

Departamento de Engenharia Eletrotécnica e de Computadores Secção de Robótica e Manufatura Integrada

# Robótica

2014/2015 – 2.º Semestre Trabalho 1

Cinemática Directa e Inversa

Pedro Martins, n.º 31501 João Barata Oliveira, n.º 31559 Alexandra Videira, n.º 37246

Regente: José António Barata de Oliveira jab@uninova.pt

## Índice

Introdução	3
Enquadramento Teórico	
Cinemática Directa	4
Cinemática Inversa	7
Implementação	9
Funções correspondentes aos requisitos funcionais	9
Funções auxiliares de conversão	10
Graphical User Interface (GUI)	10
Extra	10
Conclusão	11

## Introdução

Este trabalho tem como principal objectivo consolidar os conceitos fundamentais descritos durante as aulas teóricas através da simulação do modelo cinemático do robot ROB3. O ROB3 é um robot antropomórfico com 6 graus de liberdade – um por cada eixo – que permitem modelar com grande nível de precisão os seus movimentos. Assim sendo, recorre-se à implementação das cinemáticas directa e inversa a fim de, respectivamente:

- 1) Calcular a posição e orientação da gripper, dado um conjunto de ângulos;
- 2) Calcular os ângulos para cada eixo, dada uma determinada posição e orientação da gripper.

Para se poder manipular a posição angular dos eixos do robot, é necessário mapear a posição de cada eixo para as correspondentes coordenadas cartesianas (x, y, z) e respectiva orientação (roll, pitch, yaw).

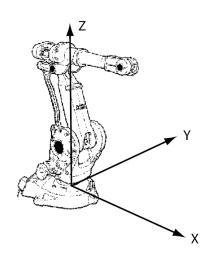
Os requisitos funcionais implementados no trabalho são os seguintes:

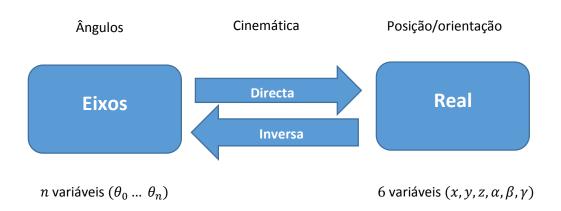
R.F	Descrição			
1	Rodar uma junta para uma posição em steps e graus.			
2	Rodas todas as juntas para as posições correspondentes em steps e graus.			
3	Rodar uma junta para uma posição com velocidade em steps e graus.			
4	Rodas todas as juntas para as posições correspondentes com velocidade em steps e graus.			
5	Determinar a posição de uma junta em steps e graus.			
6	Determinar a posição de todas a juntas em steps e graus.			
7	Movimentar cada junta. Cada movimento deve providenciar a posição da garra do robot			
	em coordenadas cartesianas robóticas (x, y, z) e a respetiva orientação (roll, pitch, yaw).			
8	Movimentar a garra para uma posição determinada por coordenadas cartesianas			
	robóticas (x, y, z) e a respetiva orientação (roll, pitch, yaw).			
9	Calibrar o robot			
10	Extra: Fazer uma série de movimentos consecutivos para imitar um determinado			
	comportamento com o robot (p.e aperto de mão).			

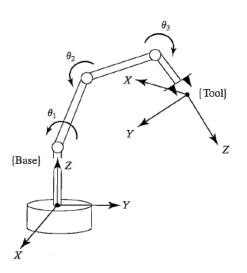
## Enquadramento Teórico

Dadas as características das juntas e os eixos do robot, como se pode determinar a sua localização e a orientação da gripper?

A cinemática estuda os movimentos dos robots através da dedução das equações dos movimentos relativos dos vários eixos. Existem então dois tipos de cinemática: a directa e a inversa.



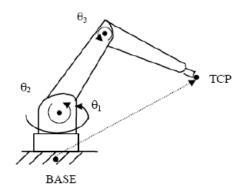




#### Cinemática Directa

A cinemática directa permite a obtenção de uma posição (x,y,z) a partir dos ângulos dos eixos do robot. Através desta cinemática pode-se calcular a posição e orientação da gripper em relação à base.

Através da cinemática directa a matriz  $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5 \ \theta_6]$  é transformada na matriz  $X = [x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma]$ , onde x,y,z representam a posição da gripper relativamente à base e  $\alpha,\beta,\gamma$  representam a orientação da gripper também em relação à base.



