Lógica Matemática

Webconferência I

gente criando o futuro

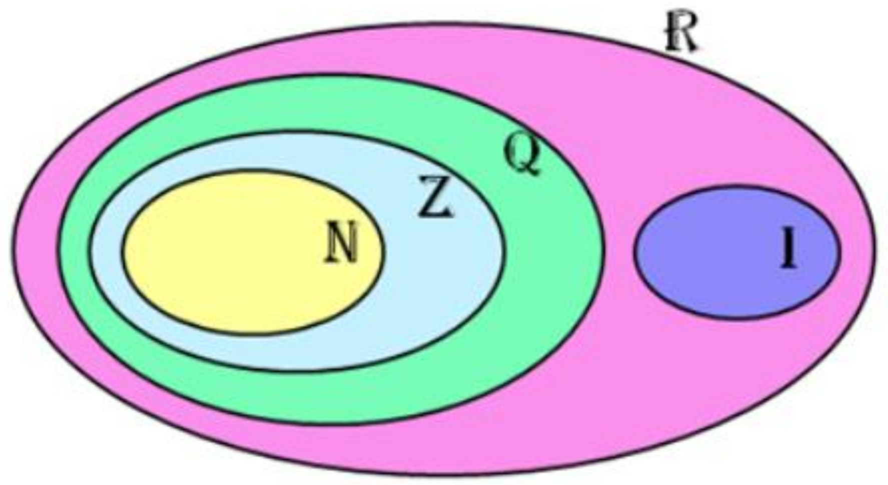
Professor(a): Mabel Lopes

Álgebra dos Conjuntos

Definição: Conjunto é uma coleção de elementos.

Ex.: 1. O conjunto dos times brasileiros de futebol.

2. Conjuntos Numéricos:



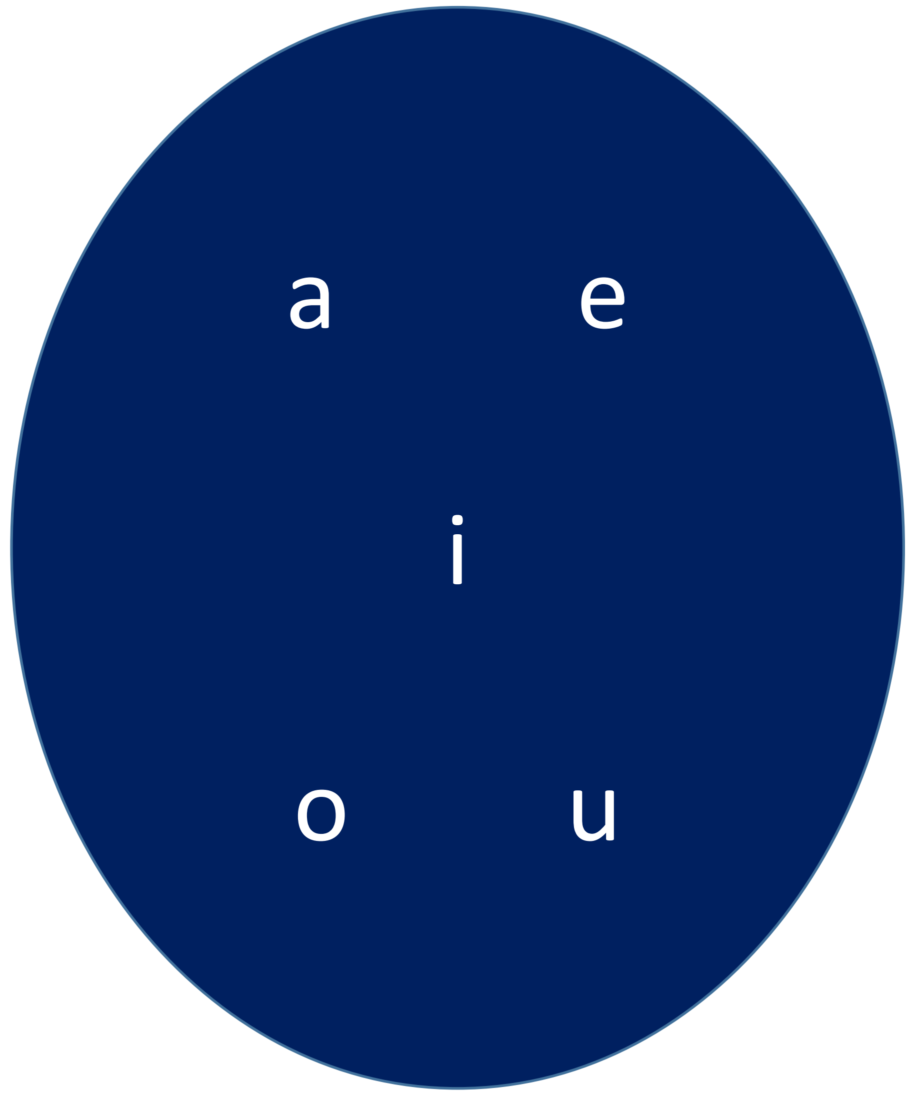
Álgebra dos Conjuntos

Formas de **representação** de um conjunto:

A={a,e,i,o,u} (enumeração)

A={x|x é vogal} (propriedade)

Diagrama de Venn

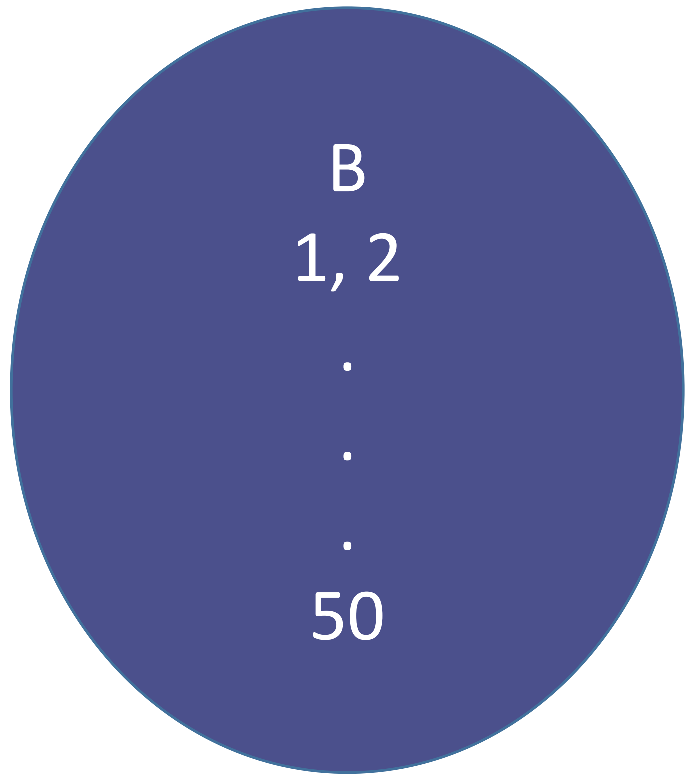


Álgebra dos Conjuntos

Conjunto Finito: é quando se tem uma quantidade limitada de elementos.

