

Repaso: Cumplimiento Imperfecto

2025-11-27

El Problema

A veces, la asignación al tratamiento no se respeta perfectamente:

- Personas asignadas al tratamiento no lo reciben
- Personas asignadas al control sí lo reciben

Ejemplos:

- Programa de capacitación: algunos no asisten
- Estudio médico: algunos no toman el medicamento
- Incentivo para vacunación: algunos no responden

Necesitamos distinguir entre **asignación** y **participación real**:

$$Z_i = \begin{cases} 1 & \text{si fue asignado al grupo de tratamiento} \\ 0 & \text{si fue asignado al grupo de control} \end{cases}$$

$$D_i = \begin{cases} 1 & \text{si recibe el tratamiento efectivamente} \\ 0 & \text{si no recibe el tratamiento} \end{cases}$$

Resultados Potenciales para el Tratamiento

Además de los resultados potenciales Y_i^1 y Y_i^0 , también tenemos resultados potenciales para la **participación**:

D_i^1 : participación si es asignado al tratamiento

D_i^0 : participación si es asignado al control

$$D_i = \begin{cases} D_i^1 & \text{si } Z_i = 1 \\ D_i^0 & \text{si } Z_i = 0 \end{cases}$$

Los Cuatro Tipos

Los Cuatro Tipos

Según los valores de D_i^1 y D_i^0 , hay cuatro tipos de personas:

1. **Cumplidores:** $D_i^1 = 1$ y $D_i^0 = 0$
 - Participan si asignados al tratamiento, no participan si asignados al control
2. **Tomadores constantes:** $D_i^1 = 1$ y $D_i^0 = 1$
 - Siempre participan, sin importar la asignación
3. **Rechazadores constantes:** $D_i^1 = 0$ y $D_i^0 = 0$
 - Nunca participan, sin importar la asignación
4. **Desafiantes:** $D_i^1 = 0$ y $D_i^0 = 1$
 - Participan solo si asignados al control

Tabla de Tipos

Como la asignación es aleatoria, los grupos están balanceados:

Asignado a tratamiento	Asignado a control
Cumplidor ($D = 1$)	Cumplidor ($D = 0$)
Tomador constante ($D = 1$)	Tomador constante ($D = 1$)
Rechazador constante ($D = 0$)	Rechazador constante ($D = 0$)
Desafiante ($D = 0$)	Desafiante ($D = 1$)

Nota: Los tipos no son observables directamente.

Supuesto de Monotonicidad

En general, asumimos que **no hay desafiantes**.

Es decir, nadie hace exactamente lo opuesto de lo que se le asigna.

Esto simplifica el análisis y es razonable en la mayoría de contextos.

Definiciones Clave

Intent-to-Treat (ITT)

El **ITT** es el efecto de ser **asignado** al tratamiento (sin importar si realmente lo reciben):

$$ITT = E[Y_i|Z_i = 1] - E[Y_i|Z_i = 0]$$

- Es fácil de calcular: simplemente comparar los grupos asignados
- Como Z es aleatorio, no hay sesgo de selección
- **Pero:** no es el efecto de recibir el tratamiento efectivamente

La **Primera Etapa** mide cuánto aumenta la participación al ser asignado al tratamiento:

$$\text{Primera Etapa} = E[D_i | Z_i = 1] - E[D_i | Z_i = 0]$$

- También es fácil de calcular
- Nos dice la proporción de **cumplidores** en la población
- Si es cero, no podemos aprender nada sobre el efecto del tratamiento

Local Average Treatment Effect (LATE)

El **LATE** es el efecto del tratamiento **para los cumplidores**:

$$LATE = \frac{ITT}{\text{Primera Etapa}} = \frac{E[Y_i|Z_i = 1] - E[Y_i|Z_i = 0]}{E[D_i|Z_i = 1] - E[D_i|Z_i = 0]}$$

Interpretación:

- Efecto promedio del tratamiento sobre aquellos cuya participación es afectada por la asignación
- No incluye a tomadores constantes ni rechazadores constantes
- Es el parámetro que podemos identificar con cumplimiento imperfecto

Pensemos en la lógica:

- El ITT mide cuánto cambia el resultado promedio al cambiar la asignación
- La Primera Etapa mide cuánto cambia la participación al cambiar la asignación
- El LATE “reescala” el ITT para expresarlo en términos de participación efectiva

Ejemplo: Si la asignación aumenta la participación en 50% y el resultado en 5 puntos, entonces participar efectivamente aumenta el resultado en $5/0.5 = 10$ puntos.

