

# Resultados Potenciales

2025-04-09

---

# Modelo de Resultados Potenciales

---

- Contexto
- Notación de Resultados Potenciales
- Descomposición de la Diferencia Simple
- Supuesto de Independencia
- Supuesto SUTVA

- Objetivo 1: entender la notación de resultados potenciales
- Objetivo 2: poder calcular distintos conceptos de resultados potenciales
- Objetivo 3: entender la descomposición de la diferencia simple

En la clase pasada aprendimos sobre diagramas causales.

Una herramienta muy útil para modelar el proceso generador de datos y entender qué variación es “buena” o “mala”, y qué debe mantenerse constante.

Algunas limitaciones:

- Puede ser difícil trabajar con modelos complejos (en Economía no suele ser gran problema).
- No sirve bien para sistemas con retroalimentación.  
Especialmente complicado para sistemas de oferta y demanda.
- Es simple, pero pierde precisión.

El modelo de resultados potenciales es otra herramienta para pensar la causalidad.

Los DAGs son relativamente nuevos y tienen sus usos, pero los resultados potenciales son fundamentales.

La principal diferencia con la econometría tradicional es un tratamiento explícito de la causalidad y más énfasis en efectos heterogéneos.

- Pensemos en un “tratamiento”

- Pensemos en un “tratamiento”
  - Una nueva medicina, un programa de gobierno, exposición a una campaña publicitaria



- Pensemos en un “tratamiento”
  - Una nueva medicina, un programa de gobierno, exposición a una campaña publicitaria
- Para cada persona hay dos futuros posibles:

- Pensemos en un “tratamiento”
  - Una nueva medicina, un programa de gobierno, exposición a una campaña publicitaria
- Para cada persona hay dos futuros posibles:
  - uno donde recibe el tratamiento

- Pensemos en un “tratamiento”
  - Una nueva medicina, un programa de gobierno, exposición a una campaña publicitaria
- Para cada persona hay dos futuros posibles:
  - uno donde recibe el tratamiento
  - uno donde no lo recibe

- Pensemos en un “tratamiento”
  - Una nueva medicina, un programa de gobierno, exposición a una campaña publicitaria
- Para cada persona hay dos futuros posibles:
  - uno donde recibe el tratamiento
  - uno donde no lo recibe
- Nos interesa cómo el tratamiento afecta alguna variable de interés, el resultado.

- El **efecto causal** para cada individuo es la diferencia entre su resultado en ambos mundos.

- El **efecto causal** para cada individuo es la diferencia entre su resultado en ambos mundos.
- ¡Fácil! ¡Solo resta!

- El **efecto causal** para cada individuo es la diferencia entre su resultado en ambos mundos.
- ¡Fácil! ¡Solo resta!
- Pero: ¡solo observamos un resultado!

- El **efecto causal** para cada individuo es la diferencia entre su resultado en ambos mundos.
- ¡Fácil! ¡Solo resta!
- Pero: ¡solo observamos un resultado!
- El problema fundamental de la inferencia causal: datos faltantes



- $Y$  representa los resultados
- El subíndice  $i$  denota un individuo
  - Puede ser una persona, empresa, estado, familia
- El superíndice 0 o 1 representa en qué universo estamos

Por lo tanto:

- $Y_i^0$  es el resultado si  $i$  *no recibe* el tratamiento
- $Y_j^1$  es el resultado si  $j$  *recibe* el tratamiento

- Sin superíndice significa el resultado observado
  - $Y_{Joao}^0$  es el resultado para Joao, sin tratamiento
  - $Y_{Joao}^1$  es el resultado para Joao, con tratamiento
  - $Y_{Joao}$  es el resultado observado para Joao

- $D_i$  representa el estado de tratamiento: 1 si tratado, 0 si no tratado
- Con esta notación:

$$Y_i = D_i Y_i^1 + (1 - D_i) Y_i^0$$

- Efecto del tratamiento:

$$\delta_i = Y_i^1 - Y_i^0$$

## Ejemplo

Individuo	$Y_i^0$	$Y_i^1$	$\delta_i$
Ana	5	4	
Bruno	3	9	
Carla	3	2	
Daniel	7	4	

## Ejemplo

Individuo	$Y_i^0$	$Y_i^1$	$\delta_i$
Ana	5	4	$4 - 5 = -1$
Bruno	3	9	$9 - 3 = +6$
Carla	3	2	$2 - 3 = -1$
Daniel	7	4	$4 - 7 = -3$

## Ejemplo

Lamentablemente, no podemos calcular  $\delta_i$ , porque solo tenemos o  $Y_i^0$  o  $Y_i^1$ .

Individuo	$Y_i^0$	$Y_i^1$	$D_i$	$\delta_i$
Ana	?	4	1	$4 - ? = ?$
Bruno	?	9	1	$9 - ? = ?$
Carla	3	?	0	$? - 3 = ?$
Daniel	7	?	0	$? - 7 = ?$

## Efectos Promedio del Tratamiento

No podemos calcular el efecto individual, pero *en algunos casos* podemos calcular *efectos promedio*.