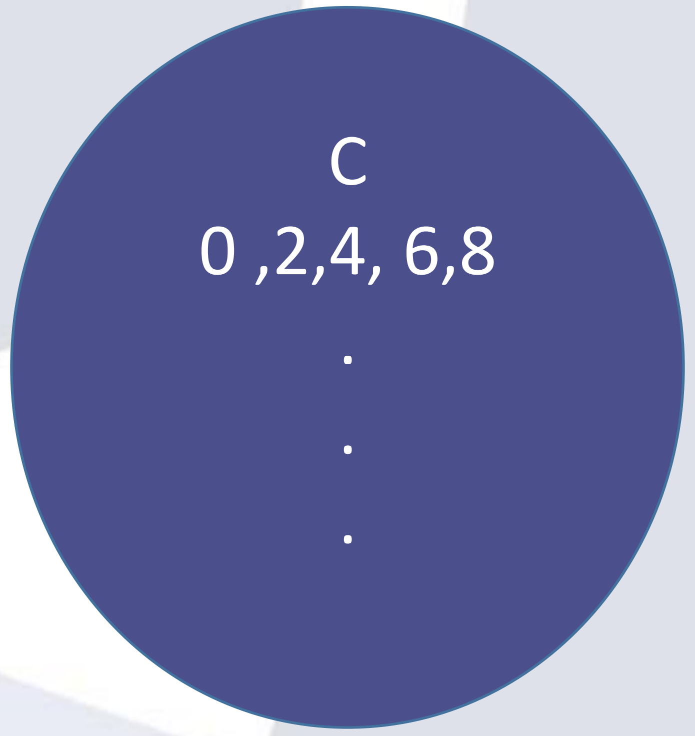
Exs.: A={x|x é vogal}={a,e,i,o,u}

B={1,2,...,50}



Conjunto Infinito: tem um número ilimitado de elementos.

Ex.: C={x|x é um número par e não-negativo} ={0,2,4,6,8...}



Álgebra dos Conjuntos

Conjunto Unitário: é aquele que possui apenas um elemento.

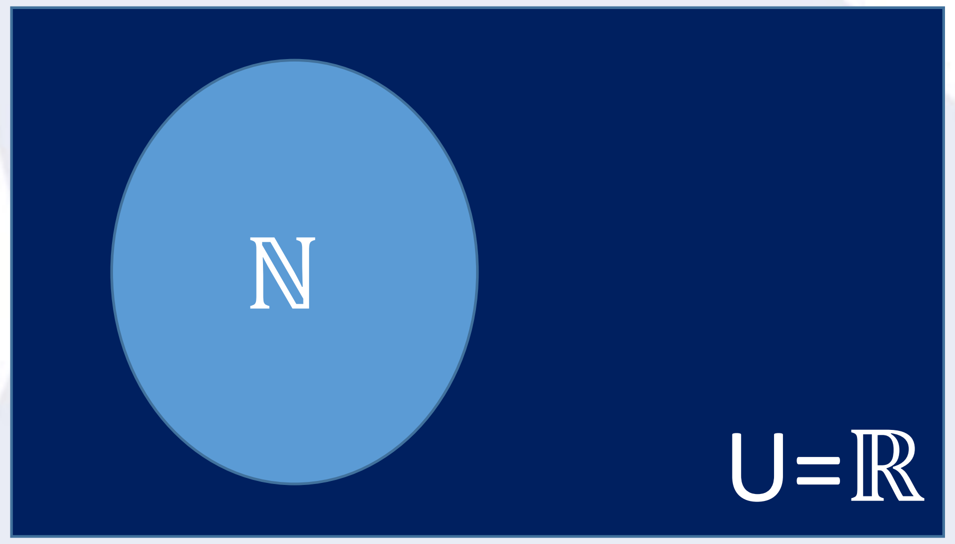
Ex.: A={x|x é a capital do Brasil}

Conjunto Vazio: é um conjunto que não possui nenhum elemento. É representado por {} ou ϕ.

Ex.: A={x|x.0=2}={}

Obs.: O conjunto vazio está contido em qualquer conjunto, logo, ele é um subconjunto de todo conjunto.

Conjunto Universo (U): é o conjunto de todos os elementos existentes em um determinado assunto.



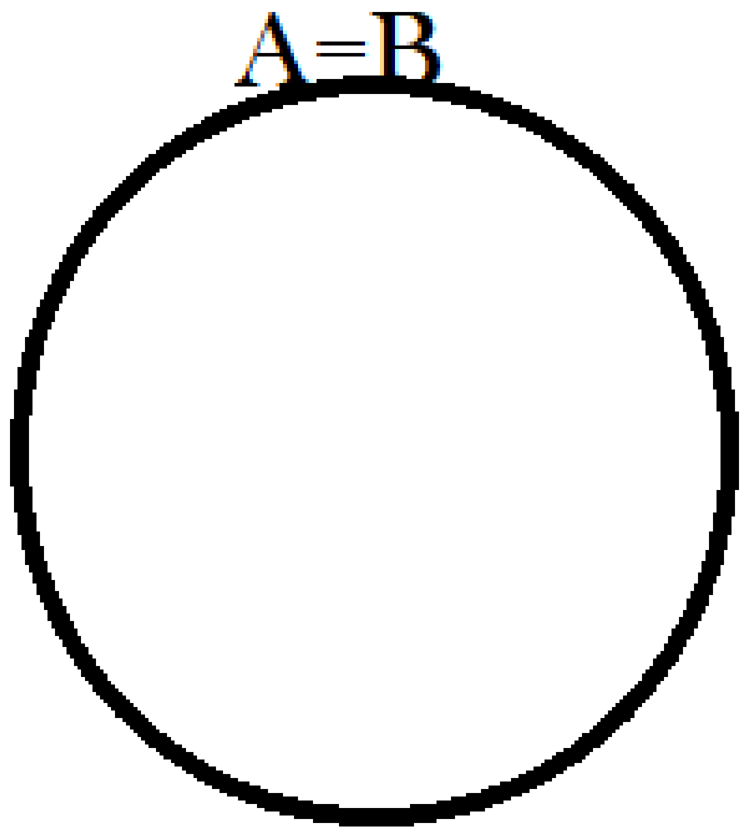
Relações de Igualdade e Inclusão

Relação de Igualdade: Um conjunto A é **igual** a um conjunto B, **A=B**, se todo elemento de A for também elemento de B, e todo elemento de B for também elemento de A.

