Diferencias en Diferencias

2025-06-19

Motivación

Hemos visto cómo estimar efectos causales cuando el tratamiento es casi aleatorio, condicionado a características observables.

Pero a menudo nos preocupan características no observables (variables confusoras).

Veremos cómo tratar ciertos tipos de confusores no observados usando datos de panel.

¿Qué son los datos de panel?

Datos de panel: observaciones repetidas de unidades i (personas, estados, etc.) a lo largo del tiempo t.

Utilidad: permite comparar resultados entre unidades tratadas y no tratadas *antes* del tratamiento.

Diferencias previas al tratamiento pueden revelar factores confusos **no observados**.

Hastings (2004)

En 2004, Justine Hastings escribió un estudio que analiza cómo las fusiones en la industria de la gasolina afectan los precios del combustible.

En particular, estudió un episodio en California donde la refinería ARCO compró una de las mayores cadenas de estaciones de servicio, Thrifty.

¿Cómo crees que una fusión así podría afectar los precios?

Hastings (2004)

En 2004, Justine Hastings escribió un estudio que analiza cómo las fusiones en la industria de la gasolina afectan los precios del combustible.

En particular, estudió un episodio en California donde la refinería ARCO compró una de las mayores cadenas de estaciones de servicio, Thrifty.

¿Cómo crees que una fusión así podría afectar los precios?

- Por un lado, podría reducir la competencia y aumentar los precios.
- Por otro lado, la fusión podría reducir los costos de proveer gasolina y, gracias a las sinergias, disminuir los precios.

Hastings (2004)

Hastings intentó responder a esta pregunta de forma empírica usando datos de precios de gasolina por vecindario en California.

El conjunto de datos contenía información sobre vecindarios tanto con como sin estaciones Thrifty.

¿Si sólo tuviéramos datos posteriores a la fusión?

Supongamos primero que sólo contáramos con datos de precios de la gasolina *posteriores* a la fusión.

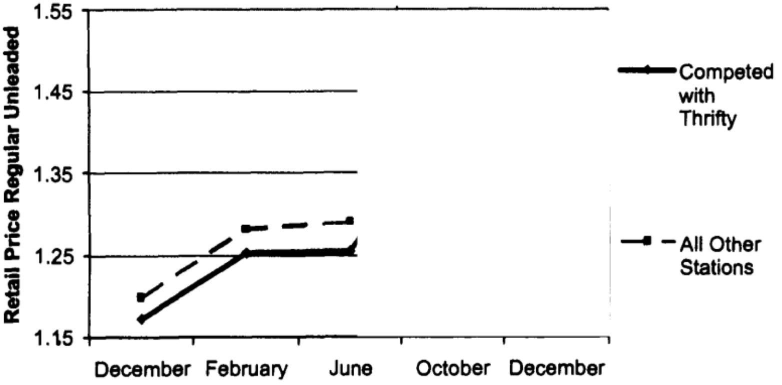
Podríamos comparar los precios en zonas que tenían una Thrifty antes ($D_i = 1$) con zonas que no la tenían ($D_i = 0$) para estimar el efecto causal de convertir una Thrifty.

¿Por qué esto podría no darnos el efecto causal? ¡Variables omitidas!

Los lugares que ya tenían una Thrifty antes probablemente tenían mayor competencia que los lugares sin Thrifty, por lo que esperaríamos que sus precios fueran más bajos.

Con datos de panel, podemos comprobar esto empíricamente examinando los precios *antes* de la fusión.

Diferencias pre-tratamiento



(a) Los Angeles

Diferencias pre-tratamiento

Antes de la fusión, las estaciones en mercados que competían con Thrifty tenían precios de la gasolina ≈ 3 centavos más bajos en cada período.

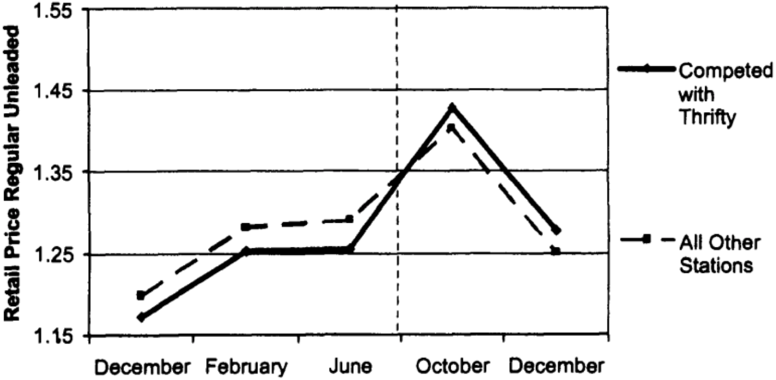
¿Es razonable asumir ausencia de confusión después de la fusión?

¡No!

Un supuesto más creíble es que la brecha hubiera permanecido en 3 c si la fusión no hubiera ocurrido.

¡Esta es la idea de la *diferencia-en-diferencias* (DiD)!

