, por que as proposições compostas do exemplo acima estão sem o valor lógico ao lado?

O valor (verdadeiro ou falso) de uma proposição composta depende dos valores das proposições simples que a compõem. Além disso, cada conectivo possui uma regra particular para determinar o valor de uma proposição composta.

O que vamos ver, logo após um exercício básico, é a ferramenta utilizada para determinar o valor lógico de uma proposição composta. A ela chamamos de TABELA VERDADE.

EXEMPLO

Determine a seguir, quais alternativas são proposições lógicas:

a) Porto alegre é uma cidade do Rio Grande do Sul.
b) Pode me emprestar um lápis?
c) Mantenha o foco sempre.
d) Que alegria estar aqui!
e) O Palmeiras é um clube de futebol de São Paulo.

Resposta:

A e E

Letra B é interrogativa, não podemos inferir valor.

Letra C é imperativa, não podemos inferir valor.

Letra D é exclamativa, também não podemos inferir valor.

EXEMPLO

Determine o valor lógico das proposições a seguir:

a) $5 < 3$
b) $\cos 90^{o} = 1$
c) A capital do Maranhão é São Luís.
d) Santos/SP é uma cidade litorânea.
e) Pernambuco faz fronteira com o Piauí.

Resposta:

Verdadeiras (V): C, D e E

Falsas (F): A e B

TABELA VERDADE

Na tabela verdade encontramos todos os valores lógicos de uma proposição. Seja ela simples ou composta. Como foi dito anteriormente, para uma proposição composta, levamos em consideração o valor das proposições simples e a regra de cada conectivo.

O princípio do terceiro excluído diz que toda proposição simples ou é verdadeira ou é falsa. A seguinte tabela ilustra isso para a proposição p:

Tabela 1: Valores que uma proposição simples pode assumir.

p
V
F

Vamos considerar agora uma proposição composta formada pelas proposições simples p e q. Como seria a tabela verdade para todos os valores possíveis das duas proposições simples?

Tabela 2: Atribuições de todos os valores possíveis que DUAS proposições simples podem assumir numa proposição composta.

P	q
V	V
V	F
F	V
F	F

E se tivéssemos uma proposição composta por 3 proposições simples? Como seria a tabela?

Tabela 3: Atribuições de todos os valores possíveis que TRÊS proposições simples podem assumir numa proposição composta.

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Observe na tabela 3 a variação de valores tanto verdadeiros como falsos. Na terceira unidade veremos uma regra que ajuda na construção de tabelas verdade de proposições compostas.

Para finalizarmos nossa unidade, vamos ver agora as operações lógicas fundamentais.

NEGAÇÃO (~)

Define-se como negação de uma proposição p a proposição representada por ~p (leia-se “não p”). O valor lógico será verdade (V) quando p é falsa, e falso (F) quando p é verdadeira. Resumindo, a negação tem o valor oposto daquele da proposição. A tabela a seguir ilustra a negação de uma proposição.

Tabela 4: Negação de uma proposição.

p	*~p*
V	F
F	V

EXEMPLOS

p: Roma é a capital da Itália. **(V)**
~p: Roma não é a capital da Itália. **(F)**

q: Portugal é um país europeu. **(V)**
~q: Portugal não é um país europeu. **(F)**

Outras maneiras de negar uma proposição:
r: Minas Gerais tem praias. **(F)**
~r: É falso que Minas Gerais tem praias. **(V)**
~r: Não é verdade que Minas Gerais tem praias. **(V)**

CONJUNÇÃO (∧)

Define-se como conjunção de duas proposições p e q a proposição representada por p ∧ q (leia-se “p e q”). O **valor lógico dessa proposição composta será verdade (V) apenas quando as duas proposições simples forem verdadeiras. Nos demais casos será falso (F).** Vejamos a seguir a tabela da conjunção de proposições.

Tabela 5: Conjunção de duas proposições simples formando uma composta.

p	*q*	*p ∧ q*
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

EXEMPLOS

p: O sol é uma estrela. **(V)**
q: Marte é um planeta. **(V)**
p ∧ q: O sol é uma estrela **e** Marte é um planeta **(V)**

r: 5 > 3 (V)
s: Aracaju é a capital da Paraíba. **(F)**
r ∧ s: 5 > 3 **e** Aracaju é a capital da Paraíba **(F)**

DISJUNÇÃO (V)

Define-se como disjunção de duas proposições p e q a proposição representada por p v q (leia-se "p ou q"). **O valor lógico dessa proposição composta será verdade (V) quando ao menos uma das proposições simples for verdadeira. E será falso (F) quando as duas forem falsas.** Vejamos a seguir a tabela da disjunção de proposições.