Ex.: {a,b,c}={b,c,a}={a,b,b,c}

Se existir algum elemento de A que não é de B ou vice versa, dizemos que **A≠B**.

Ex.: {a,b,d} ≠{a,b,c,d}



Relações de Igualdade e Inclusão

Relação de Inclusão:

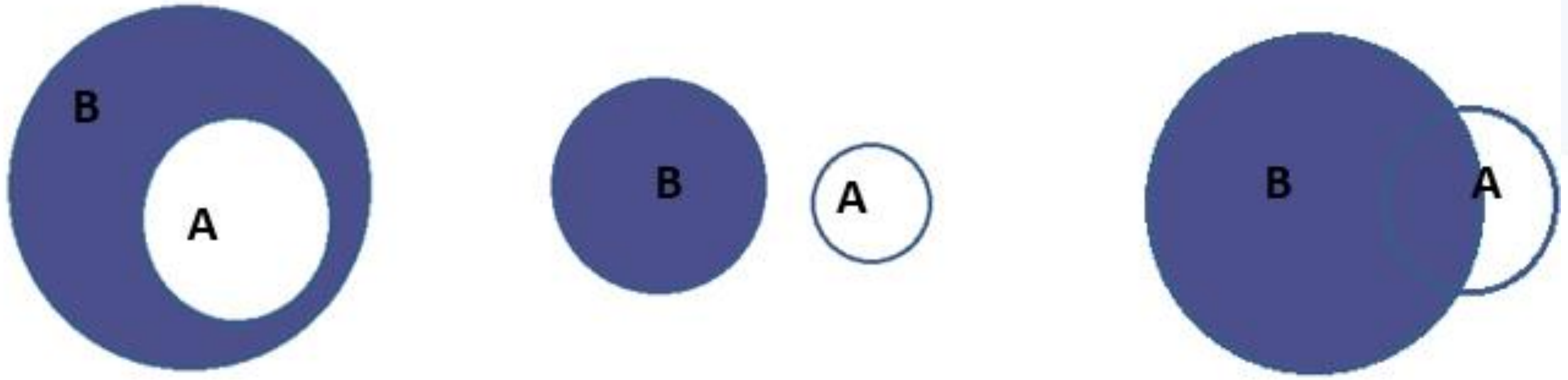
Se todo elemento de A é também um elemento de B, dizemos que A está contido em B, ou que A é **subconjunto** de B, ou ainda, que A é parte de B e indicamos por $\mathbf{A} \subset \boldsymbol{B}$,ou $\mathbf{B} \supset \boldsymbol{A}$**.**

Ex.: $\{a,b,c\} \subset \{a,b,c,d\}$

Se A não é subconjunto de B, então $\mathbf{A} \not\subset \boldsymbol{B}$.

Ex.: $\{a,b,c\} \not\subset \{b,c,d,e\}$

Obs.: $A=B \Leftrightarrow$
$A \subset B$ e $B \subset A$.



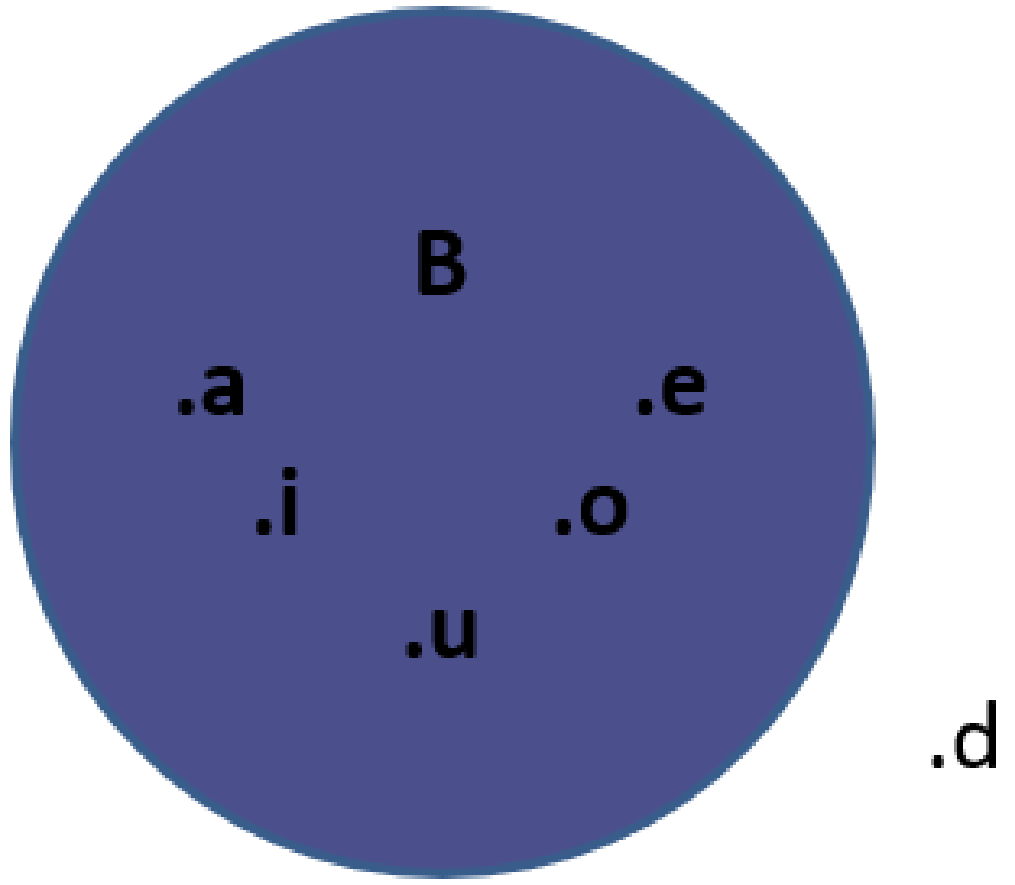
Relações de Inclusão e Igualdade

Relação de Pertinência:

A relação entre um elemento e um conjunto é chamada de **relação de pertinência**. Se a é um elemento de B dizemos que **a** $\in$ **B**, se a não é um elemento de B, dizemos que **a** $\notin$ **B.**