Después de la fusión



(a) LOS ANGELES

Después de la fusión

- Después de la fusión, las estaciones ubicadas en zonas con una Thrifty presentaron precios aproximadamente 2 centavos más altos.
- Si suponemos que habrían tenido precios 3 centavos más bajos (como antes de la fusión), ello implica un efecto del tratamiento de $2 - (-3) = 5$ centavos.
- Esta cifra corresponde a la diferencia post-tratamiento (2 centavos) entre tratadas y controles menos la diferencia pre-tratamiento (-3 centavos); es decir, una *diferencia-en-diferencias*.

Formalizando los supuestos de DiD

Suponga que hay dos períodos, $t = 1, 2$.

Las unidades tratadas ($D_i = 1$) reciben el tratamiento en el período 2; las unidades de control nunca son tratadas.

Sea Y_{it} el resultado observado para la unidad i en el período t.

Suponemos

$$Y_{it} = D_i Y_{it}(1) + (1 - D_i) Y_{it}(0)$$

Supuesto de no anticipación:

$$Y_{i1}(0) = Y_{i1}(1)$$

El tratamiento en el período 2 no afecta el resultado en el período 1.

Formalizando los supuestos de DiD

Supuesto de *tendencias paralelas*:

$$\underbrace{\mathbb{E}[\,Y_{i2}(0) - Y_{i1}(0) \mid D_i = 1\,]}_{\text{Cambio en } Y(0) \text{ para tratados}} = \underbrace{\mathbb{E}[\,Y_{i2}(0) - Y_{i1}(0) \mid D_i = 0\,]}_{\text{Cambio en } Y(0) \text{ para controles}}$$

Equivalente a

$$\underbrace{\mathbb{E}[\,Y_{i2}(0) \mid D_i = 1\,] - \mathbb{E}[\,Y_{i2}(0) \mid D_i = 0\,]}_{\text{Sesgo de selección en el período 2}} = \underbrace{\mathbb{E}[\,Y_{i1}(0) \mid D_i = 1\,] - \mathbb{E}[\,Y_{i1}(0) \mid D_i = 0\,]}_{\text{Sesgo de selección en el período 1}}$$

Demostración

$$\underbrace{\mathbb{E}[Y_{i2} - Y_{i1} \mid D_i = 1]}_{\text{Cambio observado (tratados)}} \; - \; \underbrace{\mathbb{E}[Y_{i2} - Y_{i1} \mid D_i = 0]}_{\text{Cambio observado (controles)}} \; =$$

$$= \mathbb{E}[Y_{i2}(1) - Y_{i1}(1) \mid D_i = 1] \; - \; \mathbb{E}[Y_{i2}(0) - Y_{i1}(0) \mid D_i = 0] \quad \text{(regla de datos observados)}$$

$$= \mathbb{E}[Y_{i2}(1) - Y_{i1}(0) \mid D_i = 1] \; - \; \mathbb{E}[Y_{i2}(0) - Y_{i1}(0) \mid D_i = 0] \quad \text{(sin anticipación)}$$

$$\begin{aligned} &= \mathbb{E}[Y_{i2}(1) - Y_{i2}(0) \mid D_i = 1] \\ &\quad + \; \big[\mathbb{E}[Y_{i2}(0) - Y_{i1}(0) \mid D_i = 1] \; - \; \mathbb{E}[Y_{i2}(0) - Y_{i1}(0) \mid D_i = 0]\big] \quad \text{(sumar y restar)} \end{aligned}$$

$$= \mathbb{E}[Y_{i2}(1) - Y_{i2}(0) \mid D_i = 1] \quad \text{(tendencias paralelas)}$$

$$\Longrightarrow \; \boxed{\tau_{\text{ATT}} = \mathbb{E}[\, Y_{i2}(1) - Y_{i2}(0) \mid D_i = 1 \,]}.$$

Interpretación

τ_{ATT} es el **efecto medio del tratamiento sobre los tratados**: el efecto promedio en el período 2 para las unidades que recibieron el tratamiento.

Estimando el ATT

Demostramos que, bajo los supuestos de DiD (tendencias paralelas y sin anticipación), el ATT se identifica como

$$\tau_{\text{ATT}} = \underbrace{\mathbb{E}[\, Y_{i2} - Y_{i1} \mid D_i = 1\,]}_{\text{Cambio en la media poblacional (tratados)}} - \underbrace{\mathbb{E}[\, Y_{i2} - Y_{i1} \mid D_i = 0\,]}_{\text{Cambio en la media poblacional (controles)}} .$$

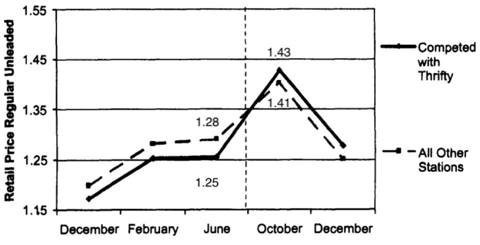
¿Cómo lo estimamos?

¡Sustituyendo medias muestrales!

