

Guía de autoaprendizaje de máquinas eléctricas

Javier Mazón
José Félix Miñambres
Miguel Ángel Zorrozua
Garikoitz Buigues
Víctor Valverde

PEARSON
Prentice
Hall

Guía de autoaprendizaje de máquinas eléctricas

Guía de autoaprendizaje de máquinas eléctricas

Javier Mazón

José Félix Miñambres

Miguel Ángel Zorrozua

Garikoitz Buigues

Víctor Valverde

Departamento de Ingeniería Eléctrica

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad del País Vasco



Madrid • México • Santafé de Bogotá • Buenos Aires • Caracas • Lima • Montevideo
San Juan • San José • Santiago • São Paulo • White Plains

| Datos de catalogación bibliográfica | |
|--|--------------|
| GUÍA DE AUTOAPRENDIZAJE DE MÁQUINAS | |
| J. Mazón, J. F. Miñambres; M. A. Zorrozua; | |
| G. Buigues; V. Valverde | |
| PEARSON EDUCACIÓN, S.A., Madrid, 2008 | |
| ISBN: 978-84-8322-490-8 | |
| Materia: Ingeniería eléctrica, 621.3 | |
| Formato 195 × 250 mm | Páginas: 576 |

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra sólo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual (arts. 270 y sgts. Código penal). Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos: www.cedro.org), si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.

DERECHOS RESERVADOS
© 2008, PEARSON EDUCACIÓN, S.A.
 Ribera del Loira, 28
 28042 Madrid (España)

ISBN: 978-84-8322-490-8
 Depósito legal:

Equipo editorial:
Editor: Miguel Martín-Romo
Técnico editorial: Marta Caicoya

Equipo de producción:
Director: José Antonio Clares
Técnico: Tini Cardoso

Diseño de cubierta: Equipo de diseño de PEARSON EDUCACIÓN, S.A.

Composición: COPIBOOK, S.L.

Impreso por:

IMPRESO EN ESPAÑA - PRINTED IN SPAIN

Este libro ha sido impreso con papel y tintas ecológicos

Nota sobre enlaces a páginas web ajena: Este libro puede incluir enlaces a sitios web gestionados por terceros y ajenos a PEARSON EDUCACIÓN S.A. que se incluyen sólo con finalidad informativa.

PEARSON EDUCACIÓN S.A. no asume ningún tipo de responsabilidad por los daños y perjuicios derivados del uso de los datos personales que pueda hacer un tercero encargado del mantenimiento de las páginas web ajena a PEARSON EDUCACIÓN S.A. y del funcionamiento, accesibilidad o mantenimiento de los sitios web no gestionados por PEARSON EDUCACIÓN S.A. Las referencias se proporcionan en el estado en que se encuentran en el momento de publicación sin garantías, expresas o implícitas, sobre la información que se proporcione en ellas.

CONTENIDO



| | |
|--|-----------|
| Prefacio | xi |
| Capítulo 1. Principios fundamentales de máquinas eléctricas | 1 |
| 1.1. La energía eléctrica | 2 |
| 1.1.1. El sistema eléctrico de potencia | 2 |
| 1.1.2. Clasificación de las máquinas eléctricas | 3 |
| 1.1.3. Conversión de energía en máquinas eléctricas | 5 |
| 1.1.4. Creación de campos magnéticos | 6 |
| 1.1.5. Elementos constitutivos de máquinas eléctricas | 8 |
| 1.2. Fundamentos de electromagnetismo | 10 |
| 1.2.1. Magnitudes y unidades magnéticas | 10 |
| 1.2.2. Leyes fundamentales | 12 |
| 1.2.3. Ejemplo de aplicación: rueda de Barlow | 16 |
| 1.3. Electromagnetismo en materiales ferromagnéticos | 18 |
| 1.3.1. Excitación en corriente continua | 18 |
| 1.3.2. Excitación en corriente alterna | 20 |
| 1.4. Estudio de las pérdidas magnéticas | 21 |
| 1.4.1. Pérdidas por histéresis | 22 |
| 1.4.2. Pérdidas por corrientes parásitas o de Foucault | 24 |
| 1.4.3. Separación de pérdidas | 26 |
| 1.4.4. Reducción de pérdidas | 26 |
| 1.5. Resolución de circuitos magnéticos | 28 |
| 1.5.1. Resolución de circuitos magnéticos homogéneos | 28 |
| 1.5.2. Resolución de circuitos magnéticos heterogéneos simples | 30 |
| 1.5.3. Resolución de circuitos magnéticos heterogéneos complejos | 32 |
| 1.5.4. Flujo de fugas | 38 |
| 1.5.5. Comparación entre circuitos eléctricos y circuitos magnéticos | 38 |
| 1.6. Estudio del campo magnético rotativo | 39 |
| 1.6.1. Campo rotativo creado por bobinados móviles recorridos por corriente continua | 40 |

| | |
|---|------------|
| 1.6.2. Campos magnéticos rotativos creados por bobinados fijos monofásicos recorridos por corrientes alternas. Teorema de Leblanc | 41 |
| 1.6.3. Campo magnético rotativo creado por bobinados fijos trifásicos recorridos por corrientes alternas. Teorema de Ferraris | 43 |
| 1.7. Circuito eléctrico | 47 |
| 1.7.1. Factor de bobinado | 49 |
| 1.7.2. Aplicación del factor de bobinado | 52 |
| Capítulo 2. Principios fundamentales. Pruebas de autoevaluación teórica | 53 |
| 2.1. Preguntas teóricas resueltas | 54 |
| 2.2. Preguntas teóricas propuestas | 75 |
| 2.3. Soluciones | 81 |
| 2.3.1. Preguntas teóricas resueltas | 81 |
| 2.3.2. Preguntas teóricas propuestas | 82 |
| Capítulo 3. Principios fundamentales. Autoevaluación de aplicaciones prácticas | 83 |
| 3.1. Ejercicios resueltos | 84 |
| 3.2. Ejercicios propuestos | 114 |
| 3.3. Soluciones | 120 |
| 3.3.1. Ejercicios resueltos | 120 |
| 3.3.2. Ejercicios propuestos | 121 |
| Capítulo 4. Conceptos teóricos de transformadores | 123 |
| 4.1. Transformador de potencia monofásico | 124 |
| 4.1.1. Generalidades | 124 |
| 4.1.2. Transformador monofásico ideal en vacío | 126 |
| 4.1.3. Transformador real en vacío | 130 |
| 4.1.4. Transformador real en carga | 134 |
| 4.1.5. Reducción de los valores del secundario al primario | 136 |
| 4.1.6. Circuito equivalente del transformador | 137 |
| 4.1.7. Circuito equivalente simplificado del transformador | 140 |
| 4.1.8. Diagrama vectorial | 141 |
| 4.1.9. Balance de potencias en el transformador | 141 |
| 4.1.10. Valores nominales del transformador | 142 |
| 4.2. Funcionamiento del transformador monofásico | 143 |
| 4.2.1. Ensayo de vacío | 143 |
| 4.2.2. Ensayo de cortocircuito | 145 |
| 4.2.3. Coeficientes de Arnold | 147 |
| 4.2.4. Caída de tensión. Coeficiente de variación de tensión en el transformador | 147 |
| 4.2.5. Rendimiento de un transformador | 153 |
| 4.2.6. Funcionamiento del transformador a frecuencia distinta a la nominal | 156 |

| | |
|---|------------|
| 4.2.7. Funcionamiento del transformador a tensión distinta de la nominal | 156 |
| 4.3. Estudio del transformador trifásico | 157 |
| 4.3.1. Tipos de transformación trifásica | 157 |
| 4.3.2. Tipos de conexiones del primario y el secundario | 158 |
| 4.3.3. Relación de transformación | 159 |
| 4.3.4. Grupos de conexión | 160 |
| 4.3.5. Comportamiento de la transformación trifásica ante cargas asimétricas .. | 169 |
| 4.3.6. Circuito eléctrico equivalente monofásico | 173 |
| 4.4. Acoplamiento en paralelo de transformadores | 174 |
| 4.4.1. Características generales | 174 |
| 4.4.2. Condiciones para el acoplamiento de transformadores monofásicos | 174 |
| 4.4.3. Condiciones para el acoplamiento de transformadores trifásicos | 175 |
| 4.4.4. Método práctico para acoplamiento en paralelo de transformadores | 178 |
| 4.4.5. Reparto de potencias en el acoplamiento de transformadores | 180 |
| 4.4.6. Ejemplo numérico | 183 |
| 4.5. Autotransformadores | 184 |
| 4.5.1. Aspectos generales | 184 |
| 4.5.2. Estudio del autotransformador en vacío y en carga | 185 |
| 4.5.3. Potencia transmitida inductiva y conductivamente entre primario y secundario | 190 |
| 4.5.4. Circuito equivalente del autotransformador | 191 |
| 4.5.5. Comparación del autotransformador frente al transformador | 193 |
| Capítulo 5. Transformadores. Pruebas de autoevaluación teórica | 197 |
| 5.1. Preguntas teóricas resueltas | 198 |
| 5.2. Preguntas teóricas propuestas | 224 |
| 5.3. Soluciones | 231 |
| 5.3.1. Preguntas teóricas resueltas | 231 |
| 5.3.2. Preguntas teóricas propuestas | 231 |
| Capítulo 6. Transformadores. Autoevaluación de aplicaciones prácticas | 233 |
| 6.1. Ejercicios resueltos | 234 |
| 6.2. Ejercicios propuestos | 274 |
| 6.3. Soluciones | 282 |
| 6.3.1. Ejercicios resueltos | 282 |
| 6.3.2. Ejercicios propuestos | 283 |
| Capítulo 7. Conceptos teóricos de máquinas asíncronas | 285 |
| 7.1. La máquinas asíncrona | 286 |
| 7.1.1. El sistema eléctrico de potencia | 286 |
| 7.1.2. Clasificación de las máquinas asíncronas | 287 |

| | |
|--|------------|
| 7.1.3. Partes constitutivas y su función | 288 |
| 7.1.4. Modos de funcionamiento | 290 |
| 7.2. Motores asíncronos trifásicos | 292 |
| 7.2.1. Campo rotativo en máquinas asíncronas | 292 |
| 7.2.2. Funcionamiento del motor asíncrono | 293 |
| 7.2.3. Velocidad del campo rotativo resultante | 294 |
| 7.2.4. Comparación del motor y del transformador | 295 |
| 7.2.5. Diagrama vectorial y circuito equivalente del motor asíncrono | 298 |
| 7.3. Potencia y par en motores asíncronos trifásicos | 300 |
| 7.3.1. Reparto de potencias en el motor asíncrono | 300 |
| 7.3.2. Relación entre potencias y pérdidas. Rendimiento | 301 |
| 7.3.3. Estudio del par motor | 302 |
| 7.3.4. Discusión de la expresión del par motor | 303 |
| 7.4. Diagrama del círculo | 311 |
| 7.4.1. Fundamento del diagrama del círculo | 311 |
| 7.4.2. Construcción del diagrama del círculo | 313 |
| 7.4.3. Magnitudes que se pueden medir en el diagrama del círculo | 315 |
| 7.4.4. Curvas características del motor asíncrono trifásico | 319 |
| 7.5. Arranque del motor asíncrono trifásico | 322 |
| 7.5.1. Introducción. Necesidad de emplear métodos de arranque | 322 |
| 7.5.2. Métodos de arranque para motores de jaula de ardilla | 323 |
| 7.5.3. Métodos de arranque para motores de rotor bobinado | 329 |
| 7.6. Regulación de velocidad y frenado de motores asíncronos | 331 |
| 7.6.1. Métodos de regulación de velocidad | 331 |
| 7.6.2. Métodos de frenado | 334 |
| 7.7. Motores asíncronos monofásicos | 336 |
| 7.7.1. Fundamentos del motor asíncrono monofásico | 336 |
| 7.7.2. Arranque del motor monofásico | 338 |
| Capítulo 8. Máquinas asíncronas. Pruebas de autoevaluación teórica | 343 |
| 8.1. Preguntas teóricas resueltas | 344 |
| 8.2. Preguntas teóricas propuestas | 367 |
| 8.3. Soluciones | 373 |
| 8.3.1. Preguntas teóricas resueltas | 373 |
| 8.3.2. Preguntas teóricas propuestas | 374 |
| Capítulo 9. Máquinas asíncronas. Autoevaluación de aplicaciones prácticas | 377 |
| 9.1. Ejercicios resueltos | 378 |
| 9.2. Ejercicios propuestos | 409 |
| 9.3. Soluciones | 414 |

| | |
|--|------------|
| 9.3.1. Ejercicios resueltos | 414 |
| 9.3.2. Ejercicios propuestos | 415 |
| Capítulo 10. Conceptos teóricos de máquinas síncronas | 417 |
| 10.1. La máquina síncrona | 418 |
| 10.1.1. Generalidades | 418 |
| 10.2. Generadores síncronos | 423 |
| 10.2.1. Generador síncrono elemental | 423 |
| 10.2.2. Generador síncrono real | 426 |
| 10.2.3. Generador síncrono en vacío | 430 |
| 10.2.4. Generador síncrono en carga | 431 |
| 10.2.5. Diagrama vertical | 435 |
| 10.2.6. Curvas características y cálculo de reactancias | 438 |
| 10.2.7. Potencia activa y reactiva | 441 |
| 10.2.8. Regulación de los generadores síncronos | 444 |
| 10.3. Motores síncronos | 446 |
| 10.3.1. Principio de funcionamiento | 446 |
| 10.3.2. Métodos de arranque | 447 |
| 10.3.3. Diagrama vectorial | 449 |
| 10.3.4. Autorregulación de la carga | 450 |
| 10.3.5. Características del motor síncrono. Curvas en «V» de Mordey | 451 |
| 10.3.6. El motor síncrono como compensador de fase | 453 |
| Capítulo 11. Máquinas síncronas. Pruebas de autoevaluación teórica | 455 |
| 11.1. Preguntas teóricas resueltas | 456 |
| 11.2. Preguntas teóricas propuestas | 479 |
| 11.3. Soluciones | 485 |
| 11.3.1. Preguntas teóricas resueltas | 485 |
| 11.3.2. Preguntas teóricas propuestas | 486 |
| Capítulo 12. Máquinas síncronas. Autoevaluación de aplicaciones prácticas | 489 |
| 12.1. Ejercicios resueltos | 490 |
| 12.2. Ejercicios propuestos | 526 |
| 12.3. Soluciones | 532 |
| 12.3.1. Ejercicios resueltos | 532 |
| 12.3.2. Ejercicios propuestos | 533 |
| Anexo A. Curvas características magnéticas | 535 |
| A.1. Curva característica magnética | 536 |
| A.2. Pérdidas en el hierro | 537 |

| | |
|--|-----|
| Anexo B. Grupos de conexión de transformadores trifásicos | 539 |
| B.1. Grupo A | 540 |
| B.2. Grupo B | 543 |
| B.3. Grupo C | 546 |
| B.4. Grupo D | 549 |
| Anexo C. Magnitudes y conversión de unidades | 553 |
| C.1. Unidades del Sistema Internacional (SI) | 554 |
| C.1.1. Unidades base | 554 |
| C.1.2. Unidades derivadas | 554 |
| C.1.3. Prefijos | 557 |
| C.1.4. Unidades ajenas al SI | 558 |
| C.2. Factores de conversión | 559 |
| C.2.1. Magnitudes energéticas | 559 |
| C.2.2. Magnitudes de potencia | 559 |
| C.2.3. Magnitudes magnéticas | 560 |
| C.2.4. Magnitudes mecánicas | 561 |
| C.3. Alfabeto griego | 561 |
| Bibliografía | 563 |

PREFACIO



La entrada en vigor del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES) va a producir una serie de cambios importantes en los planes de estudios universitarios, los cuales van a influir de manera notable en la forma en la que se debe abordar la formación de los alumnos. Como consecuencia de ello, el alumno se ha de enfrentar directamente con las materias objeto de su aprendizaje. De esta manera, los contenidos de las materias objeto de estudio no se abordan únicamente por el profesor, que los ordena y expone en forma de lección, sino que cede responsabilidades y da lugar a que el alumno, al mismo tiempo que aprende, se enfrente con los conocimientos que desea adquirir y se esfuerce en su conquista.

Asimismo, cabe mencionar que los nuevos planes de estudio están orientados a la reducción de horas destinadas a las clases magistrales, mediante la incentivación del trabajo personal que debe realizar el alumno en horas no presenciales. Por ello, la función del profesor no está limitada únicamente a transmitir conocimientos, sino que, además, debe dotar al alumno de las herramientas necesarias para que, con el uso de las mismas, pueda adquirir dichos conocimientos mediante un esfuerzo personal continuo.

El presente libro se enmarca dentro de esta nueva filosofía de trabajo y pretende ser una herramienta básica de apoyo en la formación del alumno dentro del campo de estudio de las máquinas eléctricas, mediante la autoformación en contenidos tanto teóricos como prácticos. Así, se ha querido desarrollar un libro que permita al lector iniciarse y contrastar sus conocimientos básicos acerca de los principales tipos de máquinas eléctricas de corriente alterna.

Los doce capítulos presentados en el libro se encuentran agrupados en cuatro bloques de tres capítulos cada uno de ellos. En cada bloque se profundiza en uno de los principales tipos de máquinas eléctricas de corriente alterna, tanto estáticas como rotativas: transformadores, máquinas síncronas y máquinas asíncronas. Además, se incluye un primer bloque introductorio que recoge los principios fundamentales para el estudio de las máquinas eléctricas.

Cada bloque comienza con un capítulo de desarrollo teórico en el que quedan recogidos los aspectos teóricos fundamentales del tema tratado. Tras dicha exposición teórica, en un segundo capítulo se formulan una serie de preguntas tipo test de contenido teórico con las que se pretende que el alumno aprenda a analizar los conceptos expuestos en el capítulo teórico anterior. Este segundo capítulo incluye las respuestas justificadas a la mitad de las preguntas formuladas con el fin de que el alumno pueda comprobar sus avances en el proceso de análisis.

sis. Dicho bloque finaliza con un capítulo en el que se presenta una colección de ejercicios resueltos y propuestos que permitan al lector comprobar y afianzar los conceptos teóricos analizados previamente. Para ello, los ejercicios presentan diversos casos de aplicación de la teoría presentada, haciendo especial hincapié en los temas que, por ser más complejos, requieren de un mayor énfasis didáctico.

Es recomendable que, en cada uno de los bloques temáticos, el lector realice en primer lugar la lectura del capítulo de exposición teórica para, a continuación, abordar la solución de las preguntas tipo test presentadas en el siguiente capítulo. El lector debe intentar obtener la respuesta correcta a las preguntas formuladas, verificando que su razonamiento de cada cuestión coincide con las explicaciones presentadas en el conjunto de preguntas teóricas resueltas. En el caso de que el lector no conozca la respuesta o bien sus razonamientos no coincidan con los presentados en el libro, deberá acudir al correspondiente apartado de la exposición teórica para asentar los conocimientos correspondientes. Una vez alcanzado el grado de conocimientos adecuado, se podrá abordar la resolución de las preguntas test propuestas, cuyo resultado, sin justificación, se incluye al final del capítulo.

Finalmente, una vez asentados y verificados los conceptos teóricos, podrá llevarse a cabo el desarrollo de los ejercicios prácticos incluidos en el tercer capítulo de cada bloque. Al igual que en el caso de las preguntas teóricas, será conveniente comenzar con la resolución de los ejercicios cuyo proceso de solución viene detallado en el libro ya que, en caso de duda, permiten al alumno obtener un punto de vista adecuado para la resolución de cada ejercicio. Aun cuando esta resolución puede no ser única, sí que proporciona una referencia adecuada y un punto de comparación con el que verificar la solución obtenida por el lector. Con la resolución de cada ejercicio se pretende afianzar los conocimientos teóricos adquiridos previamente, por lo que, en caso de discrepancia de planteamientos entre el lector y la resolución proporcionada por el libro, se recomienda nuevamente abordar las dos etapas anteriores en lo que respecta al aspecto teórico tratado por el ejercicio en cuestión. Una vez adquirida la destreza suficiente, se podrá abordar la resolución de los ejercicios propuestos, cuya solución se presenta al final del capítulo.

No quisiéramos finalizar los autores esta presentación sin agradecer la especial e inestimable colaboración que ha tenido en la culminación del libro Inmaculada Zamora, directora del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la UPV/EHU, así como las desinteresadas aportaciones de material y conocimientos que diferentes empresas han realizado para llevar a buen puerto este libro: ABB POWER TECHNOLOGY, ALCONZA, ALSTOM POWER, GRUPO ORMAZABAL e INDAR ELECTRIC.

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE MÁQUINAS ELÉCTRICAS



- 1.1. La energía eléctrica
- 1.2. Fundamentos de electromagnetismo
- 1.3. Electromagnetismo en materiales ferromagnéticos
- 1.4. Estudio de las pérdidas magnéticas
- 1.5. Resolución de circuitos magnéticos
- 1.6. Estudio del campo magnético rotativo
- 1.7. Circuito eléctrico



1.1. La energía eléctrica

1.1.1. El sistema eléctrico de potencia

Se conoce con el nombre de Sistema Eléctrico de Potencia al conjunto de equipos e instalaciones que posibilitan el uso de la energía eléctrica a gran escala. Las partes fundamentales del Sistema Eléctrico de Potencia son la generación, el transporte, la distribución y el consumo (Figura 1.1). Aunque cada parte tiene sus propios niveles de tensión, todas ellas constituyen un sistema trifásico a frecuencia constante (50 Hz en Europa y 60 Hz en América).

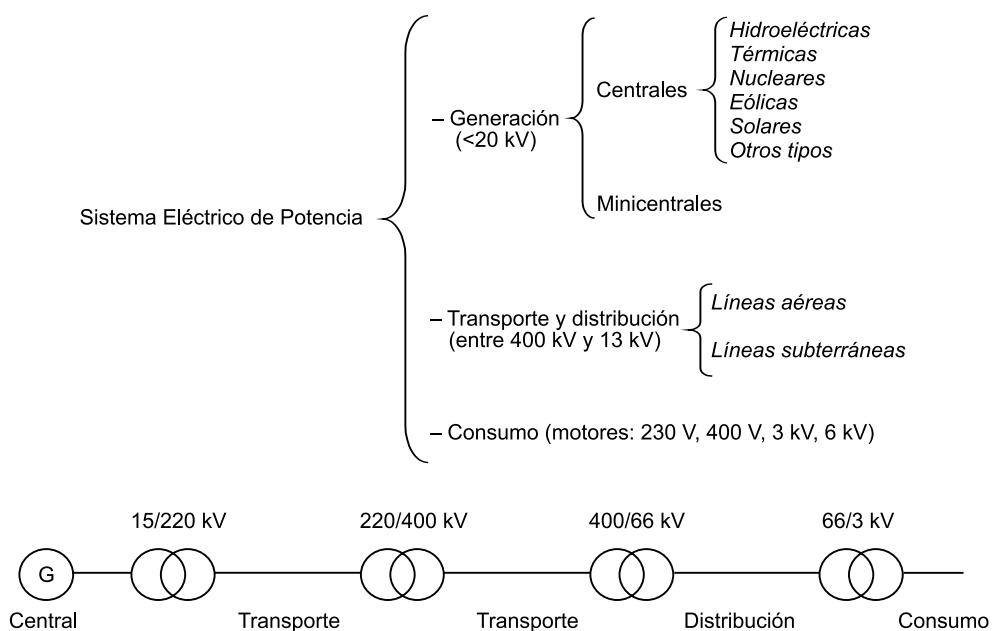


FIGURA 1.1. Partes fundamentales de un Sistema Eléctrico de Potencia.

La generación tiene lugar en las centrales eléctricas y su fin es producir energía eléctrica a partir de otras formas de energía disponibles. En función del tipo de fuente primaria de energía que utilizan, las centrales eléctricas se clasifican en hidroeléctricas, térmicas, nucleares, eólicas, solares, etc. Las tres primeras son las más abundantes y constituyen los grandes centros de generación de energía eléctrica. En la actualidad, las directrices encaminadas a optimizar el aprovechamiento de recursos han dado lugar a la proliferación de instalaciones de producción de menor potencia que constituyen la llamada generación distribuida, debido a que se trata de instalaciones dispersas a lo largo del sistema eléctrico de potencia.

La energía eléctrica producida es transmitida a los consumidores finales a través de redes de transporte y redes de distribución. Normalmente, con la palabra transporte se indica la transferencia de energía entre los centros de generación y los núcleos de reparto de carga principales (subestaciones), a través de líneas de tensión igual o superior a 220 kV (en España 400 kV y 220 kV). Por distribución se entiende el reparto de esta energía dentro de un núcleo de consumidores, mediante líneas de tensión inferior. Lo habitual es que el transporte y la dis-

tribución se realicen mediante líneas aéreas y, una vez metidos en núcleos urbanos, se utilicen líneas subterráneas.

Finalmente, en los diferentes centros de consumo se recibe la energía generada en las centrales y se emplea en función de las características propias de cada centro (urbano, industrial, etc.). Este consumo puede realizarse a diferentes niveles de tensión de la red en función de la potencia demandada y los niveles de tensión presentes en la zona. De este modo, grandes complejos industriales con consumos del orden de 30 MVA o superiores están conectados directamente a 132 kV, mientras que consumidores del orden de 5 MVA estarán conectados a 30 kV y otros consumidores del orden de centenares de kVA se alimentarán en baja tensión (230/400 V) al igual que los consumidores domésticos.

En consecuencia, para que el Sistema Eléctrico de Potencia pueda funcionar es necesario convertir diferentes formas de energía en energía eléctrica, transportar y distribuir esta energía hasta los centros de consumo y reconvertir la energía eléctrica a las formas de energía adecuadas para los diferentes tipos de consumo. Además, todo ello debe realizarse al nivel de tensión óptimo para cada etapa. Los elementos responsables de realizar las diferentes conversiones de energía y adecuar el nivel de tensión de cada etapa a su valor óptimo son las máquinas eléctricas de corriente alterna.

1.1.2. Clasificación de las máquinas eléctricas

En función de la movilidad de sus componentes, las máquinas eléctricas se clasifican en máquinas estáticas y máquinas rotativas.

- Máquinas estáticas son aquellas que, en funcionamiento, tienen todas sus partes fijas. La máquina estática fundamental es el transformador. Los transformadores, de acuerdo con la función que desempeñan, se clasifican en:
 - Transformadores de potencia: su misión es transmitir potencia eléctrica variando las condiciones eléctricas de la misma. Un transformador de potencia mantiene constante el valor de la frecuencia y varía el valor de la tensión e intensidad asociados a la potencia eléctrica que transmite.
 - Transformadores especiales: esta denominación incluye una gran variedad de tipos de transformadores. Los más importantes son el autotransformador (transformador de potencia de características constructivas especiales), los transformadores de medida (su misión es proporcionar una señal de salida proporcional y de valor reducido a la señal de entrada) y los transformadores de protección (similares a los transformadores de medida, pero diseñados específicamente para alimentar protecciones eléctricas).

En general, se puede decir que las máquinas estáticas están compuestas básicamente por los elementos activos reseñados a continuación.

- Circuito eléctrico primario: es el que recibe la potencia o señal de entrada al transformador.
- Circuito eléctrico secundario: es el que transmite la potencia o señal de salida del transformador.
- Núcleo magnético: es el circuito magnético sobre el que se arrollan los circuitos eléctricos de primario y secundario.

- Máquinas rotativas son aquellas que, en funcionamiento, tienen una parte fija y otra móvil. La parte fija se denomina estator y la parte móvil rotor.

Por la función que realizan, las máquinas rotativas pueden ser:

- Generadores: su misión es producir energía eléctrica a partir de otras formas primarias de energía que previamente son convertidas a energía mecánica. La regulación de sus sistemas de control y/o de sus condiciones de funcionamiento permiten definir las características eléctricas de la energía producida.
- Motores: consumen energía eléctrica para producir energía mecánica. Habitualmente, esta energía mecánica se obtiene en forma de par que hace girar un eje y posibilita la realización de un determinado trabajo.

Además, según que trabajen con corriente continua o corriente alterna y tanto si desempeñan la función de generadores como si realizan la función de motores, las máquinas rotativas se clasifican en máquinas de corriente continua y máquinas de corriente alterna (síncronas o asíncronas), tal y como se indica en la Figura 1.2.

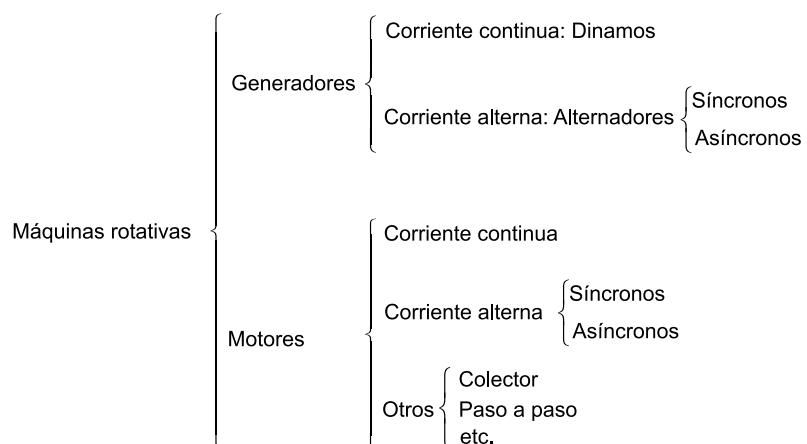


FIGURA 1.2. Clasificación de máquinas rotativas.

De forma general, todas las máquinas rotativas están compuestas básicamente por los elementos señalados a continuación.

- Rotor: es la parte móvil de la máquina y está compuesta por un cilindro de material magnético.
- Estator: es la parte de la máquina que está en reposo y está compuesta por una corona cilíndrica de material magnético.
- Entrehierro: recibe este nombre la separación existente entre rotor y estator. Su peso es muy pequeño en comparación con los diámetros del rotor y del estator.
- Bobinados eléctricos: están dispuestos sobre la superficie cilíndrica exterior del rotor y sobre la superficie cilíndrica interior del estator.

Las máquinas eléctricas de corriente alterna, tanto estáticas como rotativas, son los elementos activos fundamentales que constituyen el sistema eléctrico de potencia.

1.1.3. Conversión de energía en máquinas eléctricas

En las máquinas eléctricas se produce un proceso de conversión de energía que implica en todos los casos energía en forma eléctrica. Esta conversión puede implicar tanto la intervención de otro tipo de energía como la variación de las condiciones eléctricas de la energía eléctrica correspondiente.

La Figura 1.3 muestra el proceso de conversión de energía que se produce en los transformadores de potencia. El funcionamiento de este tipo de máquinas exige la existencia de un campo magnético como agente responsable de la transmisión y conversión de energía de alta tensión y baja intensidad en energía de baja tensión y alta intensidad, o viceversa.

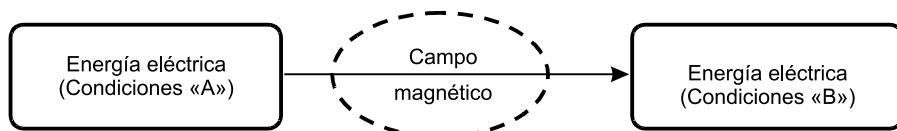


FIGURA 1.3. Conversión de energía en transformadores de potencia.

Los generadores requieren la existencia de una fuente primaria de energía que, por regla general, es convertida en energía mecánica que se emplea para hacer girar a la turbina que arrastra el rotor del generador. La existencia de un campo magnético posibilita la conversión de esta energía mecánica en energía eléctrica (Figura 1.4). Las características constructivas y de funcionamiento del generador determinan las condiciones de tensión, frecuencia e intensidad de la energía eléctrica así obtenida.

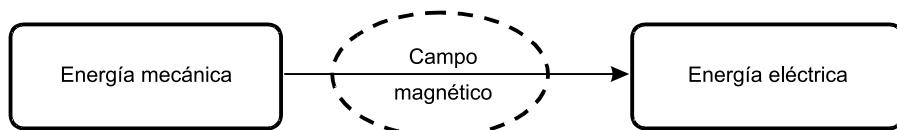


FIGURA 1.4. Conversión de energía en generadores.

En los motores se produce un proceso de conversión de energía inverso al descrito para los generadores. En este tipo de máquinas, la energía eléctrica tomada de la red de alimentación es convertida por medio de un campo magnético en energía mecánica que hace girar el rotor del motor (Figura 1.5). Las características constructivas del motor, junto a las de la energía eléctrica tomada de la red que lo alimenta, determinan la forma del par obtenido en el eje.

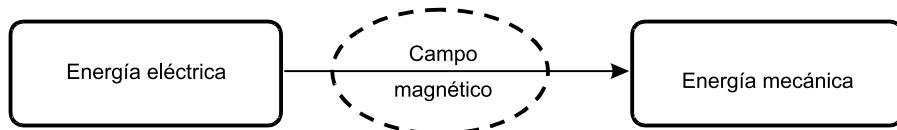


FIGURA 1.5. Conversión de energía en motores.

Con independencia del tipo de máquina eléctrica considerada, lo anteriormente expuesto pone de manifiesto la necesidad de un campo magnético para que la máquina pueda funcio-

nar. Por tanto, en toda máquina eléctrica hay una parte responsable de crear el campo magnético y otra parte que recibe la influencia de dicho campo magnético. En transformadores estas partes se denominan primario y secundario, mientras que en generadores y motores reciben el nombre de inductor e inducido (Tabla 1.1).

Tabla 1.1. Denominación de elementos de máquinas eléctricas en función de su relación con el campo magnético.

| | Crea el campo magnético | Recibe la influencia del campo magnético |
|---------------|-------------------------|--|
| Transformador | Primario | Secundario |
| Generador | Inductor | Inducido |
| Motor | Inductor | Inducido |

1.1.4. Creación de campos magnéticos

Todo movimiento de carga eléctrica genera a su alrededor un campo magnético. En ciertos aspectos dicho campo es similar al gravitatorio, y ambos pueden definirse como una posibilidad de actuación sobre una carga o un cuerpo en el espacio.

El campo magnético se suele representar mediante las llamadas líneas de fuerza. Las líneas de fuerza se dirigen siempre del polo norte al polo sur por el exterior del imán, y del polo sur al polo norte por su interior (Figura 1.6).

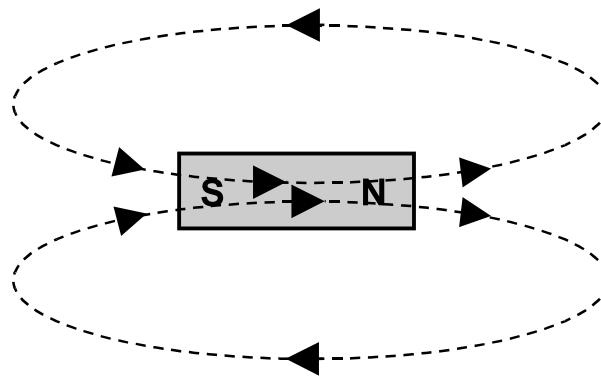


FIGURA 1.6. Campo magnético: sentido de las líneas de fuerza.

Los campos magnéticos se pueden crear mediante imanes naturales o mediante electroimanes:

- Un imán natural es un mineral de hierro que tiene la propiedad de atraer el hierro, el acero y en grado menor algunos otros cuerpos. Las propiedades magnéticas de los imanes naturales disminuyen por fuertes golpes o por elevación de la temperatura y llegan a desaparecer espontáneamente, con más o menos rapidez, en el transcurso del tiempo. Por tanto, aunque sus características no son invariantes, su grado de adaptabilidad en función de las prestaciones que se pretende obtener de ellos es escasamente flexible. Por esta razón, los campos magnéticos creados por imanes naturales no tienen el grado

de controlabilidad exigible en aplicaciones industriales y, salvo en algunas aplicaciones especiales, no son empleados para crear los campos magnéticos necesarios para el funcionamiento de las máquinas eléctricas.

- Los electroimanes son imanes creados a partir de una corriente eléctrica que recorre un bobinado. La Figura 1.7 muestra un conjunto de chapas de material magnético sobre las que se ha arrollado un conductor que forma un bobinado de N espiras. La circulación de intensidad por las espiras crea un electroimán cuyas características magnéticas dependen directamente de las de la intensidad que recorre sus espiras. Este hecho dota a los electroimanes de un alto grado de controlabilidad, ya que basta con controlar la intensidad para regular a voluntad las características del campo magnético creado por el electroimán.

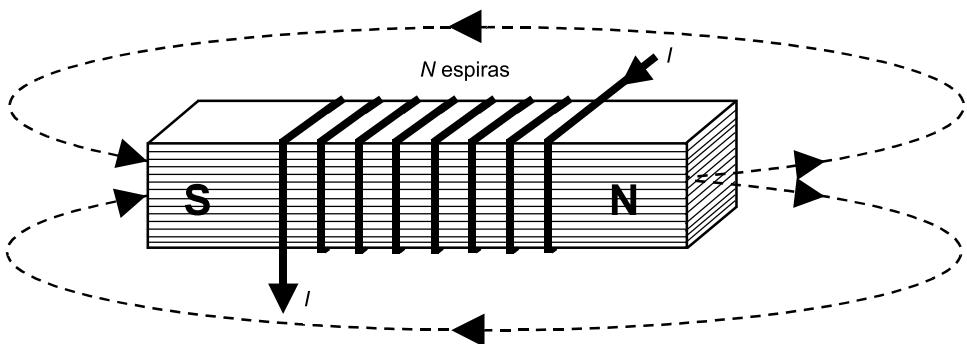


FIGURA 1.7. Electroimán.

Así, por ejemplo, para el sentido de circulación de intensidad señalado en la Figura 1.7, las posiciones de los polos norte y sur son las marcadas sobre la misma figura. En ella puede observarse que, si se agarrase el electroimán con la mano derecha de forma que el dedo pulgar estuviese extendido y las puntas de los otros cuatro dedos señalasen el sentido de circulación de la intensidad en las espiras, la punta del dedo pulgar indicaría el sentido de las líneas de fuerza o, en otras palabras, la posición del polo norte ya que las líneas de fuerza son salientes por el polo norte y entrantes por el polo sur (Figura 1.8). Esta regla es conocida por el nombre de regla de la mano derecha.

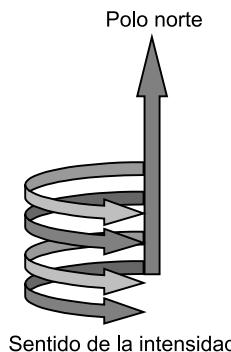


FIGURA 1.8. Posición del polo norte en función del sentido de circulación de la corriente (regla de la mano derecha).

Una inversión del sentido de circulación de la intensidad supondría una inversión de la posición de los polos, pasando a estar el polo norte a la izquierda y el polo sur a la derecha de la Figura 1.7. En consecuencia, si el electroimán es excitado en corriente continua, la posición de los polos permanece invariante en el tiempo, mientras que si es excitado en corriente alterna, la posición de los polos cambia cada vez que lo hace el sentido de la corriente.

Obviamente, para un mismo sentido de circulación de intensidad por el conductor, la inversión de la posición de los polos puede también conseguirse arrollando en sentido inverso el conductor sobre el material magnético, es decir, invirtiendo el sentido de giro de las espiras a la hora de construir el electroimán (Figura 1.9).

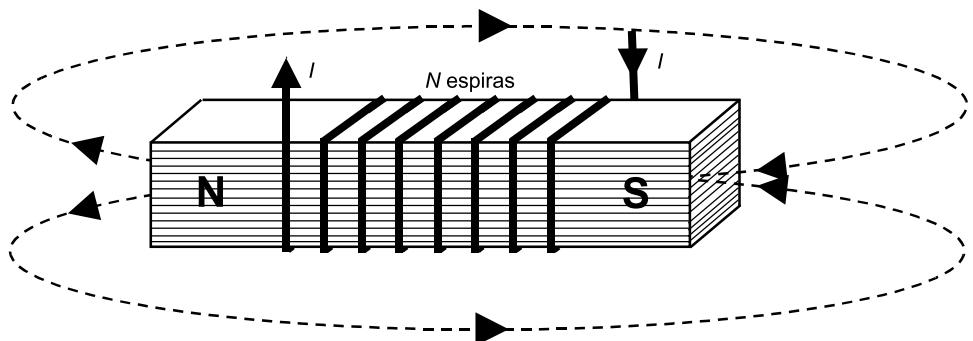


FIGURA 1.9. Inversión de la posición de los polos por inversión del sentido de arrollamiento de las espiras.

En posteriores apartados se establecerá la relación existente entre el valor de la corriente eléctrica y la cantidad de líneas de fuerza o flujo magnético del campo magnético que se origina por su circulación (ley de Hopkinson).

En resumen de lo expuesto se concluye que, debido principalmente a su grado de controlabilidad, los electroimanes son el medio empleado en las máquinas eléctricas para crear el campo magnético necesario para su funcionamiento.

1.1.5. Elementos constitutivos de máquinas eléctricas

Aunque existe una gran variedad de máquinas eléctricas, todas ellas están constituidas básicamente por las siguientes partes:

■ Circuito magnético

Su misión es canalizar la circulación del flujo correspondiente al campo magnético que es necesario para que la máquina pueda funcionar. En el caso de los transformadores este circuito está formado exclusivamente por chapas magnéticas apiladas [Figura 1.10(a)], mientras que en el caso de las máquinas rotativas está constituido además por el entrehierro necesario para separar estator y rotor [Figura 1.10(b)].

■ Circuito eléctrico

Salvo excepciones, como por ejemplo los autotransformadores, las máquinas eléctricas están constituidas por dos circuitos eléctricos magnéticamente unidos y eléctricamente separados.

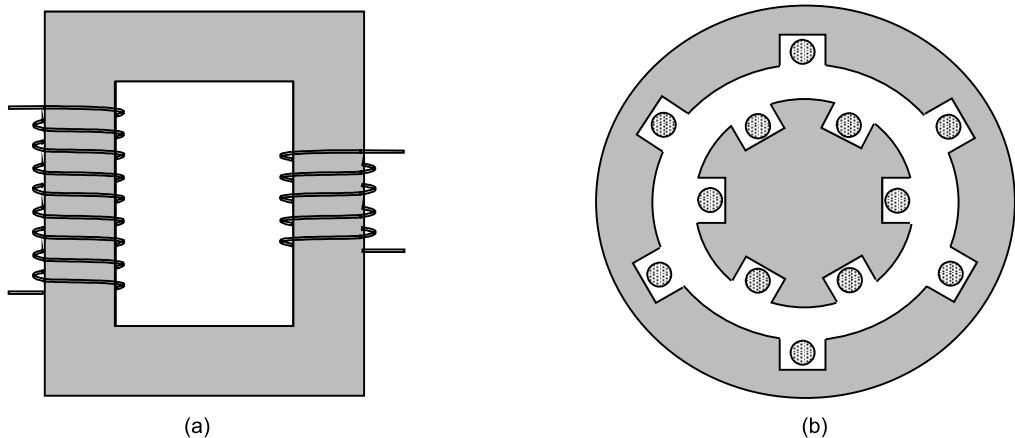


FIGURA 1.10. Circuito magnético y circuitos eléctricos.
(a) Transformadores. (b) Máquinas rotativas.

Un circuito es responsable de la creación del campo magnético y otro recibe su influencia, tal y como se indica en la Tabla 1.1.

Los circuitos eléctricos se forman a base de espiras, excepto en casos particulares como, por ejemplo, los rotores de jaula de ardilla en máquinas asíncronas. En el caso de los transformadores los bobinados se arrollan alrededor del núcleo [Figura 1.10(a)]. En el caso de las máquinas rotativas, un circuito eléctrico está formado por las espiras alojadas en las ranuras existentes en el perímetro exterior del cilindro magnético correspondiente al rotor y el otro circuito eléctrico está constituido por las espiras ubicadas en las ranuras del perímetro interior del circuito magnético correspondiente al estator [Figura 1.10(b)]. Aunque tanto uno como otro pueden realizar el papel de inductor o inducido, lo habitual es que el reparto de funciones sea el señalado en la Tabla 1.2.

Tabla 1.2. Ubicación de los bobinados de inductor e inducido en máquinas rotativas.

| | Inductor | Inducido |
|----------------------------|----------|----------|
| Máquinas síncronas | Rotor | Estator |
| Máquinas asíncronas | Estator | Rotor |

El circuito eléctrico y el circuito magnético reciben el nombre de partes activas. La denominación es debida a que son los dos principales elementos que hacen funcionar a una máquina eléctrica. Sin embargo, una máquina eléctrica debe incluir también una serie de sistemas que posibiliten el funcionamiento óptimo y seguro de las partes activas. Estos sistemas son: sistema de refrigeración, sistema aislante, sistema de regulación y control y sistema de protección.

■ Sistema de refrigeración

Cuando una máquina eléctrica está en funcionamiento se producen una serie de pérdidas de potencia en sus partes activas. Tanto las pérdidas en el hierro (correspondientes al circuito

magnético) como las pérdidas en el cobre (correspondientes al circuito eléctrico) se manifiestan en forma de calor que tiende a incrementar la temperatura interna de la máquina. La misión del sistema de refrigeración es evacuar al exterior el calor producido internamente, con el fin de evitar que la temperatura de los diferentes componentes de la máquina supere la temperatura máxima para la que han sido proyectados.

El sistema de refrigeración puede incluir un sistema de ventilación que, al forzar la circulación del medio en contacto directo con la carcasa de la máquina, favorece la evacuación del calor al exterior.

■ Sistema aislante

Necesario para aislar entre sí los componentes de la máquina que deben operar a diferentes valores de tensión. En muchas ocasiones, como por ejemplo el aceite de los transformadores, un mismo agente realiza simultáneamente funciones de refrigeración y de aislamiento.

■ Sistema de regulación y control

Su misión es optimizar el funcionamiento de la máquina adecuando sus prestaciones a las exigencias de la función que en cada instante quiere desempeñarse con ella. Este sistema debe incluir un adecuado sistema de captación de información (que permita conocer el estado de la máquina a través del valor de sus parámetros característicos) y un adecuado sistema de actuación sobre los componentes que gobiernan el funcionamiento de la máquina.

■ Sistema de protección

El sistema de protección debe cubrir los ámbitos eléctrico, mecánico y de seguridad personal. Las protecciones eléctricas deben proteger a la máquina tanto frente a perturbaciones externas que puedan alcanzarla como frente a perturbaciones internas derivadas de un fallo o mal funcionamiento. Además, en este último caso, deben impedir que los efectos de la perturbación se propaguen fuera de la máquina.

1.2. Fundamentos de electromagnetismo

1.2.1. Magnitudes y unidades magnéticas

Así como un circuito eléctrico está formado por un conjunto de elementos interconectados por los que circula una corriente eléctrica, análogamente, un circuito magnético está formado por un conjunto de elementos por los cuales circula un flujo magnético. Es decir, podría establecerse una similitud entre ambos tipos de circuitos, tal y como se aprecia en la Figura 1.11.

A continuación se indican los diferentes tipos de magnitudes que intervienen en un circuito magnético (Figura 1.12), así como sus unidades correspondientes:

- **Flujo magnético (Φ):** el flujo magnético es el conjunto de líneas de fuerza que se canaliza a través de un circuito magnético. Estas líneas de fuerza se cierran siempre sobre sí mismas. La unidad de medida en el Sistema Internacional es el weber (Wb).

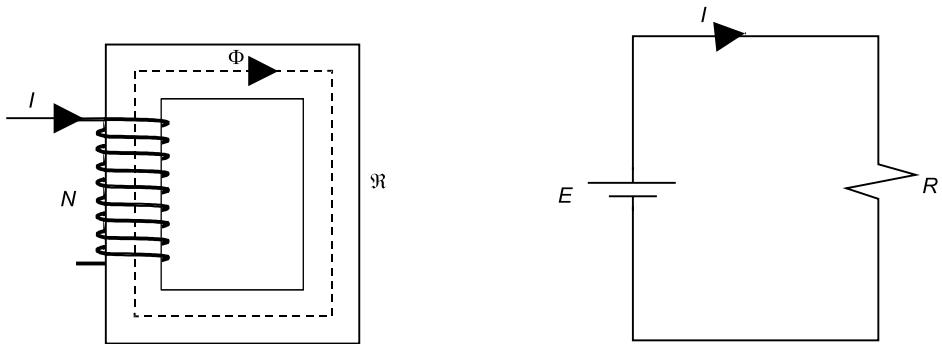


FIGURA 1.11. Similitud entre circuitos eléctricos y magnéticos.

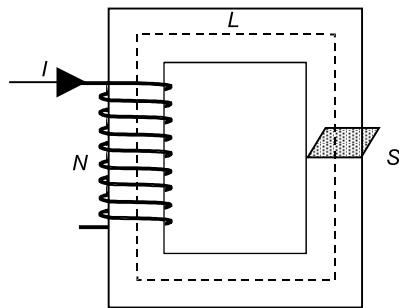


FIGURA 1.12. Circuito magnético.

— **Inducción magnética (B):** la inducción magnética, o densidad de flujo, es el flujo por unidad de superficie. En caso de que el flujo se distribuya uniformemente a través de toda la superficie, se tiene que:

$$B = \frac{\Phi}{S}$$

La unidad de medida en el Sistema Internacional es el tesla (T).

— **Fuerza magnetomotriz (F_{mm}):** es la fuerza magnética que al aplicarse en un circuito magnético provoca la circulación de un flujo. Una bobina compuesta por N espiras por las que circula una intensidad de I amperios, produce una fuerza magnetomotriz de:

$$F_{mm} = N \cdot I$$

La unidad de medida en el Sistema Internacional es el amperio-vuelta (Av).

— **Intensidad de campo magnético (H):** la intensidad del campo magnético o fuerza magnetizante es la relación que existe entre la fuerza magnetomotriz aplicada y la longitud del circuito magnético que la consume. La longitud se mide sobre la línea magnética media L .

$$H = \frac{F_{mm}}{L}$$

La unidad de medida en el Sistema Internacional es el (amperio-vuelta)/metro (Av/m).

— **Permeabilidad magnética (μ):** la permeabilidad magnética de un material mide la capacidad que presenta dicho material para canalizar a través de él la circulación de flujo magnético. Su valor viene dado por la expresión:

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

donde:

μ_r = Permeabilidad magnética relativa del material.

μ_0 = Permeabilidad magnética del vacío.

La permeabilidad magnética del vacío (μ_0) tiene un valor de $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ henrios/m, en el Sistema Internacional. Por otra parte, la permeabilidad magnética relativa (μ_r) mide la capacidad para conducir el flujo en relación con el vacío (la permeabilidad magnética relativa del aire tiene como valor la unidad).

En función del valor de la permeabilidad magnética relativa, los materiales pueden ser de los siguientes tipos:

- Si $\mu_r < 1$, el material se denomina diamagnético y es peor conductor de flujo que el aire.
- Si $\mu_r = 1$, el material es amagnético y tiene la misma capacidad que el aire para conducir flujo.
- Si $\mu_r > 1$, el material recibe el nombre de magnético y es mejor conductor de flujo que el aire. En el caso de que $\mu_r \gg 1$, el material se dice que es ferromagnético.

Teniendo en cuenta que en las máquinas eléctricas interesa canalizar la circulación de flujo a través de caminos específicos, los materiales ferromagnéticos son los empleados en su construcción.

— **Reluctancia (\mathfrak{R}):** la reluctancia de un circuito magnético es la oposición que presenta dicho circuito magnético a la circulación del flujo a través de él. El concepto es similar al de «resistencia» en un circuito eléctrico. La reluctancia que presenta un circuito de longitud L , sección constante S y realizado con un material de permeabilidad μ es:

$$\mathfrak{R} = \frac{L}{\mu \cdot S}$$

Tal y como se deduce de esta expresión, cuanto mayor sea el valor de la permeabilidad, menor será el valor de la reluctancia y, en consecuencia, menor la oposición que el circuito presenta al paso del flujo. Este razonamiento sirve para justificar que los materiales ferromagnéticos sean los empleados para construir los circuitos magnéticos de las máquinas eléctricas (a excepción, lógicamente, del entrehierro en máquinas rotativas).

1.2.2. Leyes fundamentales

— **Ley de Hopkinson o del flujo de inducción:** el flujo que se establece en un circuito magnético es directamente proporcional a la fuerza magnetomotriz aplicada e inversamente proporcional a la reluctancia del circuito.

$$F_{mm} = \Phi \cdot \mathfrak{R}$$

de donde se deduce que:

$$\Phi \cdot \mathfrak{R} = N \cdot I$$

— **Ley de Lenz:** la f.e.m. (e) inducida en los extremos de una bobina compuesta por N espiras que son atravesadas por un flujo $\varphi(t)$ perpendicular a su superficie es:

$$e(t) = -N \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

en donde el signo menos indica que la corriente producida por la fuerza electromotriz (f.e.m.) inducida se opone a la variación del flujo que la provoca. Esta ley justifica el principio de funcionamiento de los transformadores.

Por tanto, en los extremos de una bobina colocada en un circuito magnético excitado por corriente alterna se inducirá una tensión alterna, mientras que si esa misma bobina se coloca en un circuito magnético excitado por corriente continua no se inducirá en ella tensión alguna, ya que el flujo es constante e independiente del tiempo (por esta razón, no existe el transformador de corriente continua).

— **Ley de Faraday:** en todo conductor (Figura 1.13) que se desplace en el interior de un campo magnético se induce entre sus extremos una tensión o f.e.m. de valor E que implica una diferencia de tensión V_{AB} entre los puntos A y B.

$$V_{AB} = E = v \cdot B \cdot L \cdot \sin \theta$$

donde:

L = Longitud del conductor AB.

B = Módulo del vector inducción.

v = Módulo de la velocidad relativa del conductor respecto a la inducción.

θ = Ángulo entre los vectores velocidad e inducción (90° en la Figura 1.13).

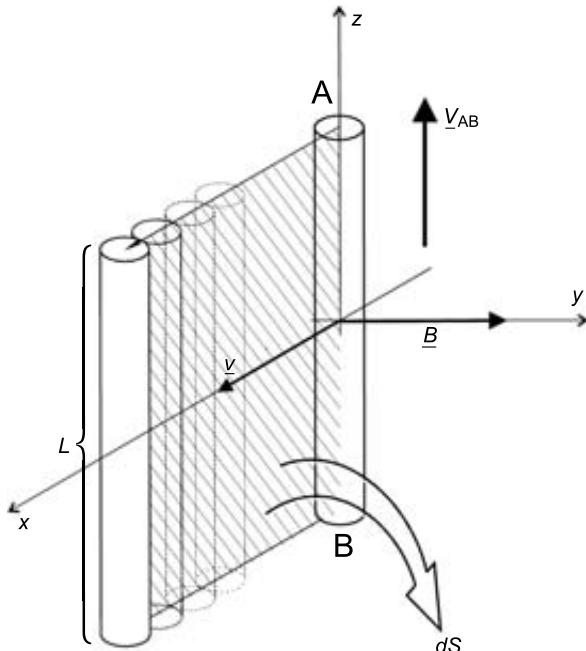


FIGURA 1.13. Ley de Faraday.

La relación que existe entre los sentidos de la velocidad, la inducción y la tensión inducida es la indicada en la Figura 1.13, en donde se ha supuesto que, tal y como ocurre en las máquinas eléctricas, el conductor es perpendicular al plano definido por los vectores v y B .

El sentido de la f.e.m. inducida puede determinarse haciendo uso de la regla de la mano izquierda (formando con los dedos pulgar, índice y medio unos ejes cartesianos) según lo indicado en la Figura 1.14.

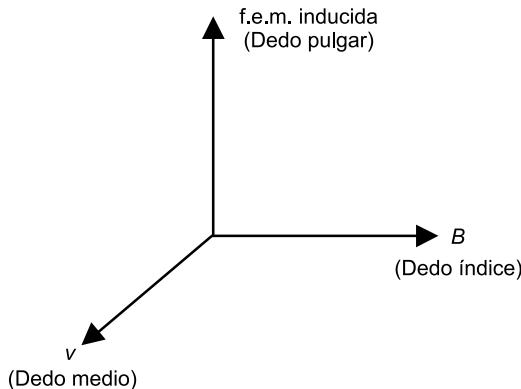


FIGURA 1.14. Regla de sentidos en la ley de Faraday (mano izquierda).

La ley de Faraday rige el principio de funcionamiento de los alternadores o generadores. La ley de Lenz es una particularización de la ley de Faraday, tal y como se deduce de las ecuaciones siguientes donde, partiendo de la expresión de la ley de Faraday aplicada a un conductor de longitud L que se desplaza a una velocidad v en un campo magnético de inducción B , se llega a la expresión de la ley de Lenz.

Modularmente se cumple que:

$$V_{AB} = v \cdot B \cdot L$$

teniendo en cuenta que $v = dx/dt$, la anterior expresión se puede escribir como sigue:

$$V_{AB} = \frac{dx}{dt} \cdot L \cdot B$$

el producto $(dx \cdot L)$ representa la diferencial de superficie dS barrida por el conductor en el tiempo dt .

$$V_{AB} = \frac{dS \cdot B}{dt} = \frac{d\phi}{dt}$$

$$V_{AB} = \frac{d\phi}{dt}$$

En cuanto a los sentidos, el signo menos de la ley de Lenz indica que el sentido de la f.e.m. inducida es tal que se opone a la variación del flujo que la genera. Aplicando este prin-

cipio, se observa como el sentido de la tensión inducida es el mismo que el resultante de la aplicación de la regla correspondiente a la ley de Faraday señalada en la Figura 1.14.

A partir de estas leyes se puede deducir que existen dos formas de inducir tensiones:

- a) De forma dinámica, empleando un conductor que se mueve en el seno de un campo magnético. Éste es el principio de funcionamiento de un generador eléctrico.
- b) De forma estática: para ello es necesario que el flujo sea variable. Éste es el principio de funcionamiento del transformador.

— **Ley de Laplace:** todo conductor que esté recorrido por una intensidad y que se encuentre bajo la acción de un campo magnético se ve sometido a una fuerza mecánica de valor F que tiende a desplazar dicho conductor.

$$F = I \cdot B \cdot L \cdot \operatorname{sen} \theta$$

donde:

L = Longitud del conductor.

B = Módulo del vector inducción.

I = Módulo de la intensidad que circula por el conductor.

θ = Ángulo entre los vectores intensidad e inducción (90° en la Figura 1.15).

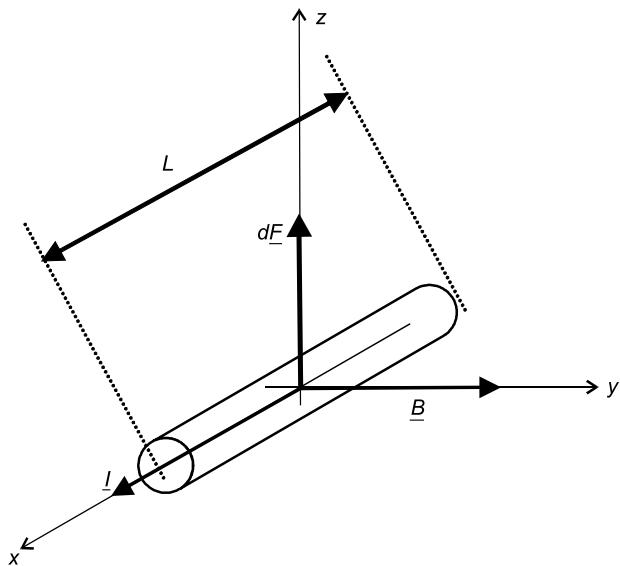


FIGURA 1.15. Ley de Laplace.

El sentido de la fuerza que aparece sobre el conductor, en relación con los sentidos de la intensidad y de la inducción, es el que se muestra en la Figura 1.15 y puede determinarse aplicando la regla de la mano izquierda según lo indicado en la Figura 1.16. La ley de Laplace rige el principio de funcionamiento de los motores.

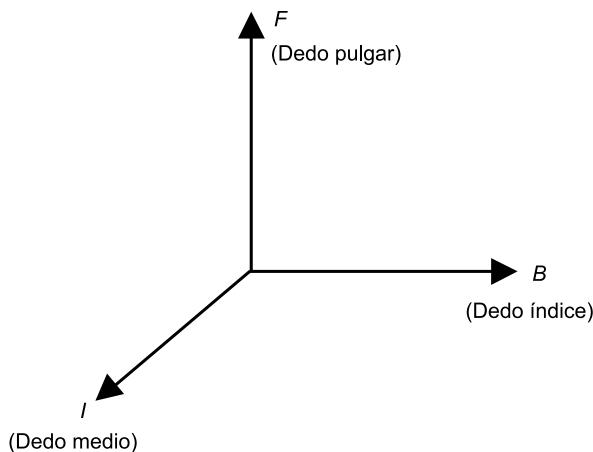


FIGURA 1.16. Regla de sentidos en la ley de Laplace (mano izquierda).

1.2.3. Ejemplo de aplicación: rueda de Barlow

En este ejemplo de aplicación de las leyes enunciadas anteriormente, se analiza el funcionamiento de la rueda de Barlow como motor para determinar la expresión de su velocidad de giro.

Sea un disco metálico, inmerso en el seno de un campo magnético de inducción B , al que se le aplica entre el centro y la periferia una tensión E . El disco puede girar libremente alrededor de su eje.

En cada momento, por los puntos (x) que forman un radio, circula una intensidad i y debido a la inducción B aparece una fuerza F que va a hacer que el disco gire.

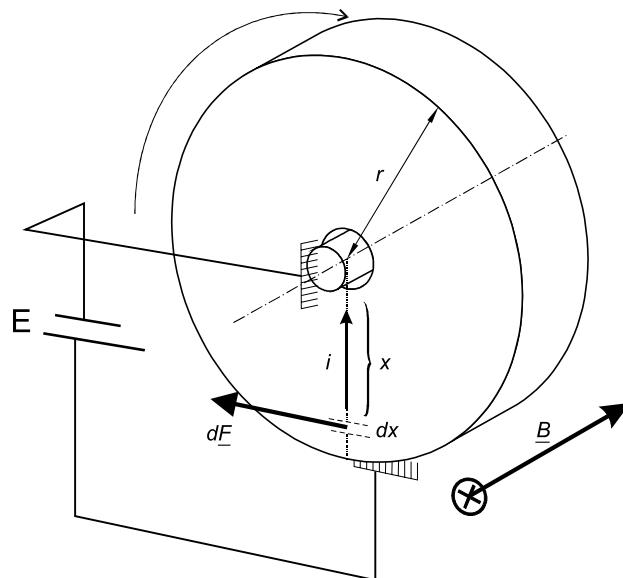


FIGURA 1.17. Rueda de Barlow.

Cuando el disco empieza a girar, se produce una fuerza electromotriz que se opone a la tensión aplicada:

$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\varphi}{dt}$$

A continuación se procede a definir la ley de comportamiento de este disco:

La intensidad que circulará por el disco será:

$$i = \frac{E - \frac{d\varphi}{dt}}{R}$$

siendo R la resistencia eléctrica del circuito por el que se cierra la corriente.

Si el disco se mueve con una velocidad de n rps:

$$\frac{d\varphi}{dt} = B \cdot S \cdot n$$

luego:

$$i = \frac{E - B \cdot S \cdot n}{R}$$

En la diferencial de longitud dx se produce una fuerza dF de valor:

$$dF = B \cdot i \cdot dx$$

El par motor creado por esta fuerza es:

$$dCm = x \cdot dF = B \cdot i \cdot x \cdot dx$$

Por tanto, el par motor total se obtendrá integrando entre 0 y r :

$$Cm = \frac{B \cdot i \cdot r^2}{2} = \frac{B \cdot r^2}{2} \cdot \frac{E - B \cdot S \cdot n}{R}$$

Además, la ley de la dinámica que rige el comportamiento mecánico expresa que:

$$Cm - Cr = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

siendo Cr = par resistente y J = momento de inercia.

$$\frac{B \cdot r^2}{2} \cdot \frac{E - B \cdot S \cdot n}{R} - Cr = J \cdot 2\pi \cdot \frac{dn}{dt}$$

Generalmente el par resistente (Cr) será dato y la velocidad de régimen (n) será la incógnita. Teniendo en cuenta que la velocidad de régimen será constante, su derivada respecto al

tiempo será nula y, por tanto, para un cierto par resistente la expresión de la velocidad de régimen es:

$$n = \frac{E - \frac{2 \cdot Cr \cdot R}{B \cdot r^2}}{B \cdot S}$$

1.3. Electromagnetismo en materiales ferromagnéticos

Con el fin de facilitar su comprensión, el desarrollo de los conceptos que se presentan en este apartado será llevado a cabo sobre un circuito magnético serie homogéneo. Se denomina así al circuito que está recorrido por un mismo flujo (serie) y está formado por un único tipo de material que presenta sección constante en la dirección de circulación del flujo (homogéneo).

1.3.1. Excitación en corriente continua

El circuito de la Figura 1.18 es excitado mediante N espiras por las que circula una intensidad I de corriente continua. Esta excitación hace que circule un flujo magnético Φ , tal y como se indica en la citada figura.

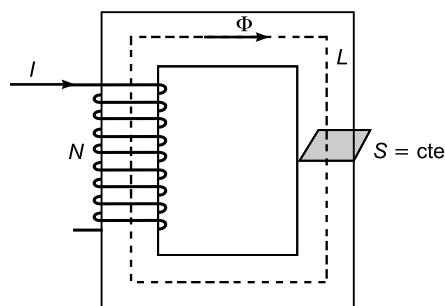


FIGURA 1.18. Circuito homogéneo excitado en corriente continua.

A cada valor de intensidad (I) le corresponde un valor de flujo (Φ). Estas magnitudes pueden ser expresadas en función de sus correspondientes valores de intensidad de campo magnético (H) e inducción (B).

$$H = \frac{N \cdot I}{L}$$

$$B = \frac{\Phi}{S}$$

Sobre unos ejes coordinados, cada pareja de valores (B, H) representa un punto. La representación de todos los puntos posibles (desde $H = 0$ hasta el valor que sea fijado como límite superior) da lugar a la denominada curva de magnetización o curva de primera imantación.

Desarrollando la expresión de la reluctancia y realizando una sencilla agrupación de términos, la ley de Hopkinson puede expresarse como:

$$B = \mu \cdot H = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$$

En consecuencia, la relación entre B y H depende sólo del valor de la permeabilidad del material empleado en la construcción del circuito magnético. Por tanto, la curva de primera imantación es característica de cada material e independiente de las dimensiones geométricas del circuito que con él se haya construido.

En el caso de los materiales ferromagnéticos, la línea de primera imantación (Figura 1.19) consta de tres zonas bien definidas:

- Zona de no saturación: en esta primera zona la relación $B-H$ se puede considerar lineal. Debido a ello, a un incremento de la intensidad de campo magnético (H) le corresponde un mismo incremento porcentual de la inducción (B).
- Codo de saturación: es la zona en que la relación $B-H$ pierde su carácter lineal y comienzan a apreciarse los efectos de la saturación.
- Zona de saturación: esta zona viene caracterizada por el hecho de que a grandes incrementos de H les corresponden pequeños incrementos de B . Dicho de otro modo, para aumentar en un pequeño porcentaje el flujo que circula es necesario aumentar en un porcentaje muchísimo mayor la excitación.

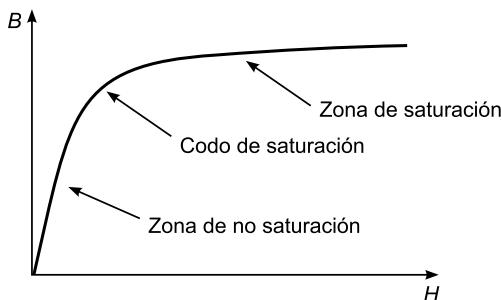


FIGURA 1.19. Curva de primera imantación (material ferromagnético).

La forma de la curva de magnetización prueba que el valor de la permeabilidad relativa de los materiales ferromagnéticos no es constante, sino que depende de las condiciones en las que está funcionando dicho material.

En el caso del aire, la permeabilidad relativa tiene valor unitario y constante sean cuales sean las condiciones de funcionamiento. Por esta razón, la curva de primera imantación del aire es una recta de pendiente μ_0 (Figura 1.20) ya que en este medio no se produce el fenómeno de la saturación.

$$\frac{B}{H} = \mu_0 = \text{cte}$$

En corriente continua el valor de la intensidad (tanto en valor como en sentido) permanece invariante en el tiempo. Con ello, el flujo que se establece también será de sentido invariante y valor constante. Esto implica que la pareja de valores $B-H$ (correspondiente a unas

determinadas condiciones de funcionamiento en el circuito) definen un punto de funcionamiento que, situado sobre la curva de primera imantación, permanece en una posición fija a lo largo del tiempo.

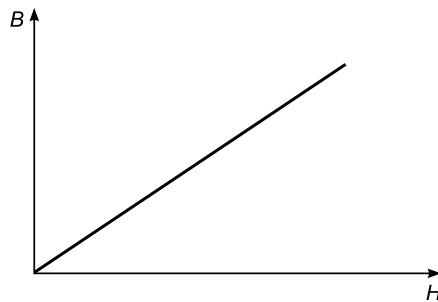


FIGURA 1.20. Curva de primera imantación (aire).

1.3.2. Excitación en corriente alterna

En el caso de que por las espiras circule una intensidad alterna $i(t)$, por el circuito magnético de la Figura 1.21 circulará un flujo $\varphi(t)$, debido a que a lo largo del tiempo este flujo irá variando tanto en valor como en sentido de circulación.

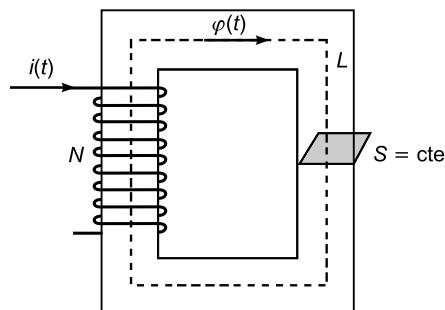


FIGURA 1.21. Circuito homogéneo excitado en corriente alterna.

Esta dependencia del tiempo tiene su reflejo en los correspondientes valores de intensidad de campo magnético e inducción.

$$H(t) = \frac{N \cdot i(t)}{L}$$

$$B(t) = \frac{\varphi(t)}{S}$$

Todo ello implica que, en corriente alterna, el punto del plano $B-H$ que representa las condiciones en que se encuentra trabajando el circuito magnético no es un punto fijo ya que se mueve a lo largo del tiempo $B(t)-H(t)$.

En el caso de los materiales ferromagnéticos, la trayectoria descrita por este punto de funcionamiento (a lo largo de un ciclo de la intensidad alterna de excitación) recibe el nombre de

ciclo de histéresis. Este ciclo es recorrido por el punto de funcionamiento en sentido inverso al de las agujas del reloj (Figura 1.22).

Existe un ciclo de histéresis diferente por cada valor máximo de la intensidad de excitación o, dicho en otras palabras, por cada valor máximo de la intensidad de campo magnético (H_{\max}) o de su correspondiente inducción máxima (B_{\max}). Los valores máximos de B y H , tanto en un sentido (signo positivo) como en el inverso (signo negativo), definen los extremos del correspondiente ciclo de histéresis. A efectos prácticos, se puede considerar que los extremos de los distintos ciclos de histéresis se sitúan sobre la anteriormente definida curva de magnetización.

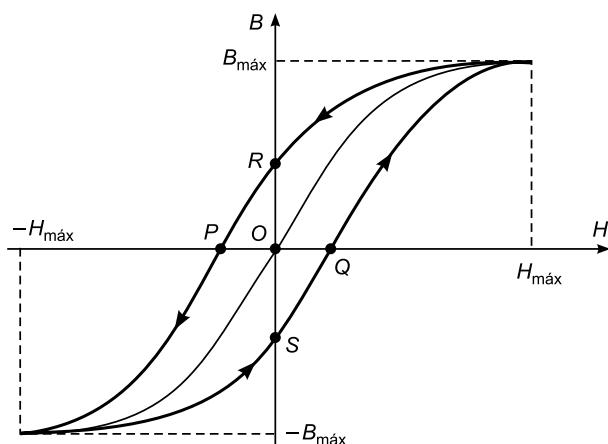


FIGURA 1.22. Ciclo de histéresis.

Si se anula la excitación ($H = 0$), puede observarse como la inducción no se anula, sino que queda con un determinado valor ($B = \overline{OR}$ o $B = \overline{OS}$) denominado magnetismo remanente. Que el valor sea uno u otro depende del punto de funcionamiento en que se encuentra el circuito en el momento de anularse la excitación.

De manera similar, se denomina fuerza coercitiva al valor de la intensidad de campo magnético ($H = \overline{OP}$ o $H = \overline{OQ}$) que hace que el valor de la inducción sea nulo.

En el caso del aire no existe ciclo de histéresis. Por esta razón, el punto de funcionamiento en corriente alterna se desplaza en el tiempo a lo largo de una recta (primero y tercer cuadrante) de pendiente constante μ_0 .

1.4. Estudio de las pérdidas magnéticas

La circulación de un flujo alterno por un circuito magnético provoca la aparición de las denominadas pérdidas magnéticas o, más comúnmente, pérdidas en el hierro. Estas pérdidas sólo se producen en los circuitos magnéticos excitados por corriente alterna y pueden ser de los dos tipos siguientes:

- Pérdidas debidas al ciclo de histéresis.
- Pérdidas por corrientes parásitas o de Foucault.

1.4.1. Pérdidas por histéresis

Para facilitar la comprensión del mecanismo que las produce, se supondrá que la corriente alterna se genera mediante una batería y un reostato mediante cuya variación se obtiene la variación de la intensidad. Se ha visto que al variar la intensidad de un valor máximo a un valor mínimo se obtiene el ciclo de histéresis de la forma señalada en la Figura 1.23.

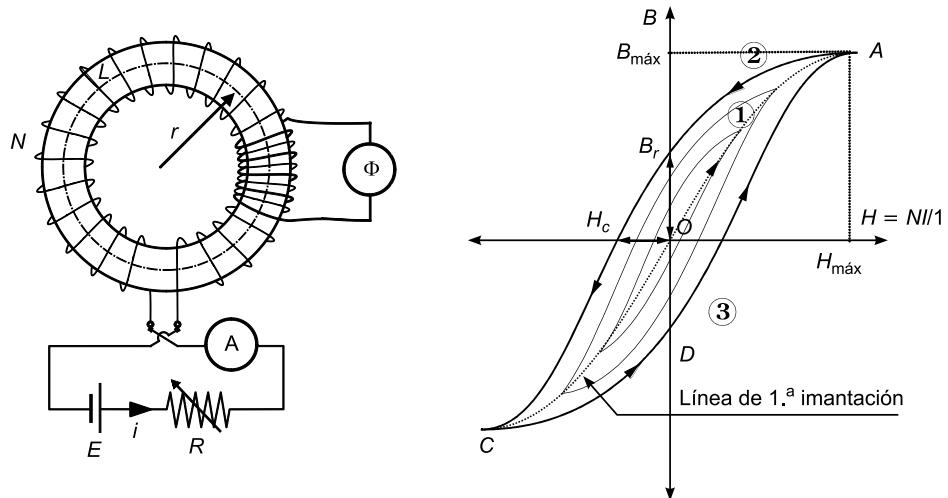


FIGURA 1.23. Pérdidas por histéresis.

Como se tiene un flujo variable se va a cumplir que:

$$E = i \cdot R + N \cdot \frac{d\varphi}{dt}$$

Luego:

$$E \cdot i \cdot dt = i^2 \cdot R \cdot dt + N \cdot i \cdot d\varphi$$

Si se integra:

$$\int E \cdot i \cdot dt = \int i^2 \cdot R \cdot dt + \int N \cdot i \cdot d\varphi$$

Siendo:

$$\int E \cdot i \cdot dt \quad \text{energía cedida por la batería al circuito}$$

$$\int i^2 \cdot R \cdot dt \quad \text{energía consumida por efecto Joule en la resistencia}$$

$$\int N \cdot i \cdot d\varphi \quad \text{energía almacenada en el circuito magnético}$$

Se va a proceder a estudiar en detalle el término relativo a la energía almacenada en el circuito magnético y lo que representa respecto del ciclo de histéresis.

Si se cambia la escala de los ejes en el ciclo en función del flujo φ y de la fuerza magnétomotriz $N \cdot i$, se obtiene la Figura 1.24.

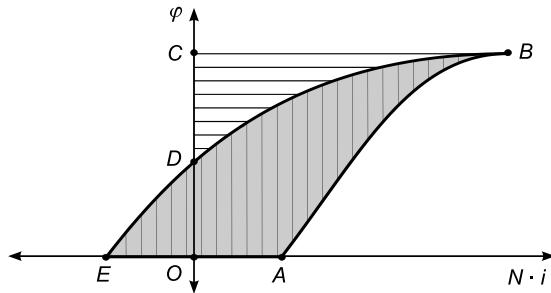


FIGURA 1.24. Almacenamiento de energía en un semiciclo de histéresis.

Cuando se integra de A a B ($N \cdot i > 0, d\varphi > 0$): La integral se corresponde con el área de la curva encerrada por AB y el eje φ . Se observa que se trata de una energía positiva dada por el área $ABCO$; por tanto, es una energía absorbida por el circuito magnético.

Cuando se integra de B a D ($N \cdot i > 0, d\varphi < 0$): La integral se corresponde con el área de la curva encerrada por BD y el eje φ . Es una energía negativa, lo que significa que el circuito magnético cede una energía al circuito eléctrico.

Al integrar de D a E ($N \cdot i < 0, d\varphi < 0$): La integral se corresponde con el área de la curva encerrada por DE y el eje φ . Es una energía positiva, lo que significa que el circuito magnético absorbe una energía del circuito eléctrico.

Si se realiza el estudio sobre el ciclo completo, se puede apreciar que a lo largo del ciclo de histéresis se absorbe una energía equivalente al área del ciclo de histéresis. Esta energía se transforma en calor y es una energía perdida.

Para cuantificar estas pérdidas se va a comenzar por cuantificar la energía perdida en un ciclo.

$$E_{1\text{ ciclo}} = \int N \cdot i \cdot d\varphi \Rightarrow E_{1\text{ ciclo}} = L \cdot S \int H \cdot dB$$

ya que $N \cdot i = H \cdot L$ y $\varphi = S \cdot B$.

Luego, tras n ciclos por segundo, la potencia que se pierde es:

$$P_H = V \cdot f \cdot \int H \cdot dB$$

siendo el volumen $V = L \cdot S$ y f la frecuencia de n ciclos por segundo.

Por otra parte, se demuestra que la resolución de esta integral es igual al producto de un coeficiente de proporcionalidad η y la inducción máxima elevada a un exponente x (que, generalmente, varía entre 1,6 y 1,8):

$$\int H \cdot dB = \eta \cdot B_{\max}^x$$

Luego:

$$P_H = \eta \cdot V \cdot f \cdot B_{\max}^x$$

Normalmente, los coeficientes se suelen agrupar en uno solo.

$$P_H = K_H \cdot f \cdot B_{\max}^x$$

Tanto la constante de pérdidas por histéresis K_H como el exponente x son valores característicos de cada tipo de chapa magnética.

1.4.2. Pérdidas por corrientes parásitas o de Foucault

Supóngase una porción de material ferromagnético, como el de la Figura 1.25, sometido a una inducción variable, por ejemplo una inducción sinusoidal de valor $B = B_{\max} \cdot \cos(\omega \cdot t)$.

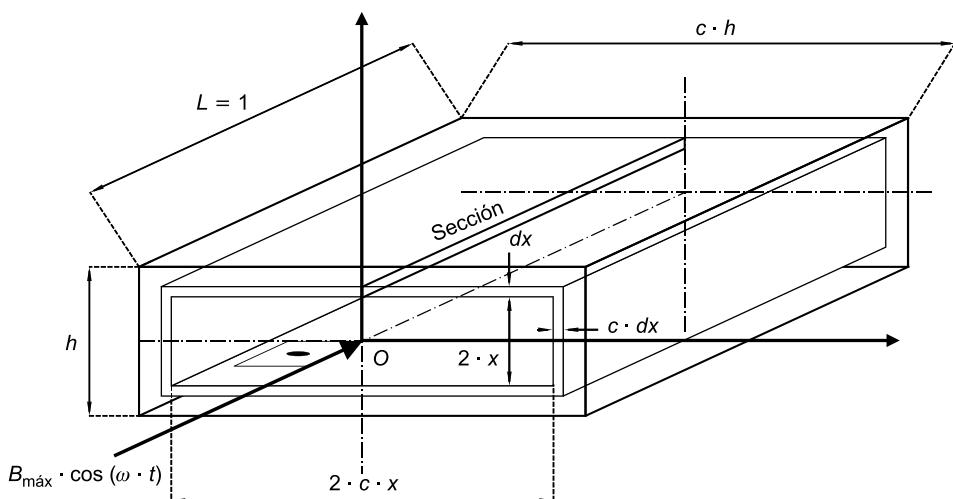


FIGURA 1.25. Pérdidas por corrientes de Foucault.

Se considera que el material es mucho más ancho (anchura = $c \cdot h$) que alto (altura = h), siendo su anchura proporcional a su altura según un coeficiente $c \gg 1$.

Por haber un flujo variable (inducción variable), según la ley de Lenz, en su interior se van a inducir fuerzas electromotrices que, por ser un material metálico y por tanto conductor, van a dar origen a ciertas corrientes llamadas parásitas o de Foucault. Estas corrientes inducidas van a originar, por efecto Joule, unas pérdidas que reciben el nombre de pérdidas de Foucault.

A continuación se pasa a determinar el valor de dichas pérdidas.

Para simplificar se va a suponer que la inducción $B_{\max} \cdot \cos(\omega \cdot t)$ es perpendicular a la cara lateral, cuyas dimensiones son las especificadas en la Figura 1.25. Además, se va a suponer una espira diferencial en el interior del material. Esta espira atraviesa todo el material. Si se consideran unos ejes, horizontal y vertical, con origen en el centro O de la espira, se cumple que el flujo interior a la espira será:

$$\varphi = (2 \cdot x) \cdot (2 \cdot c \cdot x) \cdot B_{\max} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

La f.e.m. inducida en la espira, según la ley de Lenz, será:

$$e = -\frac{d\varphi}{dt} = 4 \cdot c \cdot x^2 \cdot 2\pi \cdot f \cdot B_{\max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

El valor eficaz de la tensión será, por tanto:

$$E = \frac{8 \cdot c \cdot x^2 \cdot \pi \cdot f \cdot B_{\max}}{\sqrt{2}}$$

Puesto que esta espira es de material conductor, representando por ρ la resistividad eléctrica de dicho material, la resistencia que la espira presenta al paso de la corriente tendrá el valor:

$$\begin{aligned} dR &= \rho \cdot \left[\frac{4 \cdot c \cdot x}{dx \cdot 1} + \frac{4 \cdot x}{c \cdot dx \cdot 1} \right] = \frac{\rho \cdot 4 \cdot x}{dx} \left(c + \frac{1}{c} \right) \Rightarrow \\ dR &= \frac{4 \cdot \rho \cdot x}{dx} \cdot \frac{c^2 + 1}{c} \end{aligned}$$

por lo que en esta espira se disipa una potencia por efecto Joule de valor:

$$dP = \frac{E^2}{dR} = \frac{32 \cdot c^2 \cdot x^4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot B_{\max}^2}{4 \cdot \rho \cdot x} \cdot \frac{c}{c^2 + 1} \cdot dx \Rightarrow$$

como

$$c^2 \gg 1 \Rightarrow \frac{c^2}{c^2 + 1} \approx 1$$

se tiene que:

$$dP = \frac{8 \cdot \pi^2}{\rho} \cdot f^2 \cdot B_{\max}^2 \cdot c \cdot x^3 \cdot dx$$

Integrando, se hallan las pérdidas por Foucault:

$$\begin{aligned} P_F &= \frac{8 \cdot \pi^2}{\rho} \cdot f^2 \cdot B_{\max}^2 \cdot c \cdot \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^{h/2} = \frac{8 \cdot \pi^2}{\rho} \cdot f^2 \cdot B_{\max}^2 \cdot c \cdot \frac{h^4}{4 \cdot 2^4} \Rightarrow \\ P_F &= \frac{\pi^2}{8 \cdot \rho} \cdot f^2 \cdot B_{\max}^2 \cdot c \cdot h \cdot h \cdot h^2 \Rightarrow \\ P_F &= K \cdot f^2 \cdot V \cdot h^2 \cdot B_{\max}^2 = K_F \cdot f^2 \cdot B_{\max}^2 \end{aligned}$$

donde K_F es un coeficiente que depende de la resistividad eléctrica ρ , del volumen V y de la altura (o espesor) h del material. Esta constante K_F recibe el nombre de constante de pérdidas por Foucault y es un valor característico de cada tipo de chapa magnética.

1.4.3. Separación de pérdidas

Las pérdidas de un circuito magnético dependen de las chapas magnéticas que lo componen. Estas pérdidas se pueden medir mediante ensayos a partir del denominado «Puente de Epstein».

Cuando el fabricante proporciona el dato de las pérdidas de un material, se refiere a las pérdidas totales (histéresis + Foucault) para una cierta chapa de un determinado espesor.

$$P_{Fe} + P_H + P_F = \eta \cdot V \cdot f \cdot B_{máx}^x + K \cdot V \cdot f^2 \cdot h^2 \cdot B_{máx}^2 = K_H \cdot f \cdot B_{máx}^x + K_F \cdot f^2 \cdot B_{máx}^2$$

Para conocer cuántas de estas pérdidas son debidas a la histéresis del material y cuántas a las corrientes parásitas de Foucault, es necesario realizar varios ensayos en los que, conocidas la frecuencia y la inducción, se midan las pérdidas totales. Así, si sobre un material se realizan tres ensayos de pérdidas con diferentes inducciones y frecuencias, se puede obtener un sistema de tres ecuaciones y tres incógnitas del que se pueden conocer los parámetros K_H , K_F y x . Una vez conocidos estos tres parámetros se puede obtener el reparto de pérdidas de histéresis y de Foucault en cualquier circunstancia.

Así, por ejemplo, en el ensayo 1, realizado a una frecuencia f_1 e inducción $B_{máx1}$, se miden unas pérdidas P_{Fe1} . En el ensayo 2, realizado a una frecuencia f_2 e inducción $B_{máx2}$, se miden unas pérdidas P_{Fe2} . En el ensayo 3, realizado a una frecuencia f_3 e inducción $B_{máx3}$, se miden unas pérdidas P_{Fe3} .

Con los datos de estos tres ensayos, mediante el siguiente sistema de ecuaciones, se puede obtener el valor de los parámetros K_H , K_F y x , que permitirán definir la separación de las pérdidas (por comodidad, en la práctica se suele hacer que $B_{máx1} = B_{máx2} = 1$ T y que $f_2 = f_3 = 50$ Hz).

$$P_{Fe1} = K_H \cdot f_1 \cdot B_{máx1}^x + K_F \cdot f_1^2 \cdot B_{máx1}^2$$

$$P_{Fe2} = K_H \cdot f_2 \cdot B_{máx2}^x + K_F \cdot f_2^2 \cdot B_{máx2}^2$$

$$P_{Fe3} = K_H \cdot f_3 \cdot B_{máx3}^x + K_F \cdot f_3^2 \cdot B_{máx3}^2$$

1.4.4. Reducción de pérdidas

El diseño del núcleo o circuito magnético debe ir encaminado a conseguir dos objetivos:

- Que las pérdidas en el hierro sean mínimas.
- Que la reluctancia del circuito sea mínima para que, de esta forma, la intensidad necesaria para impulsar la circulación del flujo sea también la menor posible.

Por estos motivos, uno de los materiales magnéticos empleados habitualmente es acero al silicio de grano orientado. La presencia del silicio (3% aproximadamente) tiene dos consecuencias:

- Reduce el ciclo de histéresis, por lo que disminuyen las pérdidas por histéresis.
- Aumenta la resistividad eléctrica, por lo que disminuyen las pérdidas de Foucault.

En definitiva, con el uso del material adecuado es posible disminuir las pérdidas en el hierro. Por otra parte, ser de grano orientado significa que la chapa magnética presenta

una dirección de reluctancia mínima y que el resto de las direcciones presentan unas reluctancias mucho más elevadas. Este hecho contribuye, además de a reducir la reluctancia, a canalizar el flujo en una determinada dirección y, por tanto, a reducir también el flujo de fugas.

Para minimizar las pérdidas por Foucault, como dependen de la altura h de la chapa del material magnético utilizado, en lugar de hacer un núcleo que sea de una sola pieza, lo que se hace es un núcleo formado por apilamientos de chapas de alturas pequeñas y aisladas eléctricamente unas de otras. Con el siguiente ejemplo se puede observar la diferencia entre emplear una chapa única de gran espesor o un conjunto de n chapas de pequeño espesor (por ejemplo, 0,5 mm) aisladas entre sí.

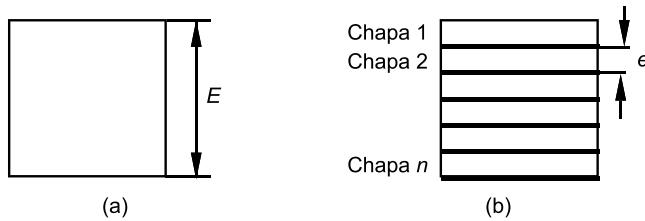


FIGURA 1.26. Sección transversal de un circuito magnético.

A igualdad de otros factores, se cumple que $P_F = cte \cdot (\text{espesor})^2$; por tanto, se tendrá que:

— En la Figura 1.26(a):

$$P_F = K \cdot f^2 \cdot V \cdot E^2 \cdot B_{\max}^2 = cte \cdot E^2$$

— En la Figura 1.26(b):

$$\begin{aligned} P'_F &= P_{F_1} + P_{F_2} + \dots + P_{F_n} = n \cdot K \cdot f^2 \cdot V \cdot e^2 \cdot B_{\max}^2 = n \cdot K \cdot f^2 \cdot \frac{V}{n} \cdot \left(\frac{E}{n}\right)^2 \cdot B_{\max}^2 = \\ &= cte \cdot \frac{E^2}{n^2} = \frac{P_F}{n^2} \end{aligned}$$

Dado el pequeño espesor de las chapas empleadas, el número n es muy elevado y, por tanto, se reducen muchísimo las pérdidas por Foucault.

El hecho de emplear chapas apiladas separadas entre sí por aislantes hace que la sección del circuito magnético perpendicular a la dirección del flujo esté compuesta por material magnético y material aislante. En una sección de núcleo como la indicada en la Figura 1.26(b), el flujo no se reparte por toda la sección transversal sino solamente por la chapa de material magnético, ya que no circula por los aislantes.

El factor de apilamiento o de relleno se define como la relación entre la sección útil (de material magnético) y la sección total ($F_r = S_u / S_{\text{total}}$). Puesto que el flujo sólo circulará por la sección útil, la inducción toma la expresión:

$$B = \frac{\Phi}{S_u} = \frac{\Phi}{F_r \cdot S_{\text{total}}}$$

El valor del factor de relleno es propio del espesor de la chapa y del tipo de aislante empleado. Para chapas de 0,35 mm de espesor, en función del tipo de aislante toma valores típicos de:

- Papel (1 cara) Factor = 0,88
- Barniz (1 cara) Factor = 0,90
- Carlite (2 caras tratadas termoquímicamente) Factor = 0,97

1.5. Resolución de circuitos magnéticos

1.5.1. Resolución de circuitos magnéticos homogéneos

Sea un circuito magnético homogéneo, como el de la Figura 1.27, formado por un núcleo ferromagnético sobre el cual se han arrollado N espiras que están recorridas por una intensidad I de corriente continua.

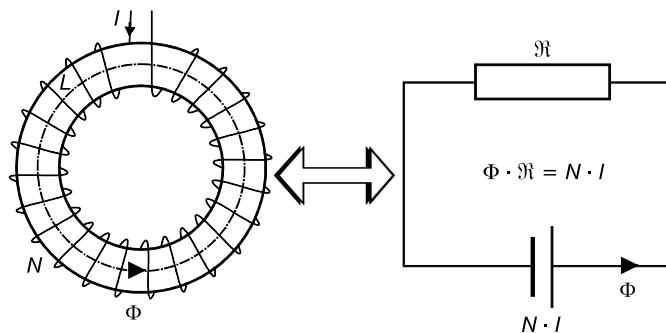


FIGURA 1.27. Circuito magnético homogéneo y símil eléctrico.

Tal y como se ha señalado anteriormente, se dice que el circuito es homogéneo porque su material es único y su sección constante.

Se supone que son conocidas todas las características geométricas del circuito (sección S y longitud de la línea magnética media L), así como la curva $B-H$ de magnetización del material. Además, en el circuito homogéneo, el flujo, la sección y la inducción son constantes.

Por otra parte, cambiando la escala de la gráfica $B-H$ del material, se puede obtener la gráfica $\Phi-(N \cdot I)$ del circuito magnético (Figura 1.28).

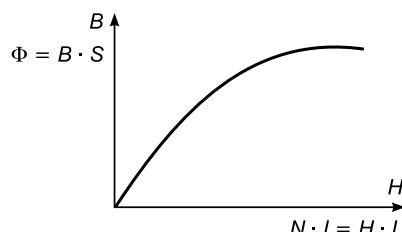


FIGURA 1.28. Cambio de escalas en la curva de magnetización.

A la hora de resolver este circuito magnético, se pueden encontrar dos tipos de situaciones: el problema directo y el problema inverso.

a) Problema directo: Consiste en que, dado el flujo (Φ), se debe calcular la fuerza magnetomotriz correspondiente.

Se puede resolver de dos formas:

a1) A partir del valor del flujo y de la sección, se calcula la inducción:

$$B = \frac{\Phi}{S}$$

Con este valor de la inducción, se obtiene, mediante la curva B - H del material, el valor de la intensidad de campo H . Con este valor y el dato de la longitud de la línea magnética media se puede calcular el número de amperios-vuelta:

$$N \cdot I = H \cdot L$$

a2) Si se maneja la curva Φ - $(N \cdot I)$, entrando en la curva directamente con el valor del flujo se obtiene el número de amperios-vuelta.

b) Problema inverso: Consiste en que, dada una cierta fuerza magnetomotriz ($N \cdot I$), se debe calcular el flujo que circula por el circuito magnético.

A continuación se indican dos formas de calcularlo:

b1) Conocidos los amperios-vuelta y la geometría, se puede calcular la intensidad de campo magnético:

$$H = \frac{N \cdot I}{L}$$

A partir de este valor de intensidad de campo H , en la curva B - H del material, se puede obtener el valor de la inducción. Conocido el valor de la inducción y de la sección del circuito, se calcula el flujo:

$$\Phi = B \cdot S$$

b2) Si se maneja la curva Φ - $(N \cdot I)$, entrando en la curva directamente con el valor de los amperios-vuelta se obtiene el flujo.

A la hora de realizar estos cálculos, es interesante observar que:

- La relación entre amperios-vuelta y flujo no es lineal debido a los efectos de la saturación.
- Un determinado valor de amperios-vuelta se puede conseguir con la relación de amperios y vueltas (espiras) que se quiera, siempre que su producto sea el de la excitación correspondiente. Es decir, la excitación producida por una corriente de 1 A circulando por 100 espiras es la misma que la producida por una corriente de 2 A circulando por 50 espiras, de 4 A y 25 espiras, etc.

1.5.2. Resolución de circuitos magnéticos heterogéneos simples

Se denomina circuito magnético heterogéneo simple a aquel circuito en el que va a haber varios tramos de material magnético de características distintas, pero por los que circula un único flujo.

La Figura 1.29 muestra un circuito de este tipo que está formado por cuatro tramos. Los tramos 1, 2 y 4 corresponden a tres materiales magnéticos diferentes. Por tanto, cada uno de ellos tendrá su correspondiente curva B - H . Las curvas serán diferentes entre sí debido a que se trata de diferentes tipos de material magnético. El tramo 3 está formado por aire (es un entrehierro) y, por tanto, su relación B - H será una recta de pendiente μ_0 .

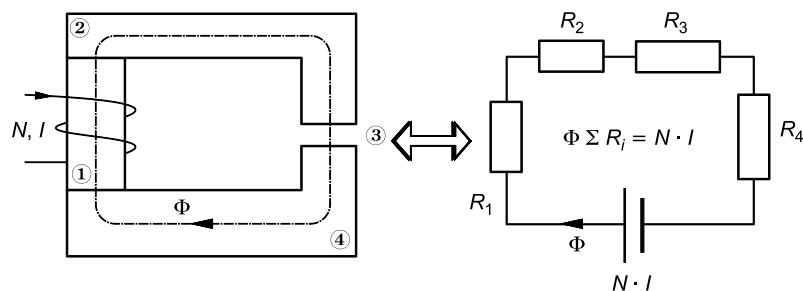


FIGURA 1.29. Circuito magnético heterogéneo simple y símil eléctrico.

a) Problema directo: Dado el flujo, obtener el número de amperios-vuelta necesarios para que dicho flujo circule por el circuito de la Figura 1.29.

Del símil eléctrico se aprecia que en este circuito se cumple la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}\Phi \cdot \sum \mathfrak{N}_i &= N \cdot I \Rightarrow \Phi \cdot \mathfrak{N}_1 + \Phi \cdot \mathfrak{N}_2 + \Phi \cdot \mathfrak{N}_3 + \Phi \cdot \mathfrak{N}_4 = N \cdot I \Rightarrow \\ &\Rightarrow (N \cdot I)_1 + (N \cdot I)_2 + (N \cdot I)_3 + (N \cdot I)_4 = N \cdot I\end{aligned}$$

y, por tanto:

$$H_1 \cdot L_1 + H_2 \cdot L_2 + H_3 \cdot L_3 + H_4 \cdot L_4 = N \cdot I$$

Considerando que en el circuito magnético son conocidas todas las características geométricas y las características magnéticas de cada material (curvas B - H o Φ - $(N \cdot I)$ de cada parte del circuito magnético), se puede proceder de una de estas dos formas.

a1) A partir de las curvas B - H , con el dato del flujo, se puede conocer en cada parte del circuito cuál es el valor de la inducción B_i de dicha parte (Tabla 1.3). Con cada valor de inducción, entrando en la curva B - H correspondiente a cada parte se obtienen las intensidades de campo magnético H_i de cada tramo. La suma de estas intensidades multiplicadas por sus longitudes permite calcular el número de amperios-vuelta totales.

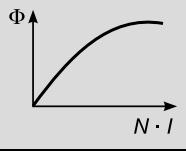
a2) Si en cada parte del circuito magnético, mediante el correspondiente cambio de escalas en la curva B - H , se parte de la gráfica Φ - $(N \cdot I)_i$, se pueden calcular en cada una de di-

Tabla 1.3. Circuito heterogéneo simple. Problema directo, usando curvas B - H .

| Tramo | Flujo | Sección | Inducción $B_i = \Phi/S_i$ | Curva B_i - H_i | $H_i \cdot L_i$ |
|-------|--------|---------|-------------------------------|------------------------|------------------------------------|
| 1 | Φ | S_1 | B_1 | H_1 | $H_1 \cdot L_1$ |
| 2 | Φ | S_2 | B_2 | H_2 | $H_2 \cdot L_2$ |
| 3 | Φ | S_3 | B_3 | H_3 | $H_3 \cdot L_3$ |
| 4 | Φ | S_4 | B_4 | H_4 | $H_4 \cdot L_4$ |
| Total | | | | | $N \cdot I = \sum (H_i \cdot L_i)$ |

chas partes los valores correspondientes de $(N \cdot I)_i$, que sumados proporcionan el número de amperios-vuelta, tal y como se indica en la Tabla 1.4.