Tabela 6: Disjunção de duas proposições simples formando uma composta.

p	*q*	*p v q*
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

EXEMPLOS

p: 8 – 3 = 5 **(V)**
q: A ponte Rio Niterói fica no Paraná. **(F)**
p v q: 8 – 3 = 5 ou A ponte Rio Niterói fica no Paraná **(V)**

r: 1 > 3 **(F)**
s: Tubarões são anfíbios **(F)**
r v s: 1 > **3** ou Tubarões são anfíbios **(F)**

DISJUNÇÃO EXCLUSIVA (V̲)

A palavra "ou" tem dois sentidos. Um inclusivo e o outro exclusivo. No primeiro sentido, inclusivo, ela permite que numa proposição composta por duas simples, ao menos uma das proposições seja verdadeira, podendo as duas ser verdadeiras.

Exemplo: Maria é professora ou delegada.

Vemos que é possível uma pessoa ser as duas coisas, professora e delegada. Já no segundo sentido, exclusivo, isso não é possível.

Exemplo: Estevão é paraibano ou pernambucano.

Neste segundo caso, não é possível a pessoa ser natural de dois lugares ao mesmo tempo. Ou nasceu na Paraíba, ou nasceu em Pernambuco.

Define-se como disjunção exclusiva de duas proposições p e q a proposição representada por p $\underline{\vee}$ q (leia-se "ou p ou q"). O valor lógico dessa proposição composta será verdade (V) quando as proposições simples tiverem valores lógicos diferentes (uma verdadeira e outra falsa, e vice-versa). E será falso (F) quando as duas tiverem o mesmo valor lógico (as duas verdadeiras, ou as duas falsas). Vejamos a seguir a tabela da disjunção exclusiva de proposições.

Tabela 7: Disjunção exclusiva de duas proposições simples formando uma composta.

p	*q*	*p* $\underline{\vee}$ *q*
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

EXEMPLOS

p: O tomate é uma fruta. **(V)**
q: O tomate é uma verdura. **(F)**
p $\underline{\vee}$ q: Ou o tomate é uma fruta ou é uma verdura. **(V)**

CONDICIONAL ($\longrightarrow$)

Define-se como condicional a proposição representada por p $\longrightarrow$ q (leia-se "se p então q"). O **valor lógico dessa proposição composta será falso (F) quando p for verdadeira e q falsa.** Nos demais casos será verdadeira (V). Vejamos a seguir a tabela da condicional de duas proposições.

Tabela 8: Duas proposições simples formando uma composta condicional.

p	*q*	*p* $\rightarrow$ *q*
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Obs:
A proposição p é chamada de condição suficiente para q. E a proposição q é chamada de condição necessária para p.

EXEMPLOS

p: Abril tem 30 dias. **(V)**
q: 5 é um número primo **(V)**
p $\rightarrow$ **q:** Se Abril tem 30 dias, então 5 é um número primo. **(V)**

r: Um semestre tem 6 meses. **(V)**
s: 3 é par. **(F)**
r $\rightarrow$ **s:** Se Um semestre tem 6 meses então 3 é par. **(F)**

BICONDICIONAL ($\leftrightarrow$)

Define-se como bicondicional a proposição representada por p $\leftrightarrow$ q (leia-se "p se e somente se q"). **O valor lógico dessa proposição composta será falso (F) quando as proposições simples tiverem valores diferentes. Nos demais casos será verdadeira (V).** Vejamos a seguir a tabela da bicondicional de duas proposições.

Tabela 9: Duas proposições simples formando uma composta bicondicional.

p	*q*	*p* $\leftrightarrow$ *q*
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Obs:
A proposição p é chamada de condição suficiente e necessária para q. E a proposição q é chamada de condição suficiente e necessária para p.

EXEMPLOS

p: Tiradentes descobriu o Brasil. **(F)**
q: Camões proclamou a república brasileira. **(F)**
p $\leftrightarrow$ **q:** Tiradentes descobriu o Brasil se e somente se Camões proclamou a república brasileira. **(V)**

r: Uma semana tem 6 dias. **(F)**
s: 2 é par. **(V)**
r $\leftrightarrow$ **s:** Uma semana tem 6 dias se e somente se 2 é par. **(F)**

PALAVRAS DO PROFESSOR

Encerramos, neste momento, todo o conteúdo da Unidade II. É importante que você tenha compreendido todo o assunto, pois ele é a base para compreensão das unidades seguintes. Na Unidade III, veremos com mais detalhes a criação de tabelas verdade e algumas características específicas das proposições compostas.

VEJA O VÍDEO!

Você deverá assistir neste momento ao vídeo que está neste LINK. Ele vai te ajudar a fixar as ideias sobre os conectivos e suas tabelas. Você só deve prosseguir com o estudo depois que assistir ao vídeo.

ACESSE O AMBIENTE VIRTUAL

Agora, você deve ir ao Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) e realizar as atividades referentes ao conteúdo aprendido nesta segunda unidade. Caso tenha alguma dúvida você deve entrar em contato com o tutor para que as esclareça.

Bom estudo!