Nuestro estimador es

$$\hat{\tau}_{\text{ATT}} = \underbrace{\bar{Y}_{12} - \bar{Y}_{11}}_{\text{Cambio en la media muestral (tratados)}} - \underbrace{\bar{Y}_{02} - \bar{Y}_{01}}_{\text{Cambio en la media muestral (controles)}} ,$$

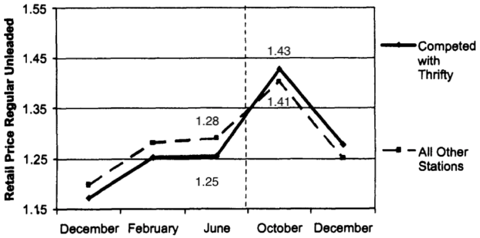
Ejemplo numérico



(a) Los Angeles

$$\hat{\tau}_{\text{ATT}} = \underbrace{\bar{Y}_{12} - \bar{Y}_{11}}_{\text{Cambio en la media muestral (tratados)}} - \underbrace{\bar{Y}_{02} - \bar{Y}_{01}}_{\text{Cambio en la media muestral (controles)}} =$$

Ejemplo numérico



(a) LOS ANGELES

$$
\begin{aligned}
\hat{\tau}_{\text{ATT}} &= \underbrace{\bar{Y}_{12} - \bar{Y}_{11}}_{\text{Cambio en la media muestral (tratados)}} - \underbrace{\bar{Y}_{02} - \bar{Y}_{01}}_{\text{Cambio en la media muestral (controles)}} = \\
&= (1.43 - 1.25) - (1.41 - 1.28) = \\
&= 0.05.
\end{aligned}
$$

DiD como regresión

Considere la regresión

$$Y_{it} = \beta_0 + \beta_1 \, \mathrm{Post}_t + \beta_2 D_i + \beta_3 \, D_i \times \mathrm{Post}_t + \varepsilon_{it}$$

donde

$$\mathrm{Post}_t = \mathbf{1}[t = 2].$$

El coeficiente poblacional β_3 es igual a τ_{ATT} bajo los supuestos de DiD.

DiD como regresión

El modelo anterior implica la CEF:

$$
\begin{aligned}
\mathbb{E}[Y_{it} \mid D_i = 0, \text{Post}_t = 0] &= \beta_0, \\
\mathbb{E}[Y_{it} \mid D_i = 0, \text{Post}_t = 1] &= \beta_0 + \beta_1, \\
\mathbb{E}[Y_{it} \mid D_i = 1, \text{Post}_t = 0] &= \beta_0 + \beta_2, \\
\mathbb{E}[Y_{it} \mid D_i = 1, \text{Post}_t = 1] &= \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3.
\end{aligned}
$$

Por lo tanto,

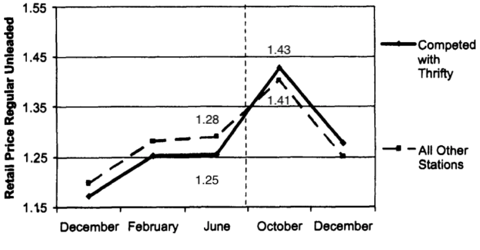
$$
\beta_3 = \big(\mathbb{E}[Y_{it} \mid D_i = 1, \text{Post}_t = 1] - \mathbb{E}[Y_{it} \mid D_i = 1, \text{Post}_t = 0]\big)
$$
$$
-\big(\mathbb{E}[Y_{it} \mid D_i = 0, \text{Post}_t = 1] - \mathbb{E}[Y_{it} \mid D_i = 0, \text{Post}_t = 0]\big) = \tau_{\text{ATT}}.
$$

DiD como regresión

De manera análoga con datos muestrales:

$$\hat{\beta}_3 = (\bar{Y}_{12} - \bar{Y}_{11}) - (\bar{Y}_{02} - \bar{Y}_{01}) = \hat{\tau}_{\mathsf{ATT}}.$$

Ejemplo con Datos de Hastings



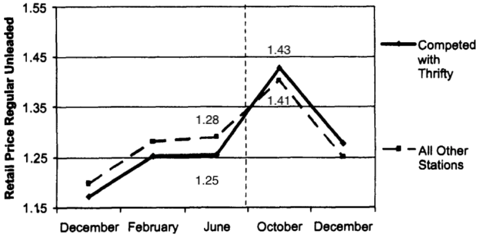
(a) Los Angeles

Estimamos la siguiente regresión vía MCO:

$$Y_{it} = \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{Post}_t + \beta_2 D_i + \beta_3 (D_i \cdot \text{Post}_t) + \varepsilon_{it}$$

donde $\text{Post}_t = 1$ para octubre y 0 para junio. Los coeficientes estimados son:

Ejemplo con Datos de Hastings



(a) Los Angeles

- Constante ($\hat{\beta}_0$) = 1.28
- Post ($\hat{\beta}_1$) = 0.13
- Tratado ($\hat{\beta}_2$) = -0.03
- Tratado $\times$ Post ($\hat{\beta}_3$) = 0.05