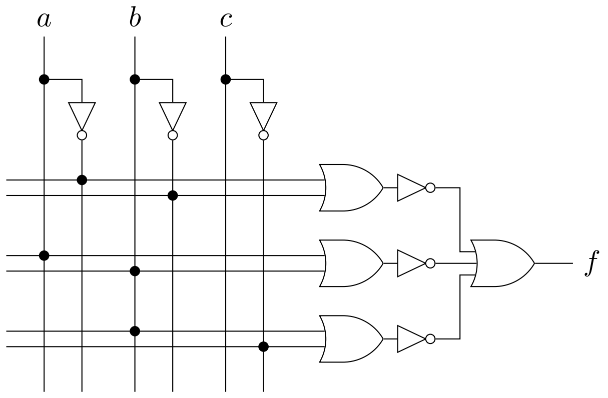
Problema 2.2

$$f(a,b,c) = a\cdot b + \overline{a}\cdot\overline{b} + c\cdot\overline{b}$$

Apartat A Per fer-la només amb NOT i OR, manipulem l'expressió aplicant Morgan als productes...

$$f(a,b,c) = \overline{\overline{a}+\overline{b}} + \overline{a+b} + \overline{\overline{c}+b}$$

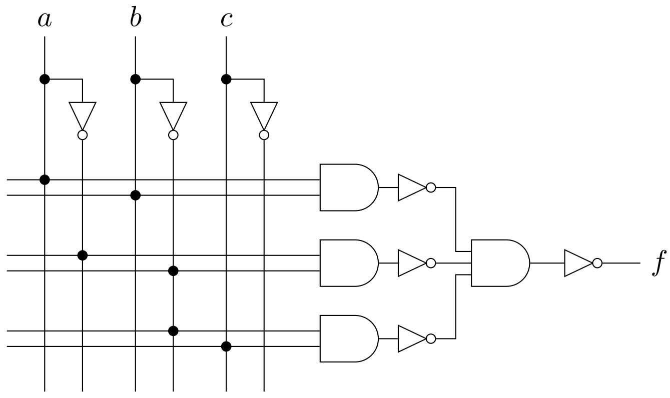
I ja està. El logigrama queda així:



Apartat B Per fer-la només amb NOT i AND, manipulem l'expressió aplicant Morgan a la suma...

$$f(a,b,c) = \overline{\overline{a\cdot b}\cdot\overline{\overline{a}\cdot\overline{b}}\cdot\overline{c\cdot\overline{b}}}$$

I ja està. El logigrama queda així:



Apartat C Una XOR de N entrades es comporta com una OR de N entrades, sempre que no hi hagi més d'una entrada que sigui 1. En l'expressió donada...

- El producte ab només es 1 per a les entrades $(1,1,0)$, $(1,1,1)$.
- El producte $\overline{a}\overline{b}$ només es 1 per a les entrades $(0,0,0)$, $(0,0,1)$.
- El producte $c\overline{b}$ només es 1 per a les entrades $(0,0,1)$, $(1,0,1)$.

L'entrada $(0,0,1)$ causa dos 1, però si restringim un dels productes:

$$f(a,b,c) = a\cdot b + \overline{a}\cdot\overline{b} + a\cdot c\cdot\overline{b}$$

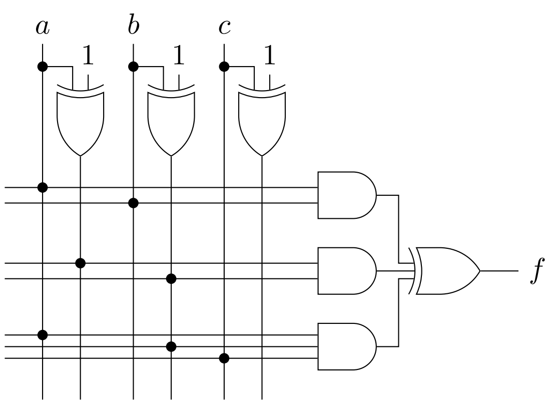
Aquesta expressió és equivalent, però ara es compleix que, per a totes les entrades de f, no hi haurà més d'un producte que evaluï a 1. Per tant, la suma es pot canviar a XOR sense alterar la funció:

$$f(a,b,c) = a\cdot b \oplus \overline{a}\cdot\overline{b} \oplus a\cdot c\cdot\overline{b}$$

Ara només queda canviar els negats per $(x\oplus 1)$:

$$f(a,b,c) = ab \oplus (a\oplus 1)\,(b\oplus 1) \oplus ac\,(b\oplus 1)$$

El logigrama queda així:



Problema 2.4 Del cronograma, s'extreuen els següents parells E/S:

$$\begin{array}{llll}
(1,1,1)\to 1 & (1,0,1)\to 0 & (0,0,0)\to 0 & (0,0,0)\to 0 \\
(0,0,1)\to 1 & (1,0,0)\to 1 & (1,0,0)\to 1 & (1,1,1)\to 1 \\
(0,1,0)\to 1 & (0,1,0)\to 1 & (0,0,1)\to 1 & (1,1,0)\to 0
\end{array}$$

Escrivim la taula de veritat de la funció (prenem com a inespecificacions els vectors d'entrada que no apareixen al cronograma):

abc	f
000	0
001	1
010	1
011	–
100	1
101	0
110	0
111	1

Apartat A Fent simplificació en SdP amb Karnaugh:

a \ bc	00	01	11	10
0	0	1	–	1
1	1	0	1	0

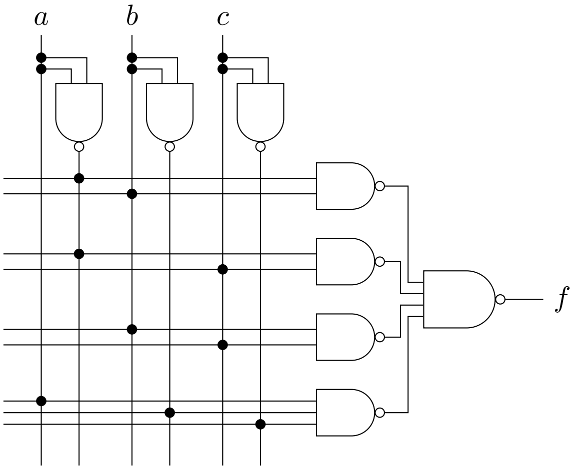
L'expressió simplificada en SdP:

$$f(a,b,c) = \overline{a}b + \overline{a}c + bc + a\overline{b}\overline{c}$$

S'aplica Morgan a la suma exterior per convertir l'expressió en NAND de NANDs:

$$f(a,b,c) = \overline{\overline{\overline{a}b} \cdot \overline{\overline{a}c} \cdot \overline{bc} \cdot \overline{a\overline{b}\overline{c}}}$$

Només faltaria expressar els negats com $\overline{x \cdot x}$ per eliminar les NOT, però ho farem directament en el logigrama:



Apartat B Ens fixem en el mapa de Karnaugh de l'apartat A. El patró «d'escacs» ens resulta familiar. Concretament, ens recorda una XOR. Fem la prova de considerar que $f(a,b,c) = a \oplus b \oplus c$, i resulta que encaixa en la taula de veritat. El logigrama queda, doncs: