

<b>G4</b>	<b>Sériový (R-L)-C obvod</b>	<b>3D2</b>
<b>8. 1. 2018</b>		<b>Meinlschmidt</b>

### ZADÁNÍ:

1. Vysvětlíte pojmy: elektrický odpor, indukčnost, kapacita, induktivní reaktance, kapacitní reaktance, impedance, fázový posun
2. Co je to rezonance střídavého obvodu, za jakých podmínek nastává?
3. U zadané skutečné cívky a kondenzátoru změřte přístrojem na měření RLC: ohmický odpor cívky  $R$ , indukčnost cívky  $L$  a kapacitu kondenzátoru  $C$
4. Z naměřených hodnot vypočtete rezonanční frekvenci sériového obvodu (R-L)-C
5. Změřte frekvenční charakteristiku obvodu zapojeného dle schématu. Hodnoty frekvencí volte tak, aby vypočtená rezonanční frekvence ležela přibližně uprostřed hodnot měřených frekvencí. Během měření udržujte konstantní hodnotu výstupního napětí generátoru
6. Vypočtete zbylé hodnoty v tabulce dle vztahů pro střídavé elektrické obvody
7. Z naměřených a vypočtených hodnot sestrojte frekvenční charakteristiky:  $I$ ,  $X_L$ ,  $X_C = f(f)$  (vše do jednoho obrázku). V grafu vyznačte vypočtenou rezonanční frekvenci a porovnejte s frekvencí zjištěnou měřením (ta je dána průsečíkem grafů  $X_L$  a  $X_C$ )

### ODPOVĚDI NA OTÁZKY:

#### Vysvětlení pojmů:

**Elektrický odpor**  $R$  [ $\Omega$ ] je skalární fyzikální veličina, která charakterizuje schopnost elektrických vodičů vést elektrický proud  $I$ .

**Indukčnost**  $L$  [H] je skalární fyzikální veličina, vyjadřující schopnost dané konfigurace elektricky vodivých těles, kterými protéká elektrický proud  $I$ , vytvářet ve svém okolí magnetické pole.

**Kapacita**  $C$  [F] je množství elektrického náboje  $Q$  ve vodiči s jednotkovým elektrickým potenciálem 1 V. Vyjadřuje schopnost vodiče uchovat elektrický náboj  $Q$ .

**Induktivní reaktance**  $X_L$  [ $\Omega$ ] je zdánlivý odpor součástky s vlastní indukčností  $L$  (ideálně cívky) proti průchodu střídavého elektrického proudu  $I$ .

**Kapacitní reaktance**  $X_C$  [ $\Omega$ ] je zdánlivý odpor součástky s kapacitou  $C$  (ideálně kondenzátoru) proti průchodu střídavého elektrického proudu  $I$ .

**Impedance**  $\bar{Z}$  [ $\Omega$ ] je fyzikální veličina vyjádřená komplexním číslem. Na jeho reálné ose se vyskytuje elektrický odpor  $R$  (je ve fázi s proudem; tj.  $\varphi = 0^\circ$ ) a na imaginární se vyskytuje zdánlivý odpor – reaktance  $X$  (je posunutá oproti proudu; tj.  $\varphi = \pm 90^\circ$ ). Reaktance  $X$  a tím pádem i celková impedance  $\bar{Z}$  je ve střídavých obvodech závislá na frekvenci  $f$ .

**Fázový posun**  $\varphi$  [ $^\circ$ ] je bezrozměrná veličina, která určuje vztah mezi elektrickým proudem  $I$  a elektrickým napětím  $U$  ve střídavých obvodech.

### **Rezonance střídavého obvodu:**

Jak již bylo řečeno, reaktance je závislá na frekvenci. Induktivní reaktance s rostoucí frekvencí roste, naopak kapacitní reaktance s rostoucí frekvencí klesá. V obvodu, ve kterém se vyskytují kapacitní a induktivní prvky, může na určité frekvenci dojít k rezonanci.

Rezonance vzniká v bodě, kdy je velikost kapacitní a induktivní reaktance shodná, tudíž výsledná reaktance je nulová a velikost odporu v obvodu je nejmenší. S klesajícím odporem také vzrůstá velikost proudu.