Ex .(Diagrama) : a $\in$ **B ou a** $\in$ **{a, e, i ,o ,u}**

d $\notin$ **{a,e,i,o,u}**



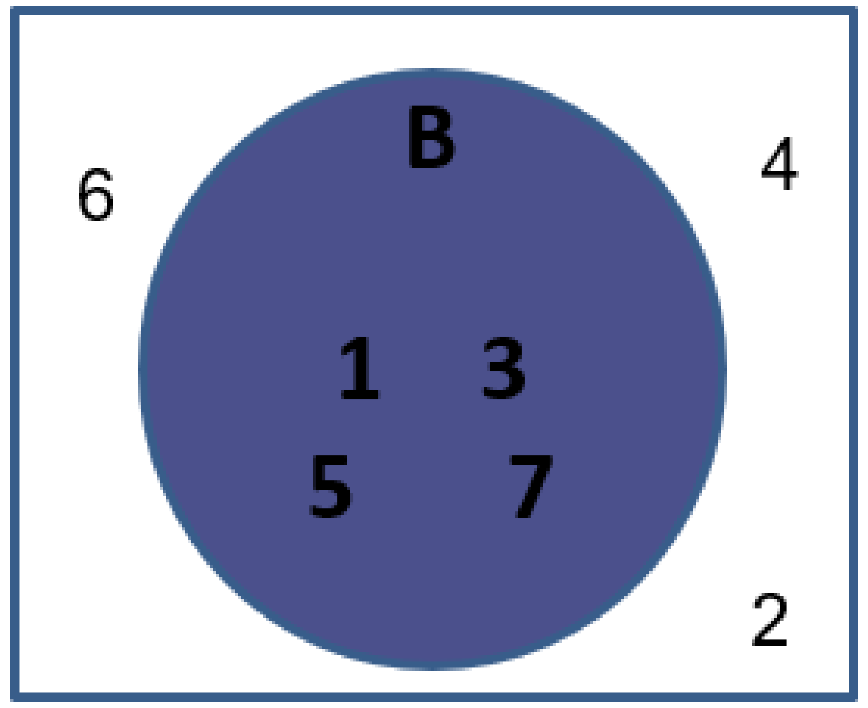
Relações de Igualdade e Inclusão

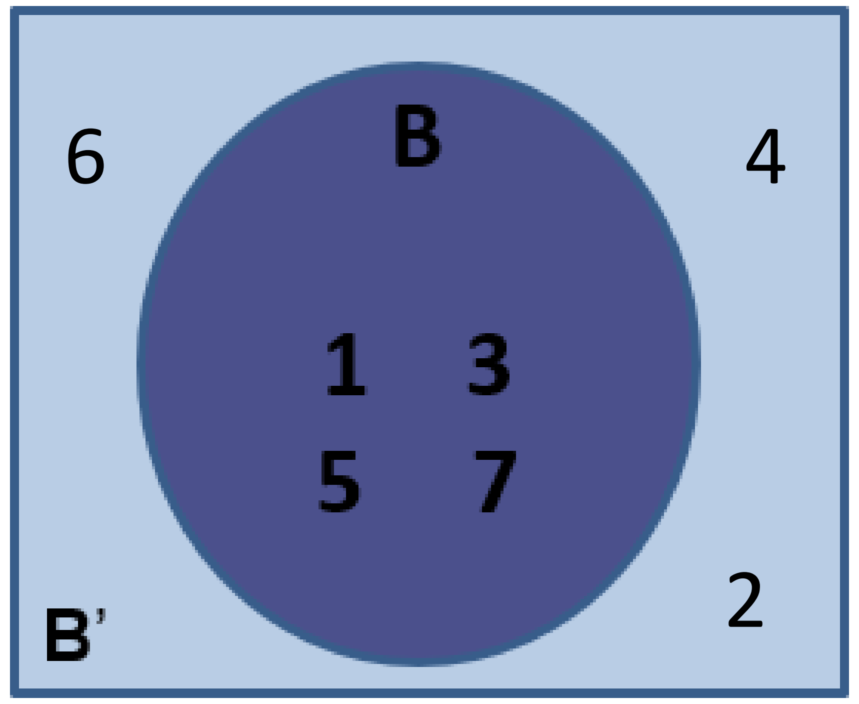
Conjunto Complementar:

O complementar de um conjunto B em relação ao conjunto Universo U, é constituído de todos os elementos de U que não pertencem a B.

Ex.: U={1,2,3,4,5,6,7}, B={1,3,5,7} então B'={2,4,6}

Representação: B', $\overline{B}$ ou B^C.



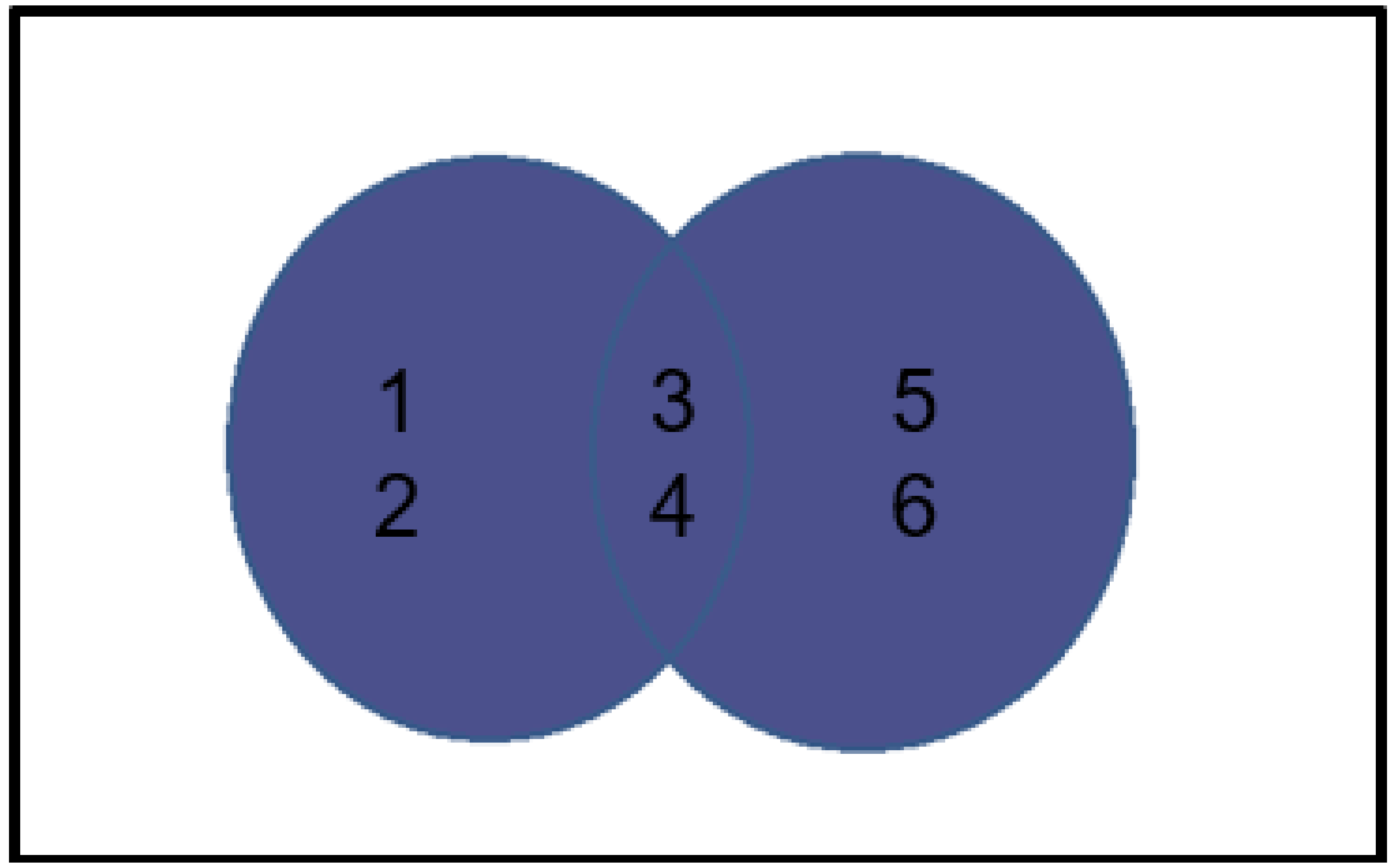


Operações com Conjuntos

União de Conjuntos: Dados os conjuntos A e B, a união de A e B, denotado por **A∪B,** é constituído de todos os elementos que pertencem a A ou a B ou a ambos.

Ex.: A={1,2,3,4} B= {3,4,5,6} A∪B={1,2,3,4,5,6}

A∪B

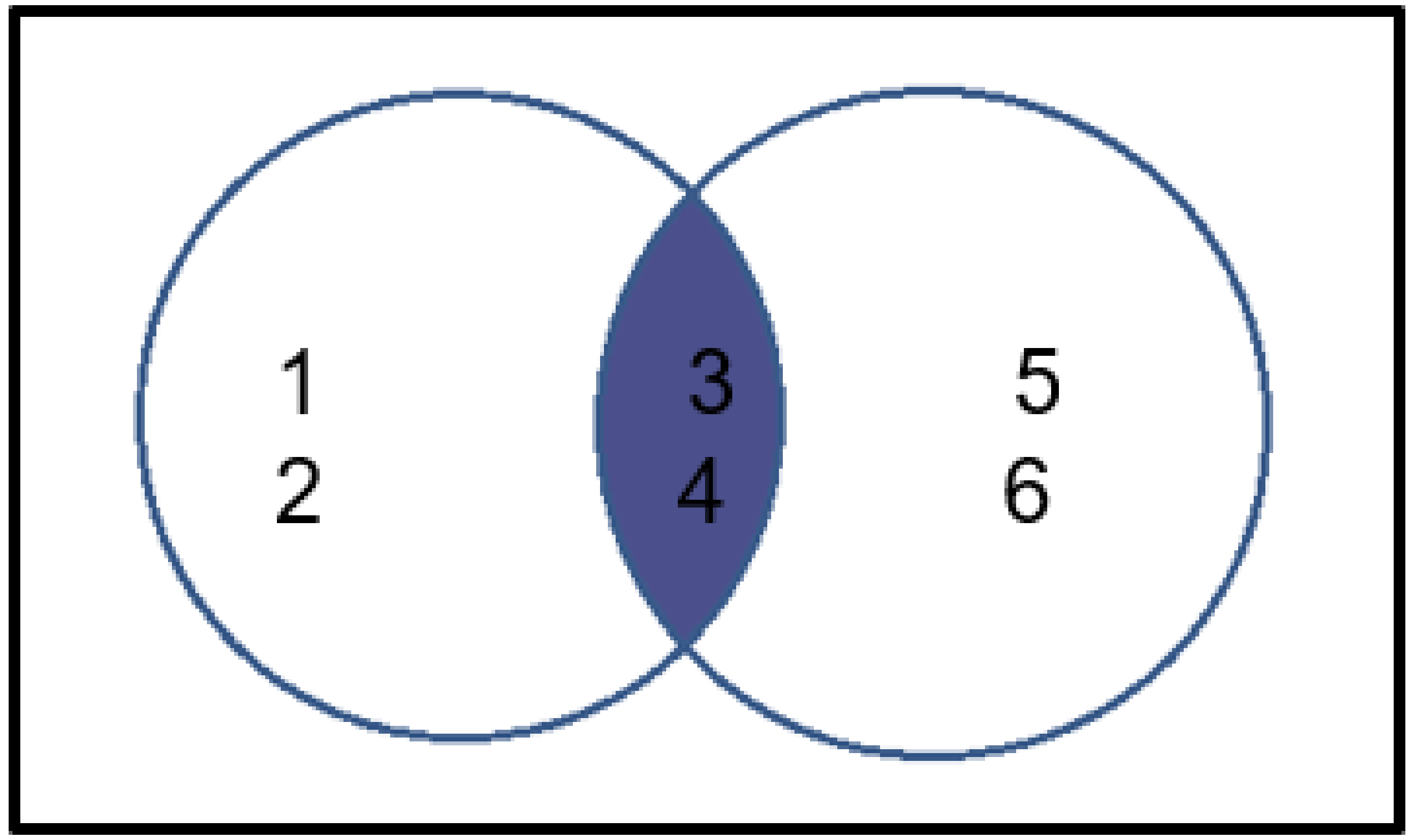


Operações com Conjuntos

Intersecção de Conjuntos: Dados os conjuntos A e B, a intersecção de A e B, denotado por **A∩B,** é constituído de todos os elementos que pertencem ao mesmo tempo a A e a B.