Tabla 1.4. Circuito heterogéneo simple. Problema directo, usando la relación $\Phi-(N \cdot I)$.

| Parte | Flujo 1 |  |
|-------|---------|--|
| 1 | Φ | $(N \cdot I)_1$ |
| 2 | Φ | $(N \cdot I)_2$ |
| 3 | Φ | $(N \cdot I)_3$ |
| 4 | Φ | $(N \cdot I)_4$ |
| | | $N \cdot I = \sum (N \cdot I)_i$ |

b) Problema inverso: Este problema consiste en que, dado el número de amperios-vuelta totales ($N \cdot I$) aplicados al circuito, se debe calcular el flujo correspondiente a esa excitación.

A priori no se puede saber el reparto de los amperios-vuelta totales entre los diferentes tramos que componen el circuito ya que, debido al fenómeno de la saturación, dicho reparto depende precisamente del flujo que circule, que es la incógnita a determinar.

Por esta razón, el flujo que circula debe ser calculado mediante iteraciones. El proceso iterativo consistirá en suponer un flujo, resolver el problema directo correspondiente y comprobar si el número de amperios-vuelta calculado se corresponde con el valor de amperios-vuelta conocido como dato. En caso de que no sea así, el proceso deberá repetirse hasta que ambos valores coincidan o tengan una diferencia inferior al margen de tolerancia que se haya establecido para dar por finalizado el proceso iterativo.

Otra posible forma de resolución consiste en construir la curva $\Phi-(N \cdot I)$ del circuito magnético correspondiente (Figura 1.29). Para ello, se suponen unos flujos Φ_1, Φ_2, \dots y, aplicando el caso directo, se obtienen los valores correspondientes de $N_1 \cdot I_1, N_2 \cdot I_2, \dots$

Con estos valores se crea la gráfica $\Phi-(N \cdot I)$ de la Figura 1.30.

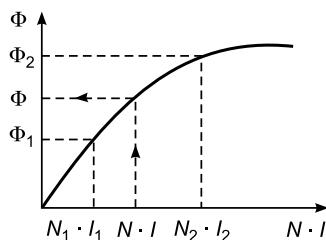


FIGURA 1.30. Circuito heterogéneo simple. Problema inverso.
Construcción de la curva $\Phi-(N \cdot I)$.

Una vez construida esta curva, a partir del número de amperios-vuelta ($N \cdot I$) aplicados al circuito y, llevando dicho valor sobre esta gráfica, se puede calcular el flujo (Φ) que le corresponde. Es importante tener presente que esta gráfica es aplicable solamente a la resolución del circuito magnético concreto para el que ha sido construida.

1.5.3. Resolución de circuitos magnéticos heterogéneos complejos

1.5.3.1. Caso de un único bobinado

Sea el circuito magnético de la Figura 1.31 en el que existe un único bobinado. En él puede haber varios materiales (heterogéneo) y varios flujos (complejo). Para simplificar, en este ejemplo se supone un único material y una única sección en cada tramo serie. Por tramo serie se entiende cada una de las partes del circuito por las que circula un único flujo. El circuito de la Figura 1.31 consta, por tanto, de tres tramos serie.

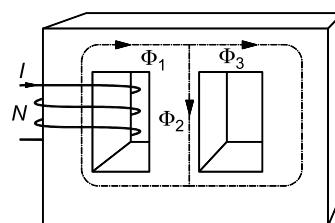
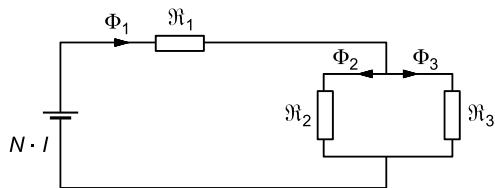


FIGURA 1.31. Circuito magnético heterogéneo.

a) Problema directo: Dado uno de los flujos, por ejemplo Φ_3 , determinar el número de amperios-vuelta correspondiente.

El símil eléctrico de este circuito magnético es el señalado en la Figura 1.32.

**FIGURA 1.32.** Circuito heterogéneo: símil eléctrico.

Por lo que las ecuaciones que rigen el circuito magnético son:

$$N \cdot I = \Phi_1 \cdot R_1 + \Phi_2 \cdot R_2 = H_1 \cdot L_1 + H_2 \cdot L_2 \quad (1.1)$$

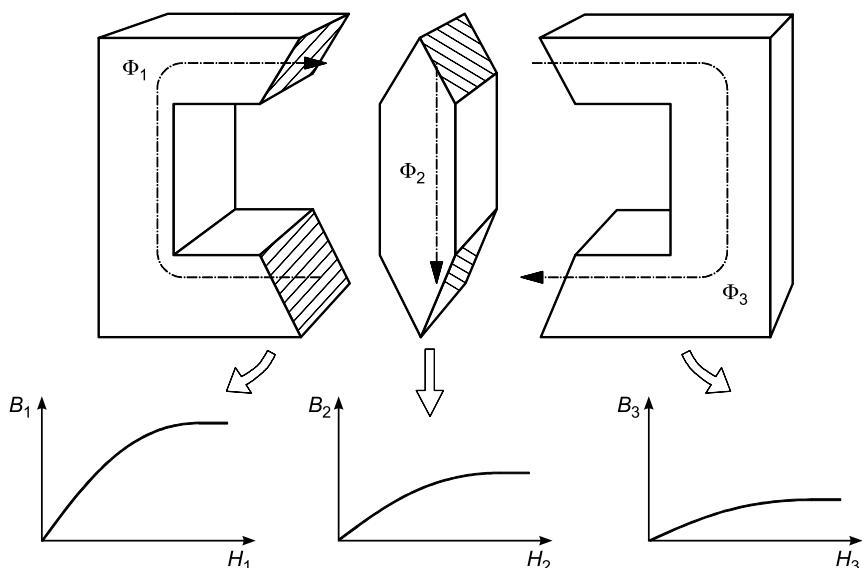
$$N \cdot I = \Phi_1 \cdot R_1 + \Phi_3 \cdot R_3 = H_1 \cdot L_1 + H_3 \cdot L_3 \quad (1.2)$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 \quad (1.3)$$

De las dos primeras expresiones se obtiene que:

$$H_2 \cdot L_2 = H_3 \cdot L_3 \quad (1.4)$$

Se procede ahora a descomponer el circuito en sus correspondientes tramos serie, teniendo en cuenta que de cada uno de estos tramos se conoce el dato de la curva B - H correspondiente (Figura 1.33).

**FIGURA 1.33.** Circuito heterogéneo: descomposición en tramos serie.

Así, partiendo del valor de Φ_3 dato, se calcula la inducción $B_3 = \Phi_3/S_3$ y sobre la gráfica B - H del material magnético del tramo 3, se calcula la intensidad de campo magnético H_3 .

Con este valor, en la Ecuación (1.4) se puede obtener el valor de la intensidad de campo magnético H_2 :

$$H_2 = \frac{H_3 \cdot L_3}{L_2}$$

que llevado a la curva B - H del material magnético del tramo 2 permite conocer la inducción B_2 correspondiente. El valor del flujo que circula por el tramo serie 2 será:

$$\Phi_2 = B_2 \cdot S_2$$

Utilizando la Ecuación (1.3) se puede calcular el flujo del tramo 1.

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$$

y con ese valor se calcula la inducción del tramo 1.

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1}$$

que llevada a la curva B - H del material del tramo 1, permite calcular la intensidad de campo magnético H_1 .

Finalmente, mediante la Ecuación (1.1) se puede calcular el número de amperios-vuelta pedidos:

$$N \cdot I = \Phi_1 \cdot \mathfrak{N}_1 + \Phi_2 \cdot \mathfrak{N}_2 = H_1 \cdot L_1 + H_2 \cdot L_2$$

b) Problema inverso: Dado el número de amperios-vuelta, calcular el flujo Φ_3 .

El problema inverso se resuelve mediante un proceso iterativo. El proceso consiste en suponer un flujo (Φ_3) y resolver el problema como si se tratase del problema directo. Si la excitación ($N \cdot I$) calculada coincide con el dato de los amperios-vuelta aplicados al circuito, el valor del flujo supuesto, junto a todos los valores intermedios calculados durante la etapa de iteración, son los correctos. En caso contrario, se supone un nuevo valor del flujo (Φ_3) y se repite el proceso hasta que el valor de ($N \cdot I$) calculado coincide con el valor de ($N \cdot I$) dato, o su diferencia sea inferior a la tolerancia fijada para poner fin al proceso iterativo.

Una segunda opción es suponer diversos valores de flujo (Φ_3) y calcular los correspondientes valores de excitación ($N \cdot I$). De esta forma se construye una gráfica Φ_3 -($N \cdot I$) que proporciona directamente la solución (Figura 1.34). Al igual que sucedía en casos anteriores ya analizados, es importante tener presente que la curva así construida es solamente aplicable a la resolución del circuito concreto para el que ha sido calculada, en este caso el circuito mostrado en la Figura 1.31.

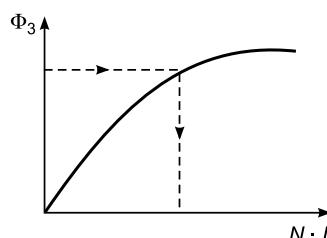


FIGURA 1.34. Circuito heterogéneo complejo. Problema inverso. Construcción de la curva Φ_3 -($N \cdot I$).

1.5.3.2. Caso de varios bobinados

A continuación se analiza el caso de circuitos heterogéneos complejos con varios bobinados (Figura 1.35).

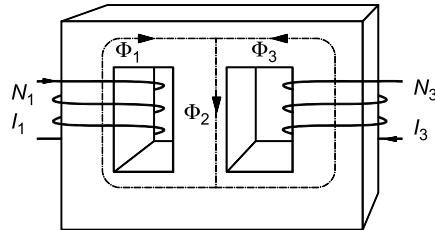


FIGURA 1.35. Circuito magnético heterogéneo con varios bobinados.

Se supone que cada tramo serie (por el que circula un único flujo) es homogéneo (mismo material y sección constante). El símil eléctrico de este circuito es el definido en la Figura 1.36.

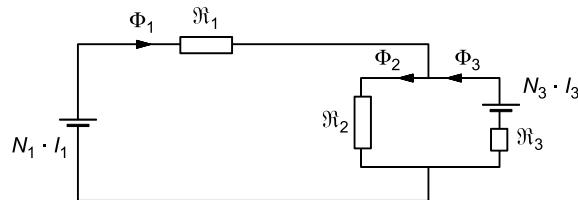


FIGURA 1.36. Circuito heterogéneo con varios bobinados: símil eléctrico.

Las ecuaciones que caracterizan este circuito son:

$$N_1 \cdot I_1 = \Phi_1 \cdot \mathfrak{R}_1 + \Phi_2 \cdot \mathfrak{R}_2 = H_1 \cdot L_1 + H_2 \cdot L_2 \quad (1.5)$$

$$N_3 \cdot I_3 = \Phi_2 \cdot \mathfrak{R}_2 + \Phi_3 \cdot \mathfrak{R}_3 = H_2 \cdot L_2 + H_3 \cdot L_3 \quad (1.6)$$

$$\Phi_2 = \Phi_3 + \Phi_1 \quad (1.7)$$

a) Problema directo: Conocido uno de los flujos y una de las fuerzas magnetomotrices, se trata de calcular la otra. En este caso, además de un flujo, debe ser dato una de las fuerzas magnetomotrices.

Supóngase que son datos $N_1 \cdot I_1$ y Φ_2 y se trata de calcular $N_3 \cdot I_3$. Como siempre, se suponen conocidas las características geométricas del circuito ($L_1, L_2, L_3, S_1, S_2, S_3$) y las curvas magnéticas de cada material magnético utilizado en cada tramo serie (Figura 1.33).

Conocido Φ_2 y la sección del tramo 2, se calcula la inducción:

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2}$$

Este valor de inducción en el tramo 2 permite obtener, mediante la curva $B-H$ del tramo 2, la intensidad de campo magnético H_2 correspondiente.

Con este valor, y a partir de la Ecuación (1.5), se puede obtener la intensidad de campo magnético H_1 :

$$H_1 = \frac{N_1 \cdot I_1 - H_2 \cdot L_2}{L_1}$$

Una vez obtenida H_1 , sobre la curva B - H del material del tramo 1, se puede obtener la inducción B_1 y, con ella, el flujo Φ_1 del tramo 1.

$$\Phi_1 = B_1 \cdot S_1$$

Con todo ello, según la Ecuación (1.7), el flujo del tramo 3 resulta ser:

$$\Phi_3 = \Phi_2 - \Phi_1$$

En consecuencia, en la zona 3 la inducción B_3 se calcula mediante:

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3}$$

Este valor de la inducción, llevado sobre la curva B - H del material de dicho tramo, permite obtener la intensidad de campo magnético H_3 . Finalmente, utilizando la Ecuación (1.6), se calcula la fuerza magnetomotriz pedida:

$$N_3 \cdot I_3 = H_2 \cdot L_2 + H_3 \cdot L_3$$

b) Problema inverso: A partir de las fuerzas magnetomotrices conocidas, se trata de calcular el valor de uno de los flujos. Por ejemplo, conocidos $N_1 \cdot I_1$ y $N_3 \cdot I_3$, se trata de determinar el valor del flujo Φ_2 .

Para resolver este problema se supone un valor del flujo incógnita, se mantiene como dato uno de los valores de $N \cdot I$, por ejemplo $N_1 \cdot I_1$, y se considera incógnita al otro, en este caso $N_3 \cdot I_3$. La resolución mediante los pasos del caso directo, explicado anteriormente, conduce a la obtención de una excitación $N_3 \cdot I_3$ que se compara con el valor de excitación $N_3 \cdot I_3$ que es dato. El proceso iterativo, y por tanto el cálculo de Φ_2 , concluye cuando la diferencia entre la excitación calculada del tramo 3 y su valor real es inferior a la tolerancia fijada para el proceso iterativo.

Al igual que en casos anteriores, otra opción es construir una gráfica propia y característica del circuito concreto que se está analizando (Figura 1.35). Para ello, es necesario aplicar varias veces el método directo, repitiéndolo para varios valores de Φ_2 supuestos, con lo que se define la gráfica Φ_2 -($N_3 \cdot I_3$).

Una vez construida la gráfica, se lleva sobre ella el valor de la $F_{mm}(N_3 \cdot I_3)$ dato y se halla el valor del flujo Φ_2 pedido.

Cabe resaltar que, una vez calculado uno de los flujos, es inmediato el cálculo de los otros dos aplicando, por ejemplo, los pasos señalados en el problema directo o acudiendo a los valores obtenidos en la última etapa del proceso iterativo.

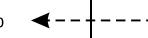
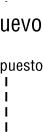
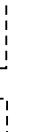
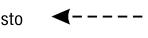
Como resumen de todo lo expuesto, la resolución de circuitos magnéticos puede realizarse dividiendo el circuito que quiera resolverse en tramos serie (recorridos por un mismo flujo) y

aplicando los pasos de cálculo señalados en las Tablas 1.5 y 1.6 (en función del caso que se trate) conjuntamente con las ecuaciones que caracterizan el comportamiento del circuito magnético (fácilmente obtenibles a partir del símil eléctrico).

Tabla 1.5. Tramo serie homogéneo (material único y sección constante).

| | Problema directo | Problema inverso |
|-----------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| Dato | Φ | F_{mm} |
| Incógnita | F_{mm} | Φ |
| Paso 1 | $B = \frac{\Phi}{S}$ | $H = \frac{F_{mm}}{L}$ |
| Paso 2 | $B \xrightarrow{\text{Curva } B-H} H$ | $H \xrightarrow{\text{Curva } B-H} B$ |
| Paso 3 | $F_{mm} = H \cdot L$ | $\Phi = B \cdot S$ |

Tabla 1.6. Tramo serie heterogéneo (varios materiales y/o varias secciones).

| | Problema directo | Problema inverso |
|---|---|---|
| Dato | Φ | F_{mm} dato |
| Incógnita | F_{mm} | Φ |
| Paso previo | — | $\Phi = \Phi_{\text{supuesto}}$  |
| Paso 1 | $B_i = \frac{\Phi}{S_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$ |  |
| Paso 2 | $B \xrightarrow{\text{Curva } (B-H)_i} H_i$ |  |
| Paso 3 | $F_{mm} = \sum_{i=1}^n H_i \cdot L_i$ |  |
| Paso final | — | $F_{mm} \neq F_{mm\text{dato}}$ $F_{mm} = F_{mm\text{dato}}$  |
| $\Phi = \Phi_{\text{supuesto}}$  | | |

Por último, es muy importante recordar que a lo largo de toda la exposición se ha designado mediante « S » a la superficie a través de la cual circula el flujo correspondiente, es decir, a la superficie útil. Por tanto, cuando el circuito magnético está formado por chapas apiladas se calcula mediante la expresión:

$$S = S_{\text{total}} \cdot F_r$$

siendo F_r el factor de relleno.

1.5.4. Flujo de fugas

Hasta ahora se ha supuesto que el circuito magnético es un tubo de fuerza a través del cual se canalizan todas las líneas de fuerza, ya que todo el flujo se cerraba a través de él. Sin embargo, en realidad hay una pequeña cantidad de flujo que se cierra a través del aire. Este flujo que se cierra a través del aire y que, por tanto, no produce trabajo útil al escaparse del camino de circulación establecido, se denomina flujo de fugas o flujo de dispersión.

Así, el balance de flujos en el circuito magnético de la Figura 1.37 viene dado por la expresión:

$$\Phi_T = \Phi_u + \Phi_d$$

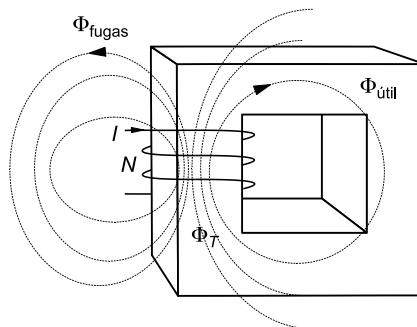


FIGURA 1.37. Flujo de fugas.

Para resolver este circuito considerando la existencia del flujo de fugas, como existen dos flujos, se tiene que considerar un circuito heterogéneo complejo.

El símil eléctrico del circuito magnético de la Figura 1.37 es el señalado en la Figura 1.38.

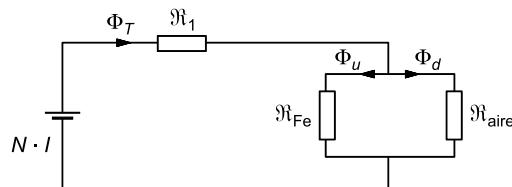


FIGURA 1.38. Flujo de fugas: símil eléctrico.

1.5.5. Comparación entre circuitos eléctricos y circuitos magnéticos

Las analogías y diferencias existentes entre circuitos eléctricos y magnéticos puestas de manifiesto a lo largo de la exposición de este capítulo, se encuentran recopiladas y resumidas en la Tabla 1.7 (analogías) y en la Tabla 1.8 (diferencias).

Tabla 1.7. Analogías entre circuitos eléctricos y magnéticos.

| Círculo eléctrico | Círculo magnético |
|--------------------------------|---|
| Fuerza electromotriz (f.e.m.): | V |
| Intensidad | I |
| Resistencia | R |
| Resistividad | ρ |
| Conductividad | $1/\rho$ |
| Ley de Ohm | $V = I \cdot R$ |
| Ley de Kirchhoff | $\sum (\text{f.e.m.}) = \sum (R \cdot I)$ |
| | Fuerza magnetomotriz: F_{mm} |
| | Flujo Φ |
| | Reluctancia \mathfrak{R} |
| | Permeancia $1/\mu$ |
| | Permeabilidad μ |
| | Ley de Hopkinson $F_{mm} = \Phi \cdot \mathfrak{R}$ |
| | Ley de Ampère $\sum (F_{mm}) = \sum (N \cdot I)$ |

Tabla 1.8. Diferencias entre circuitos eléctricos y magnéticos.

| Círculo eléctrico | Círculo magnético |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> — La intensidad circula sólo por el circuito eléctrico. — Una sección de aire interrumpe el paso de la intensidad. — Una circulación de intensidad siempre produce pérdidas. — El valor de la resistencia no depende del valor de la intensidad que circula. | <ul style="list-style-type: none"> — Un flujo magnético se cierra en parte por el aire. — Un entrehierro no interrumpe la circulación de flujo. — Una circulación de flujo sólo produce pérdidas si no se mantiene constante. — El valor de la reluctancia depende del valor del flujo que circula. |

1.6. Estudio del campo magnético rotativo

En los apartados anteriores de este capítulo se ha puesto de manifiesto que el funcionamiento de cualquier tipo de máquina eléctrica requiere la existencia de un campo magnético. En el caso de las máquinas rotativas este campo es giratorio y recibe la denominación de campo magnético rotativo.

Un campo magnético rotativo es un campo magnético que se distribuye sinusoidalmente en el espacio, de amplitud constante en el tiempo y que gira a velocidad constante. Lógicamente, existe un ciclo sinusoidal en el espacio por cada par de polos. Por esta razón, en una máquina de p pares de polos, en 360° geométricos (correspondientes a una vuelta completa a lo largo del perímetro en que se ubican los p pares de polos) hay p ciclos de campo magnético. En otras palabras, 360° geométricos se corresponden con $(p \cdot 360)^\circ$ magnéticos o eléctricos.

A diferencia de lo que a primera vista pudiera pensarse, el campo magnético rotativo no solamente puede ser creado por el bobinado o bobinados del rotor de la máquina sino que, además, el estator también puede crear un campo magnético rotativo si circula intensidad alterna por sus bobinados. A continuación se presentan los distintos métodos de creación de un campo magnético rotativo.

1.6.1. Campo rotativo creado por bobinados móviles recorridos por corriente continua

Éste es el caso del campo magnético rotativo que se genera en el rotor del generador síncrono. Mediante una bobina recorrida por corriente continua se crea el campo magnético y, mediante el giro del rotor a velocidad constante, el campo magnético se convierte en rotativo.

La Figura 1.39 representa el corte con un plano perpendicular a su eje de una máquina rotativa con p pares de polos ($p = 1$ en la Figura 1.39). Para el sentido de circulación de corriente señalado en la Figura 1.39, la posición de los polos es la indicada. La creación del campo rotativo se consigue al hacer girar el rotor a n revoluciones por segundo (rps).

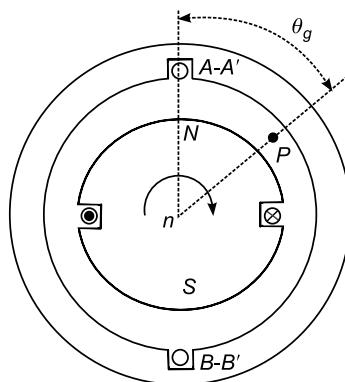


FIGURA 1.39. Campo magnético rotativo creado por corriente continua en bobinado rotórico.

La Figura 1.40 representa la fuerza magnetomotriz creada por el rotor en grados eléctricos. La forma sinusoidal de este campo se consigue incidiendo sobre aspectos constructivos que no son objeto del presente texto.

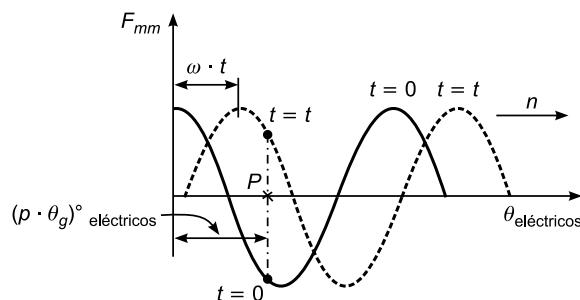


FIGURA 1.40. Distribución de la fuerza magnetomotriz.

En el punto P , situado a una distancia θ_g radianes geométricos respecto del origen, la fuerza magnetomotriz en el instante inicial será proporcional a la intensidad de corriente continua que circula por los bobinados del rotor y tendrá el valor:

$$F_{mm}(t = 0) = k \cdot I_{dc} \cdot \cos(p \cdot \theta_g)$$

Si el rotor gira con n rps, al cabo de un cierto tiempo t el rotor habrá girado:

$$\theta'_{g\text{rotor}} = 2\pi \cdot n \cdot t$$

En su movimiento, la f.m.m. se habrá desplazado solidariamente con el rotor, por lo que en radianes eléctricos se habrá desplazado un ángulo de valor:

$$\theta'_{\text{elec_rotor}} = p \cdot \theta'_{g\text{rotor}} = 2\pi \cdot p \cdot n \cdot t = 2\pi \cdot f \cdot t = \omega \cdot t$$

En este instante t la f.m.m. en el punto P toma el siguiente valor:

$$F_{mm}(t) = k \cdot I_{dc} \cdot \cos(p \cdot \theta_g - \omega \cdot t)$$

donde « $\omega \cdot t$ » es el desfase.

Ésta es la expresión general del campo magnético rotativo, en un punto cualquiera P de la máquina.

1.6.2. Campos magnéticos rotativos creados por bobinados fijos monofásicos recorridos por corrientes alternas. Teorema de Leblanc

Sea un bobinado estático monofásico. Si por este bobinado circula corriente continua se obtendrá un campo magnético estacionario no rotativo que tendrá por expresión, en todo instante, para un punto P del entrehierro (Figura 1.41):

$$F_{mm}(t) = K \cdot I_{dc} \cdot \cos(p \cdot \theta_g) = \text{cte}$$

Este mismo efecto se obtendría, por tanto, haciendo circular corriente continua por las espiras de un rotor en reposo.

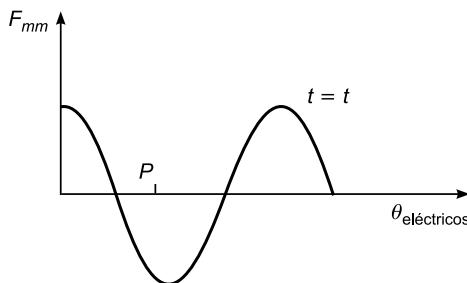


FIGURA 1.41. Campo estacionario creado por corriente continua en bobinado en reposo.

Si ahora se hace circular corriente alterna por ese bobinado, el valor del campo magnético en el punto P será:

$$F_{mm}(t) = K \cdot i(t) \cdot \cos(p \cdot \theta_g)$$

siendo $i(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega \cdot t)$.

Esto supone un campo fijo de amplitud variable con el tiempo, cuya representación es la señalada en la Figura 1.42.

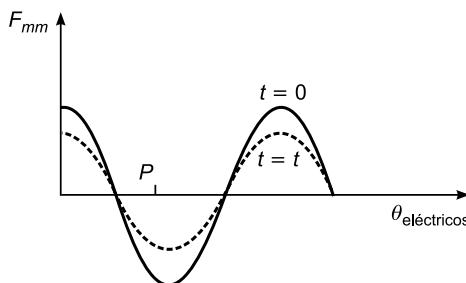


FIGURA 1.42. Campo creado por corriente alterna en bobinado monofásico en reposo.

Lo que se está obteniendo es una onda pulsante y no el campo rotativo que se busca. Tal y como se aprecia, existen puntos en los que nunca se va a llegar a alcanzar el valor máximo de f.m.m., y por tanto de inducción, sino que se alcanzará el valor que le corresponda según la posición física que ocupa.

A continuación se va a demostrar que esta onda pulsante equivale a la suma de dos campos magnéticos rotativos.

Tal y como ya se ha indicado, la intensidad que recorre el bobinado tiene por expresión:

$$i(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

lo que crea, en un punto P del entrehierro, una f.m.m. de valor:

$$F_{mm}(t) = K \cdot i(t) \cdot \cos(p \cdot \theta_g) = K \cdot I \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \cos(p \cdot \theta_g)$$

Teniendo en cuenta la siguiente relación trigonométrica:

$$\cos(A) \cdot \cos(B) = \frac{1}{2} [\cos(A + B) + \cos(A - B)]$$

en el punto P se tiene que:

$$F_{mm}(t) = K \cdot \frac{I \cdot \sqrt{2}}{2} [\cos(p \cdot \theta_g - \omega \cdot t) + \cos(p \cdot \theta_g + \omega \cdot t)]$$

lo que significa que un campo magnético fijo de amplitud variable (onda pulsante) se puede suponer igual a la suma de dos campos magnéticos rotativos de igual pulsación pero con sentido de giro opuesto. Esto es precisamente lo que se conoce como teorema de Leblanc.

El teorema de Leblanc dice que en un bobinado monofásico recorrido por corriente alterna aparecen dos campos magnéticos rotativos que giran a la misma velocidad pero con sentidos opuestos. La suma de los dos campos da como resultado la onda pulsante, que se puede entender como suma de dos campos magnéticos rotativos con sentido opuesto.

Éste es el caso de los campos magnéticos rotativos que se crean en el estator de los generadores síncronos monofásicos: una bobina fija recorrida por corriente alterna monofásica provoca la aparición de dos campos magnéticos rotativos.

1.6.3. Campo magnético rotativo creado por bobinados fijos trifásicos recorridos por corrientes alternas. Teorema de Ferraris

Se considera ahora el caso de un bobinado trifásico recorrido por un sistema trifásico equilibrado de corrientes. Cada fase del bobinado, al ser recorrida por una intensidad alterna, definirá un campo magnético pulsatorio. Debido a los desfases entre las intensidades y a las características constructivas, el desfase entre los tres campos creados es de $\frac{2\pi}{3}$ radianes magnéticos o eléctricos (120°), lo que equivale a $\frac{2\pi}{3 \cdot p}$ radianes geométricos. Por tanto, se supone que los bobinados van a estar recorridos por un sistema trifásico equilibrado de intensidades de la forma:

$$i_1(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$i_2(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_3(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

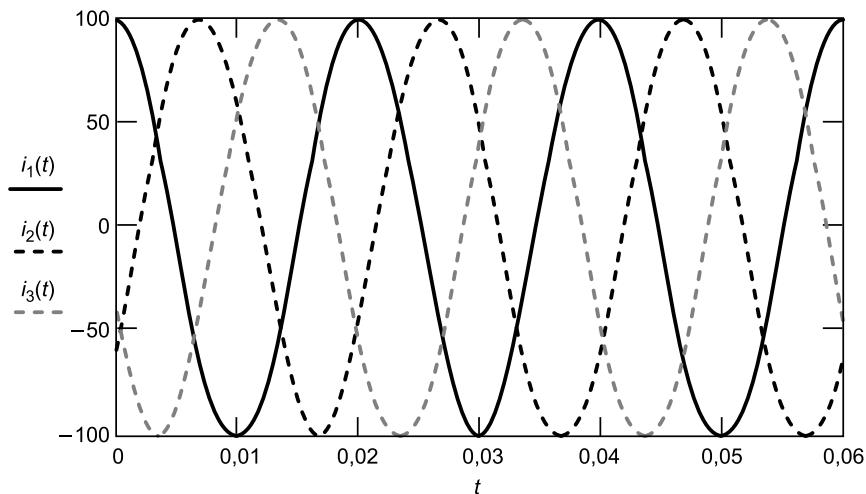


FIGURA 1.43. Sistema trifásico equilibrado de intensidades.

Cada fase creará en el punto P del entrehierro (situado a una distancia θ_g respecto del origen) una f.m.m. de valor:

$$F_{mm1}(t) = K \cdot i_1(t) \cdot \cos(p \cdot \theta_g) = K \cdot I \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \cos(p \cdot \theta_g)$$

$$F_{mm2}(t) = K \cdot i_2(t) \cdot \cos\left(p \cdot \theta_g - \frac{2\pi}{3}\right) = K \cdot I \cdot \sqrt{2} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(p \cdot \theta_g - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$F_{mm3}(t) = K \cdot i_3(t) \cdot \cos\left(p \cdot \theta_g - \frac{4\pi}{3}\right) = K \cdot I \cdot \sqrt{2} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{4\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(p \cdot \theta_g - \frac{4\pi}{3}\right)$$

La expresión de la fuerza magnetomotriz total en este punto genérico P del entrehierro será la suma de la contribución de la f.m.m. de cada una de las tres fases. Se va a demostrar a continuación como la suma de las tres ondas (que cada una por separado es una onda pulsante) es un campo magnético rotativo.

Teniendo en cuenta que:

$$\cos(A) \cdot \cos(B) = \frac{1}{2} \cdot [\cos(A + B) + \cos(A - B)]$$

En el punto P , se tendrá que:

$$\begin{aligned} F_{mm1}(t) &= K \cdot \frac{I \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot [\cos(p \cdot \theta_g - \omega \cdot t) + \cos(p \cdot \theta_g + \omega \cdot t)] \\ F_{mm2}(t) &= K \cdot \frac{I \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \left[\cos(p \cdot \theta_g - \omega \cdot t) + \cos\left(p \cdot \theta_g + \omega \cdot t - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \\ F_{mm3}(t) &= K \cdot \frac{I \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \left[\cos(p \cdot \theta_g - \omega \cdot t) + \cos\left(p \cdot \theta_g + \omega \cdot t - \frac{8\pi}{3}\right) \right] \\ F_{mmT} &= F_{mm1} + F_{mm2} + F_{mm3} = 3 \cdot K \cdot \frac{I \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \cos(p \cdot \theta_g - \omega \cdot t) \end{aligned}$$

que constituye la expresión de un campo magnético rotativo, tal y como se ha visto anteriormente.

Una construcción gráfica de la anterior demostración matemática puede ayudar aclarificar el concepto expuesto (Figuras 1.44 a 1.48).

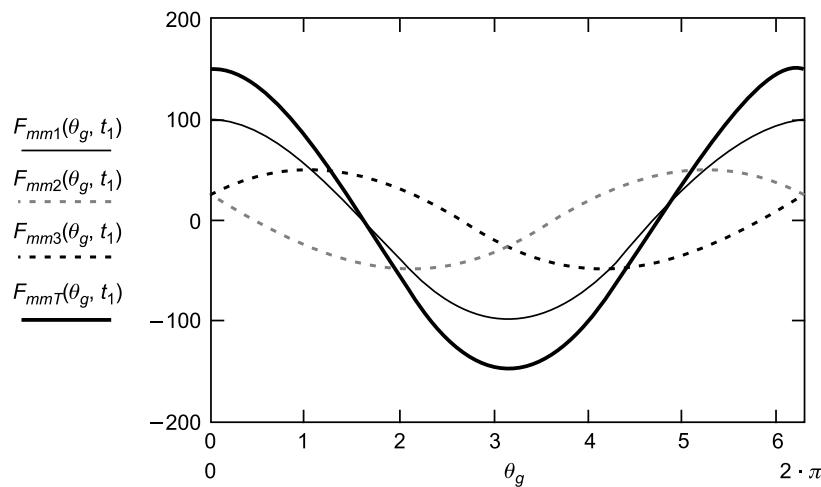


FIGURA 1.44. Teorema de Ferraris: campo rotativo y campos pulsantes en $t = t_1$.

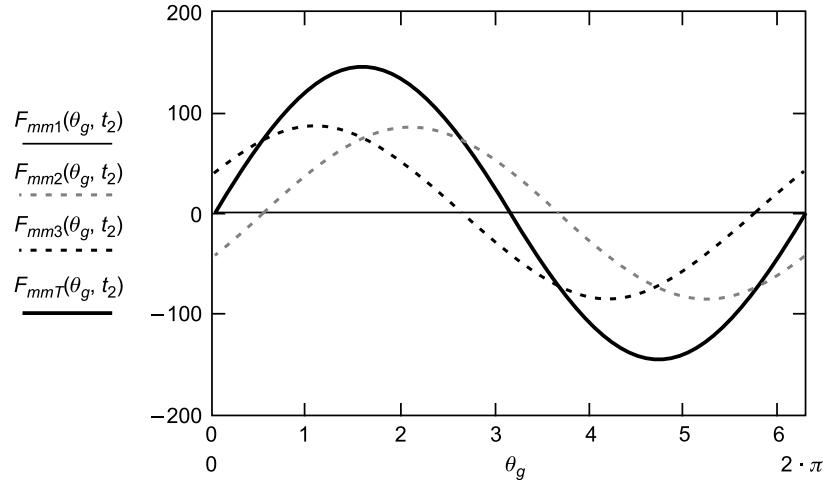


FIGURA 1.45. Teorema de Ferraris: campo rotativo y campos pulsantes en $t = t_2$.

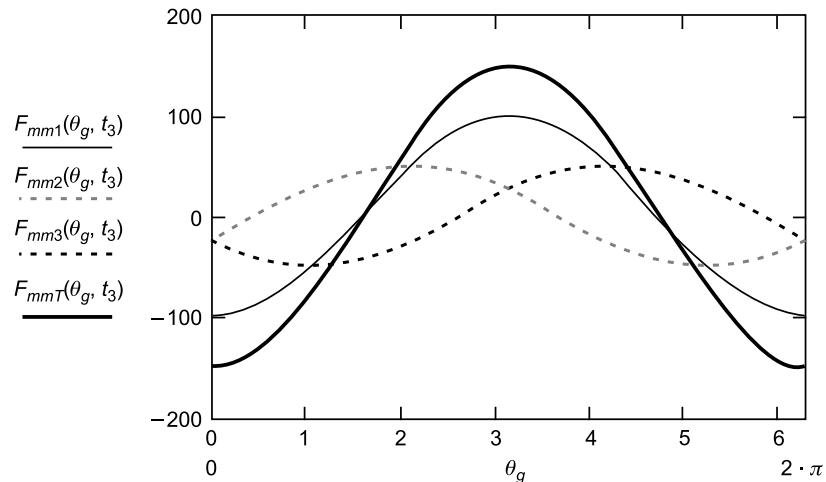


FIGURA 1.46. Teorema de Ferraris: campo rotativo y campos pulsantes en $t = t_3$.

Si se representan estas cuatro ondas en cuatro instantes de tiempo diferentes (t_1, t_2, t_3 y t_4), se puede apreciar como, en cada instante, la representación de las f.m.m. es diferente. Así, se puede apreciar que las tres primeras (F_{mm1}, F_{mm2} y F_{mm3}) se corresponden con sendas ondas pulsantes (permanecen estáticas variando su amplitud) y, sin embargo, su suma (F_{mmT}) es una onda de amplitud constante que se desplaza, es decir, un campo magnético rotativo.

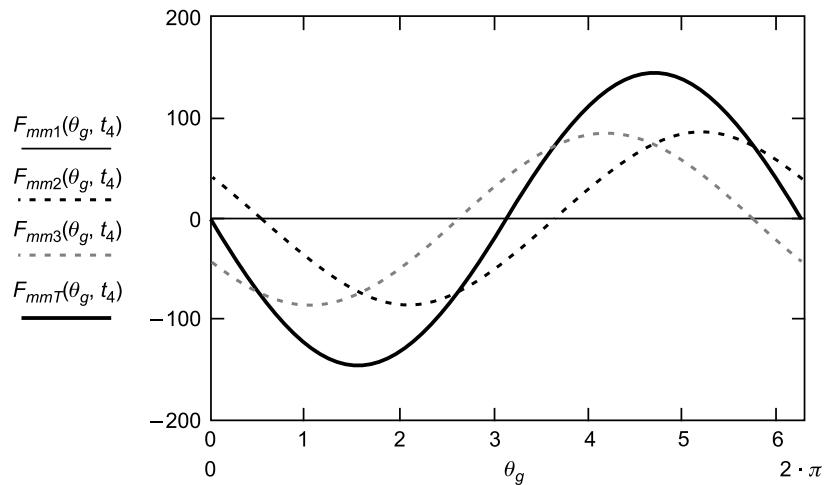


FIGURA 1.47. Teorema de Ferraris: campo rotativo y campos pulsantes en $t = t_4$.

Lo que puede ser representado de manera más sencilla tal y como se indica en la Figura 1.48.

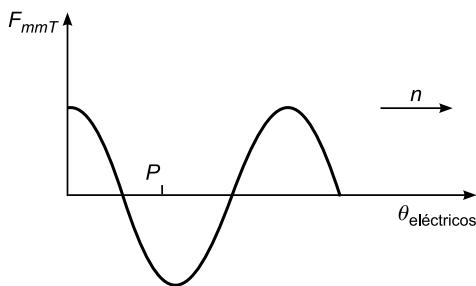


FIGURA 1.48. Teorema de Ferraris: representación simbólica.

El teorema de Ferraris dice que, si por un bobinado trifásico (polifásico en general) circula un sistema trifásico (polifásico) equilibrado de intensidades, aparece un campo magnético rotativo que gira a la velocidad de sincronismo n . Esta velocidad viene impuesta por la frecuencia (f) de las corrientes aplicadas y por el número de pares de polos (p) de la máquina, siendo su valor:

$$n = \frac{60 \cdot f}{p} \text{ (rpm)}$$

El sentido de giro de este campo magnético rotativo viene fijado por el orden de sucesión de las fases del bobinado que lo crea, avanzando según el orden $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$.

Este teorema se aplica directamente al caso del campo rotativo que crea el estator de un generador síncrono trifásico que alimenta una carga equilibrada: tres bobinados fijos recorridos por un sistema de corrientes alternas trifásicas equilibradas.

1.7. Circuito eléctrico

Salvo algunas excepciones, como por ejemplo los rotores de jaula de ardilla de máquinas asíncronas, el circuito eléctrico de las máquinas eléctricas está compuesto por espiras. En el caso de los transformadores las espiras se forman arrollando el conductor sobre el núcleo magnético correspondiente [Figura 1.10(a)]. Las dos disposiciones constructivas más habituales son las del tipo bobinados separados [Figura 1.49(a)] o bobinados concéntricos [Figura 1.49(b)].

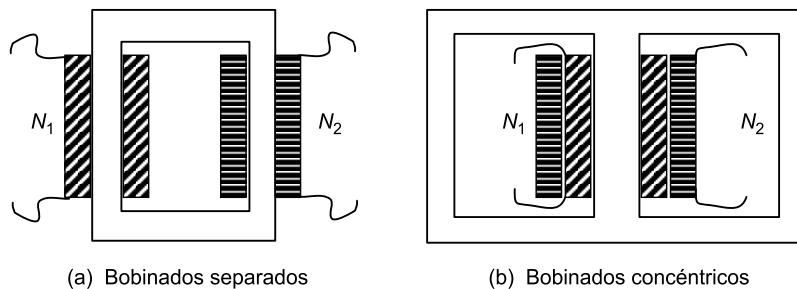


FIGURA 1.49. Disposición de bobinados en transformadores monofásicos.

En las máquinas rotativas los bobinados están compuestos por espiras que se forman uniendo dos lados activos. El conjunto de dos lados activos forma, por tanto, una espira (Figura 1.50) y el conjunto de un determinado número de espiras forma el bobinado correspondiente a una de las fases de la máquina rotativa.

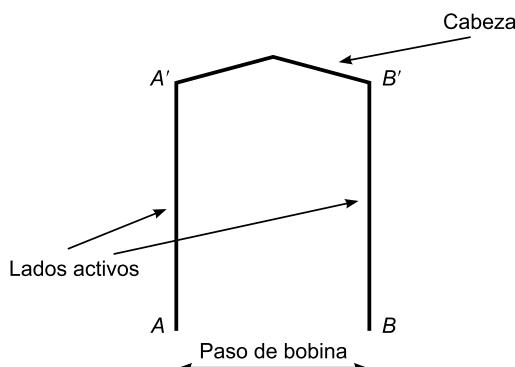


FIGURA 1.50. Espira de máquina rotativa.

Los lados activos de las espiras que forman los bobinados en máquinas rotativas se alojan en ranuras practicadas en el perímetro interior del estator o en el perímetro exterior del rotor [Figura 1.10(b)]. Estos bobinados pueden ser monofásicos o trifásicos en función del sistema monofásico o trifásico de tensiones con que estén relacionados.

De cara a un aprovechamiento máximo, lo ideal es que la separación entre los lados activos de las espiras (paso de bobina, señalado en la Figura 1.50) coincida con la separación entre dos polos consecutivos de distinta polaridad (paso polar). La Figura 1.51 muestra el caso

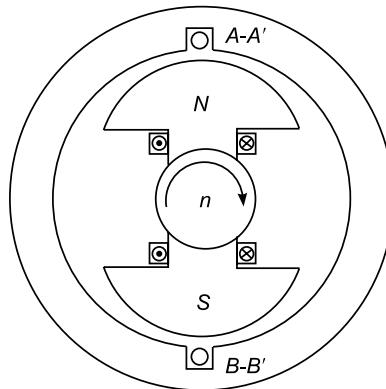


FIGURA 1.51. Bobinado monofásico de un par de polos ($p = 1$).

de una máquina monofásica bipolar, es decir, de un par de polos ($p = 1$). En ella puede observarse como la distancia entre los lados activos de las espiras que componen el bobinado (que estarían situados en $A-A'$ y $B-B'$ del estator) coincide con la distancia entre los polos del rotor.

En caso de tratarse de una máquina monofásica tetrapolar (2 pares de polos, $p = 2$) la disposición sería la indicada en la Figura 1.52.

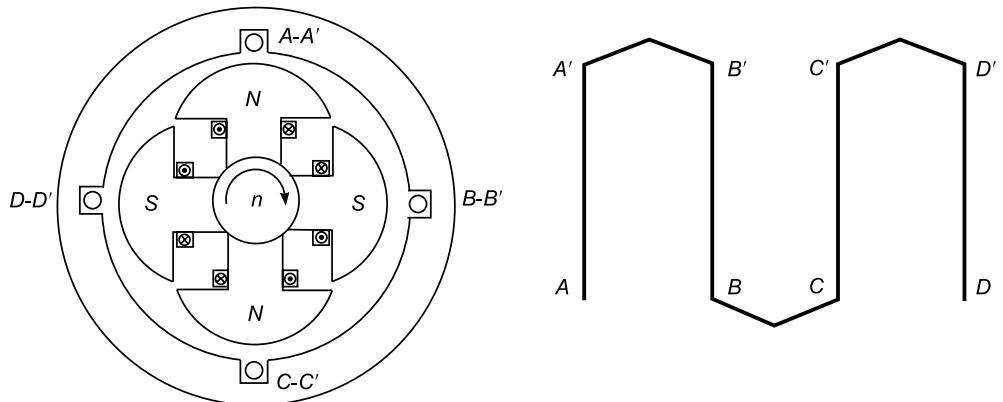


FIGURA 1.52. Bobinado monofásico de dos pares de polos ($p = 2$).

Los bobinados trifásicos siguen, en cada fase, la misma filosofía de disposición que los bobinados monofásicos. La Figura 1.53 presenta el caso correspondiente a una máquina trifásica bipolar ($p = 1$). Es importante señalar que los principios de las tres fases deben estar separados por 120° eléctricos que, para el caso de $p = 1$, suponen también 120° geométricos. De esta forma puede observarse como la separación entre $A1-A1'$ y $A2-A2'$ es de 120° y entre $A2-A2'$ y $A3-A3'$ es también de 120° . Tal y como se verá en capítulos posteriores, la conexión entre los bobinados de las tres fases, que en la Figura 1.53 aparecen independientes, se realizará en estrella o triángulo en función de diversas consideraciones.

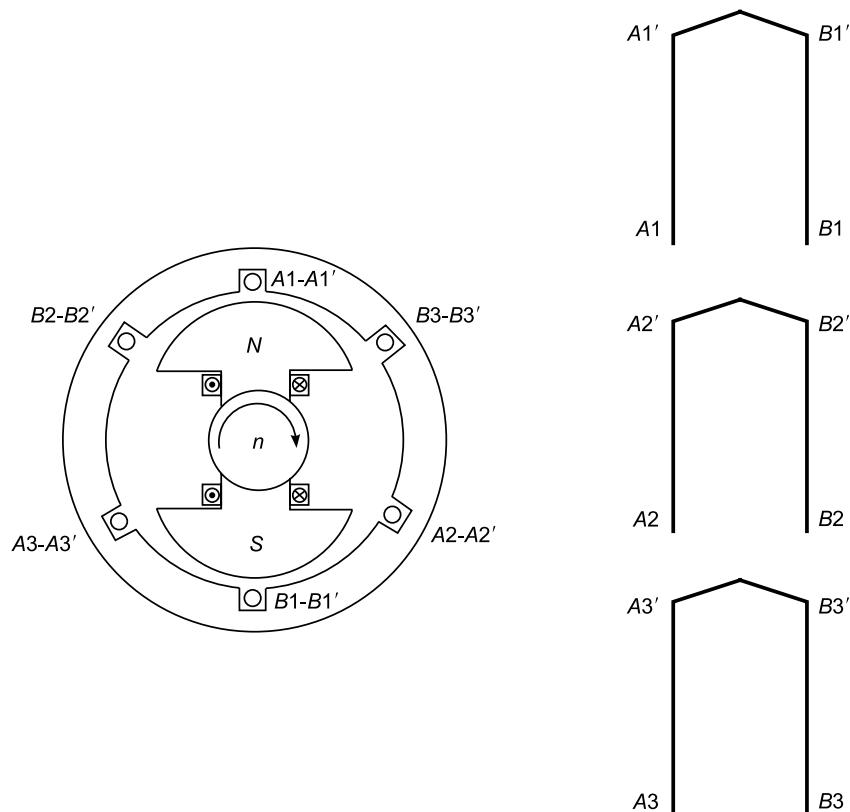


FIGURA 1.53. Bobinado trifásico de un par de polos ($p = 1$).

La Figura 1.54 ilustra el caso correspondiente a una máquina trifásica tetrapolar ($p = 2$). Respecto al caso anterior cabe resaltar que, debido a que 360° geométricos se corresponden siempre con $(p \cdot 360)^\circ$ eléctricos, la separación entre los principios de las fases debe ser en este caso de 60° geométricos, ya que este ángulo implica una separación eléctrica de 120° .

Idénticas consideraciones a las señaladas para el caso de los bobinados situados en el estator son aplicables al caso en que los bobinados estuviesen situados en el rotor.

1.7.1. Factor de bobinado

La influencia de las características constructivas de estos bobinados en el comportamiento de la máquina eléctrica correspondiente se representa mediante el factor de bobinado (K_b). Este factor de bobinado se define como el producto del factor de distribución (K_d), del factor de paso (K_p) y del factor de inclinación de ranuras (K_i).

$$K_b = K_d \cdot K_p \cdot K_i$$

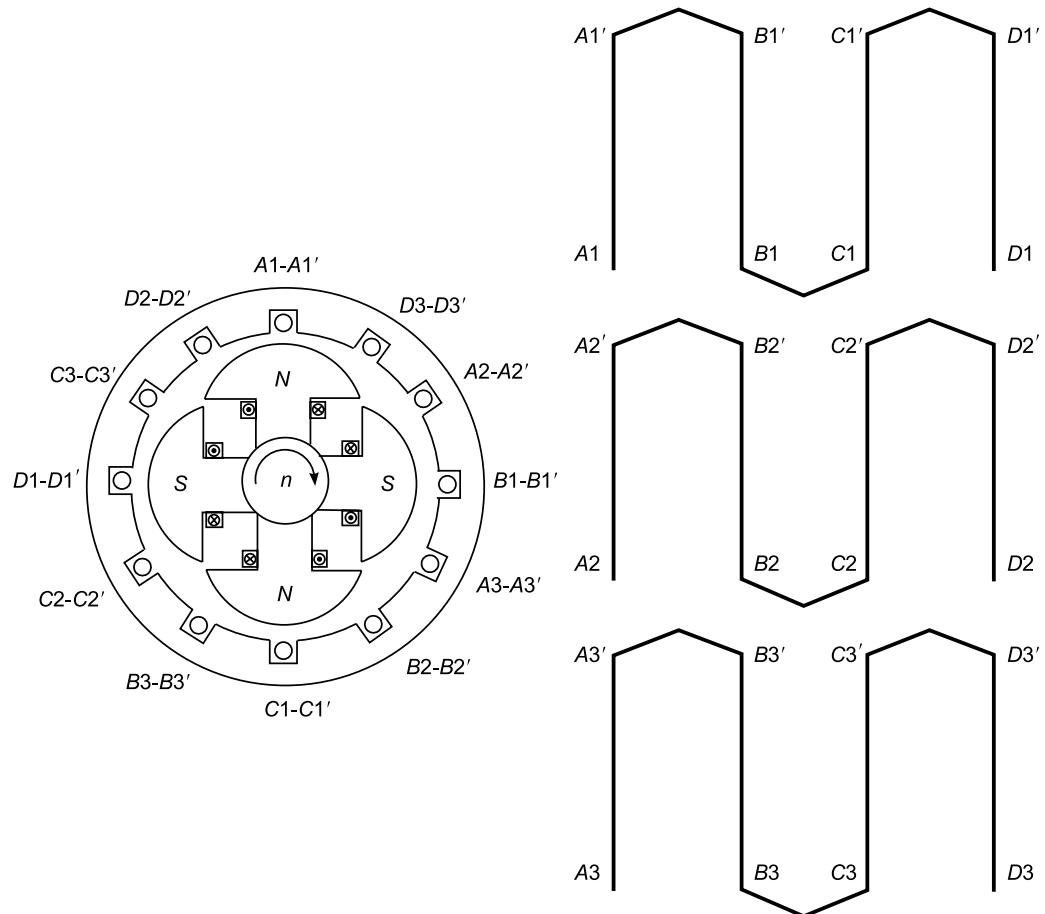


FIGURA 1.54. Bobinado trifásico de dos pares de polos ($p = 2$).

1.7.1.1. Factor de distribución

En todos los ejemplos ilustrativos señalados anteriormente, el número de ranuras por polo y fase (K_{pq}) de los bobinados era 1.

$$K_{pq} = \frac{\text{número total de ranuras}}{\text{n.º de polos} \cdot \text{n.º de fases}} = \frac{N_{\text{ran}}}{(2 \cdot p) \cdot q} = 1$$

Sin embargo, en la práctica es habitual construir los bobinados con un valor de K_{pq} mayor que 1. Ello es debido a que, por un lado, el volumen ocupado por los lados activos de las espiras hace imposible poder alojar todos juntos en una misma ranura y a que, por otro lado, una distribución de espiras a lo largo de todo el perímetro ($K_{pq} > 1$) permite una mejor distribución de las pérdidas (y, por tanto, que la máquina funcione con una temperatura más uniforme evitando esfuerzos mecánicos internos).

El factor de distribución representa la influencia que implica el hecho de que las espiras no se encuentran concentradas en un solo punto, sino repartidas a lo largo de todo el perímetro. Su expresión es:

$$K_d = \frac{\operatorname{sen}(90/q)}{K_{pq} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{90}{q \cdot K_{pq}}\right)}$$

donde:

q = Número de fases.

K_{pq} = Número de ranuras por polo y fase.

Un simple análisis matemático pone de manifiesto que:

Bobinado concentrado $\rightarrow K_{pq} = 1 \rightarrow K_d = 1$

Bobinado distribuido $\rightarrow K_{pq} > 1 \rightarrow K_d < 1$

1.7.1.2. Factor de paso

El factor de paso surge como consecuencia de que el paso de bobina puede ser distinto del paso polar, es decir, que la distancia angular entre los dos lados activos de la espira puede ser distinta de la existente entre dos polos consecutivos. Se calcula mediante la expresión:

$$K_p = \operatorname{sen}\left(90 \frac{Y_B}{Y_p}\right)$$

donde:

Y_B = Paso de bobina.

Y_p = Paso polar.

En función de la relación entre el paso de bobina y el paso polar, el factor de paso puede tomar los rangos de valores siguientes:

Bobinado de paso diametral $\rightarrow Y_B = Y_p \rightarrow K_p = 1$

Bobinado de paso acortado $\rightarrow Y_B < Y_p \rightarrow K_p < 1$

Bobinado de paso alargado $\rightarrow Y_B > Y_p \rightarrow K_p < 1$

1.7.1.3. Factor de inclinación de ranuras

El factor de inclinación de ranuras es debido a la posible inclinación de las ranuras respecto a la generatriz del cilindro que define la superficie del cilindro sobre el que se distribuyen. Su expresión es:

$$K_i = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{c}{Y_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right)}{\frac{c}{Y_p} \cdot \frac{\pi}{2}}$$

donde:

c = Inclinación de la ranura, medida en ranuras.

Y_p = Paso polar, medido en ranuras.

El análisis matemático de esta expresión conduce a:

$$\text{Ranuras rectas} \rightarrow c = 0 \rightarrow K_i = 1$$

$$\text{Ranuras inclinadas} \rightarrow c \neq 0 \rightarrow K_i < 1$$

De la propia definición de estos factores se deduce que ninguno de ellos puede superar el valor de la unidad y que, por tanto, el factor de bobinado definido como el producto de los tres va a ser también menor o igual que 1, bajo cualquier circunstancia constructiva.

1.7.2. Aplicación del factor de bobinado

Como ejemplo de aplicación de estos factores se va a analizar lo que sucede en un generador síncrono. Tal y como se justificará en el capítulo correspondiente, la tensión inducida en cada fase de un alternador es:

$$E = 4,44 \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f$$

donde:

E = Tensión eficaz generada.

N = Número de espiras en serie por fase.

Φ_0 = Flujo máximo por polo.

f = Frecuencia.

En el caso de considerar la influencia de los aspectos constructivos del circuito eléctrico señalados anteriormente, esta expresión se transforma en:

$$E = 4,44 \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f \cdot K_b = 4,44 \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f \cdot (K_d \cdot K_p \cdot K_i)$$

En ella puede apreciarse como, por influencia de las características constructivas del bobinado, el valor real de la tensión generada podrá ser inferior o igual (pero nunca superior) al valor de tensión correspondiente al caso óptimo (que es aquel en que el factor de bobinado tiene valor unitario). Dado que la profundización en aspectos constructivos excede los objetivos del presente texto, con el fin de no distraer la exposición o dificultar la comprensión de los fundamentos y principios de funcionamiento y aplicación de los distintos tipos de máquinas, los desarrollos de los capítulos relativos a máquinas rotativas se realizan bajo la hipótesis de circuitos eléctricos con factor de bobinado unitario.

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES. PRUEBAS DE AUTOEVALUACIÓN TEÓRICA



CAPÍTULO

2

- 2.1. Preguntas teóricas resueltas
- 2.2. Preguntas teóricas propuestas
- 2.3. Soluciones



2.1. Preguntas teóricas resueltas

En este apartado se presentan 100 preguntas teóricas, indicando en cada caso si el enunciado es verdadero o falso, con su correspondiente justificación.

1. En las centrales eléctricas:

- a) La energía eléctrica producida es elevada a una tensión superior para ser transportada.

VERDADERO

Con el objeto de transportarla a grandes distancias, la energía producida por las centrales eléctricas se eleva a tensiones superiores para reducir las pérdidas en las líneas eléctricas.

- b) La frecuencia de las tensiones generadas debe ser constante.

VERDADERO

Todas las centrales deben producir tensiones de la misma frecuencia, ya que el sistema eléctrico debe funcionar a frecuencia constante (50 Hz en Europa o 60 Hz en América).

2. En los sistemas de distribución:

- a) Habitualmente puede haber niveles de tensión de 220 kV.

FALSO

220 kV es un nivel de tensión englobado dentro de las redes de transporte.

- b) Habitualmente, los grandes consumidores pueden estar conectados a niveles de tensión de 30 kV.

VERDADERO

A los grandes consumidores les suele interesar económicamente conectarse a niveles de tensión superiores a BT (por ejemplo, 30 kV), y ellos mismos se encargan con sus propias subestaciones o centros de transformación de transformar la tensión a los niveles que necesiten.

3. Respecto a los sistemas de transporte de energía eléctrica:

- a) Las líneas aéreas son las más utilizadas.

VERDADERO

Para el transporte a grandes distancias, por motivos técnicos y económicos, las líneas aéreas son más adecuadas que las subterráneas, siendo estas últimas ampliamente utilizadas en sistemas de distribución en zonas urbanas.

- b) Normalmente unen subestaciones situadas a poca distancia.

FALSO

Precisamente el objetivo de las líneas de transporte es el transporte de la energía eléctrica a grandes distancias, uniendo entre sí subestaciones localizadas en zonas muy alejadas.

4. En el diseño de los sistemas eléctricos de potencia:

- a) Los transformadores de potencia permiten adaptar los niveles de frecuencia de cada parte del sistema.

FALSO

Los transformadores de potencia adaptan los valores eficaces de los diferentes niveles de tensión del sistema, pero mantienen la misma frecuencia.

- b) La energía generada en los generadores debe ser mayor que la consumida por los consumidores.

VERDADERO

Además de generar energía eléctrica para garantizar en todo momento la cobertura de la demanda, se deben cubrir las pérdidas que aparecen en el sistema eléctrico, por lo que la energía eléctrica generada debe ser mayor que la consumida por los clientes finales.

5. En relación con los elementos de un sistema eléctrico:

- a) Los transformadores de potencia se deben colocar siempre que se superen determinadas distancias kilométricas.

FALSO

La función de los transformadores de potencia no está relacionada con las distancias a las que transportar la energía eléctrica, sino con los niveles de tensión que cada compañía eléctrica estime oportuno y eficiente.

- b) Las líneas se dividen en líneas de transporte y líneas de distribución en función de su nivel de tensión.

VERDADERO

Las líneas de distribución utilizan niveles de tensión inferiores a las líneas de transporte (≥ 220 kV).

6. En las máquinas eléctricas rotativas:

- a) En los motores asíncronos trifásicos, el inductor es el rotor.

FALSO

Los motores asíncronos trifásicos generan el campo magnético rotativo, según el teorema de Ferraris, alimentando las bobinas del estator con corriente alterna. Por tanto, el inductor es el estator.

- b) En los generadores síncronos, el inducido es el estator.

VERDADERO

En los generadores síncronos, el campo magnético rotativo induce tensiones en las bobinas del estator. Por tanto, el estator es el elemento inducido.

7. En las máquinas eléctricas:

- a) Es necesaria la presencia de un campo magnético para realizar el proceso de transformación de la energía.

VERDADERO

Tanto en los transformadores (ley de Lenz) como en los generadores (ley de Faraday), así como en los motores (ley de Laplace), se precisa de la presencia de un campo magnético que relacione los diferentes devanados y posibilite la transmisión de energía entre ellos.

- b) Siempre hay una conversión de energía mecánica en energía eléctrica o de energía eléctrica en energía mecánica.

FALSO

En los transformadores de potencia, la conversión es de energía eléctrica a un nivel de tensión en energía eléctrica a otro nivel de tensión.

8. Respecto al bobinado de un electroimán:

- a) Si se alimenta con corriente continua, la posición de los polos no se modifica.

VERDADERO

Al estar recorrido el bobinado por corriente continua, el campo magnético generado es constante en el tiempo, por lo que los polos mantienen su posición física en el imán.

- b) Si se alimenta con corriente alterna, el sentido de las líneas de fuerza del campo magnético no se modifica.

FALSO

Las líneas de fuerza modifican su sentido en función del cambio de polaridad de la corriente alterna.

9. En un electroimán creado a partir de una barra de material ferromagnético sobre la que se enrolla una bobina de N espiras, al circular corriente por las espiras:

- a) El inductor lo forman las espiras y el inducido la barra de material ferromagnético.

FALSO

Las espiras sirven para crear un campo magnético, mientras que el núcleo de material ferromagnético se emplea para disminuir la reluctancia y, en consecuencia, disminuir el valor de intensidad necesaria para crear un determinado campo magnético.

- b) El circuito magnético lo conforman la barra de material ferromagnético y el aire que lo rodea.

VERDADERO

Tal y como se observa en la Figura 2.1, el recorrido del flujo magnético se cierra a través de los dos materiales (aire y material ferromagnético).

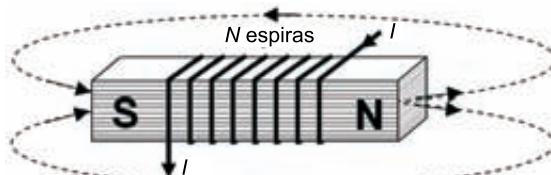


FIGURA 2.1.

10. En las máquinas eléctricas rotativas:

- a) No hay circuito magnético.

FALSO

En una máquina rotativa siempre debe haber un circuito magnético que posibilite la circulación del flujo magnético por la máquina. Este circuito suele estar formado por el rotor, el entrehierro y el estator.

- b) Las bobinas sólo se colocan en el estator.

FALSO

Además de en el estator, también se colocan en el rotor para que, en función del tipo de máquina, realicen las funciones de inductor o de inducido.

11. En cuanto a la composición de las máquinas eléctricas:

- a) Los autotransformadores están constituidos por dos circuitos eléctricos magnéticamente unidos y eléctricamente separados.

FALSO

En un autotransformador, los circuitos primario y secundario están unidos eléctricamente y presentan un devanado común.

- b) En las máquinas asíncronas con rotor de jaula de ardilla, los circuitos eléctricos están formados mediante el arrollamiento de espiras.

FALSO

En las máquinas asíncronas con rotor de jaula de ardilla el circuito eléctrico del rotor está constituido por barras conductoras, distribuidas por la periferia y cortocircuitadas en sus extremos.

12. En relación con los diferentes sistemas constitutivos de las máquinas eléctricas:

- a) La función del sistema aislante en los transformadores sumergidos en baño de aceite consiste en la refrigeración y aislamiento de aquéllos.

VERDADERO

La función del sistema aislante en los transformadores sumergidos en aceite es proporcionar una rigidez dieléctrica suficiente entre las diferentes partes activas, así como ser el elemento conductor del calor hacia la envolvente del transformador, en donde habitualmente existen aletas de refrigeración.

- b) Sus sistemas de protección deben garantizar que cualquier fallo interno no produzca perturbaciones o solicitudes excesivas en los sistemas externos.

VERDADERO

El objetivo de los sistemas de protección es, en primer lugar, proteger la propia máquina y, en segundo lugar, que el posible fallo que pudiera producirse no acabe afectando al sistema externo al cual está conectada dicha máquina.

13. En relación con los sistemas constructivos de los transformadores:

- a) El sistema aislante permite transformar el nivel de tensión del primario al secundario.

FALSO

El sistema aislante no tiene la función de transformar los niveles de tensión, sino de aislar las diferentes partes activas.

- b) El sistema de refrigeración necesita incorporar un ventilador para evacuar el calor generado en la máquina.

FALSO

No siempre es necesario un ventilador, aunque en ocasiones de gran necesidad de disipación de calor sí ayuda a mejorar la refrigeración.

14. En relación con el flujo magnético, se puede afirmar que:

- a) Su símil eléctrico es la tensión.

FALSO

El símil eléctrico del flujo magnético es la corriente eléctrica, mientras que el símil eléctrico de la fuerza magnetomotriz es la tensión aplicada.

- b) Se mide en weber.

VERDADERO

Su unidad de medida en el SI es el weber, utilizándose en ocasiones también el gauss.

15. Respecto a la permeabilidad, se puede afirmar que:

- a) Vale 1 H/m en el caso de que el material sea el aire.

FALSO

La permeabilidad del aire es constante y de valor $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

- b) Un valor elevado de la misma reduce la reluctancia del circuito magnético.

VERDADERO

Esto es así debido a que la reluctancia es inversamente proporcional a la permeabilidad.

$$\mathfrak{R} = \frac{L}{\mu \cdot S}$$

16. En cuanto a la intensidad de campo magnético:

- a) **Representa el flujo por unidad de longitud que existe en un circuito magnético.**

FALSO

Lo que realmente representa es el reparto longitudinal de la fuerza magnetomotriz por el circuito magnético.

- b) **Su valor depende de la reluctancia del circuito magnético.**

FALSO

Según se observa en la ecuación inferior, su valor depende de la longitud del circuito magnético, del número de espiras y de la corriente que circula por ellas, pero es independiente del tipo de material magnético utilizado para la construcción del circuito.

$$H = \frac{N \cdot I}{L}$$

17. Sobre la reluctancia de un circuito magnético, se puede afirmar que:

- a) **No depende del valor del flujo que circula por el circuito magnético.**

FALSO

La reluctancia depende inversamente de la permeabilidad y ésta depende del grado de saturación con que trabaja el circuito magnético.

- b) **Su símil eléctrico es la reactancia inductiva.**

FALSO

El símil eléctrico de la reluctancia es la resistencia eléctrica.

18. Tomando en consideración los materiales utilizados en circuitos magnéticos:

- a) **Los materiales diamagnéticos son los mayoritariamente utilizados en las máquinas eléctricas.**

FALSO

Los materiales diamagnéticos son peores conductores del flujo que el aire. En las máquinas eléctricas se utilizan materiales ferromagnéticos.

- b) En los materiales amagnéticos, su permeabilidad es igual a la unidad.**

FALSO

Su permeabilidad relativa sí es igual a la unidad, pero su permeabilidad absoluta es igual a la del aire ($4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m).

19. Dentro de las leyes fundamentales del electromagnetismo:

- a) La ley de Lenz justifica el principio de funcionamiento del transformador de potencia.**

VERDADERO

Según la ley de Lenz, se establece la fuerza electromotriz inducida en los bobinados del transformador.

- b) La ley de Faraday justifica el principio de funcionamiento de los generadores.**

VERDADERO

La ley de Faraday permite definir y calcular el valor de las tensiones inducidas en un generador.

20. Considerando los postulados de la ley de Laplace:

- a) Si el conductor se encuentra alineado con el campo magnético, la fuerza mecánica que aparece es máxima.**

FALSO

La fuerza mecánica inducida es nula en ese caso. La fuerza máxima se consigue cuando el campo magnético y el conductor están a 90° .

$$F = I \cdot B \cdot L \cdot \sin \theta$$

- b) Al moverse el conductor, también se puede aplicar la ley de Faraday.**

VERDADERO

Sí, puesto que el movimiento de un conductor en el seno de un campo magnético implica, según la ley de Faraday, la inducción de una tensión en él.

$$V_{AB} = E = v \cdot B \cdot L \cdot \sin \theta$$

21. Un conductor rectilíneo (ubicado sobre el eje z) se encuentra inmerso en un campo magnético caracterizado por una inducción B de valor constante que sigue la dirección del eje y.

- a) Si el conductor se desplaza en la dirección del eje x a velocidad constante, no se induce tensión en sus extremos.

FALSO

Según la ley de Faraday, sí se induce tensión y además, en este caso, es máxima.

$$V_{AB} = E = v \cdot B \cdot L \cdot \sin \theta$$

- b) Si el conductor se desplaza en la dirección del campo, la tensión inducida en los extremos del conductor es máxima.

FALSO

En ese caso, según la ley de Faraday, la tensión inducida es nula.

$$V_{AB} = E = v \cdot B \cdot L \cdot \sin \theta$$

22. Por el interior de una espira circula un flujo que varía sinusoidalmente a lo largo del tiempo.

- a) La tensión instantánea inducida en la espira alcanza su valor máximo en el instante en que el flujo que atraviesa la espira es máximo.

FALSO

Según la aplicación de la ley de Lenz, el valor de la tensión inducida es máximo cuando el flujo pasa por cero, ya que el flujo y la f.e.m. se encuentran desfasados 90°.

$$e(t) = -N \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

- b) Si la espira se cierra sobre una impedancia, la intensidad que circula por la espira tiende a reforzar en cada instante la variación del flujo que se produce.

FALSO

El efecto es justo el contrario. Según la ley de Lenz, la intensidad circulante tiende a generar una fuerza magnetomotriz que se opone a la variación del flujo.

23. En relación con la rueda de Barlow:

- a) Para analizar su modo de funcionamiento como motor no es necesario aplicar la ley de Faraday.

FALSO

Precisamente se aplica la ley de Faraday para poder conocer la fuerza electromotriz necesaria para definir su régimen de funcionamiento.

- b) Para definir su velocidad de giro es preciso conocer el par resistente.

VERDADERO

En cualquier motor, se define la velocidad de régimen permanente cuando el par motor se iguala al par resistente.

24. En los circuitos magnéticos homogéneos con núcleo ferromagnético:

- a) La relación entre el flujo magnético y la inducción es una relación lineal.

VERDADERO

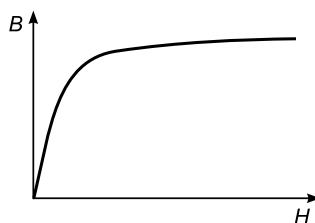
Entre el flujo magnético y la inducción existe una relación lineal definida por la sección del circuito magnético.

$$B = \frac{\Phi}{S}$$

- b) El valor de la permeabilidad depende del nivel de inducción existente en dicho material.

VERDADERO

En función del nivel de inducción existente, la pendiente de la curva $B-H$ es diferente y, por tanto, la permeabilidad también (Figura 2.2).

**FIGURA 2.2.**

- 25. En relación con la curva característica de primera imantación de un material ferromagnético, se puede afirmar que:**

- a) **Presenta diferentes permeabilidades en función del grado de excitación.**

VERDADERO

Esto es así por el hecho de que la curva que define la primera imantación presenta diferentes pendientes, ya que la pendiente en cada punto de funcionamiento representa la permeabilidad del material en dicho punto.

- b) **Para conseguir un mismo incremento de la inducción, es necesario excitar más en la zona saturada que en la zona no saturada.**

VERDADERO

Al ser la zona saturada una zona de menor pendiente que la zona lineal, el incremento de intensidad de campo magnético (H) necesario para conseguir un determinado incremento de inducción (B) ha de ser mayor.

- 26. En un circuito homogéneo de material ferromagnético de sección constante:**

- a) **Al valor de la intensidad de campo magnético que hace que el flujo magnético sea nulo se lo llama fuerza cohercitiva.**

VERDADERO

Tal y como se puede observar en la Figura 2.3, son los puntos en los que el ciclo de histéresis corta el eje de abscisas o eje de la intensidad de campo magnético ($H = \overline{OP}$ o $H = \overline{OQ}$).

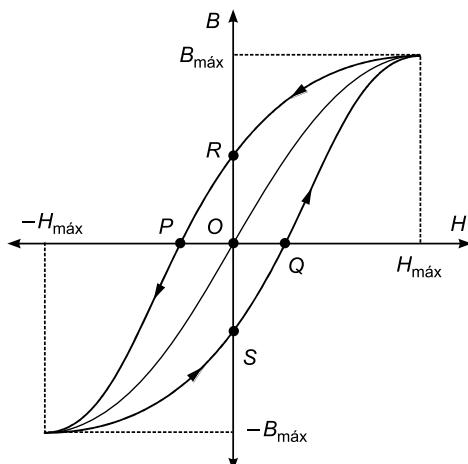


FIGURA 2.3.

- b) La curva de magnetización del material es la curva que une todos los máximos de los diferentes ciclos de histéresis.

VERDADERO

Los máximos de los diferentes ciclos de histéresis se ubican en la curva de magnetización o curva de primera imantación.

- 27. Respecto al análisis de la curva de magnetización de un material ferromagnético:**

- a) La relación B/H es mayor en la zona de saturación que en la zona lineal.

FALSO

La relación B/H es la permeabilidad del material, que coincide con la pendiente de la curva de magnetización. Ésta es menor en la zona de saturación que en la zona lineal.

- b) Cuando el material es excitado en alterna, si trabaja en la zona lineal no existe ciclo de histéresis.

FALSO

Siempre que se utilice corriente alterna, se formará un ciclo de histéresis.

- 28. Un circuito magnético serie, de sección constante construido con un solo tipo de material ferromagnético, es excitado mediante un bobinado recorrido por una intensidad / de corriente continua. Si se duplica la intensidad:**

- a) Las pérdidas en el hierro que se producen en el circuito se duplitan.

FALSO

Al utilizarse corriente continua, no existe ningún tipo de pérdidas en el hierro.

- b) Si no entra en saturación, el flujo magnético que atraviesa el circuito se duplica.

VERDADERO

En esas circunstancias la reluctancia se mantiene constante, con lo que, al aplicar la ley de Hopkinson, el flujo se duplica.

29. Respeto a los núcleos ferromagnéticos:

- a) La oposición a la circulación del flujo magnético es la misma en todas las direcciones cuando se utiliza chapa magnética de grano orientado.

FALSO

Utilizando chapa magnética de grano orientado, el material ofrece diferentes reluctancias según la dirección de circulación del flujo magnético.

- b) La utilización de chapas magnéticas de acero al silicio reduce las pérdidas en el hierro.

VERDADERO

La presencia del silicio reduce el área del ciclo de histéresis (reduce las pérdidas por histéresis), además de aumentar la resistividad eléctrica (reduce las pérdidas por Foucault).

30. En un circuito magnético excitado en corriente continua:

- a) Las pérdidas en el hierro aumentan al aumentar la inducción.

FALSO

Al ser corriente continua, la frecuencia es nula y, por tanto, las pérdidas del hierro serán también nulas:

$$P_{\text{Fe}} = K_H \cdot f \cdot B_{\text{máx}}^x + K_F \cdot f^2 \cdot B_{\text{máx}}^2 = 0$$

- b) Si se produce un entrehierro, manteniendo constante la excitación, la inducción disminuye.

VERDADERO

Esto es así ya que al aparecer un entrehierro aumenta la reluctancia, es decir, la resistencia magnética. Y si se mantiene constante la excitación, el flujo disminuye y, por tanto, la inducción también.

$$N \cdot I = \Phi \cdot \mathfrak{N}$$

31. La reluctancia de un circuito magnético:

- a) Aumenta al entrar en saturación.

VERDADERO

La permeabilidad μ es la pendiente de la curva de primera imantación. Al entrar en saturación, la pendiente disminuye, por lo que la reluctancia \mathfrak{N} aumenta (Figura 2.4).

$$\mathfrak{N} = \frac{L}{\mu \cdot S}$$

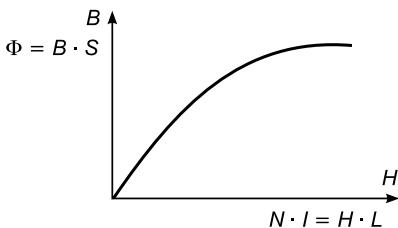


FIGURA 2.4.

- b) Aumenta si se produce un entrehierro.

VERDADERO

La reluctancia del aire es mucho mayor que la del hierro. Por tanto, al añadir una zona con aire, la reluctancia del circuito magnético por el que circula el flujo aumenta.

- 32. Un circuito magnético posee un bobinado de N espiras recorridas por una intensidad de corriente continua.**

- a) Siempre que se duplique la intensidad, se duplicará el valor del flujo que circula por el circuito.

FALSO

Debido a la saturación del material ferromagnético, duplicar la intensidad solamente implica duplicar el flujo si se está en la zona de no saturación (Figura 2.5).

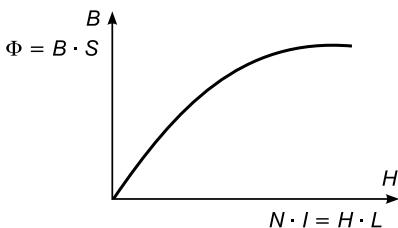


FIGURA 2.5.

- b) La reluctancia del circuito permanece constante aunque varíe la intensidad en las espiras.

FALSO

En función de la intensidad se trabaja en un punto u otro de la curva de primera imantación. Para cada uno de estos puntos, la permeabilidad (la pendiente en dichos puntos) varía, y, por tanto, varía la reluctancia (\mathfrak{R}).

$$\mathfrak{R} = \frac{L}{\mu \cdot S}$$

33. En circuitos magnéticos excitados con corriente continua:

- a) No existe flujo de fugas.

FALSO

El flujo de fugas se produce en circuitos excitados tanto con corriente continua como con corriente alterna.

- b) No existe saturación.

FALSO

El fenómeno de la saturación se produce en circuitos excitados tanto con corriente continua como con corriente alterna.

34. En un circuito magnético de material ferromagnético:

- a) La resistividad del hierro no afecta a las pérdidas que se producen en él.

FALSO

La resistividad influye en las pérdidas por corrientes parásitas de Foucault y, por tanto, en las pérdidas en el hierro.

- b) Las chapas magnéticas se aislan entre sí para disminuir el área relativa a la histéresis.

FALSO

Las chapas apiladas con aislantes entre sí reducen las pérdidas por Foucault, no las pérdidas por histéresis.

35. Las pérdidas en el hierro:

- a) Disminuyen al utilizar el apilamiento de chapas magnéticas de pequeño espesor, no aisladas entre sí.

FALSO

Para disminuir las pérdidas es necesario aislar las chapas y, así, limitar las pérdidas debidas a la circulación de las corrientes de Foucault.

- b) Para un mismo circuito magnético, son mayores cuando circula un flujo continuo de 0,1 Wb que cuando circula un flujo alterno de 0,05 Wb.

FALSO

Las pérdidas en el hierro son nulas cuando el flujo que circula es continuo y se producen cuando el flujo que circula es alterno.

36. La construcción de un núcleo magnético mediante la técnica de chapas apiladas:

- a) Reduce el valor de las pérdidas por histéresis.

FALSO

La técnica de chapas apiladas se utiliza para reducir el valor de las pérdidas por Foucault.

- b) Implica que el valor de su factor de apilamiento o relleno es menor que 1.

VERDADERO

El factor de apilamiento se define como la relación entre la sección útil (de material magnético) y la sección total: $F_r = S_u/S_{total}$. De esta manera, al utilizar la técnica de las chapas apiladas y debido al aislamiento entre ellas, la sección útil disponible es menor que la total.

37. Acerca de los circuitos magnéticos:

- a) En circuitos magnéticos homogéneos, la relación entre amperios-vuelta y flujo no es lineal.

VERDADERO

La fuerza magnetomotriz (amperios-vuelta) y el flujo que circula por el circuito magnético están relacionados mediante la reluctancia, la cual, al depender de la permeabilidad del material, varía según el punto de funcionamiento.

- b) Los circuitos magnéticos heterogéneos se denominan así porque están alimentados por diferentes bobinados.

FALSO

Los circuitos heterogéneos se denominan así porque tienen diferentes características a lo largo del recorrido del flujo magnético.

38. Sea un circuito magnético homogéneo sobre el que se arrollan N espiras que están recorridas por una intensidad I de corriente continua de forma que por el circuito magnético circula un flujo Φ . A medida que aumenta la fuerza magnetomotriz aplicada:

- a) El área encerrada por el ciclo de histéresis aumenta.

FALSO

Si la excitación aplicada es de corriente continua, no hay ciclo de histéresis.

- b) La reluctancia del circuito magnético se mantiene constante.

FALSO

La reluctancia se mantiene constante si el punto de funcionamiento se mantiene sobre la zona lineal de la curva de primera imantación. Si pasa a trabajar en la zona saturada, la reluctancia varía.

39. Un circuito magnético homogéneo de sección S posee arrollado un bobinado de N espiras por el que circula una corriente de I amperios de corriente continua:

- a) Si aparece un entrehierro en dicho circuito, las pérdidas en el hierro disminuyen.

FALSO

No hay ningún tipo de pérdidas en el hierro ya que, al utilizarse corriente continua, no existe variación del flujo magnético con el tiempo.

- b) Sin modificar la sección S , cuanto mayor sea el factor de apilamiento o relleno, mayor será la inducción.

FALSO

Al aumentar el factor de relleno se produce un aumento de la sección útil, lo que implica una menor reluctancia. Al ser la fuerza magnetomotriz constante, el flujo aumenta, y este efecto se compensa con el aumento de la sección útil, por lo que la inducción se mantiene constante.

40. Un circuito magnético serie, construido con un solo tipo de material ferromagnético, tiene una sección útil de 25 cm^2 y una longitud de 100 cm . Cuando el circuito es excitado mediante un bobinado compuesto por 100 espiras que es recorrido por una intensidad de 4 A de corriente continua, circula un flujo Φ . A la vista de estos datos, puede afirmarse que:

- a) El factor de relleno vale 1,25.

FALSO

No hay datos suficientes para determinar el factor de relleno. Además, el factor de relleno tiene un valor comprendido entre 0 y 1.

- b) Si el circuito se excita con 200 espiras recorridas por una intensidad de 2 A de corriente continua, el flujo que circula tiene el mismo valor Φ que en el caso enunciado.

VERDADERO

Puesto que no hay variación de la fuerza magnetomotriz, el flujo circulante es el mismo.

- 41. En un circuito magnético serie de sección constante que funciona en todo momento en su zona lineal, se aplica una fuerza magnetomotriz de corriente continua:**

- a) Si se disminuye la sección del núcleo a la mitad, el flujo disminuirá a la mitad si no se modifican las demás condiciones de funcionamiento.

VERDADERO

Al disminuir la sección a la mitad, la reluctancia aumenta al doble, y puesto que la fuerza magnetomotriz se mantiene constante, el flujo disminuirá a la mitad.

- b) Se podría aplicar una segunda fuerza magnetomotriz de tal valor que anulara el flujo magnético circulante.

VERDADERO

Si en un circuito magnético serie se colocan dos fuerzas magnetomotrices de igual valor en oposición, el flujo resultante es nulo.

- 42. Un circuito magnético serie, construido con un solo tipo de material ferromagnético, tiene una sección útil S y una longitud L . Cuando el circuito es excitado mediante un bobinado compuesto por N espiras que es recorrido por una intensidad I de corriente continua, circula un flujo Φ . Despreciando los efectos de la saturación, puede afirmarse que:**

- a) Para la excitación señalada en el enunciado, si la longitud fuese $2 \cdot L$ y la sección útil $S/2$, el flujo que circularía sería de $\Phi/4$.

VERDADERO

Al duplicar la longitud y disminuir a la mitad la sección, la reluctancia queda multiplicada por cuatro. Por tanto, según la ley de Hopkinson, el flujo circulante será la cuarta parte.

- b) Para las dimensiones señaladas en el enunciado, si el número de espiras fuese $N/2$ y la intensidad $2 \cdot I$, circularía un flujo Φ .

VERDADERO

Al reducir a la mitad el número de espiras y duplicar la intensidad, la fuerza magnetomotriz no se ve afectada, por lo que el flujo se mantiene constante.

- 43. Dos circuitos magnéticos CM1 y CM2 se construyen con la misma chapa magnética. CM1 tiene longitud L y sección S y CM2 tiene longitud $2 \cdot L$ y sección $S/2$. Ambos circuitos son excitados en corriente continua con una misma excitación ($N \cdot I$) y trabajan en la zona de no saturación.**
- En estas condiciones:**

- a) En ambos circuitos circula el mismo flujo.

FALSO

Puesto que los dos circuitos no presentan la misma reluctancia (la reluctancia de CM2 es cuatro veces mayor que la de CM1), ante la misma fuerza magnetomotriz aplicada, el flujo resultante es diferente.

- b) Las pérdidas en el hierro de CM2 son mayores que las pérdidas en el hierro de CM1.

FALSO

Puesto que la excitación es de corriente continua, no hay ningún tipo de pérdidas en el hierro.

- 44. En relación con los sistemas de inducción, se puede constatar que:**

- a) Para inducir una tensión en un generador eléctrico, es necesario que el campo magnético sea variable.

FALSO

La inducción de una tensión se puede conseguir con un campo magnético de valor constante en el seno de un rotor giratorio.

- b) El sentido de la fuerza que se crea como consecuencia de la ley de Laplace es independiente del valor de la intensidad que circula por el conductor.

VERDADERO

El sentido de la fuerza que aparece sobre el conductor depende del sentido de la intensidad que circula por él, pero no depende del valor de dicha corriente.

- 45. Un campo magnético rotativo, de amplitud constante, se puede obtener:**

- a) Girando un bobinado alimentado con corriente alterna monofásica.

FALSO

Según los conceptos teóricos desarrollados, existen tres formas de generar campos magnéticos rotativos:

- Con un bobinado móvil recorrido por corriente continua.
- Con un bobinado fijo monofásico recorrido por corriente alterna.
- Con bobinados fijos trifásicos (polifásicos en general) recorridos por corrientes alternas trifásicas (polifásicas en general).

- b) **Alimentando tres bobinados fijos en el espacio y desplazados entre sí en el espacio $2\pi/3$ mediante un sistema de intensidades trifásicas y equilibradas.**

VERDADERO

Dicho efecto se logra mediante la aplicación del teorema de Ferraris.

46. En relación con el estudio del campo magnético:

- a) **El teorema de Leblanc dice que en un bobinado monofásico de una máquina rotativa recorrido por corriente alterna aparecen dos campos magnéticos rotativos que giran a la misma velocidad y con el sentido de giro marcado por la sucesión del neutro a la fase.**

FALSO

Según el teorema de Leblanc, se obtienen dos campos magnéticos rotativos que giran en sentidos inversos con la misma velocidad absoluta, la cual está impuesta por el número de polos y la frecuencia de la corriente alterna aplicada.

$$n = 60 \cdot f/p$$

- b) **Su amplitud depende del número de polos de que disponga la máquina.**

FALSO

La amplitud del campo magnético depende del número de espiras y del valor de la corriente que circula por ellas (fuerza magnetomotriz).

47. El estator de una máquina rotativa está bobinado de forma trifásica.

- a) **Si una misma corriente alimenta las diferentes bobinas, no existe campo magnético rotativo.**

VERDADERO

Según el teorema de Ferraris, las corrientes deben estar desfasadas 120° en cada bobina.

- b) Si las corrientes que alimentan son trifásicas y de 100 Hz, el campo rotativo puede girar a 6.000 rpm.

VERDADERO

Precisamente se cumple la anterior afirmación si el número de pares de polos es 1.

$$n = 60 \cdot f/p$$

48. Para la creación de campos magnéticos rotativos:

- a) Es necesario alimentar las bobinas del rotor con corriente alterna.

FALSO

También se puede alimentar con corriente continua, siempre y cuando el rotor se haga girar.

- b) Según el teorema de Ferraris, la velocidad de giro del campo es sólo proporcional a la frecuencia de alimentación de las bobinas.

FALSO

Como se puede observar en la siguiente expresión, también depende del número de polos.

$$n = 60 \cdot f/p$$

49. La amplitud de un campo magnético rotativo:

- a) Depende del valor de la corriente que circula por las bobinas.

VERDADERO

Es proporcional a dicho valor, ya que el campo magnético depende de la fuerza magneto-motriz aplicada, que, a su vez, depende de la intensidad circulante por las bobinas.

- b) Depende del número de polos que tiene la máquina.

FALSO

La amplitud del campo magnético no depende en ningún caso del número de pares de polos de dicha máquina, sino que depende del número de espiras y de la intensidad que circula por ellas.

50. En máquinas rotativas:

- a) Si el paso de bobina es igual al paso polar, el factor de paso es 1.

VERDADERO

Según se observa en la siguiente fórmula, se cumple dicha afirmación.

$$K_p = \operatorname{sen} \left(90 \frac{Y_B}{Y_P} \right)$$

- b) Se aplica el factor de inclinación de ranura en función de la posición que ocupan las cabezas de las espiras.

FALSO

El factor de inclinación tiene en cuenta la inclinación de las ranuras respecto a la generatriz de la superficie cilíndrica sobre la que se sitúan.

2.2. Preguntas teóricas propuestas

En las siguientes 100 preguntas teóricas, indicar en cada caso si el enunciado es verdadero o falso.

- 51.** Los transformadores de potencia:

- a) Son máquinas eléctricas estáticas.
- b) Disponen de un núcleo magnético.

- 52.** Respecto a los transformadores de potencia:

- a) La frecuencia de las tensiones del primario es igual a la frecuencia de las tensiones del secundario.
- b) Están diseñados específicamente para alimentar protecciones eléctricas.

- 53.** En el sistema eléctrico de potencia:

- a) La producción de energía eléctrica se realiza a niveles de tensión inferiores a los empleados en las redes de transporte.
- b) El consumo de la energía eléctrica está únicamente asociado a instalaciones de Baja Tensión.

- 54.** En relación con las máquinas eléctricas estáticas:

- a) Los transformadores de tensión se utilizan para disminuir el nivel de tensión desde las redes de transporte a las de distribución.
- b) En el transformador, el núcleo magnético es el responsable de canalizar la circulación del flujo magnético.

- 55.** Respeto a las máquinas eléctricas rotativas:
- a) Pueden funcionar como generador y como motor.
 - b) Los motores asíncronos son de corriente continua.
- 56.** Según la teoría de los campos magnéticos:
- a) Las líneas de fuerza son salientes por el polo norte y entrantes por el polo sur de un electroimán.
 - b) Si con un electroimán estático se desea obtener un flujo variable, las espiras del electroimán deben alimentarse con corriente alterna.
- 57.** Sobre la formación del campo magnético:
- a) En un generador, se crea solamente en el inducido.
 - b) En un transformador, lo genera el devanado primario.
- 58.** En la creación de campos magnéticos:
- a) Los campos magnéticos generados por imanes naturales no son habitualmente aplicables a sistemas eléctricos industriales.
 - b) El campo magnético de un electroimán depende únicamente de la intensidad que circula por sus espiras.
- 59.** Respeto a las máquinas eléctricas:
- a) Los devanados del estator de una máquina rotativa están bobinados por el exterior de su superficie cilíndrica.
 - b) En el transformador se realiza un proceso de modificación de las condiciones de la energía eléctrica mediante acoplamiento magnético.
- 60.** En la conversión de energía que tiene lugar en las máquinas eléctricas:
- a) Según la ley de Laplace, a partir de un sistema mecánico y por la acción de un campo magnético, se obtiene energía eléctrica.
 - b) El transformador de potencia es un conversor estático de energía eléctrica en energía eléctrica.
- 61.** En cuanto a la ley de Hopkinson, se puede afirmar que:
- a) Establece la relación entre las tres magnitudes siguientes: flujo magnético, reluctancia y fuerza electromotriz.
 - b) Su símil eléctrico es la ley de Ohm.
- 62.** Respeto a las leyes fundamentales del electromagnetismo:
- a) Si se desplaza un conductor a través de un campo magnético constante en la misma dirección que las líneas de fuerza del campo magnético, en los extremos de dicho conductor se inducirá una tensión.
 - b) Para que se induzca tensión en un conductor es necesario que exista un movimiento relativo entre el campo magnético y dicho conductor.

- 63.** Para obtener una tensión inducida en un conductor, se puede afirmar que:
- Es necesario mover a una velocidad variable el conductor en un campo magnético constante.
 - Con flujo alterno no se puede conseguir una tensión inducida.
- 64.** Según la ley de Laplace:
- Se puede obtener una fuerza en un conductor sin la presencia de un flujo magnético.
 - La fuerza resultante tiene el mismo sentido que la intensidad que circula por el conductor.
- 65.** Considerando la curva B - H de primera imantación, se observa que:
- Depende de las características geométricas y del material empleado para la construcción del circuito magnético.
 - En el caso de que el material sea el aire, es una recta de pendiente 45° .
- 66.** Si se excita con corriente alterna un circuito magnético con material ferromagnético, se puede afirmar que:
- Se genera un ciclo de histéresis en la característica B - H de valor máximo constante, si no varía el valor eficaz de la corriente.
 - Si la frecuencia varía al doble, el valor máximo de la inducción también se duplica.
- 67.** En un circuito magnético, la fuerza coercitiva es el valor de la intensidad de campo magnético que hace que:
- Se obtenga un valor de inducción llamado magnetismo remanente.
 - El valor de la inducción obtenida supere el codo de saturación.
- 68.** En un circuito magnético, con un devanado eléctrico de N espiras recorrido por corriente alterna, se puede afirmar que:
- El punto de fuerza coercitiva máxima coincide con el punto del máximo valor del magnetismo remanente.
 - El sentido de circulación del flujo es invariante en el tiempo.
- 69.** En un circuito magnético:
- Si aumenta la saturación aumenta también el valor de la permeabilidad relativa.
 - El valor del factor de relleno depende del grado de saturación con que trabaja el circuito.
- 70.** Sean dos núcleos magnéticos alimentados por la misma fuerza magnetomotriz y de igual longitud y sección transversal útil. El primero está formado por una única chapa de material magnético y el segundo por 100 chapas magnéticas apiladas del mismo material, de espesor más pequeño y aisladas eléctricamente entre sí.
- Las pérdidas por Foucault serán 100 veces mayores en el primer núcleo que en el segundo.
 - La inducción será mayor en el segundo núcleo que en el primero.

- 71.** En un circuito magnético alimentado con corriente alterna:
- a) Las pérdidas en el hierro dependen de la resistividad del material que conforma el núcleo magnético.
 - b) Si aumenta el flujo, las pérdidas por corrientes parásitas aumentan en mayor medida que las pérdidas por histéresis.
- 72.** En un circuito magnético con varios arrollamientos:
- a) Las pérdidas por Foucault dependen de la resistividad eléctrica de los bobinados.
 - b) Las pérdidas por histéresis dependen de la resistividad eléctrica de la chapa que conforma el núcleo magnético.
- 73.** Respecto al ciclo de histéresis:
- a) El área encerrada en el ciclo de histéresis representa las pérdidas en el hierro de dicho circuito magnético.
 - b) En caso de que el material sea el aire, el ciclo de histéresis tiene forma romboide con dos de sus lados paralelos a la curva de primera imantación.
- 74.** Las pérdidas por Foucault:
- a) Son pérdidas que se convierten básicamente en calor por efecto Joule.
 - b) Disminuyen cuadráticamente al aumentar el volumen.
- 75.** Las pérdidas por histéresis:
- a) No varían con la frecuencia del flujo magnético.
 - b) Se producen si el flujo es alterno.
- 76.** Un circuito magnético dispone de N espiras. En la situación A circula por ellas una corriente continua de 10 A y en la situación B circula por ellas una corriente alterna de valor eficaz 10 A.
- a) En ambas situaciones el circuito magnético tiene las mismas pérdidas en el hierro.
 - b) En ambas situaciones se alcanza el mismo valor de inducción máxima.
- 77.** En un circuito magnético:
- a) Siempre que circula flujo magnético se producen pérdidas en el hierro.
 - b) El valor del factor de relleno depende de la excitación aplicada.
- 78.** En la construcción de un núcleo magnético, en el que el material magnético utilizado sea acero al silicio de grano orientado:
- a) La presencia del silicio permite reducir el ciclo de histéresis y aumenta la resistividad eléctrica.
 - b) El grano orientado ayuda a reducir el flujo de fugas.
- 79.** Si se compara un circuito magnético conformado con un material ferromagnético, con otro de igual geometría constituido por aire:
- a) A igualdad de flujos, la inducción es la misma en ambos casos.
 - b) A igualdad de fuerzas magnetomotrices, el flujo circulante es mayor en el aire.

- 80.** En un circuito magnético serie:
- La reluctancia del circuito magnético es directamente proporcional a la sección transversal del circuito.
 - Si tiene 50 espiras recorridas por una intensidad de 10 A y aparece un entrehierro en el circuito magnético, para poder disponer del mismo flujo inicial hay que aumentar la corriente.
- 81.** Un circuito magnético tiene arrollada una bobina de 50 espiras y se encuentra trabajando en la zona del codo de saturación.
- Partiendo de una situación de funcionamiento, si se alimenta la bobina con el doble de intensidad, el flujo magnético que circula por el circuito se duplica.
 - Si en el circuito aparece un entrehierro y se quiere disponer del mismo flujo magnético, se puede aumentar el número de espiras manteniendo constante la intensidad que circula por ellas.
- 82.** Se tienen dos circuitos magnéticos, uno toroidal y otro rectangular, de igual sección transversal, por los que circula el mismo flujo magnético.
- La inducción es mayor en el circuito toroidal.
 - A igual material y longitud media, la reluctancia de ambos circuitos es igual.
- 83.** El devanado eléctrico de un electroimán está formado por N espiras y recorrido por una intensidad I de corriente continua. Si se duplica la intensidad:
- La fuerza magnetomotriz se duplica para cualquier punto de funcionamiento inicial.
 - Las pérdidas en el hierro no varían.
- 84.** Sea un circuito magnético homogéneo serie sobre el que se arrolla un bobinado de 10 espiras.
- Si se le aplica al circuito magnético una fuerza magnetomotriz de 1 Av, por las espiras del bobinado circularán 0,1 A.
 - Si por el bobinado circulan $1/\pi$ A, la fuerza magnetomotriz aplicada será de 4 gilbert.
- 85.** En un circuito magnético al que se le aplica una fuerza magnetomotriz constante:
- La intensidad de campo magnético será menor si el circuito magnético es cuadrado de 1 metro de longitud media de lado, que si es toroidal de radio medio 1 m.
 - Si aparece un entrehierro en el circuito magnético, el flujo disminuye.
- 86.** Un circuito magnético está excitado en corriente continua con una excitación de valor F_{mm} . El circuito está formado por tres tramos en serie (A , B , C) de secciones S_A , S_B , S_C y longitudes L_A , L_B , L_C .
- En la zona de saturación se cumple que $F_{mm} = (H_A \cdot L_A) + (H_B \cdot L_B) + (H_C \cdot L_C)$, siendo H la intensidad del campo magnético correspondiente a cada tramo.
 - El flujo total creado por F_{mm} es igual a la suma de los flujos que circulan por cada tramo ($\Phi_T = \Phi_A + \Phi_B + \Phi_C$).