Jelikož při dosažení rezonanční frekvence dochází k nulové reaktanci obvodu, výsledný fázový posun bude také nulový a projevoval se budou pouze činná složka.

### **TEORIE:**

#### **Rezonanční frekvence:**

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

#### **Výpočty v daném zapojení:**

$U_1$  se v měřeném obvodu skládá z cívky a rezistoru, proto impedance  $\bar{Z}_L$ .

$$\bar{Z}_L = \frac{U_1}{I}$$

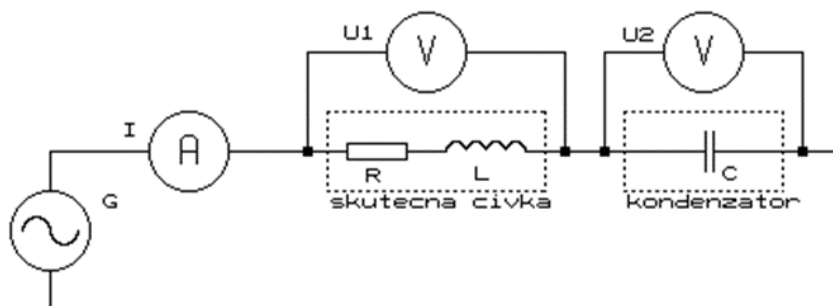
$$X_L = \sqrt{\bar{Z}_L^2 - R^2}$$

$$X_C = \frac{U_2}{I}$$

$$X = X_L - X_C$$

$$\varphi = \arctan \frac{X}{R}$$

### SCHÉMA ZAPOJENÍ:



### POUŽITÉ PŘÍSTROJE A POMŮCKY:

Název	Typové označení	Inventární číslo
Generátor	UNI-T UTG9002C	947/20
Voltmetr	DM-1 MULTIMETR	4830/1
Voltmetr	DM-1 MULTIMETR	4830/2
Ampérmetr	HC-2030ET	506780/1
RLC meter	UNI-T UT603	816022246
Cívka		1513/4
Kondenzátor	PANEL 19	4813/4

### POPIS PRÁCE:

Před samotným měřením jsme připravili potřebné pomůcky a součástky – například zdroj elektrické energie, cívku, voltmetr atd. Jejich typové značky, evidenční čísla a jiné nutné údaje jsme řádně zapsal do záznamu o měření.

Po zadání hodnot, které jsme dostali od pana učitele, bylo potřeba vypočítat rezonanční frekvenci  $f_0$  dle vzorce. Elektrický odpor  $R$  cívky jsme změřili při stejnosměrném proudu.

Následně jsme zapojili součástky dle schématu. Pro rozdělení frekvencí  $f$  jsme se rozhodli libovolně, a to – vypočtenou rezonanční frekvenci  $f_0$  umístit doprostřed měření a pokračovat lineárně až k minimální a maximální hodnotě frekvence  $f$ .

Na generátoru jsme vždy nastavili frekvenci  $f$ , změřili napětí  $U_1$  na cívce, napětí na kondenzátoru  $U_2$  a elektrický proud  $I$ . Po změření všech hodnot jsme dopočítali ostatní hodnoty.

Po dokončení měření bylo potřeba zjistit skutečnou rezonanční frekvenci  $f_0$ . Tu lze zjistit pohledem, kde se přibližně protínají funkce  $X_L$  a  $X_C$ . Bohužel se na ose  $x$  dlouhé přibližně

8200 Hz tyto dva body nachází velmi blízko. Navíc s využitím logaritmické osy by bylo odečtení velmi nepřesné. Proto jsem se rozhodl využít jiný způsob.

Víme, že oba průběhy  $X_L$  a  $X_C$  nejsou v grafu nijak aproximovány, a proto jsou mezi jednotlivými body měření přímky, které lze jednoduše popsat lineární funkcí. Lze tak využít obecnou rovnici přímky a zjistit, kde se dvě přímky protínají. Tedy předpokladu, že se někdy protnou, což v tomto případě platí.

Ačkoliv nedokážeme pouhým pohledem přesně určit polohu protnutí, dokážeme určit mezi kterými body měření k protnutí dochází. Tyto čtyři body můžeme využít k popsání dvou přímek.