Ex.: A={1,2,3,4} B= {3,4,5,6} A∩B ={3,4}

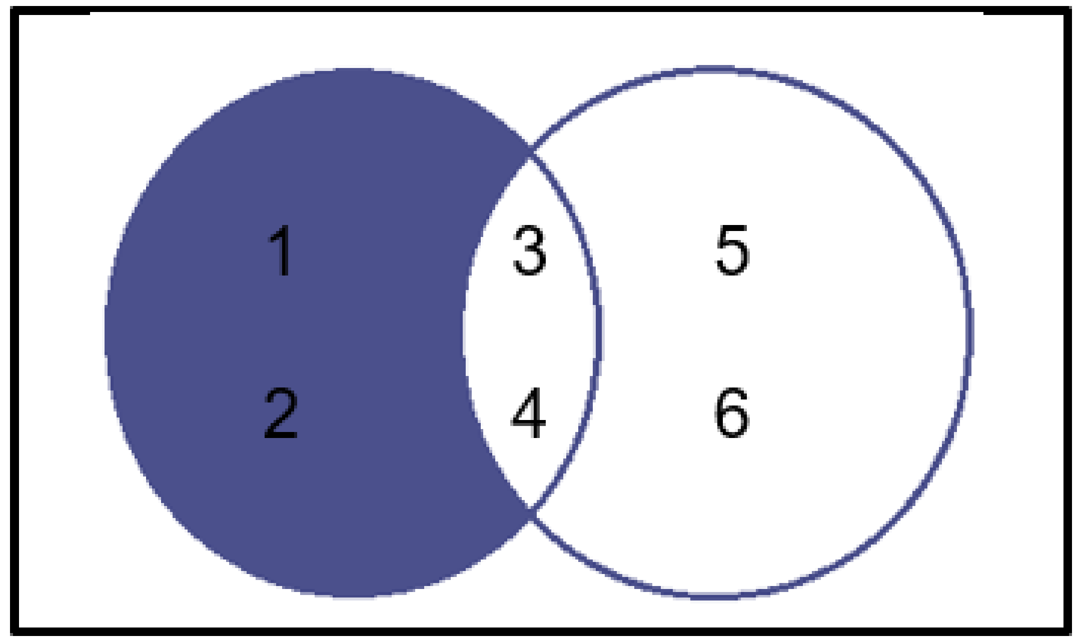
A∩B



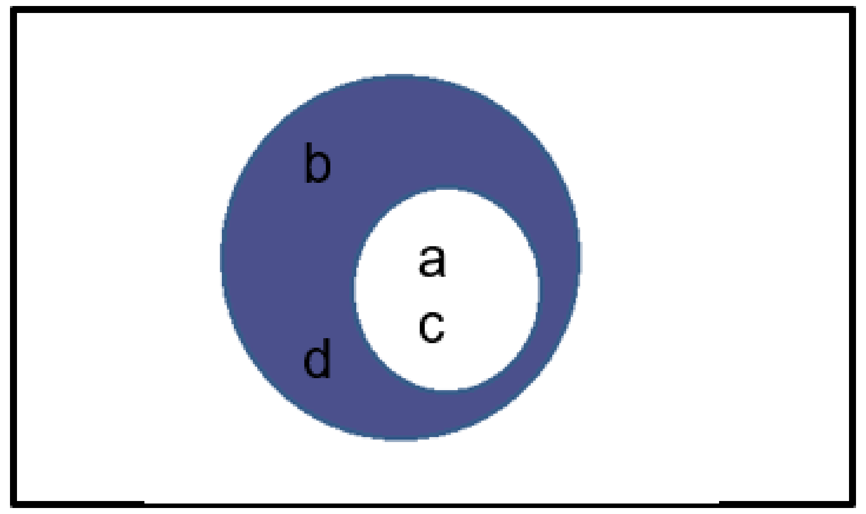
Operações com Conjuntos

Diferença entre Conjuntos: Dados os conjuntos A e B, a diferença dos conjuntos A e B, denotado por **A−B,** é constituído de todos os elementos que pertencem a A, mas não pertencem a B.

Ex.: A={1,2,3,4} B= {3,4,5,6} A−B ={1,2}



Quando **B**$\subset A$, a diferença **A-B** é chamada também o **complementar de B em relação à A,** denotado por $\boldsymbol{C_A^B}$.

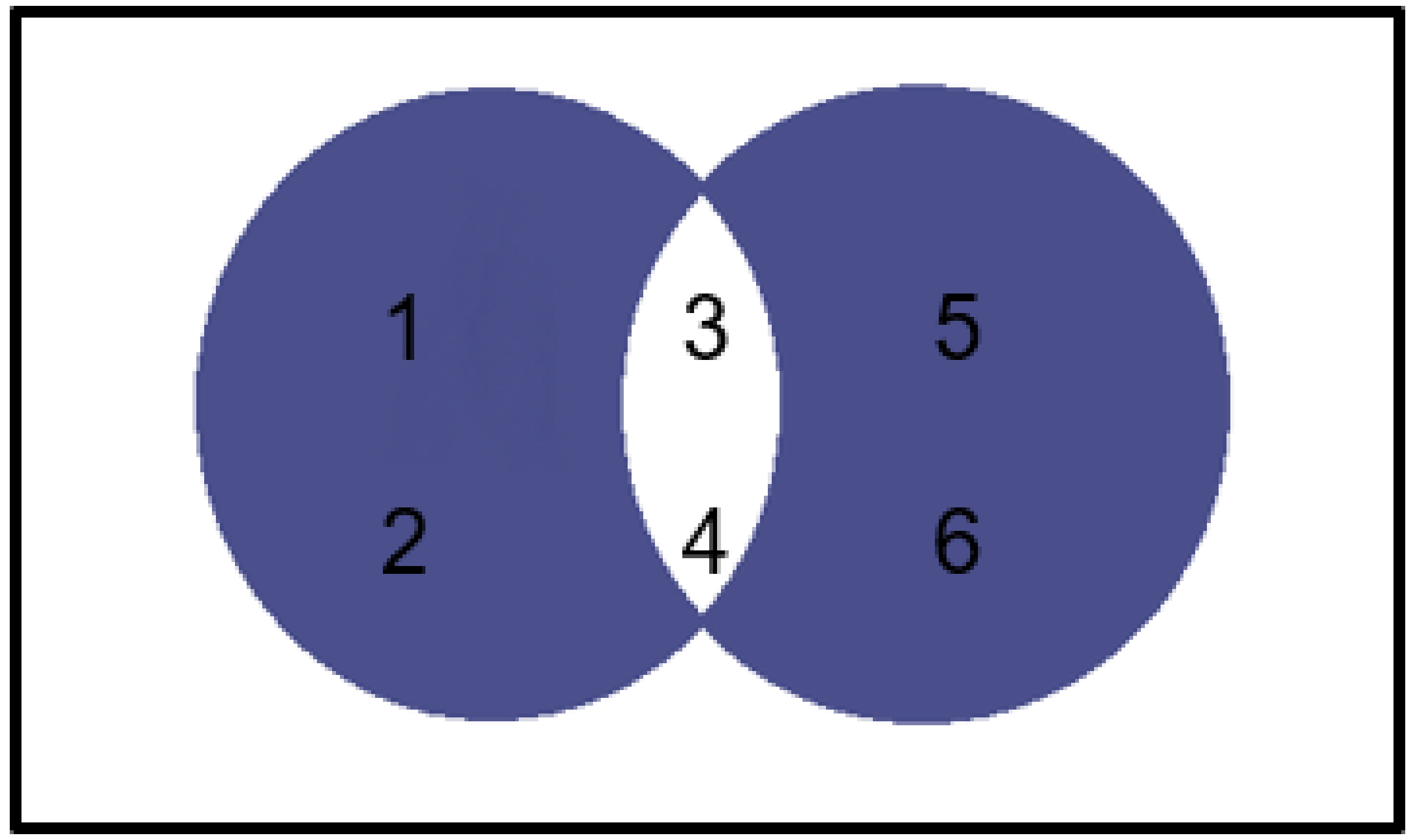


Operações com Conjuntos

Diferença Simétrica entre Conjuntos: Dados os conjuntos A e B, a **diferença simétrica** entre o conjunto A e B, denotado por **A△B** é o conjunto de elementos que estão em A ou B, mas não estão na interseção de A e B.