Pela definição dos parâmetros de Denavit-Hartenberg, pode-se perceber que um ponto  $P_i$  pode ser expresso no sistema de coordenadas i-1, fazendo-se a seguinte sequência de transformações matriciais:

1. Rotação de um ângulo  $\theta_i$  em torno de  $Z_{i-1}$ , para alinhar  $X_{i-1}$  com  $X_i$ .

$$Rot_{Z_i}(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Translação de  $d_i$  ao longo de  $Z_{i-1}$  para alinhar  $X_{i-1}$  com  $X_i$ .

$$Trans_{Z_i}(d_i) = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \ 0 & 1 & 0 & 0 \ 0 & 0 & 1 & d_i \ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Translação de  $a_i$  ao longo de  $X_i$  para tornar as origens e os eixos x coincidentes.

$$Trans_{X_i}(a_{i,i+1}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{i,i+1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Rotação de um ângulo  $a_i$  em torno de  $X_i$ , para que assim os dois sistemas se tornem coincidentes.

$$Rot_{X_i}(a_{i,i+1}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos a_{i,i+1} & -\sin a_{i,i+1} & 0\\ 0 & \sin a_{i,i+1} & \cos a_{i,i+1} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Assim sendo, todas as transformações anteriores dão origem à matriz seguinte com as suas equações demonstradas abaixo.

$${}_{6}^{0}T = {}_{1}^{0}T_{2}^{1}T_{3}^{2}T_{4}^{3}T_{5}^{4}T_{6}^{5}T = \begin{bmatrix} n_{x} & s_{x} & a_{x} & p_{x} \\ n_{y} & s_{y} & a_{y} & p_{y} \\ n_{z} & s_{z} & a_{z} & p_{z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$n_x = \cos t_0 \cos t_4 \sin(t_1 + t_2 + t_3) - \sin t_0 \sin t_4$$

$$n_y = \cos t_4 \sin t_0 \sin(t_1 + t_2 + t_3) + \cos t_0 \sin t_4$$

$$n_z = -\cos(t_1 + t_2 + t_3) \cos t_4$$

$$s_x = -\cos t_0 \cos t_4 - \cos t_0 \sin(t_1 + t_2 + t_3) \sin t_4$$

$$s_y = \cos t_0 \cos t_4 - \sin t_0 \sin(t_1 + t_2 + t_3) \sin t_4$$

$$s_z = \cos(t_1 + t_2 + t_3) \sin t_5$$

$$a_x = \cos(t_0) \, \cos(t_1 + t_2 + t_3)$$

$$a_y = \cos(t_1 + t_2 + t_3) \sin t_0$$

$$a_z = \sin(t_1 + t_2 + t_3)$$

$$p_x = \cos(t_0) \ (a_2 \cos(t_1) + a_3 \cos(t_1 + t_2) + d_5 \cos(t_1 + t_2 + t_3))$$

$$p_y = (a_2 \cos(t_1) + a_3 \cos(t_1 + t_2) + d_5 \cos(t_1 + t_2 + t_3)) \sin t_0$$

$$p_z = d_1 + a_2 \sin t_1 + a_3 \sin(t_1 + t_2) + d_5 \sin(t_1 + t_2 + t_3)$$

#### Parâmetros Denavit-Hartenberg Stanford Arm

i	θ	∝	$a_i$	$d_i$
1	0	90	0	275
2	0	0	200	0
3	0	0	130	0
4	90	90	0	0
5	180	0	0	130

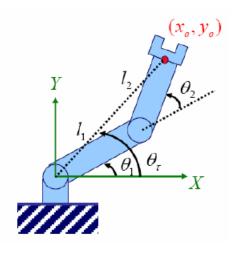
$$roll = \tan^{-1} \frac{n_x}{n_y}$$

$$pitch = \tan^{-1} \frac{n_x \cos roll + n_y \sin roll}{-n_z}$$

$$yaw = \tan^{-1} \frac{s_y \cos roll - s_x \sin roll}{-a_y \cos roll + a_x \sin roll}$$

#### Cinemática Inversa

O problema da cinemática inversa aborda a determinação do conjunto de ângulos dos eixos que correspondem à posição da gripper, especificado a sua orientação. É, portanto, o problema oposto da cinemática directa.



As equações que constam na matriz Denavit-Hartenberg são as que se seguem:

$$n_x = \cos(roll) \cos(pitch)$$

$$n_{\nu} = \sin(roll) \cos(pitch)$$

$$n_z = -\sin(pitch)$$

$$s_x = \cos(roll)\sin(pitch)\sin(yaw) - \sin(roll)\cos(yaw)$$

$$s_y = \sin(roll)\sin(pitch)\,\sin(yaw) + \,\cos(roll)\cos(yaw)$$

$$s_z = \cos(pitch)\sin(yaw)$$

$$a_x = \cos(roll)\sin(pitch)\cos(yaw) + \sin(roll)\sin(yaw)$$

$$a_y = \sin(roll)\sin(pitch)\cos(yaw) - \cos(roll)\sin(yaw)$$

$$a_z = \cos(pitch)\cos(yaw)$$

$$\theta_0 = \tan^{-1} \frac{p_y}{p_x}$$

$$\theta_{123} = \tan^{-1} \frac{a_z}{a_x \cos \theta_0 + a_y \sin \theta_0}$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

Onde:

$$\chi = \frac{(p_x \cos \theta_0 + p_y \sin \theta_0 - d_5 \cos \theta_{123})^2 + ((p_z - d_1 - d_5) \sin \theta_{123})^2}{2.0a_2a_3}$$