**TABULKY:**

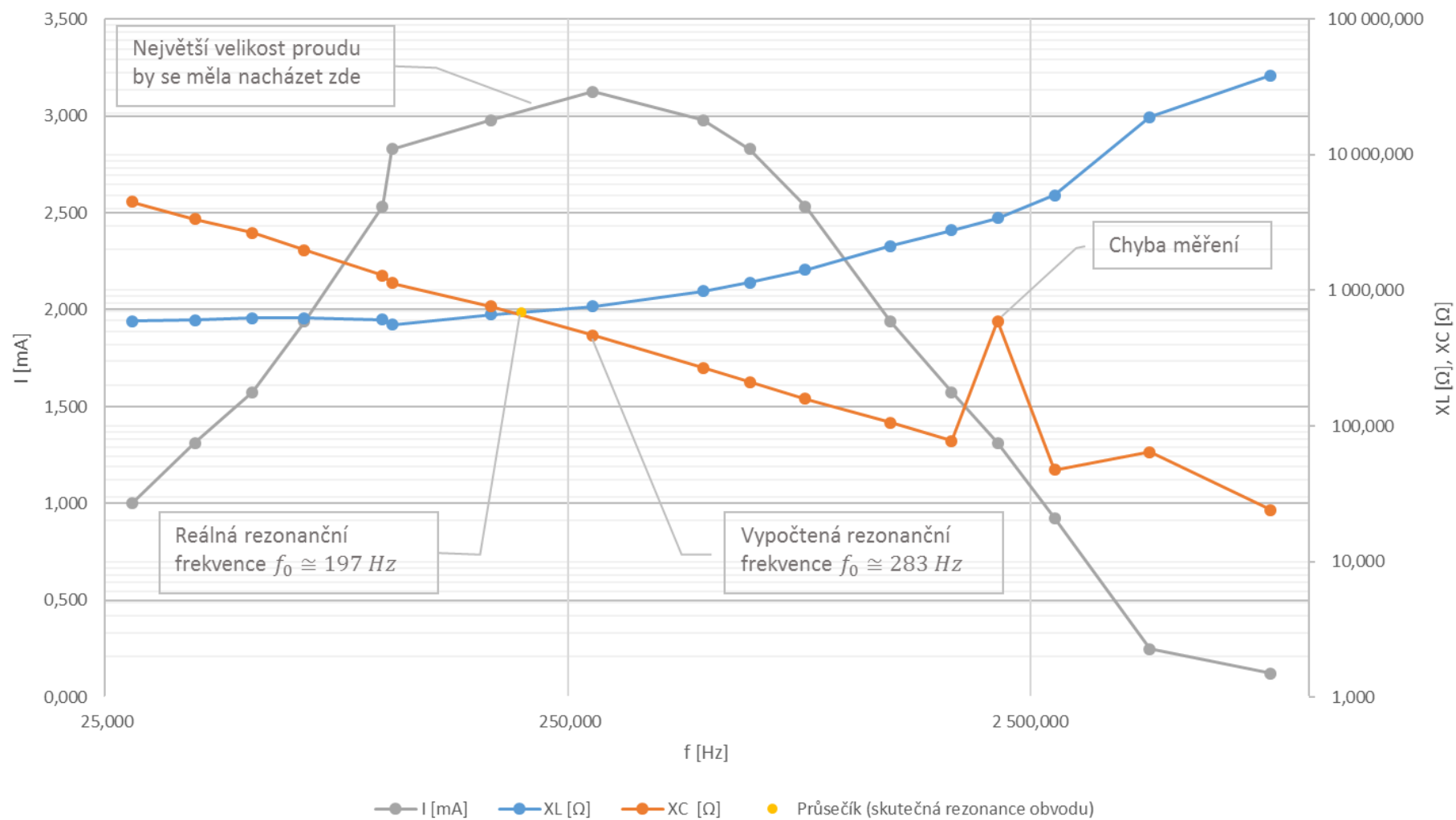
R [ $\Omega$ ]	L [H]	C [F]	$f_0$ [Hz]	$U_G$ [V]
76,000	0,336	$0,939 \cdot 10^{-6}$	283,346	12,800