Ex.: A={1,2,3,4} B= {3,4,5,6} A△B ={1,2,5,6}

A△B

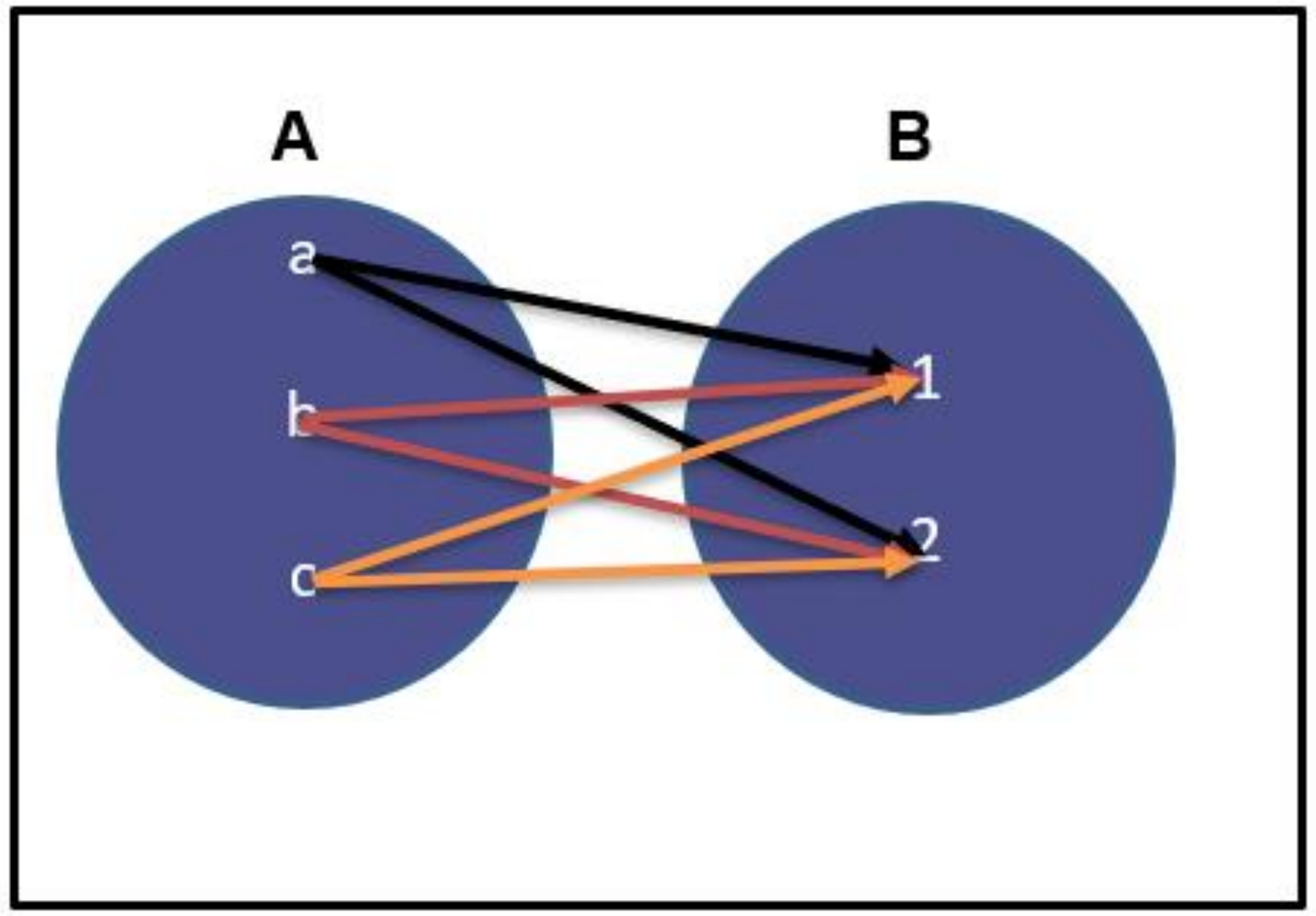


Operações com Conjuntos

Produto Cartesiano: O produto Cartesiano de dois conjuntos A e B, denotado por AxB, é o conjunto formado por todos os pares ordenados (x,y), onde x∈A e y∈B.

Ex.: A={a,b,c} B= {1,2}

AxB ={(a,1),(a,2),(b,1),(b,2),(c,1),(c,2)}
BxA={(1,a),(1,b),(1,c),(2,a),(2,b),(2,c)}



Conjuntos

Problema:

Uma avaliação contendo duas questões foi aplicada a 200 alunos.

Sabe-se que :

50 alunos acertaram as duas questões.

100 alunos acertaram a primeira questão.

90 alunos acertaram a segunda questão.

Quantos alunos erraram as duas questões?

Lógica x Álgebra dos Conjuntos

Conjuntos	Propriedade	Lógica
$A \cap A = A$ $A \cup A = A$	Idempotência	$p \wedge p \Leftrightarrow p$ $p \vee p \Leftrightarrow p$
$A \cap B = B \cap A$ $A \cup B = B \cup A$	Comutatividade	$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$ $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$
$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	Associatividade	$p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$ $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	Distributividade	$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
$\sim\sim A = A$ $A \cap \sim A = \emptyset$ $A \cup \sim A = \mathbf{U}$	Complementar ou Negação	$\neg\neg p \Leftrightarrow p$ $p \wedge \neg p \Leftrightarrow F$ $p \vee \neg p \Leftrightarrow V$
$\sim(A \cup B) = \sim A \cap \sim B$ $\sim(A \cap B) = \sim A \cup \sim B$	DeMorgan	$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$
$A \cap U = A$ $A \cup \emptyset = A$	Elemento Neutro	$p \wedge V \Leftrightarrow p$ $p \vee F \Leftrightarrow p$
$A \cap \emptyset = \emptyset$ $A \cup \mathbf{U} = \mathbf{U}$	Elemento Absorvente	$p \wedge F \Leftrightarrow F$ $p \vee V \Leftrightarrow V$

Lógica Proposicional

- **Definição : Proposição** é toda sentença (conj. De palavras ou símbolos) que expresse um pensamento completo, que pode ser qualificado como verdadeiro ou falso.