- 87.** En un circuito magnético homogéneo simple:
- a) El valor de la reluctancia magnética del circuito depende del valor del flujo que circula por él.
 - b) Si se produce un entrehierro en el circuito, hay que aumentar la fuerza magnetomotriz para obtener el mismo valor del flujo que circula por el circuito.
- 88.** En las máquinas eléctricas rotativas:
- a) La distancia entre dos polos consecutivos es siempre de 180° magnéticos.
 - b) La distancia entre dos polos consecutivos es siempre de 180° geométricos.
- 89.** En una máquina eléctrica rotativa de dos polos:
- a) Para conseguir tensiones a 50 Hz es necesario que la máquina gire a 3.000 rpm.
 - b) La frecuencia de las tensiones generadas únicamente depende de la velocidad de giro de la máquina.
- 90.** Si un campo rotativo gira a 1.800 rpm:
- a) Por los bobinados estáticos que generan dicho campo rotativo pueden circular corrientes de 60 Hz.
 - b) Para una frecuencia de 60 Hz, el paso polar es de 180 grados geométricos.
- 91.** Un rotor que dispone de bobinados trifásicos gira a 1.000 rpm.
- a) Si se alimentan los bobinados con corrientes de 25 Hz, el campo rotativo que genera dicho rotor puede girar a una velocidad absoluta de 2.500 rpm.
 - b) Si se alimentan con corriente continua no hay campo rotativo.
- 92.** Un bobinado estático monofásico es alimentado desde una red de 50 Hz, siendo el paso polar de 90 grados geométricos
- a) Un observador que está situado en un rotor que gira a 1.500 rpm ve un campo rotativo de 3.000 rpm.
 - b) Para un observador estático no hay campo rotativo.
- 93.** En relación con los campos magnéticos rotativos:
- a) En un generador síncrono, el campo rotativo se genera mediante un rotor por el que circula corriente alterna trifásica.
 - b) El teorema de Leblanc se aplica a bobinados estáticos trifásicos.
- 94.** En relación con el teorema de Ferraris de campos magnéticos rotativos:
- a) Es necesario dotar de un giro a la máquina para que aparezca un campo magnético rotativo.
 - b) Las corrientes hexafásicas generan un solo campo rotativo.
- 95.** Respecto a los campos magnéticos rotativos:
- a) Una corriente continua no puede generar, bajo ninguna circunstancia, un campo rotativo.
 - b) Una onda pulsante se puede entender como la suma de dos campos rotativos.

- 96.** En cuanto a los bobinados en los transformadores, se puede afirmar que:
- Pueden ser concéntricos.
 - Les es aplicable el factor de paso.
- 97.** El factor de inclinación:
- No afecta al valor del factor de bobinado.
 - Tiene relación con el paso polar.
- 98.** Respecto al bobinado de máquinas eléctricas rotativas:
- En máquinas monofásicas, la separación entre los lados activos de las espiras no tiene ninguna relación con la separación entre dos polos consecutivos de distinta polaridad.
 - El paso de bobina puede ser distinto del paso polar.
- 99.** Sobre el factor de bobinado de una máquina rotativa se puede afirmar que:
- Si tiene un valor de 1, el factor de distribución puede ser superior a la unidad.
 - Puede tener un valor superior a la unidad.
- 100.** En relación con el factor de bobinado de una máquina rotativa, se puede observar que:
- Con él se consideran los aspectos constructivos del circuito magnético.
 - Influye en el valor final de la fuerza electromotriz inducida en los bobinados de la máquina rotativa.

2.3. Soluciones

2.3.1. Preguntas teóricas resueltas

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1. a) V b) V | 2. a) F b) V | 3. a) V b) F |
| 4. a) F b) V | 5. a) F b) V | 6. a) F b) V |
| 7. a) V b) F | 8. a) V b) F | 9. a) F b) V |
| 10. a) F b) F | 11. a) F b) F | 12. a) V b) V |
| 13. a) F b) F | 14. a) F b) V | 15. a) F b) V |
| 16. a) F b) F | 17. a) F b) F | 18. a) F b) F |
| 19. a) V b) V | 20. a) F b) V | 21. a) F b) F |
| 22. a) F b) F | 23. a) F b) V | 24. a) V b) V |
| 25. a) V b) V | 26. a) V b) V | 27. a) F b) F |
| 28. a) F b) V | 29. a) F b) V | 30. a) F b) V |
| 31. a) V b) V | 32. a) F b) F | 33. a) F b) F |
| 34. a) F b) F | 35. a) F b) F | 36. a) F b) V |

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 37. a) V b) F | 38. a) F b) F | 39. a) F b) F |
| 40. a) F b) V | 41. a) V b) V | 42. a) V b) V |
| 43. a) F b) F | 44. a) F b) V | 45. a) F b) V |
| 46. a) F b) F | 47. a) V b) V | 48. a) F b) F |
| 49. a) V b) F | 50. a) V b) F | |

NOTA: Mediante la letra V están identificados aquellos enunciados que son verdaderos, mientras que con la letra F se identifican aquellos que son falsos.

2.3.2. Preguntas teóricas propuestas

- | | | |
|---------------------------|----------------------------|---------------------------|
| 51. a) V b) V | 52. a) V b) F | 53. a) V b) F |
| 54. a) F b) V | 55. a) V b) F | 56. a) V b) V |
| 57. a) F b) V | 58. a) V b) F | 59. a) F b) V |
| 60. a) F b) V | 61. a) F b) V | 62. a) F b) V |
| 63. a) F b) F | 64. a) F b) F | 65. a) F b) F |
| 66. a) V b) F | 67. a) F b) F | 68. a) F b) F |
| 69. a) F b) F | 70. a) F b) F | 71. a) V b) V |
| 72. a) F b) F | 73. a) F b) F | 74. a) V b) F |
| 75. a) F b) V | 76. a) F b) F | 77. a) F b) F |
| 78. a) V b) V | 79. a) V b) F | 80. a) F b) V |
| 81. a) F b) V | 82. a) F b) V | 83. a) V b) V |
| 84. a) V b) V | 85. a) F b) V | 86. a) V b) F |
| 87. a) V b) V | 88. a) V b) F | 89. a) V b) F |
| 90. a) V b) F | 91. a) V b) F | 92. a) V b) F |
| 93. a) F b) F | 94. a) F b) V | 95. a) F b) V |
| 96. a) V b) F | 97. a) F b) V | 98. a) F b) V |
| 99. a) F b) F | 100. a) F b) V | |

NOTA: Mediante la letra V están identificados aquellos enunciados que son verdaderos, mientras que con la letra F se identifican aquellos que son falsos.

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES. AOEVALUACIÓN DE APLICACIONES PRÁCTICAS



CAPÍTULO

3

- 3.1. Ejercicios resueltos
- 3.2. Ejercicios propuestos
- 3.3. Soluciones



3.1. Ejercicios resueltos

EJERCICIO 1

Dado el circuito magnético de la Figura 3.1, formado por chapa magnética apilada de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T, se pide:

- Número de espiras necesario para que el circuito trabaje a 1,5 T cuando el bobinado está recorrido por una intensidad de corriente continua de 75 A.
- Contestar a la pregunta anterior suponiendo que en el circuito aparece un entrehierro de 1,5 mm.
- Suponiendo que no hay entrehierro, determinar la inducción a la que trabaja el material magnético si el arrollamiento tuviera 125 espiras y circulase por ellas una intensidad de corriente continua de 40 A.
- Determinar las pérdidas en el hierro en este último caso suponiendo una frecuencia de 50 Hz y una densidad del material de 7,8 kg/dm³.

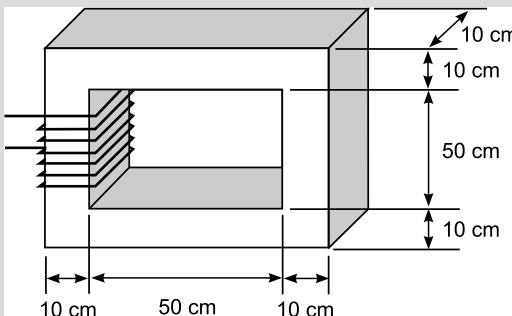


FIGURA 3.1.

- Número de espiras necesario para que el circuito trabaje a 1,5 T cuando el bobinado está recorrido por una intensidad de corriente continua de 75 A.

Según la ley de Hopkinson, el flujo que se establece en un circuito magnético es directamente proporcional a la fuerza magnetomotriz aplicada e inversamente proporcional a la reluctancia del circuito. Esta relación se aprecia claramente en la Figura 3.2, que representa el símil eléctrico equivalente al circuito magnético homogéneo simple propuesto en el enunciado:

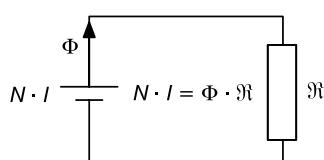


FIGURA 3.2.

Teniendo en cuenta las definiciones de flujo, reluctancia e intensidad de campo magnético, partiendo de la expresión de la ley de Hopkinson, se puede expresar el número de espiras en función de la intensidad de corriente continua que circula por ellas, la longitud media del circuito magnético y la intensidad de campo magnético:

$$N \cdot I = B \cdot S \cdot \frac{L}{\mu \cdot S} = \frac{B \cdot L}{\mu} = H \cdot L \Rightarrow N = \frac{H \cdot L}{I}$$

Por otra parte, la longitud media del circuito magnético (L) se obtiene directamente de la Figura 3.1.

$$L = 4 \cdot (5 + 50 + 5) = 240 \text{ cm} = 2,4 \text{ m}$$

Entrando en la curva B - H correspondiente al material (chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T), y a partir del dato de inducción ($B = 1,5 \text{ T}$), se obtiene la intensidad de campo magnético correspondiente ($H = 3.800 \text{ Av/m}$).

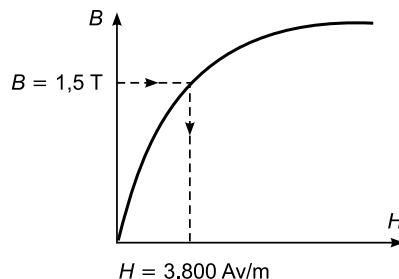


FIGURA 3.3.

Conocida la intensidad de campo magnético, la longitud media y la intensidad que recorre el bobinado, se obtiene el número de espiras:

$$N = \frac{H \cdot L}{I} = \frac{3.800 \cdot 2,4}{75} = 121,6 \Rightarrow \text{redondeando} \Rightarrow N = 122 \text{ espiras}$$

Como el número de espiras tiene que ser un número entero, el valor obtenido de 121,6 espiras se redondea al número entero inmediatamente superior, es decir, 122 espiras. Con 122 espiras la fuerza magnetomotriz será ligeramente superior a la necesaria para que el circuito trabaje a 1,5 T.

- b) Contestar a la pregunta anterior suponiendo que en el circuito aparece un entrehierro de 1,5 mm.**

Al aparecer un entrehierro, el circuito magnético está formado por dos materiales de distinta reluctancia (chapa magnética y aire). El símil eléctrico se modifica, y se obtiene la siguiente ecuación representativa del circuito magnético heterogéneo simple resultante:

$$N \cdot I = \Phi \cdot (\mathfrak{N}_{\text{Fe}} + \mathfrak{N}_{\text{aire}})$$

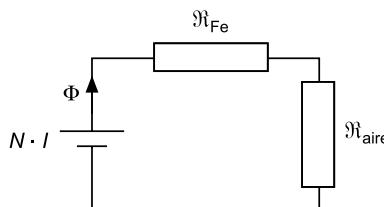


FIGURA 3.4.

Teniendo en cuenta las definiciones de flujo, reluctancia e intensidad de campo magnético:

$$N \cdot I = B \cdot S \cdot \left(\frac{L_{\text{Fe}}}{\mu_{\text{Fe}} \cdot S} + \frac{L_{\text{aire}}}{\mu_0 \cdot S} \right) = H \cdot L_{\text{Fe}} + \frac{B \cdot L_{\text{aire}}}{\mu_0}$$

La inducción se considera igual tanto para el tramo de entrehierro como para el tramo de material magnético. Realmente esto no es del todo cierto, pues en el tramo de entrehierro la superficie que atraviesa el flujo suele ser algo mayor, pero a efectos de cálculo, este aspecto se va a considerar despreciable a lo largo de la resolución de todos los ejercicios de circuitos magnéticos.

La longitud del entrehierro es de 1,5 mm y la del material magnético es la longitud media calculada en el apartado anterior.

Para calcular la intensidad de campo magnético del material magnético, se procede de la misma forma que en el apartado anterior, entrando en la curva B - H correspondiente al material ($B = 1,5 \text{ T} \Rightarrow H = 3.800 \text{ Av/m}$). Para el caso del entrehierro, la permeabilidad magnética del aire es conocida ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$), por lo que se puede proceder al cálculo del número de espiras.

$$N = \frac{1}{I} \cdot \left(H \cdot L_{\text{Fe}} + \frac{B \cdot L_{\text{aire}}}{\mu_0} \right) = \frac{1}{75} \cdot \left(3.800 \cdot 2,4 + \frac{1,5 \cdot 0,0015}{4\pi \cdot 10^{-7}} \right) = 145,47$$

Redondeando $\Rightarrow N = 146$ espiras

- c) Suponiendo que no hay entrehierro, determinar la inducción a la que trabaja el material magnético si el arrollamiento tuviera 125 espiras y circulase por ellas una intensidad de corriente continua de 40 A.

De la ecuación representativa del circuito magnético se despeja el valor de la intensidad de campo magnético.

$$N \cdot I = \Phi \cdot \mathfrak{R} \Rightarrow N \cdot I = H \cdot L \Rightarrow H = \frac{N \cdot I}{L} = \frac{125 \cdot 40}{2,4} = 2.083,33 \text{ Av/m}$$

Entrando en la curva B - H correspondiente al material (chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T), y a partir del dato de intensidad de campo magnético ($H = 2.083,33 \text{ Av/m}$), se obtiene la inducción correspondiente ($B = 1,4 \text{ T}$).

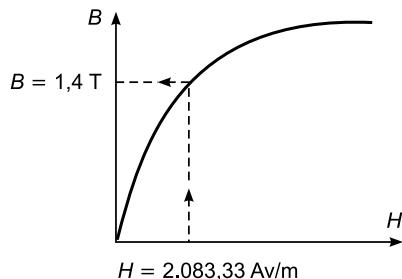


FIGURA 3.5.

- d) Determinar las pérdidas en el hierro en este último caso suponiendo una frecuencia de 50 Hz y una densidad del material de 7,8 kg/dm³.

Mediante las curvas que relacionan la inducción ($B = 1,4$ T) con las pérdidas en el hierro para el tipo de material magnético indicado en el enunciado (chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T), se obtienen las pérdidas en el hierro por kilogramo para una frecuencia de 50 Hz ($P_{Fe} = 4,8$ W/kg).

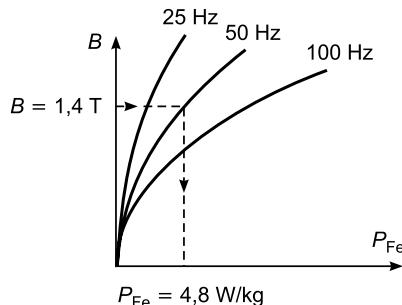


FIGURA 3.6.

Una vez conocidas las pérdidas por unidad de masa, basta con calcular la masa total del circuito magnético para obtener las pérdidas totales. La masa total se obtiene de multiplicar el volumen del circuito magnético por la densidad del material magnético.

$$V = 70 \cdot 70 \cdot 10 - 50 \cdot 50 \cdot 10 = 24.000 \text{ cm}^3 = 24 \text{ dm}^3$$

$$m = V \cdot d = 24 \text{ dm}^3 \cdot 7,8 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 187,2 \text{ kg}$$

$$P_{Fe_{tot}} = m \cdot P_{Fe} = 187,2 \cdot 4,8 = 898,56 \text{ W}$$

EJERCICIO 2

Se quiere construir un circuito magnético con las dimensiones indicadas en la Figura 3.7 a partir de chapa magnética y material aislante. La chapa magnética es de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T. En la Tabla 3.1 se muestra el factor de relleno en función del material aislante empleado:

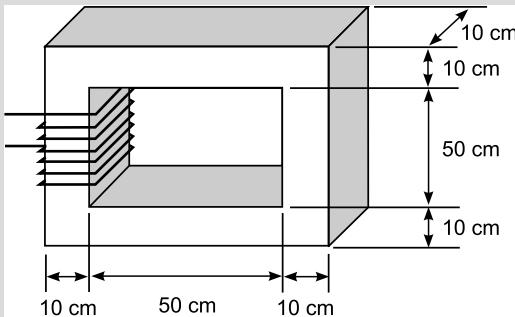


FIGURA 3.7.

Tabla 3.1.

| Material | Factor de relleno |
|----------|-------------------|
| Papel | 0,88 |
| Barniz | 0,90 |
| Carlite | 0,97 |

Si se aplica al circuito una fuerza magnetomotriz de 1.500 Av, se pide:

- Valor del flujo que aparecerá en el circuito, en función del material aislante empleado.
- Permeabilidad relativa a la que trabaja el material ferromagnético con cada material aislante.

- Valor del flujo que aparecerá en el circuito, en función del material aislante empleado.

Según la ley de Hopkinson, se obtiene la siguiente ecuación representativa del circuito magnético mostrado en la Figura 3.7.

$$N \cdot I = \Phi \cdot \mathfrak{M} \Rightarrow N \cdot I = H \cdot L$$

La longitud media del circuito se obtiene a partir de las características geométricas del circuito magnético.

$$L = 4 \cdot (50 + 5 + 5) = 240 \text{ cm} = 2,4 \text{ m}$$

A partir del dato de fuerza magnetomotriz (1.500 Av) y del dato de longitud media calculado, se obtiene la intensidad de campo magnético.

$$H = \frac{N \cdot I}{L} = \frac{1.500}{2,4} = 625 \text{ Av/m}$$

Entrando en la curva *B-H* correspondiente al material (chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción

de 1 T), a partir del dato de intensidad de campo magnético (625 Av/m) se obtiene un valor de inducción $B = 0,99$ T.

El valor del flujo depende de la inducción y de la sección útil del material magnético.

$$\Phi = B \cdot S_{\text{útil}}$$

El valor de la sección útil es función de la geometría del circuito y del material aislante empleado para separar las chapas magnéticas apiladas, de forma que, según el material aislante utilizado, se define un factor de relleno que posibilita el cálculo de la sección útil a partir de la sección total.

$$S_{\text{útil}} = F_r \cdot S_{\text{total}}$$

El valor de la sección total se obtiene de la geometría del circuito magnético ($S_T = 100$ cm²). Teniendo todo esto en cuenta, se pueden calcular los flujos correspondientes a cada tipo de material aislante utilizado. Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

Tabla 3.2.

| Material aislante | B | S_{total} | F_r | $S_{\text{útil}} = F_r \cdot S_{\text{total}}$ | $\Phi = B \cdot S_{\text{útil}}$ |
|-------------------|--------|---------------------|-------|--|----------------------------------|
| Papel | 0,99 T | 100 cm ² | 0,88 | 88 cm ² | 8,71 mWb |
| Barniz | 0,99 T | 100 cm ² | 0,90 | 90 cm ² | 8,91 mWb |
| Carlite | 0,99 T | 100 cm ² | 0,97 | 97 cm ² | 9,60 mWb |

- b) Permeabilidad relativa a la que trabaja el material ferromagnético con cada material aislante.**

El valor de la permeabilidad relativa depende de la inducción (B) y de la intensidad de campo magnético (H). Estos datos son independientes del material aislante empleado, por lo que el cálculo de la permeabilidad relativa es inmediato.

$$\mu_r = \frac{B}{H \cdot \mu_0} = \frac{0,99}{625 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 1.260,51$$

EJERCICIO 3

Sea un núcleo de hierro con un arrollamiento, tal y como se observa en la Figura 3.8. La sección útil es uniforme de 150 cm². El espesor del entrehierro es de 0,75 mm. La longitud media del circuito de hierro es de 250 cm y está construido con chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T.

- Calcular el número de espiras N si la intensidad que circula por ellas es de 75 A de corriente continua y se desea establecer un flujo de 0,0195 Wb.
- Si $N = 526$ e $I = 25$ A, calcular el flujo.

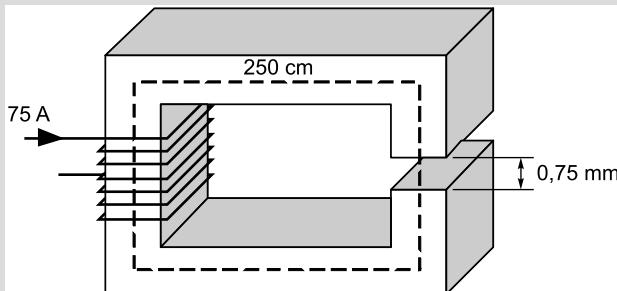


FIGURA 3.8.

- a) Calcular el número de espiras N si la intensidad que circula por ellas es de 75 A de corriente continua y se desea establecer un flujo de 0,0195 Wb.

En el primer apartado se plantea la resolución del problema directo. Según el símil eléctrico equivalente al circuito magnético propuesto, y partiendo de la ecuación representativa del circuito:

$$N \cdot I = \Phi \cdot (\mathfrak{M}_{\text{Fe}} + \mathfrak{M}_{\text{aire}})$$

$$N \cdot I = \Phi \cdot (\mathfrak{M}_{\text{Fe}} + \mathfrak{M}_{\text{aire}}) = B \cdot S \cdot \left(\frac{L_{\text{Fe}}}{\mu_{\text{Fe}} \cdot S} + \frac{L_{\text{aire}}}{\mu_0 \cdot S} \right) = H \cdot L_{\text{Fe}} + \frac{B \cdot L_{\text{aire}}}{\mu_0}$$

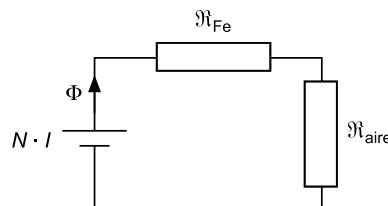


FIGURA 3.9.

Con los datos de flujo y sección se obtiene la inducción (B):

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{0,0195}{150 \cdot 10^{-4}} = 1,3 \text{ T}$$

Entrando en la curva $B-H$ correspondiente al material (chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T), y a partir del dato de inducción ($B = 1,3$ T), se obtiene la intensidad de campo magnético correspondiente ($H = 1.480 \text{ Av/m}$). Para el caso del entrehierro, la permeabilidad magnética del aire es conocida ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$), por lo que se puede proceder al cálculo del número de espiras.

$$N = \frac{1}{I} \cdot \left(H \cdot L_{\text{Fe}} + \frac{B \cdot L_{\text{aire}}}{\mu_0} \right) = \frac{1}{75} \cdot \left(1.480 \cdot 2,5 + \frac{1,3 \cdot 0,75 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7}} \right) = 59,68$$

Redondeando $\Rightarrow N = 60$ espiras

b) Si $N = 526$ e $I = 25$ A, calcular el flujo.

En este nuevo apartado se plantea la resolución del problema inverso, donde dada una cierta fuerza magnetomotriz, se pretende calcular un flujo. Como se trata de un circuito magnético heterogéneo (dos materiales) simple (flujo único), es necesario plantear un proceso iterativo para la resolución del ejercicio. Este proceso iterativo consiste en resolver varias veces el problema directo.

El dato de fuerza magnetomotriz proporcionado en este apartado es:

$$N \cdot I = 526 \cdot 25 = 13.150 \text{ Av}$$

En el apartado anterior se ha obtenido a partir del símil eléctrico equivalente, la relación entre la fuerza magnetomotriz ($N \cdot I$) y la inducción (B).

$$N \cdot I = H \cdot L_{\text{Fe}} + \frac{B \cdot L_{\text{aire}}}{\mu_0}$$

Partiendo de esta ecuación, y suponiendo diferentes valores de inducción, se van a ir obteniendo los valores de fuerza magnetomotriz correspondientes a los valores de inducción supuestos, hasta que el resultado final, tras las iteraciones necesarias, se acerque al valor de fuerza magnetomotriz dato (13.150 Av). Realmente, con los datos obtenidos de las diferentes iteraciones, se está construyendo una curva $N \cdot I - B$ particularizada para el ejercicio en cuestión.

Primera iteración: se supone un valor de inducción de 1,3 T. Entrando en la curva $B-H$ del material con esta inducción se obtiene una intensidad de campo magnético $H = 1.480 \text{ Av/m}$. Con estos datos se calcula la fuerza magnetomotriz necesaria.

$$N \cdot I = H \cdot L_{\text{Fe}} + \frac{B \cdot L_{\text{aire}}}{\mu_0} = 1.480 \cdot 2,5 + \frac{1,3 \cdot 0,75 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 4.475,88 \text{ Av} < 13.150 \text{ Av}$$

Como la fuerza magnetomotriz obtenida es inferior al valor dato, en la segunda iteración se supondrá un valor de inducción mayor.

Segunda iteración: se supone un valor de inducción de 1,5 T. Entrando en la curva $B-H$ del material con esta inducción se obtiene una intensidad de campo magnético $H = 3.800 \text{ Av/m}$. Con estos datos se calcula la fuerza magnetomotriz necesaria.

$$N \cdot I = H \cdot L_{\text{Fe}} + \frac{B \cdot L_{\text{aire}}}{\mu_0} = 3.800 \cdot 2,5 + \frac{1,5 \cdot 0,75 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 10.395,25 \text{ Av} < 13.150 \text{ Av}$$

Como la fuerza magnetomotriz obtenida sigue siendo inferior al valor dato, en la siguiente iteración se supondrá un valor de inducción mayor. Hay que darse cuenta de que con 1,5 T se está trabajando ya en la zona de saturación, por lo que un pequeño aumento de la inducción supone un fuerte aumento de la fuerza magnetomotriz.

Tercera iteración: se supone un valor de inducción de 1,52 T. Entrando en la curva $B-H$ del material con esta inducción se obtiene una intensidad de campo magnético $H = 4.800 \text{ Av/m}$. Con estos datos se calcula la fuerza magnetomotriz necesaria.

$$N \cdot I = H \cdot L_{\text{Fe}} + \frac{B \cdot L_{\text{aire}}}{\mu_0} = 4.800 \cdot 2,5 + \frac{1,52 \cdot 0,75 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 12.907,18 \text{ Av} < 13.150 \text{ Av}$$

En esta tercera iteración, el valor obtenido es ligeramente inferior al valor dato, por lo que en la siguiente iteración se supondrá un valor de inducción ligeramente superior.

Cuarta iteración: se supone un valor de inducción de 1,525 T. Entrando en la curva B - H del material con esta inducción se obtiene una intensidad de campo magnético $H = 5.200$ Av/m. Con estos datos se calcula la fuerza magnetomotriz necesaria.

$$N \cdot I = H \cdot L_{\text{aire}} + \frac{B \cdot L_{\text{aire}}}{\mu_0} = 5.200 \cdot 2,5 + \frac{1,525 \cdot 0,75 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 13.910,17 \text{ Av} > 13.150 \text{ Av}$$

Llegados a este punto, interpolando con los valores obtenidos en las dos últimas iteraciones, se puede obtener el valor de la inducción correspondiente a la fuerza magnetomotriz dato:

$$\frac{B - B_{\text{it4}}}{B_{\text{it3}} - B_{\text{it4}}} = \frac{(N \cdot I) - (N \cdot I)_{\text{it4}}}{(N \cdot I)_{\text{it3}} - (N \cdot I)_{\text{it4}}} \Rightarrow B = B_{\text{it4}} + (B_{\text{it3}} - B_{\text{it4}}) \cdot \frac{(N \cdot I) - (N \cdot I)_{\text{it4}}}{(N \cdot I)_{\text{it3}} - (N \cdot I)_{\text{it4}}}$$

$$B = 1,525 + (1,52 - 1,525) \cdot \frac{13.150 - 13.910,17}{12.907,18 - 13.910,17} = 1,5212 \text{ T}$$

Con el dato de inducción calculado y la sección, se obtiene el flujo.

$$\Phi = B \cdot S = 1,5212 \cdot 150 \cdot 10^{-4} = 0,0228 \text{ Wb}$$

EJERCICIO 4

El circuito magnético de la Figura 3.10 está construido con chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T. Suponiendo un factor de relleno de 0,95, calcular:

- El número de espiras N para que $\Phi_3 = 0,00125 \text{ Wb}$ si por ellas circula una intensidad de corriente continua de 10 A.
- Las pérdidas en el hierro del apartado anterior sabiendo que la densidad del material es de 7,8 kg/dm³.

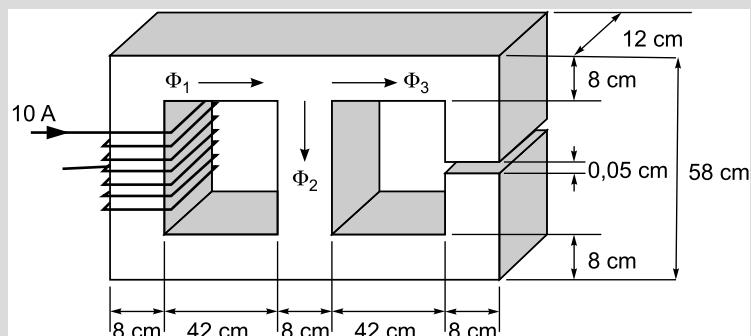


FIGURA 3.10.

- a) El número de espiras N para que $\Phi_3 = 0,00125$ Wb si por ellas circula una intensidad de corriente continua de 10 A.

Antes de proceder con la resolución del ejercicio se realizan los cálculos geométricos necesarios. Todos los tramos tienen una sección transversal de $8 \cdot 12 \text{ cm}^2$. Sin embargo, en el ejercicio se indica que existe un factor de relleno de 0,95, por lo que la sección útil es algo menor.

$$S_u = F_r \cdot S_{\text{total}} = 0,95 \cdot 8 \cdot 12 = 91,2 \text{ cm}^2 = 9,12 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

A la hora de calcular las longitudes medias de los tramos, en el tramo 3 se va a despreciar la longitud del entrehierro (0,05 cm), al ser ésta de un orden de magnitud muy inferior al de la longitud del propio tramo 3.

$$L_1 = (4 + 42 + 4) + (4 + 42 + 4) + (58 - 4 - 4) = 150 \text{ cm} = 1,5 \text{ m}$$

$$L_2 = 58 - 4 - 4 = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$$

$$L_3 = L_1 - L_{\text{aire}} = 1,5 \text{ m} - 0,05 \text{ cm} \cong 1,5 \text{ m}$$

Una vez realizados los cálculos geométricos, se procede a la resolución del ejercicio. En este apartado se plantea el problema directo de un circuito magnético heterogéneo (varios materiales) complejo (varios flujos). Según el símil eléctrico equivalente al circuito magnético propuesto (Figura 3.11), se obtienen las tres ecuaciones representativas del circuito:

$$N \cdot I = \Phi_1 \cdot \mathfrak{R}_1 + \Phi_2 \cdot \mathfrak{R}_2$$

$$N \cdot I = \Phi_1 \cdot \mathfrak{R}_1 + \Phi_3 \cdot (\mathfrak{R}_3 + \mathfrak{R}_{\text{aire}})$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$$

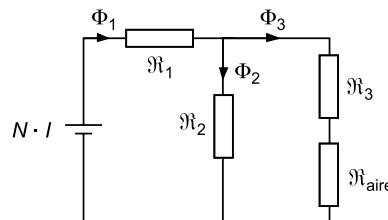


FIGURA 3.11.

En este apartado se plantea el cálculo del número de espiras para un cierto flujo $\Phi_3 = 0,00125$ Wb. A partir de este dato se obtiene la inducción del tramo 3.

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{S_u} = \frac{0,00125}{9,12 \cdot 10^{-3}} = 0,1371 \text{ T}$$

Entrando en la curva B - H correspondiente al material (chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T), a partir del dato de inducción ($B_3 = 0,1371$ T) se obtiene la intensidad de campo magnético correspondiente ($H_3 = 80$ Av/m).

Partiendo de las dos primeras ecuaciones representativas del circuito magnético se obtiene una tercera ecuación que relaciona el tramo 2 con el tramo 3.

$$\Phi_2 \cdot \mathfrak{N}_2 = \Phi_3 \cdot (\mathfrak{N}_3 + \mathfrak{N}_{\text{aire}})$$

Expresando esta ecuación en función de la intensidad de campo magnético y la longitud media de los tramos, se obtiene la intensidad de campo magnético del tramo 2:

$$\begin{aligned} H_2 \cdot L_2 &= H_3 \cdot L_3 + \Phi_3 \cdot \frac{L_{\text{aire}}}{\mu_0 \cdot S_u} \Rightarrow H_2 = \frac{1}{L_2} \cdot \left(H_3 \cdot L_3 + \Phi_3 \cdot \frac{L_{\text{aire}}}{\mu_0 \cdot S_u} \right) \\ H_2 &= \frac{1}{0,5} \cdot \left(80 \cdot 1,5 + 0,00125 \cdot \frac{0,05 \cdot 10^{-2}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 9,12 \cdot 10^{-3}} \right) = 349,07 \text{ Av/m} \end{aligned}$$

Con el valor de la intensidad de campo magnético del tramo 2 ($H_2 = 349,07 \text{ Av/m}$), se entra en la curva B - H del material y se obtiene el valor de la inducción $B_2 = 0,7 \text{ T}$.

Una vez obtenida la inducción del tramo 2, con el valor de la sección útil se obtiene el flujo de dicho tramo.

$$\Phi_2 = B_2 \cdot S_u = 0,7 \cdot 9,12 \cdot 10^{-3} = 6,384 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

Conocidos los flujos de los tramos 2 y 3, se obtiene el flujo del tramo 1.

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 \Rightarrow \Phi_1 = 0,006384 + 0,00125 = 0,007634 \text{ Wb}$$

A partir del flujo del tramo 1, se calcula la inducción de dicho tramo.

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_u} = \frac{0,007634}{9,12 \cdot 10^{-3}} = 0,837 \text{ T}$$

Con el valor de la inducción del tramo 1 ($B_1 = 0,837 \text{ T}$), se entra en la curva B - H del material y se obtiene el valor de la intensidad de campo magnético $H_1 = 455 \text{ Av/m}$.

Finalmente, partiendo de la primera de las ecuaciones representativas del circuito magnético, se obtiene el número de espiras.

$$N \cdot I = \Phi_1 \cdot \mathfrak{N}_1 + \Phi_2 \cdot \mathfrak{N}_2 \Rightarrow N \cdot I = H_1 \cdot L_1 + H_2 \cdot L_2 \Rightarrow N = \frac{H_1 \cdot L_1 + H_2 \cdot L_2}{I}$$

$$N = \frac{455 \cdot 1,5 + 349,07 \cdot 0,5}{10} = 85,7$$

Redondeando $\Rightarrow N = 86$ espiras

- b) Calcular las pérdidas en el hierro del apartado anterior sabiendo que la densidad del material es de 7,8 kg/dm³.**

Dado que las pérdidas en el hierro dependen de la frecuencia y en el ejercicio planteado la corriente es continua, las pérdidas en el hierro serán nulas.

EJERCICIO 5

Dado un núcleo magnético constituido por chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a 1 T y 50 Hz, determinar las pérdidas por histéresis y por corrientes de Foucault cuando funciona a:

- a) 1 T y 60 Hz.
- b) 1,1 T y 50 Hz.

- a) 1 T y 60 Hz.

Para poder calcular de forma separada las pérdidas por histéresis y por Foucault de un circuito magnético, se deben calcular previamente los parámetros K_H , K_F y x de la expresión que relaciona las pérdidas en el hierro con la frecuencia y la inducción máxima.

$$P_{\text{Fe}} = P_H + P_F = K_H \cdot f \cdot B_{\text{máx}}^x + K_F \cdot f^2 \cdot B_{\text{máx}}^2$$

Realizando sobre el material magnético tres ensayos de pérdidas con diferentes frecuencias e inducciones máximas, se puede obtener un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas y determinar los parámetros K_H , K_F y x . Conocidos estos parámetros, se pueden calcular las pérdidas de histéresis y las pérdidas de Foucault del material en cualquier circunstancia.

En este caso, en lugar de realizar tres ensayos, se van a obtener los datos necesarios de las curvas del material (chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg, a 1 T y 50 Hz), los cuales relacionan la inducción máxima ($B_{\text{máx}}$) y la frecuencia (f) con las pérdidas en el hierro. Así, los tres casos que se van a plantear son los siguientes: 1 T y 50 Hz; 1 T y 60 Hz; 1,1 T y 50 Hz.

- Para 1 T y 50 Hz se obtienen unas pérdidas en el hierro de 2,6 W/kg.
- Para 1 T y 60 Hz se obtienen unas pérdidas en el hierro de 3,3 W/kg.
- Para 1,1 T y 50 Hz se obtienen unas pérdidas en el hierro de 3,1 W/kg.

A partir de estos valores se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$2,6 = K_H \cdot 50 \cdot 1^x + K_F \cdot 50^2 \cdot 1^2$$

$$3,3 = K_H \cdot 60 \cdot 1^x + K_F \cdot 60^2 \cdot 1^2$$

$$3,1 = K_H \cdot 50 \cdot 1,1^x + K_F \cdot 50^2 \cdot 1,1^2$$

De las dos primeras ecuaciones se despejan fácilmente los valores de K_H y K_F .

$$K_H = 0,037 \quad \text{y} \quad K_F = 3 \cdot 10^{-4}$$

Sustituyendo estos valores en la tercera ecuación y resolviendo:

$$3,1 = 0,037 \cdot 50 \cdot 1,1^x + 3 \cdot 10^{-4} \cdot 50^2 \cdot 1,1^2$$

$$1,1^x = 1,185 \Rightarrow x = \frac{\ln(1,185)}{\ln(1,1)} = 1,7867$$

Conocidos los parámetros, la expresión de las pérdidas queda perfectamente definida y es posible obtener para cualquier inducción máxima y frecuencia, las pérdidas totales, las pérdidas debidas a la histéresis y las pérdidas debidas a las corrientes parásitas o de Foucault.

Para el caso de 1 T y 60 Hz:

$$P_H = 0,037 \cdot 60 \cdot 1^{1,7867} = 2,22 \text{ W/kg}$$

$$P_F = 3 \cdot 10^{-4} \cdot 60^2 \cdot 1^2 = 1,08 \text{ W/kg}$$

Se comprueba como, efectivamente, la suma de las dos es el cómputo de las pérdidas totales, esto es, 3,3 W/kg.

b) 1,1 T y 50 Hz.

En el segundo caso, conocidos ya los parámetros K_H , K_F y x , basta con sustituirlos en las expresiones correspondientes a las pérdidas por histéresis y por Foucault.

$$P_H = 0,037 \cdot 50 \cdot 1,1^{1,7867} = 2,19 \text{ W/kg}$$

$$P_F = 3 \cdot 10^{-4} \cdot 50^2 \cdot 1,1^2 = 0,91 \text{ W/kg}$$

Se comprueba igualmente como la suma de ambas es el cómputo de las pérdidas totales, esto es, 3,1 W/kg.

EJERCICIO 6

Un núcleo de chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T, presenta unas pérdidas por histéresis de 2.291 W cuando trabaja a 60 Hz y 1,5 T. Calcular:

- a) **El peso del núcleo.**
- b) **Las pérdidas totales del núcleo si trabajase a 50 Hz y 1,5 T.**

a) El peso del núcleo.

Al igual que en el ejercicio anterior, acudiendo a las curvas del material, se calculan los parámetros K_H , K_F y x de la expresión que relaciona las pérdidas en el hierro con la frecuencia y la inducción máxima.

$$P_{Fe} = P_H + P_F = K_H \cdot f \cdot B_{max}^x + K_F \cdot f^2 \cdot B_{max}^2$$

- Para 1 T y 50 Hz se obtienen unas pérdidas en el hierro de 2,6 W/kg.
- Para 1 T y 60 Hz se obtienen unas pérdidas en el hierro de 3,3 W/kg.
- Para 1,1 T y 50 Hz se obtienen unas pérdidas en el hierro de 3,1 W/kg.

Se plantea con estos datos el sistema de ecuaciones y se resuelve:

$$2,6 = K_H \cdot 50 \cdot 1^x + K_F \cdot 50^2 \cdot 1^2$$

$$3,3 = K_H \cdot 60 \cdot 1^x + K_F \cdot 60^2 \cdot 1^2$$

$$3,1 = K_H \cdot 50 \cdot 1,1^x + K_F \cdot 50^2 \cdot 1,1^2$$

$$K_H = 0,037 \quad K_F = 3 \cdot 10^{-4} \quad x = 1,7867$$

Para el caso de 1,5 T y 60 Hz:

$$P_H = 0,037 \cdot 60 \cdot 1,5^{1,7867} = 4,5812 \text{ W/kg}$$

Como las pérdidas de histéresis totales son conocidas y se acaban de calcular las pérdidas de histéresis por unidad de masa, se puede calcular el peso del núcleo:

$$m = \frac{P_{H\text{núcleo}}}{P_H} = \frac{2.291}{4,5812} = 500,086 \text{ kg}$$

b) Las pérdidas totales del núcleo si trabajase a 50 Hz y 1,5 T.

Con los parámetros calculados, se pueden calcular las pérdidas por unidad de masa a 1,5 T y 50 Hz, que, multiplicadas por la masa del núcleo, dan como resultado las pérdidas totales a la nueva inducción máxima y frecuencia.

$$P_{\text{totales}} = 0,037 \cdot 50 \cdot 1,5^{1,7867} + 3 \cdot 10^{-4} \cdot 50^2 \cdot 1,5^2 = 5,5052 \text{ W/kg}$$

$$P_{\text{totalesnúcleo}} = P_{\text{totales}} \cdot m = 5,5052 \cdot 500,086 = 2.753,06 \text{ W}$$

EJERCICIO 7

Se ensaya en el puente de Epstein una muestra de chapa magnética y se obtiene:

- | | | |
|-------------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $f = 25 \text{ Hz};$ | $B = 1 \text{ T};$ | $W = 14,7 \text{ W}$ |
| 2) $f = 50 \text{ Hz};$ | $B = 1 \text{ T};$ | $W = 30,2 \text{ W}$ |
| 3) $f = 50 \text{ Hz};$ | $B = 1,7 \text{ T};$ | $W = 74 \text{ W}$ |

Si el peso de la muestra es de 12,3 kg, determinar las pérdidas por histéresis y por Foucault a 60 Hz y 1,4 T.

Al igual que en los Ejercicios 5 y 6, para poder calcular de forma separada las pérdidas por histéresis y por Foucault de un circuito magnético, se deben calcular previamente los parámetros K_H , K_F y x de la expresión que relaciona las pérdidas en el hierro con la frecuencia y la inducción máxima.

$$P_{\text{Fe}} = P_H + P_F = K_H \cdot f \cdot B_{\text{máx}}^x + K_F \cdot f^2 \cdot B_{\text{máx}}^2$$

En este caso se proporcionan tres ensayos realizados con el puente de Epstein. Con los datos obtenidos en estos ensayos es posible plantear un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas y obtener los parámetros K_H , K_F y x . Los datos de pérdidas en el hierro obtenidos en los ensayos corresponden a pérdidas totales, por lo que los parámetros K_H , K_F y x que se van a calcular corresponderán a ecuaciones de pérdidas totales y no a ecuaciones de pérdidas por unidad de masa, como ocurría en los Ejercicios 5 y 6.

$$14,7 = K_H \cdot 25 \cdot 1^x + K_F \cdot 25^2 \cdot 1^2$$

$$30,2 = K_H \cdot 50 \cdot 1^x + K_F \cdot 50^2 \cdot 1^2$$

$$74 = K_H \cdot 50 \cdot 1,7^x + K_F \cdot 50^2 \cdot 1,7^2$$

De las dos primeras ecuaciones se despejan fácilmente los valores de K_H y K_F .

$$K_H = 0,572 \quad \text{y} \quad K_F = 6,4 \cdot 10^{-4}$$

Sustituyendo estos valores en la tercera ecuación y resolviendo:

$$74 = 0,572 \cdot 50 \cdot 1,7^x + 6,4 \cdot 10^{-4} \cdot 50^2 \cdot 1,7^2$$

$$1,7^x = 2,43 \Rightarrow x = \frac{\ln(2,43)}{\ln(1,7)} = 1,67$$

Conocidos los parámetros, la expresión de las pérdidas queda perfectamente definida y es posible obtener las pérdidas totales, las pérdidas debidas a la histéresis y las pérdidas debidas a las corrientes parásitas o de Foucault para los datos de inducción máxima y frecuencia propuestos (1,4 T y 60 Hz).

$$P_H = 0,572 \cdot 60 \cdot 1,4^{1,67} = 60,20 \text{ W}$$

$$P_F = 6,4 \cdot 10^{-4} \cdot 60^2 \cdot 1,4^2 = 4,52 \text{ W}$$

Como habitualmente los valores de pérdidas se suelen ofrecer por unidad de masa, y el peso de la muestra es conocido (12,3 kg), se obtiene que:

$$P_H = \frac{60,20 \text{ W}}{12,3 \text{ kg}} = 4,89 \text{ W/kg}$$

$$P_F = \frac{4,52 \text{ W}}{12,3 \text{ kg}} = 0,37 \text{ W/kg}$$

EJERCICIO 8

En el circuito magnético de la Figura 3.12, el material trabaja en la zona lineal con una permeabilidad relativa de valor $\mu_r = 700$. Determinar el flujo que circula por todas las partes del circuito, sabiendo que por los bobinados circula intensidad de corriente continua. Considerar un factor de relleno de 0,96.

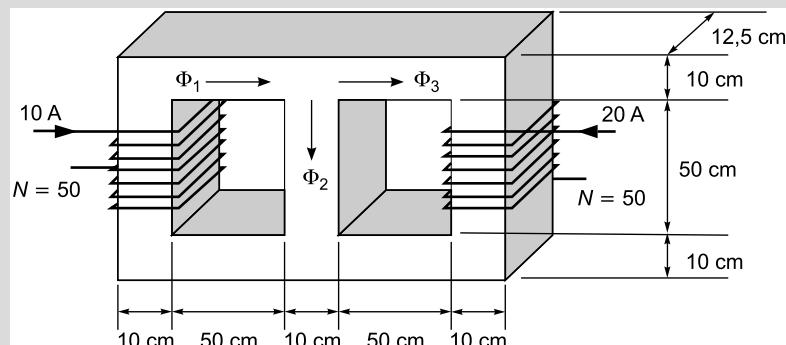


FIGURA 3.12.

El ejercicio plantea la resolución del problema directo de un circuito heterogéneo (varios tramos) complejo (varios flujos), que está sometido a la acción de dos fuerzas magnetomotrices. Utilizando el símil eléctrico equivalente a dicho circuito magnético (Figura 3.13), se obtienen las siguientes ecuaciones representativas del circuito magnético:

$$N_1 \cdot I_1 = \Phi_1 \cdot \mathfrak{R}_1 + \Phi_2 \cdot \mathfrak{R}_2$$

$$N_1 \cdot I_1 + N_3 \cdot I_3 = \Phi_1 \cdot \mathfrak{R}_1 + \Phi_3 \cdot \mathfrak{R}_3$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$$

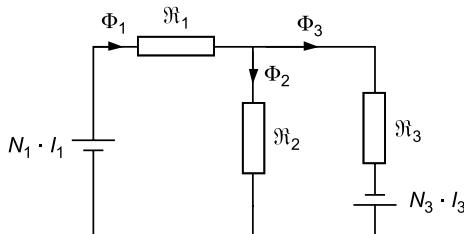


FIGURA 3.13.

De las dos primeras ecuaciones se obtiene la siguiente relación:

$$N_3 \cdot I_3 = \Phi_3 \cdot \mathfrak{R}_3 - \Phi_2 \cdot \mathfrak{R}_2$$

Las fuerzas magnetomotrices aplicadas son conocidas ya que se conoce el número de espiras y la intensidad que circula por ellas. Las reluctancias son función de la permeabilidad, la longitud media y la sección útil de cada tramo.

$$\mathfrak{R}_i = \frac{L_i}{\mu \cdot S_i} = \frac{L_i}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S_i} = \frac{L_i}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 700 \cdot S_i} = \frac{10^4 \cdot L_i}{2,8\pi \cdot S_i}$$

La sección útil y la longitud media de cada tramo se calculan a partir de los datos geométricos proporcionados en la Figura 3.12. En el cálculo de la sección útil, se aplica el factor de relleno (0,96) a la sección total de cada tramo ($10 \cdot 12,5 \text{ cm}^2$):

$$S_1 = S_2 = S_3 = F_r \cdot S = 0,96 \cdot 10 \cdot 12,5 = 120 \text{ cm}^2 = 0,012 \text{ m}^2$$

$$L_1 = L_3 = 3 \cdot (50 + 5 + 5) = 180 \text{ cm} = 1,8 \text{ m}$$

$$L_2 = (50 + 5 + 5) = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}$$

Llegados a este punto se puede plantear un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, donde las incógnitas son los flujos que circulan por el circuito magnético.

$$N_1 \cdot I_1 = \Phi_1 \cdot \mathfrak{R}_1 + \Phi_2 \cdot \mathfrak{R}_2$$

$$N_3 \cdot I_3 = \Phi_3 \cdot \mathfrak{R}_3 - \Phi_2 \cdot \mathfrak{R}_2$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$$

Sustituyendo los datos conocidos y resolviendo el sistema:

$$50 \cdot 10 = \Phi_1 \cdot \frac{10^4 \cdot 1,8}{2,8\pi \cdot 0,012} + \Phi_2 \cdot \frac{10^4 \cdot 0,6}{2,8\pi \cdot 0,012}$$

$$50 \cdot 20 = \Phi_3 \cdot \frac{10^4 \cdot 1,8}{2,8\pi \cdot 0,012} - \Phi_2 \cdot \frac{10^4 \cdot 0,6}{2,8\pi \cdot 0,012}$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$$

$$\Phi_1 = 3,52 \text{ mWb} \quad \Phi_2 = -1,76 \text{ mWb} \quad \Phi_3 = 5,28 \text{ mWb}$$

El signo negativo del flujo de la columna central (Φ_2) únicamente indica que el sentido de circulación del flujo existente en esa columna central es el opuesto al considerado inicialmente en el planteamiento del ejercicio. Es decir, en la columna central, el sentido de circulación del flujo es ascendente.

EJERCICIO 9

En las tres columnas del circuito de la Figura 3.14 se encuentran colocadas unas bobinas con 200 espiras cada una de ellas. A la bobina de la izquierda se le hace circular una intensidad I_1 , a la bobina central se le alimenta con una intensidad I_2 y a la bobina de la derecha con una corriente $I_3 = I_1 + I_2$, todas ellas intensidades de corriente continua. Los flujos que crean estas corrientes son tales que el flujo en la columna de la izquierda es igual al flujo en la columna central y el flujo en la columna de la derecha es de 0,007 Wb. Calcular el valor de las intensidades que recorren las tres bobinas, sabiendo que el núcleo está construido con un material magnético que trabaja en la zona lineal con una permeabilidad relativa $\mu_r = 1.000$ para las condiciones de trabajo enunciadas. Considerar un factor de relleno de 0,926.

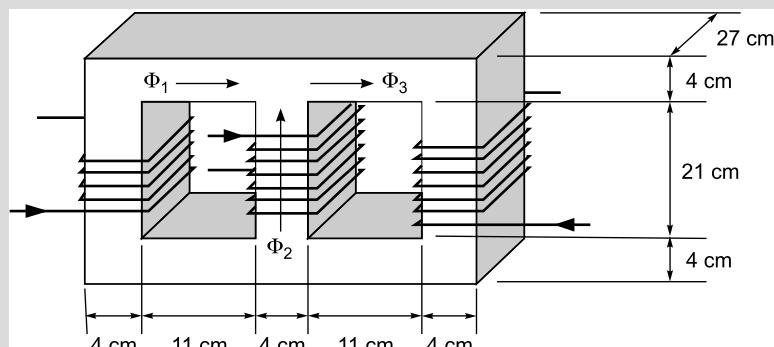
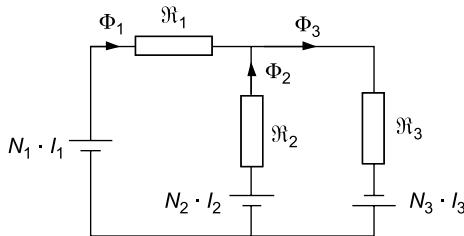


FIGURA 3.14.

El ejercicio plantea la resolución del problema directo de un circuito heterogéneo (varios tramos) complejo (varios flujos), que está sometido a la acción de tres fuerzas magnetomotrices. Utilizando el símil eléctrico equivalente a dicho circuito magnético (Figura 3.15), se obtienen las siguientes ecuaciones representativas del circuito magnético:

**FIGURA 3.15.**

$$N_1 \cdot I_1 - N_2 \cdot I_2 = \Phi_1 \cdot R_1 - \Phi_2 \cdot R_2$$

$$N_2 \cdot I_2 + N_3 \cdot I_3 = \Phi_2 \cdot R_2 + \Phi_3 \cdot R_3$$

$$\Phi_3 = \Phi_1 + \Phi_2$$

Los valores de los flujos 1 y 2 son iguales según el enunciado. De la ecuación que relaciona los flujos, se obtiene su valor:

$$\Phi_1 = \Phi_2 \Rightarrow \Phi_3 = 2 \cdot \Phi_1 \Rightarrow \Phi_1 = \frac{\Phi_3}{2} = \frac{0,007 \text{ Wb}}{2} = 0,0035 \text{ Wb}$$

Las reluctancias son función de la permeabilidad, la longitud y la sección de cada tramo.

$$R_i = \frac{L_i}{\mu \cdot S_i} = \frac{L_i}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S_i} = \frac{L_i}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1.000 \cdot S_i} = \frac{10^4 \cdot L_i}{4\pi \cdot S_i}$$

La sección útil y la longitud media de cada tramo se calculan a partir de los datos geométricos proporcionados en la Figura 3.14. En el cálculo de la sección útil, se aplica el factor de relleno (0,926) a la sección total de cada tramo ($4 \cdot 27 \text{ cm}^2$):

$$S_1 = S_2 = S_3 = F_r \cdot S = 0,926 \cdot 4 \cdot 27 = 100 \text{ cm}^2 = 0,01 \text{ m}^2$$

$$L_1 = L_3 = 2 \cdot (11 + 2 + 2) + (21 + 2 + 2) = 55 \text{ cm} = 0,55 \text{ m}$$

$$L_2 = (21 + 2 + 2) = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$$

Llegados a este punto y teniendo en cuenta la ecuación proporcionada en el enunciado que relaciona las intensidades que circulan por las espiras, se puede plantear un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, donde las incógnitas son las propias intensidades.

$$N_1 \cdot I_1 - N_2 \cdot I_2 = \Phi_1 \cdot R_1 - \Phi_2 \cdot R_2$$

$$N_2 \cdot I_2 + N_3 \cdot I_3 = \Phi_2 \cdot R_2 + \Phi_3 \cdot R_3$$

$$I_3 = I_1 + I_2$$

Sustituyendo los datos conocidos y resolviendo el sistema:

$$200 \cdot I_1 - 200 \cdot I_2 = 0,0035 \cdot \frac{10^4 \cdot 0,55}{4\pi \cdot 0,01} - 0,0035 \cdot \frac{10^4 \cdot 0,25}{4\pi \cdot 0,01}$$

$$200 \cdot I_2 + 200 \cdot I_3 = 0,0035 \cdot \frac{8 \cdot 10^4 \cdot 0,25}{4\pi \cdot 0,01} + 0,007 \cdot \frac{8 \cdot 10^4 \cdot 0,55}{4\pi \cdot 0,01}$$

$$I_3 = I_1 + I_2$$

$$I_1 = 0,905 \text{ A}$$

$$I_2 = 0,487 \text{ A}$$

$$I_3 = 1,392 \text{ A}$$

EJERCICIO 10

Sea un circuito magnético como el mostrado en la Figura 3.16, construido con chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T. Sobre la columna de la derecha se encuentra alojada una bobina de 1.000 espiras recorrida por una corriente continua de 1,5 A. Considerando un factor de relleno de 0,95:

- Calcular la inducción a la que trabaja el material.**
- Si en el núcleo magnético aparecen dos entrehierros de 4 y 6 mm respectivamente, determinar la intensidad de corriente necesaria para mantener la inducción del apartado anterior.**
- En el circuito con entrehierros, si por la bobina circulase una corriente continua de 6 A, determinar la inducción de trabajo del material.**
- Determinar la permeabilidad relativa del material en las condiciones del tercer apartado.**

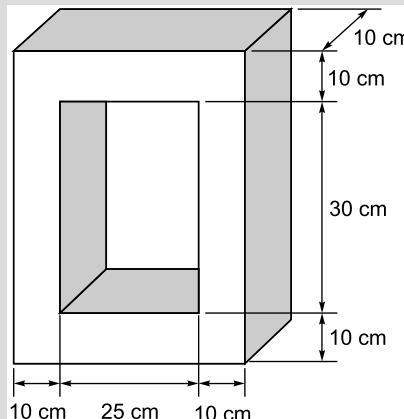


FIGURA 3.16.

- Calcular la inducción a la que trabaja el material.**

Según la ley de Hopkinson se cumple que:

$$N \cdot I = \Phi \cdot \mathfrak{M} \Rightarrow N \cdot I = H \cdot L$$

Resolviendo el problema directo, se obtiene la intensidad de campo magnético.

$$H = \frac{N \cdot I}{L} = \frac{1.000 \cdot 1,5}{2(40 + 35) \cdot 10^{-2}} = 1.000 \text{ Av/m}$$

Entrando con el valor de intensidad de campo magnético de 1.000 Av/m en la curva *B-H* del material, se obtiene un valor de inducción de 1,19 T.

- b) Si en el núcleo magnético aparecen dos entrehierros de 4 y 6 mm respectivamente, determinar la intensidad de corriente necesaria para mantener la inducción del apartado anterior.**

Dos entrehierros de 4 y 6 mm equivalen a un único entrehierro de 10 mm. Según el símil eléctrico equivalente al circuito magnético resultante, se cumple que:

$$N \cdot I = \Phi \cdot (\mathfrak{M}_{\text{Fe}} + \mathfrak{M}_{\text{aire}}) = B \cdot S \cdot \left(\frac{L_{\text{Fe}}}{\mu_{\text{Fe}} \cdot S} + \frac{L_{\text{aire}}}{\mu_0 \cdot S} \right) = H \cdot L_{\text{Fe}} + \frac{B \cdot L_{\text{aire}}}{\mu_0}$$

Entrando en la curva *B-H* correspondiente al material y a partir del dato de inducción ($B = 1,19$ T), se obtiene la intensidad de campo magnético ($H = 1.000$ Av/m). La longitud media del tramo del circuito formado por chapa magnética es de 150 cm, mientras que la del entrehierro es de 10 mm. Teniendo esto en cuenta, se despeja el valor de la intensidad.

$$I = \frac{1}{N} \cdot \left(H \cdot L_{\text{Fe}} + \frac{B \cdot L_{\text{aire}}}{\mu_0} \right) = \frac{1}{1.000} \cdot \left(1.000 \cdot 1,5 + \frac{1,19 \cdot 0,01}{4\pi \cdot 10^{-7}} \right) = 10,97 \text{ A}$$

- c) En el circuito con entrehierros, si por la bobina circulase una corriente continua de 6 A, determinar la inducción de trabajo del material.**

En esta nueva situación se plantea la resolución del problema inverso, donde la fuerza magnetomotriz es dato ($1.000 \cdot 6 = 6.000$ Av) y se pretende calcular la inducción. La forma de resolver el ejercicio consiste en plantear iterativamente la resolución del problema directo resuelto en el apartado anterior, suponiendo un valor de inducción de partida.

Primera iteración: se supone un valor de inducción de 1 T. Entrando en la curva *B-H* del material con esta inducción se obtiene una intensidad de campo magnético $H = 630$ Av/m. Con estos datos se calcula la fuerza magnetomotriz necesaria.

$$N \cdot I = H \cdot L_{\text{Fe}} + \frac{B \cdot L_{\text{aire}}}{\mu_0} = 630 \cdot 1,5 + \frac{1 \cdot 0,01}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 8.902,75 \text{ Av} > 6.000 \text{ Av}$$

Como la fuerza magnetomotriz obtenida es superior al valor dato, en la segunda iteración se supondrá un valor de inducción menor.

Segunda iteración: se supone un valor de inducción de 0,5 T. Entrando en la curva *B-H* del material con esta inducción se obtiene una intensidad de campo magnético $H = 230$ Av/m. Con estos datos se calcula la fuerza magnetomotriz necesaria.

$$N \cdot I = H \cdot L_{\text{Fe}} + \frac{B \cdot L_{\text{aire}}}{\mu_0} = 230 \cdot 1,5 + \frac{0,5 \cdot 0,01}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 4.328,87 \text{ Av} < 6.000 \text{ Av}$$

Como la fuerza magnetomotriz obtenida es inferior al valor dato, en la siguiente iteración se supondrá un valor de inducción mayor.

Tercera iteración: se supone un valor de inducción de 0,7 T. Entrando en la curva B - H del material con esta inducción se obtiene una intensidad de campo magnético $H = 350$ Av/m. Con estos datos se calcula la fuerza magnetomotriz necesaria.

$$N \cdot I = H \cdot L_{Fe} + \frac{B \cdot L_{aire}}{\mu_0} = 350 \cdot 1,5 + \frac{0,7 \cdot 0,01}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 6.095,42 \text{ Av} > 6.000 \text{ Av}$$

En esta tercera iteración, el valor obtenido es ligeramente superior al valor dato. Llegados a este punto, interpolando con los valores obtenidos en las dos últimas iteraciones, se puede obtener el valor de la inducción correspondiente a la fuerza magnetomotriz dato:

$$\frac{B - B_{it3}}{B_{it2} - B_{it3}} = \frac{(N \cdot I) - (N \cdot I)_{it3}}{(N \cdot I)_{it2} - (N \cdot I)_{it3}} \Rightarrow B = B_{it3} + (B_{it2} - B_{it3}) \cdot \frac{(N \cdot I) - (N \cdot I)_{it3}}{(N \cdot I)_{it2} - (N \cdot I)_{it3}}$$

$$B = 0,7 + (0,5 - 0,7) \cdot \frac{6.000 - 6.095,42}{4.328,87 - 6.095,42} = 0,689 \text{ T}$$

d) Determinar la permeabilidad relativa del material en las condiciones del tercer apartado.

Conocido el valor de la inducción (0,689 T), entrando en la curva B - H del material se obtiene un valor de la intensidad de campo magnético de 340 Av/m. A partir de este valor y el valor de la inducción, se calcula la permeabilidad relativa del material.

$$B = \mu \cdot H = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \Rightarrow \mu_r = \frac{B}{\mu_0 \cdot H} = \frac{0,689}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 340} = 1.613,15$$

EJERCICIO 11

El circuito magnético de la Figura 3.17, construido con chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T, posee un entrehierro de 4 mm en la columna central del mismo. Calcular el flujo Φ_3 de la columna de la derecha, si la bobina arrollada a la columna de la izquierda tiene 400 espiras y por ella pasa una intensidad de corriente continua de 25 A.

Datos de secciones útiles: $S_1 = 200 \text{ cm}^2$, $S_2 = S_3 = 100 \text{ cm}^2$.

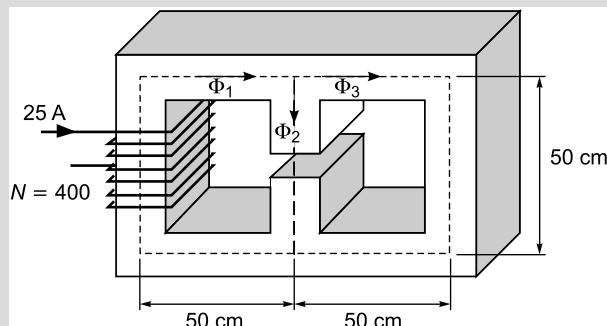


FIGURA 3.17.

Se plantea la resolución del problema directo de un circuito heterogéneo (varios tramos) complejo (varios flujos), que está sometido a la acción de una fuerza magnetomotriz de valor $N \cdot I = 400 \cdot 25 = 10.000$ Av.

Utilizando el símil eléctrico equivalente a dicho circuito magnético (Figura 3.18), se obtienen las siguientes ecuaciones representativas del circuito magnético:

$$N_1 \cdot I_1 = \Phi_1 \cdot \mathfrak{N}_1 + \Phi_2 \cdot (\mathfrak{N}_2 + \mathfrak{N}_{\text{aire}})$$

$$N_1 \cdot I_1 = \Phi_1 \cdot \mathfrak{N}_1 + \Phi_3 \cdot \mathfrak{N}_3$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$$

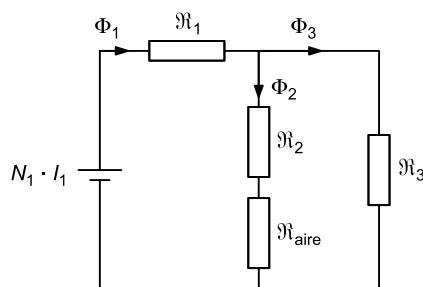


FIGURA 3.18.

Combinando las dos primeras ecuaciones se obtiene la siguiente ecuación:

$$\Phi_2 \cdot (\mathfrak{N}_2 + \mathfrak{N}_{\text{aire}}) = \Phi_3 \cdot \mathfrak{N}_3$$

De la geometría del circuito y del enunciado se deducen los siguientes datos:

$$S_1 = 200 \text{ cm}^2 \quad S_2 = S_3 = 100 \text{ cm}^2 \quad L_{\text{aire}} = 0,004 \text{ m}$$

$$L_1 = L_3 = 3 \cdot 50 = 150 \text{ cm} = 1,5 \text{ m}$$

$$L_2 = 50 \text{ cm} - 4 \text{ mm} = 49,6 \text{ cm} = 0,496 \text{ m}$$

Para la resolución del problema inverso se debe resolver de forma iterativa el problema directo, de modo que, suponiendo un flujo, se van obteniendo las correspondientes fuerzas magnetomotoras. Para resolver el problema directo se debe seleccionar el sistema de ecuaciones que mejor se adecue a los datos de partida y a la variable que se desea calcular. Como se desea calcular la fuerza magnetomotriz que provoca un cierto flujo Φ_3 , se seleccionan las siguientes ecuaciones:

$$N_1 \cdot I_1 = \Phi_1 \cdot \mathfrak{N}_1 + \Phi_2 \cdot (\mathfrak{N}_2 + \mathfrak{N}_{\text{aire}})$$

$$\Phi_2 \cdot (\mathfrak{N}_2 + \mathfrak{N}_{\text{aire}}) = \Phi_3 \cdot \mathfrak{N}_3$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$$

A la hora de suponer un flujo para comenzar las iteraciones, conviene comenzar a suponer conocido el flujo de la columna central Φ_2 , por ser esta columna la que posee el entrehierro.

Primera iteración: se supone un flujo $\Phi_2 = 0,01$ Wb y se resuelve el problema directo.

$$\Phi_2 \cdot (\mathfrak{N}_2 + \mathfrak{N}_{\text{aire}}) = \Phi_3 \cdot \mathfrak{N}_3 \Rightarrow H_2 \cdot L_2 + B_2 \cdot \frac{L_{\text{aire}}}{\mu_0} = H_3 \cdot L_3$$

$$H_3 = \frac{H_2 \cdot L_2 + B_2 \cdot \frac{L_{\text{aire}}}{\mu_0}}{L_3}$$

A partir del dato del flujo y de la sección, se obtiene la inducción:

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2} = \frac{0,01}{100 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ T}$$

Entrando con el valor de inducción ($B_2 = 1$ T) en la curva B - H del material, se obtiene la intensidad de campo magnético ($H_2 = 630$ Av/m). Sustituyendo, se obtiene el valor de la intensidad de campo magnético H_3 .

$$H_3 = \frac{630 \cdot 0,496 + 1 \cdot \frac{0,004}{4\pi \cdot 10^{-7}}}{1,5} = 2.330,39 \text{ Av/m}$$

Con el valor de la intensidad de campo magnético $H_3 = 2.330,39$ Av/m, se entra en la curva B - H del material y se obtiene la inducción $B_3 = 1,43$ T. Conocido este valor y la sección del tramo, se obtiene el flujo del tramo 3.

$$\Phi_3 = B_3 \cdot S_3 = 1,43 \cdot 100 \cdot 10^{-4} = 0,0143 \text{ Wb}$$

Conocidos los flujos en los tramos 2 y 3 se obtiene el flujo en el tramo 1:

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = 0,01 + 0,0143 = 0,0243 \text{ Wb}$$

Y con el dato del flujo en el tramo 1 se calcula la inducción en dicho tramo:

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{0,0243}{200 \cdot 10^{-4}} = 1,215 \text{ T}$$

Entrando en la curva B - H del material con el dato de inducción $B_1 = 1,215$ T, se obtiene el dato de intensidad de campo magnético $H_1 = 1.100$ Av/m.

Finalmente, mediante la primera de las ecuaciones del sistema, se obtiene la fuerza magnetomotriz:

$$N_1 \cdot I_1 = \Phi_1 \cdot \mathfrak{N}_1 + \Phi_2 \cdot (\mathfrak{N}_2 + \mathfrak{N}_{\text{aire}}) = H_1 \cdot L_1 + H_2 \cdot L_2 + \frac{B_2 \cdot L_{\text{aire}}}{\mu_0}$$

$$N_1 \cdot I_1 = 1.100 \cdot 1,5 + 630 \cdot 0,496 + \frac{1 \cdot 0,004}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 5.145,58 \text{ Av} < 10.000 \text{ Av}$$

Como la fuerza magnetomotriz obtenida es inferior al valor dato, en la siguiente iteración se supondrá un valor de flujo mayor.

Segunda iteración: se supone un flujo $\Phi_2 = 0,015 \text{ Wb}$ y se resuelve, al igual que en la iteración anterior, el problema directo.

A partir del dato del flujo y de la sección, se obtiene la inducción:

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2} = \frac{0,015}{100 \cdot 10^{-4}} = 1,5 \text{ T}$$

Entrando con el valor de inducción ($B_2 = 1,5 \text{ T}$) en la curva B - H del material, se obtiene la intensidad de campo magnético ($H_2 = 3.800 \text{ Av/m}$). Sustituyendo, se obtiene el valor de la intensidad de campo magnético H_3 .

$$H_3 = \frac{3.800 \cdot 0,496 + 1,5 \cdot \frac{0,004}{4\pi \cdot 10^{-7}}}{1,5} = 4.439,63 \text{ Av/m}$$

Con el valor de la intensidad de campo magnético $H_3 = 4.439,63 \text{ Av/m}$, se entra en la curva B - H del material y se obtiene la inducción $B_3 = 1,515 \text{ T}$. Conocido este valor y la sección del tramo, se obtiene el flujo del tramo 3.

$$\Phi_3 = B_3 \cdot S_3 = 1,515 \cdot 100 \cdot 10^{-4} = 0,01515 \text{ Wb}$$

Conocidos los flujos en los tramos 2 y 3 se obtiene el flujo en el tramo 1:

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = 0,015 + 0,01515 = 0,03015 \text{ Wb}$$

Y con el dato del flujo en el tramo 1 se calcula la inducción en dicho tramo:

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{0,03015}{200 \cdot 10^{-4}} = 1,5075 \text{ T}$$

Entrando en la curva B - H del material con el dato de inducción, $B_1 = 1,5075 \text{ T}$, se obtiene el dato de intensidad de campo magnético $H_1 = 4.100 \text{ Av/m}$.

Finalmente, mediante la primera de las ecuaciones del sistema, se obtiene la fuerza magnetomotriz:

$$N_1 \cdot I_1 = 4.100 \cdot 1,5 + 3.800 \cdot 0,496 + \frac{1,5 \cdot 0,004}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 12.809,45 \text{ Av} > 10.000 \text{ Av}$$

Como la fuerza magnetomotriz obtenida es superior al valor dato, en la siguiente iteración se supondrá un valor de flujo menor.

Tercera iteración: se supone un flujo $\Phi_2 = 0,0125 \text{ Wb}$ y se resuelve, al igual que en la iteración anterior, el problema directo.

A partir del dato del flujo y de la sección, se obtiene la inducción:

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2} = \frac{0,0125}{100 \cdot 10^{-4}} = 1,25 \text{ T}$$

Entrando con el valor de inducción ($B_2 = 1,25$ T) en la curva B - H del material, se obtiene la intensidad de campo magnético ($H_2 = 1.200$ Av/m). Sustituyendo, se obtiene el valor de la intensidad de campo magnético H_3 .

$$H_3 = \frac{1.200 \cdot 0,496 + 1,25 \cdot \frac{0,004}{4\pi \cdot 10^{-7}}}{1,5} = 3.049,38 \text{ Av/m}$$

Con el valor de la intensidad de campo magnético $H_3 = 3.049,38$ Av/m, se entra en la curva B - H del material y se obtiene la inducción $B_3 = 1,485$ T. Conocido este valor y la sección del tramo, se obtiene el flujo del tramo 3.

$$\Phi_3 = B_3 \cdot S_3 = 1,485 \cdot 100 \cdot 10^{-4} = 0,01485 \text{ Wb}$$

Conocidos los flujos en los tramos 2 y 3 se obtiene el flujo en el tramo 1:

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = 0,0125 + 0,01485 = 0,02735 \text{ Wb}$$

Y con el dato del flujo en el tramo 1 se calcula la inducción en dicho tramo:

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{0,02735}{200 \cdot 10^{-4}} = 1,3675 \text{ T}$$

Entrando en la curva B - H del material con el dato de inducción, $B_1 = 1,3675$ T, se obtiene el dato de intensidad de campo magnético $H_1 = 1.870$ Av/m.

Finalmente, a partir de la primera de las ecuaciones del sistema, se obtiene la fuerza magnetomotriz:

$$N_1 \cdot I_1 = 1.870 \cdot 1,5 + 1.200 \cdot 0,496 + \frac{1,25 \cdot 0,004}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 7.379,07 < 10.000 \text{ Av}$$

Interpolando con los valores obtenidos en las dos últimas iteraciones, se puede obtener el valor del flujo Φ_3 correspondiente a la fuerza magnetomotriz dato:

$$\frac{\Phi_3 - \Phi_{3_{it3}}}{\Phi_{3_{it2}} - \Phi_{3_{it3}}} = \frac{(N \cdot I) - (N \cdot I)_{it3}}{(N \cdot I)_{it2} - (N \cdot I)_{it3}} \Rightarrow \Phi_3 = \Phi_{3_{it3}} + (\Phi_{3_{it2}} - \Phi_{3_{it3}}) \cdot \frac{(N \cdot I) - (N \cdot I)_{it3}}{(N \cdot I)_{it2} - (N \cdot I)_{it3}}$$

$$\Phi_3 = 0,01485 + (0,01515 - 0,01485) \cdot \frac{10.000 - 7.379,07}{12.809,45 - 7.379,07} = 0,015 \text{ Wb}$$

EJERCICIO 12

El núcleo magnético de la Figura 3.19 está construido con chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T. El núcleo tiene como peculiaridad la posibilidad de poder crear un entrehierro de longitud variable, separando las dos mitades que conforman el núcleo. Por razones de servicio, se desea mantener el valor de la inducción constante e igual a 0,9 T. Determinar la separación que debe realizarse entre las dos mitades del núcleo para permitir que la corriente aplicada sea cuatro veces mayor que la que existe en la situación de entrehierro nulo.

Dato:

- Longitud media del núcleo: 1 m.
- Sección útil: 10 cm^2 .

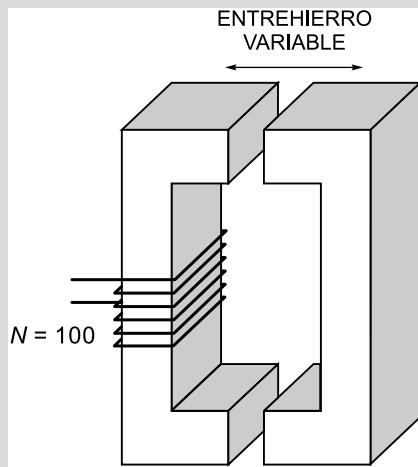


FIGURA 3.19.

La ecuación representativa del circuito magnético en ausencia de entrehierro es:

$$N \cdot I = \Phi \cdot \mathfrak{M}_{\text{Fe}} \Rightarrow N \cdot I = H \cdot L_{\text{Fe}}$$

Entrando en la curva B - H del material con el valor de inducción de 0,9 T, se obtiene una intensidad de campo magnético de 500 Av/m. Con este dato y la longitud media del circuito magnético (1 m) se calcula la fuerza magnetomotriz necesaria para mantener una inducción de 0,9 T en ausencia de entrehierros.

$$N \cdot I = H \cdot L_{\text{Fe}} = 500 \cdot 1 = 500 \text{ Av}$$

Al separarse las dos mitades que conforman el núcleo se genera un entrehierro, de forma que la ecuación representativa del nuevo circuito magnético es la siguiente:

$$\begin{aligned} N \cdot I &= \Phi \cdot (\mathfrak{M}_{\text{Fe}} + \mathfrak{M}_{\text{aire}}) \\ N \cdot I &= \Phi \cdot (\mathfrak{M}_{\text{Fe}} + \mathfrak{M}_{\text{aire}}) = B \cdot S \cdot \left(\frac{L_{\text{Fe}}}{\mu_{\text{Fe}} \cdot S} + \frac{L_{\text{aire}}}{\mu_0 \cdot S} \right) = H \cdot L_{\text{Fe}} + \frac{B \cdot L_{\text{aire}}}{\mu_0} \end{aligned}$$

Al generarse un entrehierro, la fuerza magnetomotriz necesaria para mantener el valor de la inducción en 0,9 T deberá ser mayor que la que hay en ausencia de entrehierro (500 Av). En este caso, en el enunciado se pide que la intensidad sea cuatro veces mayor que la que hay sin entrehierro, y como el número de espiras se considera constante, se concluye que el hecho de multiplicar por cuatro la intensidad, implica multiplicar por cuatro la fuerza magnetomotriz ($N \cdot I = 4 \cdot 500 \text{ Av} = 2.000 \text{ Av}$).

Por otra parte, como se quiere mantener la inducción constante ($B = 0,9 \text{ T}$), la intensidad de campo magnético también será constante ($H = 500 \text{ Av/m}$).

Finalmente, la longitud del tramo de circuito magnético se sigue manteniendo en 1 metro, ya que no se practica un entrehierro eliminando material del circuito magnético, sino que únicamente se separa el material existente. Por tanto, llegados a este punto, se puede despejar el valor de la longitud del entrehierro.

$$N \cdot I = H \cdot L_{\text{Fe}} + \frac{B \cdot L_{\text{aire}}}{\mu_0} \Rightarrow L_{\text{aire}} = \frac{(N \cdot I - H \cdot L_{\text{Fe}}) \cdot \mu_0}{B}$$

$$L_{\text{aire}} = \frac{(2.000 - 500 \cdot 1) \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{0,9} = 2,094 \text{ mm}$$

Como realmente esa longitud calculada es la suma de los dos entrehierros (parte superior e inferior del circuito magnético), la separación necesaria entre las dos mitades del núcleo será justamente la mitad, es decir, una distancia de 1,047 mm.

EJERCICIO 13

El estator de una máquina rotativa se alimenta de un sistema trifásico de corrientes de 50 Hz. Si la máquina posee dos pares de polos, se pide:

- a) **Velocidad a la que gira el campo rotativo generado en la máquina por las corrientes indicadas.**
- b) **Desplazamiento del campo rotativo, en grados geométricos, para un observador fijo en el espacio, al cabo de 10 milisegundos.**
- c) **Valor de la frecuencia del campo rotativo.**

- a) **Velocidad a la que gira el campo rotativo generado en la máquina por las corrientes indicadas.**

De acuerdo con el teorema de Ferraris, un sistema de corrientes trifásicas aplicado a un bobinado trifásico produce un campo rotativo cuya velocidad está relacionada con la frecuencia de las corrientes y el número de pares de polos de la máquina, según la siguiente relación:

$$p \cdot n = 60 \cdot f$$

donde p es el número de pares de polos, n es la velocidad de giro en revoluciones por minuto (rpm) y f la frecuencia en Hz. Por tanto, la velocidad de giro del campo rotativo será:

$$n = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1.500 \text{ rpm}$$

- b) **Desplazamiento del campo rotativo, en grados geométricos, para un observador fijo en el espacio, al cabo de 10 milisegundos.**

A la velocidad de 1.500 rpm, en un tiempo de 10 ms el rotor girará un determinado ángulo geométrico de valor:

$$\theta_{\text{geométrico}} = \frac{\theta_{\text{eléctrico}}}{p}$$

Y teniendo en cuenta que el desplazamiento en grados eléctricos depende de la pulsación y del tiempo, se obtiene el desplazamiento final en grados geométricos:

$$\theta_{\text{eléctrico}} = \omega \cdot t = 2\pi \cdot f \cdot t$$

$$\theta_{\text{geométrico}} = \frac{\theta_{\text{eléctrico}}}{p} = \frac{2\pi \cdot f \cdot t}{p} = \frac{2\pi \cdot 50 \cdot 0,01}{2} = 1,5708 \text{ rad} = 90^\circ$$

c) Valor de la frecuencia del campo rotativo.

De acuerdo con el teorema de Ferraris, el campo rotativo tiene la misma frecuencia que las corrientes que lo generan, por lo que la frecuencia del campo rotativo será de 50 Hz.

EJERCICIO 14

Un generador síncrono trifásico de cinco pares de polos consta de un estator de 120 ranuras rectas. Sabiendo que el valor de su factor de paso es 0,9914, se pide:

- a) Distancia, en grados geométricos, entre dos polos consecutivos.
- b) Paso de bobina medido en ranuras.
- c) Factor de distribución.
- d) Factor de bobinado.

a) Distancia, en grados geométricos, entre dos polos consecutivos.

Entre dos polos consecutivos hay siempre una distancia de 180 grados magnéticos, lo que equivale a 180 grados eléctricos. Los grados eléctricos y los grados geométricos están relacionados a través del número de pares de polos (p), según la siguiente expresión:

$$\theta_{\text{eléctrico}} = p \cdot \theta_{\text{geométrico}}$$

Por tanto, la distancia en grados geométricos entre dos polos consecutivos será:

$$\theta_{\text{geométrico}} = \frac{\theta_{\text{eléctrico}}}{p} = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ \text{ geométricos}$$

b) Paso de bobina medido en ranuras.

El paso de bobina (Y_B) es la distancia angular existente entre dos lados activos de la espira, en este caso medida esta distancia en ranuras. El paso polar (Y_p) es la distancia angular existente entre dos polos consecutivos. Ambas distancias, paso de bobina y paso polar, permiten definir el factor de paso a través de la siguiente expresión:

$$K_p = \operatorname{sen} \left(90 \cdot \frac{Y_B}{Y_p} \right)$$

El paso polar se calcula mediante el número total de ranuras del estator ($K = 120$) y el número de polos ($2 \cdot p = 2 \cdot 5 = 10$):

$$Y_p = \frac{K}{2 \cdot p} = \frac{120}{2 \cdot 5} = 12 \text{ ranuras}$$

Sustituyendo en la expresión del factor de paso, se obtiene el paso de bobina:

$$0,9914 = \operatorname{sen}\left(90 \cdot \frac{Y_B}{12}\right) \Rightarrow Y_B = \frac{12}{90} \cdot \operatorname{arc sen}(0,9914) = 11 \text{ ranuras}$$

El paso de bobina es menor que el paso polar, por lo que se trata de un bobinado de paso acortado.

c) Factor de distribución.

El número de ranuras por polo y fase (K_{pq}) y el número de fases (q) intervienen en la definición de la expresión del factor de distribución:

$$K_d = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{90}{q}\right)}{K_{pq} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{90}{q \cdot K_{pq}}\right)}$$

El número de ranuras por polo y fase se calcula como el cociente entre el número total de ranuras del estator (120) y el producto del número total de polos ($2 \cdot p$) y fases (q):

$$K_{pq} = \frac{K}{2 \cdot p \cdot q} = \frac{120}{2 \cdot 5 \cdot 3} = 4 \text{ ranuras}$$

Sustituyendo en la expresión del factor de distribución:

$$K_d = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{90}{3}\right)}{4 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{90}{3 \cdot 4}\right)} = 0,9577$$

d) Factor de bobinado.

El factor de bobinado (K_b) se define como el producto del factor de distribución (K_d), del factor de paso (K_p) y del factor de inclinación (K_i). El primero de los factores se ha calculado en el apartado anterior y el segundo es dato. En cuanto al factor de inclinación, al ser las ranuras rectas, su valor es la unidad.

$$K_b = K_d \cdot K_p \cdot K_i = 0,9577 \cdot 0,9914 \cdot 1 = 0,9494$$

EJERCICIO 15

El bobinado tetrapolar de una máquina rotativa tiene las siguientes características:

- Trifásico.
- 144 espiras totales.
- Cuatro lados activos de espira alojados en cada ranura.
- Separación de 17 ranuras entre lados activos de una misma espira.
- La inclinación de las ranuras respecto a la generatriz del cilindro sobre el cual se sitúan es de dos ranuras.

Calcular:

- a) Factor de paso.
- b) Factor de distribución.
- c) Factor de inclinación.
- d) Factor de bobinado.

a) Factor de paso.

Según la expresión del factor de paso, para su cálculo es necesario obtener el paso de bobina (Y_B) y el paso polar (Y_p):

$$K_p = \operatorname{sen}\left(90 \cdot \frac{Y_B}{Y_p}\right)$$

El paso de bobina es dato, ya que en el enunciado se especifica que existe una separación de 17 ranuras entre lados activos de la espira ($Y_B = 17$). A continuación se procede a calcular el paso polar.

En primer lugar se calcula el número de espiras por fase como el número total de espiras (144) entre el número de fases (3), es decir, 48 espiras por fase. Como cada espira tiene dos lados activos, habrá un total de $48 \cdot 2 = 96$ lados activos por fase. Según el enunciado hay 4 lados activos en cada ranura, por lo que el número de ranuras por fase será $96/4 = 24$ ranuras.

Por otra parte, dado que la máquina es tetrapolar, es decir, tiene cuatro polos, el número de pares de polos es $p = 2$.

Con estos datos, se calcula el número de ranuras por polo y fase (K_{pq}):

$$K_{pq} = \frac{\text{número ranuras por fase}}{2 \cdot p} = \frac{24}{4} = 6 \text{ ranuras}$$

Conocido el número de ranuras por polo y fase ($K_{pq} = 6$), y el número de fases ($q = 3$), se puede calcular el paso polar:

$$Y_p = q \cdot K_{pq} = 3 \cdot 6 = 18 \text{ ranuras}$$

Sustituyendo los datos de paso de bobina y paso polar, se obtiene el factor de paso.

$$K_p = \operatorname{sen}\left(90 \cdot \frac{17}{18}\right) = 0,9962$$

b) Factor de distribución.

El cálculo del factor de distribución se puede obtener sin más que aplicar la expresión que lo define:

$$K_d = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{90}{q}\right)}{K_{pq} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{90}{q \cdot K_{pq}}\right)} = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{90}{3}\right)}{6 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{90}{3 \cdot 6}\right)} = 0,9561$$

c) Factor de inclinación.

El factor de inclinación (K_i) tiene en cuenta la influencia de la posible inclinación de las ranuras. Esta inclinación se considera, según el enunciado, de dos ranuras ($c = 2$). Con este dato y el dato del paso polar, se puede calcular el valor del factor de distribución mediante la siguiente expresión:

$$K_i = \frac{\frac{\sin\left(\frac{c}{Y_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right)}{\frac{c}{2} \cdot \frac{\pi}{2}}}{\frac{\sin\left(\frac{2}{18} \cdot \frac{\pi}{2}\right)}{\frac{2}{18} \cdot \frac{\pi}{2}}} = \frac{\sin\left(\frac{2}{18} \cdot \frac{\pi}{2}\right)}{\frac{2}{18} \cdot \frac{\pi}{2}} = 0,9949$$

d) Factor de bobinado.

Finalmente el factor de bobinado se calcula como el producto de los tres factores calculados en los apartados anteriores.

$$K_b = K_d \cdot K_p \cdot K_i = 0,9561 \cdot 0,9962 \cdot 0,9949 = 0,9476$$

3.2. Ejercicios propuestos

EJERCICIO 16

El circuito magnético de la Figura 3.20 está formado por chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a 1 T y 50 Hz. El núcleo tiene un factor de relleno de 0,95. Si a su arrollamiento de 1.500 espiras se le aplica una corriente continua de 1 A, se pide:

- a) Inducción de trabajo.
- b) Permeabilidad relativa en estas condiciones.
- c) Si aparece un entrehierro de 10 mm, calcular la nueva intensidad necesaria para mantener las condiciones iniciales de inducción.

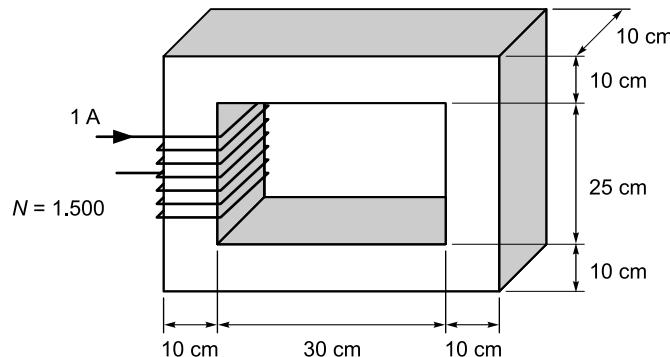
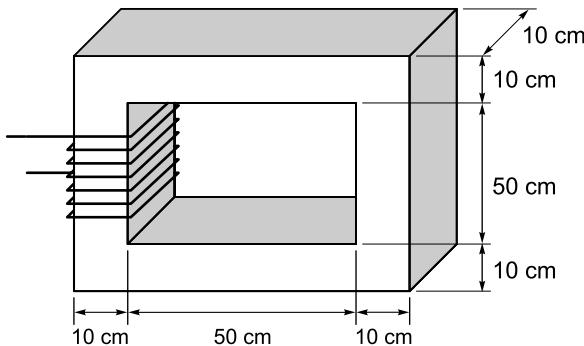


FIGURA 3.20.

EJERCICIO 17

El circuito magnético de la Figura 3.21 está construido con chapa magnética y papel como material aislante. La chapa magnética es de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T.

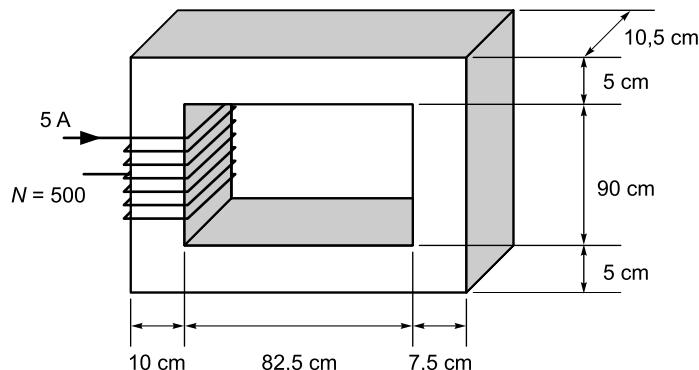
**FIGURA 3.21.**

Cuando el material aislante es papel con un factor de relleno de 0,88, el flujo que circula por el circuito al aplicar una determinada intensidad a las 500 espiras de su bobinado es de 10 mWb. Por otra parte, si se sustituye el papel por un determinado barniz, el volumen del núcleo se reduce en un 5%. Calcular:

- Valor de la corriente aplicada, en el caso de emplear papel, para obtener el flujo de 10 mWb.
- Factor de relleno correspondiente al barniz empleado.
- Valor de corriente que debe circular por las espiras para mantener el flujo en 10 mWb, si el aislante empleado es el barniz mencionado.

EJERCICIO 18

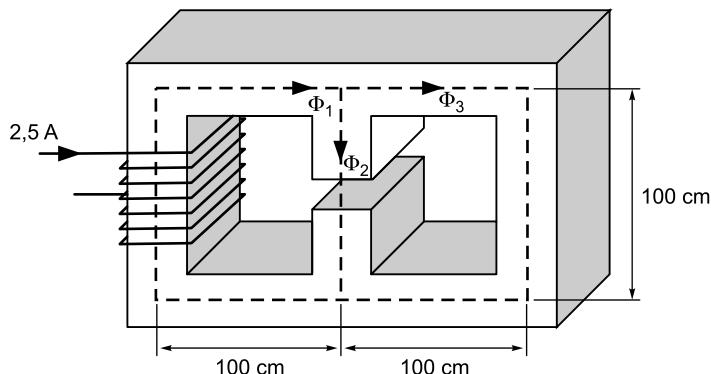
Calcular el flujo que se establece en el circuito magnético de la Figura 3.22, cuyo núcleo está constituido con chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T. Considerar un factor de relleno de 0,95.

**FIGURA 3.22.**

EJERCICIO 19

El circuito magnético de la Figura 3.23, construido con chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T, posee una sección útil constante de 0,1 m² y un bobinado recorrido por una corriente continua de 2,5 A. Calcular:

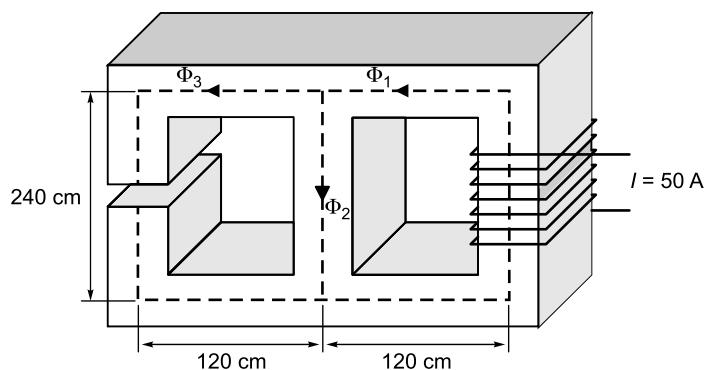
- a) El número de espiras N de la bobina para que el flujo $\Phi_3 = 0,04$ Wb.
- b) Si el bobinado posee 1.500 espiras, calcular el flujo Φ_3 .

**FIGURA 3.23.****EJERCICIO 20**

Un núcleo de chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T, pesa 200 kg. El núcleo forma parte de una máquina rotativa que trabaja a 50 Hz y a una inducción de 1,2 T. Determinar las pérdidas por histéresis y por Foucault del núcleo.

EJERCICIO 21

El circuito de la Figura 3.24 está formado por tres columnas y construido con chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de

**FIGURA 3.24.**

50 Hz y una inducción de 1 T. La columna central tiene una sección útil de 125 cm^2 , mientras que las otras dos tienen una sección útil de 250 cm^2 . En la columna de la izquierda hay un entrehierro de 10 mm, mientras que en la columna de la derecha se encuentra alojada una bobina de N espiras. Calcular el número de espiras del arrollamiento si se desea que, cuando circule una corriente continua de 50 A, el flujo por el entrehierro sea de 0,015 Wb.

EJERCICIO 22

Sea el circuito magnético de la Figura 3.25, construido con chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T. Sobre la columna de la izquierda se desea montar una bobina que cree por dicha columna un flujo Φ_1 , tal que por la columna de la derecha circule un flujo $\Phi_3 = 0,00152 \text{ Wb}$. Considerando un factor de relleno de 0,95, calcular la corriente continua que debe ser aplicada a la bobina.

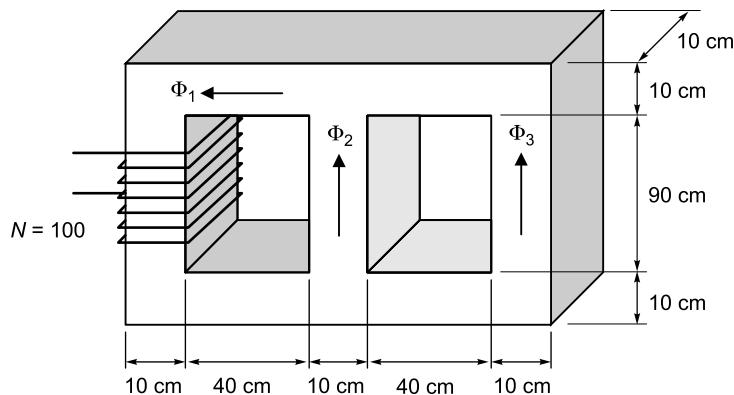


FIGURA 3.25.

EJERCICIO 23

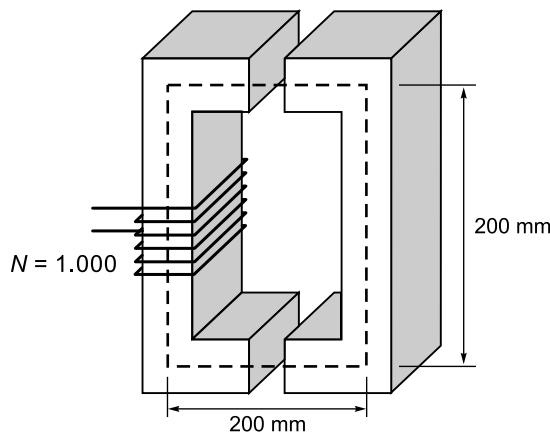
Un circuito rectangular homogéneo construido con chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T, tiene una longitud media de 1,2 m y una sección útil de $0,35 \text{ m}^2$. En una de las columnas se encuentra instalada una bobina de 800 espiras. Se pide:

- Intensidad de corriente continua necesaria para establecer un flujo de 0,325 Wb y permeabilidad relativa del material en ese estado de funcionamiento.
- Si aparece un entrehierro de 1,9 mm, calcular el valor del flujo cuando las 800 espiras están recorridas por la intensidad calculada en el apartado anterior.
- Con el entrehierro de 1,9 mm, calcular el valor de la intensidad necesaria para que el flujo sea de 0,325 Wb.
- Número de espiras necesario para obtener el flujo del apartado c) con la intensidad calculada en el apartado a).