Como cada persona tiene su propio efecto causal, no podemos hablar de “el efecto causal”. Hay que ser más precisos.

El primer efecto que nos interesa es el *Efecto Promedio del Tratamiento* (ATE):

$$E[\delta_i] = E[Y_i^1 - Y_i^0] = E[Y_i^1] - E[Y_i^0]$$

En palabras, el ATE es simplemente el promedio de todos los efectos.

También podemos calcular efectos promedio para un grupo específico. Por ejemplo, si nos interesan las personas con cierta característica  $X = x$ :

$$E[\delta_i | X_i = x] = E[Y_i^1 - Y_i^0 | X_i = x] = E[Y_i^1 | X_i = x] - E[Y_i^0 | X_i = x]$$

$X$  puede ser género, ingreso, empleo, etc.



Una característica que suele importarnos: haber recibido tratamiento.

*Efecto Promedio del Tratamiento para los Tratados (ATT):*

$$E[\delta_i | D_i = 1] = E[Y_i^1 - Y_i^0 | D_i = 1] = E[Y_i^1 | D_i = 1] - E[Y_i^0 | D_i = 1]$$

## Efectos Promedio del Tratamiento

Individuo	$Y_i^0$	$Y_i^1$	$D_i$	$\delta_i$
Ana	5	4	1	-1
Bruno	3	9	1	+6
Carla	3	2	0	-1
Daniel	7	4	0	-3

¿Cuál es el ATE?

## Efectos Promedio del Tratamiento

Individuo	$Y_i^0$	$Y_i^1$	$D_i$	$\delta_i$
Ana	5	4	1	-1
Bruno	3	9	1	+6
Carla	3	2	0	-1
Daniel	7	4	0	-3

¿Qué pasa si calculamos el efecto promedio para mujeres?

## Efectos Promedio del Tratamiento

Individuo	$Y_i^0$	$Y_i^1$	$D_i$	$\delta_i$
Ana	5	4	1	-1
Bruno	3	9	1	+6
Carla	3	2	0	-1
Daniel	7	4	0	-3

¿Qué pasa con el ATT?

## Ejemplo

Imaginemos un nuevo procedimiento médico.

El tratamiento es este nuevo procedimiento, y el control es seguir el procedimiento tradicional.

El resultado es la cantidad de años de vida del paciente bajo cada procedimiento.

## Ejemplo

Paciente	$Y_i^1$	$Y_i^0$
1	7	1
2	5	6
3	5	1
4	7	8
5	4	2
6	10	1
7	1	10
8	5	6
9	3	7
10	9	8

## Ejemplo

Paciente	$Y_i^1$	$Y_i^0$	$\delta_i$
1	7	1	?
2	5	6	?
3	5	1	?
4	7	8	?
5	4	2	?
6	10	1	?
7	1	10	?
8	5	6	?
9	3	7	?
10	9	8	?

Calculemos los efectos del tratamiento para cada paciente.

## Ejemplo

Paciente	$Y_i^1$	$Y_i^0$	$\delta_i$
1	7	1	6
2	5	6	-1
3	5	1	4
4	7	8	-1
5	4	2	2
6	10	1	9
7	1	10	-9
8	5	6	-1
9	3	7	-4
10	9	8	1

- ¿Cuál es el ATE?



## Ejemplo

$$E[\delta_i] = \frac{1}{10} \sum_i \delta_i = 0.6$$

## Ejemplo

Paciente	$Y_i^1$	$Y_i^0$	$\delta_i$	Sexo
1	7	1	6	H
2	5	6	-1	M
3	5	1	4	H
4	7	8	-1	M
5	4	2	2	H
6	10	1	9	M
7	1	10	-9	H
8	5	6	-1	M
9	3	7	-4	H
10	9	8	1	M

- ¿Cuál es el ATE para hombres? ¿Y para mujeres?

## Ejemplo

- Hombres:  $-0.1$
- Mujeres:  $+0.7$

## Ejemplo

Imaginemos un médico perfecto que conoce los resultados potenciales de cada paciente.

Prescribe el tratamiento si el efecto es positivo.

## Ejemplo

Paciente	$Y_i^1$	$Y_i^0$	$\delta_i$	$D_i$
1	7	1	6	1
2	5	6	-1	0
3	5	1	4	1
4	7	8	-1	0
5	4	2	2	1
6	10	1	9	1
7	1	10	-9	0
8	5	6	-1	0
9	3	7	-4	0
10	9	8	1	1

- ¿Cuál es el ATT? ¿Y el ATU?

## Ejemplo

- ATT:  $E[\delta_i | D_i = 1] = \frac{1}{5} \sum_{D_i=1} \delta_i = 4.4$
- ATU:  $E[\delta_i | D_i = 0] = \frac{1}{5} \sum_{D_i=0} \delta_i = -3.2$

## Ejemplo

Pero en la realidad, no observamos todos los resultados potenciales.  
Solo vemos el resultado realizado.