f [Hz]	I [mA]	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$Z_L$ [ $\Omega$ ]	R [ $\Omega$ ]	$X_L$ [ $\Omega$ ]	$X_C$ [ $\Omega$ ]	X [ $\Omega$ ]	$\varphi$ [°]
28,600	1,000	0,599	4,500	599,000	76,000	594,159	4 500,000	-3 905,841	-88,885
39,120	1,313	0,798	4,380	607,768	76,000	602,998	3 335,872	-2 732,874	-88,407
52,010	1,575	0,990	4,180	628,571	76,000	623,960	2 653,968	-2 030,008	-87,856
67,350	1,938	1,220	3,850	629,515	76,000	624,910	1 986,584	-1 361,674	-86,805
99,300	2,532	1,550	3,270	612,164	76,000	607,428	1 291,469	-684,041	-83,660
104,400	2,829	1,590	3,190	562,036	76,000	556,874	1 127,607	-570,733	-82,415
170,900	2,977	1,990	2,270	668,458	76,000	664,124	762,513	-98,389	-52,316
<b>283,000</b>	<b>3,125</b>	<b>2,380</b>	<b>1,450</b>	<b>761,600</b>	<b>76,000</b>	<b>757,798</b>	<b>464,000</b>	<b>293,798</b>	<b>75,497</b>
489,900	2,977	2,940	0,797	987,571	76,000	984,643	267,719	716,924	83,949
617,600	2,829	3,240	0,594	1 145,281	76,000	1 142,757	209,968	932,788	85,342
815,300	2,532	3,590	0,402	1 417,852	76,000	1 415,813	158,768	1 257,045	86,540
1 245,000	1,938	4,120	0,205	2 125,903	76,000	2 124,544	105,779	2 018,765	87,844
1 686,000	1,575	4,360	0,122	2 768,254	76,000	2 767,211	77,460	2 689,750	88,382
2 126,000	1,313	4,490	0,780	3 419,650	76,000	3 418,805	594,059	2 824,746	88,459
2 820,000	0,925	4,630	0,044	5 005,405	76,000	5 004,828	47,568	4 957,261	89,122
4 518,000	0,250	4,730	0,016	18 920,000	76,000	18 919,847	64,000	18 855,847	89,769
8 250,000	0,125	4,790	0,003	38 320,000	76,000	38 319,925	24,000	38 295,925	89,886

*\*tučně – vypočtená rezonanční frekvence  $f_0$*

## GRAF

Voltampérová charakteristika (R-L)-C obvodu



## VÝPOČTY:

Výpočet rezonanční frekvence  $f_0$  [Hz]:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{0,336 \cdot 9,939 \cdot 10^{-6}}}$$
$$f_0 = 283,346 \text{ Hz}$$

Výpočet impedance cívky  $\overline{Z}_L$  [ $\Omega$ ]:

$$\overline{Z}_L = \frac{U_1}{I}$$
$$\overline{Z}_L = \frac{0,599}{1 \cdot 10^{-3}}$$
$$\overline{Z}_L = 599,000 \Omega$$

Výpočet induktivní reaktance  $X_L$  [ $\Omega$ ] cívky:

$$X_L = \sqrt{\overline{Z}_L^2 - R^2}$$
$$X_L = \sqrt{599,000^2 - 76,000^2}$$
$$X_L = 594,159 \Omega$$

Výpočet kapacitní reaktance  $X_C$  [ $\Omega$ ] kondenzátoru:

$$X_C = \frac{U_2}{I}$$
$$X_C = \frac{4,5}{1 \cdot 10^{-3}}$$
$$X_C = 4\,500,000 \Omega$$

Výpočet celkové reaktance  $X$  [ $\Omega$ ] obvodu:

$$X = X_L - X_C$$
$$X = 594,159 - 4\,500,000$$
$$X = -3\,905,841 \Omega$$

Při proudu 1 mA je reaktance kapacitního charakteru (napětí se zpožďuje za proudem).