EJERCICIO 24

Sea un núcleo magnético de columnas rectas, como el indicado en la Figura 3.26, con dos entrehielros de 4,8 mm cada uno. El núcleo está formado por chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T. Sabiendo que la sección útil es constante y de valor 25 cm^2 , se pide:

- Si se desea obtener una inducción de 1,2 T en el circuito magnético, calcular la intensidad de corriente continua necesaria.
- Si se alimenta a la bobina con una corriente continua de 10 A, determinar la inducción en el núcleo en esas nuevas condiciones.
- En el punto de magnetización correspondiente al apartado b), determinar la permeabilidad relativa del material.
- Si todo el núcleo tiene un peso de 175 kg y la frecuencia de trabajo es de 50 Hz, calcular las pérdidas en el hierro cuando se trabaja a una inducción máxima de 1,2 T.

**FIGURA 3.26.****EJERCICIO 25**

Un circuito magnético posee una longitud media de 140 cm, una sección útil uniforme de 120 cm^2 y está construido con chapa magnética de 0,5 mm de espesor y 2,6 W/kg de pérdidas en el hierro, medidas a una frecuencia de 50 Hz y una inducción de 1 T. Se pide:

- Si en una de las columnas se coloca una bobina de 550 espiras, recorridas por una corriente continua de 1,5 A, calcular la inducción a la que trabaja el material y el flujo.
- Si en la otra columna aparece un entrehierro de 4,8 mm, calcular el número de espiras necesarias en la bobina para que, recorridas por 1,5 A, se tenga la misma inducción que en el apartado anterior.
- Hallar la inducción cuando en la bobina calculada en el apartado anterior se tiene una intensidad de 1,7 A.

EJERCICIO 26

Un circuito magnético de un determinado material ferromagnético posee una longitud de 100 cm y una sección útil de 10 cm². Además, tiene arrollada una bobina de $N = 1.000$ espiras y se encuentra trabajando en la zona de saturación con una inducción de 1,5 T y una permeabilidad relativa de valor $\mu_r = 400$, cuando por la bobina circula una determinada corriente I . En un rediseño del circuito se pretende añadir un entrehierro para alejar el punto de funcionamiento de la zona de saturación. Así, se añade un entrehierro para aumentar 10 veces la permeabilidad relativa del circuito manteniendo la intensidad constante. Si en estas nuevas circunstancias se sabe que la inducción se reduce a la mitad, calcular el espesor del entrehierro necesario.

EJERCICIO 27

Dos circuitos magnéticos homogéneos simples, construidos con diferentes materiales ferromagnéticos, poseen la misma geometría y el mismo número de espiras arrolladas en una de sus columnas. Se sabe que cuando circula una corriente I por sus bobinados, en uno de los circuitos la inducción es el doble de la que aparece en el otro circuito. Si circula una corriente continua I por las bobinas, se pide:

- a)** Relación existente entre las permeabilidades de ambos circuitos.
- b)** Relación existente entre los flujos que circulan por ambos circuitos.
- c)** Relación existente entre las intensidades de campo magnético de ambos circuitos.

EJERCICIO 28

Un rotor cilíndrico de un par de polos posee un bobinado de N espiras y puede girar libremente en torno a su eje. Si por el bobinado circula una corriente continua I y se le dota al rotor de un giro de 30 rps:

- a)** Calcular la frecuencia del campo rotativo.

Si en lugar de corriente continua se aplica al bobinado una corriente alterna de 50 Hz, manteniendo el giro del rotor en 30 rps, calcular:

- b)** La velocidad de giro de los campos rotativos generados que vería un observador fijo en el espacio.
- c)** La velocidad de giro de los campos rotativos generados que vería un observador que se mueve solidario con el rotor.

EJERCICIO 29

El bobinado monofásico de corriente alterna de una máquina rotativa tiene un factor de distribución de 0,642. La distancia en grados geométricos entre dos polos consecutivos es de 18° y la separación entre los lados activos de cada espira es de seis ranuras. Sabiendo que su factor de bobinado vale 0,6259, se pide:

- a) Número de polos para el que ha sido construido el bobinado.
- b) Número de ranuras en las que se ubica el bobinado descrito.
- c) Factor de paso del bobinado.
- d) Justificar si las ranuras son rectas o inclinadas.

EJERCICIO 30

El bobinado del estator de un generador síncrono se construye con espiras de paso diametral alojadas en ranuras rectas. Si se distribuyen las espiras a lo largo de todo el perímetro interno del cilindro del estator sobre el que se alojan, calcular la máxima reducción posible en la tensión generada si:

- a) Se trata de una máquina monofásica.
- b) Se trata de una máquina trifásica.

3.3. Soluciones

3.3.1. Ejercicios resueltos

1. a) $N = 122$ b) $N = 146$ c) $B = 1,4 \text{ T}$ d) $P_{\text{Fe}} = 898,56 \text{ W}$
2. a) $\Phi_{\text{papel}} = 8,71 \text{ mWb}$, $\Phi_{\text{barniz}} = 8,91 \text{ mWb}$, $\Phi_{\text{carlite}} = 9,60 \text{ mWb}$
b) $\mu_r = 1.260,51$
3. a) $N = 60$ b) $\Phi = 0,0228 \text{ Wb}$
4. a) $N = 86$ b) $P_{\text{Fe}} = 0 \text{ W}$
5. a) $P_H = 2,22 \text{ W/kg}$, $P_F = 1,08 \text{ W/kg}$ b) $P_H = 2,19 \text{ W/kg}$, $P_F = 0,91 \text{ W/kg}$
6. a) $m = 500,086 \text{ kg}$ b) $P = 2.753,06 \text{ W}$
7. a) $P_H = 4,89 \text{ W/kg}$, $P_F = 0,37 \text{ W/kg}$
8. a) $\Phi_1 = 3,52 \text{ mWb}$, $\Phi_2 = 1,76 \text{ mWb}$, $\Phi_3 = 5,28 \text{ mWb}$
9. a) $I_1 = 0,905 \text{ A}$, $I_2 = 0,487 \text{ A}$, $I_3 = 1,392 \text{ A}$
10. a) $H = 1.000 \text{ Av/m}$ b) $I = 10,97 \text{ A}$ c) $B = 0,689 \text{ T}$ d) $\mu_r = 1.613,15$
11. a) $\Phi_3 = 0,015 \text{ Wb}$
12. a) $L_{\text{aire}} = 1,047 \text{ mm}$
13. a) $n = 1.500 \text{ rpm}$ b) $\theta_{\text{geométrico}} = 90^\circ$ c) $f = 50 \text{ Hz}$
14. a) $\theta_{\text{geométrico}} = 36^\circ$ b) $Y_B = 11$ c) $K_d = 0,9577$ d) $K_b = 0,9494$
15. a) $K_p = 0,9962$ b) $K_d = 0,9561$ c) $K_i = 0,9949$ d) $K_b = 0,9476$

NOTA: Si en la resolución de los ejercicios se observa alguna pequeña discrepancia con estos resultados, téngase presente el margen de variación de resultados a causa de la lectura de datos sobre las curvas de características magnéticas.

3.3.2. Ejercicios propuestos

16. a) $B = 1,19 \text{ T}$ b) $\mu_r = 946,97$ c) $I = 7,31 \text{ A}$
17. a) $I = 4,08 \text{ A}$ b) $F_r = 0,926$ c) $I = 3,65 \text{ A}$
18. a) $\Phi = 5,64 \text{ mWb}$
19. a) $N = 2.448$ b) $\Phi_3 = 0,034 \text{ Wb}$
20. a) $P_H = 512,48 \text{ W}, \quad P_F = 216 \text{ W}$
21. a) $N = 282$
22. a) $I = 7 \text{ A}$
23. a) $I = 0,795 \text{ A}, \quad \mu_r = 1.394,21$
b) $\Phi = 0,1064 \text{ Wb}$ c) $I = 2,55 \text{ A}$ d) $N = 2.566$
24. a) $I = 9,99 \text{ A}$ b) $B = 1,197 \text{ T}$ c) $\mu_r = 879,96$ d) $P_{\text{Fe}} = 647,5 \text{ W}$
25. a) $B = 0,975 \text{ T}, \quad \Phi = 11,7 \text{ mWb}$ b) $N = 3.033$ c) $B = 1,0761 \text{ T}$
26. a) $L_{\text{aire}} = 4,75 \text{ mm}$
27. a) $r_\mu = 2$ b) $r_\Phi = 2$ c) $r_H = 1$
28. a) $f = 30 \text{ Hz}$ b) $n_1 = 80 \text{ rps}, \quad n_2 = -20 \text{ rps}$
c) $n_1 = 50 \text{ rps}, \quad n_2 = -50 \text{ rps}$
29. a) Número polos = 20 b) $K = 140$ c) $K_p = 0,9749$
d) $K_i = 1$ (ranuras rectas)
30. a) 36,34% b) 4,51%

NOTA: Si en la resolución de los ejercicios se observa alguna pequeña discrepancia con estos resultados, téngase presente el margen de variación de resultados a causa de la lectura de datos sobre las curvas de características magnéticas.

CONCEPTOS TEÓRICOS DE TRANSFORMADORES



- 4.1. Transformador de potencia monofásico
- 4.2. Funcionamiento del transformador monofásico
- 4.3. Estudio del transformador trifásico
- 4.4. Acoplamiento en paralelo de transformadores
- 4.5. Autotransformadores



4.1. Transformador de potencia monofásico

4.1.1. Generalidades

Se denominan transformadores de potencia aquellas máquinas encargadas de adaptar los niveles de tensión de las distintas partes que componen el Sistema Eléctrico de Potencia (Figura 4.1).

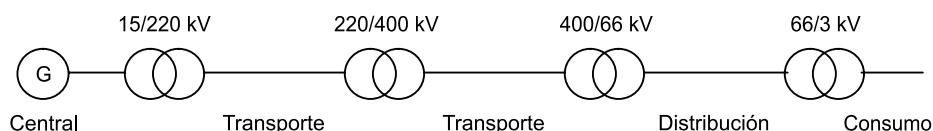


FIGURA 4.1. Sistema Eléctrico de Potencia.

El transformador está formado básicamente por un circuito magnético y dos devanados eléctricos (Figura 4.2). De estos devanados, se denomina devanado primario a aquel por el cual se alimenta el transformador (lado por donde recibe la energía) y devanado secundario a aquel al cual se conecta la carga (lado por donde entrega la energía).

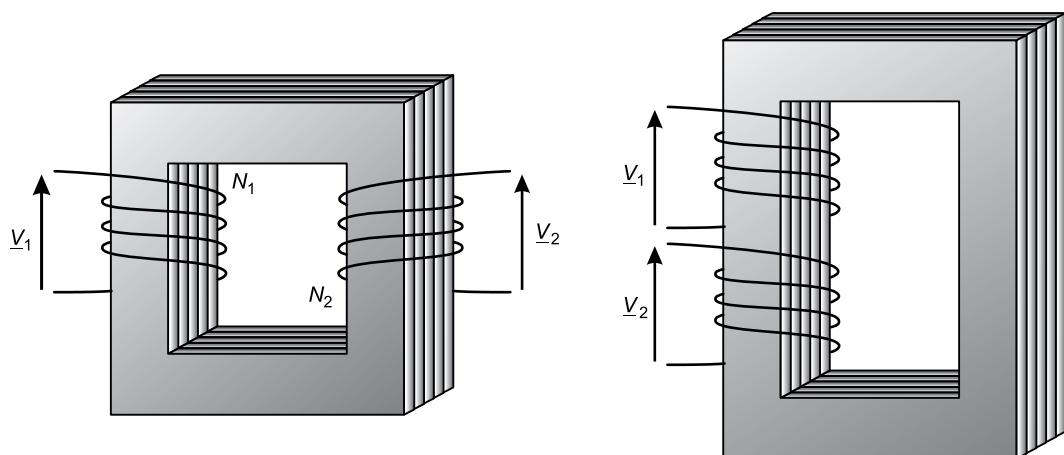


FIGURA 4.2. Partes activas de un transformador de potencia.

Por otra parte, un transformador elevador es aquel en el cual la tensión de entrada es menor que la de salida, es decir, aquel en el que el lado de baja tensión (BT) es el primario y el lado de alta tensión (AT) es el secundario. En cambio, un transformador es reductor cuando la tensión de entrada es mayor que la de salida y, por lo tanto, el lado de AT es el primario y el lado de BT es el secundario.

Además de los puramente estructurales, los elementos constituyentes de un transformador de potencia se pueden clasificar en:

- Partes activas: bajo esta denominación se agrupa al circuito magnético y al circuito eléctrico (Figura 4.3). Son los elementos más importantes del transformador ya que son los responsables de la recepción y transmisión de la energía eléctrica.

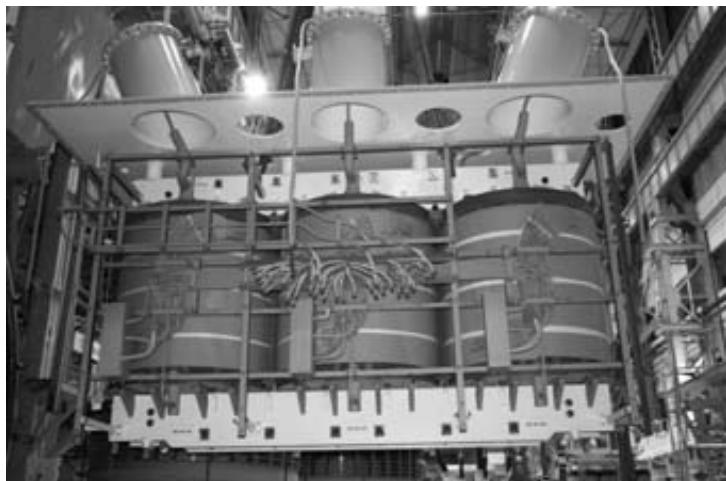


FIGURA 4.3. Partes activas de un transformador de potencia trifásico (por cortesía de ABB).

- Sistema de entrada/salida: permite conectar entre sí el circuito eléctrico del transformador con las líneas eléctricas de entrada y salida del mismo. Está formado principalmente por los bornes de AT (aislantes más altos y con conductores de menor sección) y BT (aislantes más bajos y con conductores de mayor sección).
- Sistema de refrigeración: el funcionamiento del transformador origina unas pérdidas que se transforman en calor que es preciso evacuar al exterior para mantener la temperatura de funcionamiento dentro de los límites admisibles. Esta evacuación se realiza a través del refrigerante (generalmente aceite mineral), la superficie del tanque o cuba y, en algunos casos, aletas de refrigeración y/o ventiladores para forzar la circulación del aire y favorecer la evacuación del calor (Figura 4.4).

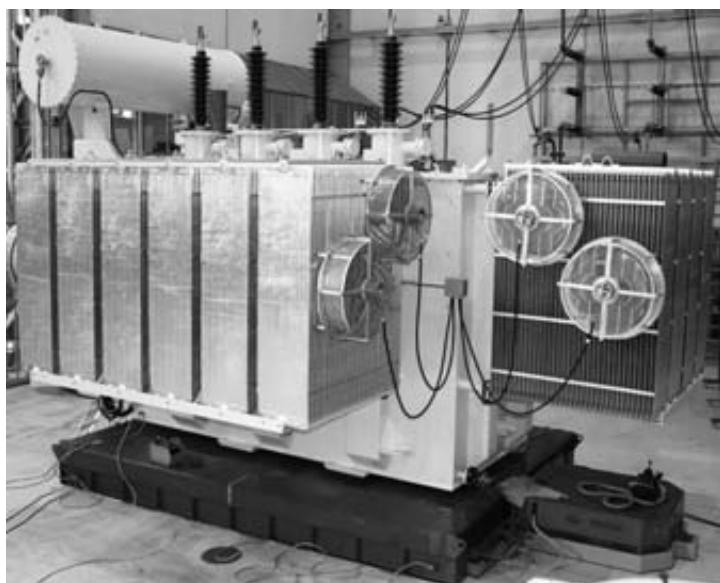


FIGURA 4.4. Sistema de refrigeración (aletas y ventiladores) (por cortesía de ABB).

- Sistemas de protección: para proteger al refrigerante (depósito de expansión, filtro de entrada de aire) del contacto con agentes externos que degradarían sus propiedades y al transformador de fallos en el refrigerante (Relé Buchholz). Además de estas protecciones específicas, el transformador puede incluir protecciones convencionales de tipo eléctrico como la puesta a tierra, protección diferencial, etc.
- Sistema de control: para tener información del estado del transformador (nivel del refrigerante, termómetro, válvula de toma de muestras, etc.) y hacer que funcione en las condiciones definidas (regulador de tensión).

Aunque su principio de funcionamiento es el mismo, el aspecto externo de un transformador de potencia puede variar notablemente. Así, por ejemplo, atendiendo a la función que desempeñan, que va asociada a sus niveles de potencia y tensión, los transformadores tienen aspectos como los mostrados en las Figuras 4.5, 4.6 y 4.7.



FIGURA 4.5. Transformador de distribución tipo poste.

4.1.2. Transformador monofásico ideal en vacío

Como primer paso para estudiar el principio de funcionamiento de los transformadores, se analiza a continuación el caso del transformador ideal. Se dice que un transformador es ideal cuando cumple las cuatro hipótesis siguientes:

- El circuito magnético no está saturado, es decir, la curva B - H no presenta saturación.
- No existen pérdidas en el hierro en el circuito magnético, por lo que no existe ciclo de histéresis.
- Los bobinados del transformador son de resistencia nula, es decir, las pérdidas por efecto Joule en sus conductores son nulas.
- No existe flujo disperso. Todo el flujo creado se canaliza por el circuito magnético.



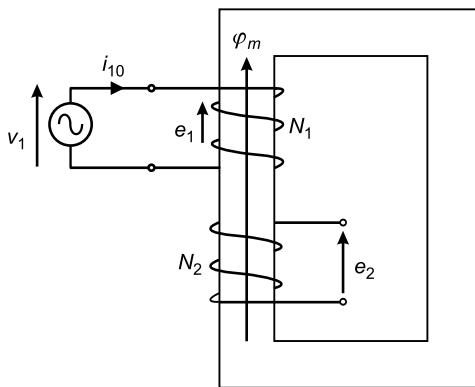
FIGURA 4.6. Transformador de distribución sin depósito de expansión (por cortesía de ORMAZABAL).



FIGURA 4.7. Transformador de transporte con depósito de expansión (por cortesía de ABB).

Un transformador se dice que trabaja en vacío cuando, estando alimentado por su primario, no posee ninguna carga conectada en el secundario. La Figura 4.8 muestra un transformador monofásico en vacío. La aplicación de una tensión sinusoidal $v_1(t)$ por el primario provoca la circulación de un flujo $\varphi_m(t)$ que, en cumplimiento de la ley de Hopkinson, exige la circulación de una intensidad $i_{10}(t)$ por las espiras del primario tal que se cumpla que:

$$N_1 \cdot i_{10}(t) = \varphi_m(t) \cdot \mathfrak{R}$$

**FIGURA 4.8.** Transformador ideal en vacío.

Es muy importante, sobre todo para entender posteriormente las formas de onda correspondientes al caso de un transformador real, tener presente que el orden de imposición de las magnitudes del primario es:

$$v_1(t) \rightarrow \varphi_m(t) \rightarrow i_{10}(t) \quad (4.1)$$

Debido a las hipótesis realizadas, no existe flujo de fugas y todo el flujo $\varphi_m(t)$ creado en el primario circula por el núcleo magnético del transformador y se cierra por el interior de las espiras del primario y secundario.

La aplicación de la segunda ley de Kirchhoff al circuito eléctrico del primario, teniendo en cuenta la ley de Lenz y que la resistencia de las espiras se considera nula, da lugar a:

$$v_1(t) - N_1 \frac{d\varphi_m(t)}{dt} = i_{10}(t) \cdot 0$$

Por lo que, utilizando de aquí en adelante por simplicidad de nomenclatura la notación empleada en la Figura 4.8, se tiene que:

$$v_1 = N_1 \frac{d\varphi_m}{dt} = e_1$$

De esta igualdad se desprende que, si la tensión aplicada es sinusoidal, el flujo será también sinusoidal.

Este flujo φ_m es también el responsable de inducir en las espiras del secundario una tensión interna e_2 . Por esta razón, φ_m recibe habitualmente la denominación de flujo mutuo o flujo útil.

En la Figura 4.9 se indican, para distintos casos, las polaridades de las fuerzas electromotrices inducidas correspondientes al bobinado primario.

Asignando al flujo mutuo la expresión:

$$\varphi_m = \Phi_0 \cdot \cos \omega t$$

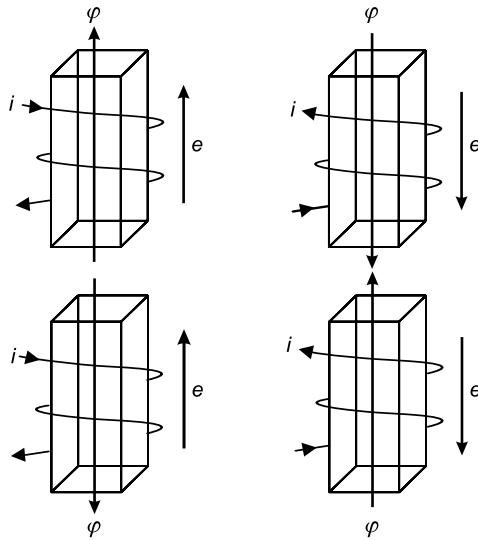


FIGURA 4.9. Polaridades de las fuerzas electromotrices inducidas.

las expresiones de e_1 y e_2 son:

$$e_1 = N_1 \cdot \frac{d\varphi_m}{dt} = -N_1 \cdot \Phi_0 \cdot \omega \cdot \sin \omega t = -N_1 \cdot \Phi_0 \cdot 2\pi \cdot f \cdot \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$e_2 = N_2 \cdot \frac{d\varphi_m}{dt} = -N_2 \cdot \Phi_0 \cdot \omega \cdot \sin \omega t = -N_2 \cdot \Phi_0 \cdot 2\pi \cdot f \cdot \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

Cuyos valores eficaces son:

$$E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f$$

$$E_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot N_2 \cdot \Phi_0 \cdot f = 4,44 \cdot N_2 \cdot \Phi_0 \cdot f$$

El cociente entre estos valores eficaces define la relación de transformación del transformador:

$$\text{Relación de transformación} = a = \frac{E_1}{E_2} = \frac{4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f}{4,44 \cdot N_2 \cdot \Phi_0 \cdot f} = \frac{N_1}{N_2}$$

Teniendo en cuenta las hipótesis realizadas, todas las magnitudes son sinusoidales y, en consecuencia, las ecuaciones en valores instantáneos pueden ser representadas por ecuaciones vectoriales.

$$\underline{V}_1 = \underline{E}_1$$

$$\frac{\underline{E}_1}{\underline{E}_2} = \frac{\underline{E}_1}{\underline{E}_2} = a$$

$$N_1 \cdot \underline{I}_{10} = \underline{\Phi}_m \cdot \mathfrak{R}$$

Si se representan gráficamente todas estas expresiones, se llega al diagrama vectorial del transformador ideal en vacío representado en la Figura 4.10.

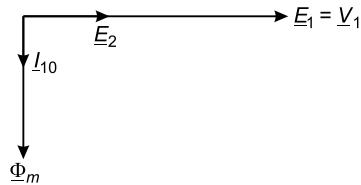


FIGURA 4.10. Diagrama vectorial del transformador ideal en vacío.

4.1.3. Transformador real en vacío

Eliminando las cuatro hipótesis bajo las que se desarrolla el transformador ideal se obtiene el transformador real. La Figura 4.11 muestra el caso del transformador real en vacío. En ella φ_d representa el flujo de fugas que se produce en el primario. En el bobinado secundario no existe flujo de dispersión o de fugas debido a que por sus espiras no circula intensidad.

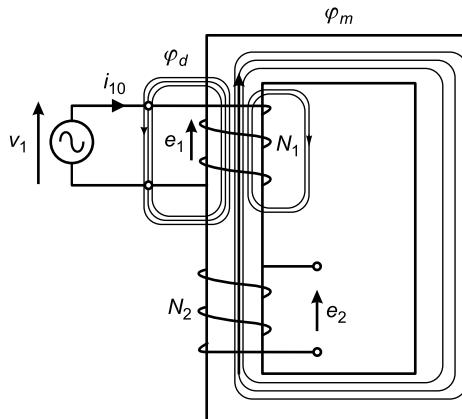


FIGURA 4.11. Transformador real en vacío.

Teniendo en cuenta la existencia de este flujo de fugas, que equivale a eliminar la última hipótesis del transformador ideal, se tiene que:

$$e_1 = N_1 \cdot \frac{d(\varphi_m + \varphi_d)}{dt}$$

$$e_2 = N_2 \cdot \frac{d\varphi_m}{dt}$$

Eliminando ahora la tercera hipótesis del transformador ideal y aplicando el segundo teorema de Kirchhoff al circuito primario, se obtiene la ecuación:

$$v_1 - e_1 = R_1 \cdot i_{10}$$

donde R_1 representa la resistencia del bobinado primario. Teniendo en cuenta la expresión de e_1 y reordenando los términos se llega a:

$$v_1 - N_1 \cdot \frac{d(\varphi_m + \varphi_d)}{dt} = R_1 \cdot i_{10}$$

$$v_1 - N_1 \cdot \frac{d\varphi_m}{dt} = R_1 \cdot i_{10} + N_1 \cdot \frac{d\varphi_d}{dt}$$

Debido a que el flujo de dispersión o de fugas circula mayoritariamente por el aire se puede suponer un comportamiento lineal, por lo que:

$$N_1 \cdot \frac{d\varphi_d}{dt} = L_1 \cdot \frac{di_{10}}{dt}$$

donde L_1 es un coeficiente de autoinducción constante, debido precisamente a que el camino del flujo de fugas es principalmente el aire.

$$v_1 - N_1 \cdot \frac{d\varphi_m}{dt} = R_1 \cdot i_{10} + L_1 \cdot \frac{di_{10}}{dt}$$

Por convenio de notación, se vuelve a llamar e_1 a la f.e.m. debida exclusivamente al flujo mutuo φ_m . Por tanto:

$$v_1 - e_1 = R_1 \cdot i_{10} + L_1 \cdot \frac{di_{10}}{dt}$$

Dicha expresión, en forma vectorial, se convierte en:

$$\underline{V}_1 - \underline{E}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_{10} + j\omega L_1 \cdot \underline{I}_{10}$$

donde

$$\omega L_1 = X_1$$

por lo que:

$$\underline{V}_1 = \underline{E}_1 + \underline{I}_{10} \cdot (R_1 + jX_1)$$

$$\underline{V}_1 = \underline{E}_1 + \underline{I}_{10} \cdot \underline{Z}_1$$

Lo anteriormente expuesto demuestra que una bobina real puede ser asimilada a una bobina ideal más una impedancia (\underline{Z}_1) en serie, que representa la influencia del flujo de dispersión (X_1) y las pérdidas por efecto Joule (R_1), tal como se observa en la Figura 4.12.

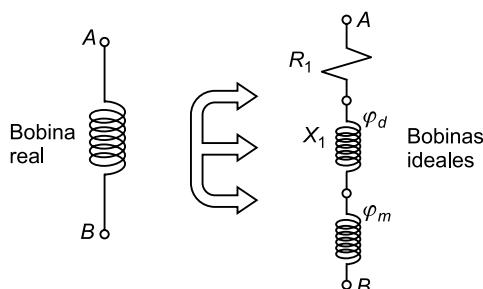


FIGURA 4.12. Representación de bobinas reales.

En el transformador real se sigue cumpliendo que:

$$E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f$$

$$E_2 = 4,44 \cdot N_2 \cdot \Phi_0 \cdot f$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

Si se eliminan las dos primeras hipótesis del transformador ideal y se tiene en cuenta el orden de imposición entre magnitudes, mostrado en (4.1), ante una tensión aplicada sinusoidal, el flujo será sinusoidal y la intensidad de vacío no será sinusoidal debido a la influencia del ciclo de histéresis, tal como se aprecia en la Figura 4.13.

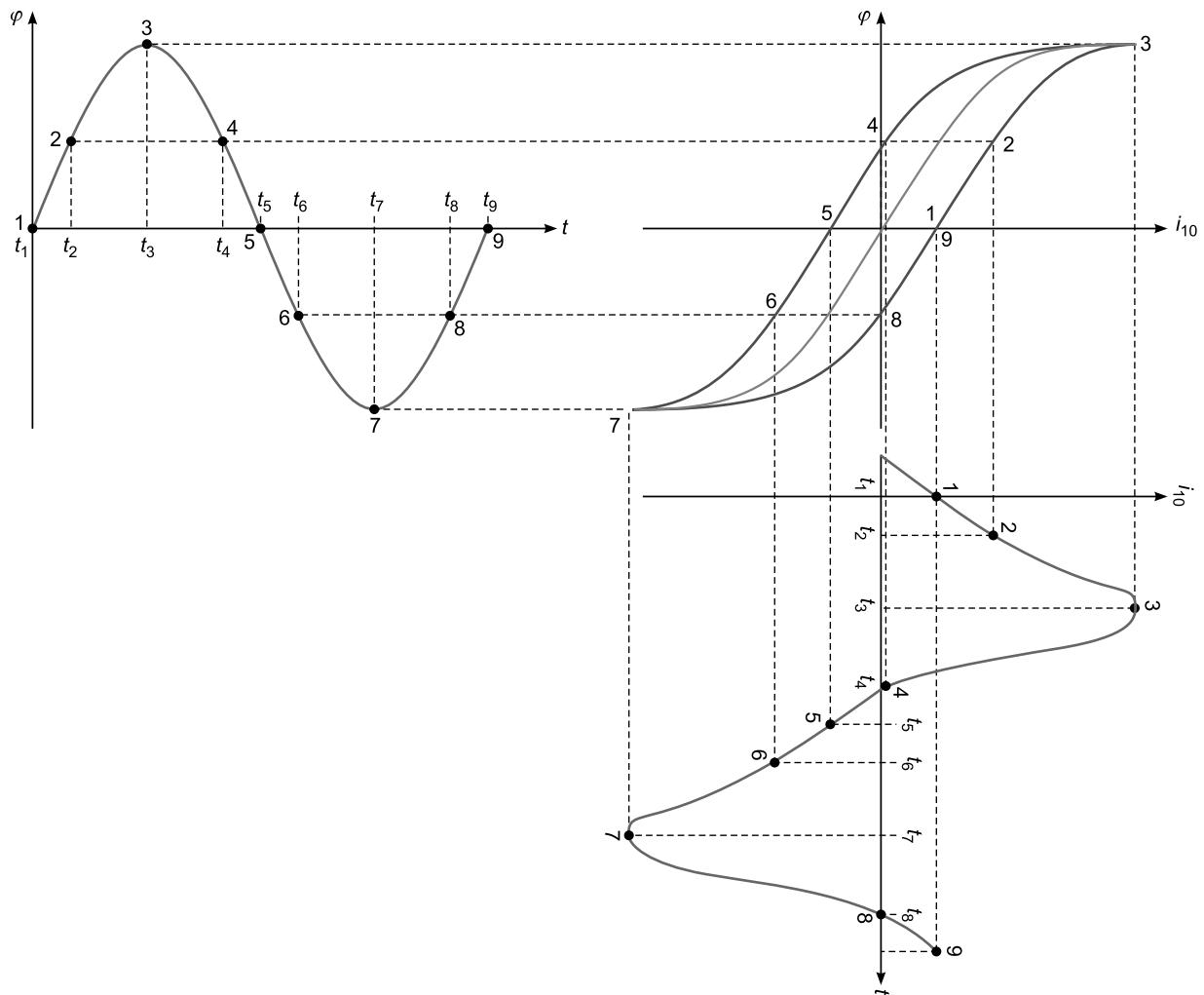


FIGURA 4.13. Intensidad de vacío real.

Con el fin de facilitar su estudio y poder utilizar la representación vectorial, se sustituye la intensidad de vacío real (no sinusoidal) por una sinusoides equivalente \underline{I}_{10} constituida por dos componentes:

$$\underline{I}_{10} = \underline{I}_m + \underline{I}_{Fe}$$

La denominación e interpretación de cada una de estas dos componentes es la señalada a continuación:

- Intensidad magnetizante (\underline{I}_m): es la encargada de crear el flujo útil o mutuo.
- Intensidad de pérdidas (\underline{I}_{Fe}): justifica las pérdidas en el hierro.

La representación vectorial de la intensidad de vacío equivalente (sinusoidal) es la mostrada en la Figura 4.14.

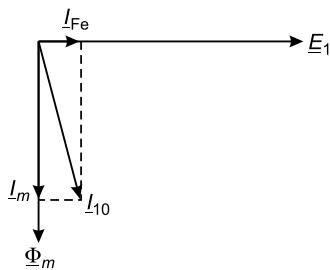


FIGURA 4.14. Intensidad de vacío equivalente (sinusoidal).

La representación de todas las expresiones vistas para el transformador real, bajo las condiciones en las que ha sido analizado, da lugar al diagrama vectorial en vacío del transformador real mostrado en la Figura 4.15.

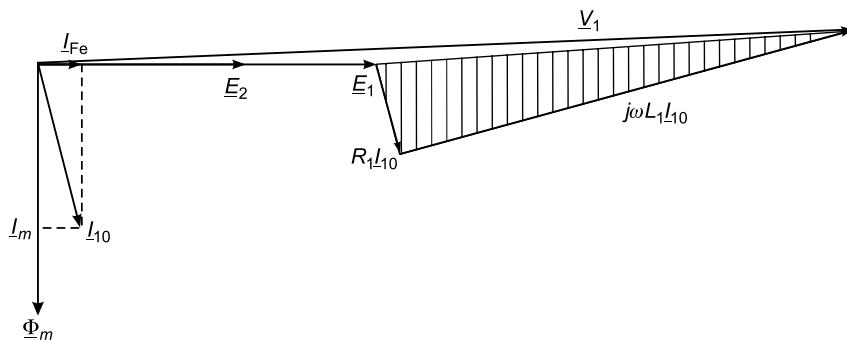


FIGURA 4.15. Diagrama vectorial del transformador real en vacío.

Si bien en el transformador ideal $V_1 = E_1$, en el transformador real esta igualdad no se cumple exactamente debido a la caída de tensión que tiene lugar en R_1 y X_1 . Sin embargo, esta caída de tensión es muy pequeña, por lo que el triángulo que se forma es muy pequeño, estando muy exagerado en el diagrama vectorial de la Figura 4.15 para poder ser apreciado, ya que en realidad se cumple que:

$$V_1 \approx E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f$$

4.1.4. Transformador real en carga

Se dice que un transformador está en carga cuando, estando alimentado por su primario, posee una carga conectada en el secundario (Figura 4.16). En estas condiciones existe circulación de intensidades tanto en el primario como en el secundario y, en consecuencia, flujos de dispersión o fugas en ambos bobinados.

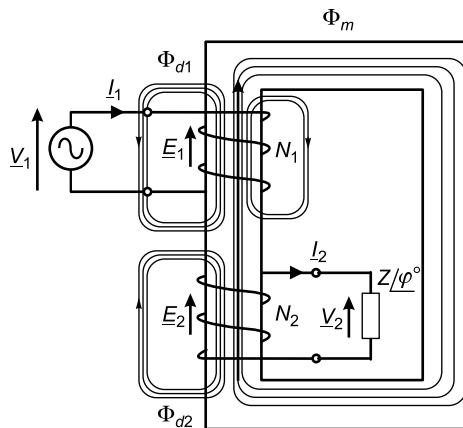


FIGURA 4.16. Transformador real en carga.

La aplicación de la ley de Lenz al circuito secundario muestra como el sentido de la intensidad de circulación que se establece por sus bobinados es contrario a la variación de flujo que la origina. Por este motivo, la fuerza magnetomotriz creada en el secundario ($N_2 \cdot I_2$) es contraria a la del primario ($N_1 \cdot I_1$), ya que es esta última la que determina el sentido de circulación del flujo mutuo. Como los flujos de dispersión en cada bobinado son debidos exclusivamente a las intensidades que los recorren, el flujo de dispersión en el primario (φ_{d1}) tiene el mismo sentido que el flujo mutuo (φ_m) y el flujo de dispersión en el secundario (φ_{d2}) tiene distinto sentido que el flujo mutuo.

Por tanto, en situación de carga las expresiones de las fuerzas electromotrices inducidas en los devanados primario y secundario son las siguientes:

$$e_1 = N_1 \cdot \frac{d(\varphi_m + \varphi_{d1})}{dt}$$

$$e_2 = N_2 \cdot \frac{d(\varphi_m - \varphi_{d2})}{dt}$$

Aplicando el segundo teorema de Kirchhoff en el circuito primario y desarrollando la expresión:

$$v_1 - e_1 = R_1 \cdot i_1$$

$$v_1 - N_1 \cdot \frac{d(\varphi_m + \varphi_{d1})}{dt} = R_1 \cdot i_1$$

$$v_1 - N_1 \cdot \frac{d\varphi_m}{dt} = R_1 \cdot i_1 + N_1 \cdot \frac{d\varphi_{d1}}{dt}$$

Rrenombrando, por nomenclatura, como e_1 a la tensión debida al flujo mutuo y procediendo de forma similar al caso de transformador ideal anteriormente desarrollado, se tiene que:

$$v_1 - e_1 = R_1 \cdot i_1 + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt}$$

Ecuación que en forma vectorial se convierte en:

$$\underline{V}_1 = \underline{E}_1 + R_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega L_1 \cdot \underline{I}_1 = \underline{E}_1 + \underline{I}_1 \cdot (R_1 + jX_1)$$

Asimismo, se sigue cumpliendo que:

$$E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f$$

y que:

$$V_1 \approx E_1$$

Del mismo modo, aplicando el segundo teorema de Kirchhoff en el circuito secundario y desarrollando la expresión:

$$\begin{aligned} e_2 - v_2 &= R_2 \cdot i_2 \\ N_2 \cdot \frac{d(\varphi_m - \varphi_{d2})}{dt} - v_2 &= R_2 \cdot i_2 \\ N_2 \cdot \frac{d\varphi_m}{dt} - v_2 &= R_2 \cdot i_2 + N_2 \cdot \frac{d\varphi_{d2}}{dt} \end{aligned}$$

Utilizando los mismos criterios de nomenclatura que en el circuito primario:

$$e_2 - v_2 = R_2 \cdot i_2 + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt}$$

Expresando esta ecuación en forma vectorial:

$$\underline{E}_2 = \underline{V}_2 + R_2 \cdot \underline{I}_2 + j\omega L_2 \cdot \underline{I}_2 = \underline{V}_2 + \underline{I}_2 \cdot (R_2 + jX_2)$$

Al igual que en el devanado primario, se sigue cumpliendo que:

$$\begin{aligned} E_2 &= 4,44 \cdot N_2 \cdot \Phi_0 \cdot f \\ V_2 \approx E_2 & \end{aligned}$$

Aplicando estas expresiones al cálculo de la relación de transformación, se obtiene la relación entre las tensiones del primario y del secundario:

$$\frac{V_1}{V_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

Por otra parte, en el circuito magnético (ley de Hopkinson) se cumple la siguiente relación:

$$N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2 = \varphi_m \cdot \mathfrak{R}$$

Expresada en forma vectorial:

$$N_1 \cdot \underline{I}_1 - N_2 \cdot \underline{I}_2 = \underline{\varphi}_m \cdot \mathfrak{R}$$

Si se recuerda la expresión en la situación de vacío:

$$N_1 \cdot I_{10} = \phi_m \cdot \mathfrak{N}$$

Como las tensiones de alimentación son las mismas, los flujos en vacío y en carga son prácticamente iguales, con lo que:

$$N_1 \cdot I_1 - N_2 \cdot I_2 = N_1 \cdot I_{10}$$

Si se considera además que la magnitud de la corriente de vacío es habitualmente despreciable frente a la corriente de carga:

$$I_{10} \ll I_1 \Rightarrow N_1 \cdot I_1 \approx N_2 \cdot I_2$$

Con lo que la relación de intensidades en primario y secundario resulta ser inversa a la relación entre tensiones:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\frac{N_1}{N_2}} = \frac{1}{a}$$

4.1.5. Reducción de los valores del secundario al primario

Con objeto de obtener un circuito eléctrico que represente el comportamiento del transformador, es necesario realizar una transformación de los valores de las tensiones, intensidades e impedancias de uno de los lados del transformador. Esto es debido a que en el transformador real no existe continuidad eléctrica entre el primario y el secundario, ya que ambos están unidos solamente a través del circuito magnético.

Las relaciones entre tensiones e intensidades del primario y secundario son las obtenidas anteriormente:

$$\frac{V_1}{V_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{a}$$

A partir de estas dos relaciones se obtiene la relación entre impedancias (o resistencias o reactivas) del primario y secundario del transformador. Una impedancia del primario será resultado de la relación entre tensiones e intensidades del primario y una impedancia del secundario será resultado de la relación entre tensiones e intensidades del secundario; por tanto:

$$Z_{\text{prim}} = \frac{V_{\text{prim}}}{I_{\text{prim}}} = \frac{V_{\text{sec}} \cdot a}{I_{\text{sec}}} = \frac{V_{\text{sec}}}{I_{\text{sec}}} \cdot a^2 = Z_{\text{sec}} \cdot a^2 = Z'_{\text{sec}}$$

De estas relaciones se deduce que para referir los valores del secundario al primario:

- Las tensiones del secundario se refieren al primario multiplicándolas por la relación de tensiones (a).

- Las intensidades del secundario se refieren al primario dividiéndolas por la relación de tensiones (a).
- Las impedancias del secundario se refieren al primario multiplicándolas por la relación de tensiones al cuadrado (a^2).

Así, si se refieren al primario todas las expresiones anteriormente halladas en el transformador, se obtiene las siguientes magnitudes:

Tensiones del secundario referidas al primario:

$$\begin{aligned} V'_2 &= V_2 \cdot a \\ E'_2 &= E_2 \cdot a = E_1 \end{aligned}$$

Ecuación vectorial del secundario referida al primario:

$$\begin{aligned} E_2 &= \underline{V}_2 + R_2 \cdot \underline{I}_2 + jX_2 \cdot \underline{I}_2 \Rightarrow E_2 \cdot a = \underline{V}_2 \cdot a + (R_2 + jX_2) \cdot a^2 \cdot \underline{I}_2 \cdot \frac{1}{a} \\ \underline{E}'_2 &= \underline{V}'_2 + (R'_2 + jX'_2) \cdot \underline{I}'_2 \end{aligned}$$

Cumpliéndose asimismo en el secundario, para una impedancia de carga Z , las relaciones:

$$\underline{V}_2 = \underline{I}_2 \cdot \underline{Z} \Rightarrow \underline{V}_2 \cdot a = \frac{\underline{I}_2}{a} \cdot \underline{Z} \cdot a^2 \Rightarrow \underline{V}'_2 = \underline{I}'_2 \cdot \underline{Z}'$$

La tensión inducida por el flujo mutuo en el secundario, referida al primario, resulta ser igual a la tensión inducida por el flujo mutuo en el primario:

$$\frac{E_1}{E_2} = a \Rightarrow \underline{E}_1 = \underline{E}_2 \cdot a = \underline{E}'_2$$

Por otro lado, en lo que se refiere a relación entre intensidades, se cumple que:

$$\begin{aligned} N_1 \cdot \underline{I}_1 - N_2 \cdot \underline{I}_2 &= N_1 \cdot \underline{I}_{10} \\ \underline{I}_1 - \underline{I}'_2 &= \underline{I}_{10} \end{aligned}$$

Finalmente, la ecuación vectorial del primario no experimenta cambio alguno ya que se expresa directamente en función de magnitudes del primario:

$$\underline{V}_1 = \underline{E}_1 + \underline{I}_1 \cdot (R_1 + jX_1)$$

La representación gráfica de estas expresiones es la señalada en la Figura 4.17.

4.1.6. Circuito equivalente del transformador

El circuito equivalente de un transformador es el circuito eléctrico que permite representar su comportamiento.

Como ya se indicó anteriormente, una bobina real se puede representar mediante una bobina ideal, sin pérdidas ni flujo de fugas, más una resistencia y reactancia en serie. Así, el transformador real se puede representar tal como se indica en la Figura 4.18.

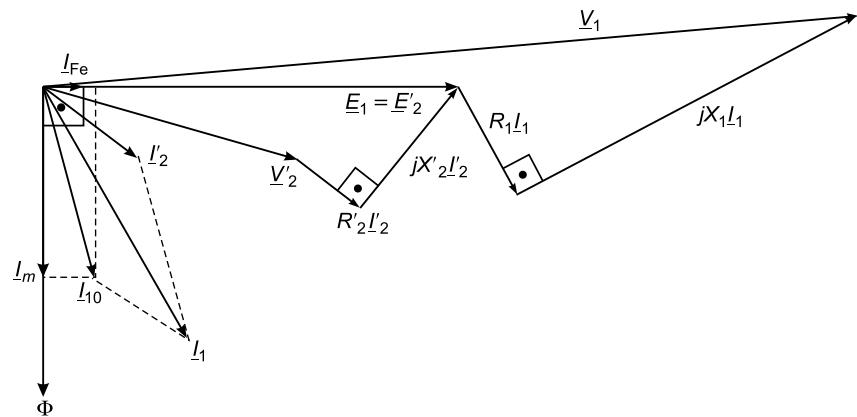


FIGURA 4.17. Diagrama vectorial del transformador real en carga.

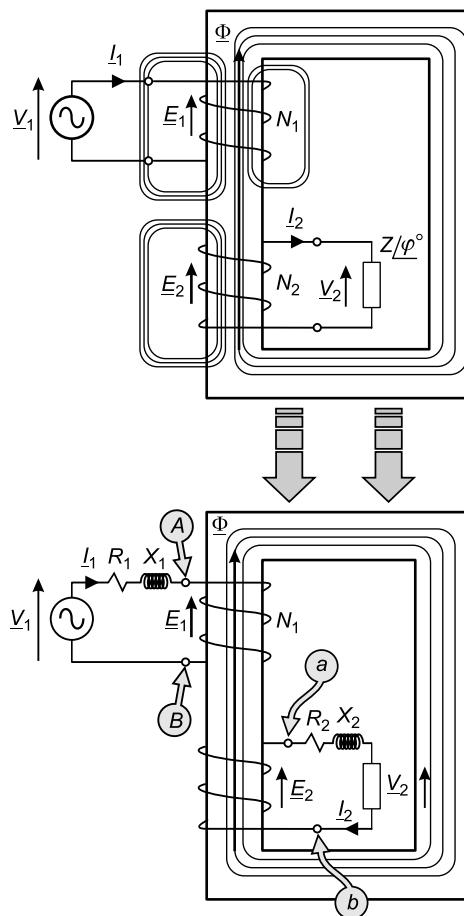


FIGURA 4.18. Representación del transformador real en carga.

Gracias a la reducción de los valores del secundario al primario se cumple que $E_1 = E'_2$ y, en consecuencia, se pueden unir los puntos A con a y B con b debido a que son equivalentes (Figura 4.19).

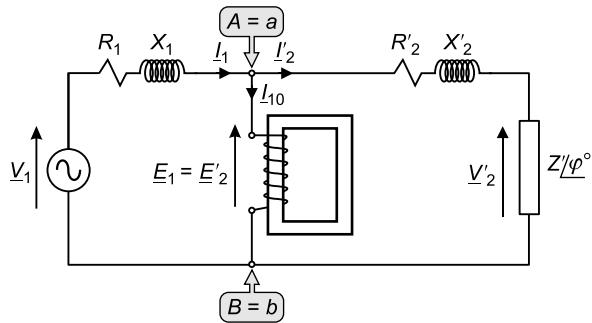


FIGURA 4.19. Deducción del circuito equivalente.

Además, para representar la relación existente entre intensidades

$$I_1 = I'_2 + I_{10}$$

es necesario incorporar una rama entre los puntos A = a y B = b. Esta rama recibe el nombre de rama de vacío. Es norma habitual considerar que esta rama está formada por dos en paralelo. En una de ellas se ubica la conductancia (G_0) que representa las pérdidas en el hierro y la componente de la intensidad de vacío correspondiente (I_{Fe}). La otra rama contiene la susceptancia (B_0) que representa la componente magnetizante (I_m), cumpliéndose que, tal como se ha visto anteriormente:

$$I_{10} = I_{Fe} + I_m$$

Siendo la admitancia del conjunto de ambas ramas:

$$Y_0 = G_0 - jB_0$$

Con todo ello el circuito equivalente del transformador monofásico resulta ser el mostrado en la Figura 4.20.

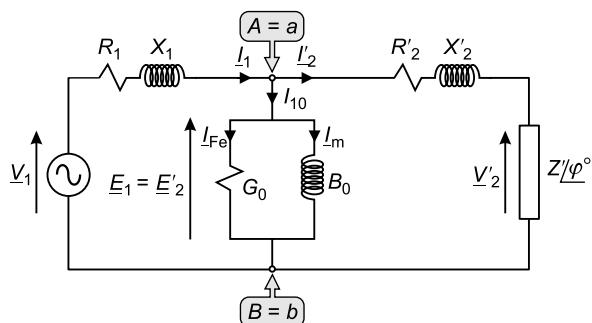


FIGURA 4.20. Circuito equivalente del transformador monofásico.

El circuito eléctrico representado en la Figura 4.20 es el circuito eléctrico equivalente del transformador monofásico. En él están representadas todas las relaciones anteriormente obtenidas, que se muestran de nuevo a continuación:

$$\underline{V}_1 = \underline{E}_1 + \underline{I}_1 \cdot (R_1 + jX_1)$$

$$\underline{E}'_2 = \underline{V}'_2 + \underline{I}'_2 \cdot (R'_2 + jX'_2)$$

$$\underline{E}_1 = \underline{E}'_2$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}'_2 + \underline{I}_{10}$$

$$\underline{I}_{10} = \underline{I}_m + \underline{I}_{Fe}$$

$$\underline{I}_m = -jB_0 \cdot \underline{E}_1$$

$$\underline{I}_{Fe} = G_0 \cdot \underline{E}_1$$

4.1.7. Circuito equivalente simplificado del transformador

Teniendo en cuenta las relaciones existentes entre las diversas magnitudes que intervienen en el transformador, es norma habitual realizar una serie de simplificaciones que no ponen en peligro los resultados obtenidos y facilitan la representación y estudio del transformador. Estas simplificaciones son:

- Como $I_{10} \ll I_1$, se considera que $\underline{I}_1 \approx \underline{I}'_2$.
- Como la caída de tensión en el primario es muy pequeña, se considera que $\underline{V}_1 \approx \underline{E}_1$.

Estas dos aproximaciones permiten definir el circuito equivalente simplificado (Figura 4.21) y el circuito equivalente simplificado práctico (Figura 4.22).

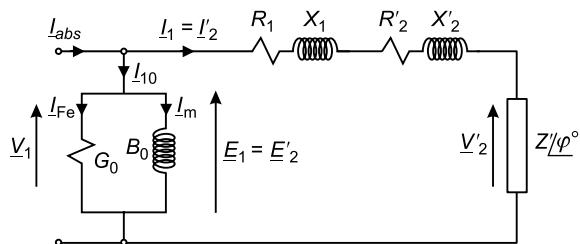


FIGURA 4.21. Circuito equivalente simplificado.

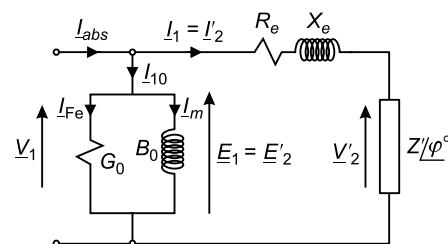


FIGURA 4.22. Circuito equivalente simplificado práctico.

Donde I_{abs} es la intensidad absorbida por el transformador y quedan definidas la impedancia, resistencia y reactancia equivalentes del transformador.

$$R_e = R_1 + R'_2$$

$$X_e = X_1 + X'_2$$

$$\underline{Z}_e = R_e + jX_e$$

4.1.8. Diagrama vectorial

En función del carácter inductivo o capacitivo de la carga acoplada, se pueden dar las siguientes situaciones:

- Ante cargas inductivas, el diagrama vectorial del circuito simplificado es de la forma señalada en la Figura 4.23.

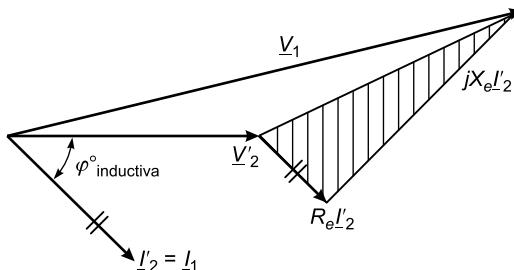


FIGURA 4.23. Diagrama vectorial simplificado.

Como se observa, con cargas inductivas siempre se cumple que $|\underline{V}_1| > |\underline{V}'_2|$.

- En el caso de carga capacitiva, el diagrama vectorial es de la forma señalada en la Figura 4.24.

Dicha figura muestra como, ante cargas muy capacitivas, la tensión V'_2 puede llegar a ser mayor que la tensión V_1 . Este fenómeno es conocido como efecto Ferranti.

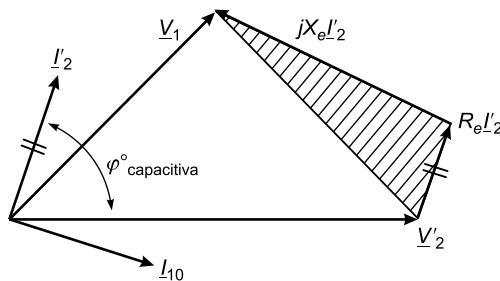


FIGURA 4.24. Carga capacitiva: efecto Ferranti.

4.1.9. Balance de potencias en el transformador

Las potencias puestas en juego en un transformador en condiciones normales de funcionamiento son las indicadas en la Figura 4.25.

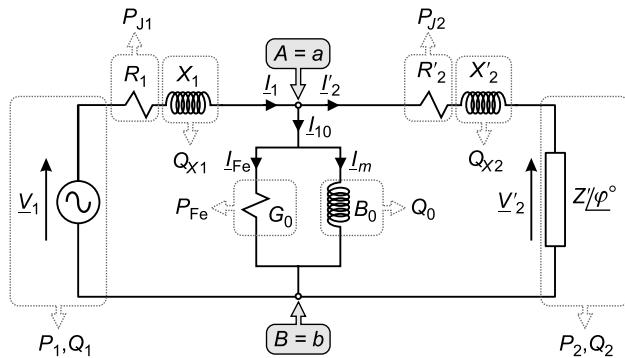


FIGURA 4.25. Balance de potencias.

Se debe tener presente que las potencias poseen el mismo valor referidas al primario que referidas al secundario, ya que el producto tensión · intensidad en el secundario se mantiene si ambas magnitudes se refieren al primario y los ángulos ($\cos \varphi$ y $\operatorname{sen} \varphi$) se mantienen invariantes. Por ejemplo, realizando el cálculo de las pérdidas por efecto Joule en el secundario se tiene que:

$$P_{J2} = R_2 \cdot I_2^2 = R_2 \cdot I_2^2 \cdot \frac{a^2}{a^2} = (R_2 \cdot a^2) \cdot \left(\frac{I_2}{a}\right)^2 = R'_2 \cdot I'^2_2$$

El balance de potencias activas es:

$$P_1 = P_2 + P_{J1} + P_{J2} + P_{Fe}$$

siendo:

P_{Fe} = Pérdidas en el hierro del circuito magnético.

P_{J1} = Pérdidas por efecto Joule en el bobinado primario.

P_{J2} = Pérdidas por efecto Joule en el bobinado secundario.

P_2 = Potencia activa útil entregada a la carga.

P_1 = Potencia activa absorbida de la red.

El balance de potencias reactivas es:

$$Q_1 = Q_2 + Q_{X_1} + Q_{X_2} + Q_0$$

siendo:

Q_0 = Potencia reactiva asociada al flujo útil.

Q_{X_1} = Potencia reactiva asociada al flujo de dispersión del primario.

Q_{X_2} = Potencia reactiva asociada al flujo de dispersión del secundario.

Q_2 = Potencia reactiva demandada por la carga.

Q_1 = Potencia reactiva absorbida de la red.

4.1.10. Valores nominales del transformador

Son los valores de diseño del transformador. Las máquinas eléctricas en general, así como los transformadores en particular, no pueden funcionar en cualquier tipo de condiciones. To-

dos ellos son proyectados y construidos para poder soportar unas determinadas condiciones límite. Se denomina condiciones nominales a aquellas condiciones en las cuales el transformador puede trabajar durante un tiempo, en teoría, infinito.

Las condiciones nominales llevan implícitos unos valores nominales de tensión, intensidad y potencia.

- Tensión nominal es aquella que el transformador puede soportar durante un tiempo indefinido. Su valor viene fijado, principalmente, por los aislantes eléctricos empleados en la construcción del transformador y por el criterio de impedir que el transformador entre en saturación. En consecuencia, existe un valor de tensión nominal en cada bobinado del transformador.
- Intensidad nominal es aquella cuya circulación puede ser soportada por los bobinados del transformador de forma indefinida. Su valor viene relacionado fundamentalmente con la sección de las espiras que forman los bobinados. Cada bobinado del transformador, primario o secundario, tiene su propio valor de intensidad nominal.

Teniendo en cuenta las relaciones existentes entre tensiones e intensidades y que no tendría sentido construir un transformador con bobinados preparados para soportar condiciones nominales en primario y secundario que no fuesen equivalentes, se llega a:

$$\frac{V_{1N}}{V_{2N}} = \frac{I_{2N}}{I_{1N}} = a$$

Con lo que la potencia nominal del transformador monofásico es un valor único para primario y secundario y, en consecuencia, característico del transformador en su conjunto.

$$S_N = V_{1N} \cdot I_{1N} = V_{2N} \cdot I_{2N}$$

Así, se definen:

S_N = Potencia nominal aparente del transformador.

V_{1N} = Tensión nominal del primario.

V_{2N} = Tensión nominal del secundario.

I_{1N} = Intensidad nominal del primario.

I_{2N} = Intensidad nominal del secundario.

Estos valores vienen recogidos en la placa de características del propio transformador. Lo habitual es que un transformador sea instalado para funcionar alimentado a tensión nominal.

4.2. Funcionamiento del transformador monofásico

4.2.1. Ensayo de vacío

Con este ensayo se van a obtener los parámetros de la rama de vacío (G_0, B_0) del circuito eléctrico equivalente del transformador.

El esquema del ensayo de vacío es el mostrado en la Figura 4.26. Normalmente, la tensión de alimentación es la nominal (ensayo de vacío nominal), aunque el transformador podría ser ensayado con cualquier otra tensión, siempre que dicha tensión pueda ser soportada por el bobinado en que se aplica.

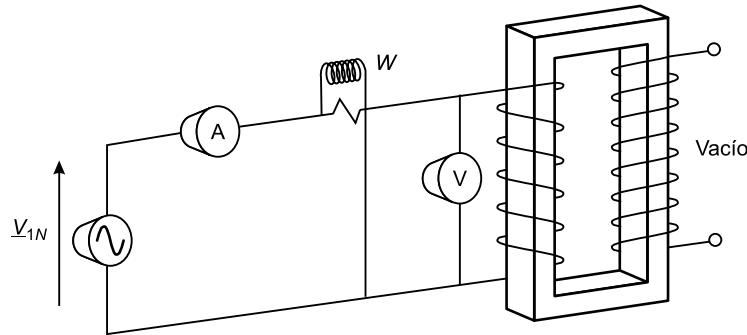


FIGURA 4.26. Ensayo de vacío nominal.

En el ensayo, se realizan las siguientes medidas (con los aparatos indicados):

- Voltímetro: $V_{10} = V_{1N}$ (por ser ensayo de vacío nominal)
- Amperímetro: I_{10}
- Vatímetro: $W_0 = W_{0V_N}$ (por ser ensayo de vacío nominal)

Utilizando el circuito eléctrico equivalente completo (Figura 4.7):

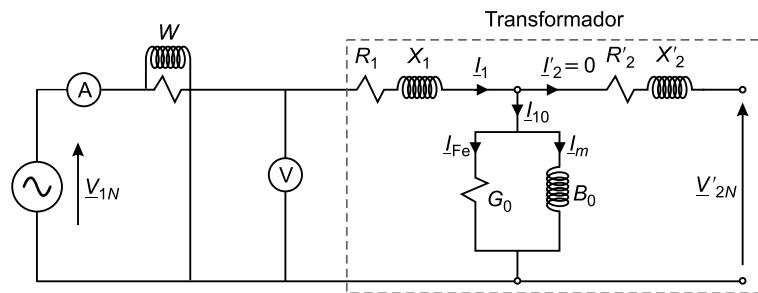


FIGURA 4.27. Circuito equivalente del ensayo de vacío nominal.

Si se realiza el balance de potencias, se cumple que:

$$W_0 = P_1 = P_2 + P_{J1} + P_{J2} + P_{Fe}$$

Teniendo en cuenta que el transformador se encuentra en vacío (es decir, sin carga en el secundario), las pérdidas por efecto Joule en el secundario y la potencia suministrada a la carga son nulas.

$$W_0 = 0 + P_{J1} + 0 + P_{Fe} = I_{10}^2 \cdot R_1 + P_{Fe}$$

Puesto que la corriente de vacío es mucho menor que la nominal (del orden del 1%), las pérdidas por efecto Joule en el devanado primario pueden considerarse despreciables frente a las pérdidas en el hierro. Por tanto, las pérdidas medidas en el ensayo de vacío son, aproximadamente:

mente, las pérdidas en el hierro correspondientes al funcionamiento del transformador a la tensión de alimentación a la que se ha realizado el ensayo.

$$W_0 \approx P_{Fe}$$

Los parámetros de la rama de vacío se pueden calcular a partir de las siguientes expresiones (en las que se ha considerado que $E_1 \approx V_{10}$):

$$G_0 = \frac{W_0}{V_{10}^2}$$

$$Y_0 = \frac{I_{10}}{V_{10}}$$

$$Y_0 = \sqrt{G_0^2 + B_0^2} \Rightarrow B_0 = \sqrt{Y_0^2 - G_0^2}$$

Además se cumple:

$$I_m = V_{10} \cdot B_0$$

$$I_{Fe} = V_{10} \cdot G_0$$

$$I_{10} = \sqrt{I_m^2 + I_{Fe}^2}$$

Se debe tener en cuenta que si se utilizan los valores correspondientes al ensayo realizado por el lado de AT del transformador, se obtienen los parámetros G_0 y B_0 referidos al lado de AT. Del mismo modo, si se utilizan en el cálculo los valores provenientes de un ensayo realizado con alimentación por el lado de BT, se obtienen los parámetros G_0 y B_0 referidos al lado de BT.

A nivel industrial es habitual que el ensayo se realice por el lado de BT, ya que es más fácil, seguro y asequible (se requiere menor tensión).

4.2.2. Ensayo de cortocircuito

Con este ensayo se obtienen los parámetros R_e y X_e del circuito eléctrico equivalente simplificado.

La Figura 4.28 muestra el esquema del ensayo de cortocircuito. Habitualmente, el ensayo es realizado para la intensidad nominal (ensayo de cortocircuito nominal), pero podría ser rea- lizado para cualquier otra intensidad de valor inferior.

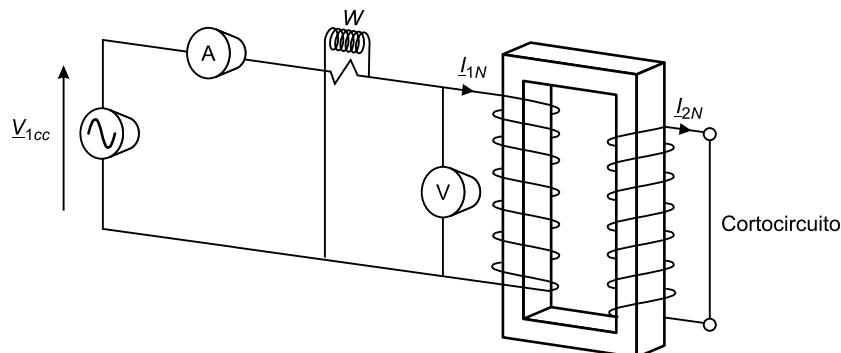


FIGURA 4.28. Ensayo de cortocircuito nominal.

Las lecturas que se realizan son:

- Amperímetro: $I_{1cc} = I_{1N}$ (por ser ensayo de cortocircuito nominal)
- Voltímetro: $V_{1cc} \ll V_{1N}$
- Vatímetro: $W_{cc} = W_{cc_{IN}}$ (por ser ensayo de cortocircuito nominal)

Si se emplea el circuito eléctrico equivalente completo (Figura 4.29):

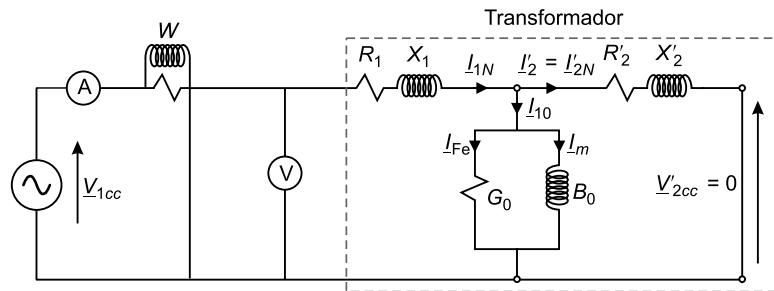


FIGURA 4.29. Circuito equivalente del ensayo de cortocircuito nominal.

El balance de potencias correspondiente a este ensayo es:

$$W_{cc} = P_1 = P_2 + P_{J1} + P_{J2} + P_{Fe}$$

Teniendo en cuenta que el secundario se encuentra en cortocircuito, la potencia entregada a la carga es nula.

$$P_2 = V'_2 \cdot I'_2 \cdot \cos \varphi = 0 \quad (\text{ya que } V'_2 = 0)$$

Por otra parte, las pérdidas en el hierro son función de la tensión ya que:

$$P_{Fe} = P_H + P_F = f(B_{\max}) = f(\Phi_0) = f(V_1)$$

Como la tensión aplicada en este ensayo es mucho menor que la tensión nominal, las pérdidas en el hierro son pequeñas, por lo que se pueden despreciar frente a las pérdidas en el cobre. De este modo:

$$W_{cc} \approx P_{J1} + P_{J2} = I_{1cc}^2 \cdot R_1 + I_{2cc}^2 \cdot R_2 = I_{1cc}^2 \cdot (R_1 + R'_2)$$

Los parámetros del circuito equivalente simplificado se obtienen a partir de las siguientes expresiones:

$$R_e = \frac{W_{cc}}{I_{1cc}^2}$$

$$Z_e = \frac{V_{1cc}}{I_{1cc}}$$

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2}$$

Es importante resaltar la diferencia que existe entre un ensayo de cortocircuito y un cortocircuito accidental.

- En el ensayo de cortocircuito nominal se aplica una tensión pequeña para que circule la intensidad nominal, con lo que:

$$Z_e = \frac{V_{1cc}}{I_{1N}}$$

- En un cortocircuito accidental, el cortocircuito se produce cuando la tensión aplicada es la nominal, con lo que:

$$Z_e = \frac{V_{1N}}{I_{1cc \text{ accidental}}}$$

Como el transformador es único, la impedancia equivalente es la misma. Por tanto, igualando impedancias, se obtiene que:

$$I_{1cc \text{ accidental}} = \frac{V_{1N}}{V_{1cc}} \cdot I_{1N} \Rightarrow I_{1cc \text{ accidental}} \gg I_{1N}$$

Es decir, en un cortocircuito accidental la intensidad que circula es mucho mayor que la nominal, con las fatales consecuencias que conlleva una corriente tan elevada, muy superior a la que el transformador puede soportar.

4.2.3. Coeficientes de Arnold

Para un transformador alimentado a tensión nominal, los coeficientes de Arnold se definen como:

$$u_R = \frac{R_e \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100$$

$$u_X = \frac{X_e \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100$$

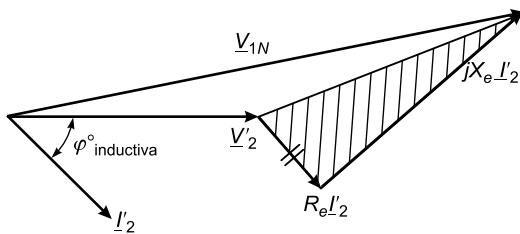
Estos coeficientes dan una idea de las caídas de tensión que tienen lugar en el interior del transformador (la debida a la resistencia y la debida a la reactancia). La tensión de cortocircuito en porcentaje (u_z) puede obtenerse a partir de estos dos coeficientes como sigue:

$$u_z = \sqrt{u_R^2 + u_X^2} = \frac{\sqrt{R_e^2 + X_e^2} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{Z_e \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{V_{1cc}}{V_{1N}} \cdot 100$$

4.2.4. Caída de tensión. Coeficiente de variación de tensión en el transformador

Si se considera el circuito eléctrico equivalente simplificado de un transformador alimentado a tensión nominal, se cumple que:

$$\underline{V}_{1N} = \underline{V}'_2 + \underline{I}'_2 \cdot (R_e + jX_e)$$

**FIGURA 4.30.** Diagrama vectorial del circuito equivalente simplificado.

El valor de V'_2 no es exactamente igual al valor de V_{1N} debido a que existe una caída de tensión interna en el transformador, como consecuencia de la circulación de intensidad por R_e y X_e .

Para cuantificar la caída de tensión interna que se produce en el transformador, se utiliza el denominado coeficiente de variación de tensión (u), que se define como:

$$u = \frac{|V_{1N}| - |V'_2|}{|V_{1N}|} \cdot 100 = \frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100$$

Este coeficiente permite calcular la tensión en bornes del secundario de la siguiente manera:

$$V'_2 = V_{1N} \cdot \left(1 - \frac{u}{100}\right) \Rightarrow V_2 = V_{2N} \cdot \left(1 - \frac{u}{100}\right)$$

Para calcular el coeficiente de variación de tensión se pueden emplear dos métodos, uno analítico y otro gráfico, método de Kapp y método de Arnold respectivamente, que pasan a explicarse a continuación.

4.2.4.1. Método gráfico de Kapp

Se apoya en la representación gráfica de la expresión:

$$V_{1N} = V'_2 + I'_2 \cdot (R_e + jX_e)$$

Los pasos del método son:

- Se dibuja, con una cierta escala de tensiones, el triángulo constituido por los catetos $(R_e \cdot I'_2)$ y $(X_e \cdot I'_2)$. A los vértices del mismo se los denomina O y O' .
- Por el punto O' se traza una horizontal.
- Por el punto O' se traza una recta que forma con la horizontal un ángulo φ_{ind} (con sentido antihorario) o φ_{capac} (con sentido horario).
- Desde el punto O y con radio V_{1N} , se traza un arco de circunferencia que cortará a la anterior recta (inductiva o capacitiva) en un cierto punto A . Se tiene, por tanto, que $\overline{O'A} = V'_2$.
- Si se traza una circunferencia con centro en O' y radio V_{1N} , ésta cortará a la recta (inductiva o capacitativa) en un cierto punto B . Se cumple que $\overline{O'B} = V_{1N}$.
- El coeficiente de regulación será $u = \frac{\overline{AB}}{\overline{O'B}} \cdot 100$.

Este método permite analizar de forma muy sencilla el valor de la tensión de salida, con relación a la de entrada, en función del ángulo de la carga. La Figura 4.31 permite comprobar como para ángulos inductivos, resistivos o poco capacitivos (hasta el punto *C*) el coeficiente de variación de tensión es positivo. Para el caso correspondiente al punto *C* este coeficiente es nulo ($V'_2 = V_{1N}$) y para ángulos más capacitivos que el correspondiente al punto *C* el coeficiente de variación de tensión se hace negativo. Es decir, para ángulos suficientemente capacitivos, la tensión de salida del transformador en carga se eleva por encima de la tensión de salida en vacío. Este fenómeno es conocido con el nombre de efecto Ferranti.

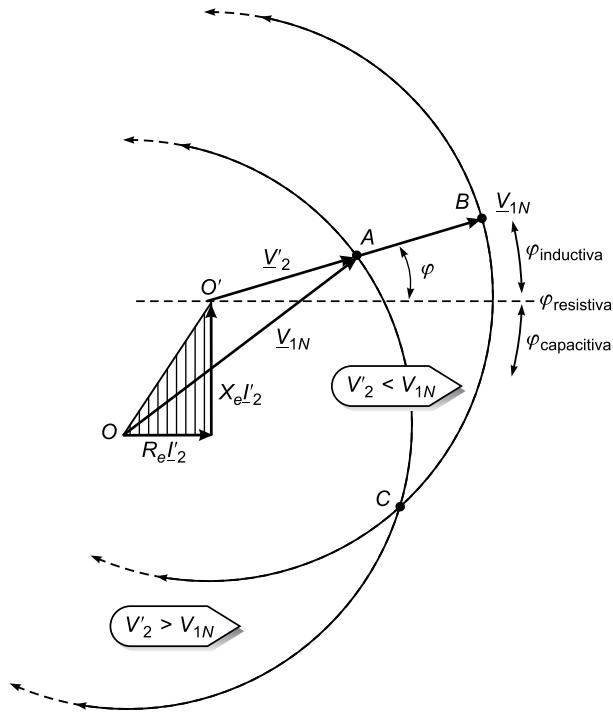


FIGURA 4.31. Método de Kapp.

4.2.4.2. Método analítico de Arnold

Sea un transformador que, estando alimentado por el primario a tensión nominal V_{1N} , tiene conectada una carga inductiva que absorbe una cierta intensidad I_2 . Su representación, empleando el circuito equivalente simplificado, es la mostrada en la Figura 4.32.

Para conocer cuál es la tensión de salida en bornes de la carga (V_2 o V'_2), se calcula previamente el coeficiente de variación de tensión (u).

Como ya es conocido, en el circuito equivalente simplificado (Figura 4.32) se cumple que:

$$\underline{V}_{1N} = \underline{V}'_2 + \underline{I}'_2 \cdot (R_e + jX_e) = \underline{V}'_2 + \underline{I}_1 \cdot (R_e + jX_e)$$

Como el triángulo OBA es rectángulo:

$$\overline{OA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{OB}^2$$

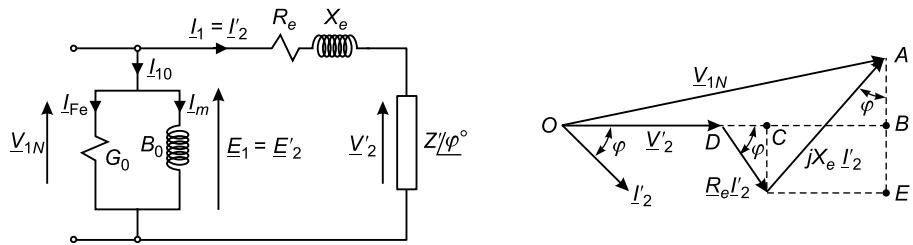


FIGURA 4.32. Método de Arnold.

Basándose en las magnitudes del transformador, es posible expresar los valores de los catetos e hipotenusa de este triángulo rectángulo de la siguiente forma:

$$\overline{OB} = \overline{OD} + \overline{DC} + \overline{CB} = V'_2 + R_e \cdot I'_2 \cdot \cos \varphi + X_e \cdot I'_2 \cdot \sin \varphi$$

$$\overline{AB} = \overline{AE} - \overline{BE} = X_e \cdot I'_2 \cdot \cos \varphi - R_e \cdot I'_2 \cdot \sin \varphi$$

$$\overline{OA} = V_{1N}$$

Operando se obtiene:

$$V_{1N}^2 = (V'_2 + R_e \cdot I'_2 \cdot \cos \varphi + X_e \cdot I'_2 \cdot \sin \varphi)^2 + (X_e \cdot I'_2 \cdot \cos \varphi - R_e \cdot I'_2 \cdot \sin \varphi)^2$$

Si se multiplica y divide por V_{1N}^2 el segundo término de la igualdad, se llega a:

$$\sqrt{V_{1N}^2 \left[1 - \left(\frac{X_e \cdot I'_2}{V_{1N}} \cos \varphi - \frac{R_e \cdot I'_2}{V_{1N}} \sin \varphi \right)^2 \right]} = \sqrt{(V'_2 + R_e \cdot I'_2 \cdot \cos \varphi + X_e \cdot I'_2 \cdot \sin \varphi)^2} \quad (4.2)$$

Como se obtiene una raíz del tipo $\sqrt{1 - \alpha^2}$, se puede descomponer en series de Taylor:

$$\sqrt{1 - \alpha^2} = 1 - \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^4}{4} - \frac{\alpha^6}{6} + \dots$$

Si α es mucho menor que 1, se cumple que:

$$\sqrt{1 - \alpha^2} \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

Aplicando esta aproximación a la Expresión (4.2) se obtiene:

$$V_{1N} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{X_e \cdot I'_2}{V_{1N}} \cos \varphi - \frac{R_e \cdot I'_2}{V_{1N}} \sin \varphi \right)^2 \right] = (V'_2 + R_e \cdot I'_2 \cdot \cos \varphi + X_e \cdot I'_2 \cdot \sin \varphi)$$

$$V_{1N} - V'_2 = R_e \cdot I'_2 \cdot \cos \varphi + X_e \cdot I'_2 \cdot \sin \varphi + \frac{V_{1N}}{2} \left[\frac{X_e \cdot I'_2}{V_{1N}} \cdot \cos \varphi - \frac{R_e \cdot I'_2}{V_{1N}} \sin \varphi \right]^2$$

Si se divide ambos términos de la igualdad entre V_{1N} :

$$\frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} = \frac{R_e \cdot I'_2 \cdot \cos \varphi}{V_{1N}} + \frac{X_e \cdot I'_2 \cdot \sin \varphi}{V_{1N}} + \frac{V_{1N}}{2} \cdot \left[\frac{X_e \cdot I'_2}{V_{1N}} \cdot \cos \varphi - \frac{R_e \cdot I'_2}{V_{1N}} \sin \varphi \right]^2 \cdot \frac{1}{V_{1N}}$$

Multiplicando ambos términos por 100:

$$\begin{aligned} \frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} 100 &= \frac{R_e \cdot I'_2 \cdot \cos \varphi}{V_{1N}} 100 + \frac{X_e \cdot I'_2 \cdot \sin \varphi}{V_{1N}} 100 + \\ &+ \frac{V_{1N}}{200} \cdot \left[\frac{X_e \cdot I'_2}{V_{1N}} \cdot \cos \varphi \cdot 100 - \frac{R_e \cdot I'_2}{V_{1N}} \sin \varphi \cdot 100 \right]^2 \cdot \frac{1}{V_{1N}} \end{aligned}$$

Definiendo el índice de carga (i) al que trabaja el transformador como:

$$i = \frac{I_1}{I_{1N}} = \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{I'_2}{I_{1N}}$$

Se tiene que:

$$I'_2 = i \cdot I_{1N}$$

Simplificando la expresión se obtiene:

$$\begin{aligned} u &= \frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} 100 = \frac{R_e \cdot i \cdot I_{1N} \cdot \cos \varphi}{V_{1N}} 100 + \frac{X_e \cdot i \cdot I_{1N} \cdot \sin \varphi}{V_{1N}} 100 + \\ &+ \frac{1}{200} \cdot \left[\frac{X_e \cdot i \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot \cos \varphi \cdot 100 - \frac{R_e \cdot i \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \sin \varphi \cdot 100 \right]^2 \end{aligned}$$

Finalmente, sacando el índice de carga como factor común, se obtiene la expresión de Arnold:

$$u = i \cdot (u_R \cdot \cos \varphi + u_X \cdot \sin \varphi) + \frac{i^2}{200} \cdot (u_X \cdot \cos \varphi - u_R \cdot \sin \varphi)^2$$

Si se halla el valor máximo de u en función del valor de φ :

$$\frac{du}{d\varphi} = 0 \Rightarrow u_R \cdot \sin \varphi = u_X \cdot \cos \varphi \Rightarrow \frac{u_X}{u_R} = \tan \varphi \Rightarrow \varphi = \varphi_e$$

En consecuencia, el valor del coeficiente de variación es máximo cuando el ángulo de la impedancia de la carga φ es igual al ángulo de la impedancia interna del transformador φ_e . Este aspecto se puede comprobar también en el diagrama de Kapp de la Figura 4.31.

La expresión de Arnold es aplicable siempre que se conozca la tensión de entrada V_1 (que generalmente será V_{1N}). Si no se conoce (por ser dato la tensión de salida e incógnita la tensión de alimentación), se deberá aplicar directamente la ecuación vectorial.

$$\underline{V}_{1N} = \underline{V}'_2 + \underline{I}'_2 \cdot (R_e + jX_e)$$

4.2.4.3. Regulación de la tensión variando el número de espiras

La relación de transformación de un transformador depende del número de espiras de los devanados primario y secundario. Si este número es invariable se tiene una única relación de transformación y, por tanto, ante una tensión de entrada al transformador la tensión de salida está unívocamente definida para una carga determinada (Figura 4.33).

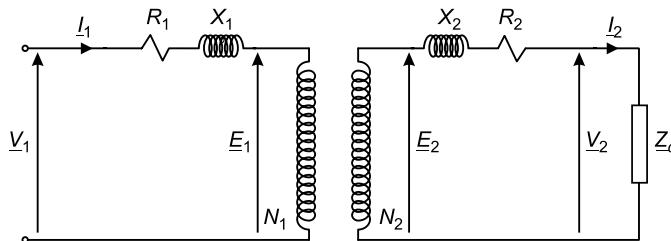


FIGURA 4.33. Transformador en carga.

En el transformador se cumplen las siguientes expresiones:

$$\underline{V}_2 = \underline{E}_2 - \underline{I}_2 \cdot (R_2 + jX_2)$$

$$\underline{V}_1 = \underline{E}_1 + \underline{I}_1 \cdot (R_1 + jX_1)$$

$$\frac{\underline{E}_1}{\underline{E}_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

A partir de ellas se obtiene la expresión:

$$\underline{V}_2 = \frac{N_2}{N_1} [\underline{V}_1 - \underline{I}_1 \cdot (R_1 + jX_1)] - \underline{I}_2 (R_2 + jX_2)$$

En esta expresión se observa que la tensión V_2 depende de la relación de espiras. Así, para poder regular esa tensión se establecen diversas derivaciones, denominadas tomas, de tal forma que se pueda modificar la relación de transformación. Estas tomas se pueden situar sobre los devanados primario o secundario o sobre ambos a la vez. Sin embargo, esta última posibilidad no se utiliza por ser más compleja y cara y no aportar ninguna prestación adicional (Figura 4.34).

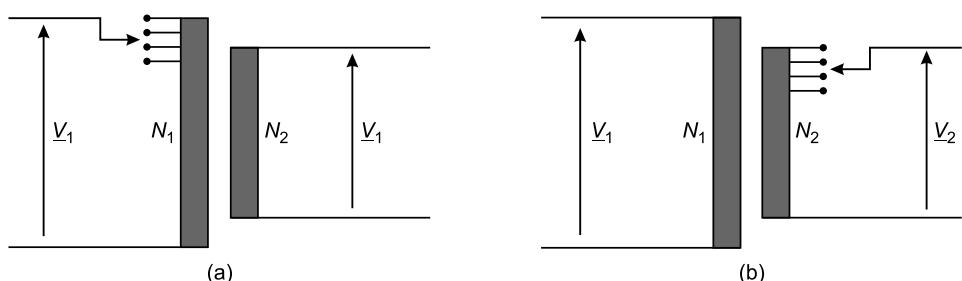


FIGURA 4.34. Regulación de tensión: (a) Primaria. (b) Secundaria.

Normalmente, las tomas se instalan por los siguientes motivos:

- Para mantener la tensión secundaria constante frente a variaciones de la tensión primaria.
- Para mantener la tensión secundaria constante frente a variaciones de la carga.

Se puede establecer cualquier número de tomas; sin embargo, desde un punto de vista económico, conviene no excederse innecesariamente en el margen de regulación, ya que encarece el precio del transformador. Un ejemplo de nomenclatura es:

$$30.000 \text{ V } \pm 2,5\% \pm 5\% - 7,5\% / 400 \text{ V}$$

que corresponde a un transformador de 30.000/400 de relación de transformación nominal, con un margen de regulación primaria que va desde $+5\%$ hasta $-7,5\%$, con escalones de $2,5\%$.

La regulación de tensión puede realizarse tanto en vacío, mediante dispositivos relativamente sencillos, como en carga, mediante dispositivos más sofisticados que deben garantizar la continuidad del suministro durante la maniobra de variación del número de espiras (Figura 4.35).



FIGURA 4.35. Regulador de tensión en carga (por cortesía de ABB).

4.2.5. Rendimiento de un transformador

El rendimiento de un transformador se define como:

$$\eta = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{absorbida}}} = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{útil}} + P_{\text{pérdidas}}} = \frac{P_2}{P_2 + P_{\text{Fe}} + P_{\text{Cu}}}$$

Sea un transformador que es alimentado por el primario a la tensión nominal V_{1N} , teniendo una carga inductiva conectada en el secundario que absorbe una cierta intensidad I_2 .

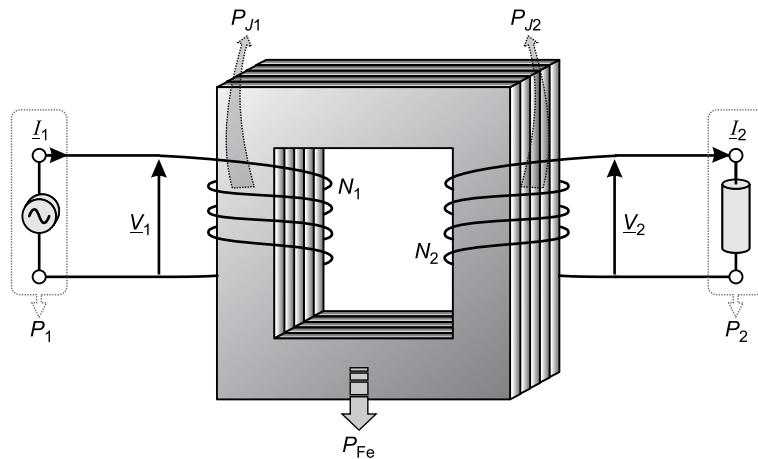


FIGURA 4.36. Potencia y pérdidas del transformador de potencia.

Las expresiones de las potencias puestas en juego en esta situación son las indicadas a continuación.

— Potencia útil de salida:

$$\begin{aligned} P_2 &= V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi = V_{2N} \cdot (1 - u) \cdot I_2 \cdot \cos \varphi \approx V_{2N} \cdot I_2 \cdot \cos \varphi = \\ &= V_{2N} \cdot I_{2N} \cdot i \cdot \cos \varphi = i \cdot S_N \cdot \cos \varphi \end{aligned}$$

[ya que el coeficiente de variación de la tensión u (en tanto por uno) es mucho menor que 1].

— Pérdidas en el hierro:

$$P_{Fe} = W_0$$

Las pérdidas en el hierro serán iguales a la potencia medida en un ensayo de vacío realizado a la tensión de alimentación. Por tanto, como en este caso la tensión de alimentación es la nominal:

$$W_0 = W_{0VN}$$

— Pérdidas en el cobre:

$$P_J = P_{Cu} = R_e \cdot I_2'^2 = R_e \cdot (i \cdot I_{1N})^2 = i^2 \cdot R_e \cdot I_{1N}^2 = i^2 \cdot W_{cc_{IN}}$$

Las pérdidas en el cobre serán iguales al índice de carga al cuadrado por la potencia medida en un ensayo de cortocircuito realizado a la intensidad nominal.

Por tanto, desarrollando la expresión del rendimiento:

$$\eta = \frac{i \cdot S_N \cdot \cos \varphi}{i \cdot S_N \cdot \cos \varphi + W_0 + i^2 \cdot W_{cc_{IN}}}$$

Operando y reduciendo la expresión, ésta queda en la forma:

$$\eta = \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi + \frac{W_0}{i \cdot S_N} + i \cdot \frac{W_{cc_{IN}}}{S_N}} = \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi + \frac{w_0}{i} + i \cdot w_j} \quad (4.3)$$

donde:

$$w_0 = \frac{W_0}{S_N}$$

$$w_j = \frac{W_{cc_{IN}}}{S_N}$$

Analizando cuándo se produce el rendimiento máximo para un determinado valor del factor de potencia, se comprueba que el rendimiento es máximo cuando el denominador de la expresión anterior sea mínimo. Por ello, derivando el denominador respecto del índice de carga i , se obtiene:

$$-\frac{w_0}{i_{\eta_{\max}}^2} + w_j = 0$$

$$i_{\eta_{\max}} = \sqrt{\frac{w_0}{w_j}} = \sqrt{\frac{W_0}{W_{cc_{IN}}}}$$

Si se sustituye el valor del índice de carga para el rendimiento máximo en (4.3), se obtiene el valor de dicho rendimiento máximo:

$$\eta_{\max} = \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi + 2\sqrt{w_0 \cdot w_j}}$$

La representación de diferentes curvas del rendimiento para distintos factores de potencia es la señalada en la Figura 4.37. El transformador se suele diseñar para un índice de rendimiento máximo en el entorno de 0,75. Ello es debido a que el rendimiento mantiene un alto valor para condiciones de funcionamiento comprendidas entre el índice de carga de rendimiento máximo y la plena carga ($i=1$), que son valores habituales de funcionamiento para un transformador.

Por otra parte, las pérdidas en el hierro y en el cobre que se producen en el punto de máximo rendimiento son iguales, ya que:

$$P_{Cu} = i_{\eta_{\max}}^2 \cdot W_{cc_{IN}} = \frac{W_0}{W_{cc_{IN}}} \cdot W_{cc_{IN}} = W_0 = P_{Fe}$$

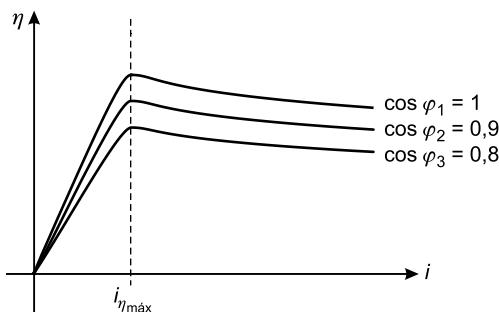


FIGURA 4.37. Rendimiento.

4.2.6. Funcionamiento del transformador a frecuencia distinta a la nominal

En este apartado se analiza lo que ocurre si en un transformador disminuye la frecuencia de la tensión aplicada, manteniéndose el valor eficaz de dicha tensión constante.

$$V_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f = \text{cte}$$

En estas condiciones, la disminución de frecuencia provoca un aumento del flujo en la misma proporción, ya que el producto de ambos se debe mantener constante.

Por otra parte, tal como se vio en el Capítulo 1, la expresión de las pérdidas del hierro es:

$$P_{\text{Fe}} = P_F + P_H = K_F \cdot f^2 \cdot B_{\text{máx}}^2 + K_H \cdot f \cdot B_{\text{máx}}^x$$

Se aprecia que, debido a que en las pérdidas por histéresis el factor $B_{\text{máx}}^x$ aumenta en mayor proporción respecto a lo que disminuye la frecuencia (ya que ésta está elevada a un factor $x > 1$), las pérdidas en el hierro aumentan.

El aumento del flujo y de las pérdidas en el hierro, a través de sus respectivas componentes I_m e I_{Fe} , implican un aumento de la intensidad de vacío. Por tanto:

$$f \downarrow (\text{con } V_1 = \text{cte}) \left\{ \begin{array}{l} P_{\text{Fe}} \uparrow \Rightarrow I_{\text{Fe}} \uparrow \\ \phi_0 \uparrow \Rightarrow I_m \uparrow \end{array} \right\} \Rightarrow I_{10} \uparrow$$

Como consecuencia de lo anterior puede llegar a ocurrir que, al aumentar el flujo, el transformador entre a funcionar en saturación y, por tanto, se dispare el valor de su intensidad de vacío a valores incluso superiores al de su intensidad nominal.

Si, por el contrario, se considera que aumenta la frecuencia manteniendo constante el valor eficaz de la tensión, se producirá el efecto contrario. Disminuirán tanto el flujo como las pérdidas en el hierro y, en consecuencia:

$$f \uparrow (\text{con } V_1 = \text{cte}) \left\{ \begin{array}{l} P_{\text{Fe}} \downarrow \Rightarrow I_{\text{Fe}} \downarrow \\ \phi_0 \downarrow \Rightarrow I_m \downarrow \end{array} \right\} \Rightarrow I_{10} \downarrow$$

Podría parecer que esta última situación es mejor, pero, sin embargo, también tiene sus inconvenientes. Un aumento de la frecuencia implica un aumento del valor de la reactancia interna ($X_e = 2\pi \cdot f \cdot L_e$), con lo que aumentará el valor de u_X y del coeficiente de variación de tensión u . Es decir, en este caso se produce una mayor caída de tensión en el transformador.

$$u_X = \frac{X_e(\uparrow) \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100$$

$$f \uparrow \rightarrow X_e \uparrow \rightarrow u_X \uparrow \Rightarrow u \uparrow$$

4.2.7. Funcionamiento del transformador a tensión distinta de la nominal

Ahora se analiza el caso en que aumenta el valor eficaz de la tensión de alimentación, manteniéndose constante la frecuencia. En estas condiciones, se produce un incremento del

flujo que implicará un aumento de las pérdidas en el hierro y, por ambas causas, un aumento de la intensidad de vacío.

$$V_1(\uparrow) = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0(\uparrow) \cdot f$$

$$\left. \begin{array}{l} V_1 > V_{1N} \\ f = \text{cte} \end{array} \right\} \Rightarrow \Phi_0 \uparrow \rightarrow P_{\text{Fe}} \uparrow \rightarrow I_{10} \uparrow$$

La aplicación al transformador de una tensión superior a la nominal (de la misma frecuencia), además de someter a los aislantes a una tensión superior a la de diseño, implica el riesgo de que el transformador entre en saturación, con los peligros que ello conlleva y que han sido señalados en el apartado anterior.

Si se aplica una tensión menor que la nominal (de la misma frecuencia), el transformador no corre ningún peligro. El flujo es menor, sus pérdidas en el hierro son menores, tiene menor intensidad de vacío y no existe riesgo de entrar en saturación, pero, sin embargo, no podrá ser aprovechado a la máxima potencia para la que fue construido.

4.3. Estudio del transformador trifásico

4.3.1. Tipos de transformación trifásica

Un transformador trifásico se puede construir a partir de tres núcleos magnéticos independientes (Figura 4.38) o a partir de un único núcleo magnético (Figura 4.39). Realizando las conexiones oportunas estrella o triángulo en los bobinados eléctricos del primario y del secundario se obtiene un transformador trifásico.

Lógicamente, los tres transformadores monofásicos utilizados para construir el banco deben ser idénticos.

La principales ventajas y desventajas, desde un punto de vista económico, de estas dos soluciones son:

- Todos los núcleos magnéticos suelen ir metidos en una carcasa. Por lo tanto, se gastará más hierro si se utilizan tres carcchas para tres transformadores monofásicos que si se utiliza sólo una para un transformador trifásico (aunque tenga un mayor tamaño).

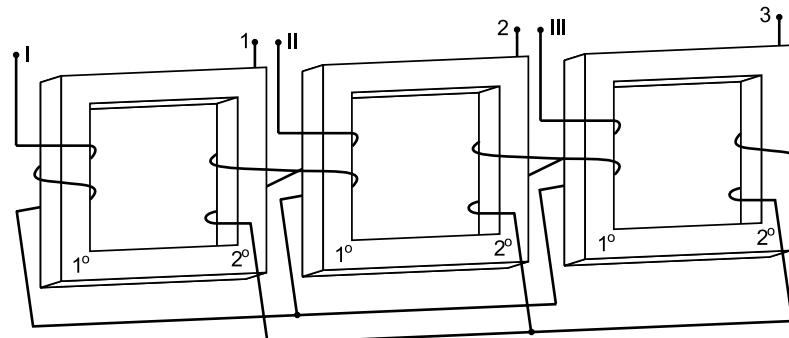


FIGURA 4.38. Banco de transformadores.

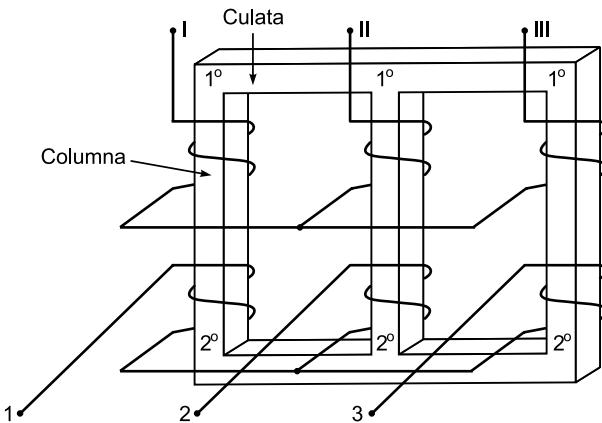


FIGURA 4.39. Transformador de núcleo trifásico.

- Las conexiones exteriores del primario y secundario requieren el uso de unas bornas de material aislante que protegen al transformador de la tensión. Estas bornas tienen un precio elevado. Usar tres transformadores monofásicos implicaría utilizar doce bornas; en cambio, en el transformador trifásico se necesitarán como mucho seis u ocho bornas (en caso de que haya neutro).

Por tanto, resulta más económica la solución trifásica. La desventaja radica en el tema relativo a disponer de una unidad de repuesto para la sustitución en caso de avería, ya que es mucho más económico tener un cuarto transformador monofásico de recambio que duplicar un transformador trifásico.

4.3.2. Tipos de conexiones del primario y el secundario

En los bobinados de un transformador trifásico se pueden realizar las conexiones señaladas en la Figura 4.40.

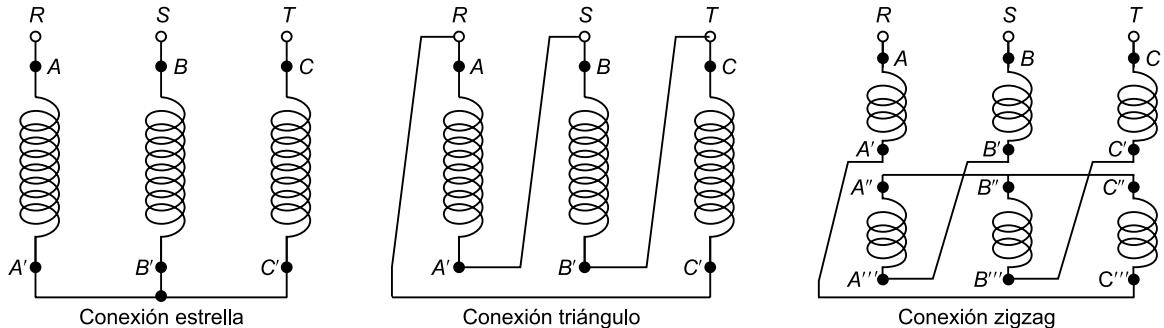


FIGURA 4.40. Tipos de conexiones en transformadores trifásicos.

Por ejemplo, para el caso de un transformador trifásico con conexión de los devanados estrella en el primario y zigzag en el secundario, la disposición de los devanados eléctricos sobre el núcleo es como se aprecia en la Figura 4.41. Sobre estos devanados se realizan las conexiones indicadas.