## Ejemplo

Paciente	$Y_i^1$	$Y_i^0$	$\delta_i$	$D_i$	$Y_i$
1	7	1	6	1	7
2	5	6	-1	0	6
3	5	1	4	1	5
4	7	8	-1	0	8
5	4	2	2	1	4
6	10	1	9	1	10
7	1	10	-9	0	10
8	5	6	-1	0	6
9	3	7	-4	0	7
10	9	8	1	1	9



## Ejemplo

Paciente	$D_i$	$Y_i$
1	1	7
2	0	6
3	1	5
4	0	8
5	1	4
6	1	10
7	0	10
8	0	6
9	0	7
10	1	9

¿Qué pasa si calculamos la diferencia simple?

## Ejemplo

$$\frac{1}{5} \sum_{D_i=1} Y_i - \frac{1}{5} \sum_{D_i=0} Y_i = 7 - 7.4 = -0.4$$

## Sesgo por Diferencia Simple

- Usando la diferencia simple, encontramos un efecto negativo ¡aunque el efecto promedio verdadero es positivo!
- Vamos a entender qué está pasando.

Partimos de la diferencia simple:

$$\mathbb{E}[Y \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y \mid D = 0] = \mathbb{E}[Y^1 \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y^0 \mid D = 0]$$

## Sesgo por Diferencia Simple

Partimos de la diferencia simple:

$$\mathbb{E}[Y \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y \mid D = 0] = \mathbb{E}[Y^1 \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y^0 \mid D = 0]$$

Luego sumamos y restamos  $\mathbb{E}[Y^0 \mid D = 1]$ :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[Y^1 \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y^0 \mid D = 0] &= \mathbb{E}[Y^1 \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y^0 \mid D = 1] + \\ &\quad \mathbb{E}[Y^0 \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y^0 \mid D = 0] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[Y \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y \mid D = 0] = \\ \underbrace{\mathbb{E}[Y^1 \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y^0 \mid D = 1]}_{\text{ATT}} + \underbrace{\mathbb{E}[Y^0 \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y^0 \mid D = 0]}_{\text{Sesgo de Selección}} \end{aligned}$$

En el ejemplo del médico perfecto,  $ATT = 4.4$  y diferencia simple = -0.4.

Vamos a calcular:  $\mathbb{E}[Y^0 \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y^0 \mid D = 0]$

$$(13 - 37)/5 = -24/5 = -4.8$$

$$\underbrace{\text{Diferencia Simple}}_{-0.4} = \underbrace{ATT}_{4.4} + \underbrace{\text{Sesgo de Selección}}_{-4.8}$$



## Descomposición de la Diferencia Simple

- Interpretación: El sesgo de selección mide cuán distintos habrían sido los tratados y no tratados *si no hubieran recibido tratamiento*.
- En el ejemplo, el sesgo es negativo porque los pacientes que habrían salido peor sin tratamiento fueron los que sí lo recibieron.

## Supuesto de Independencia

- Introducimos un supuesto para corregir el problema.
- Supuesto de independencia:

$$(Y^1, Y^0) \perp D$$

- También se llama asignación aleatoria del tratamiento
- Significa que ser tratado o no no depende de los resultados potenciales

## Supuesto de Independencia

Recordemos: si  $A \perp B$ , entonces  $P(A|B) = P(A)$ .

Entonces, el supuesto de independencia nos da:

- El sesgo de selección es cero:

$$\text{Sesgo} = E[Y^0|D = 1] - E[Y^0|D = 0] = E[Y^0] - E[Y^0] = 0$$

- Segundo, la diferencia simple identifica el ATT:

$$\begin{aligned}ATT &= E[Y|D = 1] - E[Y|D = 0] \\&= E[Y^1|D = 1] - E[Y^0|D = 1] \\&= E[Y^1] - E[Y^0]\end{aligned}$$

- Tercero, el ATE es igual al ATT:

$$ATE = E[Y^1] - E[Y^0] = ATT$$

# Supuesto de Independencia

Bajo asignación aleatoria:

- No hay sesgo de selección
- La diferencia simple estima el ATT
- $ATT = ATE$

Asumimos también SUTVA: *Asignación Estable del Valor del Tratamiento por Unidad.*

Este supuesto excluye tres cosas:

- Dosis distintas. El tratamiento es 0 o 1. Nada de medias dosis ni calidades distintas.
- Efectos indirectos: el tratamiento de uno no afecta el resultado de otro.
- Efectos de equilibrio general.



## Resultados de Simulación

```
y1 <- c(7,5,5,7,4,10,1,5,3,9)
y0 <- c(1,6,1,8,2,1,10,6,7,8)

simple_diff <- function() {
  treated_indices <- sample(10, 5)
  untreated_indices <- setdiff(1:10, treated_indices)
  treated_mean <- mean(y1[treated_indices])
  untreated_mean <- mean(y0[untreated_indices])
  return(treated_mean - untreated_mean)
}

sim_results <- replicate(1000000, simple_diff())
```

## Resultados de Simulación

```
mean(sim_results)
```

```
## [1] 0.5967486
```