Ejercicios

Ejercicio 1: Identificar los Tipos

Un programa de capacitación laboral. Se invitó a 150 personas aleatoriamente, y 150 no recibieron invitación.

Grupo	Asistió	No asistió	Total
Invitado	105	45	150
No invitado	15	135	150
Total	120	180	300

Preguntas:

1. ¿Cuántos tomadores constantes hay?
2. ¿Cuántos rechazadores constantes hay?
3. ¿Cuántos cumplidores hay?

Ejercicio 1: Solución

1. Tomadores constantes:

Los que asistieron sin invitación deben ser tomadores constantes (asumiendo no hay desafiantes).

Hay 15 en el grupo no invitado, entonces hay 15 en cada grupo.

2. Rechazadores constantes:

Los que no asistieron con invitación deben ser rechazadores constantes.

Hay 45 en el grupo invitado, entonces hay 45 en cada grupo.

3. Cumplidores:

$150 - 15 - 45 = 90$ en cada grupo.

O alternativamente: $105 - 15 = 90$ (asistieron con invitación menos tomadores constantes)

Ejercicio 2: Calcular ITT y LATE

Un programa de subsidio para compra de fertilizantes. Se sorteó el subsidio entre agricultores.

Grupo	Usó Fertilizante	No usó	Producción Promedio (tons)
Subsidio	180	20	8.5
Sin subsidio	30	170	7.2
Total	210	190	

Preguntas:

1. ¿Cuál es el ITT?
2. ¿Cuál es la Primera Etapa?
3. ¿Cuál es el LATE?

Ejercicio 2: Solución

1. ITT:

$$ITT = E[Y|Z = 1] - E[Y|Z = 0] = 8.5 - 7.2 = 1.3$$

2. Primera Etapa:

$$\text{Primera Etapa} = E[D|Z = 1] - E[D|Z = 0] = \frac{180}{200} - \frac{30}{200} = 0.90 - 0.15 = 0.75$$

3. LATE:

$$LATE = \frac{ITT}{\text{Primera Etapa}} = \frac{1.3}{0.75} = 1.73$$

Ejercicio 3: Programa de Salud Preventiva

Un programa de chequeos médicos gratuitos. Resultados:

- Asignados a recibir cupón y hicieron el chequeo: 20 personas
 - Días de enfermedad promedio al año: 12
- Asignados a recibir cupón y **no** hicieron chequeo: 5 personas
 - Días de enfermedad promedio al año: 8
- No recibieron cupón y hicieron un chequeo: 10 personas
 - Días de enfermedad promedio al año: 15
- No recibieron cupón y no hicieron un chequeo: 15 personas
 - Días de enfermedad promedio al año: 10

Calcula:

1. La proporción de cumplidores
2. El ITT
3. El LATE

Ejercicio 3: Solución

1. Proporción de cumplidores:

$$Pr(\text{Cumplidor}) = \frac{20}{25} - \frac{10}{25} = 0.80 - 0.40 = 0.40$$

40% de las personas son cumplidores.

2. ITT:

$$E[Y|Z = 0] = \frac{10 \times 15 + 15 \times 10}{25} = 12$$

$$E[Y|Z = 1] = \frac{20 \times 12 + 5 \times 8}{25} = 11.2$$

$$ITT = E[Y|Z = 1] - E[Y|Z = 0] = 11.2 - 12.0 = -0.8$$

Supuestos Clave

Para que el LATE identifique un efecto causal, necesitamos:

1. **Exogeneidad:** Z es aleatorio
 - La asignación no está correlacionada con características no observadas
2. **Exclusión:** Z afecta Y solo a través de D
 - La asignación no tiene efecto directo en el resultado
3. **Monotonicidad:** No hay desafiantes
 - Nadie hace lo opuesto de su asignación
4. **Primera Etapa no cero:** $E[D|Z = 1] \neq E[D|Z = 0]$
 - La asignación sí afecta la participación

El problema: Cumplimiento imperfecto en experimentos

La solución: Usar la asignación aleatoria como instrumento

Lo que identificamos:

- ITT: efecto de la asignación
- LATE: efecto del tratamiento para cumplidores

Fórmula clave:

$$LATE = \frac{E[Y|Z = 1] - E[Y|Z = 0]}{E[D|Z = 1] - E[D|Z = 0]}$$

Este marco de cumplimiento imperfecto es un caso especial de **Variables Instrumentales**.

Más adelante veremos:

- Cómo generalizar esta idea a contextos no experimentales
- Otros ejemplos de variables instrumentales
- Estimación con múltiples instrumentos