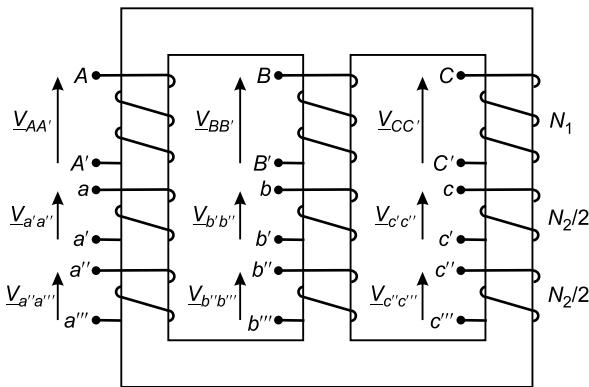


FIGURA 4.41. Disposición de los bobinados en el caso estrella/zigzag.

4.3.3. Relación de transformación

Por convenio, cada fase del transformador trifásico se denominará A , B y C cuando se refiera al primario y a , b y c cuando se trate del secundario. Además, se marcará la punta de la flecha de la tensión por fase correspondiente con las letras anteriormente señaladas (por ejemplo: A), y su origen, con las mismas letras pero acompañadas de apóstrofo (por ejemplo: A'), tal y como se observa en la Figura 4.42.

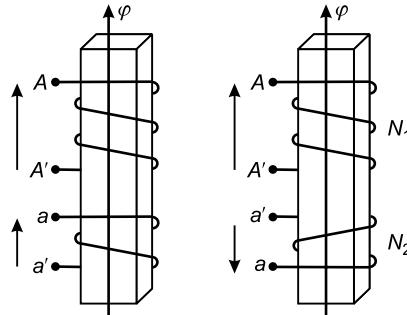


FIGURA 4.42. Convenio de signos.

En un transformador trifásico, por cada una de sus columnas circula un flujo que atañe a los bobinados del primario y secundario correspondientes a esa columna (Figura 4.42). Al ser debidas al mismo flujo, se puede considerar que las tensiones por fase $V_{AA'}$ y $V_{aa'}$ están en fase (despreciando las pequeñas caídas de tensión internas). Además, la relación de sus módulos es igual a la relación del número de espiras de primario y secundario correspondientes (N_1/N_2).

$$\frac{V_{AA'}}{V_{aa'}} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Además, se ha de tener en cuenta que en transformadores trifásicos la relación de transformación se refiere siempre a la relación entre tensiones compuestas del primario y secundario.

$$RT = \frac{|U_{I\text{ II}}|}{|U_{12}|} = \frac{U_{I\text{ II}}}{U_{12}}$$

En consecuencia, a diferencia de la relación entre tensiones por fase, la relación de tensiones compuestas sólo coincide con la relación de espiras en determinadas conexiones trifásicas. La relación de transformación dependerá, por tanto, de la relación (N_1/N_2) y de un factor multiplicador que es función del tipo de conexiones existentes en primario y secundario. En el siguiente apartado se presentan diferentes casos de cálculo del valor de la relación de transformación.

4.3.4. Grupos de conexión

En un transformador monofásico, despreciando la pequeña caída de tensión interna, la tensión de salida en el secundario y la tensión aplicada en el primario están en fase. Sin embargo, en un transformador trifásico el sistema de tensiones compuestas del secundario aparece girado un ángulo α (medido en sentido horario) respecto al sistema de tensiones compuestas aplicadas en el primario. Un sencillo análisis muestra como este ángulo α depende de las conexiones existentes en las espiras del primario y secundario y tiene un valor múltiplo de 30° .

Se denomina índice horario (IH) de un transformador trifásico al desfase entre las tensiones compuestas del primario y secundario (medido en sentido horario) dividido por 30° .

$$IH = \frac{\text{giro horario experimental}}{30^\circ} = \frac{\alpha}{30^\circ}$$

Esta definición lleva a la existencia de 12 posibles índices horarios (0, 1, 2, 3, ..., 11). Los índices horarios que difieren en 4 unidades son equivalentes ya que, tal como se muestra en la Figura 4.43, una adecuada asignación de los bornes secundarios conduce al mismo sistema trifásico de tensiones compuestas en el secundario.

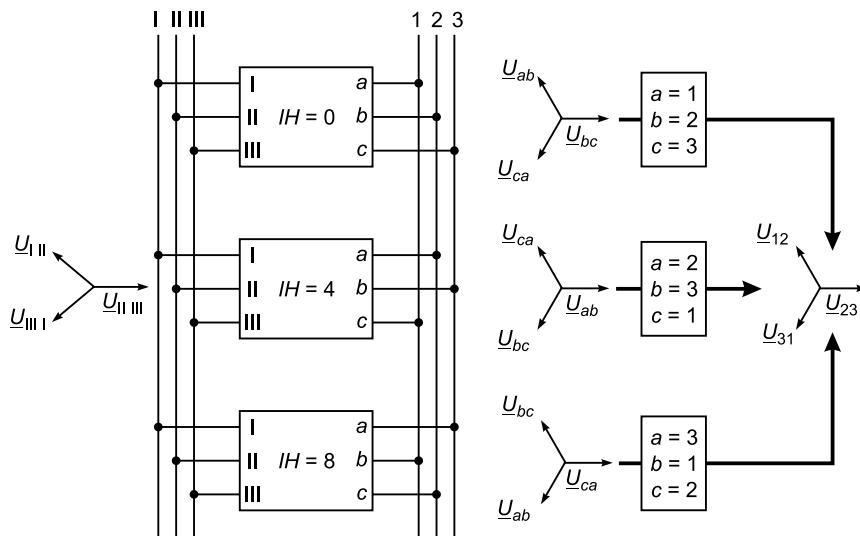


FIGURA 4.43. Índices horarios equivalentes.

Se denomina grupo de conexión a cada uno de los conjuntos que agrupan a índices horarios equivalentes. La Tabla 4.1 muestra los cuatro grupos de conexión existentes. En la primera columna se ha resaltado el índice horario normalizado característico de cada uno de ellos.

Tabla 4.1. Grupos de conexión.

| | | | |
|----------------|-----------|----|---|
| Grupo A | 0 | 4 | 8 |
| Grupo B | 6 | 10 | 2 |
| Grupo C | 5 | 9 | 1 |
| Grupo D | 11 | 3 | 7 |

Al final del libro, recogidas en un anexo, se encuentran las tablas correspondientes a los diferentes grupos de conexión. En ellas se muestran, para los transformadores trifásicos más utilizados, la denominación normalizada, los diagramas vectoriales y la relación de transformación correspondientes a cada uno de ellos.

Los pasos necesarios para analizar una conexión trifásica y determinar su índice horario son:

- 1.^o Representar las tensiones compuestas del primario ($\underline{U}_{I\ II}$, $\underline{U}_{II\ III}$, $\underline{U}_{III\ I}$).
- 2.^o Obtener las tensiones por fase de los bobinados del primario ($\underline{V}_{AA'}$, $\underline{V}_{BB'}$, $\underline{V}_{CC'}$) en función de las tensiones compuestas y del tipo de conexión realizada en el primario.
- 3.^o A partir de las tensiones por fase del primario ($V_{AA'}$, $V_{BB'}$, $V_{CC'}$), representar las tensiones por fase de los bobinados del secundario ($\underline{V}_{aa'}$, $\underline{V}_{bb'}$, $\underline{V}_{cc'}$), sabiendo que están en fase y que sus magnitudes están en la relación del número de espiras correspondientes.
- 4.^o Obtener las tensiones compuestas del secundario (\underline{U}_{12} , \underline{U}_{23} , \underline{U}_{31}) a partir de las tensiones por fase de los bobinados del secundario y en función de la conexión realizada en el mismo.
- 5.^o Calcular el índice horario, la denominación y la relación de transformación a partir del análisis de las tensiones compuestas del primario y secundario.

A continuación, a modo de ejemplo, se desarrollan en detalle los cálculos correspondientes a algunos de ellos.

4.3.4.1. Conexión estrella-estrella (Yy6)

Las tensiones compuestas del primario se definen como:

$$\underline{U}_{I\ II} = U/120^\circ$$

$$\underline{U}_{II\ III} = U/0^\circ$$

$$\underline{U}_{III\ I} = U/240^\circ$$

Las tensiones por fase del primario, calculadas a partir de las tensiones compuestas y considerando la conexión en estrella, son:

$$\underline{V}_{AA'} = \frac{U}{\sqrt{3}}/90^\circ$$

$$\underline{V}_{BB'} = \frac{U}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ$$

$$\underline{V}_{CC} = \frac{U}{\sqrt{3}} \angle 210^\circ$$

El paso de estas tensiones a sus correspondientes en el secundario es inmediato, ya que las tensiones por fase del primario y del secundario están en fase. Mediante la relación entre espiras se puede obtener la relación de módulos entre estas tensiones del primario y del secundario (Figura 4.44).

$$\underline{V}_{aa'} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \underline{V}_{AA'}$$

$$\underline{V}_{bb'} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \underline{V}_{BB'}$$

$$\underline{V}_{cc'} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \underline{V}_{CC'}$$

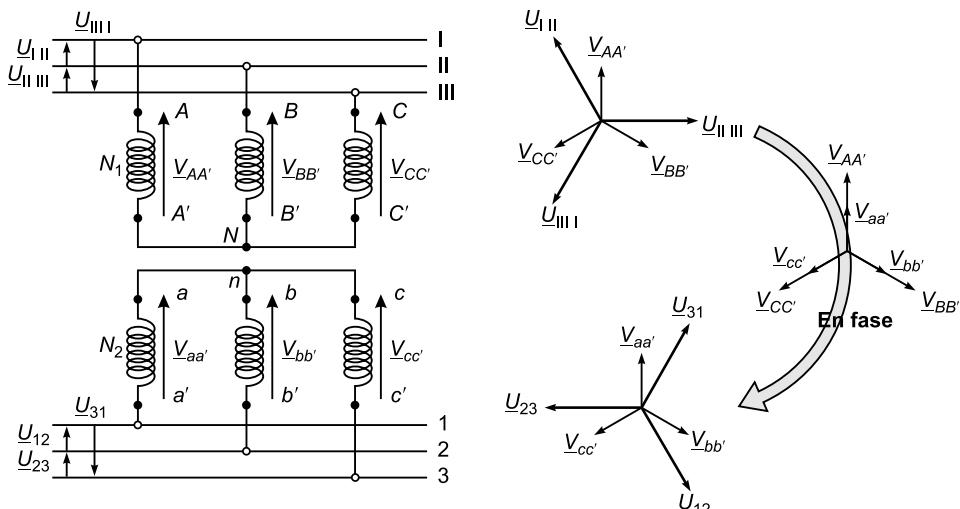


FIGURA 4.44. Conexión estrella-estrella (Yy6).

Aplicando el teorema de Kirchhoff, en función de la conexión del secundario, se hallan las tensiones compuestas del secundario:

$$\underline{U}_{12} = \underline{V}_{bb'} - \underline{V}_{aa'}$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{V}_{cc'} - \underline{V}_{bb'}$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{V}_{aa'} - \underline{V}_{cc'}$$

El índice horario es el giro horario experimentado dividido entre 30° .

$$IH = \frac{180^\circ}{30^\circ} = 6$$

Por tanto, la denominación de este transformador es:

Yy6

siendo «Y» porque la conexión es estrella en el primario, «y» porque la conexión es estrella en el secundario y «6» por el índice horario.

La relación de transformación es:

$$RT = \frac{U_{I\text{ II}}}{U_{12}} = \frac{\sqrt{3} \cdot V_{AA'}}{\sqrt{3} \cdot V_{aa'}} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

4.3.4.2. Conexión estrella-estrella (Yy0)

Las tensiones compuestas del primario se definen como:

$$\underline{U}_{I\text{ II}} = U/120^\circ$$

$$\underline{U}_{II\text{ III}} = U/0^\circ$$

$$\underline{U}_{III\text{ I}} = U/240^\circ$$

Las tensiones simples del primario, calculadas a partir de las tensiones compuestas y considerando la conexión en estrella mostrada en la Figura 4.45, son:

$$\underline{V}_{AA'} = \frac{U}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ$$

$$\underline{V}_{BB'} = \frac{U}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ$$

$$\underline{V}_{CC'} = \frac{U}{\sqrt{3}} \angle 210^\circ$$

El paso a las tensiones del secundario, correspondientes a los extremos de cada bobinado, es inmediato debido a que las tensiones por fase del primario y del secundario están en fase. Mediante la relación entre espiras se puede obtener la relación de módulos entre estas tensiones del primario y del secundario.

$$\underline{V}_{aa'} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \underline{V}_{AA'}$$

$$\underline{V}_{bb'} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \underline{V}_{BB'}$$

$$\underline{V}_{cc'} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \underline{V}_{CC'}$$

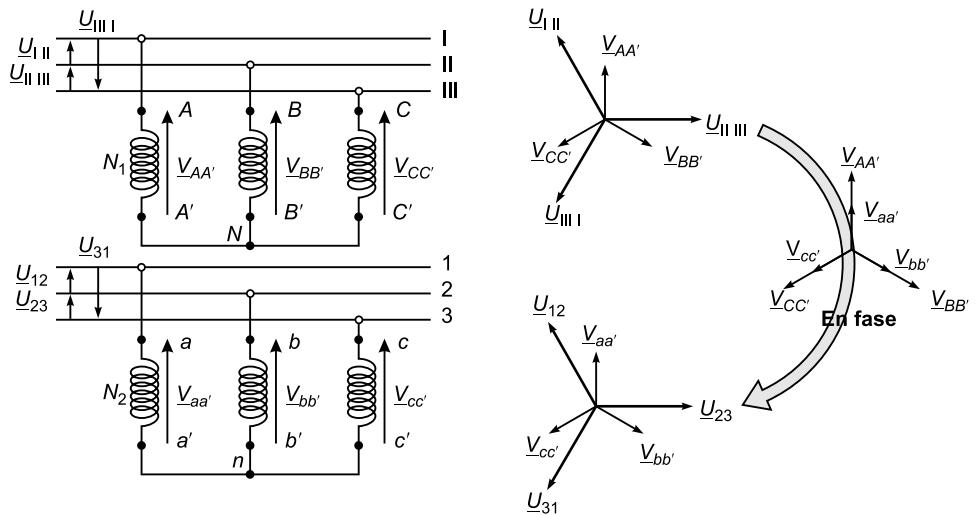


FIGURA 4.45. Conexión estrella-estrella (Yy0).

Aplicando el teorema de Kirchhoff, en función de la conexión del secundario, se hallan las tensiones compuestas del secundario:

$$\underline{U}_{12} = \underline{V}_{aa'} - \underline{V}_{bb'}$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{V}_{bb'} - \underline{V}_{cc'}$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{V}_{cc'} - \underline{V}_{aa'}$$

El índice horario es el giro horario experimentado dividido entre 30° .

$$IH = \frac{0^\circ}{30^\circ} = 0$$

Por tanto, la denominación de este transformador es:

Yy0

siendo «Y» porque la conexión es estrella en el primario, «y» porque la conexión es estrella en el secundario y «0» por el índice horario.

La relación de transformación no ha cambiado respecto al caso Yy6, ya que sigue tratándose de una conexión estrella-estrella.

4.3.4.3. Conexión estrella-triángulo (Yd5)

Las tensiones compuestas del primario se definen como:

$$\underline{U}_{I\ II} = U \angle 120^\circ$$

$$\underline{U}_{II\ III} = U \angle 0^\circ$$

$$\underline{U}_{III\ I} = U \angle 240^\circ$$

Las tensiones en los extremos de los bobinados del primario se definen en función de la conexión estrella mostrada en la Figura 4.46.

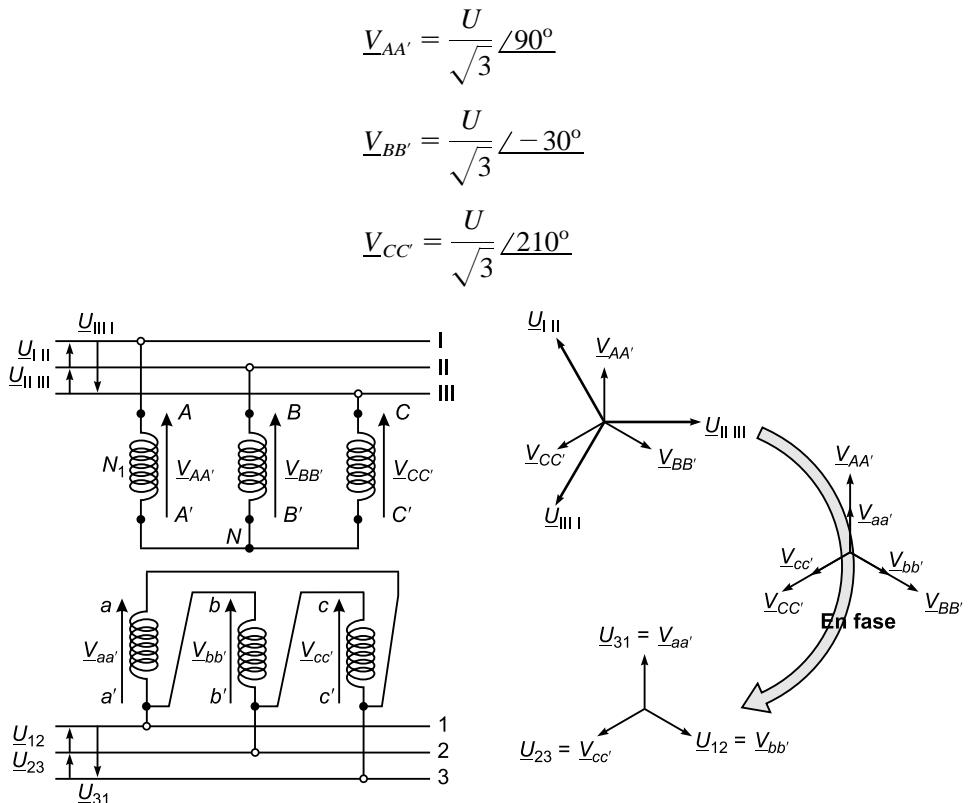


FIGURA 4.46. Conexión estrella-triángulo (Yd5).

El paso a las correspondientes tensiones del secundario es inmediato, ya que las tensiones en los extremos de las espiras de cada fase del primario y del secundario están en fase. Mediante la relación de espiras se puede obtener la relación de módulos entre estas tensiones del primario y del secundario.

$$\underline{V}_{aa'} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \underline{V}_{AA'}$$

$$\underline{V}_{bb'} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \underline{V}_{BB'}$$

$$\underline{V}_{cc'} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \underline{V}_{CC'}$$

Aplicando el teorema de Kirchhoff, en función de la conexión del secundario, se hallan las tensiones compuestas del secundario:

$$\underline{U}_{12} = \underline{V}_{bb'}$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{V}_{cc'}$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{V}_{aa'}$$

El índice horario es el giro horario experimentado dividido entre 30° , por lo tanto:

$$IH = \frac{150^\circ}{30^\circ} = 5$$

Por tanto, la denominación de este transformador es:

Yd5

siendo «Y» porque la conexión es estrella en el primario, «d» porque la conexión es triángulo en el secundario y «5» por el índice horario.

La relación de transformación es en este caso:

$$RT = \frac{U_{I\text{ II}}}{U_{12}} = \frac{\sqrt{3} \cdot V_{AA'}}{V_{bb'}} = \frac{\sqrt{3} \cdot V_{AA'}}{V_{aa'}} = \frac{\sqrt{3} \cdot N_1}{N_2} = \sqrt{3} \cdot a$$

4.3.4.4. Conexión triángulo-estrella (Dy5)

Las tensiones compuestas del primario se definen como:

$$\underline{U}_{I\text{ II}} = U/120^\circ$$

$$\underline{U}_{II\text{ III}} = U/0^\circ$$

$$\underline{U}_{III\text{ I}} = U/240^\circ$$

Las tensiones por fase del primario, a partir de las tensiones compuestas y teniendo en cuenta la conexión en triángulo mostrada en la Figura 4.47, son:

$$\underline{V}_{AA'} = \underline{U}_{I\text{ II}}$$

$$\underline{V}_{BB'} = \underline{U}_{II\text{ III}}$$

$$\underline{V}_{CC'} = \underline{U}_{III\text{ I}}$$

La obtención de las tensiones por fase del secundario es inmediata, ya que las tensiones por fase del primario y del secundario están en fase. Mediante la relación de espiras se puede obtener la relación de módulos entre las tensiones del primario y del secundario.

$$\underline{V}_{aa'} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \underline{V}_{AA'}$$

$$\underline{V}_{bb'} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \underline{V}_{BB'}$$

$$\underline{V}_{cc'} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \underline{V}_{CC'}$$

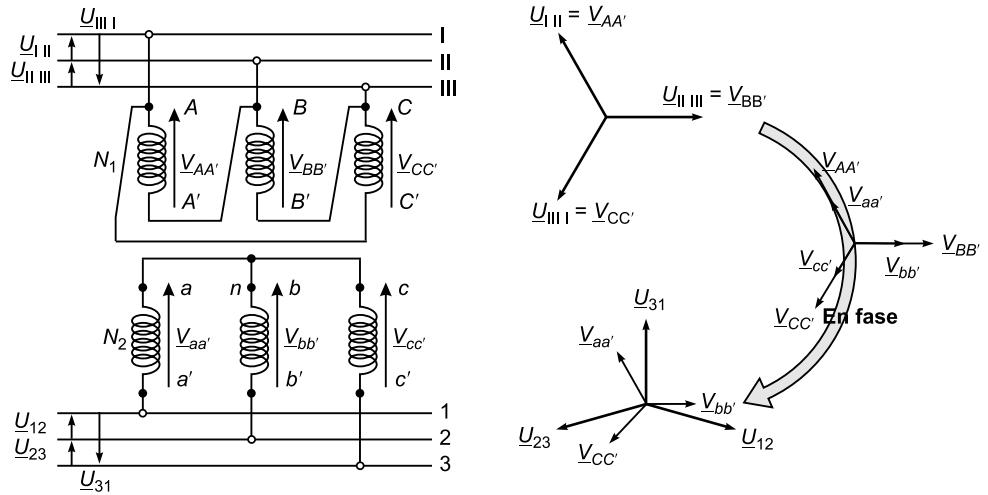


FIGURA 4.47. Conexión triángulo-estrella (Dy5).

Aplicando el teorema de Kirchhoff, en función de la conexión del secundario, se hallan las tensiones compuestas:

$$\underline{U}_{12} = \underline{V}_{bb'} - \underline{V}_{aa'}$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{V}_{cc'} - \underline{V}_{bb'}$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{V}_{aa'} - \underline{V}_{cc'}$$

El índice horario es el giro horario experimentado dividido entre 30° .

$$IH = \frac{150^\circ}{30^\circ} = 5$$

Por tanto, la denominación de este transformador es:

Dy5

siendo «D» porque la conexión es triángulo en el primario, «y» porque la conexión es estrella en el secundario y «5» por el índice horario.

La relación de transformación es en este caso:

$$RT = \frac{\underline{U}_{I\text{ II}}}{\underline{U}_{12}} = \frac{\underline{V}_{AA'}}{\sqrt{3} \cdot \underline{V}_{bb'}} = \frac{\underline{V}_{AA'}}{\sqrt{3} \cdot \underline{V}_{aa'}} = \frac{N_1}{\sqrt{3} \cdot N_2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

4.3.4.5. Conexión estrella-zigzag (Yz5)

Las tensiones compuestas del primario se definen como:

$$\underline{U}_{I\text{ II}} = U/120^\circ$$

$$\underline{U}_{II\text{ III}} = U/0^\circ$$

$$\underline{U}_{III\text{ I}} = U/240^\circ$$

Las tensiones por fase del primario, a partir de las tensiones compuestas y considerando la conexión en estrella mostrada en la Figura 4.48, son:

$$\underline{V}_{AA'} = \frac{U}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ$$

$$\underline{V}_{BB'} = \frac{U}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ$$

$$\underline{V}_{CC'} = \frac{U}{\sqrt{3}} \angle 210^\circ$$

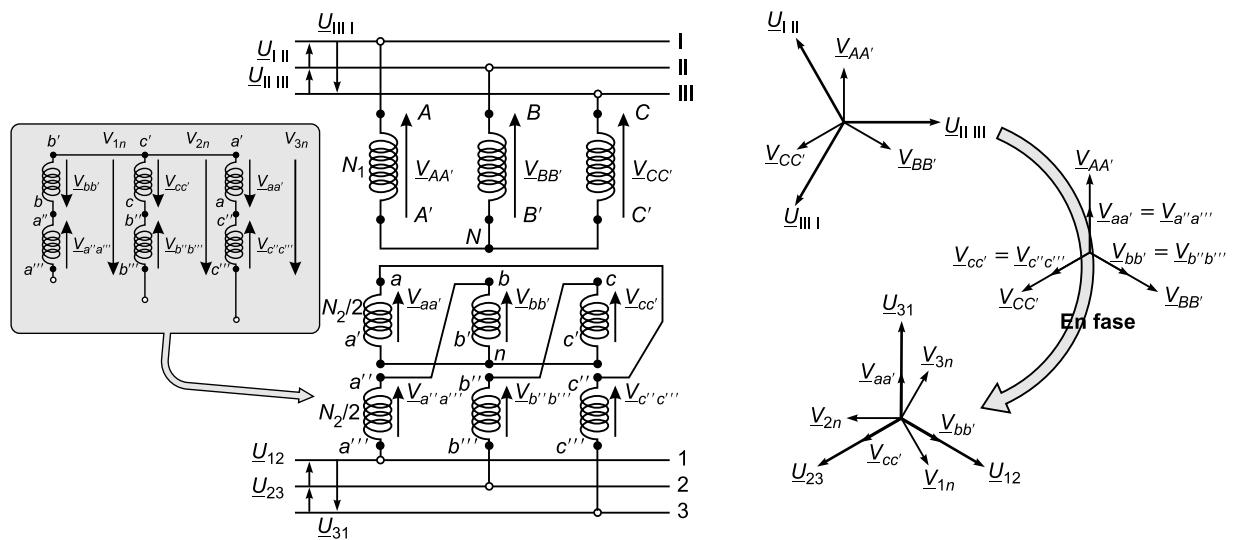


FIGURA 4.48. Conexión estrella-zigzag (Yz5).

La obtención de las correspondientes tensiones del secundario es inmediata, ya que las tensiones por fase del primario y del secundario están en fase. Además, mediante la relación de espiras se puede obtener la relación de módulos entre las tensiones del primario y del secundario.

$$\underline{V}_{aa'} = \underline{V}_{a''a'''} = \frac{N_2/2}{N_1} \cdot \underline{V}_{AA'}$$

$$\underline{V}_{bb'} = \underline{V}_{b''b'''} = \frac{N_2/2}{N_1} \cdot \underline{V}_{BB'}$$

$$\underline{V}_{cc'} = \underline{V}_{c''c'''} = \frac{N_2/2}{N_1} \cdot \underline{V}_{CC'}$$

Como paso previo para poder calcular las tensiones compuestas del secundario, hay que calcular las tensiones simples del zigzag (\underline{V}_{1n} , \underline{V}_{2n} , \underline{V}_{3n}). Para ello, se aplica el teorema de Kirchhoff y se obtiene:

$$\begin{aligned}\underline{V}_{1n} &= \underline{V}_{bb'} - \underline{V}_{a''a'''}, \\ \underline{V}_{2n} &= \underline{V}_{cc'} - \underline{V}_{b''b'''}, \\ \underline{V}_{3n} &= \underline{V}_{aa'} - \underline{V}_{c''c'''}\end{aligned}$$

Aplicando de nuevo el teorema de Kirchhoff, en función de la conexión del secundario, se hallan las tensiones compuestas:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{12} &= \underline{V}_{1n} - \underline{V}_{2n} \\ \underline{U}_{23} &= \underline{V}_{2n} - \underline{V}_{3n} \\ \underline{U}_{31} &= \underline{V}_{3n} - \underline{V}_{1n}\end{aligned}$$

El índice horario es el giro horario experimentado dividido entre 30°.

$$IH = \frac{150^\circ}{30^\circ} = 5$$

Por tanto, la denominación de este transformador es:

Yz5

siendo «Y» porque la conexión es estrella en el primario, «z» porque la conexión es zigzag en el secundario y «5» por el índice horario.

Analizando la relación entre módulos se obtiene que:

$$\frac{\underline{V}_{AA'}}{\underline{V}_{aa'}} = \frac{\underline{V}_{AA'}}{\underline{V}_{a''a'''}} = \frac{\underline{N}_1}{\frac{\underline{N}_2}{2}} = 2 \cdot \frac{\underline{N}_1}{\underline{N}_2}$$

$$\begin{aligned}\underline{V}_{1n} &= \sqrt{3} \cdot \underline{V}_{aa'} = \sqrt{3} \cdot \underline{V}_{a''a'''}, \\ \underline{U}_{12} &= \sqrt{3} \cdot \underline{V}_{1n}\end{aligned}$$

Por lo que la relación de transformación es:

$$RT = \frac{\underline{U}_{1II}}{\underline{U}_{12}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \underline{V}_{AA'}}{\sqrt{3} \cdot \underline{V}_{1n}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \underline{V}_{AA'}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \underline{V}_{aa'}} = \frac{\underline{N}_1}{\sqrt{3} \cdot \frac{\underline{N}_2}{2}} = \frac{2 \cdot \underline{N}_1}{\sqrt{3} \cdot \underline{N}_2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot a$$

4.3.5. Comportamiento de la transformación trifásica ante cargas asimétricas

Si bien siempre se procura que las cargas conectadas a los transformadores trifásicos sean aproximadamente simétricas, en la práctica real esto no siempre es posible. El comportamiento de los transformadores trifásicos ante las cargas asimétricas es diferente en función del tipo de conexión existente, y pueden originarse desequilibrios en las tensiones, en las intensidades o en ambas simultáneamente.

Antes de comenzar a estudiar el tipo de desequilibrios producidos en función del tipo de conexión, se van a analizar las tres situaciones siguientes (Figura 4.49) que se producen en un transformador monofásico:

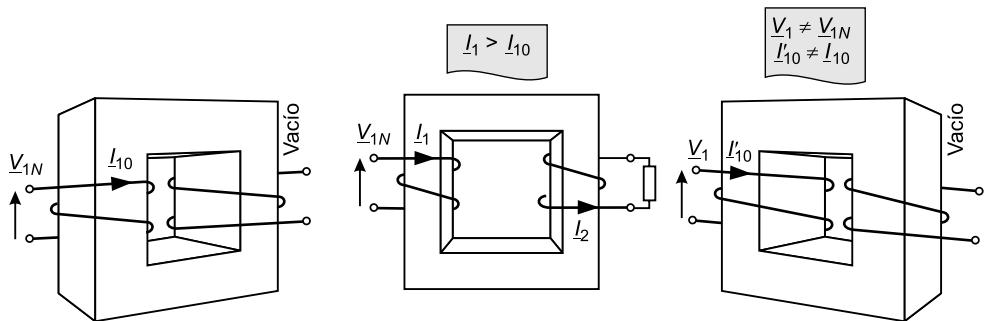


FIGURA 4.49. Situaciones de funcionamiento.

- En la primera situación, el transformador se encuentra trabajando en vacío alimentado a su tensión nominal. En esta situación, la intensidad que circula por el primario es la intensidad I_{10} .
- En la segunda situación, el transformador se encuentra trabajando en carga alimentando a su tensión nominal. En este caso, debido a la presencia de la carga, por el primario circula una intensidad I_1 superior a la I_{10} de la situación de vacío.
- En la tercera situación, el transformador se encuentra trabajando en vacío pero alimentado a una tensión diferente de la nominal. Por el primario circula una intensidad I'_{10} diferente a la I_{10} de la situación de vacío a tensión nominal, debido precisamente a que la tensión aplicada en el primario es diferente.

Se concluye, por tanto, que el hecho de que la intensidad que circula por el primario sea diferente, puede ser provocado por diferencias en la carga conectada o porque la tensión de alimentación sea diferente. Estos conceptos se deberán tener en cuenta en el estudio de los desequilibrios de los transformadores trifásicos ante cargas asimétricas.

En los siguientes apartados se analiza cualitativamente el comportamiento de transformadores con diferentes tipos de conexión ante cargas asimétricas. Debe tenerse en cuenta que los desequilibrios, si llegan a producirse, son mayores en el caso de banco de transformadores que en el caso de transformador de núcleo trifásico. Este hecho es debido a que, por tratarse de un único circuito magnético para las tres fases, se produce una compensación en parte de los flujos magnéticos circulantes.

4.3.5.1. Conexión estrella-estrella con neutro accesible (Yy_n)

Sea un transformador trifásico con conexión Yy_n al que se le conecta una carga asimétrica, tal como se indica en la Figura 4.50.

La carga conectada entre la primera fase y el neutro del secundario dará origen a la circulación de una intensidad I_d por dicha fase del secundario. Esta intensidad implica la circulación de otra intensidad I_1 por la misma fase del primario del transformador.

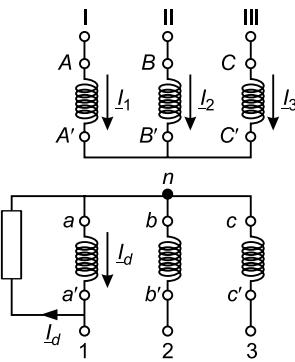


FIGURA 4.50. Caso estrella-estrella con neutro (Yy_n).

Puesto que en el punto neutro del primario debe cumplirse la primera ley de Kirchhoff, la intensidad que aparece en la primera fase del primario deberá repartirse por las otras dos fases, de forma que estarán circulando intensidades que son distintas de la situación de vacío nominal. En consecuencia, en las fases dos y tres circularán intensidades I_2 e I_3 que son diferentes a las que corresponden cuando el transformador está en situación de vacío (I_{20} e I_{30}).

Por tanto, en la conexión Yy_n , los desequilibrios de cargas provocan:

- Desequilibrios de intensidades, tanto en primario como en secundario.
- Desequilibrios de tensiones por fase (V), tanto en primario como en secundario.

Sin embargo, tal como se observa en la Figura 4.51, no se van a desequilibrar las tensiones compuestas (U).

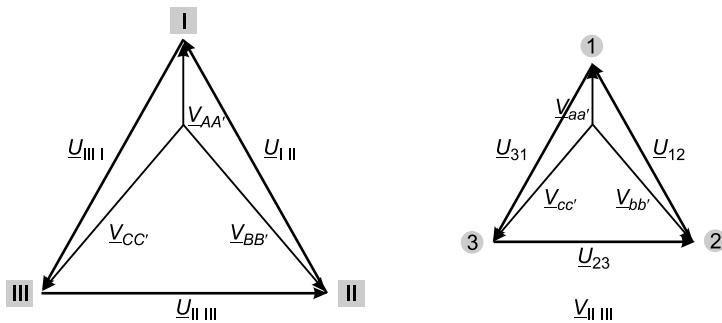


FIGURA 4.51. Sistema de tensiones en primario y secundario.

Si se dispusiera de un hilo neutro en el primario, se podría corregir el desequilibrio de las tensiones simples ante una carga desequilibrada, ya que el «exceso» de la intensidad I_1 se derivaría a través del neutro y por las fases 2 y 3 del primario seguirían circulando las intensidades de vacío correspondientes.

4.3.5.2. Conexión estrella-zigzag (Yz_n)

Sea un transformador trifásico, con conexión Yz_n , al que se le conecta una carga entre la primera fase y el neutro (Figura 4.52).

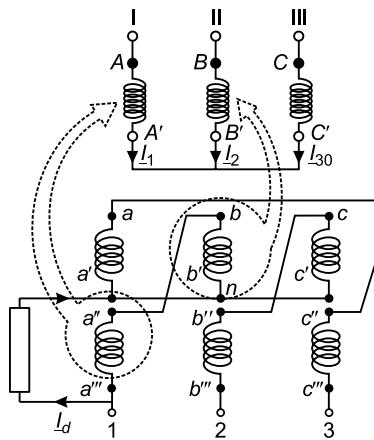


FIGURA 4.52. Conexión estrella-zigzag (Yz_n).

La carga conectada está sometida a la tensión fase-neutro del secundario (V_{1n}) y, por tanto, aparece una intensidad I_d que circula por los bobinados de la primera y segunda columna del secundario. Por tanto, esto exige que en las fases 1 y 2 del primario aparezcan unas intensidades I_1 e I_2 , que son proporcionales y compensan la circulación de la intensidad secundaria. La tercera fase del primario no se ve afectada, ya que por ella sigue circulando la intensidad de vacío.

Así, en la conexión Yz_n , los desequilibrios de cargas van a provocar desequilibrios de intensidades, tanto en primario como en secundario. Sin embargo, no se van a desequilibrar las tensiones por fase (V) ni las tensiones compuestas (U).

4.3.5.3. Conexión estrella-triángulo (Yd)

Se analiza a continuación el caso en que se conecta una carga monofásica entre las fases 1 y 2 del secundario de un transformador estrella-triángulo (Figura 4.53).

Por la carga circulará una intensidad que se repartirá por las tres fases del devanado secundario. Estas intensidades secundarias provocarán que en las tres fases del primario aparez-

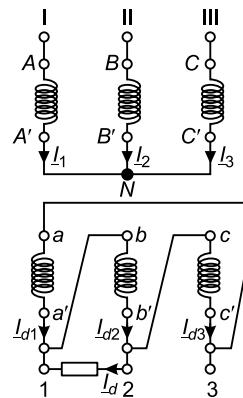


FIGURA 4.53. Conexión estrella-triángulo.

can intensidades superiores a las de vacío, sin que ello suponga desequilibrio de tensiones por fase, por compensarse con las que circulan por el secundario que se encuentra conectado en triángulo.

De esta manera, en un triángulo las tensiones de los devanados no se desequilibrarán. Sin embargo, sí se desequilibrarán las intensidades, tanto del primario como del secundario.

4.3.5.4. Conexión triángulo-estrella con neutro accesible (Dy_n)

Se estudia por último el caso correspondiente a la conexión de una carga monofásica entre la fase 1 y el neutro de la estrella de un transformador triángulo-estrella (Figura 4.54).

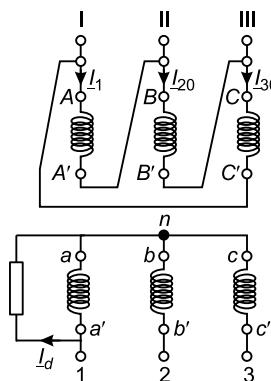


FIGURA 4.54. Conexión triángulo-estrella con neutro.

Solamente circulará intensidad por el devanado secundario de la primera fase. Transmitida esta intensidad al primario de la misma fase, ésta se cerrará por los hilos de línea de la primera y segunda fase sin pasar por los devanados de la segunda y tercera fase del primario del transformador. Por tanto, se producirán desequilibrios de intensidades, tanto de primario como de secundario, pero no de las tensiones por fase (V) ni de las tensiones compuestas (U).

4.3.6. Circuito eléctrico equivalente monofásico

Dada la simetría existente entre sus fases, el transformador trifásico se puede representar y analizar mediante el correspondiente circuito eléctrico monofásico equivalente (Figura 4.55).

El circuito monofásico equivalente puede definirse de dos formas diferentes.

La primera opción es definir el circuito monofásico equivalente en función de la conexión existente en el lado del transformador respecto al cual se refiere. Es decir, se representan y utilizan los valores reales de tensión e intensidad que afectan a los bobinados del transformador. Así, por ejemplo, en un transformador triángulo (en AT)-estrella (en BT) si el circuito equivalente se refiere al lado de AT debe representar y utilizar las tensiones compuestas y las intensidades por el interior del triángulo.

$$V_1 = U; \quad I_1 = \frac{I_{\text{línea}}}{\sqrt{3}}; \quad P = \frac{P_{\text{trifásica}}}{3}$$

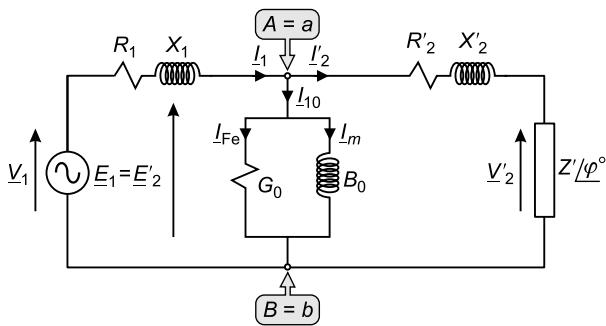


FIGURA 4.55. Circuito equivalente monofásico.

La segunda opción consiste en no considerar la conexión existente y emplear siempre la hipótesis de estrella equivalente.

$$V_1 = \frac{U}{\sqrt{3}}; \quad I_1 = I_{\text{línea}}; \quad P = \frac{P_{\text{trifásica}}}{3}$$

Salvo en los casos en que sea estrictamente necesario conocer las tensiones e intensidades reales soportadas por los bobinados, la utilización de la segunda hipótesis es mucho más sencilla, ya que permite prescindir del conocimiento de las conexiones existentes en el transformador y uniformizar el tratamiento del circuito equivalente. En todos los demás casos, cualquier otro tipo de resultado puede ser obtenido utilizando una u otra opción, razón por la cual la hipótesis estrella equivalente es la más comúnmente utilizada.

4.4. Acoplamiento en paralelo de transformadores

4.4.1. Características generales

El acoplamiento en paralelo de transformadores es habitualmente empleado para aumentar la potencia en la transformación, cuando con un único transformador no se puede suministrar toda la potencia demandada por la carga. Pueden acoplarse en paralelo transformadores tanto monofásicos como trifásicos.

En este apartado se analiza el acoplamiento en paralelo de transformadores. Se dice que dos o más transformadores están conectados en paralelo cuando funcionan en la forma indicada en la Figura 4.56, es decir, cuando existe una única red primaria y una única red secundaria para los dos o más transformadores.

4.4.2. Condiciones para el acoplamiento de transformadores monofásicos

Para realizar un correcto acoplamiento de transformadores monofásicos, debe verificarse una serie de condiciones, siendo algunas de ellas estrictamente necesarias y otras solamente convenientes para un mejor aprovechamiento del acoplamiento. Estas condiciones son:

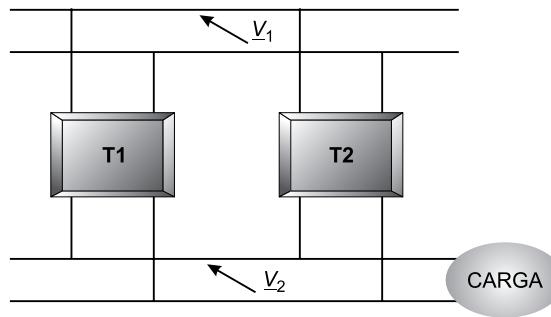


FIGURA 4.56. Acoplamiento en paralelo de dos transformadores.

- Debe coincidir la relación de transformación de tensiones de todos los transformadores acoplados en paralelo. Para aprovechar al máximo las características de diseño de los transformadores, es conveniente que las tensiones nominales sean iguales en todos ellos.
- Los transformadores a acoplar deben estar conectados con la polaridad correcta.
- Para un óptimo aprovechamiento del acoplamiento es conveniente que las tensiones de cortocircuito, u_z , sean iguales. Con el cumplimiento de esta condición se consigue que los transformadores funcionen con el mismo índice de carga.
- Conviene que la relación u_R/u_X sea igual en todos los transformadores acoplados en paralelo, o dicho de otra forma, que los ángulos (φ_e) de las impedancias equivalentes de todos los transformadores sean iguales. Con el cumplimiento de esta condición se consigue que las intensidades suministradas a la carga por los distintos transformadores estén en fase.

4.4.3. Condiciones para el acoplamiento de transformadores trifásicos

Para realizar un correcto acoplamiento en paralelo de transformadores trifásicos se deben observar las siguientes condiciones:

1. Los transformadores a acoplar deben proporcionar el mismo desfase entre las tensiones compuestas del primario y del secundario. Esta condición se puede cumplir de una de las tres formas siguientes:
 - Que los transformadores posean el mismo índice horario.
 - Que los transformadores sean del mismo grupo de conexión.
 - Que los transformadores sean de los grupos C y D.
2. Los transformadores a acoplar deben estar conectados con la polaridad correcta, es decir, el orden de rotación de fases deberá ser idéntico para todos los transformadores acoplados.
3. Dado que se trata de transformadores trifásicos, debe coincidir la relación de transformación de tensiones compuestas. Por ejemplo:

$$RT_{T1} = \frac{11.000}{400} ; \quad RT_{T2} = \frac{11.000}{400}$$

$$RT_{T3} = \frac{22.000}{800} ; \quad RT_{T4} = \frac{5.500}{200}$$

El transformador T_1 transforma la tensión de 11.000 a 400 V, y no da problemas al acoplarlo con T_2 . También se puede acoplar en paralelo el transformador T_3 , porque si se alimenta el primario con 11.000 V, se obtiene en el secundario 400 V, y como puede soportar hasta 22.000, funciona correctamente. Sin embargo, el transformador T_4 no se puede acoplar en paralelo porque se quemaría, ya que no está preparado para esos valores de tensión.

4. Para un óptimo aprovechamiento del acoplamiento es conveniente que las tensiones de cortocircuito, u_Z , sean iguales.
5. Conviene que la relación u_R/u_X sea igual en todos los transformadores acoplados en paralelo.

De estas cinco condiciones indicadas, las tres primeras son imprescindibles, ya que de no cumplirse aparecerían unas corrientes de circulación inadmisibles entre los transformadores acoplados, debido a que su acoplamiento produciría un cortocircuito.

4.4.3.1. Acoplamiento en paralelo de transformadores trifásicos de igual índice horario

En la Figura 4.57 se muestra un ejemplo de las conexiones de acoplamiento de dos transformadores trifásicos, T_A y T_B , cuando el índice horario de dichos transformadores es el mismo. Por tanto, éstos deben conectarse de igual forma en el primario y en el secundario.

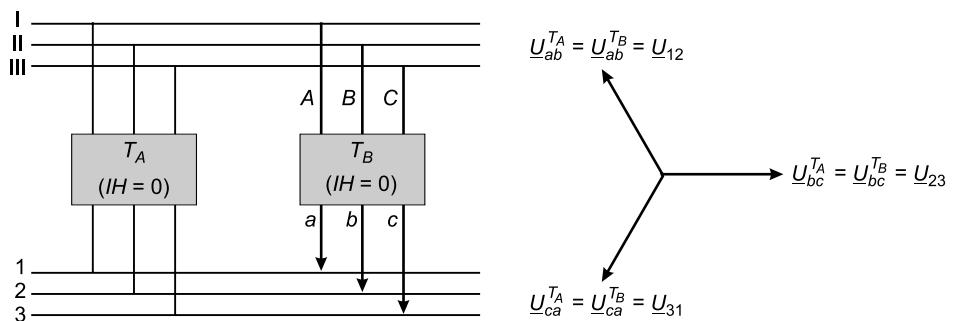


FIGURA 4.57. Acoplamiento de transformadores del mismo índice horario.

4.4.3.2. Acoplamiento en paralelo de transformadores trifásicos de distinto índice horario o grupo de conexión

Para acoplar en paralelo transformadores trifásicos de distinto índice horario, pero pertenecientes al mismo grupo de conexión, debe modificarse la conexión de los bornes secundarios en función del índice concreto de cada transformador. La Figura 4.43 muestra como deben conectarse transformadores pertenecientes al grupo de conexión A (índices horarios 0, 4 y 8)

para conseguir que todos ellos proporcionen un índice horario 0. El esquema de conexiones mostrado en la citada figura es aplicable al acoplamiento en paralelo de cualquier otro grupo de conexión (*B*, *C* o *D*).

Cuando los transformadores que se quieren acoplar en paralelo no son ni del mismo índice ni del mismo grupo, solamente se pueden acoplar transformadores con diferencias de índices que equivalgan a desfases de 180° . Es decir, se podrían acoplar transformadores de los grupos *A* y *B* o *C* y *D*.

Para acoplar los grupos *A* y *B*, se necesita hacer cambios internos complejos y, por ello, este caso no va a ser considerado. Por otra parte, para poder acoplar dos transformadores de los grupos *C* y *D* es necesario efectuar un cambio en las conexiones externas, tanto del primario como del secundario del segundo transformador, tal como se indica en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2. Conexión de transformadores de los grupos *C* y *D*.

| Grupo de conexión resultante <i>D</i> | | | |
|---------------------------------------|-------------------------------|------------------------------|-----------------------|
| | Primario <i>I, II, III</i> | Secundario <i>1, 2, 3</i> | |
| Grupo <i>D</i> | <i>A B C</i> | <i>a b c</i> | Grupo <i>C</i> |
| Grupo <i>C</i> | <i>A C B</i> | <i>c b a</i> | Grupo <i>D</i> |
| Grupo <i>C</i> | <i>C B A</i> | <i>b a c</i> | Grupo <i>D</i> |
| Grupo <i>C</i> | <i>B A C</i> | <i>a c b</i> | Grupo <i>D</i> |
| Grupo de conexión resultante <i>C</i> | | | |

La Figura 4.58 muestra las conexiones correspondientes a un grupo de conexión resultante *D*. Las conexiones relativas a un grupo de conexión resultante *C* serían análogas a las mostradas en la Figura 4.58, sin más que intercambiar entre sí los símbolos *C* y *D*.

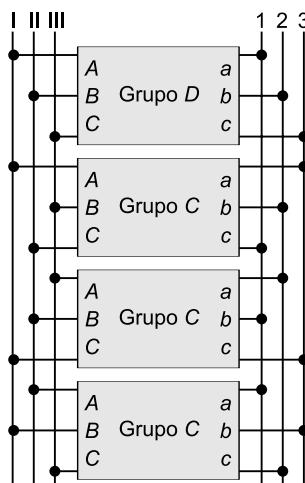


FIGURA 4.58. Conexión de transformadores de los grupos *C* y *D*. Grupo resultante *D*.

4.4.4. Método práctico para acoplamiento en paralelo de transformadores

Existe un método práctico para comprobar si dos transformadores se pueden acoplar en paralelo, y cómo se deben realizar las conexiones:

- Se conectan arbitrariamente (pero de igual forma ambos) los transformadores T_1 y T_2 a la red del primario (Figura 4.59).

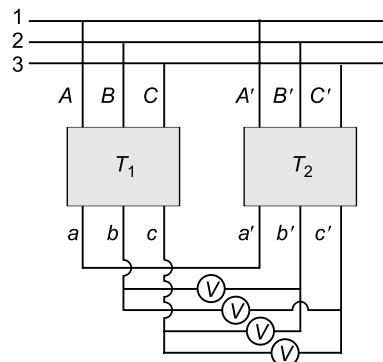


FIGURA 4.59. Método práctico para acoplamiento de transformadores en paralelo.

- A continuación se une un terminal cualquiera del secundario del transformador T_1 (por ejemplo, a) con otro terminal del secundario del transformador T_2 (por ejemplo, a'), y se efectúan las lecturas entre los bornes libres $V_{bb'}$, $V_{bc'}$, $V_{cb'}$, $V_{cc'}$.
- Si dos de estas cuatro lecturas son nulas, se puede decir que estos transformadores se pueden acoplar en paralelo cumpliéndose que los terminales aa' son correspondientes, así como aquellos terminales en los que la lectura dio un valor nulo.
- Si no se obtienen dos lecturas nulas, se une el terminal a del transformador T_1 con otro terminal del transformador T_2 (por ejemplo, b') y se efectúan otras cuatro lecturas entre los bornes libres.
- Si con esta nueva conexión tampoco hay dos lecturas nulas, se une el terminal a del transformador T_1 con el otro terminal que queda por probar del transformador T_2 (en nuestro caso c') y se efectúan otras cuatro lecturas entre el resto de los terminales que han quedado libres.
- Si tampoco ahora hay dos lecturas nulas, se puede decir que los transformadores T_1 y T_2 no son del mismo grupo ni tienen el mismo índice. Tras hacer estas 12 lecturas, si en ningún caso se han encontrado dos lecturas nulas, se debe variar la conexión en el primario del transformador T_2 . Por ejemplo, intercambiando $A'-B'$ y se vuelven a efectuar otras 12 lecturas si es necesario.
- Si no se han encontrado dos lecturas nulas, entonces se permutan los terminales $A'-C'$ del primario del transformador T_2 y se efectúan otras 12 lecturas.
- Si tampoco se han encontrado dos lecturas nulas, se permutan los terminales $B'-C'$ del primario del transformador T_2 desde la posición original y se efectúan de nuevo 12 lecturas.
- Así, tras finalizar el proceso se dispone de un total de 48 lecturas, y si en ellas no ha habido dos lecturas nulas en algún caso, estos dos transformadores no se pueden acoplar en paralelo.

Todos estos pasos se encuentran representados en el diagrama de bloques de la Figura 4.60.

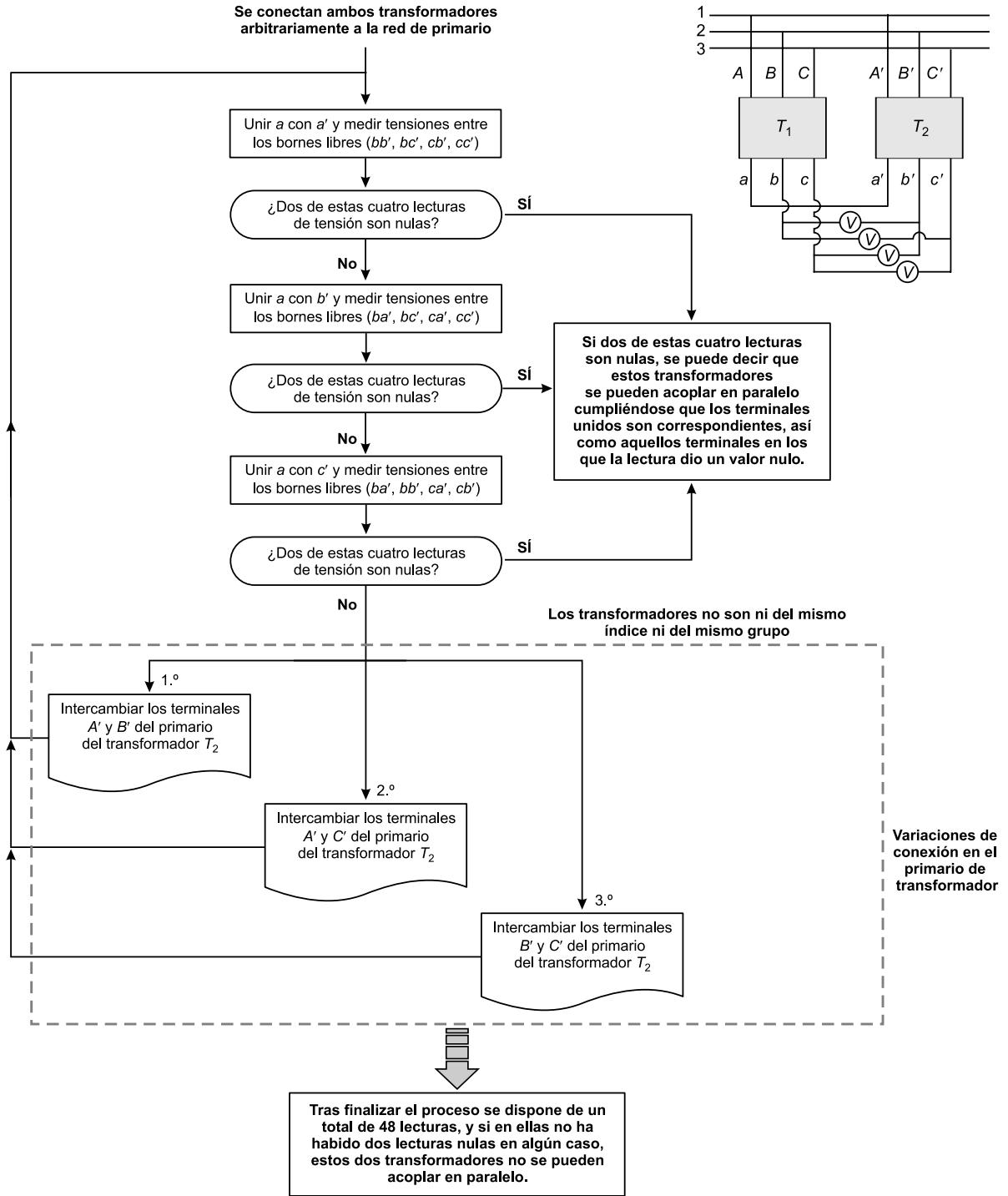


FIGURA 4.60. Método práctico para acoplamiento de transformadores en paralelo.

4.4.5. Reparto de potencias en el acoplamiento de transformadores

A continuación se analiza y cuantifica el reparto de potencia entre transformadores acoplados en paralelo. El análisis se realiza a partir del caso de dos transformadores sobre el circuito eléctrico simplificado equivalente del transformador, tal como se muestra en la Figura 4.61.

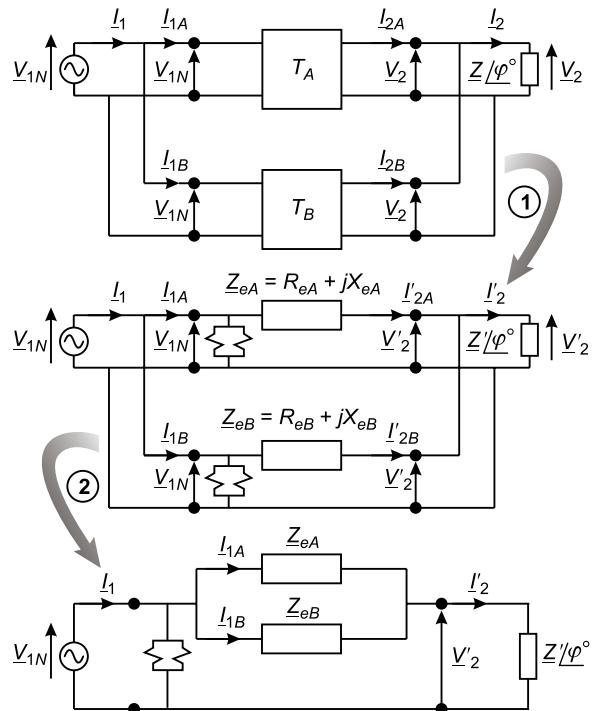


FIGURA 4.61. Deducción del circuito equivalente de dos transformadores en paralelo.

Partiendo de la situación de que haya dos transformadores, T_A y T_B , conectados en paralelo, se cumple que:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1A} + \underline{I}_{1B}$$

$$\underline{I}_{1A} \cdot \underline{Z}_{eA} = \underline{I}_{1B} \cdot \underline{Z}_{eB} \Rightarrow I_{1A} \cdot Z_{eA} = I_{1B} \cdot Z_{eB}$$

Por tanto:

$$i_A \cdot I_{1NA} \cdot Z_{eA} \cdot 100 = i_B \cdot I_{1NB} \cdot Z_{eB} \cdot 100$$

Si se dividen ambos términos entre la tensión nominal del primario ($V_{1NA} = V_{1NB}$), se obtiene:

$$i_A \cdot u_{ZA} = i_B \cdot u_{ZB}$$

Considerando esta expresión, si se cumple la condición de que $u_{ZA} = u_{ZB}$, se verificará que los índices de carga i_A e i_B son iguales, lo que significa que los dos transformadores estarán igual de cargados. De esta manera se cumplirá que cuando uno alcance la intensidad nominal, el otro también lo hará. Si $u_{ZA} \neq u_{ZB}$, los dos transformadores estarán cargados de forma desigual.

A continuación se va a justificar por qué interesa que la relación u_R/u_X de ambos transformadores sea la misma:

Por un lado se cumple que la intensidad de alimentación al acoplamiento es igual a la suma de la intensidad de entrada a cada transformador.

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1A} + \underline{I}_{1B}$$

Por otra parte, la caída de tensión en ambos transformadores debe ser la misma:

$$\underline{I}_{1A} \cdot \underline{Z}_{eA} = \underline{I}_{1B} \cdot \underline{Z}_{eB} \Rightarrow \underline{I}_{1B} = \underline{I}_{1A} \cdot \frac{\underline{Z}_{eA}}{\underline{Z}_{eB}}$$

De las dos ecuaciones anteriores se deduce que:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1A} + \underline{I}_{1A} \cdot \frac{\underline{Z}_{eA}}{\underline{Z}_{eB}} = \underline{I}_{1A} \cdot \frac{\underline{Z}_{eA} + \underline{Z}_{eB}}{\underline{Z}_{eB}}$$

Obteniéndose, por tanto, las intensidades de entrada a cada uno de los dos transformadores en función de la intensidad consumida por el conjunto de ambos.

$$\underline{I}_{1A} = \underline{I}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_{eB}}{\underline{Z}_{eA} + \underline{Z}_{eB}}$$

$$\underline{I}_{1B} = \underline{I}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_{eA}}{\underline{Z}_{eA} + \underline{Z}_{eB}}$$

Por tanto, si las impedancias equivalentes tienen ángulos iguales, se cumplirá que las intensidades \underline{I}_{1A} e \underline{I}_{1B} estarán en fase. Bajo esta condición, las intensidades se pueden sumar de forma escalar por tener el mismo ángulo, el cual a su vez coincidirá con el ángulo de la intensidad \underline{I}_1 . Al cumplirse esto, las potencias aparentes también se pueden sumar directamente en módulos y se puede considerar que la potencia del grupo es:

$$\underline{S}_G = \underline{S}_A + \underline{S}_B \Rightarrow S_G = S_A + S_B$$

Por tanto, la potencia nominal del grupo será:

$$S_{NG} = S_{NA} + S_{NB}$$

En caso que las impedancias equivalentes tengan el mismo ángulo y que $u_{ZA} \neq u_{ZB}$, para realizar el estudio del acoplamiento se utilizan las siguientes expresiones:

$$S_{NG} = S_{NA} + S_{NB} \quad (4.4)$$

$$u_{ZG} = \frac{S_{NG}}{\frac{S_{NA}}{u_{ZA}} + \frac{S_{NB}}{u_{ZB}} + \dots} \quad (4.5)$$

$$S_A = \frac{S_G}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{NA}}{u_{ZA}} \cdot u_{ZG} \quad (4.6)$$

$$S_B = \frac{S_G}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{NB}}{u_{ZB}} \cdot u_{ZG}$$

Estas expresiones se obtienen a partir del siguiente desarrollo, que se realiza teniendo en cuenta que la tensión es común para todos los transformadores acoplados.

La tensión de cortocircuito se define de la siguiente manera:

$$u_Z = \frac{I_{1N} \cdot Z_e}{V_{1N}} \cdot 100$$

Despejando la impedancia equivalente y multiplicando numerador y denominador por V_{1N} , se obtiene:

$$Z_e = \frac{u_Z}{100} \cdot \frac{V_{1N}}{I_{1N}} \cdot \frac{V_{1N}}{V_{1N}} = \frac{u_Z \cdot V_{1N}^2}{100 \cdot S_N}$$

Por lo que la inversa de la impedancia equivalente del transformador es:

$$\frac{1}{Z_e} = \frac{100 \cdot S_N}{u_Z \cdot V_{1N}^2}$$

Teniendo en cuenta que los dos transformadores están acoplados en paralelo, sus impedancias equivalentes también estarán conectadas en paralelo, por lo que la impedancia total del grupo será:

$$\frac{1}{Z_{eG}} = \frac{1}{Z_{eA}} + \frac{1}{Z_{eB}}$$

Sustituyendo las impedancias por la expresión deducida, se obtiene:

$$\frac{100 \cdot S_{NG}}{u_{ZG} \cdot V_{1N}^2} = \frac{100 \cdot S_{NA}}{u_{ZA} \cdot V_{1N}^2} + \frac{100 \cdot S_{NB}}{u_{ZB} \cdot V_{1N}^2} \Rightarrow \frac{S_{NG}}{u_{ZG}} = \frac{S_{NA}}{u_{ZA}} + \frac{S_{NB}}{u_{ZB}}$$

de donde se puede despejar la tensión de cortocircuito del grupo, u_{ZG} :

$$u_{ZG} = \frac{\frac{S_{NG}}{S_{NA} + S_{NB}}}{\frac{u_{ZA}}{u_{ZB}}}$$

con lo que queda demostrada la Expresión (4.5).

Además, tal como ha sido demostrado anteriormente, las intensidades cumplen que:

$$I_{1A} = I_1 \cdot \frac{Z_{eB}}{Z_{eA} + Z_{eB}}$$

$$I_{1B} = I_1 \cdot \frac{Z_{eA}}{Z_{eA} + Z_{eB}}$$

Por tanto, teniendo en cuenta que la tensión es común para todos los transformadores acoplados, para las potencias aparentes se cumple que:

$$S_A = S_G \cdot \frac{Z_{eB}}{Z_{eA} + Z_{eB}}$$

$$S_B = S_G \cdot \frac{Z_{eA}}{Z_{eA} + Z_{eB}}$$

Además, teniendo en cuenta las relaciones entre las impedancias de los transformadores acoplados en paralelo:

$$\frac{1}{Z_{eG}} = \frac{1}{Z_{eA}} + \frac{1}{Z_{eB}} = \frac{Z_{eA} + Z_{eB}}{Z_{eA} \cdot Z_{eB}}$$

$$\frac{Z_{eA}}{Z_{eG}} = \frac{Z_{eA} + Z_{eB}}{Z_{eB}}$$

$$\frac{Z_{eB}}{Z_{eG}} = \frac{Z_{eA} + Z_{eB}}{Z_{eA}}$$

Las expresiones de las potencias aparentes se pueden expresar como se muestra a continuación:

$$S_A = S_G \cdot \frac{Z_{eG}}{Z_{eA}}$$

$$S_B = S_G \cdot \frac{Z_{eG}}{Z_{eB}}$$

de forma que sustituyendo las impedancias por

$$Z_{ei} = \frac{u_{Zi} \cdot V_{1N}^2}{100 \cdot S_{Ni}}$$

se obtienen las expresiones:

$$S_A = \frac{S_G}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{NA}}{u_{ZA}} \cdot u_{ZG}$$

$$S_B = \frac{S_G}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{NB}}{u_{ZB}} \cdot u_{ZG}$$

con lo que quedan demostradas la Expresiones (4.6).

La generalización de las Expresiones (4.4), (4.5) y (4.6) al caso de N transformadores acoplados en paralelo conduce a:

$$S_{NG} = \sum_{i=1}^N S_{Ni}$$

$$u_{ZG} = \frac{S_{NG}}{\sum_{i=1}^N \frac{S_{Ni}}{u_{Zi}}}$$

$$S_i = \frac{S_G}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{Ni}}{u_{Zi}} \cdot u_{ZG}$$

4.4.6. Ejemplo numérico

Se dispone de dos transformadores, T_A y T_B , que se desea conectar en paralelo. Estos transformadores tienen las siguientes características:

$$T_A \begin{cases} S_{NA} = 500 \text{ kVA} \\ u_{ZA} = 10\% \end{cases}$$

$$T_B \begin{cases} S_{NB} = 630 \text{ kVA} \\ u_{ZB} = 9\% \end{cases}$$

Puesto que las u_Z no son iguales, nunca se va a poder obtener la potencia nominal del grupo sin sobrecargar alguno de los transformadores.

$$S_{NG} = S_{NA} + S_{NB} = 500 + 630 = 1.130 \text{ kVA}$$

Compruébese como si se desea obtener la potencia nominal del grupo:

$$S_G = S_{NG} = 1.130 \text{ kVA}$$

$$u_{ZG} = \frac{S_{NG}}{\frac{S_{NA}}{u_{ZA}} + \frac{S_{NB}}{u_{ZB}}} = \frac{1.130}{\frac{500}{10} + \frac{630}{9}} = 9,42$$

$$S_A = \frac{S_G}{S_{NG}} \cdot u_{ZG} \cdot \frac{S_{NA}}{u_{ZA}} = 9,42 \cdot \frac{500}{10} = 470,8 \text{ kVA} \Rightarrow \text{está desaprovechado}$$

$$S_B = \frac{S_G}{S_{NG}} \cdot u_{ZG} \cdot \frac{S_{NB}}{u_{ZB}} = 659,2 \text{ kVA} \Rightarrow \text{está sobrecargado}$$

Siempre tiende a sobrecargarse antes el transformador de menor tensión de cortocircuito (u_Z), por lo que interesa que sea éste el que tenga mayor potencia nominal del conjunto de todos los transformadores a acoplar en paralelo.

A continuación, se va a calcular cuál es la máxima potencia que puede dar el grupo sin que haya sobrecargas. Como el que tiende a sobrecargarse es el transformador B , se toma:

$$S_B = S_{NB} = 630 \text{ kVA} \text{ para que no haya sobrecargas}$$

$$S_A = \frac{S_B}{S_{NB}} \cdot u_{ZB} \cdot \frac{S_{NA}}{u_{ZA}} = 9 \cdot \frac{500}{10} = 450 \text{ kVA}$$

$$S_G = S_A + S_B = 1.080 \text{ kVA}$$

Como mucho se puede llegar hasta 1.080 kVA para que no se sobrecargue ningún transformador.

4.5. Autotransformadores

4.5.1. Aspectos generales

Los autotransformadores desempeñan básicamente la misma función que los transformadores aunque, debido a sus especiales características, su campo de aplicación se restringe a aquellos casos en que no existe una gran diferencia entre la tensión de AT y la tensión de BT. Pueden ser tanto monofásicos como trifásicos (Figura 4.62) aunque, para facilitar su comprensión, el desarrollo de su análisis se presenta sobre los de tipo monofásico.

Los autotransformadores constan de los mismos elementos que los transformadores y su principal diferencia radica en la diferente concepción de sus circuitos eléctricos.

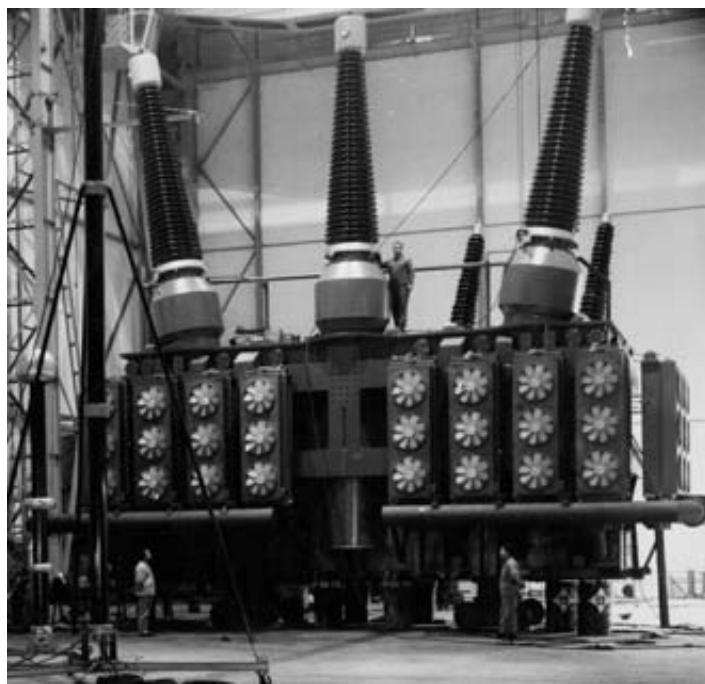


FIGURA 4.62. Autotransformador trifásico.

4.5.2. Estudio del autotransformador en vacío y en carga

El autotransformador es un transformador especial que tiene un solo arrollamiento que sirve de primario y de secundario y cuya relación de transformación es generalmente próxima a la unidad. La Figura 4.63 muestra una representación de las partes activas (circuito eléctrico y circuito magnético) de un transformador monofásico.

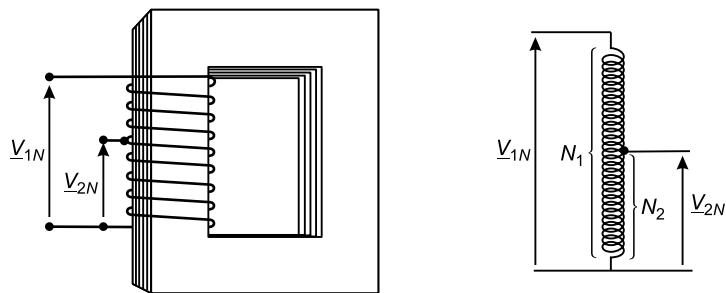
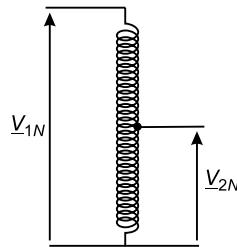


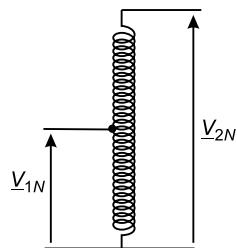
FIGURA 4.63. Autotransformador monofásico.

En función del valor de su relación de transformación, los autotransformadores pueden ser reductores (Figura 4.64) o elevadores (Figura 4.65).

- Reductores ($V_{2N} < V_{1N}$): Son aquellos en los que la tensión del secundario es menor que la del primario.

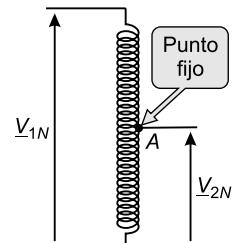
**FIGURA 4.64.** Autotransformador reductor.

- Elevadores ($V_{2N} > V_{1N}$): Son aquellos en los que la tensión del secundario es mayor que la del primario.

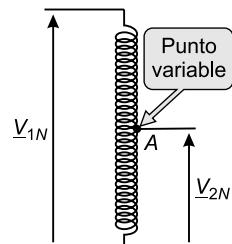
**FIGURA 4.65.** Autotransformador elevador.

De igual forma, su relación de transformación puede ser de valor fijo (Figura 4.66) o variable (Figura 4.67).

- Relación fija ($V_{1N}/V_{2N} = \text{constante}$).

**FIGURA 4.66.** Autotransformador de relación constante.

- Relación variable (V_{1N} fija y V_{2N} variable).

**FIGURA 4.67.** Autotransformador de relación variable.

En el autotransformador, a las N_s espiras comprendidas entre los puntos a y b se las denomina bobinado serie (pertenecen solamente al primario o al secundario), mientras que a las N_c espiras comprendidas entre b y c se las denomina bobinado común, ya que pertenecen al primario y al secundario (Figura 4.68).

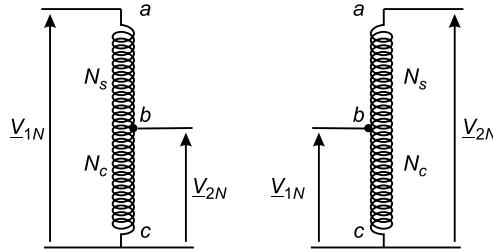


FIGURA 4.68. Bobinado serie y bobinado común.

Debido a ello, la relación de transformación del autotransformador es:

- En el caso de autotransformador reductor:

$$a_a = \frac{N_s + N_c}{N_c} > 1$$

- En el caso de autotransformador elevador:

$$a_a = \frac{N_c}{N_s + N_c} < 1$$

A continuación se analiza el caso de un autotransformador reductor funcionando en vacío (Figura 4.69).

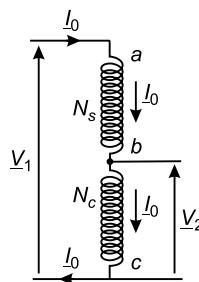


FIGURA 4.69. Autotransformador reductor en vacío.

Al igual que sucede en los transformadores, la tensión V_1 impone un flujo que, siendo la tensión sinusoidal, será también sinusoidal. La relación entre el valor eficaz de la tensión y el valor máximo del flujo viene dada por la siguiente expresión:

$$V_1 \approx E_1 = 4,44 \cdot (N_s + N_c) \cdot f \cdot \Phi_0$$

En el secundario se cumple que:

$$V_2 \approx E_2 = 4,44 \cdot N_c \cdot f \cdot \Phi_0$$

Por tanto, tal y como se ha señalado anteriormente, la relación entre las tensiones primaria y secundaria es:

$$\frac{V_1}{V_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_S + N_C}{N_C} = a_a$$

Supóngase ahora que se conecta una carga en el secundario (Figura 4.70).

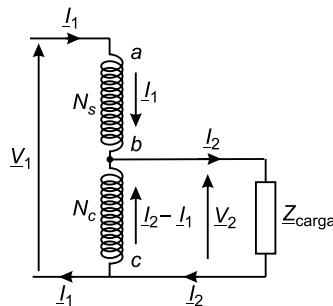


FIGURA 4.70. Autotransformador reductor en carga.

La fuerza magnetomotriz es igual en vacío que en carga, ya que lo es el flujo y la reluctancia del circuito.

- En vacío: $(N_S + N_C) \cdot I_0$
- En carga: $N_S \cdot I_1 - N_C \cdot (I_2 - I_1)$

y por tanto:

$$I_0 \cdot (N_S + N_C) = N_S \cdot I_1 - N_C \cdot (I_2 - I_1)$$

que da lugar a:

$$I_1 \cdot (N_S + N_C) - N_C \cdot I_2 = (N_S + N_C) \cdot I_0 \Rightarrow I_1 \cdot a_a - I_2 = a_a \cdot I_0 \Rightarrow I_1 = \frac{I_2}{a_a} + I_0$$

Aplicando la metodología empleada para el análisis del transformador (Figura 4.12), las espiras reales se consideran como espiras ideales en serie con una impedancia que representa su resistencia y flujo de fugas. Por tanto, los bobinados del autotransformador se representan de la siguiente forma:

- Bobinado común: N_C espiras ideales + Impedancia $\underline{Z}_C = R_C + jX_C$
- Bobinado serie: N_S espiras ideales + Impedancia $\underline{Z}_S = R_S + jX_S$

Con todo ello se obtiene la representación de la Figura 4.71, que da lugar a las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \underline{V}_1 &= \underline{V}_{ab} + \underline{V}_2 \\ \underline{V}_{ab} &= \underline{E}_{ab} + I_1 \cdot \underline{Z}_S \\ \underline{E}_{bc} &= \underline{V}_2 + (I_2 - I_1) \cdot \underline{Z}_C \end{aligned}$$

$$\frac{\underline{E}_{ab}}{\underline{E}_{bc}} = \frac{N_S}{N_C} + 1 - 1 = a_a - 1 \quad (\text{en fase})$$

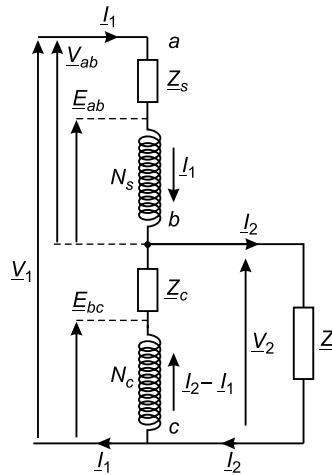


FIGURA 4.71. Representación del autotransformador reductor.

El diagrama vectorial asociado a estas ecuaciones es el mostrado en la Figura 4.72.

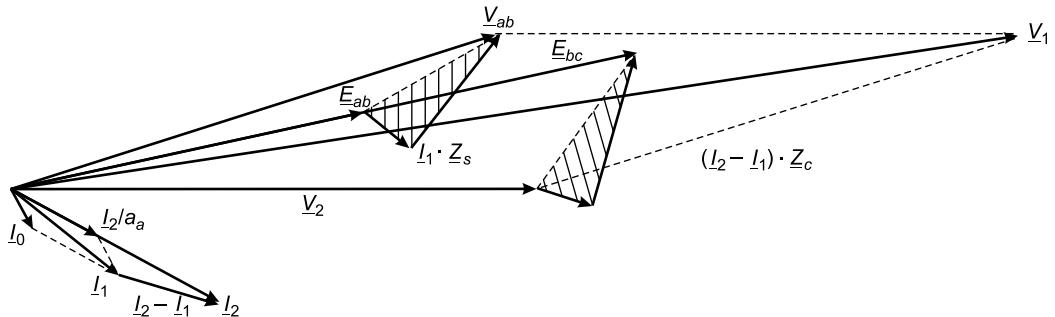


FIGURA 4.72. Diagrama vectorial del autotransformador reductor.

Despreciando el valor de la intensidad de vacío ($I_0 = 0$), se llega a:

$$I_1 = \frac{I_2}{a_a}$$

Con lo que I_1 e I_2 están en fase y dan lugar al diagrama vectorial de la Figura 4.73.

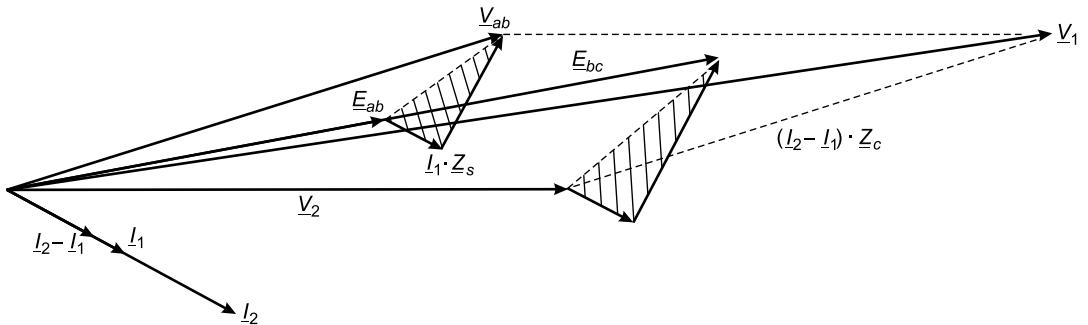


FIGURA 4.73. Diagrama vectorial simplificado del autotransformador reductor.

4.5.3. Potencia transmitida inductiva y conductivamente entre primario y secundario

En un autotransformador, existe contacto entre el circuito eléctrico del primario y del secundario. Por ello la transmisión de potencia entre primario y secundario se realiza de forma inductiva y conductiva. A continuación se indica el cálculo de la proporción de potencia transmitida en una y otra forma.

Despreciando la influencia de las pérdidas, para unas determinadas condiciones de funcionamiento se cumple que:

$$V_1 \cdot I_1 = V_2 \cdot I_2 \Rightarrow S_1 = S_2 = S$$

En el caso de un autotransformador reductor (Figura 4.74) se cumple que:

$$S = V_2 \cdot I_2 = V_2 \cdot (I_2 - I_1 + I_1) = V_2 \cdot (I_2 - I_1) + V_2 \cdot I_1 = S_i + S_c$$

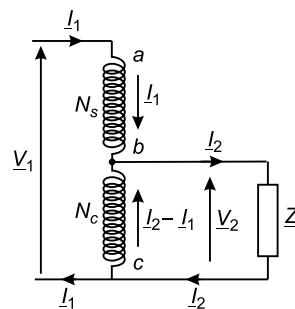


FIGURA 4.74. Transmisión de potencia: caso autotransformador reductor.

Donde S_i es la potencia transmitida inductivamente y S_c es la potencia transmitida conductivamente. Por tanto, su proporción respecto a la potencia total transmitida es:

$$\frac{S_c}{S} = \frac{V_2 \cdot I_1}{V_2 \cdot I_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\text{BT}}{\text{AT}}$$

$$\frac{S_i}{S} = \frac{V_2 \cdot (I_2 - I_1)}{V_2 \cdot I_2} = 1 - \frac{I_1}{I_2} = 1 - \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_1 - V_2}{V_1} = \frac{\text{AT} - \text{BT}}{\text{AT}}$$

En el caso de un autotransformador elevador (Figura 4.75) se cumple que:

$$S = V_1 \cdot I_1 = V_1 \cdot (I_1 - I_2 + I_2) = V_1 \cdot (I_1 - I_2) + V_1 \cdot I_2 = S_i + S_c$$

con lo que la proporción de las potencias transmitidas inductiva y conductivamente respecto a la potencia total resulta ser:

$$\frac{S_c}{S} = \frac{V_1 \cdot I_2}{V_1 \cdot I_1} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\text{BT}}{\text{AT}}$$

$$\frac{S_i}{S} = \frac{V_1 \cdot (I_1 - I_2)}{V_1 \cdot I_1} = 1 - \frac{I_2}{I_1} = 1 - \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_2 - V_1}{V_2} = \frac{\text{AT} - \text{BT}}{\text{AT}}$$

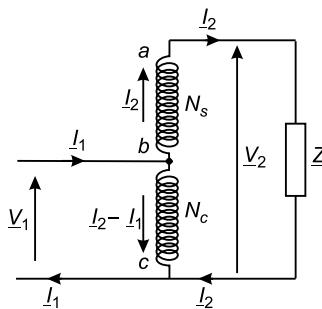


FIGURA 4.75. Transmisión de potencia: caso autotransformador elevador.

En consecuencia, sea cual sea el tipo de autotransformador (reductor o elevador), se cumple siempre que:

$$\frac{S_c}{S} = \frac{BT}{AT} \quad \frac{S_i}{S} = \frac{AT - BT}{AT}$$

4.5.4. Circuito equivalente del autotransformador

A continuación se presenta la deducción del circuito equivalente referido al primario con la hipótesis de que la corriente de vacío es despreciable.

Autotransformador reductor

En el esquema de la Figura 4.76 se comprueba que:

$$E_{bc} = V_2 + (I_2 - I_1) \cdot Z_C = I_2 \cdot Z + (I_2 - I_1) \cdot Z_C = I_1 \cdot [a_a \cdot Z + (a_a - 1) \cdot Z_C]$$

Por otra parte:

$$V_{ab} = V_1 - V_2 = E_{ab} + I_1 \cdot Z_S$$

por lo que:

$$E_{ab} = V_1 - V_2 - I_1 \cdot Z_S = V_1 - I_2 \cdot Z - I_1 \cdot Z_S = V_1 - I_1 \cdot (a_a \cdot Z + Z_S)$$

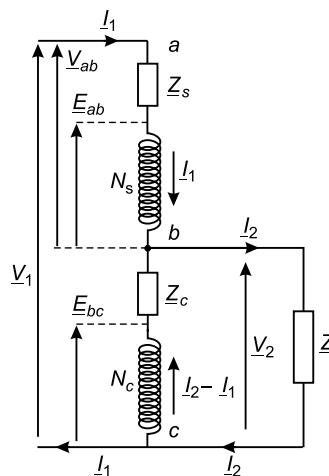


FIGURA 4.76. Circuito equivalente: caso autotransformador reductor.

Con todo ello:

$$\frac{\underline{E}_{ab}}{\underline{E}_{bc}} = \frac{\underline{V}_1 - \underline{I}_1 \cdot (a_a \cdot \underline{Z} + \underline{Z}_S)}{\underline{I}_1 \cdot [a_a \cdot \underline{Z} + (a_a - 1) \cdot \underline{Z}_C]}$$

$$\begin{cases} \underline{E}_{ab} = 4,44 \cdot \Phi_0 \cdot N_S \cdot f \\ \underline{E}_{bc} = 4,44 \cdot \Phi_0 \cdot N_C \cdot f \end{cases} \Rightarrow \frac{\underline{E}_{ab}}{\underline{E}_{bc}} = \frac{N_S}{N_C} + 1 - 1 = a_a - 1$$

$$\frac{\underline{V}_1 - \underline{I}_1 \cdot (a_a \cdot \underline{Z} + \underline{Z}_S)}{\underline{I}_1 \cdot [a_a \cdot \underline{Z} + (a_a - 1) \cdot \underline{Z}_C]} = a_a - 1$$

Relación que, estando en función de V_1 e I_1 , conduce a la siguiente expresión:

$$\underline{V}_1 = \underline{I}_1 \cdot [a_a \cdot \underline{Z} + \underline{Z}_S + a_a^2 \cdot \underline{Z} - a_a \cdot \underline{Z} + (a_a - 1)^2 \cdot \underline{Z}_C] = \underline{I}_1 \cdot [\underline{Z}_S + (a_a - 1)^2 \cdot \underline{Z}_C + a_a^2 \cdot \underline{Z}]$$

con lo que el circuito equivalente del autotransformador reductor queda tal como se muestra en la Figura 4.77.

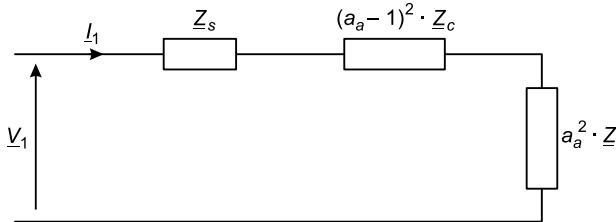


FIGURA 4.77. Circuito equivalente del autotransformador reductor.

De forma análoga a las relaciones definidas para el estudio del transformador, a partir de este circuito se pueden obtener las siguientes relaciones:

$$\underline{Z}_e = \underline{Z}_S + (a_a - 1)^2 \cdot \underline{Z}_C = R_e + jX_e$$

$$\Delta V = \underline{I}_1 \cdot [\underline{Z}_S + (a_a - 1)^2 \cdot \underline{Z}_C]$$

$$u_Z = \frac{I_{1N} \cdot Z_e}{V_{1N}} 100$$

$$u_R = \frac{I_{1N} \cdot R_e}{V_{1N}} 100$$

$$u_X = \frac{I_{1N} \cdot X_e}{V_{1N}} 100$$

Autotransformador elevador

En el caso del autotransformador elevador se cumple que:

$$a_a = \frac{V_1}{V_2} = \frac{N_C}{N_S + N_C}$$

$$N_C \cdot \underline{I}_0 = N_C \cdot (\underline{I}_1 - \underline{I}_2) - N_S \cdot \underline{I}_2$$

Suponiendo la intensidad de vacío despreciable:

$$N_C \cdot (\underline{I}_1 - \underline{I}_2) = N_S \cdot \underline{I}_2 \Rightarrow N_C \cdot \underline{I}_1 = (N_S + N_C) \cdot \underline{I}_2 \Rightarrow \underline{I}_2 = a_a \cdot \underline{I}_1$$

Asimismo, en el esquema de la Figura 4.78 se puede apreciar que:

$$\underline{E}_{bc} = \underline{V}_1 - (\underline{I}_1 - \underline{I}_2) \cdot \underline{Z}_C = \underline{V}_1 - \underline{I}_1 \cdot (1 - a_a) \cdot \underline{Z}_C$$

$$\underline{E}_{ab} = \underline{V}_{ab} + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_S = \underline{V}_2 - \underline{V}_1 + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_S = \underline{I}_2 \cdot (\underline{Z} + \underline{Z}_S) - \underline{V}_1 = \underline{I}_1 \cdot (a_a \cdot \underline{Z} + a_a \cdot \underline{Z}_S) - \underline{V}_1$$

y como

$$\frac{\underline{E}_{ab}}{\underline{E}_{bc}} = \frac{N_S}{N_C} = \frac{N_S + N_C}{N_C} - 1 = \frac{1}{a_a} - 1 = \frac{1 - a_a}{a_a} = \frac{\underline{I}_1 \cdot (a_a \cdot \underline{Z} + a_a \cdot \underline{Z}_S) - \underline{V}_1}{\underline{V}_1 - \underline{I}_1 \cdot (1 - a_a) \cdot \underline{Z}_C}$$

se llega a la expresión:

$$\underline{I}_1 \cdot (a_a^2 \cdot \underline{Z} + a_a^2 \cdot \underline{Z}_S) - a_a \cdot \underline{V}_1 = \underline{V}_1 - a_a \cdot \underline{V}_1 - \underline{I}_1 \cdot (1 - a_a)^2 \cdot \underline{Z}_C$$

que debidamente reordenada se transforma en:

$$\underline{V}_1 = \underline{I}_1 \cdot [a_a^2 \cdot \underline{Z}_S + (1 - a_a)^2 \cdot \underline{Z}_C + a_a^2 \cdot \underline{Z}]$$

que permite definir el circuito equivalente y las relaciones correspondientes en forma similar al caso anterior.

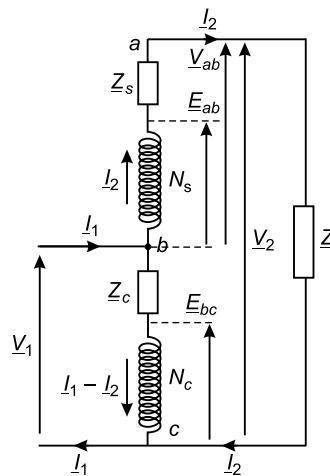


FIGURA 4.78. Circuito equivalente: caso autotransformador elevador.

4.5.5. Comparación del autotransformador frente al transformador

A continuación, como conclusión de todo lo expuesto, se presenta la comparación de un transformador y un autotransformador de igual relación y potencia (Figura 4.79).

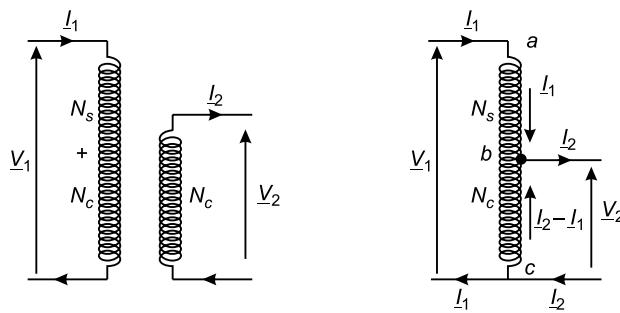


FIGURA 4.79. Comparación transformador vs. autotransformador.

Las principales ventajas del autotransformador son:

- Transmisión conductiva de potencia.
- Menor número de espiras.
- Menor flujo de fugas.
- Menor sección de las espiras del bobinado común.
- Menor dimensión del circuito magnético (Figura 4.80).

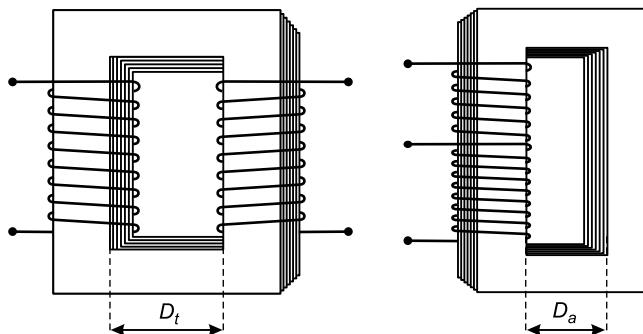


FIGURA 4.80. Circuitos magnéticos del transformador y autotransformador.

- Menores pérdidas y, por tanto, mayor rendimiento.
- Menor caída de tensión interna.
- Menor tensión de cortocircuito: $u_{Za} < u_{Zt}$

Sus respectivos circuitos equivalentes son:

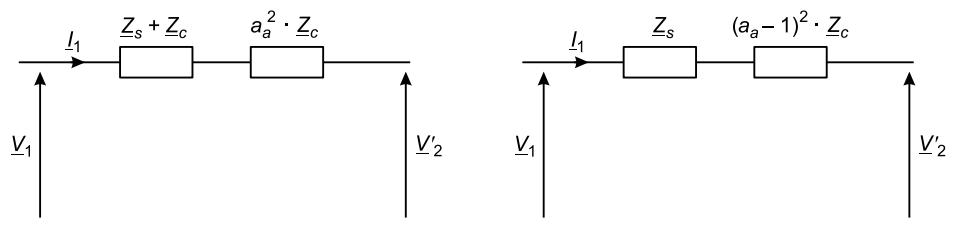


FIGURA 4.81. Circuitos equivalentes del transformador y autotransformador.

Así, la tensión de cortocircuito en cada caso es:

$$u_{Zt} = \frac{|\underline{I}_{1N} \cdot [\underline{Z}_S + \underline{Z}_C + a_a^2 \cdot \underline{Z}_C]|}{|\underline{V}_1|} 100$$

$$u_{Za} = \frac{|\underline{I}_{1N} \cdot [\underline{Z}_S + (a_a - 1)^2 \cdot \underline{Z}_C]|}{|\underline{V}_1|} 100$$

con lo que:

$$\frac{u_{Zt}}{u_{Za}} = \frac{|\underline{Z}_S + \underline{Z}_C + a_a^2 \cdot \underline{Z}_C|}{|\underline{Z}_S + a_a^2 \cdot \underline{Z}_C + \underline{Z}_C - 2 \cdot a_a \cdot \underline{Z}_C|} > 1$$

Los principales inconvenientes del autotransformador son:

- Mayor intensidad de cortocircuito, debido a su menor valor de impedancia equivalente.
- Únicamente recomendable para relaciones de transformación próximas a la unidad.

TRANSFORMADORES.

PRUEBAS DE AUTOEVALUACIÓN

TEÓRICA



CAPÍTULO

5

- 5.1. Preguntas teóricas resueltas
- 5.2. Preguntas teóricas propuestas
- 5.3. Soluciones



5.1. Preguntas teóricas resueltas

En este apartado se presentan 100 preguntas teóricas, indicando en cada caso si el enunciado es verdadero o falso con su correspondiente justificación.

- 1. Un transformador posee un núcleo magnético que presenta un ciclo de histéresis tal que, alimentado a la tensión nominal, encierra un área A:**
 - a) Si se reduce la tensión de alimentación a la mitad, el área del ciclo se reduce a la mitad.**

FALSO

El área del ciclo de histéresis representa las pérdidas por histéresis. Si se reduce la tensión de alimentación a la mitad, se reducirá a la mitad Φ_0 y, por tanto, B_{\max} . Como en la expresión de las pérdidas por histéresis B_{\max} está elevada a la x (valor comprendido entre 1,6 y 1,8), el área del ciclo de histéresis se verá reducida, pero no a la mitad.

$$V_1 \approx E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f \quad P_H = K_H \cdot f \cdot B_{\max}^x$$

- b) Si se duplica el área del ciclo de histéresis (2A), es debido a que se ha duplicado la intensidad del campo magnético.**

FALSO

Debido a la existencia de la saturación en la curva $B-H$ del material y a las causas señaladas en la pregunta anterior, la relación entre el área del ciclo de histéresis y la intensidad de campo magnético no es lineal.

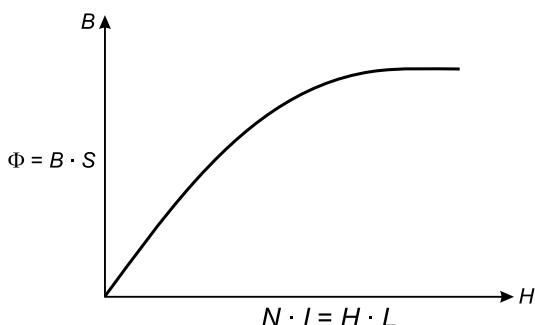


FIGURA 5.1.

- 2. El núcleo magnético de un transformador de potencia tiene una sección total S , está recorrido por un flujo máximo Φ_0 y ha sido construido mediante la técnica de chapas apiladas.**
 - a) La inducción máxima a la que trabaja la chapa magnética es mayor que Φ_0/S .**

VERDADERO

La sección a considerar para calcular la inducción es la sección útil. Como la sección útil es menor que la sección total, la inducción máxima es mayor que la obtenida con el cociente Φ_0/S .

$$B_{\max} = \frac{\Phi_0}{S_u} = \frac{\Phi_0}{F_r \cdot S_{\text{total}}}$$

- b) **No se producen pérdidas por corrientes de Foucault si el transformador está en vacío.**

FALSO

Aun cuando el transformador está en vacío, por él va a circular un flujo variable $\varphi(t)$, por lo que se producirán pérdidas por corrientes de Foucault.

3. En los núcleos magnéticos de los transformadores de potencia:

- a) **Una vez alcanzada la saturación, el flujo es sinusoidal si la tensión primaria aplicada es sinusoidal.**

VERDADERO

Si la tensión de alimentación $v_1(t)$ es sinusoidal, $e_1(t)$ es sinusoidal, y como $e_1(t)$ está ligada con el flujo $\varphi(t)$, éste también será sinusoidal.

$$e_1(t) = N_1 \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

- b) **Su construcción mediante la técnica de chapas apiladas reduce las pérdidas por histeresis.**

FALSO

La construcción por chapas apiladas lo que reduce son las pérdidas por Foucault.