Ex.: O sol é amarelo.

sen 180º=1

Uma proposição é necessariamente dada por uma fase declarativa.

MUNDO REAL	*PROPOSIÇÃO LÓGICA*
ESTÁ NEVANDO.	P
FAZ FRIO.	Q
SE ESTÁ NEVANDO, FAZ FRIO.	P Q

Lógica Proposicional

Tipos de Proposições:

- **Proposição simples:** É aquela que não contém nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma.

Ex.: p: As estrelas brilham.

q: O homem é mortal.

- **Proposição Composta:** É aquela formada pela composição de duas ou mais proposições.

Ex.: p: O flamengo ganha **ou** o flamengo perde.

q: **Se** eu estudar **então** passarei no concurso.

Lógica Proposicional

Conectivos: são as palavras que usamos para formar novas proposições a partir de outras. Os principais conectivos são:

Símbolo	Lê-se
$\wedge$	E
$\vee$	Ou
~	Não
$\rightarrow$	Se ... Então
$\leftrightarrow$	... Se e somente se ...

O conectivo "não" apesar de não unir proposições, altera o valor de uma proposição.

Exs.:

p: O número 4 é par **e** o número 5 é ímpar.

q: **Se** sabe matemática **então** faça engenharia**.**

r: Um triângulo é retângulo, **se e somente se**, satisfaz o Teorema de Pitágoras.

Lógica Proposicional

As **tabelas –verdade** possibilitam visualizarmos todas as possibilidades dos valores lógicos de uma proposição.

Valores que uma **proposição simples "p"** pode assumir:

p
V
F

2 possibilidades

Valores que **duas proposições simples** podem assumir numa **proposição composta**:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	V

4 possibilidades

Generalizando, uma proposição composta por "n" proposições simples temos um total de $\mathbf{2^n}$ **possibilidades.**

Lógica Proposicional

Operações Lógicas:

Nas operações lógicas os **operadores** são os conectivos, enquanto os **operandos** são as proposições .

Operação	Conectivos	Lê-se	Exemplos
Negação	$\sim$	Não	$\sim p$
Conjunção	$\wedge$	e	$p \wedge q$
Disjunção	$\vee$	ou	$p \vee q$
Condicional	$\rightarrow$	Se ... , então ...	$p \rightarrow q$
Bicondicional	$\leftrightarrow$	… se e somente se...	$p \leftrightarrow q$
Disjunção exclusiva	$\veebar$	Ou …, ou …, mas não ambos	$p \veebar q$

Lógica Proposicional

Negação: A negação de uma proposição p é a proposição **“não p”,** que representaremos por **“~p”,** cujo valor lógico é o oposto ao da proposição p.

p	~p
V	F
F	V

Exs.:

p: A capital do Brasil é Salvador. (F)

~p: A capital do Brasil não é Salvador. (V)

q: Cos 0 º=1 (V)

~q: Cos 0º≠ 1 (F)

Lógica Proposicional

Conjunção: A conjunção de duas proposições p e q é a proposição **"p e q"** , que é representada por **"p^q"** cujo valor lógico será verdade se ambas as proposições são verdadeiras e será falso nos outros casos.

p	q	p^q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Exs.:

p: 3 é ímpar (V)

q: 3<4(V)

p^q: 3 é ímpar e 3<4. (V)

r: Um triângulo tem 3 lados.(V)

s: 5 é par (F)

r^s: O triângulo têm 3 lados e 5 é par (F)

Lógica Proposicional

Disjunção: A disjunção de duas proposições p e q é a proposição **"p ou q"** , que é representada por **"p**$\vee$**q"** cujo valor lógico será verdade (V) se pelo menos uma das proposições p e q são verdadeiras e será falso (F) se ambas forem falso.

p	q	p$\vee$q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Exs.: p: Hoje está quente. (V)

q: Teresina é uma cidade Fria. (F)

p $\vee$ **q**: Hoje está quente ou Teresina é uma cidade fria. (V)

r: 4 é um número primo (F)

s: 5 é par (F)

r $\vee$**s**: 4 é um número primo ou 5 é par(F)

Lógica Proposicional

Disjunção Exclusiva: A disjunção exclusiva de duas proposições p e q é a proposição **" ou p ou q"** , que é representada por **"p $\underline{\vee}$ q",** cujo valor lógico é falso (F) quando p e q tem o mesmo valor lógico e verdade (V) quando p e q tem valores lógicos diferentes.

p	q	p$\underline{\vee}$q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Exs.: p: O tomate é uma fruta(V)

q:O tomate é uma verdura. (F)

p $\underline{V}$ q: (V)

r: 4 é par (V)

s: 5 é ímpar (V)

r$\underline{V}$s: Ou 4 é par ou 5 é ímpar(F)

Lógica Proposicional

Condicional : A condicional de duas proposições p e q é a proposição **"se p então q"**, que é representada por **"p→q",** cujo valor lógico será falso (F) quando p for verdadeiro e q for falso e verdade(V) nos demais casos.

p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Exs.: p: Pitágoras é um filósofo. (V)

q: Angelina Jolie é cantora(F)

p → q: Se Pitágoras é filósofo então Angelina Jolie é cantora.(F)

Lógica Proposicional

Bicondicional : A bicondicional de duas proposições p e q é a proposição **"p se e somente se q"**, que é representada por **"p↔q",** cujo valor lógico é verdade (V) quando p e q tem o mesmo valor lógico e falso nos demais casos.

p	q	p↔q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Exs.: p:. O futebol é uma paixão brasileira.(V)

q:. Recife é a capital de Pernambuco.(V)

p ↔ q: O futebol é uma paixão brasileira se, e somente se, Recife é a capital de Pernambuco. (V)

Exemplo

Ex.: Para que o valor lógico da proposição “Se João é cantor, então ele não joga todo dia” seja verdade, é:

a) Suficiente que o valor lógico da proposição “João é cantor” seja falso.

b) Suficiente que o valor lógico da proposição “ele não joga todo dia” seja falso.

c) Necessário que o valor lógico da proposição “João é cantor” seja verdade.

d) Suficiente que o valor lógico da proposição “João é cantor” seja verdade.

e) Necessário que o valor lógico da proposição “João é cantor” seja verdade e o valor lógico da proposição “ele não joga todo dia” seja falso.

ser educacional

UNINASSAU UNIVERITAS UNINABUCO UNAMA UNG