Výpočet fázového posunu  $\varphi$  [°]:

$$\begin{aligned}\varphi &= \arctan \frac{X}{R} \\ \varphi &= \arctan \frac{-3905,841}{76,000} \\ \varphi &= -88,885^\circ\end{aligned}$$

Určení přímek  $\leftrightarrow p_{XC}$  a  $\leftrightarrow p_{XL}$  na kterých leží body měření, mezi kterými dochází k protnutí průběhů:

$$\begin{aligned}\leftrightarrow p_{XC} &\in [170,900; 762,513] \cap [283,000; 464,000] \\ \leftrightarrow p_{XL} &\in [170,900; 668,458] \cap [283,000; 757,798]\end{aligned}$$

Směrové vektory  $\overrightarrow{u_{XC}}$  a  $\overrightarrow{u_{XL}}$  přímek  $\leftrightarrow p_{XC}$  a  $\leftrightarrow p_{XL}$ :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{u_{XC}} &= (112,100; -298,513) \\ \overrightarrow{u_{XL}} &= (112,100; 89,341)\end{aligned}$$

Normálové vektory  $\overrightarrow{n_{XC}}$  a  $\overrightarrow{n_{XL}}$  přímek  $\leftrightarrow p_{XC}$  a  $\leftrightarrow p_{XL}$ :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{n_{XC}} &= (-298,513; 112,100) \\ \overrightarrow{n_{XL}} &= (89,341; -112,100)\end{aligned}$$

Obecná rovnice přímky  $\leftrightarrow p_{XC}$ :

$$\begin{aligned}ax + by + c &= 0 \\ -298,513x - 112,100y + c &= 0 \\ c &= 298,513x + 112,100y \\ c &= 298,513 \cdot 283,000 + 112,100 \cdot 464,000 \\ c &= 136\,493,465\end{aligned}$$

$$-298,513x - 112,100y + 136\,493,465 = 0$$



Obecná rovnice přímky  $\leftrightarrow p_{XL}$ :

$$ax + by + c = 0$$

$$89,341x - 112,100y + c = 0$$

$$c = -89,341x \cdot 283,000 + 112,100 \cdot 761,600$$

$$c = 59\,665,780$$

$$-89,341x - 112,100y + 59\,665,780 = 0$$

Nalezení průniku obou rovnic pomocí soustavy dvou rovnic (řešeno sčítací metodou):

$$-298,513x - 112,100y + 136\,493,465 = 0$$

$$89,341x - 112,100y + 59\,665,780 = 0$$

$$-298,513x - 112,100y + 136\,493,465 = 0$$

$$89,341x - 112,100y + 59\,665,780 = 0 \quad / \cdot (-1,000)$$

$$-298,513x - 112,100y + 136\,493,465 = 0$$

$$-89,341x + 112,100y - 59\,665,780 = 0$$

$$-387,853x - 0y + 76\,827,685 = 0$$

$$-387,853x = -76\,827,685$$

$$x = \mathbf{198,084}$$

$$298,513x - 112,100y + 136\,493,465 = 0 \quad / \cdot (0,299)$$

$$89,341x - 112,100y + 59\,665,780 = 0$$

$$-89,341x - 33,550y + 40\,850,632 = 0$$

$$89,341x - 112,100y + 59\,665,780 = 0$$

$$0x - 145,650y + 100\,516,412 = 0$$

$$-145,650y = -100\,516,412$$

$$y = \mathbf{690,123}$$

K průniku obou rovnic dochází v bodě [198, 084; 690, 123]. K rezonanci obvodu tím pádem dochází při frekvenci  $f_0$  přibližně 198 Hz. Což je absolutní chyba přibližně 85 Hz, relativní přibližně 30 %.

### **SPOLUPRACOVALI:**

Kotek Lubomír

### **ZÁVĚR:**

Všechny úkoly se zadání byly splněny, během měření jsem si nevšiml žádných chyb nebo logických nesrovnalostí. Při psaní protokolu jsem si všiml několik chyb měření, které se projevíly „zubem“ v grafu, ale naštěstí výrazně neovlivňují výpočet skutečné rezonanční frekvence.

Další nesrovnalosti, které jsem si všiml, byl vyšší elektrický odpor  $R$  cívky než celková impedance  $\overline{Z}_L$  cívky. Což logicky není možné. Chyba byla ve špatných jednotkách (A místo mA). Příště bych volil více měření v oblasti rezonance, aby se povedlo zaznamenat napěťovou špičku a přesněji vypočítat skutečnou rezonanční frekvenci  $f_0$  z grafu.

Ověřením rezonanční frekvence  $f_0$  pomocí grafu jsem vypočetl hodnotu přibližně 198 Hz, která se liší přibližně o 85 Hz od vypočtené  $f_0$  (relativní chyba přibližně 30 %).