4. En la construcción de dos transformadores monofásicos:

- a) **Si los números de espiras (N_1 y N_2) son iguales en ambos transformadores, las intensidades nominales también son iguales en ambos.**

FALSO

La intensidad nominal no depende del número de espiras (N_1 y N_2), sino que depende de las tensiones nominales y de las potencias aparentes nominales.

$$S_N = V_{1N} \cdot I_{1N} = V_{2N} \cdot I_{2N}$$

- b) **Si los números y tipo de espiras (N_1 y N_2) son iguales en ambos transformadores, y los núcleos de ambos transformadores son también iguales, las pérdidas en el hierro serán iguales ante la misma tensión de alimentación.**

VERDADERO

Son dos transformadores idénticos que funcionan con la misma inducción, por lo que las pérdidas en el hierro serán las mismas.

- 5. Un transformador monofásico de 6.000/400 V funciona en vacío alimentado a su tensión nominal y en esas condiciones, el circuito magnético del transformador funciona en la zona lineal.**

- a) **Se puede alcanzar la zona de saturación colocando una carga en su secundario.**

FALSO

Para entrar en saturación es necesario aumentar el flujo que circula por el circuito magnético del transformador. Con la colocación de una carga no es posible lograr dicho objetivo.

- b) **Se puede alcanzar la zona de saturación incrementando la frecuencia de la tensión de alimentación.**

FALSO

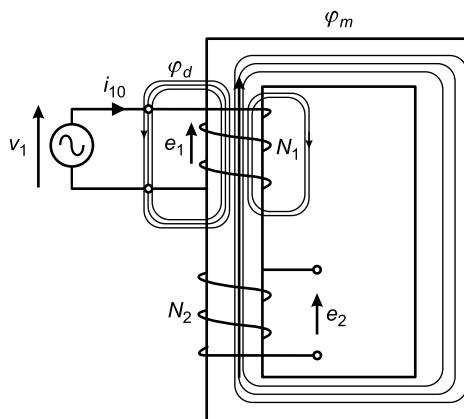
Un aumento de la frecuencia de alimentación, sin modificar el valor eficaz de la tensión de alimentación, provoca una disminución del valor del flujo magnético. Por tanto, no es posible entrar en saturación mediante dicha acción.

6. En un transformador de potencia:

- a) **Si funciona en vacío, no existe flujo de fugas en el primario.**

FALSO

Sí existe flujo de fugas en el primario. Lo que no existe es flujo de fugas en el secundario, ya que no está recorrido por ninguna intensidad (Figura 5.2).

**FIGURA 5.2.**

- b) Si funciona en carga, la fuerza magnetomotriz debida a la intensidad del devanado secundario es de sentido contrario a la fuerza magnetomotriz creada por la intensidad del devanado primario.

VERDADERO

Tal y como se observa en la Figura 5.3, la f.m.m. del secundario es de sentido contrario a la f.m.m. del primario, con el fin de que se cumpla para cualquier situación de carga que:

$$N_1 \cdot I_1 - N_2 \cdot I_2 = N_1 \cdot I_{10}$$

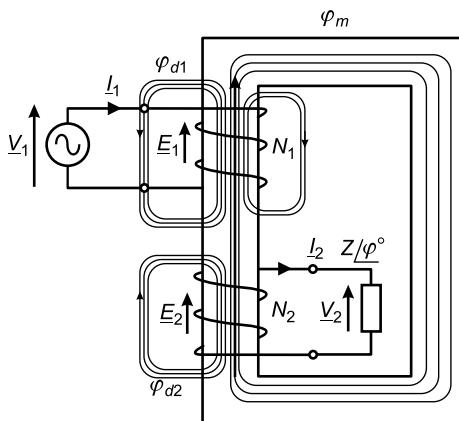


FIGURA 5.3.

7. Un transformador monofásico de relación de espiras N_1/N_2 y relación de tensiones V_{1N}/V_{2N} y 50 Hz, se encuentra trabajando en vacío.

- a) Si se alimenta por el primario con V_{1N} y 100 Hz, la tensión de salida será $0,5 \cdot V_{2N}$.

FALSO

La tensión de salida será V_{2N} pero a 100 Hz. Como la tensión de alimentación V_{1N} es constante, el producto del flujo máximo por la frecuencia se mantiene constante (el aumento de la frecuencia se compensa con la disminución del flujo máximo). Por tanto, el valor eficaz de la tensión de salida también se mantiene constante.

$$V_1 \approx E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f \quad V_2 = E_2 = 4,44 \cdot N_2 \cdot \Phi_0 \cdot f$$

- b) Si se alimenta por el primario con $0,5 \cdot V_{1N}$ y 50 Hz, la tensión de salida será $0,5 \cdot V_{2N}$.

VERDADERO

Si el transformador se alimenta a una tensión V_1 mitad de la tensión nominal V_{1N} , al ser la frecuencia y el número de espiras constantes, el flujo máximo se reducirá también a la mitad, con lo que la tensión V_2 será $0,5 \cdot V_{2N}$.

$$V_1 \approx E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f \quad V_2 = E_2 = 4,44 \cdot N_2 \cdot \Phi_0 \cdot f$$

8. En un transformador de potencia funcionando en vacío:

- a) **En las espiras del primario, el flujo de fugas tiene distinto sentido que el flujo útil.**

FALSO

En este caso la f.m.m. del primario crea tanto el flujo útil como el flujo de dispersión, por lo que ambos tienen el mismo sentido (Figura 5.4).

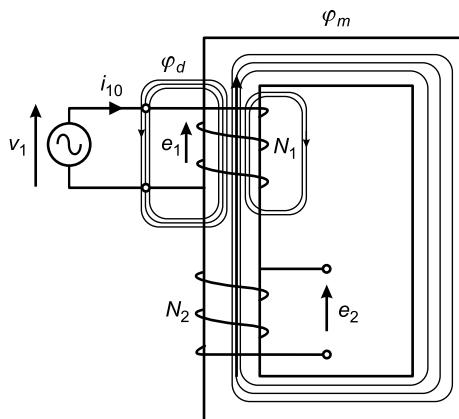


FIGURA 5.4.

- b) **El flujo de fugas del secundario es nulo.**

VERDADERO

Como el transformador está trabajando en vacío, por el secundario no circula intensidad, ya que el circuito eléctrico está abierto. Por tanto, no hay f.m.m. en el secundario.

9. Un transformador monofásico alimentado por el primario con tensión alterna sinusoidal, se encuentra trabajando en carga fuera de la zona lineal:

- a) **El flujo es sinusoidal.**

VERDADERO

El hecho de que el flujo sea sinusoidal está impuesto por la tensión de alimentación, que sí lo es.

$$v_1(t) \approx e_1(t) = N_1 \cdot \frac{d\varphi_m(t)}{t}$$

- b) La componente de vacío de la intensidad que circula por el primario es sinusoidal.

FALSO

Como se observa en la Figura 5.5, la tensión aplicada es sinusoidal e impone que el flujo también lo sea, pero la intensidad no lo es debido a la existencia del ciclo de histéresis.

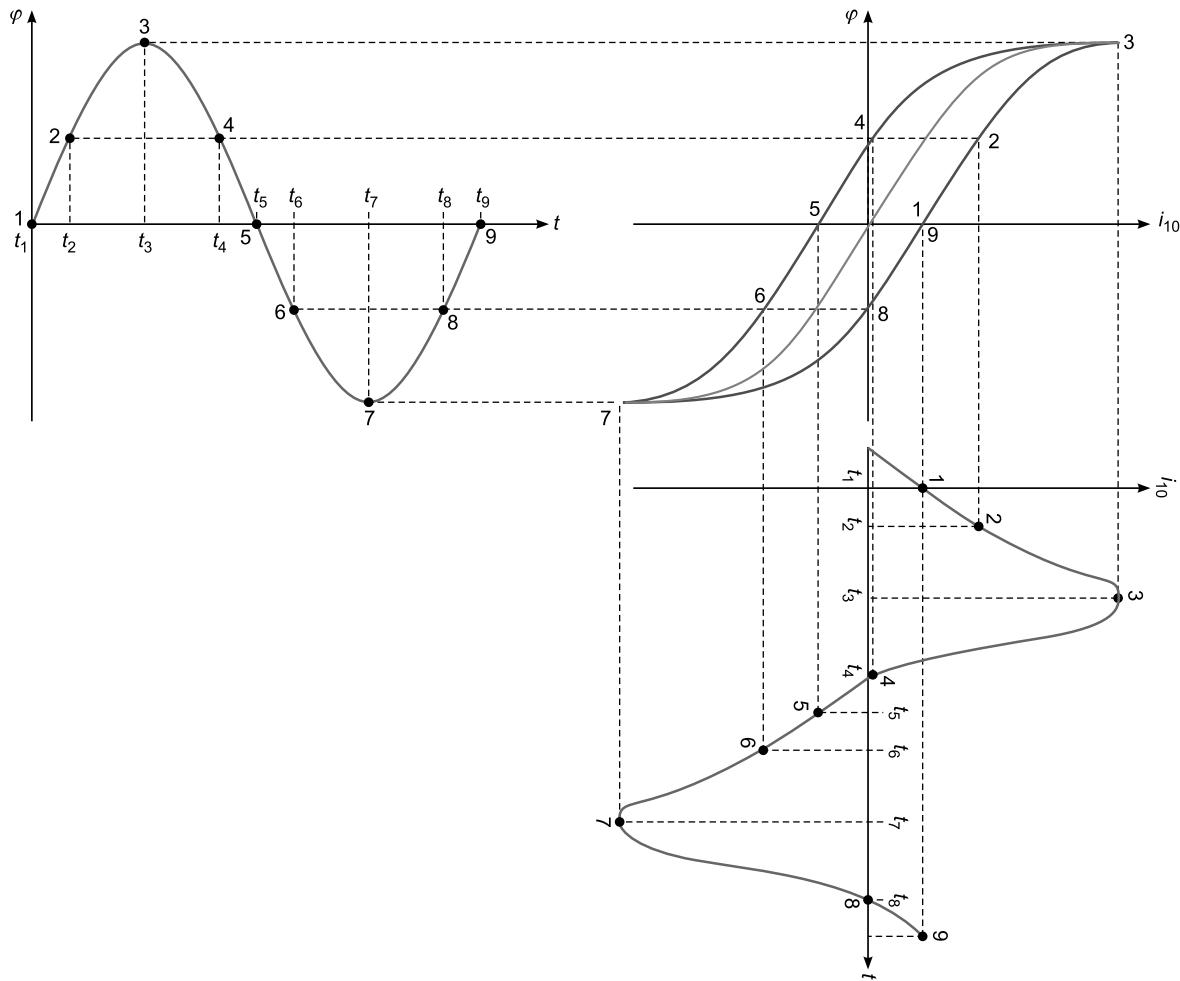


FIGURA 5.5.

- 10. En un transformador que funciona en vacío:**

- a) La mayor parte de la intensidad que circula por el transformador es debida a las pérdidas en el hierro.

FALSO

En la intensidad de vacío, la componente más importante es la magnetizante, necesaria para crear el flujo, no la de pérdidas.

- b) En bornes del devanado secundario, la tensión es nula.

FALSO

Al estar en vacío, el devanado secundario está en circuito abierto, por lo que no circulará intensidad por él. Sin embargo, sí se inducirá tensión en función de la tensión aplicada al primario y la relación de transformación.

- 11. Un transformador de potencia monofásico de 60 Hz posee una relación de tensiones de 230/400 V.**

- a) Si funciona en vacío conectado por el lado de BT a una red de 230 V y 50 Hz, el valor eficaz de la tensión en el lado de AT es 400 V.

VERDADERO

La relación de transformación depende del número de espiras, no de la frecuencia de alimentación. Si se alimenta en vacío a 230 V por el primario, se obtienen 400 V en el secundario, con independencia del valor de la frecuencia, porque, aunque varíe la frecuencia, el flujo útil es único para primario y secundario.

- b) Si funciona en vacío conectado por el lado de AT a una red de 230 V y 60 Hz, el valor eficaz de la tensión en el lado de BT es 400 V.

FALSO

Ésta es así ya que si en AT la tensión es de 230 V, la tensión de BT no puede ser nunca 400 V. Tendrá que ser menor que 230 V de acuerdo con la relación de transformación del transformador: en este caso 132,5 V.

- 12. En un transformador monofásico de relación de espiras N_1/N_2 , alimentado por el primario a tensión alterna constante y que se encuentra trabajando en vacío:**

- a) Al aumentar el número de espiras N_2 , disminuye el flujo.

FALSO

Si aumenta N_2 , aumenta la tensión V_2 ya que el flujo (impuesto por la tensión V_1) y la frecuencia no se modifican.

$$V_1 \approx E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f$$

$$V_2 = E_2 = 4,44 \cdot N_2 \cdot \Phi_0 \cdot f$$

- b) Al aumentar el número de espiras N_1 , la tensión inducida en el secundario disminuye.

VERDADERO

Puesto que la tensión V_1 y la frecuencia son constantes, al aumentar N_1 el flujo disminuye, por lo que al secundario le llega menos flujo. De este modo, la tensión V_2 disminuirá ya que N_2 es constante.

$$V_1 \approx E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f \quad V_2 = E_2 = 4,44 \cdot N_2 \cdot \Phi_0 \cdot f$$

- 13. Un transformador de potencia reductor, cuyo número de espiras secundarias es constante, funciona alimentado a tensión nominal por el lado de AT.**

- a) Si estando en vacío se aumenta el número de espiras primarias, las pérdidas en el hierro disminuyen.

VERDADERO

Al aumentar el número de espiras del primario, como la tensión de alimentación y la frecuencia son constantes, el flujo disminuye, disminuyendo por tanto la inducción magnética máxima. Como consecuencia, disminuyen las pérdidas en el hierro.

$$V_1 \approx E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f \quad P_{\text{Fe}} = P_H + P_F = K_H \cdot f \cdot B_{\text{máx}}^x + K_F \cdot f^2 \cdot B_{\text{máx}}^2$$

- b) Si se conecta una carga inductiva, es necesario aumentar el número de espiras primarias para mantener la tensión secundaria en su valor nominal.

FALSO

Si se conecta una carga inductiva, hay una caída de tensión interna que hace que la tensión secundaria sea menor que la nominal ($V_2 < V_{2N}$). Para devolver la tensión secundaria a su valor nominal es necesario aumentar E_2 , para lo cual, como el número de espiras del secundario (N_2) y la frecuencia son constantes, es necesario aumentar el flujo. Como el flujo está impuesto por la tensión de alimentación V_1 , para aumentar el flujo, a tensión y frecuencia constantes, es necesario disminuir el número de espiras del primario N_1 .

$$V_1 \approx E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f \quad V_2 \approx E_2 = 4,44 \cdot N_2 \cdot \Phi_0 \cdot f$$

- 14. En el diseño de los transformadores de potencia monofásicos reductores:**

- a) Para que las pérdidas por efecto Joule sean iguales en el primario y en el secundario, el número de espiras de ambos bobinados debe coincidir.

FALSO

Las pérdidas por efecto Joule dependen de la resistencia de las espiras y de la intensidad que circula por ellas. Por tanto, para que las pérdidas por efecto Joule sean iguales en ambos bobinados, deberá cumplirse que:

$$R_1 = R'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot R_2$$

- b) **El bobinado primario tiene mayor sección que el bobinado secundario.**

FALSO

Tiene menor sección ya que, al ser un transformador reductor, por el primario circulará menor intensidad.

- 15. En un transformador de potencia en carga, alimentado a tensión nominal por el primario:**

- a) **El flujo de fugas del secundario posee sentido opuesto al flujo mutuo.**

VERDADERO

El flujo de fugas del secundario es debido solamente a la intensidad del secundario. Por tanto, es de sentido contrario al flujo mutuo, ya que éste es debido a las intensidades del primario y secundario que crean fuerzas magnetomotrices de sentidos opuestos, siendo preponderante la del primario (Figura 5.6).

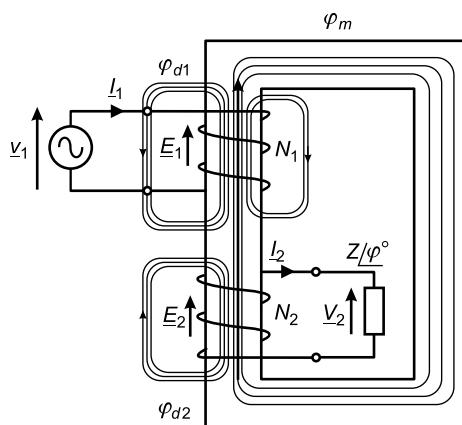


FIGURA 5.6.

- b) **La tensión en bornes del secundario es siempre diferente de la nominal, independientemente del tipo de carga.**

FALSO

Con cargas capacitivas, en las condiciones límite a partir de las cuales empieza a producirse el efecto Ferranti, la tensión de salida del secundario es igual a la nominal.

16. Cuando se calcula el circuito equivalente de un transformador monofásico elevador:

- a) Para obtener el circuito equivalente referido al primario es necesario realizar los dos ensayos por el lado de baja tensión.

FALSO

Lo habitual es que el ensayo de vacío se realice por el lado de BT y el de cortocircuito por el lado de AT, independientemente del lado al cual se quiera referir el circuito equivalente.

- b) La impedancia equivalente Z_e referida al lado de AT es mayor que la referida al lado de BT.

VERDADERO

Al ser un transformador elevador, la relación de transformación $a = N_1/N_2$ es mayor que 1, por lo que:

$$Z_{eAT} = Z_{eBT} \cdot a^2 > Z_{eBT}$$

17. En la realización de ensayos a transformadores para la determinación del circuito equivalente:

- a) El ensayo de cortocircuito proporciona los mismos valores de R_e y X_e , independientemente de la intensidad del ensayo.

VERDADERO

La R_e y la X_e son valores propios del transformador, y no dependen de la tensión utilizada en el ensayo. Únicamente la variación de la frecuencia afectaría al valor de X_e .

- b) El ensayo de vacío da los mismos valores numéricos de G_0 y B_0 independientemente del lado por el que se realice el ensayo.

FALSO

Los valores de G_0 y B_0 dependerán del lado por el que se realice el ensayo de vacío. Si los cálculos se realizan con los valores del ensayo de vacío por el lado de AT, G_0 y B_0 estarán referidos a AT ($G_0 = W_0/(V_{10})^2$). Por el contrario, si los cálculos se realizan con los valores del ensayo de vacío por el lado de BT, G_0 y B_0 estarán referidos a BT ($G_0 = W_0/(V_{20})^2$). Por ejemplo, para el caso de la conductancia:

$$G_0^{1^o} = \frac{W_0}{V_{10}^2} \quad G_0^{2^o} = \frac{W_0}{V_{20}^2} \quad G_0^{1^o} \neq G_0^{2^o}$$

18. Un transformador monofásico de potencia es sometido a un ensayo de cortocircuito nominal. En este ensayo:

- a) **El valor de la impedancia equivalente depende del valor de la tensión aplicada en el ensayo.**

FALSO

El valor de la impedancia equivalente Z_e es propia y característica de cada transformador. Depende de la frecuencia, pero no del valor de la tensión aplicada.

- b) **Las pérdidas en el hierro son despreciables frente a las pérdidas en las espiras.**

VERDADERO

Las pérdidas en el hierro son función de la tensión aplicada, y como en el ensayo de cortocircuito nominal la tensión aplicada es mucho más pequeña que la tensión nominal, las pérdidas en el hierro son mucho más pequeñas que las nominales. Por tanto, se pueden despreciar frente a las pérdidas en el cobre (pérdidas en las espiras), que en un ensayo de cortocircuito nominal son las nominales por estar circulando la intensidad nominal.

19. En un transformador monofásico reductor:

- a) **La intensidad del ensayo de vacío nominal es menor si se alimenta por el lado de AT que si se alimenta por el lado de BT.**

VERDADERO

Como es un transformador reductor, la tensión en el primario es mayor que en el secundario, por lo que la intensidad primaria es menor que la secundaria.

- b) **En el ensayo de cortocircuito nominal, la intensidad absorbida es menor si se alimenta por el lado de BT.**

FALSO

Al ser un transformador reductor, la intensidad en el secundario es mayor que la del primario, ya que la tensión secundaria es menor que la primaria.

20. En un transformador se realizan dos ensayos de vacío. En el primero se aplica el valor eficaz de la tensión nominal a 50 Hz, mientras que en el segundo se aplica el mismo valor eficaz de la tensión pero a 60 Hz.

- a) **El valor resultante de G_0 es diferente si se usan los datos de un ensayo o del otro.**

VERDADERO

El parámetro G_0 refleja las pérdidas en el hierro, las cuales son dependientes de la frecuencia de alimentación. Por tanto, su valor es diferente en uno y otro ensayo.

- b) Podría darse el caso de que las intensidades medidas en los dos ensayos fueran iguales.

FALSO

La corriente de vacío se calcula como producto de la tensión de alimentación del ensayo de vacío V_0 y de la admitancia de la rama de vacío Y_0 . La admitancia Y_0 depende de la frecuencia, por lo que, ante el mismo valor eficaz de la tensión V_0 , la corriente de vacío es diferente en cada ensayo.

$$I_0 = Y_0 \cdot V_0$$

- 21. Un transformador monofásico de potencia de 6.000/400 V funciona en carga alimentado por AT a 6 kV. En estas condiciones:**

- a) Si la carga que alimenta es capacitiva pura, la tensión en bornes del secundario es mayor de 400 V.

VERDADERO

Debido al efecto Ferranti, como es una carga capacitiva pura, el coeficiente de variación de tensión (u) será negativo, por lo que la tensión del secundario será mayor.

$$V_2 = V_{2N} \cdot \left(1 - \frac{u}{100} \right)$$

- b) Si las pérdidas en los conductores son iguales a las pérdidas en el hierro, el transformador está funcionando con el índice de carga correspondiente al rendimiento máximo.

VERDADERO

En el punto de rendimiento máximo, las pérdidas en el hierro son iguales a las del cobre.

- 22. Un transformador monofásico se encuentra trabajando alimentado a su tensión nominal por el primario, mientras que en el secundario se halla conectada una carga inductiva pura.**

- a) Si se duplica el índice de carga, se duplica exactamente el valor del coeficiente de variación de tensión.

FALSO

No se duplicará exactamente, tal y como se puede apreciar en la expresión de Arnold.

$$u = i \cdot (u_R \cdot \cos \varphi + u_X \cdot \operatorname{sen} \varphi) + \frac{i^2}{200} \cdot (u_X \cdot \cos \varphi - u_R \cdot \operatorname{sen} \varphi)^2$$

- b) Si se desconectase la carga inductiva del secundario, la tensión del secundario aumentaría.

VERDADERO

Al quitar la carga inductiva se queda el transformador en vacío, por lo que su tensión secundaria aumenta respecto a la situación de carga inductiva.

23. En un transformador monofásico de 13.000/230 V al que se le alimenta por el primario a la tensión nominal, la tensión en el secundario cuando trabaja en carga:

- a) Es siempre menor que 230 V.

FALSO

Para ciertas cargas capacitivas, cuando se produce el efecto Ferranti, la tensión en el secundario es mayor de 230 V.

- b) Está retrasada 90º respecto a la tensión primaria si la carga es inductiva pura.

FALSO

Si la carga es inductiva pura, lo que estará retrasado 90º será la intensidad de secundario respecto a la tensión secundaria.

24. Si la tensión de cortocircuito de un transformador monofásico es del 10%:

- a) Cuando se produce un cortocircuito brusco en el secundario, siendo la tensión aplicada en el primario la nominal, la corriente resultante es 10 veces la intensidad nominal.

VERDADERO

Tal y como se observa en el siguiente desarrollo, se cumple dicha afirmación:

$$Z_e = \frac{V_{1cc}}{I_{1N}} = \frac{V_{1N}}{I_{1cc \text{ accidental}}} \Rightarrow I_{1cc \text{ accidental}} = I_{1N} \cdot \frac{V_{1N}}{V_{1cc}} = I_{1N} \cdot \frac{100}{10} = 10 \cdot I_{1N}$$

- b) La relación R_e/X_e es 0,1.

FALSO

La tensión de cortocircuito no depende de la relación existente entre la resistencia y la reactancia equivalente del transformador.

25. Si en un transformador que funciona a la intensidad nominal, con carga inductiva pura, se disminuye la carga a la mitad:

- a) **Las pérdidas en el cobre disminuyen a la mitad.**

FALSO

Disminuyen a la cuarta parte ya que son proporcionales a la intensidad al cuadrado.

b) **Disminuye el rendimiento máximo del transformador.**

FALSO

El rendimiento para una carga inductiva pura ($\cos \varphi = 0$) es nulo para cualquier índice de carga.

$$\eta = \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi + \frac{w_0}{i} + i \cdot w_j}$$

26. En un transformador monofásico en carga:

- a) **Para cargas resistivas puras, el coeficiente de variación de tensión es cero.**

FALSO

Tal como se refleja en el diagrama de Kapp, ante una carga resistiva pura el coeficiente de variación de tensión tiene un valor distinto de cero.

- b) **Para cualquier carga de carácter capacitivo, el transformador consume potencia reactiva.**

FALSO

El transformador consume potencia reactiva si el conjunto transformador-carga tiene un factor de potencia de carácter inductivo. Para ciertas cargas capacitivas el conjunto sí puede tener carácter capacitivo, pero no para cualquier tipo de carga capacitativa.

27. Un transformador monofásico se encuentra alimentado a la tensión nominal y de él se sabe que presenta un rendimiento máximo para el índice de carga 0,707.

- a) **Si aumenta el factor de potencia de la carga acoplada, aumenta el índice para el que se produce el rendimiento máximo.**

FALSO

El índice de rendimiento máximo no depende del factor de potencia, sino que depende de las pérdidas en el hierro a la tensión de alimentación y de las pérdidas en el cobre nominales.

$$i_{\eta \text{ máx}} = \sqrt{\frac{W_0}{W_{ccIN}}}$$

- b) **Las pérdidas en el hierro y en el cobre coinciden cuando el transformador trabaja a plena carga.**

FALSO

Las pérdidas en el hierro y en el cobre coinciden en la situación de rendimiento máximo ($i = 0,707$), no en la situación de plena carga ($i = 1$).

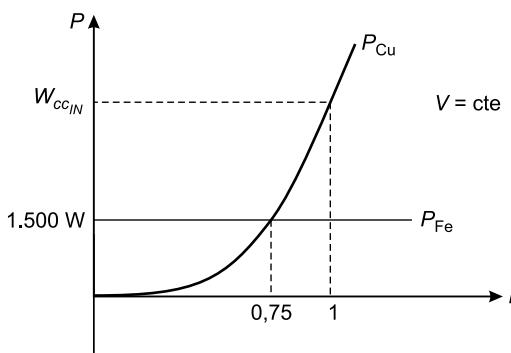
- 28. Un transformador de potencia, que funciona alimentado a su tensión nominal, tiene en su punto de rendimiento máximo (índice de carga 0,75) unas pérdidas totales de 3.000 W.**

- a) **Las pérdidas en el cobre a plena carga son de 1.500 W.**

FALSO

En el punto de rendimiento máximo, la suma de las pérdidas en el hierro y las pérdidas en el cobre es de 3.000 W. Como en este punto ambas pérdidas son iguales, las pérdidas en el cobre en la situación de rendimiento máximo ($i = 0,75$) serán 1.500 W. Las pérdidas en el cobre son proporcionales a la intensidad al cuadrado, por lo que a plena carga ($i = 1$) serán superiores a 1.500 W (Figura 5.7).

$$W_0 = W_{cc} = i_{\eta \text{ máx}}^2 \cdot W_{ccIN} \Rightarrow W_{ccIN} = \frac{W_{cc}}{i_{\eta \text{ máx}}^2} = \frac{1.500}{0,75^2} = 2.666,67 \text{ W} > 1.500 \text{ W}$$

**FIGURA 5.7.**

- b) Las pérdidas en el hierro a tensión nominal son de 1.500 W.

VERDADERO

Se sabe que, en condiciones de rendimiento máximo, las pérdidas totales del transformador son 3.000 W. En estas condiciones, las pérdidas en el hierro y las pérdidas en el cobre son iguales, por lo que se puede asegurar que las pérdidas en el hierro son 1.500 W. Como el transformador funciona alimentado a su tensión nominal, estas pérdidas en el hierro se corresponden con las medidas en el ensayo de vacío nominal, es decir, son las pérdidas en el hierro a la tensión nominal.

- 29. En un transformador de potencia monofásico de relación de transformación 6.600/230 V:**

- a) El valor del índice de carga de rendimiento máximo del transformador cuando se alimenta por AT es distinto que cuando se alimenta por BT.

FALSO

Puesto que las pérdidas no dependen del lado por el que se realiza el ensayo, el índice de carga de rendimiento máximo es el mismo si se alimenta por AT o por BT.

$$i_{\eta \text{ máx}} = \sqrt{\frac{W_0}{W_{ccN}}}$$

- b) Si la tensión del ensayo de cortocircuito (a intensidad nominal) cuando se alimenta por AT es de 528 V, cuando el ensayo se realice con alimentación por BT (a intensidad nominal) la tensión deberá ser de 18,4 V.

VERDADERO

Si se refiere la tensión de 528 V al lado de BT:

$$V_{2ccN} = \frac{V_{1ccN}}{a} = \frac{528}{6.600/230} = 18,4 \text{ V}$$

- 30. En un determinado transformador monofásico, cuando trabaja con un índice de carga de 0,7, las pérdidas en el hierro resultan iguales a las del cobre. Respecto a esta situación de carga:**

- a) Cuando el transformador trabaje a plena carga, el rendimiento será menor.

VERDADERO

Como las pérdidas son iguales, el rendimiento máximo se produce para un índice de carga de 0,7, por lo que para otro índice de carga el rendimiento será menor.

- b) Cuando el transformador trabaje a plena carga, las pérdidas en el hierro serán mayores.

FALSO

Las pérdidas en el hierro dependen de la tensión aplicada, no del índice de carga con el que trabaja el transformador.

31. En un transformador de potencia:

- a) El rendimiento es mayor cuando alimenta una carga resistiva pura que cuando alimenta una carga de factor de potencia 0,7 inductivo, sea cual sea el valor de una y otra carga.

FALSO

Dependiendo del índice de carga, se puede obtener más o menos rendimiento en uno u otro tipo de carga (resistiva o inductiva).

$$\eta = \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi + \frac{w_0}{i} + i \cdot w_j}$$

- b) Para un determinado valor del factor de potencia de la carga, el rendimiento aumenta siempre que aumenta el índice de carga.

FALSO

El rendimiento aumentará con el índice de carga hasta que se alcance su valor máximo. A partir de este valor, el rendimiento disminuye al aumentar el índice de carga.

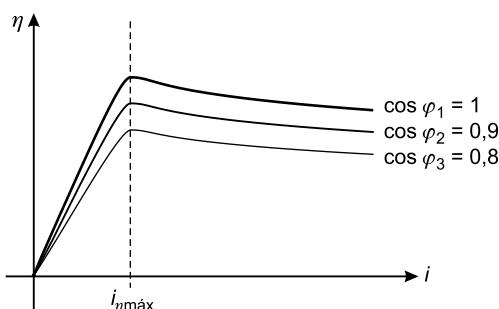


FIGURA 5.8.

- 32. Si se incrementa la frecuencia de la tensión de alimentación en un transformador en carga (resistiva pura) y se mantiene constante la tensión eficaz primaria:**

- a) La caída de tensión en el transformador aumenta.

VERDADERO

Al aumentar la frecuencia, la impedancia interna del transformador aumenta ya que el valor de la reactancia equivalente depende de la frecuencia.

$$Z_e = R_e + jX_e \Rightarrow X_e = 2\pi \cdot f \cdot L$$

- b) El transformador trabaja con un flujo menor.**

VERDADERO

Al aumentar la frecuencia, manteniendo constante el valor eficaz de la tensión, el flujo disminuye:

$$V_1 \approx E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f$$

- 33. Un transformador monofásico de relación 400/230 V (50 Hz) y 250 kVA, tiene una $u_Z = 10\%$.**

- a) Si se le realiza el ensayo de cortocircuito nominal alimentado a 60 Hz, el valor de u_Z que resulta de los datos de este ensayo es superior al 10%.**

VERDADERO

Dado que $u_Z = 10\%$ ha sido obtenida a 50 Hz, en el ensayo a 60 Hz la u_Z es mayor, puesto que el aumento de frecuencia afecta a la reactancia equivalente, haciendo que aumente su valor.

$$u_Z = \frac{Z_e \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100$$

- b) En el ensayo de vacío con alimentación por AT (400 V) a 50 Hz circula más flujo que en el ensayo de vacío con alimentación por AT (400 V) a 60 Hz.**

VERDADERO

Al disminuir la frecuencia de alimentación, ante la misma tensión eficaz, aumenta el flujo magnético.

$$V_1 \approx E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f$$

- 34. El rendimiento de un transformador trifásico:**

- a) Es siempre máximo a plena carga.**

FALSO

El índice de rendimiento máximo de un transformador depende de la relación entre las pérdidas en el hierro a la tensión de alimentación y las pérdidas en el cobre nominales del transformador.

- b) Es siempre máximo con el factor de potencia unidad, independientemente del índice de carga.

FALSO

El rendimiento máximo no depende sólo del factor de potencia, sino que también depende del índice de carga (Figura 5.9).

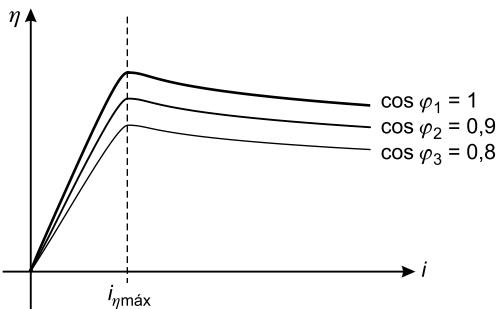


FIGURA 5.9.

35. El transformador trifásico T_1 de 30/6 kV a 50 Hz tiene un índice horario 5 (grupo C) y el transformador trifásico T_2 de 33/6,6 kV a 50 Hz tiene un índice horario 11 (grupo D).

- a) Ambos transformadores se pueden acoplar en paralelo sobre una red primaria de 30 kV.

VERDADERO

Esto es debido a que pertenecen a los grupos C y D, tienen la misma relación de transformación y ambos pueden soportar 30 kV.

- b) Si estando en vacío, el transformador T_1 se alimenta por AT a 30 kV y 60 Hz, la tensión eficaz secundaria será de 7,2 kV.

FALSO

La tensión eficaz secundaria seguirá siendo de 6 kV, pero en este caso a 60 Hz. Como $E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f$, a tensión constante y manteniendo el número de espiras constante, si la frecuencia aumenta, el flujo disminuye en la misma proporción. En el secundario se cumple que $E_2 = 4,44 \cdot N_2 \cdot \Phi_0 \cdot f$. Como el flujo ha disminuido en la misma proporción que ha aumentado la frecuencia, el valor eficaz de la tensión en el secundario no varía.

36. Se dispone de tres transformadores monofásicos para construir un banco trifásico. La relación de transformación de cada transformador monofásico es 30.000/3.000 V.

- a) No se puede construir un banco Yd11 de relación 30.000/3.000 V.

VERDADERO

Como la relación de transformación de cada transformador monofásico es de 30.000/3.000 V, para poder hacer un banco trifásico de relación 30.000/3.000 las conexiones deberían ser triángulo-triángulo.

- b) Se puede construir un banco trifásico que a partir de una red trifásica primaria de 30.000 V, proporcione una red trifásica secundaria de 1.732 V.**

VERDADERO

Dicha relación de transformación se obtendría realizando una conexión estrella-triángulo.

- 37. Tres transformadores monofásicos de 220/127 kV, cuya relación entre espiras es N_1/N_2 , se emplean para construir un banco trifásico.**

- a) Para conectarlos a una red trifásica primaria de 380 kV y una red trifásica secundaria de 127 kV, su conexión debe ser en estrella-triángulo.**

VERDADERO

En el triángulo, la tensión por fase es igual a la tensión compuesta (127 kV), mientras que en la estrella se cumple que:

$$U = \sqrt{3} \cdot V = \sqrt{3} \cdot 220 = 380 \text{ kV}$$

- b) Si se conectan en conexión estrella-estrella, la relación de transformación del banco es $\sqrt{3} \cdot (N_1/N_2)$.**

FALSO

La relación de transformación tendría el siguiente valor:

$$RT = \frac{U_{1\text{II}}}{U_{12}} = \frac{\sqrt{3} \cdot V_1}{\sqrt{3} \cdot V_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

- 38. En un transformador trifásico, con conexión Yy6:**

- a) La relación de transformación coincide con la relación del número de espiras.**

VERDADERO

Esto es así ya que es una conexión estrella-estrella. En otro tipo de conexión no tiene por qué ser así.

- b) Las tensiones compuestas del primario y del secundario están en fase.

FALSO

En este caso el desfase entre tensiones compuestas de primario y secundario es de 180° , ya que posee un índice horario 6.

- 39. El transformador trifásico T_1 de 1.200/400 V y 50 Hz tiene un índice horario 0 y el transformador trifásico T_2 de 1.200/400 V y 50 Hz tiene un índice horario 4.**

- a) Ambos transformadores se pueden acoplar en paralelo.

VERDADERO

Esto es debido a que son del mismo grupo (grupo A) y tienen la misma relación de transformación.

- b) Ambos transformadores se pueden acoplar en paralelo con otro transformador del grupo D.

FALSO

Los transformadores T_1 y T_2 son del grupo A y no se pueden acoplar en paralelo transformadores del grupo A con transformadores del grupo D.

- 40. En un transformador Yz5:**

- a) Ante una carga desequilibrada conectada entre fase y neutro, las tensiones fase-neutro en el primario son equilibradas.

VERDADERO

Se desequilibran las intensidades en el primario y en el secundario, pero no las tensiones por fase.

- b) Ante una carga desequilibrada conectada entre fases, las intensidades del primario son equilibradas.

FALSO

Se desequilibran las intensidades, pero no las tensiones por fase.

- 41. A un transformador trifásico T_1 del tipo Dy11 se acopla en paralelo un segundo transformador T_2 . Para que se produzca un correcto acoplamiento:**

- a) El transformador T_2 debe poseer forzosamente una conexión Dy.

FALSO

El transformador T_2 ha de tener la misma relación de transformación, además de tener el mismo índice horario o ser de los grupos C o D.

- b) Si la relación de transformación de ambos transformadores es la misma, la relación de intensidades de línea en ambos transformadores también es igual.**

VERDADERO

Las intensidades de línea están en relación inversa que las tensiones compuestas, cuya relación coincide en ambos transformadores.

- 42. Dos transformadores de potencia monofásicos (T_1 y T_2) tienen la misma relación de transformación (con las mismas tensiones nominales) y la misma potencia nominal. Si la tensión de cortocircuito del T_1 es del 10% y la tensión de cortocircuito del T_2 es del 8%:**

- a) La impedancia equivalente del T_1 es mayor que la impedancia equivalente del T_2 .**

VERDADERO

Como ambos transformadores tienen las mismas tensiones y potencias nominales, ambos tendrán la misma intensidad nominal. Así, según la expresión de la tensión de cortocircuito, el transformador de mayor u_Z será el que tenga mayor Z_e .

$$u_Z = \frac{Z_e \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100$$

- b) Si acoplados en paralelo el T_1 funciona a plena carga, el T_2 funcionará con un índice de carga de 0,8.**

FALSO

En los acoplamientos en paralelo de transformadores de tensión de cortocircuito diferente, el transformador de menor u_Z es el que antes se sobrecarga. Por tanto, si el T_1 ya está a plena carga, el T_2 estará sobrecargado.

- 43. En el acoplamiento en paralelo de dos transformadores que tienen las mismas tensiones nominales:**

- a) El que tiene la menor tensión de cortocircuito es el que trabaja con mayor índice de carga.**

VERDADERO

En dos transformadores en paralelo se cumple que $i_1 \cdot u_{Z1} = i_2 \cdot u_{Z2}$. Por tanto, el que tiene una menor u_Z es el que trabaja siempre con mayor índice de carga.

- b) **Se puede asegurar que el reparto de potencia entre ambos es igual a la relación entre sus potencias nominales.**

FALSO

El reparto de potencia también depende de las tensiones de cortocircuito de cada transformador. La potencia de cada transformador será:

$$S_1 = \frac{S_G}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{N1}}{u_{Z1}} \cdot u_{ZG} \quad S_2 = \frac{S_G}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{N2}}{u_{Z2}} \cdot u_{ZG}$$

Dividiendo ambas ecuaciones, se obtiene la siguiente relación:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{S_{N1}}{S_{N2}} \cdot \frac{u_{Z2}}{u_{Z1}}$$

- 44. Dos transformadores, que cumplen con las condiciones de acoplamiento y poseen igual tensión de cortocircuito (u_z), son acoplados en paralelo.**

- a) **El índice de carga de ambos transformadores es el mismo, independientemente de la carga acoplada.**

VERDADERO

Esto es debido a que en el acoplamiento en paralelo se cumple que $i_{T1} \cdot u_{ZT1} = i_{T2} \cdot u_{ZT2}$. Por eso, si las u_Z coinciden, coincidirán los índices de carga de ambos transformadores.

- b) **La potencia nominal aparente es la misma en ambos transformadores.**

FALSO

No tiene por qué serlo. Que sus índices de carga sean iguales no implica que sus intensidades nominales sean iguales.

- 45. Un transformador T_A de 220/132 kV y 150 MVA se acopla en paralelo con un transformador T_B de 220/132 kV y 100 MVA. Se sabe que entre los dos pueden suministrar, sin sobrecargarse ninguno de ellos, una potencia de 250 MVA.**

- a) **La relación R_e/X_e es igual en ambos transformadores.**

VERDADERO

Para que la potencia que pueda dar el grupo sin sobrecargas coincida con la suma escalar de las potencias nominales de los transformadores, es necesario que se cumpla la igualdad de ángulos de las impedancias equivalentes y que ambos trabajen a plena carga:

$$\frac{u_{RTA}}{u_{XTA}} = \frac{u_{RTB}}{u_{XTB}} \Rightarrow \frac{R_{eTA}}{X_{eTA}} = \frac{R_{eTB}}{X_{eTB}}$$

- b) Cuando suministren una potencia de 75 MVA, el T_A suministrará 45 MVA y el T_B suministrará 30 MVA.**

VERDADERO

Teniendo en cuenta que los dos funcionan siempre con el mismo índice de carga, y que éste coincide con el del grupo, se cumple que:

$$\frac{75}{250} = \frac{S_{TA}}{150} = \frac{S_{TB}}{100}$$

Por tanto:

$$S_{TA} = 75 \cdot \frac{150}{250} = 45 \text{ MVA} \quad S_{TB} = 75 \cdot \frac{100}{250} = 30 \text{ MVA}$$

- 46. Se dispone de un transformador trifásico Yd5, $u_Z = 6\%$, conectado a una red de 132/13,2 kV. Por necesidad de aumentar la carga se desea conectarlo en paralelo con otro transformador.**

- a) Se puede acoplar en paralelo un transformador de índice horario 5, $u_Z = 8\%$ y relación de tensiones 132/13,2 kV.**

VERDADERO

Tienen igual relación de transformación y son del mismo grupo (grupo C), por lo que se pueden acoplar en paralelo.

- b) Se puede acoplar en paralelo un transformador Yd5, $u_Z = 8\%$ y relación de tensiones 60/6 kV.**

FALSO

Un transformador de 60 kV no está diseñado para soportar una tensión de 132 kV.

- 47. Un transformador trifásico de índice horario 9:**

- a) Pertenece al mismo grupo de conexión que un Dy5.**

VERDADERO

Ambos pertenecen al mismo grupo de conexión (grupo C), el cual está integrado por los transformadores de índice horario 5, 9 y 1.

- b) En lo que se refiere a la condición relativa a desfases, puede acoplarse en paralelo con un transformador Yd11.**

VERDADERO

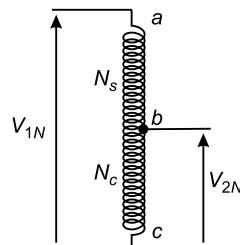
Los transformadores pertenecientes a los grupos C y D pueden acoplarse en paralelo realizando las conexiones externas adecuadas.

- 48. Un autotransformador monofásico de 220/127 kV, 50 Hz y 10 MVA, se alimenta por el lado de AT.**

- a) El bobinado serie pertenece solamente al primario.**

VERDADERO

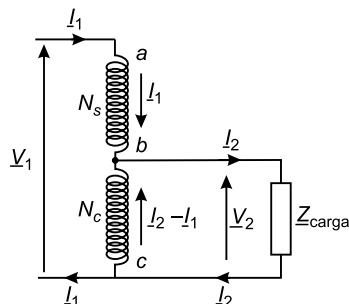
En un autotransformador reductor el bobinado serie pertenece sólo al primario.

**FIGURA 5.10.**

- b) En carga, la intensidad de salida del autotransformador por el secundario es menor que la intensidad que recorre el bobinado común.**

FALSO

La intensidad de salida es mayor que la intensidad del bobinado común: $I_2 > (I_2 - I_1)$

**FIGURA 5.11.**

49. En un autotransformador de 230/460 V:

- a) El porcentaje de potencia que se transmite de forma inductiva es superior al que se transmite de forma conductiva.

FALSO

El porcentaje de potencia que se transmite de forma inductiva es:

$$\frac{S_c}{S} = \frac{BT}{AT} = \frac{230}{460} = 0,5 \Rightarrow 50\%$$

El porcentaje de potencia que se transmite de forma conductiva es:

$$\frac{S_i}{S} = \frac{AT - BT}{AT} = \frac{460 - 230}{460} = 0,5 \Rightarrow 50\%$$

Se comprueba como, en este caso, ambos porcentajes son iguales.

- b) Las pérdidas en el hierro nominales son mayores cuando trabaja como reductor que cuando trabaja como elevador.

FALSO

Si se alimenta por el primario a la tensión nominal primaria o por el secundario a la tensión nominal secundaria, el flujo es el mismo. Por tanto, las pérdidas en el hierro serán idénticas en ambos casos.

50. Sean un transformador y un autotransformador que tienen la misma relación de transformación (mismas tensiones nominales) y la misma potencia nominal.

- a) El transformador tiene mayor tensión de cortocircuito que el autotransformador.

VERDADERO

Debido a la configuración de los bobinados, en el autotransformador equivalente la Z_e es menor que en el transformador. Por otro lado, los valores de intensidades nominales son los mismos. En consecuencia, la tensión de cortocircuito del autotransformador es menor.

- b) Si funcionasen en paralelo, la potencia aparente suministrada por cada uno de ellos sería la misma.

FALSO

Al disponer de diferente tensión de cortocircuito y, a su vez, la misma potencia nominal y la misma relación de transformación (con los mismos valores de tensiones nominales de primario y secundario), el reparto de potencias no es el mismo para los dos.

5.2. Preguntas teóricas propuestas

En las siguientes 100 preguntas teóricas, indicar en cada caso si el enunciado es verdadero o falso.

51. En el núcleo magnético de un transformador de potencia que funciona alimentado a tensión nominal aparece, como consecuencia del deterioro, un entrehierro que afecta a su sección perpendicular a la dirección de circulación del flujo. Como consecuencia de ello:
 - a) Las pérdidas en el hierro aumentan.
 - b) La intensidad de vacío del transformador aumenta.
52. Sea un transformador de potencia de 50 Hz, cuyo núcleo magnético está formado por chapa apilada. Para una misma sección útil S_u del núcleo y para la tensión de alimentación nominal:
 - a) Cuanto mayor sea el número de chapas, mayor es el valor de la inducción magnética.
 - b) Si se aumenta el número de chapas magnéticas empleadas, las pérdidas en el hierro disminuyen.
53. Un transformador de potencia de 50 Hz posee 200 espiras en el primario y 800 espiras en el secundario. Si se alimenta por el primario con una tensión de 200 V de corriente continua:
 - a) En el secundario, la tensión en vacío será de 800 V.
 - b) El flujo que circula por el circuito magnético es nulo.
54. En un transformador de potencia en carga (despreciando la rama de vacío):
 - a) La f.m.m. del secundario es de sentido opuesto a la f.m.m. del primario.
 - b) La impedancia equivalente interna del transformador es mayor que en cortocircuito.
55. Si en un transformador monofásico se realiza el ensayo de vacío aplicando una tensión mitad de la nominal:
 - a) El flujo que circula por el circuito magnético es el mismo que en condiciones nominales.
 - b) Las pérdidas resultantes son la mitad de las nominales.
56. En un transformador monofásico, la intensidad magnetizante:
 - a) Es la encargada de generar el campo magnético.
 - b) Coincide con la intensidad que circula por el primario, cuando el transformador funciona en vacío.
57. En el circuito equivalente simplificado de un transformador monofásico, representado por los parámetros R_e , X_e , G_0 y B_0 :
 - a) La resistencia justifica las pérdidas en el cobre de los bobinados.
 - b) La susceptancia justifica el flujo de fugas de la máquina.

- 58.** En un transformador monofásico reductor, de relación de transformación 60/45 kV:
- La impedancia equivalente referida al primario es mayor que la impedancia equivalente referida al secundario.
 - El flujo común que recorre el circuito magnético es mayor en carga que en vacío.
- 59.** La intensidad primaria y el flujo de un transformador de potencia monofásico que funciona en vacío:
- Alcanzan en el mismo instante su valor máximo.
 - Son nulos al mismo tiempo.
- 60.** En un transformador de potencia que funciona en vacío alimentado por su primario a tensión nominal:
- La intensidad primaria es la nominal.
 - La tensión secundaria es la nominal.
- 61.** En un transformador monofásico, cuando está trabajando en vacío, alimentado por el primario a su tensión nominal sinusoidal:
- El flujo que circula por el circuito magnético es sinusoidal.
 - La intensidad que circula por el devanado primario es sinusoidal.
- 62.** En un transformador de potencia de 220/30 kV:
- La potencia máxima que puede transmitir es mayor si se alimenta por AT a 220 kV que si se alimenta por BT a 30 kV.
 - La inducción magnética en su núcleo es la misma si se alimenta por AT a 220 kV que si se alimenta por BT a 30 kV.
- 63.** En un transformador de potencia reductor que funciona en carga:
- La intensidad primaria es menor que la intensidad de vacío.
 - La intensidad primaria es mayor que la secundaria.
- 64.** Las condiciones nominales de un transformador de potencia son 6.600/220 V y 50 Hz:
- Si se conecta por AT a 6.600 V y 60 Hz puede entrar en saturación.
 - Si funciona a 60 Hz su tensión de cortocircuito aumenta.
- 65.** Las características nominales de un transformador de potencia son 30/6 kV y 50 Hz. Si se conecta por BT a 6 kV y 60 Hz:
- Las pérdidas en el hierro son menores que conectado por AT a 30 kV y 50 Hz.
 - La tensión eficaz de salida por AT será de 36 kV.
- 66.** Un transformador monofásico de potencia de 30/6 kV funciona en carga alimentado por AT a 30 kV. En estas condiciones:
- Si la carga que alimenta es inductiva, la tensión en bornes del secundario es menor de 6 kV.

- b) Si las pérdidas en los conductores son iguales a las pérdidas en el hierro, el transformador está funcionando con el índice de carga correspondiente al rendimiento máximo.
- 67.** Un transformador de 6/1,2 kV y 50 Hz funciona en el codo de saturación cuando es alimentado en condiciones nominales. Si el transformador se alimenta a 6 kV y 60 Hz por AT:
- a) Su circuito magnético entra en saturación.
 - b) Las pérdidas en el hierro son menores que las nominales.
- 68.** En la realización de los ensayos de vacío de los transformadores monofásicos:
- a) Siempre que se duplique la tensión de alimentación del ensayo, se duplica el valor de la corriente medida en el ensayo.
 - b) En el ensayo nominal, la potencia medida es mayor si se alimenta por AT que si se alimenta por BT.
- 69.** En un transformador monofásico, de relación de transformación 6.000/400 V y potencia aparente 60 kVA, se realizó un ensayo de cortocircuito a intensidad nominal en el que, alimentado con 400 V, se midió una potencia de 1.000 W.
- a) El ensayo se realizó por el lado de AT.
 - b) La intensidad medida en el ensayo fue de 10 A.
- 70.** En el ensayo de vacío nominal de un transformador de potencia se miden I_0 amperios de intensidad de vacío y P_0 vatios de pérdidas en el hierro. Tras la realización del ensayo, como consecuencia de un mal ajuste entre las chapas, se produce un entrehierro que afecta a la sección transversal de su núcleo magnético.
- a) Si el transformador fuese sometido a un nuevo ensayo de vacío nominal, se mediría una intensidad de vacío mayor que I_0 amperios.
 - b) Si el transformador fuese sometido a un nuevo ensayo de vacío nominal, se medirían unas pérdidas en el hierro de P_0 vatios.
- 71.** A un transformador alimentado permanentemente a tensión nominal se le acopla una carga resistiva pura en su secundario:
- a) Las pérdidas en el hierro aumentan frente a la situación de vacío.
 - b) El factor de potencia a la entrada del transformador es 1.
- 72.** Un transformador monofásico alimentado por el primario a tensión nominal, se encuentra trabajando con una carga inductiva pura acoplada en sus bornes:
- a) Si aumenta el índice de carga, la tensión en bornes de la carga disminuye.
 - b) Si se desconecta la carga, la tensión del secundario se eleva por encima de la nominal.

- 73.** En un transformador de potencia funcionando en carga:
- Si la carga es resistiva pura, la tensión primaria está en fase con la intensidad primaria.
 - Si la carga es capacitiva, el coeficiente de Arnold es siempre negativo.
- 74.** Un transformador que tiene un regulador de tomas en el primario está alimentado por una tensión alterna de valor eficaz y frecuencia constantes.
- Si se incrementa el número de espiras, disminuye el flujo magnético en el transformador.
 - Si se reduce el número de espiras, la tensión en el secundario disminuye.
- 75.** Un transformador de potencia se alimenta a tensión nominal por AT y tiene la posibilidad de regular el número de espiras en AT o en BT.
- Si en BT se conecta una carga inductiva, es necesario aumentar el número de espiras del primario para mantener la tensión nominal en bornes del secundario.
 - Si la regulación de tensión se realiza actuando sobre el bobinado de BT, las pérdidas en el hierro permanecen constantes.
- 76.** Un transformador monofásico presenta unas pérdidas en el hierro, a tensión nominal, de 1.500 W y unas pérdidas en el cobre, a intensidad nominal, de 2.000 W. Si se le supone alimentado a la tensión nominal:
- Cuando el transformador alcanza el rendimiento máximo, las pérdidas en el cobre son de 2.000 W.
 - Cuando el transformador alcanza el rendimiento máximo, las pérdidas en el hierro son de 1.500 W.
- 77.** En un transformador de potencia alimentado a tensión nominal:
- El índice de carga para el rendimiento máximo depende del factor de potencia de la carga.
 - Para un determinado índice de carga, el valor absoluto de las pérdidas internas del transformador no depende del factor de potencia de la carga conectada.
- 78.** Un transformador monofásico presenta un índice de rendimiento máximo de valor 0,75:
- La potencia medida en el ensayo de cortocircuito nominal es superior a la medida en el ensayo de vacío nominal.
 - Cuando trabaja con el rendimiento máximo, la suma de pérdidas del transformador es igual al doble de las pérdidas en el hierro.
- 79.** Cuando se analiza el rendimiento de un transformador:
- Para un determinado índice de carga, las cargas resistivas puras son las que producen el mayor rendimiento del transformador.
 - Siempre que se aumenta el índice de carga se aumenta el rendimiento.

- 80.** En un transformador monofásico las pérdidas en el hierro son iguales a las del cobre cuando trabaja con un índice de carga de 0,8. Respecto a esta situación de carga:
- Cuando el transformador trabaje a plena carga, el rendimiento será mayor.
 - Cuando el transformador trabaje a plena carga, las pérdidas en el hierro serán mayores que las del cobre.
- 81.** En un transformador monofásico, alimentado a la tensión nominal:
- El índice de carga para el que se obtiene el rendimiento máximo no depende del valor de la carga conectada.
 - Si se disminuye el factor de potencia de la carga, el valor del rendimiento máximo no varía.
- 82.** Si la tensión de cortocircuito de un transformador trifásico tiene un valor del 5%, se puede afirmar que:
- La tensión a aplicar en su ensayo de cortocircuito nominal es el 5% de la tensión nominal.
 - El coeficiente de Arnold no puede ser nunca superior al 5% si la intensidad que circula por el transformador no supera la nominal.
- 83.** Un transformador trifásico Yy0 se ha realizado mediante la conexión adecuada de tres transformadores monofásicos idénticos.
- El circuito monofásico equivalente del transformador trifásico es igual al circuito equivalente de cualquiera de los transformadores monofásicos.
 - Si se coloca una carga asimétrica entre una fase y neutro a la salida del transformador trifásico, las tensiones soportadas por cada transformador monofásico no serán iguales.
- 84.** Con tres transformadores monofásicos de 127/6 kV y potencia nominal S_N se construye un banco trifásico.
- Si se acoplan sobre una red primaria de 220 kV y una red secundaria de 6 kV, la relación de transformación del banco, expresada en función del número de espiras, es $\sqrt{3} \cdot (N_1/N_2)$.
 - La potencia nominal del banco es $\sqrt{3} \cdot S_N$.
- 85.** Tres transformadores monofásicos de 380/127 kV, cuya relación entre espiras es N_1/N_2 , se emplean para construir un banco trifásico.
- Para conectarlos a una red trifásica primaria de 380 kV y una red trifásica secundaria de 220 kV, su conexión debe ser en estrella-tríángulo.
 - Si se conectan en estrella-estrella, la relación de transformación del banco es $\sqrt{3} \cdot (N_1/N_2)$.
- 86.** En transformadores trifásicos:
- Siempre que existe desequilibrio en intensidades, existe desequilibrio en tensiones (de fase y compuestas).
 - La conexión zigzag se emplea solamente en el primario.

- 87.** Cuando se conectan cargas asimétricas en los secundarios de los transformadores trifásicos:
- Las intensidades que circulan por el primario de un transformador con conexión Y-z son equilibradas.
 - Las tensiones de los bobinados del primario de un transformador con conexión Y-d son equilibradas.
- 88.** Si se conecta una carga asimétrica en el secundario de un transformador de potencia trifásico:
- Los desfases entre cada dos tensiones compuestas del secundario son de 120° , sea cual sea el tipo de conexión del transformador.
 - Las intensidades del primario siempre van a estar desequilibradas, sea cual sea el tipo de conexión del transformador.
- 89.** Tres transformadores monofásicos idénticos de 220/127 kV se emplean para construir un banco trifásico:
- Si se conectan en estrella-triángulo sobre una red primaria de 380 kV, las pérdidas en el hierro del banco son mayores que si se conectan en triángulo-estrella sobre una red primaria de 220 kV.
 - Si se conectan en estrella-triángulo, la relación de transformación entre tensiones compuestas del banco es igual a 3.
- 90.** Dos transformadores acoplados en paralelo poseen distinta tensión de cortocircuito, cumpliéndose el resto de las condiciones de acoplamiento.
- Si poseen la misma intensidad nominal se sobrecargan en igual grado.
 - La potencia aparente máxima sin sobrecargas que se puede obtener del acoplamiento es la suma de las potencias aparentes nominales de cada uno de ellos.
- 91.** Si los ángulos de las impedancias equivalentes de dos transformadores de potencia que trabajan en paralelo son iguales, puede asegurarse que:
- Los dos transformadores funcionan con el mismo índice de carga.
 - Las intensidades de ambos transformadores están en fase.
- 92.** Un transformador trifásico Yd5 tiene unas tensiones nominales de valor 11.000/400 V.
- No es posible su acoplamiento con un transformador Yy0 de igual relación de transformación.
 - No es posible su acoplamiento con un transformador Dy5 con la misma tensión nominal primaria y con una relación de espiras tal que, por cada 100 espiras del primario, hay sólo dos espiras en el secundario.

- 93.** Cuando se realiza el acoplamiento de dos transformadores trifásicos:
- Es obligatorio que las tensiones nominales de los primarios de los dos transformadores coincidan.
 - Es obligatorio que, tras ser acoplados, el desfase existente entre las tensiones compuestas de los primarios y secundarios de ambos transformadores coincida.
- 94.** Suponiendo que se cumplen el resto de las condiciones de acoplamiento, puede afirmarse que un transformador trifásico de índice horario 9:
- Se puede acoplar en paralelo con otro transformador trifásico de índice horario 1.
 - Se puede acoplar en paralelo con otro transformador trifásico de índice horario 11.
- 95.** Se dispone de un transformador trifásico Yd5, de 200 kVA, $u_Z = 8\%$, 350 espiras por fase en el primario y 50 espiras en el secundario.
- Este transformador se puede acoplar en paralelo con un transformador Dy5 cuya relación de transformación tiene un valor de 7.
 - Es posible alimentar, sin sobrecargas, a una carga de 240 kW y $\cos \varphi = 0,8$, conectándole en paralelo un transformador de 100 kVA y $u_Z = 5\%$.
- 96.** Un transformador trifásico Yd5:
- Tiene una relación de transformación de $N_1/(\sqrt{3} \cdot N_2)$.
 - Se podría conectar en paralelo con un transformador que tiene un grupo de conexión Dy11.
- 97.** Para que dos transformadores trifásicos tengan el mismo índice horario:
- No es necesario que los dos tengan la misma conexión en el primario y la misma conexión en el secundario.
 - Es necesario que los dos tengan el mismo tipo de núcleo magnético.
- 98.** En una instalación industrial de 800 kVA se desea realizar una transformación de potencia de 132 kV a 30 kV:
- Es más adecuado utilizar un autotransformador que un transformador.
 - Si se utiliza un transformador, la intensidad que circula por la carga será mayor que con un autotransformador.
- 99.** En un autotransformador elevador:
- El bobinado serie pertenece solamente al primario.
 - Por el bobinado serie circula la intensidad suministrada a la carga.
- 100.** En un autotransformador de 230/132 V:
- La potencia transmitida de forma conductiva es mayor que la transmitida de forma inductiva.
 - La sección de las espiras del bobinado serie es mayor que la sección de las espiras del bobinado común.

5.3. Soluciones

5.3.1. Preguntas teóricas resueltas

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1. a) F b) F | 2. a) V b) F | 3. a) V b) F |
| 4. a) F b) V | 5. a) F b) F | 6. a) F b) V |
| 7. a) F b) V | 8. a) F b) V | 9. a) V b) F |
| 10. a) F b) F | 11. a) V b) F | 12. a) F b) V |
| 13. a) V b) F | 14. a) F b) F | 15. a) V b) F |
| 16. a) F b) V | 17. a) V b) F | 18. a) F b) V |
| 19. a) V b) F | 20. a) V b) F | 21. a) V b) V |
| 22. a) F b) V | 23. a) F b) F | 24. a) V b) F |
| 25. a) F b) F | 26. a) F b) F | 27. a) F b) F |
| 28. a) F b) V | 29. a) F b) V | 30. a) V b) F |
| 31. a) F b) F | 32. a) V b) V | 33. a) V b) V |
| 34. a) F b) F | 35. a) V b) F | 36. a) V b) V |
| 37. a) V b) F | 38. a) V b) F | 39. a) V b) F |
| 40. a) V b) F | 41. a) F b) V | 42. a) V b) F |
| 43. a) V b) F | 44. a) V b) F | 45. a) V b) V |
| 46. a) V b) F | 47. a) V b) V | 48. a) V b) F |
| 49. a) F b) F | 50. a) V b) F | |

NOTA: Mediante la letra V están identificados aquellos enunciados que son verdaderos, mientras que con la letra F se identifican aquellos que son falsos.

5.3.2. Preguntas teóricas propuestas

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 51. a) F b) V | 52. a) F b) V | 53. a) F b) F |
| 54. a) V b) F | 55. a) F b) F | 56. a) V b) F |
| 57. a) V b) F | 58. a) V b) F | 59. a) V b) F |
| 60. a) F b) V | 61. a) V b) F | 62. a) F b) V |
| 63. a) F b) F | 64. a) F b) V | 65. a) V b) F |

- | | | |
|---------------------------|----------------------------|---------------------------|
| 66. a) V b) V | 67. a) F b) V | 68. a) F b) F |
| 69. a) V b) V | 70. a) V b) V | 71. a) F b) F |
| 72. a) V b) F | 73. a) F b) F | 74. a) V b) F |
| 75. a) F b) V | 76. a) F b) V | 77. a) F b) V |
| 78. a) V b) V | 79. a) V b) F | 80. a) F b) F |
| 81. a) V b) F | 82. a) V b) V | 83. a) V b) V |
| 84. a) V b) F | 85. a) F b) F | 86. a) F b) F |
| 87. a) F b) V | 88. a) V b) V | 89. a) F b) V |
| 90. a) F b) F | 91. a) F b) V | 92. a) V b) V |
| 93. a) F b) V | 94. a) V b) V | 95. a) F b) F |
| 96. a) F b) V | 97. a) V b) F | 98. a) F b) F |
| 99. a) F b) V | 100. a) V b) V | |

NOTA: Mediante la letra V están identificados aquellos enunciados que son verdaderos, mientras que con la letra F se identifican aquellos que son falsos.

TRANSFORMADORES. AUOEVALUACIÓN DE APLICACIONES PRÁCTICAS



- 6.1. Ejercicios resueltos
- 6.2. Ejercicios propuestos
- 6.3. Soluciones



6.1. Ejercicios resueltos

EJERCICIO 1

Un transformador monofásico de 6.000/230 V de relación de transformación alimenta una carga a un índice de carga de 0,75 y factor de potencia 0,8 inductivo a 230 V. Determinar la tensión a la que debe estar alimentado el primario.

Datos:

- $R_e = 2,2 \Omega$, $X_e = 21 \Omega$, $S_N = 132 \text{ kVA}$

En las condiciones presentadas en el enunciado, las características de alimentación de la carga en el secundario del transformador monofásico son conocidas, mientras que la incógnita es la alimentación del primario. La resolución habitual de este tipo de ejercicios hace necesaria la utilización del diagrama vectorial simplificado del transformador monofásico (véase la Figura 6.1).

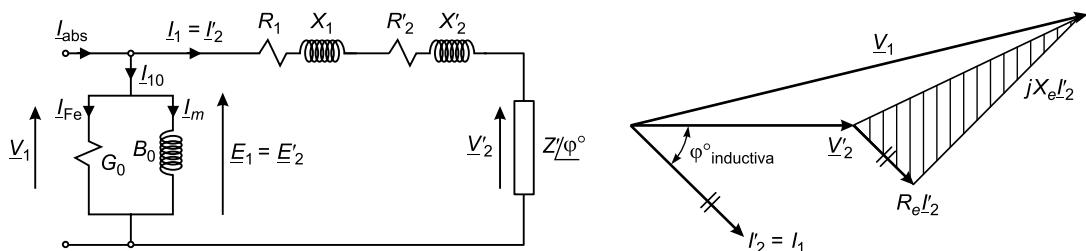


FIGURA 6.1.

Así, del diagrama vectorial simplificado se deduce la siguiente ecuación:

$$\underline{V}_1 = \underline{V}'_2 + \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_e = \underline{V}'_2 + \underline{I}_1 \cdot (R_e + jX_e)$$

El valor complejo de la impedancia \underline{Z}_e es:

$$\underline{Z}_e = R_e + jX_e = 2,2 + 21j = 21,115/\underline{84,02^\circ} \Omega$$

Puesto que los valores del circuito equivalente simplificado han de estar referidos al mismo devanado, en este ejercicio se referirán al primario. De esta manera:

$$V'_2 = V_2 \cdot a = 230 \cdot \frac{6.000}{230} = 6.000 \text{ V} \Rightarrow \underline{V}'_2 = 6.000/\underline{0^\circ} \text{ V}$$

Por otra parte, la intensidad que circula por el devanado primario se obtiene a partir de la intensidad nominal y del índice de carga (para obtener el valor eficaz), así como del factor de potencia (para obtener el ángulo).

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{132 \cdot 10^3}{6.000} = 22 \text{ A}$$

$$I_1 = I'_2 = i \cdot I_{1N} = 0,75 \cdot 22 = 16,5 \text{ A} \quad \varphi = \arccos(0,8) = 36,87^\circ$$

por lo que al tratarse de una carga inductiva:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}'_2 = 16,5/-36,87^\circ \text{ A}$$

Una vez calculadas las componentes de la ecuación vectorial simplificada, se obtiene la tensión aplicada en el primario del transformador:

$$\underline{V}_1 = \underline{V}'_2 + \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_e = 6.000/0^\circ + 16,5/-36,87^\circ \cdot 21,115/84,02^\circ = 6.242,17/2,35^\circ \text{ V}$$

La tensión de alimentación debe ser, por tanto, de 6.242,17 V.

EJERCICIO 2

Un transformador monofásico con relación de transformación 13.200/230 V y potencia nominal 1.000 kVA, ha sido sometido a un ensayo de vacío a tensión nominal, por el lado de alta tensión, obteniéndose una corriente de vacío del 2% de la intensidad nominal y unas pérdidas de 2.500 W. Después se ha realizado el ensayo de cortocircuito por el lado de alta tensión circulando la intensidad nominal, midiéndose una tensión del 4% de la nominal y una potencia de 4.000 W. Se pide:

- a) **Determinar los parámetros del circuito equivalente del transformador referidos a AT.**
- b) **Si el transformador alimenta una carga que consume 800 kW con un factor de potencia de 0,8 inductivo, determinar el coeficiente de regulación y la tensión a la que se alimenta la carga cuando el primario se alimenta a 13.200 V.**
- c) **En la situación del apartado b), determinar el rendimiento del transformador.**
- d) **Determinar el índice de carga para el cual se produce el rendimiento máximo, así como el valor del rendimiento máximo para un factor de potencia de 0,8 inductivo.**

- a) **Determinar los parámetros del circuito equivalente del transformador referidos a AT.**

A la hora de determinar los parámetros del circuito equivalente del transformador (véase la Figura 6.1 en el Ejercicio 1), es necesario tener en cuenta los ensayos tanto de vacío como de cortocircuito. De esta manera, mediante el ensayo de vacío se obtienen los parámetros de la rama de vacío (conductancia y susceptancia) y mediante el ensayo de cortocircuito, la impedancia equivalente (resistencia y reactancia).

En primer lugar se calcula la intensidad nominal en el devanado por el que se han realizado los ensayos.

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{1 \cdot 10^6}{13.200} = 75,758 \text{ A}$$

Utilizando los resultados del ensayo de vacío, se obtienen sus parámetros correspondientes.

$$G_0 = \frac{W_0}{(V_{10})^2} = \frac{W_{0VN}}{(V_{1N})^2} = \frac{2.500}{13.200^2} = 1,435 \cdot 10^{-5} \Omega^{-1}$$

$$Y_0 = \frac{I_{10}}{V_{10}} = \frac{0,02 \cdot I_{1N}}{V_{1N}} = \frac{0,02 \cdot 75,758}{13.200} = 11,478 \cdot 10^{-5} \Omega^{-1}$$

$$B_0 = \sqrt{Y_0^2 - G_0^2} = 11,388 \cdot 10^{-5} \Omega^{-1}$$

Utilizando los resultados del ensayo de cortocircuito, se obtienen sus parámetros correspondientes.

$$R_e = \frac{W_{cc}}{(I_{1cc})^2} = \frac{W_{ccIN}}{(I_{1N})^2} = \frac{4.000}{75,758^2} = 0,697 \Omega$$

$$Z_e = \frac{V_{1cc}}{I_{1cc}} = \frac{0,04 \cdot V_{1N}}{I_{1N}} = \frac{0,04 \cdot 13.200}{75,758} = 6,97 \Omega$$

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2} = 6,935 \Omega$$

- b) Cuando el transformador alimenta una carga que consume 800 kW con un factor de potencia de 0,8 inductivo, determinar el coeficiente de regulación y la tensión a la que se alimenta la carga cuando el primario se alimenta a 13.200 V.**

En las condiciones presentadas en el enunciado, la tensión de alimentación de la carga en el secundario del transformador monofásico es la incógnita, mientras que la tensión de alimentación del primario es conocida. Este tipo de ejercicios se resuelve mediante la utilización del coeficiente de variación de tensión (u), así como de los coeficientes de Arnold.

En primer lugar, se calcula el índice de carga bajo el que trabaja el citado transformador.

$$i = \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{I_2 \cdot V_{2N}}{I_{2N} \cdot V_{2N}} = \frac{S_2}{S_N} = \frac{\cos \varphi}{S_N} = \frac{0,8}{1 \cdot 10^6} = 1$$

Una vez calculado que el transformador trabaja a plena carga, se obtienen los coeficientes de Arnold.

$$u_R = \frac{R_e \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{0,697 \cdot 75,758}{13.200} \cdot 100 = 0,4\%$$

$$u_X = \frac{X_e \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{6,935 \cdot 75,758}{13.200} \cdot 100 = 3,98\%$$

Dichos coeficientes de Arnold se utilizan para calcular el coeficiente de variación de tensión mediante la expresión de Arnold.

$$\begin{aligned} u &= i \cdot (u_R \cdot \cos \varphi + u_X \cdot \operatorname{sen} \varphi) + \frac{i^2}{200} \cdot (u_X \cdot \cos \varphi - u_R \cdot \operatorname{sen} \varphi)^2 = \\ &= 1 \cdot (0,4 \cdot 0,8 + 3,98 \cdot 0,6) + \frac{1}{200} \cdot (3,98 \cdot 0,8 - 4 \cdot 0,6)^2 = 2,75\% \end{aligned}$$

Finalmente, se obtiene la tensión aplicada en el secundario del transformador monofásico.

$$V_2 = V_{2N} \cdot \left(1 - \frac{u}{100}\right) = 230 \cdot \left(1 - \frac{2,75}{100}\right) = 223,67 \text{ V}$$

c) En la situación del apartado b), determinar el rendimiento del transformador.

Para la obtención del rendimiento del transformador monofásico, se deben calcular previamente los parámetros w_0 y w_j , correspondientes a las pérdidas en vacío a la tensión de trabajo y las pérdidas de cortocircuito a la intensidad nominal.

$$w_0 = \frac{W_{0VN}}{S_N} = \frac{2.500}{1 \cdot 10^6} = 0,0025$$

$$w_j = \frac{W_{ccIN}}{S_N} = \frac{4.000}{1 \cdot 10^6} = 0,004$$

Dichos parámetros se aplican directamente sobre la fórmula del rendimiento.

$$\eta = \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi + \frac{w_0}{i} + i \cdot w_j} \cdot 100 = \frac{0,8}{0,8 + 0,0025 + 0,004} \cdot 100 = 99,194\%$$

De igual manera, es posible determinar el rendimiento mediante la aplicación de su expresión general:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{800 \cdot 10^3}{800 \cdot 10^3 + 2,5 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^3} = 99,194\%$$

d) Determinar el índice de carga para el cual se produce el rendimiento máximo, así como el valor del rendimiento máximo para un factor de potencia de 0,8 inductivo.

Para la determinación del índice de carga de rendimiento máximo se utilizan los parámetros w_0 y w_j calculados en el anterior apartado.

$$i_{\eta_{\max}} = \sqrt{\frac{w_0}{w_j}} = \sqrt{\frac{W_{0VN}}{W_{ccIN}}} = \sqrt{\frac{2.500}{4.000}} = 0,79$$

Sustituyendo dicho valor en la expresión del rendimiento del transformador, se obtiene el rendimiento máximo del transformador.

$$\eta_{\max} = \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi + \frac{w_0}{i_{\eta_{\max}}} + i_{\eta_{\max}} \cdot w_j} \cdot 100 = \frac{0,8}{0,8 + \frac{0,0025}{0,79} + 0,79 \cdot 0,004} \cdot 100 = 99,216\%$$

EJERCICIO 3

Un transformador monofásico elevador de potencia nominal 5 kVA, 50 Hz, con relación de transformación en vacío de 200/400 V, ha sido sometido a los ensayos de vacío y cortocircuito, obteniéndose los siguientes resultados:

- Ensayo de vacío (alimentación por BT).
 - Tensión: 100 V
 - Intensidad: 0,35 A
 - Potencia: 15 W
- Ensayo de cortocircuito (alimentación por AT).
 - Tensión: 11 V
 - Intensidad: 8 A
 - Potencia: 30 W

Se pide:

- a) Referir el ensayo de cortocircuito a las condiciones nominales.
- b) Referir el ensayo de vacío a las condiciones nominales.
- c) El coeficiente de variación de tensión cuando trabaja a plena carga con un factor de potencia 0,9 inductivo.
- d) La carga para la cual el rendimiento se hace máximo a factor de potencia unidad.

a) Referir el ensayo de cortocircuito a las condiciones nominales.

Antes de proceder a referir las condiciones del ensayo a las nominales, es necesario calcular las intensidades nominales del transformador, tanto en el devanado primario como en el secundario (donde se ha realizado el ensayo de cortocircuito).

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{5.000}{200} = 25 \text{ A}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{5.000}{400} = 12,5 \text{ A}$$

Como se puede observar, el ensayo de cortocircuito no se ha realizado en condiciones nominales (12,5 A), sino a una intensidad inferior (8 A). Por ello, para referir los datos del ensayo

a las condiciones nominales, se utilizan magnitudes que resulten invariantes en ambos casos: la impedancia equivalente del transformador y su resistencia.

La impedancia equivalente del transformador se utiliza para obtener la tensión de cortocircuito referida a las condiciones nominales (N), basándose en los datos de un ensayo.

$$Z_e = \frac{V_{ccN}}{I_N} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \Rightarrow V_{ccN} = V_{cc} \cdot \left(\frac{I_N}{I_{cc}} \right)$$

Así, considerando los datos del ensayo específico mencionados en el enunciado, y teniendo en cuenta que al ser un ensayo de cortocircuito nominal la intensidad que circula por el secundario es la nominal, se obtiene la tensión de cortocircuito nominal (ambas referidas a BT).

$$\begin{aligned} V_{2ccN} &= V_{2cc} \cdot \left(\frac{I_{2N}}{I_{2cc}} \right) = 11 \cdot \left(\frac{12,5}{8} \right) = 17,188 \text{ V} \\ I_{2cc} &= I_{2N} = 12,5 \text{ A} \end{aligned}$$

Por otra parte, la resistencia equivalente del transformador se utiliza para obtener las pérdidas en el cobre referidas a las condiciones nominales (N), basándose en los datos de un ensayo.

$$R_e = \frac{W_{ccIN}}{I_N^2} = \frac{W_{cc}}{I_{cc}^2} \Rightarrow W_{ccIN} = W_{cc} \cdot \left(\frac{I_N}{I_{cc}} \right)^2$$

Así, considerando los datos del ensayo específico mencionados en el enunciado, se obtienen las pérdidas en el cobre nominales.

$$W_{ccIN} = W_{cc} \cdot \left(\frac{I_{2N}}{I_{2cc}} \right)^2 = 30 \cdot \left(\frac{12,5}{8} \right)^2 = 73,24 \text{ W}$$

b) Referir el ensayo de vacío a las condiciones nominales.

Como se puede observar según los datos del enunciado, el ensayo de vacío no se ha realizado en condiciones nominales (200 V), sino a una tensión inferior (100 V). Por ello, para referir los datos del ensayo a las condiciones nominales, se utilizan magnitudes que resulten invariantes en ambos casos: la admitancia equivalente del transformador y su conductancia.

La admitancia equivalente del transformador se utiliza para obtener la intensidad de vacío referida a las condiciones nominales (N), a partir de los datos de un ensayo de vacío específico.

$$Y_0 = \frac{I_{0N}}{V_{0N}} = \frac{I_0}{V_0} \Rightarrow I_{0N} = I_0 \cdot \left(\frac{V_{0N}}{V_0} \right)$$

Así, considerando los datos del ensayo específico mencionados en el enunciado, y teniendo en cuenta que al ser un ensayo de vacío nominal la tensión aplicada es la nominal, se obtiene la intensidad de vacío nominal (ambas referidas al devanado de BT del transformador).

$$\begin{aligned} I_{10N} &= I_{10} \cdot \left(\frac{V_{10N}}{V_{10}} \right) = 0,35 \cdot \left(\frac{200}{100} \right) = 0,7 \text{ A} \\ V_{10} &= V_{1N} = 200 \text{ V} \end{aligned}$$

Por otra parte, la conductancia de la rama de vacío del transformador se utiliza para obtener las pérdidas en el hierro referidas a las condiciones nominales (N), basándose en los datos de un ensayo.

$$G_0 = \frac{W_{0_{VN}}}{V_{0N}^2} = \frac{W_0}{V_0^2} \Rightarrow W_{0_{VN}} = W_0 \cdot \left(\frac{V_{0N}}{V_0} \right)^2$$

Así, considerando los datos del ensayo específico mencionados en el enunciado, se obtienen las pérdidas en el hierro nominales.

$$W_{0_{VN}} = W_0 \cdot \left(\frac{V_{10N}}{V_{10}} \right)^2 = 15 \cdot \left(\frac{200}{100} \right)^2 = 60 \text{ W}$$

c) El coeficiente de variación de tensión cuando trabaja a plena carga con un factor de potencia 0,9 inductivo.

Para obtener el coeficiente de regulación, es necesario obtener, en primer lugar, la resistencia y reactancia equivalente del transformador, ambas referidas al mismo devanado (en este caso, al secundario). Empleando los datos del ensayo de cortocircuito referido a las condiciones nominales:

$$R_e = \frac{W_{cc}}{I_{2cc}^2} = \frac{W_{cc_{IN}}}{I_{2N}^2} = \frac{73,24}{12,5^2} = 0,4687 \Omega$$

$$Z_e = \frac{V_{2cc}}{I_{2cc}} = \frac{V_{2cc_{IN}}}{I_{2N}} = \frac{17,188}{12,5} = 1,375 \Omega$$

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2} = 1,293 \Omega$$

Una vez calculadas R_e , X_e y Z_e , el siguiente paso es obtener los coeficientes de Arnold.

$$u_R = \frac{R_e \cdot I_{2N}}{V_{2N}} \cdot 100 = \frac{0,4687 \cdot 12,5}{400} \cdot 100 = 1,47\%$$

$$u_X = \frac{X_e \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{1,293 \cdot 12,5}{400} \cdot 100 = 4,04\%$$

Finalmente, se utiliza la expresión de Arnold para obtener el coeficiente de regulación de tensión.

$$\begin{aligned} u &= i \cdot (u_R \cdot \cos \varphi + u_X \cdot \operatorname{sen} \varphi) + \frac{i^2}{200} \cdot (u_X \cdot \cos \varphi - u_R \cdot \operatorname{sen} \varphi)^2 = \\ &= 1 \cdot (1,47 \cdot 0,9 + 4,04 \cdot 0,436) + \frac{1}{200} \cdot (4,04 \cdot 0,9 - 1,47 \cdot 0,436)^2 = 3,12\% \end{aligned}$$

d) La carga para la cual el rendimiento se hace máximo a factor de potencia unidad.

Para obtener la potencia de la carga en dichas condiciones, es necesario obtener el índice de carga para la situación de rendimiento máximo.

$$i_{\eta_{\max}} = \sqrt{\frac{w_0}{w_j}} = \sqrt{\frac{W_{0_{VN}}}{W_{cc_{IN}}}} = \sqrt{\frac{60}{73,24}} = 0,905$$

Así, la potencia activa de la carga para la cual el rendimiento es máximo es:

$$P = i_{\eta_{\max}} \cdot S_N \cdot \cos \varphi = 0,905 \cdot 5.000 \cdot 1 = 4.525 \text{ W}$$

EJERCICIO 4

Un transformador monofásico de relación de transformación 30/6 kV (50 Hz) y potencia nominal 600 kVA ha sido sometido a un ensayo de cortocircuito, dando los siguientes resultados:

- Alimentación por AT: 1.350 V (50 Hz)
- Intensidad: 10 A
- Consumo: 2,1 kW

El transformador funciona alimentando a 6 kV (50 Hz) una carga de factor de potencia 0,8 inductivo que consume 425 kW. Calcular en estas condiciones:

- Tensión de alimentación al transformador.**
- Pérdidas en los conductores.**

Se desea someter al transformador a un nuevo ensayo de cortocircuito con alimentación por BT a 60 Hz y circulando la intensidad nominal.

- Tensión con que debe alimentarse al transformador en este nuevo ensayo de cortocircuito.**

a) Tensión de alimentación al transformador.

En las condiciones presentadas en el enunciado, las características de alimentación de la carga en el secundario del transformador monofásico son conocidas, mientras que la incógnita es la alimentación del primario. Este tipo de ejercicios se resuelve mediante la utilización del diagrama vectorial simplificado del transformador monofásico (véase la Figura 6.1 en el Ejercicio 1).

Para ello, previamente deben determinarse los parámetros del circuito equivalente mediante el ensayo de cortocircuito. Como es habitual, los valores se refieren al primario del transformador.

$$R_e = \frac{W_{cc}}{I_{1cc}^2} = \frac{2.100}{10^2} = 21 \Omega$$

$$Z_e = \frac{V_{1cc}}{I_{1cc}} = \frac{1.350}{10} = 135 \Omega$$

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2} = 133,357 \Omega$$

Por otra parte, la tensión del devanado secundario referida al primario se toma como referencia angular:

$$V'_2 = V_2 \cdot a = 6 \cdot 10^3 \cdot \frac{30 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^3} = 30 \text{ kV} \Rightarrow V'_2 = 30 \cdot 10^3 \angle 0^\circ \text{ V}$$

Además, la intensidad del devanado secundario referida al primario resulta:

$$I_1 = I'_2 = \frac{S_2}{V'_2} = \frac{\frac{P}{\cos \varphi}}{\frac{V'_2}{30 \cdot 10^3}} = \frac{425 \cdot 10^3}{0,8} = 17,708 \text{ A} \quad \varphi = \arccos(0,8) = 36,87^\circ$$

$$I_1 = I'_2 = 17,708 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$

El valor complejo de la impedancia \underline{Z}_e es:

$$\underline{Z}_e = R_e + jX_e = 21 + 133,357j = 135 \angle 81,05^\circ \Omega$$

Una vez calculadas las componentes de la ecuación vectorial simplificada, se obtiene la tensión aplicada en el primario del transformador:

$$\underline{V}_1 = \underline{V}'_2 + \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_e = 30 \cdot 10^3 \angle 0^\circ + 17,708 \angle -36,87^\circ \cdot 135 \angle 81,05^\circ = 31.758,15 \angle 3^\circ \text{ V}$$

La tensión de alimentación debe ser, por tanto, de 31.758,15 V.

b) Pérdidas en los conductores.

Las pérdidas por Joule en los conductores se obtienen según la expresión tradicional:

$$P_J = (I'_2)^2 \cdot R_e = 17,708^2 \cdot 21 = 6.585,29 \text{ W}$$

c) Tensión con que debe alimentarse al transformador en este nuevo ensayo de cortocircuito.

En primer lugar, es necesario referir la reactancia y la impedancia a la nueva frecuencia (60 Hz).

$$X_{e60\text{Hz}} = X_e \cdot \frac{60}{50} = 133,357 \cdot \frac{60}{50} = 160,028 \Omega$$

$$Z_{e60\text{Hz}} = \sqrt{R_e^2 + X_{e60\text{Hz}}^2} = 161,4 \Omega$$

Por tanto, la tensión del ensayo de cortocircuito referida al devanado primario es:

$$V_{1cc_N} = I_{1N} \cdot Z_{e60\text{Hz}} = \frac{S_N}{V_{1N}} \cdot Z_{e60\text{Hz}} = \frac{600 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^3} \cdot 161,4 = 3.228 \text{ V}$$

Pero, puesto que dicho ensayo ha sido realizado por el lado de BT, se debe referir dicho valor al devanado secundario del transformador.

$$V_{2cc_N} = V_{1cc_N} \cdot \frac{1}{a} = 3.228 \cdot \frac{6 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^3} = 645,6 \text{ V}$$

EJERCICIO 5

Un transformador monofásico de 100 kVA, 50 Hz, y relación de transformación nominal 2.500/125 V, tiene los siguientes parámetros del circuito eléctrico equivalente: $R_1 = 0,4 \Omega$; $X_1 = 1,8 \Omega$; $R_2 = 0,001 \Omega$; $X_2 = 0,002 \Omega$; $G_0 = 1,5 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1}$; $B_0 = 1,2 \cdot 10^{-3} \Omega^{-1}$. Se pide:

- El índice de carga para el que se produce el rendimiento máximo.**
- Pérdidas por efecto Joule en el primario y secundario del transformador, si accidentalmente se cortocircuita el secundario estando el primario alimentado a la tensión nominal. Despreciar la rama de vacío.**
- La tensión de alimentación por el primario si el transformador suministra el 85% de su potencia nominal a una tensión de 110 V y con un $\cos \varphi = 0,866$ inductivo.**

Al transformador dado T_A se conectan en paralelo otros dos transformadores T_B y T_C , de $S_{NTB} = S_{NTC} = 150$ kVA; $u_{ZB} = u_{ZC} = 4\%$ y $a_B = a_C = 3.000/150$ V. Suponer $\varphi_{eTA} = \varphi_{eTB} = \varphi_{eTC}$. Se pide:

- La máxima potencia que puede suministrar el grupo sin que se sobrecargue ningún transformador.**
- Intensidad que circula por el primario de cada transformador cuando el grupo suministra la potencia del apartado anterior.**

- a) **El índice de carga para el que se produce el rendimiento máximo.**

Para calcular el índice de carga de rendimiento máximo, es necesario determinar previamente las pérdidas en el hierro y en el cobre de dicho transformador.

Para determinar las pérdidas en el hierro, se utiliza la siguiente expresión:

$$W_{0VN} = (V_{1N})^2 \cdot G_0 = 2.500^2 \cdot 1,5 \cdot 10^{-4} = 937,5 \text{ W}$$

Por otra parte, para determinar las pérdidas en el cobre, es necesario obtener el valor de la intensidad nominal de dicho transformador.

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{100.000}{2.500} = 40 \text{ A}$$

Puesto que se ha elegido el devanado primario del transformador como referencia para hacer los cálculos, se ha de referir a dicho devanado el valor de la resistencia del devanado secundario.

$$R'_2 = a^2 \cdot R_2 = \left(\frac{2.500}{125} \right)^2 \cdot 0,001 = 0,4 \Omega$$

Así, el valor de las pérdidas en el cobre es:

$$W_{cc_{IN}} = I_{1N}^2 \cdot (R_1 + R'_2) = 40^2 \cdot (0,4 + 0,4) = 1.280 \text{ W}$$

con lo que el valor del índice de carga de rendimiento máximo es:

$$i_{\eta_{\max}} = \sqrt{\frac{W_{0VN}}{W_{ccIN}}} = \sqrt{\frac{937,5}{1.280}} = 0,856$$

- b) Pérdidas por efecto Joule en el primario y secundario del transformador, si accidentalmente se cortocircuita el secundario estando el primario alimentado a la tensión nominal. Despreciar la rama de vacío.**

Para determinar las pérdidas en el cobre en circunstancias de cortocircuito, y despreciando la influencia de la rama de vacío, es necesario determinar la intensidad de cortocircuito que se establecerá en dicha situación. Para ello se ha de determinar, previamente, la impedancia equivalente del mismo.

Al igual que se ha hecho en el apartado anterior con la resistencia del devanado secundario, se ha de referir la reactancia del devanado secundario al primario.

$$X'_2 = a^2 \cdot X_2 = \left(\frac{2.500}{125} \right)^2 \cdot 0,002 = 0,8 \Omega$$

Así, la impedancia equivalente del transformador es:

$$Z_e = \sqrt{(R_1 + R'_2)^2 + (X_1 + X'_2)^2} = \sqrt{(0,4 + 0,4)^2 + (1,8 + 0,8)^2} = 2,72 \Omega$$

La intensidad de cortocircuito viene determinada por el cociente entre la tensión nominal a la que está alimentado el transformador y la impedancia equivalente del mismo.

$$I_{1cc} = \frac{V_{1N}}{Z_e} = \frac{2.500}{2,72} = 919,02 \text{ A}$$

con lo que las pérdidas en el cobre quedan determinadas de la siguiente manera:

$$W_{cc} = I_{1cc}^2 \cdot (R_1 + R'_2) = 919,02^2 \cdot (0,4 + 0,4) = 675,68 \text{ W}$$

- c) La tensión de alimentación por el primario si el transformador suministra el 85% de su potencia nominal a una tensión de 110 V y con un $\cos \varphi = 0,866$ inductivo.**

En las condiciones presentadas en el enunciado, las características de alimentación de la carga en el secundario del transformador monofásico son conocidas, mientras que la incógnita es la alimentación del primario. Este tipo de ejercicios se resuelve mediante la utilización del diagrama vectorial simplificado del transformador monofásico (véase la Figura 6.1).

Para ello, previamente se ha de determinar la intensidad consumida por el secundario del transformador y, por tanto, la potencia. Como es habitual, los valores se refieren al primario del transformador.

$$V'_2 = V_2 \cdot a = 110 \cdot \frac{2.500}{125} = 2.200 \text{ V} \Rightarrow \underline{V}'_2 = 2.200 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$I_1 = I'_2 = \frac{S_2}{V'_2} = \frac{0,85 \cdot S_N}{V'_2} = \frac{0,85 \cdot 100.000}{2.200} = 38,636 \text{ A} \quad \varphi = \arccos(0,866) = 30^\circ$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}'_2 = 38,636/-30^\circ \text{ A}$$

El valor complejo de la impedancia \underline{Z}_e es:

$$\underline{Z}_e = R_e + jX_e = (R_1 + R'_2) + j(X_1 + X'_2) = 0,8 + 2,6j = 2,72/72,9^\circ \Omega$$

Una vez calculadas las componentes de la ecuación vectorial simplificada, se obtiene la tensión aplicada en el primario del transformador:

$$\underline{V}_1 = \underline{V}'_2 + \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_e = 2.200/0^\circ + 38,636/-30^\circ \cdot 2,72/72,9^\circ = 2.278,12/1,8^\circ \text{ V}$$

La tensión de alimentación debe ser, por tanto, de 2.278,12 V.

d) La máxima potencia que puede suministrar el grupo sin que se sobrecargue ningún transformador.

Puesto que de los transformadores T_B y T_C son conocidos todos los datos necesarios para realizar los cálculos, se ha de determinar en primer lugar la tensión de cortocircuito del transformador T_A .

$$u_{ZTA} = \frac{V_{1ccN}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{I_{1N} \cdot Z_e}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{40 \cdot 2,72}{2.500} \cdot 100 = 4,352\%$$

Como los tres transformadores van a funcionar a 2.500 V, y tanto T_B como T_C poseen la misma relación de transformación que T_A pero diferentes tensiones nominales, se han de referir sus datos a los citados 2.500 V.

$$u'_{ZTB} = u'_{ZTC} = u_{ZTB} \cdot \frac{3.000}{2.500} = 4\% \cdot \frac{3.000}{2.500} = 4,8\%$$

$$S'_{NTB} = S'_{NTC} = S_{NTB} \cdot \frac{2.500}{3.000} = 150.000 \cdot \frac{2.500}{3.000} = 125 \text{ kVA}$$

Partiendo ya de todos los datos conocidos, se obtiene la potencia y la tensión de cortocircuito del grupo.

$$S_{NG} = S_{NTA} + S'_{NTB} + S'_{NTC} = 100.000 + 125.000 + 125.000 = 350 \text{ kVA}$$

$$u_{ZG} = \frac{S_{NG}}{\frac{S_{NTA}}{u_{ZTA}} + \frac{S'_{NTB}}{u'_{ZTB}} + \frac{S'_{NTC}}{u'_{ZTC}}} = \frac{350.000}{\frac{100.000}{4,352} + \frac{125.000}{4,8} + \frac{125.000}{4,8}} = 4,663\%$$

En el caso de que los tres transformadores trabajen en paralelo, el transformador de menor tensión de cortocircuito (en este caso el T_A) es el que antes tiende a sobrecargarse. Por ello, la

potencia máxima de grupo se produce en la situación en la que T_A trabaje a su potencia nominal (índice de carga igual a la unidad).

$$S_{TA} = \frac{S_{\max}}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{NTA}}{u_{ZTA}} \cdot u_{ZG} = S_{NTA}$$

$$S_{\max} = \frac{S_{NG}}{u_{ZG}} \cdot u_{ZTA} = \frac{350.000}{4,663} \cdot 4,352 = 326,69 \text{ kVA}$$

- e) **Intensidad que circula por el primario de cada transformador cuando el grupo suministra la potencia del apartado anterior.**

La intensidad que circula por el primario de cada transformador depende de la potencia que suministra cada uno de ellos.

En el caso de T_A , éste suministra la potencia nominal.

$$I_{1TA} = I_{1NTA} = 40 \text{ A}$$

En el caso de T_B y T_C , se ha de determinar en primer lugar a qué potencia están trabajando.

$$S_{TB} = S_{TC} = \frac{S_{\max}}{S_{NG}} \cdot \frac{S'_{NTB}}{u'_{ZTB}} \cdot u_{ZG} = \frac{326.580}{350.000} \cdot \frac{125.000}{4,8} \cdot 4,663 = 113,3 \text{ kVA}$$

Finalmente, y en función de su índice de carga, se calcula su intensidad de primario.

$$i_{TB} = i_{TC} = \frac{S_{TB}}{S'_{NTB}} = \frac{113.300}{125.000} = 0,907$$

$$I_{1TB} = I_{1TC} = i_{TB} \cdot I_{1NTB} = i_{TB} \cdot \frac{S_{NTB}}{V_{1N}} = 0,906 \cdot \frac{150.000}{3.000} = 45,34 \text{ A}$$

EJERCICIO 6

Se ensaya un transformador Yd11 de 120 MVA con una relación de transformación de 220/20 kV, obteniendo que en el ensayo de vacío nominal consume una intensidad del 0,2% y 39.690 W, y en el ensayo de cortocircuito nominal la tensión es el 13% de la tensión nominal, con un consumo de 120 kW. Determinar:

- a) Circuito equivalente del transformador referido al primario.
- b) Tensión de alimentación al transformador necesaria para mantener en el secundario la tensión nominal cuando se alimenta una carga que consume 80.000 kW con un factor de potencia de 0,8 inductivo.
- c) Rendimiento de la máquina en este régimen.

a) Circuito equivalente del transformador referido al primario.