 $square\ root = 1-x^2$  (considera-se igual a zero se o valor de square root for inferior a zero)

$$y = \sqrt[2]{square\ root}$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

Onde:

$$x = (a_2 + a_3 \cos \theta_2)(-d_5 \cos \theta_{123} + \cos \theta_0 p_x + \sin \theta_0 p_y) + a_3 \sin \theta_2(-d_1 + p_z - d_5 \sin \theta_{123})$$

## **Implementação**

## Funções correspondentes aos requisitos funcionais

Todas as funções abaixo citadas foram implementadas com base nas limitações dos eixos presentes na seguinte tabela:

Eixo 1 (base)	160°
Eixo 2 (shoulder)	100°
Eixo 3 (elbow)	100°
Eixo 4 (wrist)	200°
Eixo 5 (tool)	200°
Gripper	60 mm

- move\_one\_axis move um eixo para um determinado ângulo
- move\_one\_axis\_speed move um eixo para um determinado ângulo com uma dada velocidade
- move\_multiple\_axis move todos os eixos para os ângulos especificados
- move\_multiple\_axis\_speed move todos os eixos para os ângulos especificados com as velocidades atribuídas
- motor\_status determina a posição de um dos eixos
- all\_motor\_status determina a posição de todos os eixos
- direct\_kinematic função que permite determinar a localização da gripper quando são conhecidos os ângulos correspondentes a cada eixo, tendo em conta que estes são os parâmetros de entrada da função. A posição da gripper é dada em coordenadas cartesianas (x,y,z) e a sua respectiva orientação (roll, pitch, yaw)
- backward\_kinematic função que permite movimentar a gripper para uma determinada posição, determinada por coordenadas cartesianas (x,y,z) e a sua respectiva orientação (roll, pitch, yaw)
- calibrate coloca todos os eixos do robot na sua posição inicial

### Funções auxiliares de conversão

- degrees\_to\_steps função que converte graus para steps
- mm\_to\_steps função que converte milímetros para steps
- steps\_to\_degrees função que converte steps para graus
- steps\_to\_mm função que converte steps para milímetros

### **Graphical User Interface (GUI)**

A interface gráfica foi realizada em Windows Forms e contém todos os requisitos funcionais. A GUI foi dividida em separadores, de maneira a tornar-se mais *user friendly*. Num dos separadores encontra-se o controlo do robot por steps e noutro o controlo do robot por ângulos. Também se encontram presentes as cinemáticas directa e inversa com uma pequena ilustração para o utilizador saber qual a orientação dos eixos (x, y, z). A interface foi feita com base nas funções presentes nos requisitos funcionais que anteriormente já tinham sido realizadas, apesar de ter havido uma adaptação das mesmas. Foi tida em conta a integridade do robot ao longo da realização de todas as funções, tal como se pode verificar quando é testada através da GUI.

#### **Extra**

Realizou-se uma série de movimentos consecutivos de maneira a que o robot imite o gesto de um aperto de mão. A partir de qualquer posição o robot consegue realizar este movimento, voltando posteriormente à posição inicial. Acede-se a esta funcionalidade através da interface gráfica.

## Conclusão

Este projeto, tal como pretendido, permitiu consolidar o conhecimento sobre as cinemáticas directa e inversa, tendo em conta que se teve de estudar as deduções das mesmas por forma a compreender a sua aplicação prática relativamente ao robot. As expressões finais relativas a ambas as cinemáticas foram dadas pelo docente, o que facilitou bastante para a integração das mesmas no código.

Relativamente aos requisitos funcionais, foi pedida a realização de diversas etapas em que algumas se tornaram bastante semelhantes, pois diferem apenas no facto de mexer um eixo ou todos em conjunto (apenas um exemplo). Isto verificou-se numa extensão de linhas código desnecessária, visto que levou à repetição do mesmo código inúmeras vezes.

Apesar de tudo, foi bastante interessante ver a capacidade de adaptação das cinemáticas na simulação do robot e saber que o código realizado pode ser aplicado no mundo real. Para tal, foi também tida em conta a integridade do robot, de maneira a que não se comprometa as limitações físicas do mesmo.

Lab-Work Results nr. 1			
Course	Robotics		
Year	2014/2015		
Student n.º 31051	Name: Pedro Martins		
Student n.º 31559	Name: João Barata Oliveira		
Student n.º 37246	Name: Alexandra Videira		

Requirements' answers					
			Unable to finish		
Functional	Success	Almost	with source-code	Unable to	Professor's review
Requirement	(100%)	done	(partial results)	fulfill it	(leave it blank)
1	Х				
2	Х				
3	Х				
4	Х				
5	Х				
6	Х				
7	Х				
8	Х				
9	Х				
10	Х				
11	Х				
12	Х				

Non-			Unable to finish		
Functional	Success	Almost	with source-code	Unable to	Professor's review
Requirement		done	(partial results)	fulfill it	(leave it blank)
User					
Interface	Х				
Robot					
Integrity	Х				