Utilizando los datos del ensayo de vacío y de cortocircuito, se pueden obtener los parámetros del circuito equivalente. Previamente, y puesto que se van a referir los parámetros al primario del transformador, se va a calcular la intensidad nominal del transformador.

$$I_{1N} = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_{1N}} = \frac{120 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 10^3} = 314,92 \text{ A}$$

Del ensayo de cortocircuito nominal conocido:

$$R_e = \frac{W_{cc}/3}{(I_{1cc})^2} = \frac{W_{ccN}/3}{(I_{1N})^2} = \frac{120 \cdot 10^3/3}{314,92^2} = 0,403 \Omega$$

$$Z_e = \frac{U_{1cc}/\sqrt{3}}{I_{1cc}} = \frac{(0,13 \cdot U_{1N})/\sqrt{3}}{I_{1N}} = \frac{(0,13 \cdot 220 \cdot 10^3)/\sqrt{3}}{314,92} = 52,433 \Omega$$

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2} = 52,432 \Omega$$

Del ensayo de vacío nominal conocido:

$$G_0 = \frac{W_0/3}{(U_{10}/\sqrt{3})^2} = \frac{W_{0VN}/3}{(U_{1N}/\sqrt{3})^2} = \frac{39.690/3}{(220 \cdot 10^3/\sqrt{3})^2} = 8,2 \cdot 10^{-7} \Omega^{-1}$$

$$Y_0 = \frac{I_{10}}{U_{10}/\sqrt{3}} = \frac{0,02 \cdot I_{1N}}{U_{1N}/\sqrt{3}} = \frac{0,02 \cdot 314,92}{220 \cdot 10^3/\sqrt{3}} = 49,587 \cdot 10^{-7} \Omega^{-1}$$

$$B_0 = \sqrt{Y_0^2 - G_0^2} = 48,9 \cdot 10^{-7} \Omega^{-1}$$

b) Tensión de alimentación al transformador necesaria para mantener en el secundario la tensión nominal cuando se alimenta una carga que consume 80.000 kW con un factor de potencia de 0,8 inductivo.

En las condiciones presentadas en el enunciado, las características de alimentación de la carga en el secundario del transformador trifásico son conocidas, mientras que la incógnita es la alimentación del primario. Este tipo de ejercicios se resuelve mediante la utilización del diagrama vectorial simplificado del transformador monofásico (véase la Figura 6.1 en el Ejercicio 1).

Previamente se ha de transformar la tensión de alimentación del secundario del transformador trifásico a su valor monofásico estrella equivalente, para posteriormente referirla al primario.

$$V_2 = \frac{U_{2N}}{\sqrt{3}} = \frac{20 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} = 11.547 \text{ V}$$

$$V'_2 = V_2 \cdot a = 11.547 \cdot \frac{220 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^3} = 127.017 \text{ V} \Rightarrow \underline{V}'_2 = 127.017 \angle 0^\circ \text{ V}$$

Una vez obtenida dicha tensión, se va a calcular el valor de la intensidad suministrada por el transformador, referida al primario.

$$I_1 = I'_2 = \frac{\frac{P}{\cos \varphi}}{\sqrt{3} \cdot U_{1N}} = \frac{80 \cdot 10^6 / 0,8}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 10^3} = 262,43 \text{ A} \quad \varphi = \arccos(0,8) = 36,87^\circ$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}'_2 = 262,43 / -36,87^\circ \text{ A}$$

El valor complejo de la impedancia \underline{Z}_e es:

$$\underline{Z}_e = R_e + jX_e = 0,403 + 52,433j = 52,433 / 89,56^\circ \Omega$$

Una vez calculadas las incógnitas de la ecuación vectorial simplificada, se obtiene la tensión aplicada en el primario del transformador:

$$\underline{V}_1 = \underline{V}'_2 + \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_e = 127,017 / 0^\circ + 262,43 / -36,87^\circ \cdot 52,433 / 89,56^\circ = 135,799,02 / 4,62^\circ \text{ V}$$

$$V_1 = 135,8 \text{ kV} \Rightarrow U_1 = \sqrt{3} \cdot V_1 = 235,21 \text{ kV}$$

c) Rendimiento de la máquina en este régimen.

Puesto que, tal y como se indica en el enunciado, la tensión que está aplicada en el primario del transformador es diferente de la tensión nominal (en este caso es mayor), la potencia máxima que podrá entregar dicho transformador también será diferente (mayor).

$$S'_N = S_N \cdot \frac{U_1}{U_{1N}} = 120 \cdot 10^6 \cdot \frac{235,21 \cdot 10^3}{220 \cdot 10^3} = 128,297 \text{ MVA}$$

Para la obtención del rendimiento del transformador trifásico, se deben calcular previamente los parámetros w_0 y w_j , correspondientes a las pérdidas en vacío a la tensión de trabajo y las pérdidas de cortocircuito a la intensidad nominal.

$$w_0 = \frac{3 \cdot (U_1 / \sqrt{3})^2 \cdot G_0}{S'_N} = \frac{3 \cdot (135,799,02)^2 \cdot 8,2 \cdot 10^{-7}}{128,297 \cdot 10^6} = 3,536 \cdot 10^{-4}$$

$$w_j = \frac{W_{ccIN}}{S'_N} = \frac{120,000}{128,297 \cdot 10^6} = 9,353 \cdot 10^{-4}$$

El índice de carga se obtiene con la expresión ya conocida:

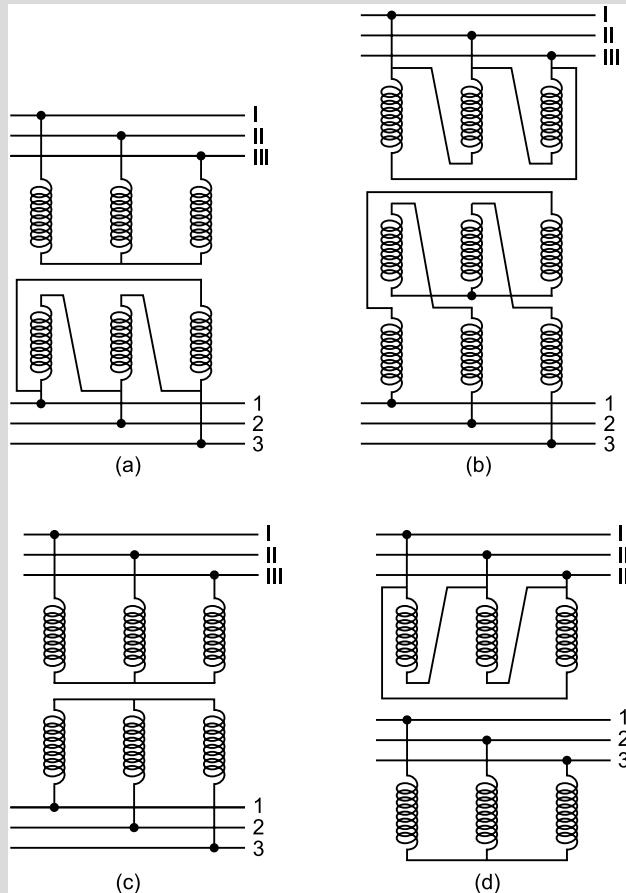
$$i = \frac{\frac{P_2}{S'_N}}{\frac{\cos \varphi}{S'_N}} = \frac{\frac{80 \cdot 10^6 / 0,8}{128,297 \cdot 10^6}}{0,7794} = 0,7794$$

Dichos parámetros se aplican directamente sobre la fórmula del rendimiento.

$$\eta = \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi + \frac{w_0}{i} + i \cdot w_j} \cdot 100 = \frac{0,8}{0,8 + \frac{3,536 \cdot 10^{-4}}{0,7794} + 0,7794 \cdot 9,353 \cdot 10^{-4}} \cdot 100 = 99,85\%$$

EJERCICIO 7

Determinar el grupo de conexión y la relación de transformación de los transformadores mostrados en la Figura 6.2.

**FIGURA 6.2.**

Para obtener los datos de cada uno de los transformadores, se aplicarán las etapas señaladas en el apartado teórico correspondiente del Capítulo 4.

a) Conexión Yd.

Tal y como se puede observar en la Figura 6.3, respecto a las tensiones en el devanado secundario:

$$\underline{V}_{aa'} = -\underline{U}_{12}$$

$$\underline{V}_{bb'} = -\underline{U}_{23}$$

$$\underline{V}_{cc'} = -\underline{U}_{31}$$

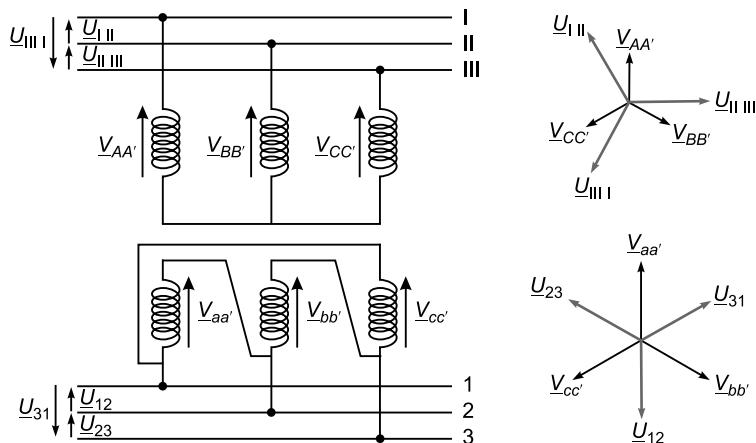


FIGURA 6.3.

Así, el índice horario (IH) adquiere el siguiente valor:

$$IH = \frac{210^\circ}{30^\circ} = 7$$

La denominación de dicha conexión es, por tanto, Yd7.

Finalmente, la relación de transformación se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$\frac{U_{I,II}}{U_{12}} = \frac{\sqrt{3} \cdot V_{AA'}}{V_{aa'}} = \frac{\sqrt{3} \cdot N_1}{N_2}$$

b) Conexión Dz.

Tal y como se puede observar en la Figura 6.4, respecto a las tensiones en el devanado primario:

$$V_{AA'} = -U_{III,I}$$

$$V_{BB'} = -U_{I,II}$$

$$V_{CC'} = -U_{II,III}$$

Además, respecto a las tensiones en el zigzag:

$$V_{aa'} = V_{a''a'''}$$

$$V_{bb'} = V_{b''b'''}$$

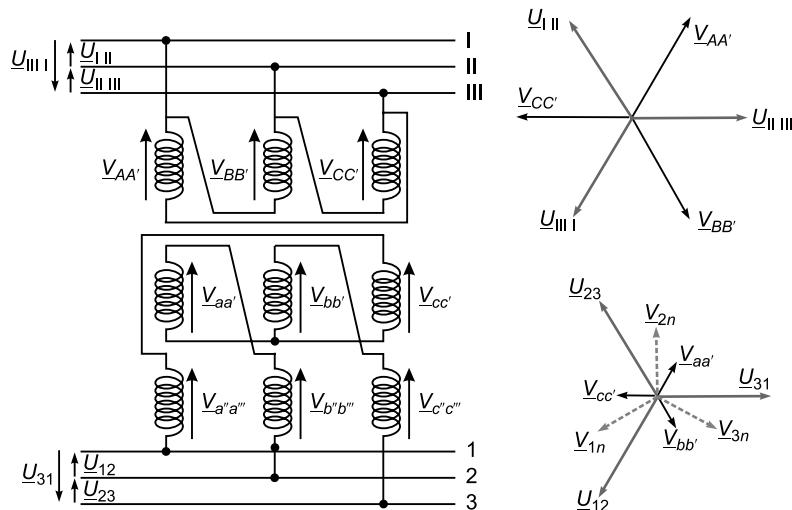
$$V_{cc'} = V_{c''c'''}$$

Por lo que:

$$V_{1n} = V_{cc'} - V_{a''a'''}$$

$$V_{2n} = V_{aa'} - V_{b''b'''}$$

$$V_{3n} = V_{bb'} - V_{c''c'''}$$

**FIGURA 6.4.**

Por tanto, respecto a las tensiones en el devanado secundario:

$$\underline{U}_{12} = \underline{V}_{1n} - \underline{V}_{2n}$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{V}_{2n} - \underline{V}_{3n}$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{V}_{3n} - \underline{V}_{1n}$$

Así, el índice horario adquiere el siguiente valor:

$$IH = \frac{240^\circ}{30^\circ} = 8$$

La denominación de dicha conexión es la siguiente: Dz8.

Finalmente, la relación de transformación se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$\frac{\underline{U}_{I\ II}}{\underline{U}_{12}} = \frac{V_{AA'}}{\sqrt{3} \cdot V_{1n}} = \frac{V_{AA'}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot V_{aa''}} = \frac{N_1}{3 \cdot \frac{N_2}{2}} = \frac{2 \cdot N_1}{3 \cdot N_2}$$

c) Conexión Yy.

Tal y como se puede observar en la Figura 6.5, respecto a las tensiones en el devanado secundario:

$$\underline{U}_{12} = \underline{V}_{bb'} - \underline{V}_{aa'}$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{V}_{cc'} - \underline{V}_{bb'}$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{V}_{aa'} - \underline{V}_{cc'}$$

Así, el índice horario adquiere el siguiente valor:

$$IH = \frac{180^\circ}{30^\circ} = 6$$

La denominación de dicha conexión es la siguiente: Yy6.

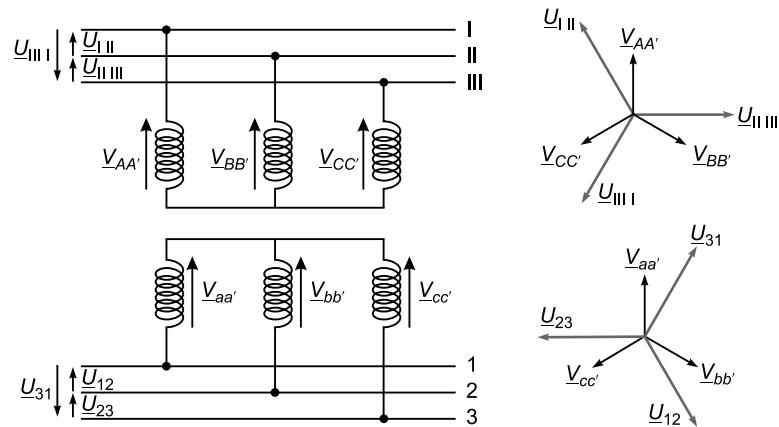


FIGURA 6.5.

Finalmente, la relación de transformación se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$\frac{U_{I\text{II}}}{U_{12}} = \frac{\sqrt{3} \cdot V_{AA'}}{\sqrt{3} \cdot V_{aa'}} = \frac{N_1}{N_2}$$

d) Conexión Dy.

Tal y como se puede observar en la Figura 6.6, respecto a las tensiones en el devanado secundario:

$$\underline{U}_{12} = \underline{V}_{aa'} - \underline{V}_{bb'}$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{V}_{bb'} - \underline{V}_{cc'}$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{V}_{cc'} - \underline{V}_{aa'}$$

Así, el índice horario adquiere el siguiente valor:

$$IH = \frac{330^\circ}{30^\circ} = 11$$

La denominación de dicha conexión es la siguiente: Dy11.

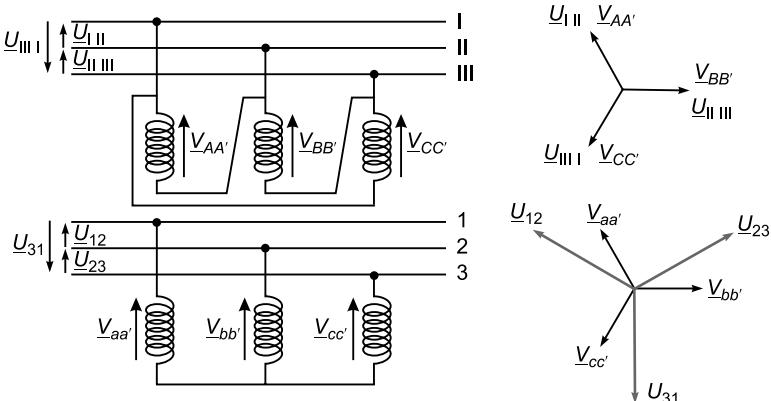


FIGURA 6.6.

Finalmente, la relación de transformación se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$\frac{U_{1\text{II}}}{U_{12}} = \frac{V_{AA'}}{\sqrt{3} \cdot V_{aa'}} = \frac{N_1}{\sqrt{3} \cdot N_2}$$

EJERCICIO 8

Un transformador trifásico de 30/13 kV, 50 Hz, 10 MVA, Yy0 fue probado en un ensayo de cortocircuito con los siguientes resultados:

- Ensayo de cortocircuito:
 - Tensión: 8%
 - Intensidad: 95%
 - Potencia: 150 kW

El transformador está diseñado para que, alimentado a tensión nominal y trabajando a plena carga, las pérdidas en el cobre sean 2,5 veces superiores a las pérdidas en el hierro. Se pide:

- a) **Potencia que se mediría en el ensayo de vacío nominal realizado por el lado de BT.**
- b) **Si se alimenta al primario con la tensión nominal, obtener el valor del rendimiento máximo cuando alimenta a una carga que presenta un factor de potencia 0,8 inductivo.**
- c) **Coeficiente de variación de tensión en la situación del apartado anterior.**

- a) **Potencia que se mediría en el ensayo de vacío nominal realizado por el lado de BT.**

Puesto que el ensayo de cortocircuito del que se dispone no está realizado en condiciones nominales:

$$W_{cc_{IN}} = \frac{W_{cc}}{i^2} = \frac{150 \cdot 10^3}{0,95^2} = 166,205 \text{ kW}$$

Por tanto, la potencia que se mediría en el ensayo de vacío nominal, independientemente de ser realizado por AT o BT, es:

$$W_{0_{VN}} = \frac{1}{2,5} \cdot W_{cc_{IN}} = \frac{1}{2,5} \cdot 166,205 = 66,482 \text{ kW}$$

- b) **Si se alimenta al primario con la tensión nominal, obtener el valor del rendimiento máximo cuando alimenta a una carga que presenta un factor de potencia 0,8 inductivo.**

Para calcular el rendimiento máximo se va a utilizar la expresión general del rendimiento. Para ello, se deben calcular previamente el índice de carga de rendimiento máximo, la potencia útil y las pérdidas, que incluyen las pérdidas en el hierro y en el cobre.

$$i_{\eta_{\max}} = \sqrt{\frac{W_{0_{VN}}}{W_{cc_{IN}}}} = \sqrt{0,4} = 0,632$$

$$P_u = S_n \cdot i_{\eta_{\max}} \cdot \cos \varphi = 10 \cdot 10^6 \cdot 0,632 \cdot 0,8 = 5,06 \text{ MW}$$

$$P_{\text{Fe}} = W_{0_{VN}} = 66,482 \text{ kW}$$

Puesto que se está en situación de rendimiento máximo:

$$P_{\text{Cu}} = P_{\text{Fe}} = 66,482 \text{ kW}$$

Aplicando la expresión del rendimiento:

$$\eta_{\max} = \frac{P_u}{P_u + P_{\text{Fe}} + P_{\text{Cu}}} \cdot 100 = \frac{5,06 \cdot 10^6}{5,06 \cdot 10^6 + 2 \cdot 66,482} \cdot 100 = 97,439\%$$

c) Coeficiente de variación de tensión en la situación del apartado anterior.

En primer lugar, se ha de calcular la intensidad nominal correspondiente a dicho transformador.

$$I_{1N} = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_{1N}} = \frac{10 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 30 \cdot 10^3} = 192,45 \text{ A}$$

Con anterioridad a la obtención de los coeficientes de Arnold, se calculan los parámetros equivalentes del ensayo de cortocircuito.

$$R_e = \frac{W_{cc}/3}{I_{1cc}^2} = \frac{W_{cc}/3}{(0,95 \cdot I_{1N})^2} = \frac{150.000/3}{(0,95 \cdot 192,45)^2} = 1,496 \Omega$$

$$Z_e = \frac{U_{1cc}/\sqrt{3}}{I_{1cc}} = \frac{(0,08 \cdot U_{1N})/\sqrt{3}}{0,95 \cdot I_{1N}} = \frac{(0,08 \cdot 30 \cdot 10^3)/\sqrt{3}}{0,95 \cdot 192,45} = 7,579 \Omega$$

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2} = 7,43 \Omega$$

Conocido que el transformador trabaja a índice de carga de rendimiento máximo, se obtienen los coeficientes de Arnold.

$$u_R = \frac{R_e \cdot I_{1N}}{U_{1N}/\sqrt{3}} \cdot 100 = \frac{1,496 \cdot 192,45}{30 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} \cdot 100 = 1,662\%$$

$$u_X = \frac{X_e \cdot I_{1N}}{U_{1N}/\sqrt{3}} \cdot 100 = \frac{7,43 \cdot 192,45}{30 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} \cdot 100 = 8,255\%$$

Finalmente, se calcula el coeficiente de variación de tensión mediante la expresión de Arnold.

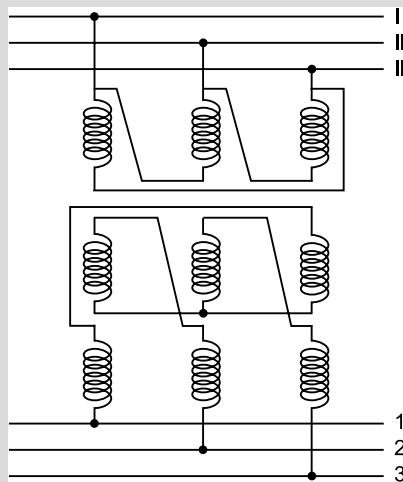
$$\begin{aligned} u &= i_{\eta_{\max}} \cdot (u_R \cdot \cos \varphi + u_X \cdot \operatorname{sen} \varphi) + \frac{(i_{\eta_{\max}})^2}{200} \cdot (u_X \cdot \cos \varphi - u_R \cdot \operatorname{sen} \varphi)^2 = \\ &= 0,632 \cdot (1,662 \cdot 0,8 + 8,255 \cdot 0,6) + \frac{0,632^2}{200} \cdot (8,255 \cdot 0,8 - 1,662 \cdot 0,6)^2 = 4,037\% \end{aligned}$$

El valor de $\operatorname{sen} \varphi$ utilizado en la expresión anterior es positivo, debido a que se trata de una carga inductiva:

$$\operatorname{sen} \varphi = +\sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = +\sqrt{1 - 0,8^2} = 0,6$$

EJERCICIO 9

Sea el transformador trifásico de la Figura 6.7, de relación de transformación 13.000/400 V, 50 Hz y potencia nominal 1.000 kVA.

**FIGURA 6.7.**

Se somete al transformador a un ensayo de vacío por el lado de AT y a un ensayo de cortocircuito por el lado de BT, lo que da los resultados mostrados en la Tabla 6.1.

Tabla 6.1.

| Tipo de ensayo | Alimentación | Datos del ensayo | | |
|-----------------------|--------------|------------------|----------------|--------------|
| | | Tensión (V) | Intensidad (A) | Pérdidas (W) |
| Vacio (50 Hz) | AT | 11.000 | 0,752 | 2.076 |
| Cortocircuito (50 Hz) | BT | 13,9 | 1.186 | 3.995 |

Se pide:

- Calcular el índice de rendimiento máximo cuando funciona conectado a su tensión nominal.
- Si el transformador alimenta a plena carga un centro de consumo con un factor de potencia 0,9 capacitivo, calcular la tensión de alimentación al transformador necesaria para que el centro esté alimentado a la tensión nominal.
- Valor de la impedancia equivalente cuando funciona conectado a una red trifásica de 11 kV y 60 Hz.

a) Calcular el índice de rendimiento máximo cuando funciona conectado a su tensión nominal.

Para calcular el índice de rendimiento máximo según la expresión tradicional, es necesario referir ambos ensayos a las condiciones nominales, ya que en ninguno de los dos casos se han realizado en dichas condiciones.

Para referir el ensayo de cortocircuito a las condiciones nominales (referidas al primario del transformador):

$$I_{1N} = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_{1N}} = \frac{1.000 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 13.000} = 44,412 \text{ A}$$

$$U_{1cc_N} = U_{1cc} \cdot \frac{I_{1N}}{I_{1cc}} = (U_{2cc} \cdot RT) \cdot \frac{I_{1N}}{I_{2cc}/RT} = (13,9 \cdot 32,5) \cdot \frac{44,412}{1.186/32,5} = 549,79 \text{ V}$$

$$W_{cc_{IN}} = W_{cc} \cdot \left(\frac{I_{1N}}{I_{1cc}} \right)^2 = W_{cc} \cdot \left(\frac{I_{1N}}{I_{2cc}/RT} \right)^2 = 3.995 \cdot \left(\frac{44,412}{1.186/32,5} \right)^2 = 5.917,06 \text{ W}$$

Para referir el ensayo de vacío a las condiciones nominales (referidas al devanado primario del transformador):

$$U_{1N} = 13.000 \text{ V}$$

$$I_{1N} = I_{10} \cdot \frac{U_{1N}}{U_{10}} = 0,752 \cdot \frac{13.000}{11.000} = 0,889 \text{ A}$$

$$W_{0_{VN}} = W_0 \cdot \left(\frac{U_{1N}}{U_{10}} \right)^2 = 2.076 \cdot \left(\frac{13.000}{11.000} \right)^2 = 2.899,54 \text{ W}$$

Una vez referidos los ensayos a las condiciones nominales, se obtiene el índice de rendimiento máximo.

$$i_{\eta_{\max}} = \sqrt{\frac{W_{0_{VN}}}{W_{cc_{IN}}}} = \sqrt{\frac{2.899,54}{5.917,06}} = 0,7$$

b) Si el transformador alimenta a plena carga un centro de consumo con un factor de potencia 0,9 capacitivo, calcular la tensión de alimentación al transformador necesaria para que el centro esté alimentado a la tensión nominal.

En las condiciones presentadas en el enunciado, las características de alimentación de la carga en el secundario del transformador trifásico son conocidas, mientras que la incógnita es la alimentación del primario. Este tipo de ejercicios se resuelve mediante la utilización del diagrama vectorial simplificado del transformador monofásico (véase la Figura 6.1 en el Ejercicio 1).

Previamente se ha de transformar la tensión de alimentación del secundario del transformador trifásico a su valor monofásico equivalente estrella para, posteriormente, referirla a primario.

$$V_{2N} = \frac{U_{2N}}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230,94 \text{ V}$$

$$V'_{2N} = V_{2N} \cdot RT = 230,94 \cdot \frac{13.000}{400} = 7.505,55 \text{ V} \Rightarrow \underline{V}'_2 = 7.505,55 \angle 0^\circ \text{ V}$$

Una vez calculada V'_2 , se obtiene el valor de la intensidad suministrada por el transformador, referida a primario.

$$I_1 = I'_2 = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_{1N}} = \frac{1.000 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 13.000} = 44,41 \text{ A} \quad \varphi = \arccos(0,9) = 25,84^\circ$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}'_2 = 44,41 \angle 25,84^\circ \text{ A}$$

Puesto que no se conoce el valor de la impedancia del transformador, se halla dicho valor teniendo en cuenta que el ensayo de cortocircuito se ha realizado a una frecuencia de 50 Hz.

$$R_e = \frac{W_{ccIN}/3}{(I_{1ccN})^2} = \frac{W_{ccIN}/3}{(I_{1N})^2} = \frac{5.917,06/3}{44,412^2} = 1 \Omega$$

$$Z_e = \frac{U_{1ccN}/\sqrt{3}}{I_{1ccN}} = \frac{U_{1ccN}/\sqrt{3}}{I_{1N}} = \frac{549,79/\sqrt{3}}{44,412} = 7,15 \Omega$$

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2} = 7,08 \Omega$$

Por tanto, la impedancia equivalente a 50 Hz es:

$$Z_e = R_e + jX_e = 1 + 7,08j = 7,15 \angle 81,96^\circ \Omega$$

Una vez calculadas las incógnitas de la ecuación vectorial simplificada, se obtiene la tensión aplicada en el primario del transformador:

$$\begin{aligned} \underline{V}_1 &= \underline{V}'_{2N} + \underline{I}_1 \cdot Z_e = 7.505,55 \angle 0^\circ + 44,41 \angle 25,84^\circ \cdot 7,15 \angle 81,96^\circ = 7.414,69 \angle 2,34^\circ \text{ V} \\ V_1 &= 7.414,69 \text{ V} \Rightarrow U_1 = \sqrt{3} \cdot V_1 = 12.842,61 \text{ V} \end{aligned}$$

c) Valor de la impedancia equivalente cuando funciona conectado a una red trifásica de 11 kV y 60 Hz.

En el apartado anterior, se ha obtenido la impedancia equivalente referida a 50 Hz.

$$R_e = 1 \Omega; \quad X_e = 7,08 \Omega; \quad Z_e = 7,15 \Omega$$

Al variar la frecuencia de la red a 60 Hz, el único componente que se ve afectado es la reactivancia, afectando por tanto al valor de la impedancia.

$$\begin{aligned} R_{e60 \text{ Hz}} &= R_e \\ X_{e60 \text{ Hz}} &= X_e \cdot \left(\frac{60}{50} \right) = 7,08 \cdot \left(\frac{60}{50} \right) = 8,492 \Omega \end{aligned}$$

$$Z_{e60 \text{ Hz}} = \sqrt{R_{e60 \text{ Hz}}^2 + X_{e60 \text{ Hz}}^2} = 8,551 \Omega$$

EJERCICIO 10

Una instalación se compone de dos transformadores en paralelo con las siguientes características:

- T_1 : $S_{NT1} = 500 \text{ kVA}$; $u_{ZT1} = 8\%$
- T_2 : $S_{NT2} = 500 \text{ kVA}$; $u_{ZT2} = 7\%$

Dicha instalación ha de suministrar 1.500 kVA, para lo que se instala un tercer transformador en paralelo de 830 kVA con $u_{ZT3} = 10\%$. Si los tres transformadores trabajan alimentados a su tensión nominal, determinar:

- a) **Reparto de carga e índice de carga de cada transformador.**
- b) **Reparto de carga e índice de carga suponiendo que la potencia transmitida sea la suma de potencias nominales.**
- c) **Potencia máxima que puede suministrar el grupo sin sobrecargar ninguna máquina.**
- d) **Reparto de carga e índice de carga en cada transformador cuando el grupo funciona a la potencia máxima sin sobrecarga.**

a) Reparto de carga e índice de carga de cada transformador.

En primer lugar, es necesario obtener la potencia nominal del grupo, así como la tensión de cortocircuito del grupo.

$$S_{NG} = S_{NT1} + S_{NT2} + S_{NT3} = 500.000 + 500.000 + 830.000 = 1.830 \text{ kVA}$$

$$u_{ZG} = \frac{S_{NG}}{\frac{S_{NT1}}{u_{ZT1}} + \frac{S_{NT2}}{u_{ZT2}} + \frac{S_{NT3}}{u_{ZT3}}} = \frac{1.830 \cdot 10^3}{\frac{500.000}{8} + \frac{500.000}{7} + \frac{830.000}{10}} = 8,44\%$$

A partir de lo anterior, se puede obtener el reparto de carga (potencia) de cada uno de los transformadores, así como su índice de carga teniendo en cuenta que se ha de poder obtener 1.500 kVA (potencia de grupo).

En el caso del transformador T_1 :

$$S_{T1} = \frac{S_G}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{NT1}}{u_{ZT1}} \cdot u_{ZG} = \frac{1.500 \cdot 10^3}{1.830 \cdot 10^3} \cdot \frac{500 \cdot 10^3}{8} \cdot 8,44 = 432,2 \text{ kVA}$$

$$i_{T1} = \frac{S_{T1}}{S_{NT1}} = \frac{432,2 \cdot 10^3}{500 \cdot 10^3} = 0,864$$

En el caso del transformador T_2 :

$$S_{T2} = \frac{S_G}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{NT2}}{u_{ZT2}} \cdot u_{ZG} = \frac{1.500 \cdot 10^3}{1.830 \cdot 10^3} \cdot \frac{500 \cdot 10^3}{7} \cdot 8,44 = 493,9 \text{ kVA}$$

$$i_{T2} = \frac{S_{T2}}{S_{NT2}} = \frac{493,9 \cdot 10^3}{500 \cdot 10^3} = 0,988$$

En el caso del transformador T_3 :

$$S_{T3} = \frac{S_G}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{NT3}}{u_{ZT3}} \cdot u_{ZG} = \frac{1.500 \cdot 10^3}{1.830 \cdot 10^3} \cdot \frac{830 \cdot 10^3}{10} \cdot 8,44 = 573,9 \text{ kVA}$$

$$i_{T3} = \frac{S_{T3}}{S_{NT3}} = \frac{573,9 \cdot 10^3}{830 \cdot 10^3} = 0,691$$

b) Reparto de carga e índice de carga suponiendo que la potencia transmitida sea la suma de potencias nominales.

Puesto que los tres transformadores poseen diferentes tensiones de cortocircuito, la única posibilidad de que la potencia a transmitir sea la suma de potencias nominales es que alguno/s de ellos trabaje sobrecargado.

En este caso, la potencia del grupo será igual a la potencia nominal del grupo.

$$S_{NG} = S_G = 1.830 \text{ kVA}$$

Así, el reparto de cargas en el T_1 y su índice de carga son:

$$S_{T1} = \frac{S_G}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{NT1}}{u_{ZT1}} \cdot u_{ZG} = \frac{S_{NT1}}{u_{ZT1}} \cdot u_{ZG} = \frac{500 \cdot 10^3}{8} \cdot 8,44 = 527,2 \text{ kVA}$$

$$i_{T1} = \frac{S_{T1}}{S_{NT1}} = \frac{527,2 \cdot 10^3}{500 \cdot 10^3} = 1,05$$

por lo que el transformador T_1 trabajaría con un 5% de sobrecarga.

En el caso del transformador T_2 :

$$S_{T2} = \frac{S_{NT2}}{u_{ZT2}} \cdot u_{ZG} = \frac{500 \cdot 10^3}{7} \cdot 8,44 = 602,62 \text{ kVA}$$

$$i_{T2} = \frac{S_{T2}}{S_{NT2}} = \frac{602,6 \cdot 10^3}{500 \cdot 10^3} = 1,2$$

por lo que el transformador T_2 trabajaría con un 20% de sobrecarga.

En el caso del transformador T_3 :

$$S_{T3} = \frac{S_{NT3}}{u_{ZT3}} \cdot u_{ZG} = \frac{830 \cdot 10^3}{10} \cdot 8,44 = 700,2 \text{ kVA}$$

$$i_{T3} = \frac{S_{T3}}{S_{NT3}} = \frac{700,2 \cdot 10^3}{830 \cdot 10^3} = 0,844$$

c) Potencia máxima que puede suministrar el grupo sin sobrecargar ninguna máquina.

Puesto que el transformador T_2 es el que menor tensión de cortocircuito posee, es el que primero llegará a la sobrecarga. Por ello, la potencia máxima del grupo sin sobrecargas se dará cuando este transformador trabaje a un índice de carga unidad, es decir, a su potencia nominal.

$$S_{T2} = \frac{S_{\max}}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{NT2}}{u_{ZT2}} \cdot u_{ZG} = S_{NT2}$$

$$S_{\max} = \frac{S_{NG}}{u_{ZG}} \cdot u_{ZT2} = \frac{1.830 \cdot 10^3}{8,44} \cdot 7 = 1.517,77 \text{ kVA}$$

d) Reparto de carga e índice de carga en cada transformador cuando el grupo funciona a la potencia máxima sin sobrecarga.

Una vez conocido cual puede ser la potencia máxima del grupo sin que se produzca ningún tipo de sobrecarga, se calcula el reparto de cargas en los otros dos transformadores.

En el caso del transformador T_1 :

$$S_{T1} = \frac{S_{\max}}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{NT1}}{u_{ZT1}} \cdot u_{ZG} = \frac{1.517,77 \cdot 10^3}{1.830 \cdot 10^3} \cdot \frac{500 \cdot 10^3}{8} \cdot 8,44 = 437,5 \text{ kVA}$$

$$i_{T1} = \frac{S_{T1}}{S_{NT1}} = \frac{437,5 \cdot 10^3}{500 \cdot 10^3} = 0,875$$

En el caso del transformador T_3 :

$$S_{T3} = \frac{S_{\max}}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{NT3}}{u_{ZT3}} \cdot u_{ZG} = \frac{1.517,77 \cdot 10^3}{1.830 \cdot 10^3} \cdot \frac{830 \cdot 10^3}{10} \cdot 8,44 = 581 \text{ kVA}$$

$$i_{T3} = \frac{S_{T3}}{S_{NT3}} = \frac{581 \cdot 10^3}{830 \cdot 10^3} = 0,7$$

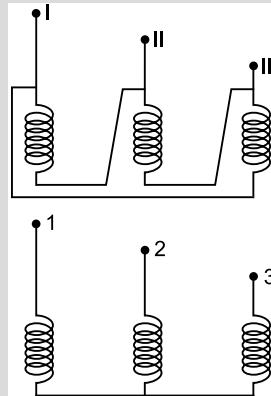
EJERCICIO 11

Una línea trifásica está alimentada por dos transformadores trifásicos, de grupo de conexión Dy11, con las siguientes características:

- T_1 : $S_{N1} = 1.000 \text{ kVA}$; $u_{Z1} = 6\%$
- T_2 : $S_{N2} = 1.500 \text{ kVA}$; $u_{Z2} = 4\%$
- Relación de tensiones compuestas $25.000/250 \text{ V}$

Se quiere aumentar la potencia instalada, acoplando a la red el transformador de la Figura 6.8 que tiene las siguientes características:

- T_3 : $S_{N3} = 2.500 \text{ kVA}$; $u_{Z3} = 5\%$; $U_{1N}/U_{2N} = 30.000/300 \text{ V}$

**FIGURA 6.8.**

- Estudiar si es posible el acoplamiento en paralelo del transformador T_3 con los dos anteriores. Justificar la respuesta.**
- ¿Se puede pedir a la red, en estas condiciones, una potencia de 5.000 kVA? Justificar la respuesta.**
- En el supuesto de que la red suministre la potencia de 5.000 kVA, ¿se sobrecarga alguno de los tres transformadores? Indicar cuáles y el reparto de potencias.**

- Estudiar si es posible el acoplamiento en paralelo del transformador T_3 con los dos anteriores. Justificar la respuesta.**

De la figura del enunciado se puede deducir que el transformador T_3 es Dy11, que posee el mismo índice horario y grupo de conexión que los transformadores T_1 y T_2 . Además, como todos poseen la misma relación de transformación, se puede concluir que los tres transformadores pueden ser acoplados en paralelo en una red de 25 kV.

Sin embargo, y aunque pueda ser acoplado en paralelo, puesto que la tensión primaria del transformador T_3 es 30 kV, dicho transformador no estará aprovechado hasta el límite de su capacidad cuando se lo conecta a una red de 25 kV.

- ¿Se puede pedir a la red, en estas condiciones, una potencia de 5.000 kVA? Justificar la respuesta.**

Para que se pudiera pedir a la red 5.000 kVA, todos los transformadores deberían trabajar a su potencia nominal. Ello no es posible sin que se sobrecargue ningún transformador, debido fundamentalmente a dos razones:

- Los tres transformadores poseen diferentes tensiones de cortocircuito, luego la potencia que pueden desarrollar sin sobrecargas es menor que la suma escalar de sus potencias nominales.
- Para que el transformador T_3 pudiera entregar 2.500 kVA debería ser conectado a una red de 30 kV. Sin embargo, si se lo conecta a una red de 25 kV, la potencia total que podrá llegar a dar será menor que dicha cifra.

- c) En el supuesto de que la red suministre la potencia de 5.000 kVA, ¿se sobrecarga alguno de los tres transformadores? Indicar cuáles y el reparto de potencias.

Como los tres transformadores van a funcionar conectados a una red de 25 kV, y T_3 no posee la misma tensión nominal primaria (30 kV), se han de referir sus características a los citados 25 kV.

$$u'_{ZT3} = u_{ZT3} \cdot \frac{30 \cdot 10^3}{25 \cdot 10^3} = 5 \cdot \frac{30 \cdot 10^3}{25 \cdot 10^3} = 6\%$$

$$S'_{NT3} = S_{NT3} \cdot \frac{25 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^3} = 2.500 \cdot 10^3 \cdot \frac{25 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^3} = 2.083,33 \text{ kVA}$$

Partiendo de los datos conocidos, se obtienen la potencia y la tensión de cortocircuito del grupo.

$$S_{NG} = S_{NT1} + S_{NT2} + S'_{NT3} = 1.000 \cdot 10^3 + 1.500 \cdot 10^3 + 2.083,33 \cdot 10^3 = 4.583,33 \text{ kVA}$$

$$u_{ZG} = \frac{S_{NG}}{\frac{S_{NT1}}{u_{ZT1}} + \frac{S_{NT2}}{u_{ZT2}} + \frac{S'_{NT3}}{u'_{ZT3}}} = \frac{4.583,33 \cdot 10^3}{\frac{1.000 \cdot 10^3}{6} + \frac{1.500 \cdot 10^3}{4} + \frac{2.083,33 \cdot 10^3}{6}} = 5,156\%$$

El siguiente paso es calcular el reparto de carga y el índice de carga de los tres transformadores. En el caso del transformador T_1 :

$$S_{T1} = \frac{S_G}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{NT1}}{u_{ZT1}} \cdot u_{ZG} = \frac{5.000 \cdot 10^3}{4.583,33 \cdot 10^3} \cdot \frac{1.000 \cdot 10^3}{6} \cdot 5,156 = 937,45 \text{ kVA}$$

$$i_{T1} = \frac{S_{T1}}{S_{NT1}} = \frac{937,45 \cdot 10^3}{1.000 \cdot 10^3} = 0,938$$

En el caso del transformador T_2 :

$$S_{T2} = \frac{S_G}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{NT2}}{u_{ZT2}} \cdot u_{ZG} = \frac{5.000 \cdot 10^3}{4.583,33 \cdot 10^3} \cdot \frac{1.500 \cdot 10^3}{4} \cdot 5,156 = 2.109,27 \text{ kVA}$$

$$i_{T2} = \frac{S_{T2}}{S_{NT2}} = \frac{2.109,27 \cdot 10^3}{1.500 \cdot 10^3} = 1,406$$

Tal y como se preveía en el anterior apartado, el transformador T_2 trabaja con un 40% de sobrecarga.

En el caso del transformador T_3 :

$$S_{T3} = \frac{S_G}{S_{NG}} \cdot \frac{S'_{NT3}}{u'_{ZT3}} \cdot u_{ZG} = \frac{5.000 \cdot 10^3}{4.583,33 \cdot 10^3} \cdot \frac{2.083,33 \cdot 10^3}{6} \cdot 5,156 = 1.953,28 \text{ kVA}$$

$$i_{T3} = \frac{S_{T3}}{S'_{NT3}} = \frac{1.953,28 \cdot 10^3}{2.083,33 \cdot 10^3} = 0,938$$

EJERCICIO 12

Un transformador trifásico Yd11 de 3.000/400 V, 50 Hz y 500 kVA está conectado por su primario a una red trifásica equilibrada de 3.000 V a 50 Hz.

Cuando el transformador alimenta cargas resistivas puras, su tensión de salida es de 395,74 V si funciona al 50% de su potencia nominal y 390,58 V si funciona a plena carga.

Asimismo, cuando el transformador alimenta cargas resistivas puras, alcanza el rendimiento máximo cuando toma de la red primaria una intensidad de 74 A.

Determinar:

- Tensión de salida cuando el transformador alimenta una carga que consume 300 kW bajo factor de potencia 0,7 inductivo.**
- Rendimiento máximo que puede alcanzar el transformador cuando alimenta cargas que presentan un factor de potencia 0,8 inductivo.**

Por necesidades derivadas del incremento de consumo es necesario acoplar, en paralelo con el actual, otro transformador. El objetivo del acoplamiento es poder transmitir la máxima potencia (lógicamente, sin sobrecargar ninguno de los dos transformadores que se acoplen en paralelo).

- ¿Qué ángulo debe tener la impedancia equivalente del transformador que se acople en paralelo para que el aprovechamiento sea óptimo?**

Suponiendo que los transformadores disponibles en el mercado son los tres señalados en la Tabla 6.2:

Tabla 6.2.

| | Tensiones nominales | Conexión | Grupo | Tensión de cortocircuito | Potencia nominal |
|-------|---------------------|----------|-------|--------------------------|------------------|
| T_1 | 3.000/400 V | Yy6 | B | 10% | 500 kVA |
| T_2 | 3.300/440 V | Dy5 | C | 10% | 400 kVA |
| T_3 | 1.000/133 V | Dy11 | D | 11% | 350 kVA |

- Selección del transformador más adecuado al objetivo del acoplamiento y calcular la máxima potencia que puede transmitir el acoplamiento sin llegar a sobrecargar ninguno de los dos transformadores que se acoplen (suponer que los tres transformadores disponibles en mercado cumplen con la condición de acoplamiento óptimo relativa al valor del ángulo de la impedancia equivalente).**
- Tensión de salida cuando el transformador alimenta una carga que consume 300 kW bajo factor de potencia 0,7 inductivo.**

Según los datos mencionados en el enunciado, existen dos situaciones de carga medidas, en las que se han recogido tanto la tensión en el secundario como el índice de carga cuando

se alimenta a dicho transformador con la tensión nominal. Por consiguiente, en cada una de ellas se podrá calcular el coeficiente de variación de tensión correspondiente.

En la primera situación de carga [situación a)], el coeficiente de variación de tensión es:

$$u_a = \frac{(U_{2N} - U_{2a})}{U_{2N}} \cdot 100 = \frac{(400 - 395,74)}{400} \cdot 100 = 1,065\%$$

En la segunda situación de carga [situación b)], el coeficiente de variación de tensión es:

$$u_b = \frac{(U_{2N} - U_{2b})}{U_{2N}} \cdot 100 = \frac{(400 - 390,58)}{400} \cdot 100 = 2,355\%$$

Una vez conocidos dichos coeficientes de variación de tensión, y teniendo en cuenta que también se conocen los índices de carga y el tipo de cargas (resistiva pura), se puede plantear un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, mediante la utilización de la expresión de Arnold. Las dos incógnitas son los coeficientes de Arnold de dicho transformador, ya que $i_a = 0,5$ e $i_b = 1$.

$$u_a = i_a \cdot u_R + \frac{i_a^2}{200} \cdot u_X^2 = 0,5 \cdot u_R + \frac{0,5^2}{200} \cdot u_X^2 = 1,065\%$$

$$u_b = i_b \cdot u_R + \frac{i_b^2}{200} \cdot u_X^2 = 1 \cdot u_R + \frac{1^2}{200} \cdot u_X^2 = 2,355\%$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, se obtiene el valor de los coeficientes de Arnold:

$$u_R = 1,905\% \quad u_X = 9,487\%$$

En la tercera situación de carga [situación c)], es necesario obtener el índice de carga bajo el que trabaja.

$$i_c = \frac{S_2}{S_N} = \frac{\frac{P}{\cos \varphi_c}}{S_N} = \frac{\frac{300 \cdot 10^3}{0,7}}{500 \cdot 10^3} = 0,857$$

Una vez conocidos los coeficientes de Arnold, así como el índice de carga y el factor de potencia de la tercera situación de carga, se puede obtener su coeficiente de variación de tensión mediante la utilización de la expresión de Arnold.

$$\begin{aligned} u_c &= i_c \cdot (u_R \cdot \cos \varphi_c + u_X \cdot \operatorname{sen} \varphi_c) + \frac{i_c^2}{200} \cdot (u_X \cdot \cos \varphi_c - u_R \cdot \operatorname{sen} \varphi_c)^2 = \\ &= 0,857 \cdot (1,905 \cdot 0,7 + 9,487 \cdot 0,714) + \frac{0,857^2}{200} \cdot (9,487 \cdot 0,7 - 1,905 \cdot 0,714)^2 = 7,053\% \end{aligned}$$

Finalmente, se obtiene la tensión aplicada en el secundario del transformador monofásico.

$$U_{2c} = U_{2N} \cdot \left(1 - \frac{u_c}{100}\right) = 400 \cdot \left(1 - \frac{7,053}{100}\right) = 371,79 \text{ V}$$

- b) Rendimiento máximo que puede alcanzar el transformador cuando alimenta cargas que presentan un factor de potencia 0,8 inductivo.**

Para calcular el rendimiento máximo, se va a calcular previamente el índice de rendimiento máximo. Para ello, es necesario calcular con anterioridad la intensidad nominal del devanado primario.

$$I_{1N} = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_{1N}} = \frac{500 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 3.000} = 96,23 \text{ A}$$

Así, se obtiene el índice de rendimiento máximo.

$$i_{\eta_{\max}} = \frac{I_{1\eta_{\max}}}{I_{1N}} = \frac{74}{96,23} = 0,769$$

Además, es igualmente necesario calcular las pérdidas en el cobre bajo las condiciones nominales y recordar que en la situación de rendimiento máximo las pérdidas en el cobre y en el hierro son iguales.

$$W_{cc_{IN}} = 3 \cdot R_e \cdot I_{1N}^2 = \frac{u_R \cdot S_N}{100} = \frac{1,905 \cdot 500 \cdot 10^3}{100} = 9,525 \text{ kW}$$

$$W_{0_{VN}} = i_{\eta_{\max}}^2 \cdot W_{cc_{IN}} = 0,769^2 \cdot 9,525 \cdot 10^3 = 5,63 \text{ kW}$$

Finalmente, aplicando la expresión del rendimiento del transformador se obtiene el rendimiento máximo del transformador en las condiciones indicadas en el enunciado.

$$\eta_{\max} = \frac{S_N \cdot i_{\eta_{\max}} \cdot \cos \varphi}{S_N \cdot i_{\eta_{\max}} \cdot \cos \varphi + 2 \cdot W_{0_{VN}}} \cdot 100 = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 0,769 \cdot 0,8}{500 \cdot 10^3 \cdot 0,769 \cdot 0,8 + 2 \cdot 5,63 \cdot 10^3} \cdot 100 = 96,47\%$$

- c) ¿Qué ángulo debe tener la impedancia equivalente del transformador que se acople en paralelo para que el aprovechamiento sea óptimo?**

Para que ambos transformadores se puedan acoplar de forma óptima, ambos deben tener el mismo ángulo de su impedancia equivalente. Por ello, se ha de calcular el ángulo del transformador inicial y con él quedará fijado el del que se acople en paralelo.

$$\varphi_e = \arctan \left(\frac{u_X}{u_R} \right) = \arctan \left(\frac{9,487}{1,905} \right) = 78,65^\circ$$

- d) Seleccionar el transformador más adecuado al objetivo del acoplamiento y calcular la máxima potencia que puede transmitir el acoplamiento sin llegar a sobrecargar ninguno de los dos transformadores que se acoplen (suponer que los tres transformadores disponibles en mercado cumplen con la condición de acoplamiento óptimo relativa al valor del ángulo de la impedancia equivalente).**

Teniendo en cuenta que el transformador citado en el enunciado (Yd11) pertenece al grupo D, y puesto que sólo puede ser acoplado en paralelo con uno del grupo C o D, el transformador T_1 queda automáticamente descartado para su utilización.

Además, puesto que la red a la que va a ser conectado el transformador elegido es de 3.000 V, el transformador T_3 queda descartado ya que su tensión nominal primaria es de sólo 1.000 V.

Por consiguiente, el transformador elegido es el T_2 , ya que pertenece al grupo C y su relación de transformación coincide con la del transformador inicial, aunque, tal y como se ha señalado, la tensión de conexión es de 3.000 V, por lo que se han de referir a dicha tensión tanto la potencia nominal como la tensión de cortocircuito del transformador T_2 .

$$u'_{ZT2} = u_{ZT2} \cdot \frac{3.300}{3.000} = 10 \cdot \frac{3.300}{3.000} = 11\%$$

$$S'_{NT2} = S_{NT2} \cdot \frac{3.000}{3.300} = 400 \cdot 10^3 \cdot \frac{3.000}{3.300} = 363,636 \text{ kVA}$$

Por otra parte, se ha de obtener la tensión de cortocircuito del transformador inicial.

$$u_Z = \sqrt{u_R^2 + u_X^2} = \sqrt{1,905^2 + 9,487^2} = 9,676\%$$

Conocidos estos datos, se obtienen la potencia y la tensión de cortocircuito del grupo.

$$S_{NG} = S_N + S'_{NT2} = 500 \cdot 10^3 + 363,636 \cdot 10^3 = 863,636 \text{ kVA}$$

$$u_{ZG} = \frac{S_{NG}}{\frac{S_N}{u_Z} + \frac{S'_{NT2}}{u'_{ZT2}}} = \frac{863,636 \cdot 10^3}{\frac{500 \cdot 10^3}{9,676} + \frac{363,636 \cdot 10^3}{11}} = 10,193\%$$

Por ser diferentes las tensiones de cortocircuito de ambos transformadores, se cargarán de diferente manera. Concretamente, se sobrecargarán antes el transformador inicial ya que posee menor tensión de cortocircuito.

$$S = \frac{S_{\max}}{S_{NG}} \cdot \frac{S_N}{u_Z} \cdot u_{ZG} = S_N$$

$$S_{\max} = \frac{S_{NG}}{u_{ZG}} \cdot u_Z = \frac{863,636 \cdot 10^3}{10,193} \cdot 9,676 = 819,87 \text{ kVA}$$

EJERCICIO 13

Tres transformadores de potencia trabajan en paralelo tal y como se indica en la Figura 6.9.

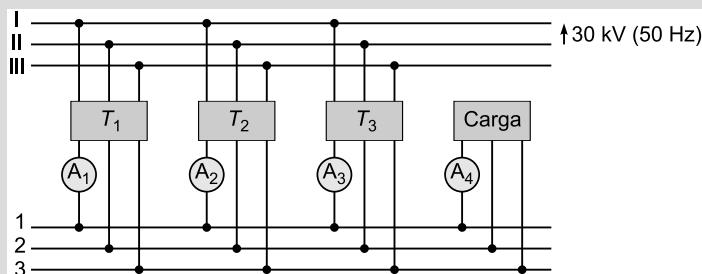


FIGURA 6.9.

Las características nominales de estos transformadores son:

- T_1 : 30/10 kV; 50 Hz; 500 kVA; tensión de cortocircuito del $T_1 = 12\%$
- T_2 : 30/10 kV; 50 Hz; 300 kVA
- T_3 : 45/15 kV; 50 Hz; 900 kVA

Los valores de sus respectivas resistencias y reactancias equivalentes cumplen que:

$$\left(\frac{X_e}{R_e}\right)_{T_1} = \left(\frac{X_e}{R_e}\right)_{T_2} = \left(\frac{X_e}{R_e}\right)_{T_3}$$

Para una determinada carga, las lecturas de los amperímetros son los indicados en la Tabla 6.3.

Tabla 6.3.

| Amperímetro | A ₁ | A ₂ | A ₃ | A ₄ |
|-------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Lectura | 15,1 A | ? | 15,1 A | 42 A |

Calcular:

- Lectura del amperímetro A₂.**
- Tensión de cortocircuito del transformador T₃ referida a sus condiciones nominales.**

- Lectura del amperímetro A₂.**

Tal y como se observa en el enunciado, las impedancias equivalentes de los tres transformadores poseen el mismo ángulo.

$$\left(\frac{X_e}{R_e}\right)_{T_1} = \left(\frac{X_e}{R_e}\right)_{T_2} = \left(\frac{X_e}{R_e}\right)_{T_3} \Rightarrow \varphi_{eT1} = \varphi_{eT2} = \varphi_{eT3}$$

De esta manera, se cumple que las intensidades de todos ellos poseen el mismo ángulo, por lo que dichas intensidades pueden sumarse de forma escalar.

Así, y observando las medidas de los amperímetros:

$$A_2 = A_4 - (A_1 + A_3) = 42 - (15,1 + 15,1) = 11,8 \text{ A}$$

- Tensión de cortocircuito del transformador T₃ referida a sus condiciones nominales.**

En primer lugar, es conveniente obtener las diferentes intensidades nominales de los tres transformadores referidas al secundario.

$$I_{2N_{T1}} = \frac{S_{NT1}}{\sqrt{3} \cdot U_{2N_{T1}}} = \frac{500 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 10 \cdot 10^3} = 28,87 \text{ A}$$

$$I_{2N_{T2}} = \frac{S_{NT2}}{\sqrt{3} \cdot U_{2N_{T2}}} = \frac{300 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 10 \cdot 10^3} = 17,32 \text{ A}$$

$$I_{2N_{T3}} = \frac{S_{NT3}}{\sqrt{3} \cdot U_{2N_{T3}}} = \frac{900 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3} = 34,64 \text{ A}$$

Una vez obtenidos dichos valores, se pueden obtener sus respectivos índices de carga:

$$i_{T1} = \frac{I_{2T1}}{I_{2N_{T1}}} = \frac{15,1}{28,87} = 0,523$$

$$i_{T2} = \frac{I_{2T2}}{I_{2N_{T2}}} = \frac{11,8}{17,32} = 0,681$$

$$i_{T3} = \frac{I_{2T3}}{I_{2N_{T3}}} = \frac{15,1}{34,64} = 0,436$$

Así, y mediante la expresión siguiente, se obtiene la tensión de cortocircuito del transformador T_3 referida a la tensión de conexión de 30 kV.

$$i_{T1} \cdot u_{ZT1} = i_{T3} \cdot u_{ZT3}$$

$$u_{ZT3} = \frac{i_{T1} \cdot u_{ZT1}}{i_{T3}} = \frac{0,523 \cdot 12}{0,436} = 14,4\%$$

Dicha tensión de cortocircuito, referida a sus condiciones nominales (45 kV), es:

$$u'_{ZT3} = u_{ZT3} \cdot \frac{30 \cdot 10^3}{45 \cdot 10^3} = 14,4 \cdot \frac{30 \cdot 10^3}{45 \cdot 10^3} = 9,6\%$$

EJERCICIO 14

Sean tres transformadores monofásicos (T_1 , T_2 y T_3) que han sido conectados tal y como se indica en la Figura 6.10.

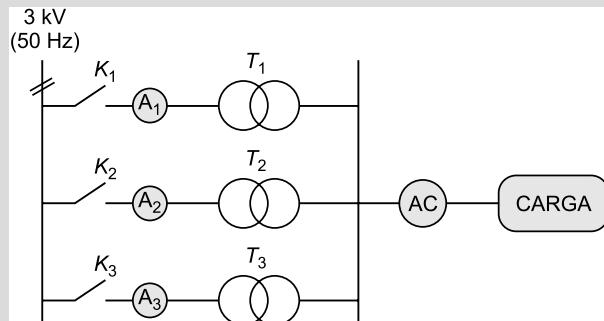


FIGURA 6.10.

De cada uno de ellos se conocen los siguientes datos:

- T_1 : 3.000/230 V (50 Hz); 150 kVA
 - Ensayo de cortocircuito:
 - Tensión: 315 V (50 Hz)
 - Intensidad: 50 A
 - Pérdidas: 1.800 W
- T_2 : 3.300/253 V (50 Hz); 125 kVA
- T_3 : 3.000/230 V (50 Hz)
 - Ensayo de cortocircuito:
 - Tensión: 6,75%
 - Intensidad: 75%

En unas determinadas condiciones, entre T_1 y T_2 alimentan a una carga C1 y, en otras, entre T_1 y T_3 alimentan a otra carga C2 según los datos señalados en la Tabla 6.4.

Tabla 6.4.

| | Interruptores | | | Amperímetros (en A) | | | |
|----------|---------------|---------|---------|---------------------|----|-------|--------|
| | K1 | K2 | K3 | A1 | A2 | A3 | AC |
| Carga C1 | cerrado | cerrado | abierto | 31 | 16 | 0 | 640,91 |
| Carga C2 | cerrado | abierto | cerrado | 20 | 0 | 15,56 | 484,91 |

Considerando despreciables a efectos de cálculo las ramas de vacío, se pide:

- Tensión de cortocircuito del T_2 referida a su tensión nominal de diseño.**
- Potencia nominal del T_3 .**
- Resistencia equivalente (referida al primario) del T_3 .**
- Máxima potencia que pueden transmitir entre los tres sin llegar a sobrecargarse ninguno de ellos.**

a) Tensión de cortocircuito del T_2 referida a su tensión nominal de diseño.

En el caso del transformador T_1 , el ensayo de cortocircuito se ha realizado en condiciones nominales, por lo que:

$$I_{1ccT_1} = I_{1N_{T_1}} = \frac{S_{NT_1}}{V_{1N_{T_1}}} = \frac{150 \cdot 10^3}{3.000} = 50 \text{ A}$$

Así, se puede calcular directamente su tensión de cortocircuito referida a la tensión de funcionamiento.

$$u_{ZT_1} = \frac{V_{1ccT_1}}{V_{1N_{T_1}}} \cdot 100 = \frac{315}{3.000} \cdot 100 = 10,5\%$$

En el caso del transformador T_2 , se debe calcular el valor de su intensidad nominal.

Puesto que existe un momento en el que sólo los transformadores T_1 y T_2 trabajan en paralelo a 3.000 V para alimentar la carga C1, se puede obtener la tensión de cortocircuito del transformador T_2 mediante la expresión:

$$i_{T2} \cdot u'_{ZT2} = i_{T1} \cdot u_{ZT1}$$

$$u'_{ZT2} = \frac{i_{T1} \cdot u_{ZT1}}{i_{T2}} = \frac{\frac{I_{1T1}}{I_{1N_{T1}}} \cdot u_{ZT1}}{\frac{I_{1T2}}{I_{1N_{T2}}}} = \frac{\frac{31}{50} \cdot 10,5}{\frac{16}{37,878}} = 15,412\%$$

Igualmente se puede obtener la potencia del transformador T_2 a 3.000 V.

$$S'_{NT2} = S_{NT2} \cdot \frac{3.000}{3.300} = 125 \cdot 10^3 \cdot \frac{3.000}{3.300} = 113,636 \text{ kVA}$$

Sin embargo, dicha tensión de cortocircuito está referida a la tensión de conexión (3.000 V), pero no a su tensión nominal de diseño (3.300 V).

$$u_{ZT2} = u'_{ZT2} \cdot \frac{3.000}{3.300} = 15,412 \cdot \frac{3.000}{3.300} = 14,01\%$$

b) Potencia nominal del T_3 .

En el caso del transformador T_3 , el ensayo de cortocircuito no se ha realizado en condiciones nominales.

$$I_{1cc_{T3}} = 0,75 \cdot I_{1N_{T3}}$$

Por tanto, para referir su tensión de cortocircuito a las condiciones nominales:

$$u_{ZT3} = u'_{ZT3} \cdot \frac{I_{1N_{T1}}}{I_{1cc_{T1}}} = 6,75 \cdot \frac{1}{0,75} = 9\%$$

Así, observando la situación en la que sólo los transformadores T_1 y T_3 trabajan en paralelo a 3.000 V para alimentar la carga C2, se puede obtener la intensidad nominal del transformador T_3 mediante la expresión:

$$i_{T3} \cdot u_{ZT3} = i_{T1} \cdot u_{ZT1} \Rightarrow \frac{I_{1T3}}{I_{1N_{T3}}} \cdot u_{ZT3} = \frac{I_{1T1}}{I_{1N_{T1}}} \cdot u_{ZT1}$$

$$I_{1N_{T3}} = \frac{I_{1T3}}{I_{1T1}} \cdot \frac{u_{ZT3}}{u_{ZT1}} = \frac{15,56}{20} \cdot \frac{9}{10,5} = 33,34 \text{ A}$$

Finalmente se calcula su potencia nominal.

$$S_{NT3} = V_{1N_{T3}} \cdot I_{1N_{T3}} = 3.000 \cdot 33,34 = 100,03 \text{ kVA}$$

c) Resistencia equivalente (referida al primario) del T_3 .

De las lecturas de los amperímetros se deduce que las intensidades están en fase y que, por tanto, los transformadores T_3 y T_1 poseen el mismo ángulo de la impedancia equivalente. En consecuencia:

$$\varphi_{e_{T1}} = \varphi_{e_{T3}} \Rightarrow \frac{u_{RT1}}{u_{XT1}} = \frac{u_{RT3}}{u_{XT3}}$$

Por tanto, es conveniente obtener los coeficientes de Arnold correspondientes al transformador T_1 . Para ello, es necesario obtener previamente los parámetros de su circuito equivalente.

$$R_{eT1} = \frac{W_{ccT1}}{I_{1ccT1}^2} = \frac{1.800}{50^2} = 0,72 \Omega$$

$$Z_{eT1} = \frac{V_{1ccT1}}{I_{1ccT1}} = \frac{315}{50} = 6,3 \Omega$$

$$X_{eT1} = \sqrt{Z_{eT1}^2 - R_{eT1}^2} = 6,259 \Omega$$

Una vez obtenidos los parámetros del circuito equivalente, se obtienen los coeficientes de Arnold.

$$u_{RT1} = \frac{R_{eT1} \cdot I_{1N_{T1}}}{V_{1N_{T1}}} \cdot 100 = \frac{0,72 \cdot 50}{3.000} \cdot 100 = 1,2\%$$

$$u_{XT1} = \frac{X_{eT1} \cdot I_{1N_{T1}}}{V_{1N_{T1}}} \cdot 100 = \frac{6,259 \cdot 50}{3.000} \cdot 100 = 10,43\%$$

Así, la obtención de la resistencia equivalente del transformador T_3 se basa en la resolución del siguiente sistema de dos ecuaciones:

$$u_{RT3}^2 + u_{XT3}^2 = u_{ZT3}^2 = 9^2 = 81$$

$$\frac{u_{RT1}}{u_{XT1}} = \frac{u_{RT3}}{u_{XT3}} \Rightarrow \frac{1,2}{10,43} = \frac{u_{RT3}}{u_{XT3}}$$

Resolviendo dicho sistema de ecuaciones:

$$u_{RT3} = 1,029\%$$

$$u_{XT3} = 8,94\%$$

por lo que, finalmente, el valor de la resistencia equivalente del transformador T_3 es:

$$R_{eT3} = \frac{U_{RT3} \cdot V_{1N_{T3}}}{100 \cdot I_{1N_{T3}}} = \frac{1,029 \cdot 3.000}{100 \cdot 33,34} = 0,926 \Omega$$

Este mismo resultado podría haberse obtenido planteando otras igualdades de partida como, por ejemplo, las dos siguientes:

$$\frac{R_{eT1}}{X_{eT1}} = \frac{R_{eT3}}{X_{eT3}} \Rightarrow \frac{R_{eT1}}{Z_{eT1}} = \frac{R_{eT3}}{Z_{eT3}}$$

- d) Máxima potencia que pueden transmitir entre los tres sin llegar a sobrecargarse ninguno de ellos.**

Por ser diferentes las tensiones de cortocircuito en los tres transformadores, se cargarán de diferente manera. Concretamente, se sobrecargará antes el transformador T_3 ya que posee menor tensión de cortocircuito (9%).

Con anterioridad al cálculo de la potencia máxima a transmitir, es necesario calcular la potencia nominal del grupo y la tensión de cortocircuito del grupo.

$$S_{NG} = S_{NT1} + S'_{NT2} + S_{NT3} = 150 \cdot 10^3 + 113,636 \cdot 10^3 + 100,03 \cdot 10^3 = 363,665 \text{ kVA}$$

$$u_{ZG} = \frac{S_{NG}}{\frac{S_{NT1}}{u_{ZT1}} + \frac{S'_{NT2}}{u'_{ZT2}} + \frac{S_{NT3}}{u_{ZT3}}} = \frac{363,666 \cdot 10^3}{\frac{150 \cdot 10^3}{10,5} + \frac{113,636 \cdot 10^3}{15,412} + \frac{100,03 \cdot 10^3}{9}} = 11,096\%$$

Así, la potencia máxima que podría transmitir el grupo es:

$$\begin{aligned} S_{T3} &= \frac{S_{máx}}{S_{NG}} \cdot \frac{S_{NT3}}{u_{ZT3}} \cdot u_{ZG} = S_{NT3} \\ S_{máx} &= \frac{S_{NG}}{u_{ZG}} \cdot u_{ZT3} = \frac{363,666 \cdot 10^3}{11,096} \cdot 9 = 294,96 \text{ kVA} \end{aligned}$$

EJERCICIO 15

Un autotransformador monofásico de 30/20 kV y potencia aparente nominal de 6 MVA se ensayó con los siguientes resultados:

- Ensayo de cortocircuito:
 - Tensión de alimentación por AT: 1,5 kV
 - Intensidad nominal
 - Consumo: 42 kW
- Ensayo de vacío:
 - Tensión de alimentación por BT: 20 kV
 - Intensidad: 4,5 A
 - Consumo: 27 kW

Calcular, cuando se conecta por AT a 30 kV y alimenta una carga de 4 MW con factor de potencia 0,8 inductivo:

- a) **Tensión de alimentación a la carga.**
- b) **Rendimiento.**
- c) **Tanto por ciento de la potencia que es transmitida inductiva y conductivamente.**
- d) **Determinar la relación entre la sección de las espiras secundarias del autotransformador y la sección de las espiras secundarias del transformador de las mismas características (30/20 kV y 6 MVA).**

- a) **Tensión de alimentación a la carga.**

En las condiciones presentadas en el enunciado, la tensión de alimentación de la carga en el secundario del autotransformador es la incógnita, mientras que la tensión de alimentación

del primario es conocida. Este tipo de ejercicios se resuelve mediante la utilización del coeficiente de variación de tensión (u), así como de los coeficientes de Arnold.

Sin embargo, antes de la obtención de los coeficientes de Arnold, han de calcularse los parámetros equivalentes del ensayo de cortocircuito.

$$R_e = \frac{W_{cc}}{I_{1cc}^2} = \frac{W_{ccIN}}{I_{1N}^2} = \frac{42 \cdot 10^3}{200^2} = 1,05 \Omega$$

$$Z_e = \frac{V_{1cc}}{I_{1cc}} = \frac{V_{1cc}}{I_{1N}} = \frac{1,5 \cdot 10^3}{200} = 7,5 \Omega$$

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2} = 7,43 \Omega$$

Posteriormente se calcula el índice de carga con el que trabaja el autotransformador.

$$i = \frac{\frac{P}{\cos \varphi}}{S_N} = \frac{\frac{4 \cdot 10^6}{0,8}}{6 \cdot 10^6} = 0,833$$

Una vez calculado el índice de carga, se obtienen los coeficientes de Arnold.

$$u_R = \frac{R_e \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{1,05 \cdot 200}{30 \cdot 10^3} \cdot 100 = 0,7\%$$

$$u_X = \frac{X_e \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{7,5 \cdot 200}{30 \cdot 10^3} \cdot 100 = 4,95\%$$

Finalmente, dichos coeficientes de Arnold se utilizan para calcular el coeficiente de variación de tensión mediante la expresión de Arnold.

$$\begin{aligned} u &= i \cdot (u_R \cdot \cos \varphi + u_X \cdot \operatorname{sen} \varphi) + \frac{i^2}{200} \cdot (u_X \cdot \cos \varphi - u_R \cdot \operatorname{sen} \varphi)^2 = \\ &= 0,833 \cdot (0,7 \cdot 0,8 + 4,95 \cdot 0,6) + \frac{0,833^2}{200} \cdot (4,95 \cdot 0,8 - 0,7 \cdot 0,6)^2 = 2,986\% \end{aligned}$$

De esa manera se puede obtener la tensión de alimentación a la carga.

b) Rendimiento.

Para la obtención del rendimiento del autotransformador monofásico, se deberán calcular previamente los parámetros w_0 y w_j , correspondientes a las pérdidas en vacío a la tensión de trabajo y las pérdidas de cortocircuito a la intensidad nominal.

$$w_0 = \frac{W_{0VN}}{S_N} = \frac{27 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^6} = 0,0045$$

$$w_j = \frac{W_{ccIN}}{S_N} = \frac{42 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^6} = 0,007$$

Dichos parámetros se aplicarán directamente sobre la fórmula del rendimiento.

$$\eta = \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi + \frac{w_0}{i} + i \cdot w_j} \cdot 100 = \frac{0,8}{0,8 + \frac{0,0045}{0,833} + 0,833 \cdot 0,007} \cdot 100 = 98,61\%$$

c) Tanto por ciento de la potencia que es transmitida inductiva y conductivamente.

Considerando que se trata de un autotransformador reductor, las expresiones para obtener las potencias transmitidas inductiva y conductivamente son las siguientes:

$$\frac{S_i}{S_N} \cdot 100 = \left(\frac{V_{1N} - V_{2N}}{V_{1N}} \right) \cdot 100 = \left(\frac{30 \cdot 10^3 - 20 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^3} \right) \cdot 100 = 33,33\%$$

$$\frac{S_c}{S_N} \cdot 100 = \left(\frac{V_{2N}}{V_{1N}} \right) \cdot 100 = \left(\frac{20 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^3} \right) \cdot 100 = 66,67\%$$

d) Determinar la relación entre la sección de las espiras secundarias del autotransformador y la sección de las espiras secundarias del transformador de las mismas características (30/20 kV y 6 MVA).

En primer lugar, se considera que la relación entre la intensidad que circula por las espiras del secundario respecto a la sección de los devanados es igual tanto en el autotransformador como en el transformador.

$$\frac{I_{\text{tr}}}{S_{\text{tr}}} = \frac{I_{\text{autotr}}}{S_{\text{autotr}}}$$

Así, la relación requerida queda de la siguiente manera:

$$\frac{S_{\text{autotr}}}{S_{\text{tr}}} = \frac{I_{\text{autotr}}}{I_{\text{tr}}} = \frac{I_2 - I_1}{I_2} = 1 - \frac{I_1}{I_2} = 1 - \frac{V_{2N}}{V_{1N}} = 1 - \frac{20}{30} = \frac{1}{3}$$

6.2. Ejercicios propuestos

EJERCICIO 16

Un transformador monofásico de 132 kVA tiene un rendimiento máximo de 0,98 para un factor de potencia de 0,8 inductivo. Dicho rendimiento máximo tiene lugar cuando alimenta una carga de 79,2 kW. Determinar:

- a)** Pérdidas nominales en el hierro.
- b)** Pérdidas nominales en el cobre.
- c)** Pérdidas en el hierro, en el cobre y totales cuando el transformador funciona alimentando a la citada carga.
- d)** Rendimiento cuando trabaja a plena carga con factor de potencia 0,8 inductivo.

EJERCICIO 17

Un transformador monofásico de 1.000 kVA, de relación 10.000/400 V, ha sido sometido por el lado de baja tensión a un ensayo de vacío midiéndose unas pérdidas de W_0 . Seguidamente se le ha sometido a un ensayo de cortocircuito por el lado de alta tensión midiéndose unas pérdidas de W_{cc} .

El ensayo de vacío se efectuó a la tensión nominal y el de cortocircuito a 400 V. Por otra parte, el rendimiento máximo del transformador se presenta para un índice de carga de 0,75. La placa de características indica que su intensidad de vacío es del 3%, su tensión de cortocircuito resistiva es del 1% y su tensión de cortocircuito reactiva es del 5%. Se pide:

- Parámetros del circuito equivalente referidos al primario.
- Rendimiento máximo del transformador cuando alimenta una carga de factor de potencia 0,8 inductivo.
- Valor de las potencias e intensidades medidas en los ensayos de vacío y cortocircuito señalados.
- Tensión que podría medirse en el lado de baja tensión cuando el transformador funciona a plena carga con un factor de potencia de 0,8 inductivo estando el lado de AT alimentado a 10.000 V.

EJERCICIO 18

Un transformador monofásico, de relación de transformación 3.000/400 V (50 Hz) y potencia nominal 500 kVA, que trabaja siempre alimentado a la tensión nominal, dispone en el lado de BT una carga que consume 200 kW ($\cos \varphi = 0,8$ ind.). El transformador ha sido sometido a un ensayo de cortocircuito, dando los siguientes resultados:

- Ensayo de cortocircuito (50 Hz):
 - Alimentación por AT: 230 V
 - Intensidad: 128 A
 - Consumo: 7.078 W

Sabiendo que trabajando a rendimiento máximo el transformador tiene unas pérdidas en el cobre de 6 kW, determinar:

- La tensión de alimentación y las pérdidas del ensayo de cortocircuito nominal, referido al primario.
- Tensión en el lado de BT para las condiciones de carga citadas en el enunciado.
- Rendimiento del transformador para las condiciones del apartado anterior.
- La carga para la cual el rendimiento se hace máximo a factor de potencia unidad.

EJERCICIO 19

Un transformador monofásico de relación de transformación 15/3 kV (50 Hz) y potencia nominal 750 kVA ha sido sometido a un ensayo de vacío, dando los siguientes resultados:

- Alimentación por AT: 15 kV (50 Hz)
- Intensidad: 0,9 A
- Consumo: 5,8 kW

(A efectos de cálculo puede considerarse que los parámetros de su circuito equivalente son constantes).

Cuando el transformador se conecta a su tensión nominal y funciona a plena carga alimentando una carga resistiva pura, su tensión de salida es de 2.951,8 V y su rendimiento de 98,06%.

Si el transformador funciona conectado a su tensión nominal, calcular en estas condiciones:

- a) Pérdidas que se producirán en las espiras del transformador cuando funcione con un índice de carga de 0,5 alimentando una carga que presenta un factor de potencia 0,8 inductivo.
- b) Máxima carga resistiva pura que puede alimentar garantizando que la tensión de entrada a la carga no va a ser inferior a 2.970 V.

El transformador se conecta ahora por AT a una nueva tensión.

- c) Calcular el valor de esta nueva tensión sabiendo que, en estas nuevas condiciones, alcanza el rendimiento máximo cuando trabaja con un índice de carga de 0,65.

EJERCICIO 20

Un transformador monofásico T_A , de 13.000/400 V y 5.000 kVA, presenta un ensayo de cortocircuito a intensidad nominal en el que se consumen 100 kW cuando se alimenta a la tensión de 1.040 V. Este transformador, conectado por AT a 13.000 V, alimenta a una instalación en la que, por necesidades de servicio, se debe aumentar la potencia hasta los 6.000 kVA. Para ello se coloca, en paralelo con el anterior, otro transformador T_B de 13.683/421 V y 1.500 kVA, cuya tensión de cortocircuito es del 10%.

Determinar:

- a) Potencia suministrada por cada transformador para obtener la nueva potencia requerida por la instalación.
- b) Potencia máxima, sin sobrecargas, que se puede obtener con los transformadores indicados.
- c) Tensión de cortocircuito nominal que tendría que presentar el transformador T_B para que los dos transformadores alcancasen a la vez la plena carga.
- d) Máxima potencia aparente que se podría obtener del grupo, sin sobrecargas, si el transformador T_B tuviese la tensión de cortocircuito indicada en el apartado anterior.

EJERCICIO 21

Un transformador Yy alimenta a una red de lámparas incandescentes de 24 kW a 120 V. Alimentando al transformador en vacío a 3.600 V se obtiene en el secundario una tensión de 120 V. En un ensayo de cortocircuito, alimentando a 200 V entre fases, la corriente fue de 25 A y la potencia absorbida de 4 kW. Calcular la tensión a la que hay que alimentar el primario del transformador para alimentar las lámparas a la tensión y con la potencia indicadas.

EJERCICIO 22

Un transformador trifásico de $S_N = 140$ kVA y relación de transformación 400/3.000 V se ha sometido a los ensayos de vacío y cortocircuito por el lado de baja tensión, dando los siguientes resultados:

— Vacío:

- 400 V; 5 A; 800 W

— Cortocircuito:

- 30 V; 150 A; 1.300 W

Determinar:

- a) Circuito monofásico equivalente referido al lado de baja tensión.
- b) La tensión de alimentación y las pérdidas del ensayo de cortocircuito de este transformador si se alimenta por el lado de alta tensión y circula la intensidad nominal.
- c) La tensión en el lado de baja tensión si se conecta una carga resistiva pura en su lado de alta tensión que consume 120 kW y está alimentada a tensión nominal.
- d) Rendimiento del transformador en las condiciones del apartado anterior.

EJERCICIO 23

A un transformador trifásico T_1 de relación 3.000/400 V, 50 Hz y potencia nominal 350 kVA se le realizan los siguientes ensayos:

— Ensayo de vacío:

- Tensión: 2.400 V (50 Hz)
- Intensidad: 1 A
- Potencia: 2.000 W

— Ensayo de cortocircuito:

- Tensión: 300 V (60 Hz)
- Intensidad: 60 A
- Potencia: 4.000 W

Calcular:

- a) La tensión de cortocircuito que aparece reflejada en la placa de características del transformador T_1 .

- b) Si al transformador se le aplica su tensión nominal (3.000 V, 50 Hz) y en su secundario se le conecta una carga que consume 280 kVA con $\cos \varphi = 0,9$ (ind.), determinar la tensión en su secundario.
- c) Rendimiento del transformador en las condiciones del apartado anterior.

EJERCICIO 24

En una instalación trifásica se dispone de dos transformadores T_1 y T_2 cuyas conexiones se indican en la Figura 6.11(a) (Nota: el transformador T_2 no está normalizado), siendo sus características:

- Transformador T_1 : $S_{N1} = 1.000$ kVA; $U_{1N} = 1.000$ V; $u_{Z1} = 5\%$
- Transformador T_2 : $S_{N2} = 1.000$ kVA; $U_{1N} = 1.000$ V; $u_{Z2} = 10\%$
- a) Se desea acoplar ambos transformadores en paralelo y para ello se observa que, tras conectar T_1 [según se indica en la Figura 6.11(a)], es necesario realizar, para conectar T_2 adecuadamente, un cambio en sus conexiones exteriores. Partiendo de la conexión en el primario de la Figura 6.11(b), ¿cuál deberá ser la forma de conexión en el secundario para que este segundo transformador sea acopitable con el primero?

Una vez realizado el acoplamiento, se desea que suministren 1.800 kVA.

- b) ¿Cómo se reparte la carga?
- c) ¿Con qué índice de carga trabajaría el primer transformador si el banco suministrara 2.000 kVA? ¿Trabajaría sobreexcitado?

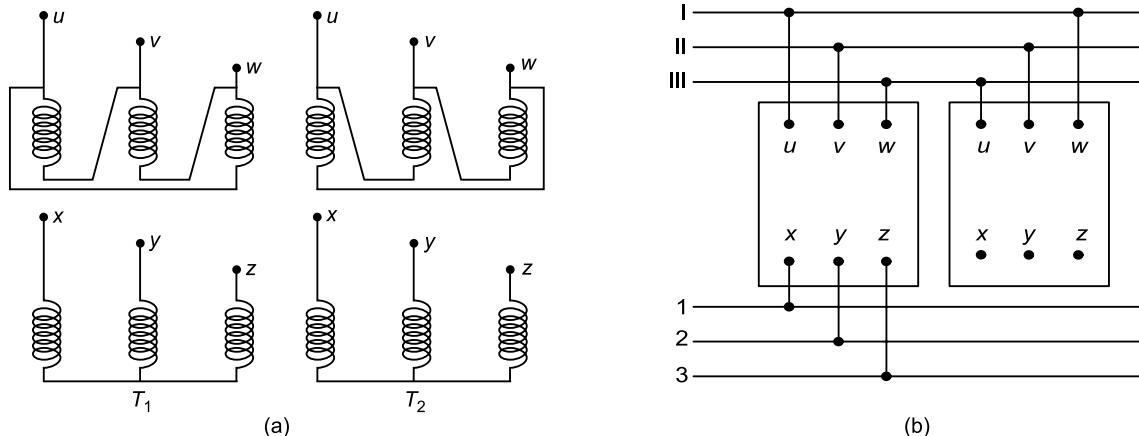


FIGURA 6.11.

EJERCICIO 25

Con tres transformadores monofásicos T_1 , T_2 y T_3 (que a efectos prácticos pueden considerarse idénticos), se construye un banco trifásico (B_1). Las características nominales del banco son 220/30 kV, 50 Hz, 75 MVA, Yd11. Los ensayos del banco trifásico han dado los siguientes resultados:

- Ensayo de vacío nominal:
 - Intensidad: 1,8%
 - Potencia: 350 kW
- Ensayo de cortocircuito nominal:
 - Tensión: 10%
 - Potencia: 950 kW

Se pide:

- a) Calcular los parámetros del circuito monofásico equivalente del banco referidos al lado de AT.

El banco funciona en paralelo, sobre una red trifásica primaria de 220 kV, con otro banco trifásico (B_2) de las siguientes características nominales: 242/33 kV, 50 Hz, índice horario 11, 60 MVA, y cuya impedancia monofásica equivalente referida a AT es de 117,13 Ω (con el mismo ángulo que el correspondiente a la impedancia del banco B_1).

- b) Calcular el reparto de potencia cuando entre los dos bancos transmiten una potencia de 100 MVA.

Como consecuencia de una avería que inutiliza el transformador T_3 se desmonta el banco B_1 y los dos transformadores sanos (T_1 y T_2) quedan a disposición de ser utilizados para otros fines. Con el fin de aprovecharlos, los transformadores T_1 y T_2 se conectan en paralelo sobre una red monofásica primaria de 127 kV y una red monofásica secundaria de 30 kV.

- c) Calcular, considerando solamente el T_1 y T_2 , la máxima potencia que pueden transmitir entre los dos sin sobrecargas.

EJERCICIO 26

Un banco trifásico T_1 , con conexión Yy6 y frecuencia 50 Hz, está formado a partir de tres transformadores monofásicos idénticos.

Cada uno de los transformadores monofásicos posee una relación de tensiones de 6.600/230 V y una potencia nominal de 4 MVA y los siguientes ensayos de vacío y cortocircuito nominales:

- Ensayo de vacío:
 - Tensión: nominal
 - Intensidad: 2%
 - Potencia: 10 kW
- Ensayo de cortocircuito:
 - Intensidad: nominal
 - Tensión: 5,5%
 - Potencia: 30 kW

Si el banco T_1 se alimenta por el primario a su tensión nominal y en su secundario se conectan cargas resistivas puras, se pide:

- a) Máxima potencia que se puede ceder a la carga sin sobrecargar al banco.

- b) Valor del rendimiento máximo que se puede obtener.
- c) Tensión en bornes de la carga cuando el banco trabaja con el rendimiento máximo.
- d) Pérdidas en el hierro en la situación del apartado anterior.

Por razones de servicio, se desea acoplar el banco T_1 con otro transformador trifásico T_2 cuya potencia nominal es de 5 MVA, conexión Dz6 y con igual relación de tensiones que el banco T_1 .

Si se sabe que en el ensayo de cortocircuito nominal del transformador T_2 se consumen 35 kW y que la tensión a aplicar es de 628,734 V, se pide:

- e) Máxima potencia que se puede obtener del acoplamiento sin sobrecargas.

EJERCICIO 27

A un transformador trifásico de 1.000 kVA, 3.000/400 V, se lo somete a los ensayos de vacío y cortocircuito por el lado de alta tensión, dando los siguientes resultados:

- Ensayo de vacío:
 - Tensión: 3.000 V; Intensidad: 4 A; Potencia activa: 8 kW
- Ensayo de cortocircuito:
 - Tensión: 150 V; Intensidad: 50% de I_N ; Potencia activa: 2,5 kW

Determinar:

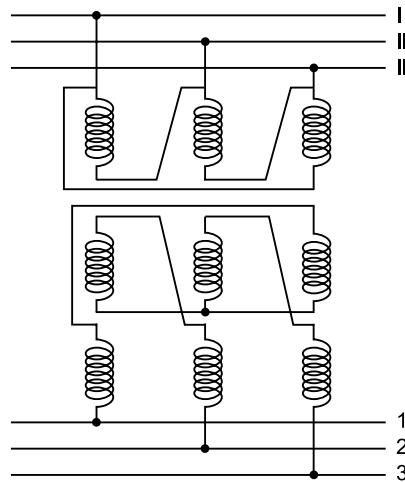
- a) Parámetros G_0 y B_0 del circuito monofásico equivalente referido al lado de baja tensión.
- b) Tensión en bornes de la carga cuando se alimenta al transformador por el lado de alta tensión con la tensión nominal y se conecta una carga que consume 500 kVA con $\cos \varphi = 0,8$ (ind.).
- c) Rendimiento máximo que se puede obtener del transformador cuando la carga tiene un $\cos \varphi = 0,9$ (ind.).
- d) Si se acopla en paralelo sobre una red de alimentación de 3.000 V con otro transformador del mismo grupo de conexión, relación 4.500/600 V, $S_N = 500$ kVA y $u_Z = 6,666\%$, calcular la máxima potencia que se puede obtener del acoplamiento, sin sobrecargar ninguno de los transformadores (ángulo de la impedancia equivalente igual en ambos transformadores).

EJERCICIO 28

Un transformador trifásico T_1 , de 30/10 kV, 50 Hz y 500 kVA, tiene el esquema de conexiones mostrado en la Figura 6.12.

En su ensayo de cortocircuito se obtuvieron los siguientes resultados:

- Tensión de alimentación por AT: 1.777,5 V
- Intensidad por AT: 6 A
- Consumo: 2.023 W

**FIGURA 6.12.**

T_1 se encuentra conectado por AT a una red trifásica de 30 V, 50 Hz, y en paralelo con él se instala otro transformador trifásico T_2 . Las características nominales de T_2 son: 45/15 kV, 50 Hz, 900 kVA.

Cuando entre T_1 y T_2 alimentan una carga que consume 750 kVA, el T_1 suministra 375 kVA.

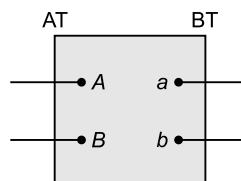
Considerando a efectos de cálculo que las impedancias equivalentes de T_1 y T_2 tienen el mismo ángulo, se pide:

- a) Índice horario del transformador T_1 .
- b) Tensión del ensayo de cortocircuito nominal del transformador T_2 .
- c) Máxima potencia que puede obtenerse (sin sobrecargas) del acoplamiento entre T_1 y T_2 .
- d) Tensión de cortocircuito del T_1 referida a 30 kV y 60 Hz.

EJERCICIO 29

La máquina estática de la Figura 6.13 tiene unas tensiones nominales de 225/132 kV y una potencia aparente nominal de 60 MVA.

La resistencia equivalente primaria es de $0,982 \Omega$ y la resistencia equivalente secundaria es de $0,52 \Omega$.

**FIGURA 6.13.**

El ensayo de cortocircuito con alimentación por AT y cortocircuito en BT produjo los siguientes resultados:

- Tensión en AT: 10,285 kV
- Intensidad en AT: 217,5 A
- Consumo: 34,07 kW

Se pide, despreciando la influencia de la rama de vacío:

- a) Justificar si se trata de un transformador o de un autotransformador.
- b) Determinar las pérdidas y la tensión de alimentación del ensayo de cortocircuito realizado a intensidad nominal con alimentación por AT.
- c) Repetir el apartado b) para el caso en que la alimentación sea por BT.

EJERCICIO 30

Un autotransformador monofásico de 225/132 kV, frecuencia 50 Hz y potencia nominal 100 MVA posee un bobinado serie de 1.000 espiras que presenta una resistencia de $0,46 \Omega$, mientras que el bobinado común está formado por 1.420 espiras que presentan una resistencia de $0,52 \Omega$.

Se pide:

- a) Valor de la potencia consumida en el ensayo de cortocircuito nominal.
- b) Valor de la potencia que se transmite de forma inductiva cuando, alimentado a tensión nominal, trabaja a plena carga.
- c) Calcular, si se alimenta por AT, el valor de la fuerza magnetomotriz (en amperios-vuelta) que aparece en el bobinado del secundario del autotransformador cuando trabaja a plena carga.
- d) Si el circuito magnético del autotransformador posee una sección de $0,5 \text{ m}^2$ y un factor de apilamiento o relleno de 0,9, calcular el valor de la inducción máxima con la que trabaja el circuito magnético cuando el autotransformador se alimenta a tensión nominal.

6.3. Soluciones

6.3.1. Ejercicios resueltos

1. a) $V_1 = 6.242,17 \text{ V}$
2. a) $R_e = 0,697 \Omega; X_e = 6,935 \Omega; G_0 = 1,435 \cdot 10^{-5} \Omega^{-1}; B_0 = 11,388 \cdot 10^{-5} \Omega^{-1}$
 b) $u = 2,75\%; V_2 = 223,67 \text{ V}$ c) $\eta = 99,194\%$ d) $i_{\eta_{\max}} = 0,79$
 e) $\eta_{\max} = 99,216\%$
3. a) $V_{2cc_N} = 17,188 \text{ V}; I_{2N} = 12,5 \text{ A}; W_{cc_{IN}} = 73,24 \text{ kW}$
 b) $I_{10N} = 0,7 \text{ A}; V_{1N} = 200 \text{ V}; W_{0VN} = 60 \text{ W}$
 c) $u = 3,12\%$ d) $P = 4.525 \text{ W}$

- 4.** **a)** $V_1 = 31.758,15 \text{ V}$ **b)** $P_J = 6.585,29 \text{ W}$ **c)** $V_{2cc_N} = 645,6 \text{ V}$
- 5.** **a)** $i_{\eta_{\max}} = 0,856$ **b)** $W_{cc} = 675,68 \text{ W}$ **c)** $V_1 = 2.278,12 \text{ V}$
d) $S_{\max} = 326,69 \text{ kVA}$ **e)** $I_{1A} = 40 \text{ A}; I_{1B} = I_{1C} = 45,34 \text{ A}$
- 6.** **a)** $R_e = 0,403 \Omega; X_e = 52,432 \Omega; G_0 = 8,2 \cdot 10^{-7} \Omega^{-1}; B_0 = 48,9 \cdot 10^{-7} \Omega^{-1}$
b) $U_1 = 235,21 \text{ kV}$ **c)** $\eta = 99,85\%$
- 7.** **a)** $IH = 7; \text{Yd}7; 1,73N_1/N_2$ **b)** $IH = 8; \text{Dz}8; 0,67N_1/N_2$
c) $IH = 6; \text{Yy}6; N_1/N_2$ **d)** $IH = 11; \text{Dy}11; N_1/1,73N_2$
- 8.** **a)** $W_{0VN} = 66,482 \text{ kW}$ **b)** $\eta_{\max} = 97,439\%$ **c)** $u = 4,037\%$
- 9.** **a)** $i_{\eta_{\max}} = 0,7$ **b)** $U_1 = 12.842,61 \text{ V}$ **c)** $Z_{e_{60 \text{ Hz}}} = 8,551 \Omega$
- 10.** **a)** $S_{T1} = 432,2 \text{ kVA}; i_{T1} = 0,864; S_{T2} = 493,9 \text{ kVA}; i_{T2} = 0,988;$
 $S_{T3} = 573,9 \text{ kVA}; i_{T2} = 0,691;$
b) $S_{T1} = 527,2 \text{ kVA}; i_{T1} = 1,05; S_{T2} = 602,62 \text{ kVA}; i_{T2} = 1,2;$
 $S_{T3} = 700,2 \text{ kVA}; i_{T2} = 0,844;$
c) $S_{\max} = 1.517,77 \text{ kVA}$
d) $S_{T1} = 437,5 \text{ kVA}; i_{T1} = 0,875; S_{T2} = 500 \text{ kVA}; i_{T2} = 1; S_{T3} = 581 \text{ kVA}; i_{T2} = 0,7;$
- 11.** **a)** Sí es posible **b)** No es posible
c) $S_{T1} = 937,45 \text{ kVA}; i_{T1} = 0,938; S_{T2} = 2.109,27 \text{ kVA}; i_{T2} = 1,406;$
 $S_{T3} = 1.953,28 \text{ kVA}; i_{T2} = 0,938$
- 12.** **a)** $U_{2c} = 371,79 \text{ V}$ **b)** $\eta_{\max} = 96,47\%$ **c)** $78,65^\circ$
d) $T_2; S_{\max} = 819,87 \text{ kVA}$
- 13.** **a)** $A_2 = 11,8 \text{ A}$ **b)** $u'_{ZT3} = 9,6\%$
- 14.** **a)** $u_{ZT2} = 14,01\%$ **b)** $S_{NT3} = 100,03 \text{ kVA}$ **c)** $R_{eT1} = 0,926 \Omega$
d) $S_{\max} = 294,96 \text{ kVA}$
- 15.** **a)** $V_2 = 19,40 \text{ kV}$ **b)** $\eta = 98,61\%$ **c)** $S_i/S_N = 33,33\%; S_c/S_N = 66,67\%$
d) $S_{\text{aut}}/S_{\text{tr}} = 1/3$

6.3.2. Ejercicios propuestos

- 16.** **a)** $W_{0VN} = 808,17 \text{ W}$ **b)** $W_{cc_N} = 1.437 \text{ W}$
c) $P_{c_u} = P_0 = 808,31 \text{ W}; P_T = 1,62 \text{ kW}$ **d)** $\eta = 97,9\%$

- 17.** a) $R_e = 1 \Omega$; $X_e = 5 \Omega$; $G_0 = 5,625 \cdot 10^{-5} \Omega^{-1}$; $B_0 = 2,947 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1}$
 b) $\eta_{\text{máx}} = 98,2\%$ c) $W_{0VN} = 5,63 \text{ kW}$; $I_{10} = 3 \text{ A}$; $W_{cc} = 5,55 \text{ kW}$; $I_{1cc} = 74,52 \text{ A}$
 d) $V_2 = 384,57 \text{ V}$
- 18.** a) $W_{cc_{IN}} = 12 \text{ kW}$; $U_{1cc} = 299,5 \text{ kV}$
 b) $U_2 = 384,33 \text{ V}$ c) $\eta = 95,69\%$ d) $P = 353,55 \text{ kW}$
- 19.** a) $P_J = 2,26 \text{ kW}$ b) $P = 507,8 \text{ kW}$ c) $U_1 = 12.171,1 \text{ V}$
- 20.** a) $S_A = 4,93 \text{ MVA}$; $S_A = 1,07 \text{ MVA}$
 b) $S_{\text{máx}} = 6,09 \text{ MVA}$ c) $u_{ZB} = 7,6\%$ d) $S_{NG} = 6,43 \text{ MVA}$
- 21.** $U_1 = 3.614,33 \text{ V}$
- 22.** a) $R_e = 0,019 \Omega$; $X_e = 0,114 \Omega$; $G_0 = 5 \cdot 10^{-3} \Omega^{-1}$; $B_0 = 0,021 \Omega^{-1}$
 b) $U_{cc} = 303,11 \text{ V}$; $W_{cc_{IN}} = 2,36 \text{ kW}$ c) $U_1 = 407,21 \text{ V}$ d) $\eta = 97,93\%$
- 23.** a) $u_Z = 9,39\%$ b) $U_2 = 382,15 \text{ V}$ c) $\eta = 97,542\%$
- 24.** a) Fase x del transformador con la fase 3 de la red.
 Fase y del transformador con la fase 2 de la red.
 Fase z del transformador con la fase 1 de la red.
 b) $S_{T1} = 1,2 \text{ MVA}$; $S_{T2} = 0,6 \text{ MVA}$
 c) $i_{T1} = 1,33$; sobrecargado.
- 25.** a) $R_e = 8,17 \Omega$; $X_e = 64,01 \Omega$; $G_0 = 7,231 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1}$; $B_0 = 2,964 \cdot 10^{-5} \Omega^{-1}$
 b) $S_{B1} = 64,48 \text{ MVA}$; $S_{B2} = 35,52 \text{ MVA}$ c) $S_{\text{máx}} = 50 \text{ MVA}$
- 26.** a) $P_{\text{máx}} = 12 \text{ MW}$ b) $\eta_{\text{máx}} = 99,14\%$ c) $U_2 = 396,45 \text{ V}$
 d) $P_{Fe} = 30 \text{ MW}$ e) $S_{\text{máx}} = 17 \text{ MVA}$
- 27.** a) $G_0 = 0,05 \Omega^{-1}$; $B_0 = 0,12 \Omega^{-1}$
 b) $U_2 = 386,19 \text{ V}$ c) $\eta_{\text{máx}} = 98,05\%$ d) $S_{\text{máx}} = 1.166,68 \text{ kVA}$
- 28.** a) Dz6 b) $U_{1cc_{T2}} = 3.420,8 \text{ V}$ c) $S_G = 1.000 \text{ kVA}$ d) $u_{ZT1} = 11,38\%$
- 29.** a) Autotransformador b) $W_{cc_{IN}} = 51,21 \text{ kW}$; $U_{1cc} = 12,61 \text{ kV}$
 c) $W_{cc_{IN}} = 51,21 \text{ kW}$; $U_{2cc} = 7,40 \text{ kV}$
- 30.** a) $W_{cc_{IN}} = 141,85 \text{ kW}$ b) $S_i = 41,33 \text{ MVA}$ c) $F_{mm} = 444,65 \text{ kAvuelta}$
 d) $B = 0,93 \text{ T}$

CONCEPTOS TEÓRICOS DE MÁQUINAS ASÍNCRONAS



- ◀◀◀◀
- 7.1. La máquina asíncrona
- 7.2. Motores asíncronos trifásicos
- 7.3. Potencia y par en motores asíncronos trifásicos
- 7.4. Diagrama del círculo
- 7.5. Arranque del motor asíncrono trifásico
- 7.6. Regulación de velocidad y frenado de motores asíncronos
- 7.7. Motores asíncronos monofásicos
- ▶▶▶▶

7.1. La máquina asíncrona

Las máquinas de corriente alterna de tipo asíncrono se caracterizan por el hecho de que la velocidad de giro de su rotor es siempre distinta de la velocidad síncrona. Esto quiere decir que, sea cual sea su modo de funcionamiento, nunca pueden desarrollar la velocidad síncrona.

Este tipo de máquinas recibe también el nombre de «máquinas de inducción». Esta denominación se debe al hecho de que, a diferencia de otros tipos de máquinas (como, por ejemplo, las síncronas), no es necesario un sistema de excitación externo (ya que esta corriente se genera como consecuencia de la f.e.m. inducida por la acción del inductor sobre el inducido).

7.1.1. El sistema eléctrico de potencia

A continuación se definen una serie de conceptos asociados al análisis de las máquinas asíncronas o máquinas de inducción.

Frecuencia estatórica (f_1)

Es la frecuencia de la red a la que se conecta el bobinado del estator y, por tanto, la frecuencia de las corrientes que recorren los bobinados del estator. Su valor define, junto al número de pares de polos de la máquina, el valor de la velocidad de sincronismo.

Velocidad de sincronismo (n_1)

Es la velocidad del campo rotativo creado por el inductor. Se calcula mediante una de las siguientes expresiones:

$$n_1 = \frac{f_1}{p} \begin{cases} n_1 = \text{rps} \\ f_1 = \text{Hz} \\ p = \text{número de pares de polos} \end{cases} \quad \text{o} \quad n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} \begin{cases} n_1 = \text{rpm} \\ f_1 = \text{Hz} \\ p = \text{número de pares de polos} \end{cases}$$

Velocidad de giro (n_2)

Es la velocidad desarrollada por el rotor. En las máquinas asíncronas se cumple siempre que:

$$n_2 \neq n_1$$

Por convenio se asigna signo positivo a la velocidad síncrona. Por esta razón, si el rotor gira en el mismo sentido que el campo rotativo, su velocidad es positiva, y si gira en sentido contrario, su velocidad es negativa.

Deslizamiento (s)

Es la velocidad relativa entre el campo rotativo y la velocidad de giro del rotor, expresada en valor «por unidad» respecto a la velocidad síncrona.

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{n_s}{n_1}$$

donde a $n_s = n_1 - n_2$ se la denomina velocidad de deslizamiento.

Frecuencia rotórica (f_s)

Es la frecuencia de las tensiones e intensidades que se inducen en los bobinados del rotor. Su valor depende de la velocidad relativa entre el campo rotativo y el rotor,

$$f_s = p \cdot (n_1 - n_2) = p \cdot n_s$$

donde si n_1 , n_2 y n_s se expresan en rps la frecuencia se obtiene en Hz.

Por tanto, se cumple que:

$$f_s = p \cdot s \cdot n_1 \Rightarrow f_s = s \cdot f_1$$

7.1.2. Clasificación de las máquinas asíncronas

Dejando a un lado las diferentes aplicaciones para las que pueden ser empleadas, las máquinas asíncronas pueden clasificarse en función de los siguientes aspectos:

Por el número de fases

El número de fases hace siempre referencia al bobinado del estator, es decir, al número de fases de la red que se conecta a su estator. En función de este aspecto se clasifican en:

- Monofásicas.
- Polifásicas (siendo las máquinas trifásicas las más empleadas).

Por el número de polos

Se clasifican en bipolares, tetrapolares, hexapolares, etc.

El número de polos interviene en la definición de la velocidad síncrona de la máquina y, por tanto, la elección de uno u otro tipo debe hacerse en función del campo de velocidades que quieran obtenerse con la máquina asíncrona.

Por el tipo de rotor

En función de las características constructivas de su rotor, las máquinas asíncronas pueden ser:

- De rotor bobinado.
- De jaula de ardilla.

En el caso del rotor bobinado, el circuito eléctrico se construye devanando los conductores sobre las ranuras (abiertas o semiabiertas) distribuidas a lo largo de la periferia exterior del cilindro de chapas magnéticas que constituyen dicho rotor (Figura 7.1). Por lo general, se trata de un circuito trifásico conectado en estrella cuyos terminales están conectados a unos anillos rozantes, aislados entre sí, colocados sobre el eje. Estos anillos permiten que, mediante unas escobillas fijas que hacen contacto sobre ellos, se tenga acceso al circuito rotórico para, por ejemplo, modificar sus características mediante la adición de resistencias con los fines que serán expuestos en posteriores apartados de este capítulo.

El circuito eléctrico del tipo jaula de ardilla se construye mediante barras conductoras (de aluminio o cobre) ubicadas en las ranuras (generalmente cerradas) distribuidas a lo largo de la

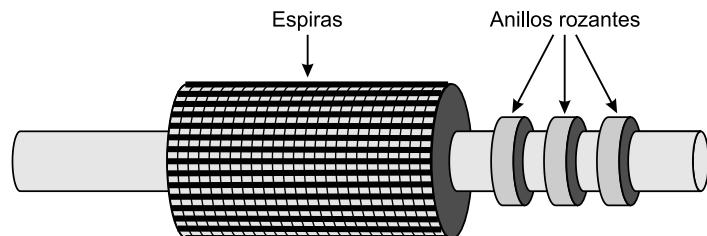


FIGURA 7.1. Rotor bobinado.

periferia del paquete magnético que constituye el rotor. Todas las barras se cortocircuitan entre sí por sus extremos mediante dos anillos, uno para cada extremo de las barras. Este tipo de rotor es mucho más robusto que el rotor bobinado pero, sin embargo, presenta el gran inconveniente de no permitir el acceso al circuito eléctrico rotórico y, en consecuencia, imposibilita cualquier tipo de actuación sobre él.

La Figura 7.2 representa un rotor del tipo jaula de ardilla en el que se ha practicado un corte de 90° en sus chapas magnéticas y eje con el fin de poder apreciar la jaula (circuito eléctrico) que se ubica en su interior.

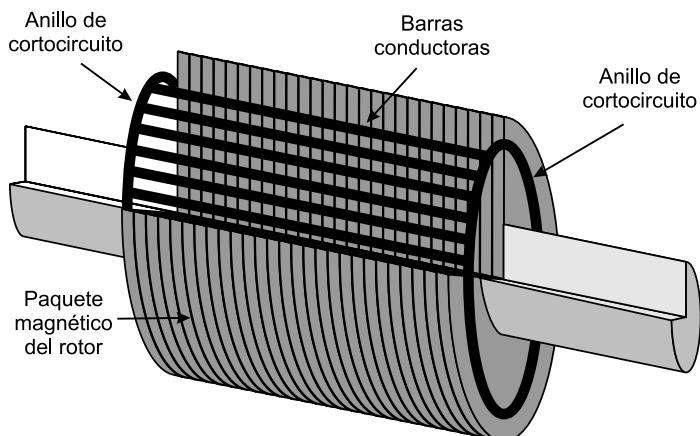


FIGURA 7.2. Rotor de jaula de ardilla.

7.1.3. Partes constitutivas y su función

Al igual que todas las máquinas rotativas, las máquinas asincrónas constan fundamentalmente de estator, rotor y entrehierro de separación. Prescindiendo de casos particulares que no son objeto del presente capítulo, la función que desarrolla cada una de estas partes es la indicada a continuación:

Estator

El bobinado del estator realiza la función de inductor. Con independencia del tipo de rotor que se ubique en su interior, el estator está constituido por un paquete de chapas magnéticas ranuradas en su contorno cilíndrico interior (el más cercano al rotor). Los conductores eléctricos que constituyen el bobinado estatórico se distribuyen en las ranuras en la forma señalada en el Capítulo 1.

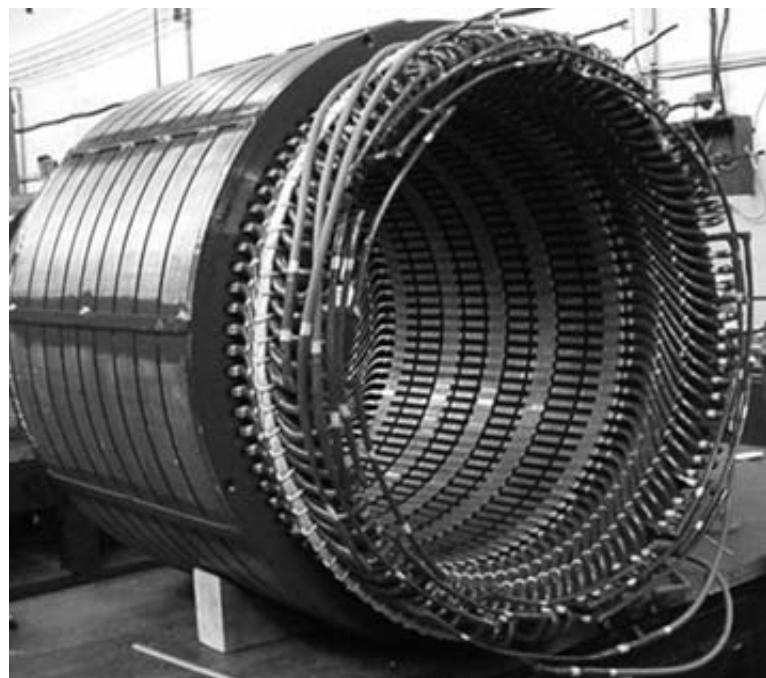


FIGURA 7.3. Estator (por cortesía de ALCONZA).

Rotor

El bobinado del rotor es el inducido. Se construye del tipo rotor bobinado o jaula de ardilla con las características indicadas en el apartado anterior.



FIGURA 7.4. Rotor bobinado (por cortesía de ALCONZA).

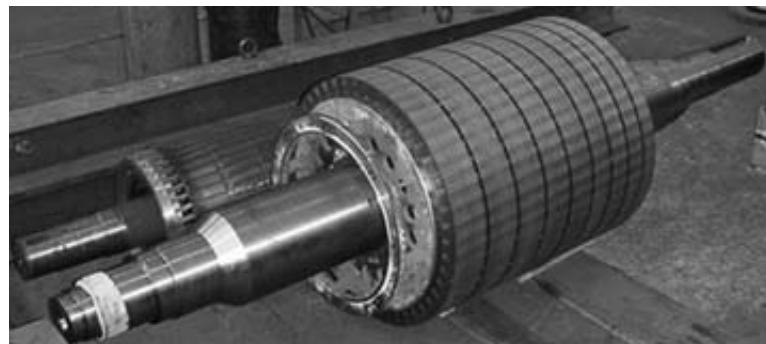


FIGURA 7.5. Rotor de jaula de ardilla (por cortesía de ALCONZA).

El rotor bobinado debe ser construido para el mismo número de polos que el estator. En el caso de rotor de jaula de ardilla, la influencia del campo creado por el estator hace que en el rotor surja espontáneamente el mismo número de polos que en el estator.

Entrehierro

El entrehierro sirve de separación mecánica entre el estator y el rotor. Constituye, junto a los paquetes magnéticos de estator y rotor, el circuito magnético de la máquina.

Por otra parte, como elementos auxiliares más importantes pueden citarse el sistema de refrigeración y la carcasa.

Sistema de refrigeración

Para evacuar el calor producido por las pérdidas en el interior de la máquina, el sistema de refrigeración aprovecha el propio giro del eje para, mediante ventiladores calados en él, forzar la circulación del aire. La evacuación del calor se favorece en ocasiones mediante canales de ventilación radiales y axiales practicados en el estator y en el rotor.

Carcasa

La carcasa proporciona protección mecánica a los diferentes elementos que constituyen la máquina frente a la agresión de agentes externos a ella y sirve, además, como elemento de seguridad para las personas al impedir el contacto con elementos potencialmente peligrosos (por estar en tensión o ser giratorios a alta velocidad).



FIGURA 7.6. Carcasa (por cortesía de ALCONZA).

7.1.4. Modos de funcionamiento

Entre otras aplicaciones de la máquina asincrónica, cabe citar como más interesantes las correspondientes a motor, generador, transformador y freno.

Motor

Es la aplicación más habitual de la máquina asíncrona. En este modo de funcionamiento el bobinado del estator es conectado a una red eléctrica (monofásica o trifásica en función del tipo de motor) y el bobinado del rotor debe estar en cortocircuito.

El campo de velocidades correspondiente a este modo de funcionamiento es el siguiente:

$$0 < n_2 < n_1 \Leftrightarrow 1 > s > 0$$

Generador

El generador asíncrono se utiliza en centrales eléctricas de pequeña potencia (minicentrales) o instalaciones similares (aprovechamientos de cogeneración, etc.). Este modo de funcionamiento requiere que el rotor sea arrastrado con velocidad superior a la síncrona.

$$n_2 > n_1 \Rightarrow s < 0$$

El bobinado del rotor debe estar en cortocircuito. En estas condiciones, el generador asíncrono inyecta potencia activa a la red alterna conectada a su estator, de la que, a su vez, necesita tomar la potencia reactiva necesaria para su magnetización. La adición de condensadores permite mejorar el factor de potencia presentado por el generador frente a la red.

Generalmente los generadores asíncronos funcionan acoplados a redes eléctricas activas, es decir, mantenidas por los alternadores síncronos de las grandes centrales eléctricas. Esto es así porque los generadores síncronos son los que imponen la tensión y frecuencia de funcionamiento de la red.

Transformador

Este modo de funcionamiento requiere tener acceso a los circuitos eléctricos del rotor y del estator, por lo que, lógicamente, no es aplicable a las máquinas con rotor de jaula de ardilla.

Para que la máquina funcione como transformador, es necesario que el rotor se encuentre bloqueado, por lo que la velocidad y el deslizamiento son:

$$n_2 = 0 \Leftrightarrow s = 1$$

En estas condiciones, si se conecta un bobinado (generalmente el del estator) a una red eléctrica activa, en el otro bobinado (generalmente el del rotor) se obtiene un sistema de tensiones de valor proporcional (en función del número de espiras de uno y otro) e igual frecuencia. Es decir, los bobinados realizan, respectivamente, las funciones de primario y secundario de un transformador.

Esta aplicación presenta la ventaja de que, en función de la posición en que sea bloqueado el rotor respecto al estator, se puede conseguir cualquier ángulo de desfase entre las tensiones primaria y secundaria. Por esta razón, este modo de funcionamiento se denomina «decalador de fase».

Freno

En su funcionamiento como freno, el eje de la máquina asíncrona es arrastrado en sentido contrario al seguido por el campo rotativo.

$$n_2 < 0 \Leftrightarrow s > 1$$

Bajo este modo de funcionamiento se genera un par que se opone al par aplicado al eje y, en consecuencia, se produce una acción de «frenado» sobre el eje de la máquina. En este modo de funcionamiento el bobinado del rotor debe estar en cortocircuito y el bobinado del estator conectado a una red eléctrica activa.

7.2. Motores asíncronos trifásicos

7.2.1. Campo rotativo en máquinas asíncronas

7.2.1.1. Experimento de Arago

La Figura 7.7 muestra un disco de material conductor que puede girar respecto de su eje. Bajo este disco, se coloca un imán en forma de U que también puede girar respecto del mismo eje. A continuación se va a demostrar como al girar el imán también girará el disco (sin estar dicho disco imantado). Para ello, se supondrá que el imán gira en sentido antihorario.

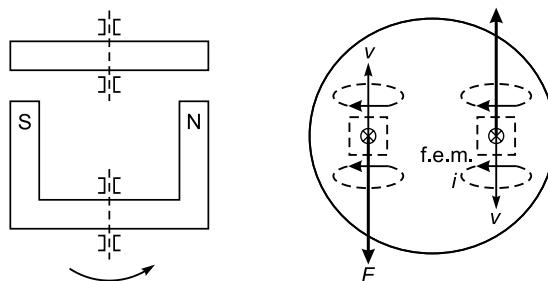


FIGURA 7.7. Experimento de Arago.

De acuerdo con la ley de Faraday, en las proximidades de cada polo se van a inducir en el disco unas fuerzas electromotrices. Para calcular la polaridad de las fuerzas electromotrices se debe considerar la velocidad del disco conductor respecto del campo magnético creado por el imán.

Estas fuerzas electromotrices se aplican sobre un material conductor eléctrico, por lo que aparecen intensidades circulando por el disco metálico que, a su vez, están bajo la influencia del campo magnético creado por el imán. De esta forma, según la ley de Laplace, se crea un par de fuerzas que hacen que el disco gire en sentido antihorario como el imán.

La velocidad del disco va a ser siempre inferior a la del imán, ya que si ambas velocidades fuesen iguales, no habría velocidad relativa del disco respecto del imán y, por tanto, no se inducirían fuerzas electromotrices (es decir, no se iniciaría el proceso). Por tanto, es necesario que haya una velocidad relativa entre el imán y el disco para que aparezcan las fuerzas electromotrices y las intensidades.

El efecto conseguido no es el de un motor eléctrico, ya que se ha transformado energía mecánica (proporcionada por el giro del imán) en energía mecánica (giro del disco), mientras que en un motor eléctrico se transforma energía eléctrica en mecánica. Sin embargo, este ejemplo permite ilustrar la aplicación de las leyes básicas que justifican el principio de funcionamiento del motor asíncrono.

7.2.1.2. Teorema de Ferraris

Debido a que este teorema ya fue estudiado en el Capítulo 1, aquí solamente se recuerda su fundamento. Un bobinado trifásico (polifásico en general) recorrido por un sistema de intensidades trifásicas (polifásicas) crea un campo rotativo que gira a la velocidad de sincronismo. Esta velocidad viene impuesta por la frecuencia de las corrientes trifásicas que circulan por los bobinados, de acuerdo con la expresión:

$$p \cdot n = 60 \cdot f \quad (\text{con } n \text{ en rpm})$$

Este teorema será de aplicación tanto para los bobinados del estator como para los del rotor, tal y como se apreciará posteriormente.

7.2.2. Funcionamiento del motor asíncrono

En las ranuras del estator se encuentran alojadas las espiras. El bobinado de cada una de las fases del estator está formado por un grupo de estas espiras, tal y como se señala en el Capítulo 1. En consecuencia, en el estator del motor asíncrono trifásico se encuentran los bobinados correspondientes a tres fases. Estos bobinados se pueden conectar en estrella o en triángulo.

Cuando a las tres fases del estator se les alimenta con un sistema trifásico equilibrado de tensiones, por sus bobinados circulará un sistema de intensidades trifásicas equilibradas $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$ que, según el teorema de Ferraris, van a provocar la aparición de un campo rotativo que gira a velocidad constante.

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p}$$

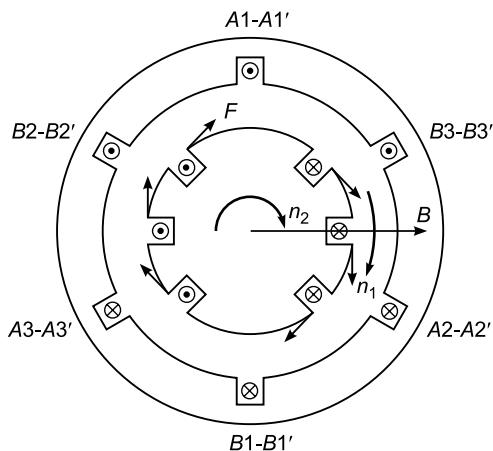


FIGURA 7.8. Principio de funcionamiento del motor asíncrono trifásico.

Debido a este campo rotativo, se van a inducir unas fuerzas electromotrices en los devanados del rotor. Como estos bobinados están cortocircuitados (mediante los anillos en la jaula de ardilla o uniendo los principios entre sí y finales entre sí en el rotor bobinado), van a circular por ellos unas intensidades que, como se encuentran dentro de un campo magnético, provocarán según la ley de Laplace la aparición de fuerzas y pares que hacen girar al rotor a una

velocidad n_2 de igual sentido que la velocidad n_1 . Del propio principio de funcionamiento se deduce que la velocidad final del rotor n_2 nunca podrá llegar a ser igual a n_1 (ya que la ley de Faraday exige que exista velocidad relativa entre el campo magnético y el conductor), aunque, tal y como se justificará más adelante, va a ser muy próxima.

Cuando el rotor gira a n_2 , la velocidad relativa entre el rotor y el campo rotativo del estator es la velocidad de deslizamiento (n_s), lo que provoca que la frecuencia de las fuerzas electromotrices y corrientes del rotor sea:

$$f_s = \frac{p \cdot n_s}{60} = \frac{p \cdot s \cdot n_1}{60} = s \cdot f_1$$

En la situación de vacío, esto es, sin carga acoplada al eje del rotor, la velocidad del rotor es próxima a la del campo magnético, es decir, n_s es próxima a cero. En las situaciones de carga esta velocidad será algo mayor, pero también cercana a cero. Por tanto, la frecuencia de las corrientes del rotor es baja, lo que dará lugar a bajas pérdidas del hierro en el rotor de la máquina. Por ello la chapa utilizada en la construcción del rotor es de peor calidad que la utilizada en la construcción del estator.

7.2.3. Velocidad del campo rotativo resultante

En el motor asíncrono, el mecanismo regulador de la frecuencia f_s en las fases del rotor permite que los dos campos magnéticos, del estator y del rotor, se «enganchen» sea cual sea la velocidad del rotor, pudiendo haber múltiples velocidades diferentes. Es decir, los campos del estator y rotor se acoplan a la velocidad de sincronismo aunque el rotor gire a otra velocidad. Esto se justifica porque el número de polos en estator y rotor es el mismo.

Tal como se acaba de señalar, en el rotor se inducen unas fuerzas electromotrices cuya frecuencia viene impuesta por la velocidad relativa n_s entre el campo rotativo del estator (que gira a velocidad n_1) y el rotor (que gira a velocidad n_2).

Estas fuerzas electromotrices provocan la circulación de intensidades trifásicas en el rotor de frecuencia f_s , las cuales a su vez, según el teorema de Ferraris, crean un campo magnético rotativo en el rotor que, respecto de su propio movimiento, tendrá una velocidad impuesta por la frecuencia f_s . Es decir, para un observador que se mueve con el rotor, el campo rotativo del rotor gira con una velocidad (en rpm) igual a:

$$\frac{60 \cdot f_s}{p_{\text{rotor}}}$$

Teniendo en cuenta que el estator y el rotor se construyen para el mismo número de pares de polos, se llega a:

$$\frac{60 \cdot f_s}{p_{\text{rotor}}} = \frac{60 \cdot f_s}{p} = n_s$$

Ahora bien, dado que el rotor no está fijo, sino que gira con velocidad n_2 , el campo rotativo del rotor girará, respecto a un observador fijo en el estator, con velocidad $n_2 + n_s$.

Por tanto, se tiene que:

$$n_s + n_2 = n_1 - n_2 + n_2 = n_1$$

Es decir, si el número de polos del estator y del rotor son iguales, los campos magnéticos rotativos creados por el rotor y estator girarán a la velocidad de sincronismo (n_1), sea cual sea la velocidad de giro del rotor (n_2).

7.2.4. Comparación del motor y del transformador

Se va a analizar cuál es la relación entre las tensiones inducidas en los devanados del estator y del rotor y las intensidades que circulan por ambos, de forma que se pueda construir un diagrama vectorial de estas magnitudes, así como un circuito equivalente del motor asíncrono. Para ello, el desarrollo se apoya en las analogías existentes entre el funcionamiento de un transformador y de un motor asíncrono.

Supóngase un motor asíncrono que produce un campo rotativo que gira a la velocidad de sincronismo n_1 , cuyo rotor gira a una velocidad n_2 y en el que existe un flujo mutuo sinusoidal (entre estator y rotor) de valor máximo Φ_0 .

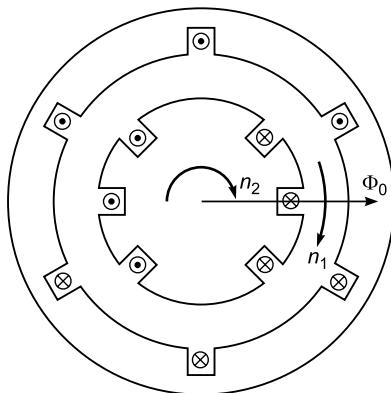


FIGURA 7.9. Velocidades de giro de campo rotativo y rotor.

Con esto, el deslizamiento es:

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

y la frecuencia de deslizamiento

$$f_s = \frac{p \cdot (n_1 - n_2)}{60} \cdot \frac{n_1}{n_1} = s \cdot f_1$$

A semejanza de lo que ocurre en los transformadores, debido al campo rotativo resultante, en el estator va a aparecer por fase una f.e.m. de valor:

$$E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f_1$$

donde N_1 es el número de espiras en serie por fase del estator y f_1 es la frecuencia de la red de alimentación al estator.

Ese mismo flujo mutuo va a crear en el rotor una tensión por fase de valor

$$E_S = 4,44 \cdot N_2 \cdot \Phi_0 \cdot f_S = 4,44 \cdot N_2 \cdot \Phi_0 \cdot s \cdot f_1$$

Cuando el rotor está parado (como sucede en el instante de arranque) la velocidad del rotor es nula ($n_2 = 0$), el deslizamiento unitario ($s = 1$) y, por tanto, $f_S = f_1$. Las fuerzas electromotrices inducidas por fase en el rotor, en situación de rotor parado, tendrán el valor

$$E_S(s = 1) = E_2 = 4,44 \cdot N_2 \cdot \Phi_0 \cdot f_1$$

Por tanto, en una situación cualquiera de giro del rotor se cumple que:

$$E_S = s \cdot E_2$$

Estas fuerzas electromotrices E_S están aplicadas a cada fase del rotor, las cuales presentan una cierta resistencia R_2 y una cierta reactancia $X_S = 2\pi \cdot L_2 \cdot f_S = 2\pi \cdot L_2 \cdot f_1 \cdot s = s \cdot X_2$, donde X_2 es la reactancia del rotor referida a la frecuencia f_1 del estator.

En consecuencia, las intensidades que circulan por cada fase del rotor tendrán el valor eficaz siguiente:

$$I_S = \frac{E_S}{\sqrt{R_2^2 + (2\pi \cdot f_S \cdot L_2)^2}} = \frac{E_2 \cdot s}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2 \cdot s^2}} \quad (7.1)$$

Por tanto:

$$I_S = \frac{E_2}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_2^2}} = I_2 \quad (7.2)$$

En la Expresión (7.1) se observa como la intensidad que circula por cada fase del rotor es función de la tensión inducida para cada fase del rotor en ese estado de funcionamiento, que es función del deslizamiento (depende de la velocidad a la que gire), aplicada a una impedancia de resistencia constante y reactancia variable con el deslizamiento.

En la Expresión (7.2) se admite otra interpretación: La intensidad que circula por cada fase del rotor es una intensidad que circula debido a una fuerza electromotriz constante E_2 que no depende del deslizamiento, aplicada a una impedancia de reactancia fija y resistencia variable que depende del deslizamiento $\frac{R_2}{s}$.

A la intensidad I_S obtenida mediante la última Expresión (7.2) se la va a denominar I_2 porque las tensiones y las reactancias están ligadas a la frecuencia f_1 . (I_2 no es la intensidad en el momento de arranque, se denomina I_2 porque las magnitudes de las que depende se obtienen con la frecuencia f_1).

Teniendo en cuenta que:

$$\frac{R_2}{s} = R_2 + R_2 \cdot \left(\frac{1 - s}{s} \right)$$

Se puede interpretar que R_2 es la resistencia propia de la fase, mientras que $R_2 \cdot \left(\frac{1 - s}{s} \right)$ es una resistencia de carga ficticia que representa la influencia del movimiento del rotor.

Tras lo expuesto, el funcionamiento del motor se puede interpretar de la siguiente manera:

- El estator del motor se encuentra alimentado por una tensión alterna de valor eficaz V_1 por fase y frecuencia f_1 . En las espiras de cada fase del estator circula una intensidad

I_1 y se induce una f.e.m. E_1 . Si se hace la abstracción de considerar el rotor estático, en él se va a inducir una f.e.m. E_2 . Esta f.e.m. hace que por el rotor circule una intensidad I_2 (por cada fase) que depende de E_2 , de la resistencia R_2 y de la reactancia X_2 (considerando el rotor parado), así como de una resistencia ficticia que representa la influencia de la carga mecánica del motor (el movimiento del rotor). Todas las magnitudes citadas están referidas a la frecuencia f_1 .

Lo que se acaba de describir es comparable con el funcionamiento del transformador en carga representado en la Figura 7.10. Por tanto, un motor asíncrono es asimilable a un transformador en carga que alimenta una carga resistiva pura de valor $R'_2 \cdot \left(\frac{1-s}{s}\right)$.

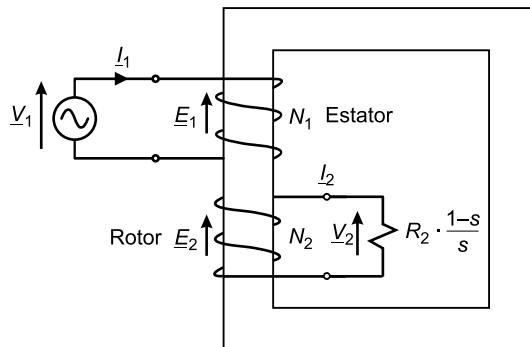


FIGURA 7.10. Símil del motor asíncrono con el transformador en carga.

En el momento del arranque la velocidad del rotor es nula, por lo que:

$$s = 1 \Rightarrow R_2 \cdot \left(\frac{1-s}{s}\right) = 0$$

Por tanto, el arranque del motor es asimilable a la situación de cortocircuito accidental del transformador, por lo que en el arranque del motor circularán unas intensidades muy elevadas.

En el funcionamiento en carga del motor el deslizamiento tiene un valor entre 0 y 1, por lo que:

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \Rightarrow R_C = R_2 \cdot \frac{(1-s)}{s}$$

En consecuencia, el funcionamiento en carga del motor es asimilable al funcionamiento en carga del transformador.

En el caso de trabajar el motor en vacío (sin carga mecánica conectada al eje y debiendo vencer solamente el par de rozamiento propio), la velocidad del rotor se hace muy próxima a la de sincronismo:

$$n_2 \approx n_1 \Rightarrow s \approx 0 \Rightarrow R_C = R_2 \cdot \frac{(1-s)}{s} \approx \infty$$

Por tanto, el funcionamiento del motor en vacío (sin carga mecánica acoplada al eje) se corresponde con el trabajo en vacío (sin carga eléctrica conectada al secundario) del transformador.

7.2.5. Diagrama vectorial y circuito equivalente del motor asíncrono

Una vez obtenido el transformador equivalente al motor asíncrono, se puede obtener a partir de él tanto el diagrama vectorial como el circuito equivalente correspondiente. Esta deducción se va a desarrollar interpretando el funcionamiento del motor a semejanza del transformador:

Aplicando el segundo teorema Kirchhoff en el primario (inductor):

$$\underline{V}_1 = \underline{E}_1 + \underline{I}_1 \cdot (R_1 + jX_1)$$

Siendo el valor eficaz:

$$E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f_1$$

Por otra parte, el flujo mutuo induce una tensión en el secundario (inducido) de valor eficaz:

$$E_2 = 4,44 \cdot N_2 \cdot \Phi_0 \cdot f_1$$

Conocidas estas expresiones, la relación entre tensiones eficaces resulta ser:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \Rightarrow E_1 = E_2 \cdot a = E'_2$$

$$E_1 = E'_2$$

Aplicando el segundo teorema de Kirchhoff en el secundario:

$$\begin{aligned} \underline{E}_2 &= \underline{I}_2 \cdot [R_2 + jX_2] + \underline{I}_2 \cdot R_2 \cdot \frac{1-s}{s} \\ \underline{E}_2 \cdot a &= \underline{E}'_2 = \underline{I}'_2 \cdot [R'_2 + jX'_2] + \underline{I}'_2 \cdot R'_2 \cdot \frac{1-s}{s} \end{aligned}$$

ya que:

$$R'_2 = R_2 \cdot a^2$$

$$X'_2 = X_2 \cdot a^2$$

$$\underline{I}'_2 = \frac{\underline{I}_2}{a}$$

Por último, de la ecuación magnética se deduce que:

$$\underline{I}_1 - \underline{I}'_2 = \underline{I}_{10}$$

donde I_{10} en el motor representa la intensidad que circula cuando el motor trabaja en vacío (si trabaja en vacío $n_1 \approx n_2 \Rightarrow I'_2 = 0$ y por ello $I_1 = I_{10}$).

Esta intensidad I_{10} , tal como ocurría en el transformador, va a tener una componente magnetizante y otra de pérdidas. Su valor es mayor en el motor que en el transformador ya que el camino del flujo lo forman el material magnético del estator, el del rotor y el aire que hay

en el entrehierro, por lo que, para el mismo flujo, la intensidad magnetizante tiene que ser mayor.

Por otra parte, la componente de pérdidas también es superior debido a que en el motor asíncrono hay pérdidas en el hierro, además de pérdidas mecánicas propias del motor.

Tomando en consideración todo lo anterior, el diagrama vectorial resultante es el señalado en la Figura 7.11.

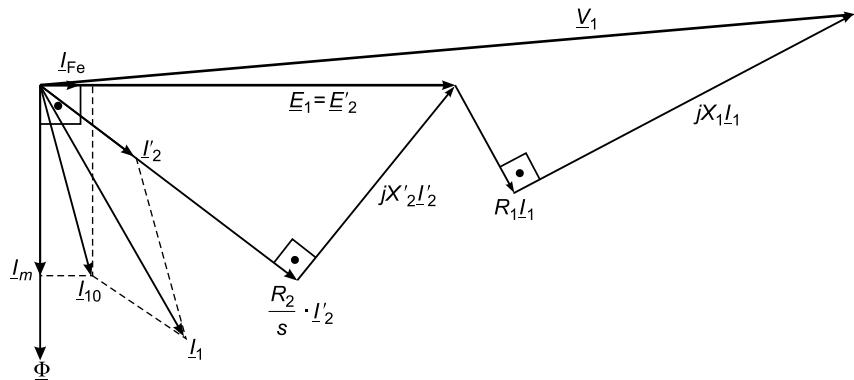


FIGURA 7.11. Diagrama vectorial del motor asincrono.

Este diagrama vectorial se corresponde con el circuito monofásico equivalente de la Figura 7.12.

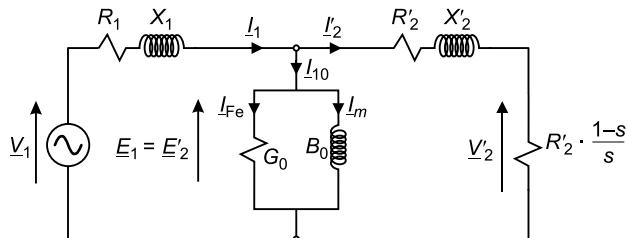


FIGURA 7.12. Circuito monofásico equivalente del motor asincrono.

A semejanza de lo que ocurre en el transformador, el circuito monofásico equivalente simplificado es el representado en la Figura 7.13.

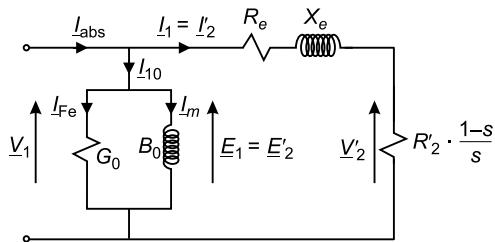


FIGURA 7.13. Circuito monofásico equivalente simplificado.

7.3. Potencia y par en motores asíncronos trifásicos

7.3.1. Reparto de potencias en el motor asíncrono

En un motor asíncrono se produce una transformación de energía eléctrica en mecánica. Esta energía se transmite desde el estator al rotor, a través del entrehierro, por medio del flujo magnético. El proceso de conversión está inevitablemente ligado con las pérdidas que se producen en las diferentes partes de la máquina. A continuación se analiza el balance de potencia que se produce en el funcionamiento del motor asíncrono trifásico.

Si V_1 es la tensión aplicada por fase, I_1 la corriente por fase y φ_1 el desfase entre ambos vectores, la potencia que la máquina absorbe de la red es:

$$P_1 = 3 \cdot V_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1$$

De esta potencia que llega al estator, una parte se pierde al transformarse en calor por efecto Joule en sus devanados:

$$P_{J1} = 3 \cdot R_1 \cdot I_1^2$$

Otra parte se pierde en forma de pérdidas de histéresis y Foucault en el estator (P_{Fe1}). Dado que las frecuencias de las corrientes en el rotor son muy reducidas, ya que en el punto de funcionamiento los deslizamientos suelen ser pequeños (por ejemplo, para $s = 5\%$ con $f_1 = 50$ Hz, resulta una $f_s = 2,5$ Hz $\ll f_1$), se considera que sólo se producen pérdidas en el hierro en el estator.

De acuerdo con el circuito equivalente del motor de la Figura 7.14, se podrá escribir:

$$P_{Fe} \approx P_{Fe1} = 3 \cdot E_1 \cdot I_{Fe}$$

La suma de ambas pérdidas ($P_{J1} + P_{Fe}$) representa la disipación total de pérdidas en el estator. En consecuencia, la potencia electromagnética que llegará al rotor a través del entrehierro, y que será denominada P_{12} (potencia transmitida del estator al rotor), tiene un valor de:

$$P_{12} = P_1 - P_{J1} - P_{Fe}$$

Por otra parte, en el rotor existen pérdidas debidas al efecto Joule, P_{J2} , de valor:

$$P_{J2} = 3 \cdot R_2 \cdot I_2^2 = 3 \cdot I_2'^2 \cdot R'_2$$

Siendo despreciables las pérdidas en el hierro que se producen en el rotor, la potencia que llegará al eje de la máquina, denominada potencia mecánica interna P_{mi} es:

$$P_{mi} = P_{12} - P_{J2}$$

que teniendo en cuenta el significado de la resistencia de carga del circuito equivalente, se podrá expresar como:

$$P_{mi} = 3 \cdot R'_C \cdot I_2'^2 = 3 \cdot R'_2 \cdot \left(\frac{1-s}{s} \right) \cdot I_2'^2 = 3 \cdot R_2 \cdot \left(\frac{1-s}{s} \right) \cdot I_2^2$$

La potencia útil en el eje será algo menor, debido a las pérdidas mecánicas por rozamiento y ventilación. Denominando P_R a estas pérdidas mecánicas y P_u a la potencia mecánica útil se tiene que:

$$P_u = P_{mi} - P_R$$

En la Figura 7.14 se muestra, en la parte superior, el circuito equivalente exacto del motor en el que se indican mediante flechas, las pérdidas que se producen en las diversas partes del motor. En este esquema se han señalado valores eficaces de tensiones e intensidades, en lugar de vectores, debido a que las pérdidas son función de los valores eficaces. En la parte inferior aparece un dibujo representativo de la evolución del balance de potencias en el motor.

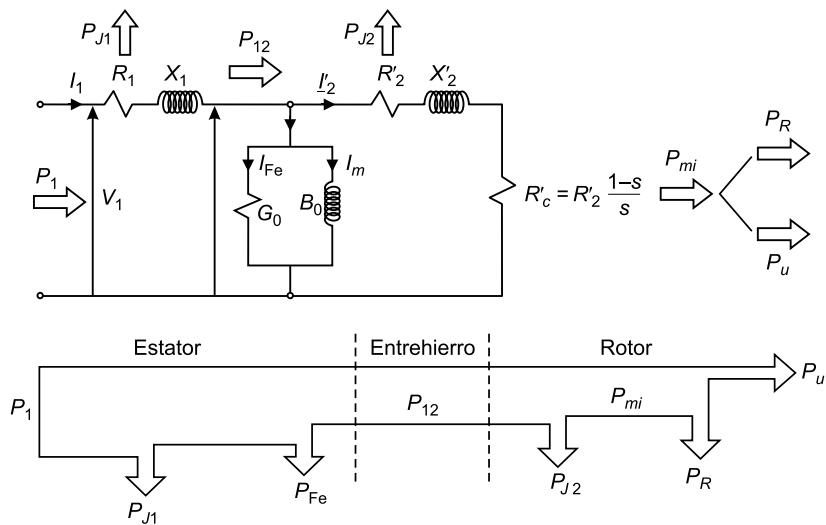


FIGURA 7.14. Balance de potencias en el motor asíncrono.

7.3.2. Relación entre potencias y pérdidas. Rendimiento

Existen algunas relaciones útiles entre las potencias anteriores que facilitan el estudio analítico de la máquina y la realización de ejercicios prácticos.

Teniendo en cuenta las expresiones anteriormente expuestas, el cociente entre P_{j2} y P_{mi} resulta ser:

$$\frac{P_{j2}}{P_{mi}} = \frac{s}{1-s}$$

De igual forma, la potencia que atraviesa el entrehierro P_{12} se puede expresar como:

$$P_{12} = P_{mi} + P_{j2} = 3 \cdot \frac{R'_2}{s} \cdot I'^2_2 = \frac{P_{j2}}{s} = \frac{P_{mi}}{1-s}$$

Por otra parte, dado que se obtiene una potencia útil de salida a partir de una potencia de entrada P_1 , el rendimiento del motor vendrá expresado por el siguiente cociente:

$$\eta = \frac{P_u}{P_1} = \frac{P_u}{P_u + P_R + P_{j2} + P_{fe} + P_{j1}}$$

De igual forma, se puede expresar el rendimiento eléctrico del rotor como:

$$\eta_{\text{rotor}} = \frac{P_{mi}}{P_{12}} = 1 - s$$

En esta expresión se aprecia que cuanto menor sea el deslizamiento, menores serán las pérdidas por efecto Joule en el rotor y mayor será el rendimiento del rotor. Esto pone de manifiesto el interés de que estas máquinas operen con bajos deslizamientos.

7.3.3. Estudio del par motor

A continuación se va a obtener la expresión del par motor (Cm) a partir de la potencia mecánica interna desarrollada en la máquina:

$$P_{mi} = 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 \cdot \frac{1-s}{s}$$

Desde el punto de vista mecánico, expresando n_1 y n_2 en rps, se cumple que:

$$Cm = \frac{P_{mi}}{2\pi \cdot n_2} = \frac{P_{mi}}{2\pi \cdot n_1 \cdot (1-s)}$$

ya que:

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \Rightarrow n_2 = n_1(1-s)$$

Y desde el punto de vista eléctrico, considerando el circuito equivalente simplificado, se cumple que:

$$I'_2 = \frac{V_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X'_2)^2}}$$

Por tanto, la expresión del par motor resulta ser:

$$Cm = \frac{3 \cdot V_1^2 \cdot R'_2}{2\pi \cdot n_1 \cdot s \cdot \left[\left(R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + (X_1 + X'_2)^2 \right]}$$

Otra forma de expresar el par motor es a partir de la potencia que se transmite del estator al rotor a la velocidad de sincronismo. Efectivamente, teniendo en cuenta la relación entre las potencias P_{mi} y P_{12} se llega a:

$$Cm = \frac{P_{mi}}{2\pi \cdot n_2} = \frac{P_{mi}}{2\pi \cdot n_1 \cdot (1-s)} = \frac{P_{12} \cdot (1-s)}{2\pi \cdot n_1 \cdot (1-s)} = \frac{P_{12}}{2\pi \cdot n_1}$$

Esta expresión del par es muy útil, ya que en el denominador figura la velocidad del campo rotativo, que para un determinado motor es constante si permanece invariable la frecuencia de alimentación. Por este motivo, el valor en vatios de la potencia transmitida del estator al rotor (P_{12}) recibe el nombre de par motor expresado en vatios síncronos.

7.3.4. Discusión de la expresión del par motor

Una vez obtenida la expresión del par motor, en este apartado se va a analizar cómo varía el mismo en función de la velocidad del rotor, de la resistencia del rotor, de la tensión de alimentación y de la frecuencia de la red. Se finaliza este apartado analizando las zonas de funcionamiento estable e inestable de los motores asíncronos y los distintos regímenes de funcionamiento de una máquina asíncrona, todo ello mediante el análisis de la expresión del par motor.

7.3.4.1. Variación del par motor con la velocidad del rotor n_2

La velocidad del rotor n_2 y el deslizamiento s están ligados por la expresión:

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

de forma que cuando n_2 varía entre 0 (arranque) y n_1 (velocidad de sincronismo), el deslizamiento s varía entre 1 y 0, respectivamente.

A continuación se analiza la variación del par motor en función de este parámetro. Para ello se va a considerar que el resto de los factores (tensión de alimentación, frecuencia estatórica, parámetros del motor y velocidad de sincronismo) permanecen constantes.

Partiendo de la expresión ya deducida para el par motor:

$$Cm = \frac{3 \cdot V_1^2 \cdot R'_2}{2\pi \cdot n_1 \cdot s \cdot \left[\left(R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + (X_1 + X'_2)^2 \right]}$$

se estudia en primer lugar el valor de deslizamiento que hace máximo el par motor Cm .

Para unas determinadas condiciones de alimentación (V_1 y f_1 constantes), el numerador de la expresión del par es constante. Por tanto, el par es máximo cuando el denominador es mínimo:

$$\frac{d(\text{denominador})}{ds} = 0 \Rightarrow s_{Cm\max} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_2)^2}} = f(R'_2)$$

En esta expresión se aprecia como el valor de s que hace máximo al par motor depende de la resistencia por fase del rotor. El valor del par motor máximo resulta ser:

$$Cm_{\max} = [Cm]_{s=s_{Cm\max}} = \frac{3 \cdot V_1^2}{4\pi \cdot n_1 \cdot (R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_2)^2})} \neq f(R'_2)$$

donde se observa que no depende de la resistencia por fase del rotor.

En el momento del arranque la velocidad del motor es nula y el deslizamiento es igual a la unidad. Por tanto, el par motor de arranque, característico de los motores asíncronos, tiene por expresión:

$$Cm_{\text{arr}} = [Cm]_{s=1} = \frac{3 \cdot V_1^2 \cdot R'_2}{2\pi \cdot n_1 [(R_1 + R'_2)^2 + (X_1 + X'_2)^2]}$$

Conocidos todos estos valores característicos del par motor, se puede representar su evolución en función de la velocidad del rotor, del deslizamiento o de las frecuencias de las corrientes del rotor (Figura 7.15).

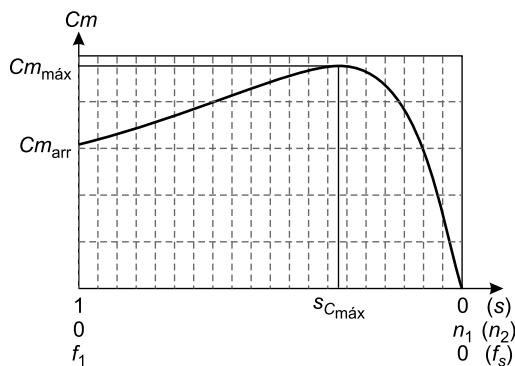


FIGURA 7.15. Representación del par motor.

La velocidad de funcionamiento de un motor asincrónico depende del par desarrollado por el motor y del par resistente opuesto por la carga mecánica a la que se encuentra acoplado.

Tal como se muestra en la Figura 7.16, la curva de par resistente-velocidad de una carga mecánica puede ser de diversos tipos:

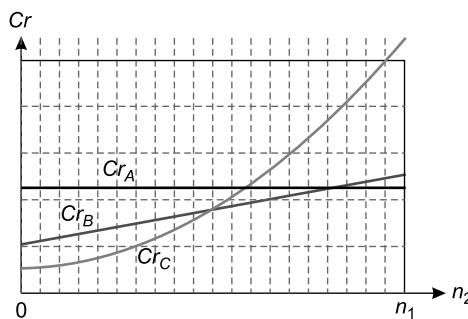


FIGURA 7.16. Tipos de curvas par resistente-velocidad.

- Par constante independiente de la velocidad, Cr_A . Este par lo presentan las cargas que absorben una potencia que depende linealmente de la velocidad, como por ejemplo las grúas y los ascensores.
- Par lineal con la velocidad, Cr_B . Este par aparece en las cargas con una potencia que depende de la velocidad al cuadrado, como en las máquinas para alisado y satinado de tejidos, de papel, etc.
- Par función del cuadrado de la velocidad, Cr_C . Aparece en las cargas cuya potencia depende de la velocidad al cubo como en las bombas centrífugas, ventiladores y, en general, en cargas relacionadas con movimiento de fluidos.

La velocidad de funcionamiento en régimen de un motor (n_2) es la velocidad constante que adquiere el motor, una vez superado el transitorio del arranque, cuando está arrastrando una carga mecánica.

Partiendo de la ecuación de movimiento del sistema motor-carga se tiene:

$$Cm - Cr = J \cdot \alpha = J \cdot \frac{d(2\pi \cdot n_2)}{dt}$$

donde:

J = Momento de inercia del conjunto motor-carga.

α = Aceleración angular.

Cr = Par resistente (incluye el de la carga mecánica acoplada al eje y el debido a las pérdidas mecánicas del motor).

El signo menos de la ecuación anterior es debido a que el par resistente de la carga es opuesto al par motor.

Cuando el motor alcanza la velocidad de funcionamiento en régimen, la velocidad de giro es constante, por lo que:

$$\alpha = \frac{d(2\pi \cdot n_2)}{dt} = 0$$

Por tanto, en el punto de funcionamiento, el par motor es igual al par resistente:

$$Cm = Cr$$

Si se representan conjuntamente las curvas de par motor y par resistente en función de la velocidad, la velocidad de funcionamiento corresponde a aquella en la que los pares coinciden, es decir, al punto en el que se cortan ambas curvas (punto A de la Figura 7.17 para los pares Cm y Cr_1).

Para que el sistema funcione, el par motor en el arranque ($n_2 = 0, s = 1$) deberá ser mayor que el par resistente. Así, con el par resistente Cr_2 de la Figura 7.17 el motor no arrancaría.

Los valores de deslizamiento normales para un motor oscilan entre el 0 y el 0,1 cuando funciona en régimen, lo cual quiere decir que el rotor gira entre valores iguales a la velocidad de sincronismo o a un 90% de ella.

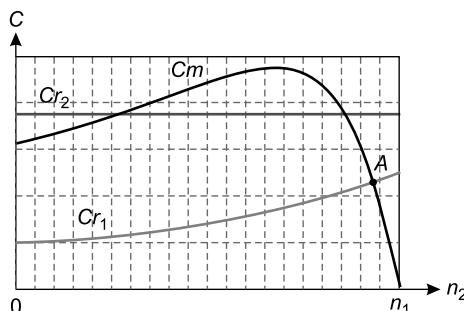


FIGURA 7.17. Punto de funcionamiento.

7.3.4.2. Variación del par motor con la resistencia del rotor

Al aumentar la resistencia del rotor se producen las siguientes consecuencias:

- El deslizamiento al cual se produce el par máximo es mayor, esto es, el punto de par máximo se desplaza hacia la izquierda.
- El valor del par máximo no depende de la resistencia del rotor, luego su valor no varía pese al desplazamiento de la curva de par.
- El par de arranque aumenta al aumentar la resistencia del rotor. La situación límite se produce cuando el par de arranque se hace igual al par máximo. Un aumento de la resistencia del rotor mayor que el correspondiente a esta situación límite implicaría una disminución del par de arranque debido a que el par máximo se desplazaría fuera de la zona de funcionamiento como motor ($s > 1$).

Por ello, al aumentar la resistencia del rotor la curva del par motor varía de la forma señalada en la Figura 7.18.

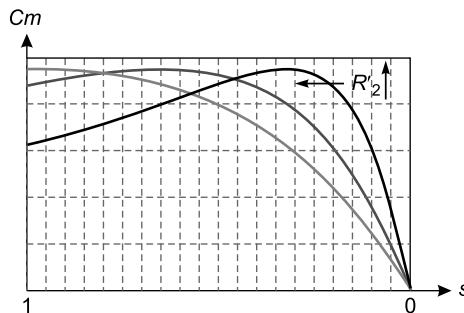


FIGURA 7.18. Variación del par motor con la resistencia del rotor.

7.3.4.3. Variación del par motor con la tensión

A igualdad del resto de los parámetros, para un cierto deslizamiento s , en la expresión del par motor se aprecia que su valor varía con el cuadrado de la tensión de alimentación:

$$Cm = f(V_1^2)$$

Es decir, para una cierta velocidad, si aumenta la tensión manteniendo el valor de la frecuencia, el valor del par motor a esa velocidad aumenta en proporción al cuadrado de la tensión aplicada.

Así, por ejemplo, si para una tensión V_{1A} el motor desarrolla un par determinado Cm_A , cuando la tensión cambie a otro valor V_{1B} el par Cm_B pasará a ser:

$$Cm_B = Cm_A \cdot \left(\frac{V_{1B}}{V_{1A}} \right)^2$$

cumpliéndose esta relación para cualquier deslizamiento.

De la Figura 7.19 se concluye que, si se mantiene constante el par resistente, un aumento de la tensión produce una disminución del deslizamiento (en menor proporción que el aumento de la tensión), que traerá como consecuencia un aumento de la velocidad.

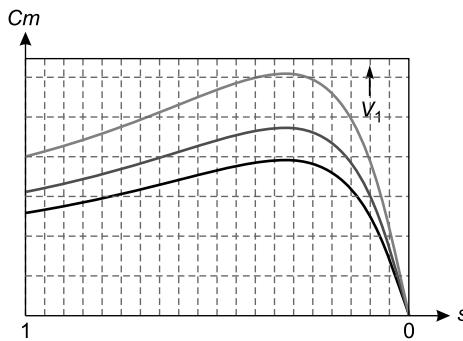


FIGURA 7.19. Variación del par motor con la tensión.

Por otra parte, el aumento de tensión a frecuencia constante provoca un aumento tanto del flujo como de las pérdidas en el hierro y de la intensidad de vacío, con el peligro de que, si se entra en saturación, se puede disparar el valor de dicha intensidad hasta valores inadmisibles para la máquina.

En el caso de que se disminuya la tensión de alimentación, se produce una disminución del par motor desarrollado, pudiendo llegar a darse el caso de que dicho par motor no sea suficiente para compensar el par resistente opuesto por la carga, en cuyo caso el motor se pararía.

7.3.4.4. Variación del par motor con la frecuencia de la red de alimentación

Con el fin de evitar el peligro de entrar en saturación, es norma habitual realizar la variación de frecuencia a flujo constante. Esto significa que la frecuencia y la tensión eficaz de alimentación se varían en la misma proporción.

$$\frac{V_1}{f_1} = \text{cte} \Rightarrow \Phi_0 = \text{cte}$$

Si se supone una situación en la que cambia la frecuencia (por ejemplo, aumenta de f_{1A} a f_{1B}), pero manteniendo el valor del flujo, ocurrirá lo siguiente:

- La velocidad de sincronismo n_{1A} variará y pasará a ser n_{1B} .
- El par motor máximo se mantiene constante (ya que el flujo se mantiene constante).
- El deslizamiento al cual se produce el par máximo disminuye, esto significa que se desplaza hacia la derecha.
- El par de arranque disminuye.

Esto es equivalente a decir que la curva de par se desplaza hacia la derecha, tal como se aprecia en la Figura 7.20.

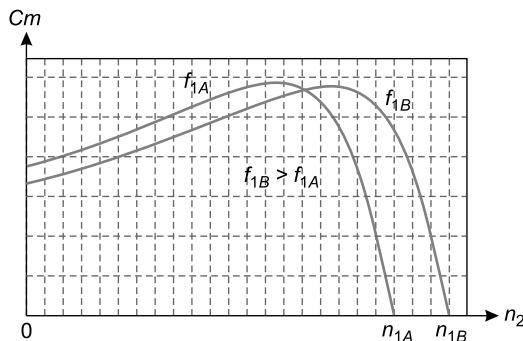


FIGURA 7.20. Variación del par motor con la frecuencia de alimentación.

7.3.4.5. Zonas de funcionamiento del motor asíncrono

Tal como se ha observado, para que se alcance la velocidad de funcionamiento de régimen, el par motor debe ser igual al par resistente. Los motores presentan una zona de funcionamiento estable en la que, ante una variación del par resistente ofrecido por la carga, el motor responde con una aceleración angular que lleva al sistema a una nueva situación de velocidad constante.

A continuación se va a comprobar como la marcha del motor será estable para puntos de funcionamiento correspondientes a valores del deslizamiento inferiores al deslizamiento de par máximo.

En efecto, supóngase que el par resistente (Cr) es el mostrado en la Figura 7.21. El par motor iguala al resistente en los puntos A ($s > s_{C_{\max}}$) y B ($s < s_{C_{\max}}$).

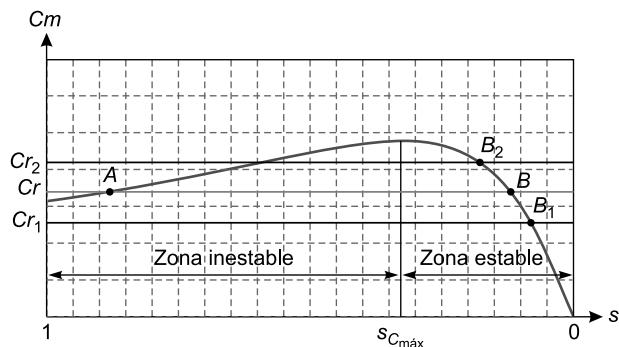


FIGURA 7.21. Zonas de funcionamiento.

Suponiendo que el motor está funcionando en el punto B y considerando la ecuación mecánica del conjunto motor-carga, se alcanzan las siguientes conclusiones:

- Si el par resistente disminuyese hasta un valor Cr_1 (como el motor por inercia mantiene inicialmente la velocidad), el par motor pasaría a ser mayor que el resistente y la aceleración sería positiva. En consecuencia, la velocidad del rotor tendería a aumentar (menor deslizamiento), lo que disminuiría el par motor, consiguiéndose un nuevo punto de funcionamiento en B_1 , donde el par motor igualaría al nuevo par resistente.

- Por el contrario, si el par resistente aumentase hasta Cr_2 , la aceleración sería negativa, la velocidad del rotor disminuiría (mayor deslizamiento) y esto implicaría un aumento del par motor, alcanzándose un nuevo punto de funcionamiento B_2 .

Por otra parte, si el motor estuviese funcionando en el punto A , al disminuir el par resistente hasta Cr_1 , la aceleración sería positiva, la velocidad del rotor tendería a aumentar (menor deslizamiento) y, por tanto, el par motor aumentaría. Esto haría que la diferencia entre el par motor y el nuevo par resistente se incrementase, aumentando más la velocidad del rotor. Una vez pasado el punto correspondiente a $s_{C_{\max}}$, un incremento de velocidad se traduce en una disminución del par motor, alcanzándose el nuevo punto de funcionamiento, como antes, en el punto B_1 .

Con un razonamiento similar, podría verse que si el motor estuviese funcionando en A y el par resistente aumentase, el rotor acabaría parándose.

Por último, cabe indicar que mientras el valor del par resistente del motor sea menor que el par máximo, el equilibrio dinámico de los pares se restablece automáticamente al crecer el deslizamiento. Pero cuando el par resistente alcanza el valor máximo, entonces, con el aumento posterior de la carga, el incremento del deslizamiento reduce el par motor Cm . De esta manera, el equilibrio dinámico alterado por el incremento de la carga no se restablecerá y, debido a la superioridad del par resistente, el motor se bloquea. Por ello, el par máximo representa el límite entre los regímenes de trabajo estable e inestable del motor.

La relación existente entre el par motor máximo y el par motor nominal se denomina capacidad de sobrecarga del motor asíncrono (suele estar comprendida entre 1,6 y 3).

7.3.4.6. Distintos regímenes de funcionamiento de la máquina asíncrona

Hasta ahora se ha analizado la máquina asíncrona en su funcionamiento como motor. A continuación se completa el estudio con el análisis de los diferentes regímenes de funcionamiento que se pueden dar en este tipo de máquinas. Para ello, se utiliza el análisis de la potencia mecánica, de la potencia transmitida del estator al rotor y del par motor en su variación respecto del deslizamiento.

Tal y como ya se ha indicado en apartados anteriores, las expresiones de la potencia mecánica, la potencia transmitida de estator a rotor y el par motor, en función del deslizamiento, son:

$$P_{mi} = 3 \cdot I_2'^2 \cdot R'_2 \cdot \frac{1-s}{s} = \frac{3 \cdot V_1^2 \cdot R'_2 \cdot \frac{1-s}{s}}{\left[\left(R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + (X_1 + X'_2)^2 \right]}$$

$$P_{12} = 3 \cdot I_2'^2 \cdot \frac{R'_2}{s} = \frac{3 \cdot V_1^2 \cdot R'_2 \cdot \frac{1}{s}}{\left[\left(R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + (X_1 + X'_2)^2 \right]}$$

$$Cm = \frac{3 \cdot V_1^2 \cdot R'_2}{2\pi \cdot n_1 \cdot s \cdot \left[\left(R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + (X_1 + X'_2)^2 \right]}$$

Si se representa la curva par motor-deslizamiento, para todos los posibles valores del deslizamiento, se obtiene la curva característica mostrada en la Figura 7.22. En ella aparecen las diferentes formas o regímenes de funcionamiento de la máquina asincrónica: motor, freno y generador. Para comprender estos regímenes se analizan cinco diferentes situaciones de funcionamiento:

- a) En el punto de arranque se cumple que $n_2 = 0$ ($s = 1$), con lo que:

$$P_{mi} = 0 \quad P_{12} > 0 \quad Cm > 0$$

La máquina en el momento de arranque no suministra potencia mecánica, ya que su eje está parado, y toda la potencia que recibe su rotor se disipa en forma de pérdidas.

- b) En el punto de vacío se cumple que $n_2 \approx n_1$ ($s \approx 0$), con lo que:

$$P_{mi} \approx 0 \quad P_{12} \approx 0 \quad Cm \approx 0$$

- c) Cuando el deslizamiento cumple que $0 < s < 1$, la velocidad del rotor varía entre cero y la velocidad de sincronismo y se cumple que:

$$P_{mi} > 0 \quad P_{12} > 0 \quad Cm > 0$$

Esto quiere decir que el rotor recibe una potencia P_{12} desde el estator y proporciona en el eje otra cierta potencia P_{mi} . En estas condiciones, la máquina está funcionando como motor asincrónico.

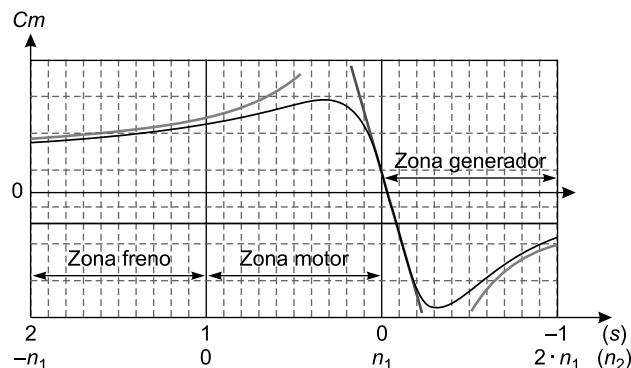


FIGURA 7.22. Regímenes de funcionamiento.

- d) En la zona de deslizamientos negativos se cumple que la velocidad del rotor es mayor que la de sincronismo y ambas tienen el mismo sentido.

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} < 0 \Rightarrow n_2 > n_1$$

En consecuencia, se tiene que:

$$P_{mi} < 0 \quad P_{12} < 0 \quad Cm < 0$$

Lo cual quiere decir que el rotor suministra una potencia P_{12} al estator, mientras que del eje recibe otra cierta potencia P_{mi} . El funcionamiento de la máquina en este caso es un funcionamiento de generador asíncrono.

- e) Para deslizamientos mayores que la unidad se cumple que la velocidad del rotor n_2 es de sentido opuesto a n_1 .

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} > 1 \Rightarrow n_2 < 0$$

por lo que:

$$P_{mi} < 0 \quad P_{12} > 0 \quad Cm > 0$$

Esto significa que el rotor recibe una potencia P_{12} del estator, mientras que del eje recibe otra cierta potencia P_{mi} . El funcionamiento de la máquina en este caso es un funcionamiento de freno. Toda la potencia recibida por el rotor se disipa en pérdidas por efecto Joule en sus bobinados.

7.4. Diagrama del círculo

El diagrama del círculo es una construcción gráfica que permite representar todas las características asociadas con el funcionamiento del motor asíncrono. En la actualidad, aunque ya no se utiliza como herramienta de cálculo, sigue teniendo una gran utilidad docente ya que permite representar y analizar fácilmente la evolución de diferentes magnitudes como intensidades, potencias, par, rendimiento, etc., en función de las diferentes condiciones de funcionamiento por las que puede atravesar la máquina.

7.4.1. Fundamento del diagrama del círculo

Para definir el diagrama del círculo se parte del circuito monofásico equivalente simplificado del motor asíncrono trifásico (Figura 7.23).

Donde se cumple que:

$$I'_2 = \frac{V_1}{\sqrt{\left(R'_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X'_1 + X'_2)^2}}$$

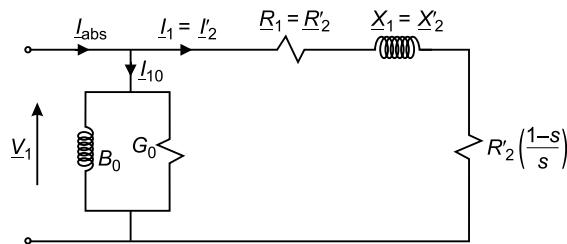


FIGURA 7.23. Motor asíncrono trifásico: circuito equivalente simplificado.

Representando mediante φ_2 el ángulo entre \underline{V}_1 e \underline{I}'_2 , se llega a la expresión:

$$\text{sen } \varphi_2 = \frac{\text{Reactancia}}{\text{Impedancia}} = \frac{(X_1 + X'_2)}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X'_2)^2}}$$

Por tanto, la intensidad I'_2 se puede expresar como:

$$I'_2 = \frac{V_1}{X_1 + X'_2} \text{sen } \varphi_2$$

Analizando esta expresión se comprueba como, si se coloca el vector que representa la tensión en el eje vertical, se llega a la representación de la Figura 7.24.

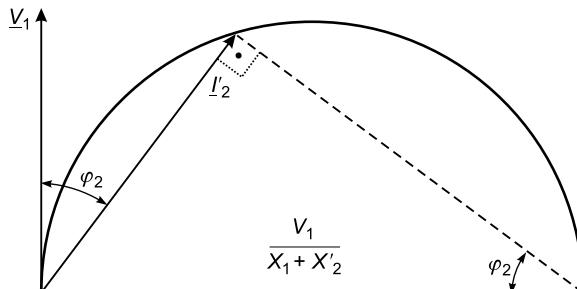


FIGURA 7.24. Lugar geométrico de las intensidades I'_2 .

A cada velocidad de funcionamiento del motor le corresponde un valor del deslizamiento (s) y, consecuentemente, un valor de ángulo (φ_2). Igualmente, en la construcción gráfica de la Figura 7.24 se observa como la variación del ángulo implica que el extremo de la intensidad se desplace describiendo una circunferencia que delimita un círculo de diámetro $\frac{V_1}{X_1 + X'_2}$, el cual no cambiará mientras se mantengan constantes el valor eficaz y la frecuencia de la tensión de alimentación.

Asimismo, la construcción puede completarse con la intensidad de vacío, con el fin de representar también la intensidad de fase total absorbida de la red por el motor (Figura 7.25).

$$\underline{L}_{\text{abs}} = \underline{I}_{10} + \underline{I}'_2$$

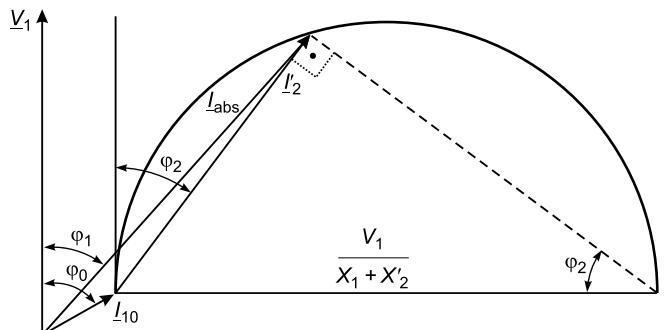


FIGURA 7.25. Diagrama del círculo.

7.4.2. Construcción del diagrama del círculo

El diagrama del círculo se construye para un determinado motor funcionando en unas determinadas condiciones de tensión y frecuencia.

Para construir el diagrama del círculo hacen falta dos puntos de su contorno y la dirección de la recta sobre la que se ubica su diámetro. Estos datos se obtienen mediante los ensayos de vacío y cortocircuito del motor.

A continuación se describen estos ensayos, así como el proceso de cálculo para obtener el diagrama del círculo correspondiente al caso de un motor asíncrono trifásico que funciona alimentado a tensión nominal y tiene pérdidas mecánicas despreciables.

Ensayo de vacío

Este ensayo consiste en alimentar el motor y dejar que su eje gire libremente, es decir, con carga mecánica externa nula.

En estas condiciones, el eje alcanza una velocidad muy cercana a la de sincronismo, por lo que, a efectos prácticos, se puede considerar que el deslizamiento es nulo ($s = 0$) y que el circuito monofásico equivalente del ensayo es el representado en la Figura 7.26.

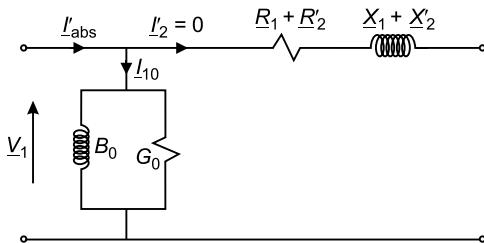


FIGURA 7.26. Circuito monofásico equivalente del ensayo de vacío.

Las medidas que se toman en el ensayo son:

- Tensión de alimentación entre fases, generalmente la nominal ($U_0 = U_{1N}$)
- Intensidad absorbida (I_{10})
- Potencia consumida total (W_0)

Estas medidas permiten calcular el factor de potencia en vacío del motor:

$$\cos \varphi_0 = \frac{W_0}{\sqrt{3} \cdot U_0 \cdot I_{10}}$$

Ensayo de cortocircuito

En este ensayo, el eje se bloquea para impedir su giro ($n_2 = 0$) y el motor se alimenta a tensión reducida.

Considerando que en estas condiciones el deslizamiento tiene valor unitario ($s = 1$) y que las pérdidas e intensidad de vacío son despreciables debido al valor reducido de la tensión, el circuito monofásico equivalente resulta ser el representado en la Figura 7.27.

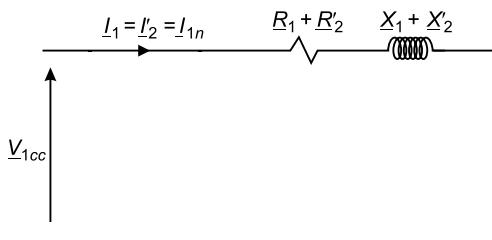


FIGURA 7.27. Circuito monofásico equivalente del ensayo de cortocircuito.

Las medidas que se toman en el ensayo son:

- Tensión de alimentación entre fases (U_{1cc}).
- Intensidad absorbida, generalmente la nominal ($I_{1cc\text{ ensayo}} = I_{1N}$).
- Potencia consumida total (W_{cc}).

Estas medidas permiten calcular el factor de potencia en cortocircuito:

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{W_{cc}}{\sqrt{3} \cdot U_{1cc} \cdot I_{1cc\text{ ensayo}}}$$

A partir de los datos de estos dos ensayos, los pasos para definir el diagrama del círculo son los siguientes:

1. Se escoge la escala de intensidades (e_I).
2. Se sitúa el punto de vacío (A) con los datos I_{10} y $\cos \varphi_0$. El ángulo se mide a partir de la vertical ya que la tensión se coloca en esta posición por convenio.
3. Se traza por el punto A una recta horizontal (AB), sobre la que se sitúa el diámetro del círculo.
4. Se refieren los datos del ensayo de cortocircuito a la tensión de funcionamiento nominal (ya que ésta es la tensión de trabajo del motor a la cual se debe referir el diagrama).

$$I_{1cc} = I_{1cc\text{ ensayo}} \cdot \frac{V_{1n}}{V_{1cc}}$$

El factor de potencia es el mismo, ya que no está influenciado por el valor de la tensión de referencia.

5. Se sitúa el punto de cortocircuito a tensión nominal o punto de arranque (H) con los datos de I_{1cc} y $\cos \varphi_{cc}$.
6. Se traza por el punto medio del segmento \overline{AH} una recta perpendicular al mismo. El corte de esta recta con la recta AB define el centro del círculo.

La construcción gráfica a partir de estos pasos es la mostrada en la Figura 7.28.

La zona correspondiente al funcionamiento de la máquina asincrónica como motor es la correspondiente al arco comprendido entre el punto H ($s = 1$, arranque) y el punto A ($s = 0$, vacío).

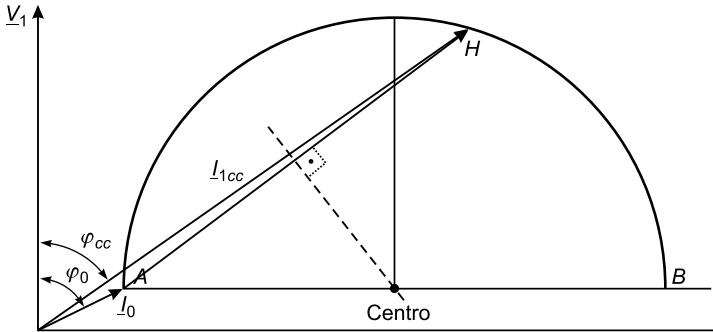


FIGURA 7.28. Construcción del diagrama del círculo.

Además, los datos proporcionados por los ensayos de vacío y cortocircuito pueden ser empleados, de manera similar a la señalada en el estudio del transformador, para calcular los parámetros del circuito monofásico equivalente del motor asíncrono.

7.4.3. Magnitudes que se pueden medir en el diagrama del círculo

Analizando la potencia absorbida en el ensayo de vacío ($s = 0$), y teniendo en cuenta la notación empleada en la Figura 7.29, se cumple que:

$$P_{1(s=0)} = P_{Fe} = 3 \cdot V_1 \cdot I_{10} \cdot \cos \varphi_0 = 3 \cdot V_1 \cdot \overline{AA'} \cdot e_I$$

Por tanto, definiendo una escala de potencias de valor:

$$e_P = 3 \cdot V_1 \cdot e_I$$

el segmento $\overline{AA'}$ representa las pérdidas en el hierro del motor ($P_{Fe} = \overline{AA'} \cdot e_P$).

De manera similar, en el punto de cortocircuito ($s = 1$) correspondiente a la situación de arranque, la potencia absorbida es:

$$P_{1(s=1)} = P_{Fe} + P_{J1} + P_{J2} = 3 \cdot V_1 \cdot I_{1cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = 3 \cdot V_1 \cdot \overline{HL} \cdot e_I = \overline{HL} \cdot e_P$$

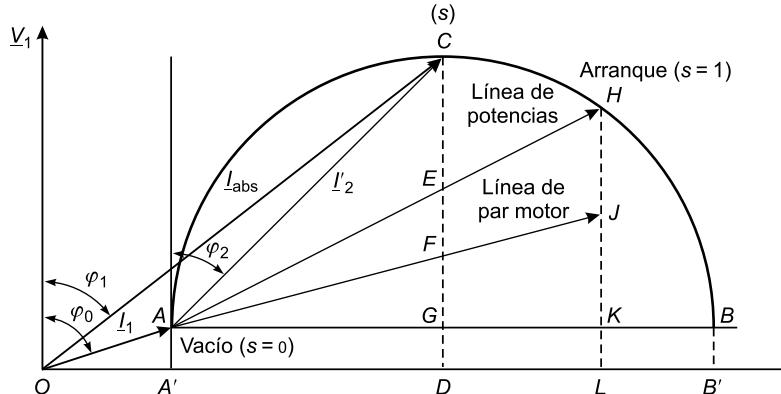


FIGURA 7.29. Representación de magnitudes en el diagrama del círculo.

La expresión anterior da lugar a las siguientes relaciones:

$$\overline{HL} \cdot e_P = (\overline{HK} + \overline{KL}) \cdot e_P = (\overline{HK} + \overline{AA'}) \cdot e_P \Rightarrow \overline{HK} \cdot e_P = P_{J1} + P_{J2}$$

Si se divide el segmento \overline{HK} en dos partes, tal que se cumpla la siguiente proporcionalidad con las resistencias de los bobinados del rotor y estator,

$$\frac{\overline{HJ}}{\overline{JK}} = \frac{R'_2}{R_1}$$

se llega a la conclusión de que las pérdidas en los bobinados del estator y rotor en el arranque están representadas por los segmentos \overline{JK} y \overline{HJ} respectivamente:

$$\begin{aligned}\overline{JK} \cdot e_P &= P_{J1} \\ \overline{HJ} \cdot e_P &= P_{J2}\end{aligned}$$

Uniendo los puntos H y J con el punto A se obtienen dos rectas que, por definir segmentos que mantienen siempre la misma relación proporcional, permiten determinar para cualquier punto de funcionamiento las pérdidas por Joule en estator y rotor.

$$\frac{\overline{EF}}{\overline{FG}} = \frac{\overline{HJ}}{\overline{JK}} = \frac{R'_2}{R_1}$$

Teniendo en cuenta todo lo anterior, para un punto de funcionamiento genérico (C), el diagrama del círculo permite definir las siguientes magnitudes.

A la escala de intensidades:

$$\begin{aligned}I_{\text{abs}} &= \overline{OC} \\ I_{10} &= \overline{OA} \\ I'_2 &= \overline{AC}\end{aligned}$$

A la escala de potencias:

$$\begin{aligned}P_1 &= \overline{CD} \\ P_{\text{Fe}} &= \overline{GD} \\ P_{J1} &= \overline{FG} \\ P_{J2} &= \overline{EF} \\ P_{12} &= P_1 - P_{\text{Fe}} - P_{J1} = \overline{CF} \\ P_{mi} &= P_{12} - P_{J2} = \overline{CE} \quad (= P_u \quad \text{si } P_R \approx 0)\end{aligned}$$

La recta \overline{AH} recibe el nombre de «línea de potencias», ya que es la base para definir la potencia mecánica interna desarrollada por el motor.

Además, teniendo en cuenta que el par desarrollado por el motor es:

$$Cm = \frac{P_{mi}}{2\pi \cdot n_2} = \frac{P_{12} \cdot (1 - s)}{2\pi \cdot n_1 \cdot (1 - s)} = \frac{P_{12}}{2\pi \cdot n_1} = \frac{e_P}{2\pi \cdot n_1} \cdot \overline{CF}$$

Definiendo la escala de par como:

$$e_C = \frac{e_P}{2\pi \cdot n_1} = \frac{3 \cdot V_1 \cdot e_I}{2\pi \cdot n_1}$$

se cumple que:

A la escala de par:

$$Cm = \overline{CF}$$

La recta \overline{AJ} recibe el nombre de «línea de par», ya que es la base para definir el par desarrollado por el motor.

Por tanto, el par desarrollado por el motor se corresponde (a la escala fijada por la velocidad de sincronismo) con la potencia transmitida del estator al rotor. Como ya se ha comentado anteriormente, cuando el par se expresa en estos términos de potencia se dice que el par viene expresado en vatios síncronos.

Teniendo en cuenta lo anteriormente citado, se puede comprobar sobre el diagrama de la Figura 7.30 como los puntos de par máximo y de potencia máxima no coinciden.

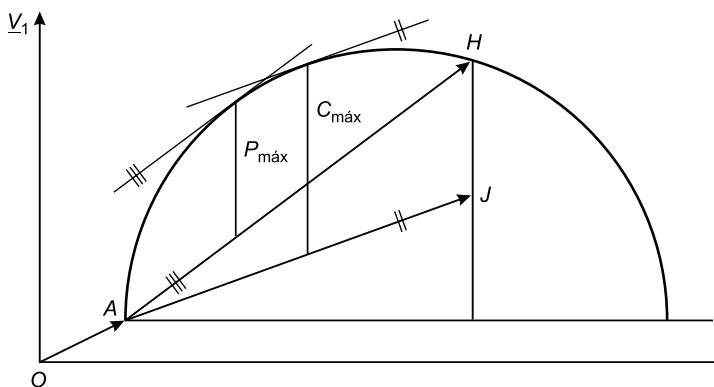


FIGURA 7.30. Par máximo y potencia máxima.

Para obtener el punto de potencia máxima del motor, se traza una tangente al círculo paralela a la línea de potencias \overline{AH} .

Para obtener el punto de par máximo del motor, se traza la tangente al círculo paralela a la línea de par \overline{AJ} . Dado que se trata de dos rectas de pendientes diferentes, se aprecia que dichos puntos no coinciden sobre el círculo (Figura 7.30).

Escala de deslizamiento

La escala de deslizamiento se construye de la forma señalada en la Figura 7.31, tal y como se describe a continuación:

1. Por el punto A se traza una recta vertical.
2. Se prolonga la línea de potencias hasta un punto genérico Z .
3. Por el punto Z se traza una recta paralela a la línea de par.
4. En el corte de esta última recta con la vertical trazada por A se fija el punto Y .

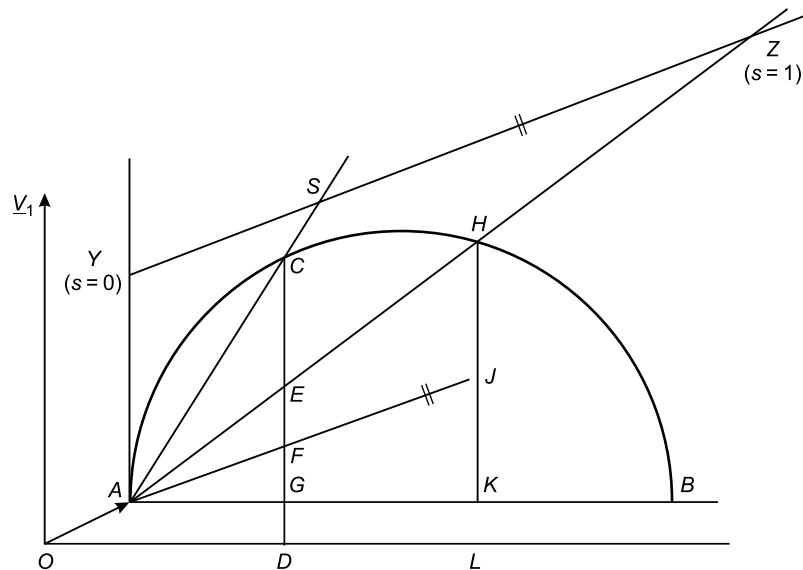


FIGURA 7.31. Escala de deslizamiento.

El deslizamiento correspondiente a un punto genérico de funcionamiento (C) es definido por el corte de la recta trazada por los puntos A y C sobre la escala \overline{YZ} (punto S).

$$s = \frac{\overline{YS}}{\overline{YZ}}$$

Como lógicamente debe ocurrir, al punto H le corresponde un deslizamiento unidad ($s = 1$) y al punto A le corresponde un deslizamiento nulo ($s = 0$).

Escala de rendimiento

La escala de rendimiento se construye de la forma señalada en la Figura 7.32, tal y como se describe a continuación:

1. Se define el punto O' en el corte de la prolongación de la línea de potencias con la horizontal por O .
2. Por el punto O' de traza una recta vertical.
3. Se escoge arbitrariamente un punto Q sobre la recta vertical.
4. Se traza una recta horizontal por el punto Q .
5. En el corte de esta última recta con la prolongación de la línea de potencias se fija el punto P .

El rendimiento correspondiente a un punto genérico de funcionamiento (C) es definido por el corte de la recta trazada por los puntos O' y C sobre la escala \overline{PQ} (punto N).

$$\eta = \frac{\overline{PN}}{\overline{PQ}}$$

El rendimiento máximo del motor puede calcularse fácilmente trazando por el punto O' la recta tangente al círculo.

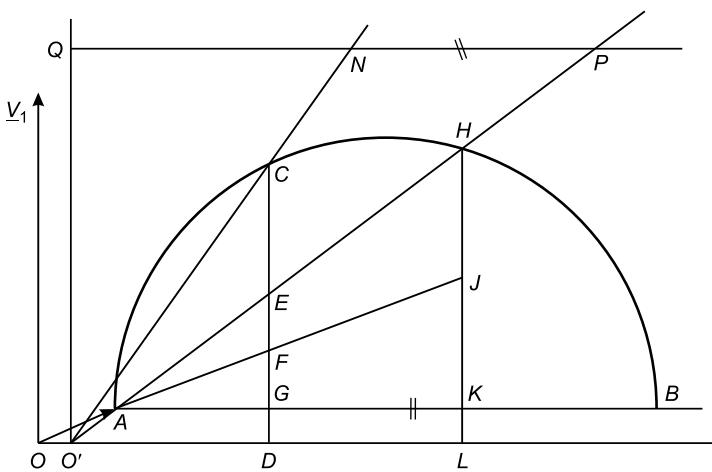


FIGURA 7.32. Escala de rendimiento.

Por tanto, empleando las escalas adecuadas, sobre el diagrama del círculo se puede medir y analizar la evolución de todas las magnitudes asociadas al funcionamiento del motor asíncrono: intensidades, ángulos de fase, potencias, par, deslizamiento y rendimiento.

7.4.4. Curvas características del motor asíncrono trifásico

El comportamiento en régimen permanente de una máquina eléctrica queda reflejado por sus curvas características. Las curvas características de funcionamiento del motor asíncrono trifásico pueden ser obtenidas fácilmente a partir del diagrama del círculo. De su análisis se deducen las curvas características presentadas a continuación. Estas curvas han sido trazadas, en todos los casos, considerando tensión y frecuencia de alimentación constantes.

Característica de velocidad

Esta curva representa la velocidad de giro del rotor en función de la potencia útil desarrollada por la máquina. Es norma habitual que la velocidad se exprese en valor relativo respecto a la de sincronismo y la potencia en valor relativo respecto a la nominal. Por tanto, la curva es la señalada en la Figura 7.33.

$$\frac{n_2}{n_1} = f\left(\frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{nominal}}}\right) \quad ; \quad U = \text{cte} \quad ; \quad f_1 = \text{cte}$$

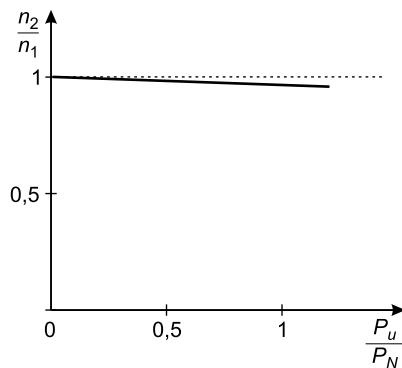


FIGURA 7.33. Característica de velocidad.

La velocidad del motor de inducción se reduce muy poco con la carga (del 2 al 5% de n_1). Por esta razón, se dice que el motor asíncrono trifásico posee una característica de velocidad dura.

Característica de consumo

Representa la intensidad absorbida de la red en función de la potencia útil (Figura 7.34). Al igual que en el caso anterior, es norma habitual que las dos magnitudes se expresen en valor relativo respecto a sus respectivos valores nominales.

$$\frac{I_1}{I_{1N}} = f\left(\frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{nominal}}}\right) \quad ; \quad U = \text{cte} \quad ; \quad f_1 = \text{cte}$$

Debido al circuito magnético, la corriente no se reduce linealmente a cero al tender P_u a cero. La corriente de vacío normalmente está comprendida entre el 25% y el 50% de la intensidad nominal.

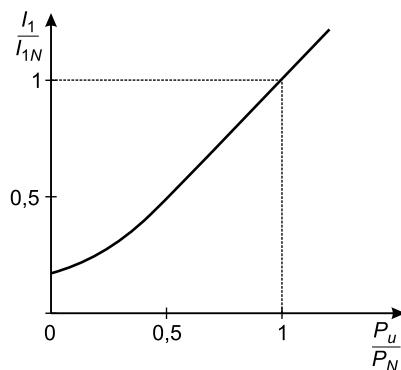


FIGURA 7.34. Característica de consumo.

Característica de factor de potencia

Esta curva característica representa el factor de potencia, presentado por el motor frente a la red, en función de la potencia útil (Figura 7.35).

$$\cos \varphi = f\left(\frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{nominal}}}\right) \quad ; \quad U = \text{cte} \quad ; \quad f_1 = \text{cte}$$

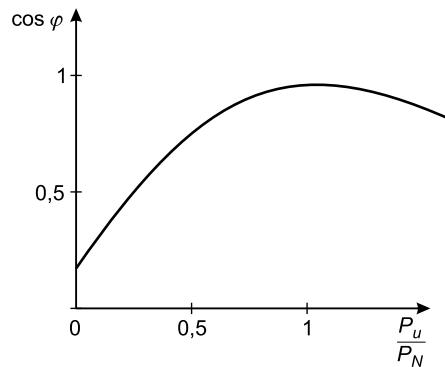


FIGURA 7.35. Característica de factor de potencia.

El factor de potencia con cargas pequeñas es bajo (en vacío $\cos \varphi \leq 0,2$), pero aumenta rápidamente al aumentar la carga, para bajar de nuevo al sobrecargarlo. Si la carga es variable y predominan los valores bajos, habrá que utilizar algún dispositivo para compensar el factor de potencia.

Característica de rendimiento

Esta característica es la representación del rendimiento en función de la potencia útil (Figura 7.36).

$$\eta = f\left(\frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{nominal}}}\right) ; \quad U = \text{cte} ; \quad f_1 = \text{cte}$$

El rendimiento aumenta rápidamente desde cero (vacío) hasta valores altos a partir de $0,2 \cdot P_N$. El máximo rendimiento se alcanza cuando las pérdidas constantes ($P_R + P_{Fe}$) se igualan con las variables ($P_{J1} + P_{J2}$), disminuyendo lentamente después.

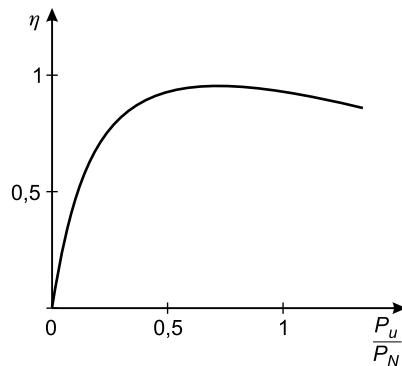


FIGURA 7.36. Característica de rendimiento.

Característica mecánica

La característica mecánica analiza la evolución del par desarrollado por el motor en función de su velocidad de giro (Figura 7.37). En este apartado no se hará mayor mención a esta curva característica debido a que ha sido estudiada en detalle con anterioridad.

$$Cm = f(n_2) ; \quad U = \text{cte} ; \quad f_1 = \text{cte}$$

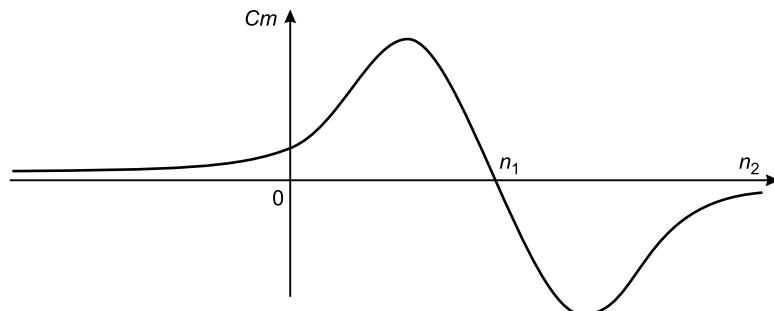


FIGURA 7.37. Característica mecánica.

7.5. Arranque del motor asíncrono trifásico

7.5.1. Introducción. Necesidad de emplear métodos de arranque

La curva par-velocidad de un motor asíncrono trifásico pone de manifiesto la existencia de un par motor de arranque. Para que el motor comience a funcionar será necesario que el par de arranque sea mayor que el par resistente presentado por la carga mecánica acoplada al eje.

Cuando se analiza el circuito equivalente se observa como en el arranque ($n_2 = 0$) el deslizamiento es la unidad ($s = 1$) y la resistencia ficticia $\left(R'_2 \frac{1 - s}{s} \right)$ es nula. Esto supone una situación equivalente a la de cortocircuito (aunque se trata de una situación pasajera ya que, a medida que aumenta la velocidad del eje, disminuye la intensidad). Esta situación pasajera de cortocircuito implica que en el motor van a circular unas altas intensidades en el momento de arranque (de 8 a 10 veces la nominal). Estas elevadas intensidades, además de implicar altas pérdidas por efecto Joule que deberán ser soportadas por el motor, pueden provocar grandes caídas de tensión en las líneas de alimentación que pueden afectar a otras cargas conectadas a la misma línea.

La normativa existente a este respecto fija los valores máximos admisibles en el arranque del motor. Por ello, es necesario emplear métodos que disminuyan la intensidad absorbida por el motor en el momento del arranque hasta valores que cumplan la normativa. En este sentido, el Reglamento Electrotécnico de Baja Tensión (RBT) establece los valores indicados en la Tabla 7.1.

Tabla 7.1. Valores máximos de la intensidad de arranque (ITC-BT-47).

| Potencia del motor | $I_{\text{arranque}}/I_{\text{nominal}}$ |
|---------------------|--|
| De 0,75 kW a 1,5 kW | 4,5 |
| De 1,5 kW a 5 kW | 3 |
| De 5 kW a 15 kW | 2 |
| De más de 15 kW | 1,5 |

Para poder disminuir la intensidad en el proceso de arranque, la mayoría de los métodos de arranque que se emplean se basan en disminuir la tensión de alimentación al motor durante dicho proceso. Esto es debido a que la intensidad de arranque es directamente proporcional a la tensión de alimentación:

$$I_{\text{arr}} = \frac{V_1}{Z_e}$$

Ahora bien, en el análisis del par del motor se comprobó que el par es función de la tensión al cuadrado:

$$Cm = f(V_1^2)$$

Por tanto, en la mayoría de los métodos de arranque, reducir la tensión implica reducciones mayores de par motor. Esto requiere especial atención ya que puede darse el caso de que el motor sea incapaz de arrancar al no poder vencer el par resistente inicial.

Así, en el momento del arranque, además de disponer de una reducida intensidad, interesa que el par motor de arranque sea lo más elevado posible ya que así se podrá arrancar el motor venciendo grandes pares resistentes. Además, cuanto mayor sea la diferencia entre el par motor de arranque y el resistente, la aceleración es mayor y se llegará antes al punto de funcionamiento a la velocidad de régimen.

El mejor método de arranque será aquel que manteniendo la intensidad de arranque dentro de los límites fijados por las normas, proporcione el mayor par motor posible. Como se comprobará posteriormente, estos dos aspectos son contradictorios en la mayoría de los métodos de arranque.

Para evaluar los métodos se utiliza el valor del par motor específico, que se define como:

$$Cm_e = \frac{\frac{Cm_{arr}}{Cm_N}}{\frac{I_{arr}}{I_N}}$$

7.5.2. Métodos de arranque para motores de jaula de ardilla

El motor de jaula de ardilla se caracteriza por ser su rotor inaccesible. Por ello los métodos de arranque en estos motores actuarán únicamente sobre el estator.

7.5.2.1. Arranque directo

En los motores de baja potencia, el RBT permite realizar el arranque directo por simple conexión a la red. En ese caso el par específico de arranque directo será:

$$Cm_{e_directo} = \frac{\frac{Cm_{arr_directo}}{Cm_N}}{\frac{I_{arr_directo}}{I_N}}$$

7.5.2.2. Arranque por medio de reactancias intercaladas entre la red y el estator

Como se ha indicado anteriormente, se puede disminuir la intensidad en el arranque mediante la disminución de la tensión de alimentación del motor. Así, si se disminuye la tensión por fase V_1 , la intensidad de arranque también disminuirá ya que en el momento del arranque se cumple que:

$$I_{arr} = \frac{V_1}{\sqrt{(R_1 + R'_2)^2 + (X_1 + X'_2)^2}}$$

En el presente método de arranque, mediante unas bobinas o reactancias intercaladas entre el estator y la red, se pasa de una tensión de alimentación V_1 por fase en la red a una tensión $K \cdot V_1$ (*siendo* $0 < K < 1$) a la entrada del motor, es decir, se reduce la tensión V_1 en la proporción K , con lo que en el motor la intensidad absorbida disminuirá también en la proporción K :

$$I_{arr_reactancias} = K \cdot I_{arr_directo}$$

El esquema de este tipo de arranque es el mostrado en la Figura 7.38.

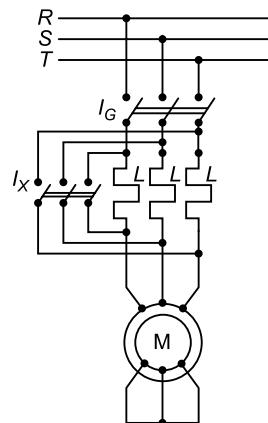


FIGURA 7.38. Arranque con inserción de reactancias.

En el momento de arranque se abre el interruptor I_X y se cierra el I_G . Después del arranque se cierra I_X . Así, la caída de tensión en la reactancia provoca en cada fase una disminución de la tensión de alimentación desde el valor V_1 hasta el valor $K \cdot V_1$. En consecuencia, si se alimenta al motor a la tensión V_1 el arranque es directo, mientras que si se emplea el método de arranque indicado, la alimentación será a una tensión menor de valor $K \cdot V_1$.

Por otra parte, dado que el par motor es proporcional a la tensión de alimentación al cuadrado, en el arranque directo el par motor es proporcional a V_1^2 , mientras que en el arranque con reactancias es proporcional a $K^2 \cdot V_1^2$. Por tanto:

$$Cm_{arr_reactancias} = K^2 \cdot Cm_{arr_directo}$$

Se observa que es un método de arranque de pobres prestaciones, ya que una disminución proporcional a K en la intensidad de arranque implica una disminución proporcional a K^2 en el par de arranque.

La principal ventaja de este método es que es un método muy sencillo.

Si se representa la curva de la evolución de la intensidad y del par motor en función del deslizamiento se obtienen las gráficas de la Figura 7.39.

En el momento del arranque, el funcionamiento del motor se caracteriza con las curvas relativas al método de arranque utilizado (*a-b*) para a continuación, una vez eliminado el método de arranque, pasar a las curvas que definen el funcionamiento del motor sin método de arranque (*c-d*).

La relación entre los pares específicos directo y con reactancias es:

$$\frac{Cm_{e_reactancias}}{Cm_{e_directo}} = \frac{\frac{Cm_{arr_reactancias}}{Cm_N}}{\frac{I_{arr_reactancias}}{I_N}} : \frac{\frac{Cm_{arr_directo}}{Cm_N}}{\frac{I_{arr_directo}}{I_N}} = \frac{\frac{Cm_{arr_reactancias}}{Cm_{arr_directo}}}{\frac{I_{arr_reactancias}}{I_{arr_directo}}} = \frac{K^2}{K} = K$$

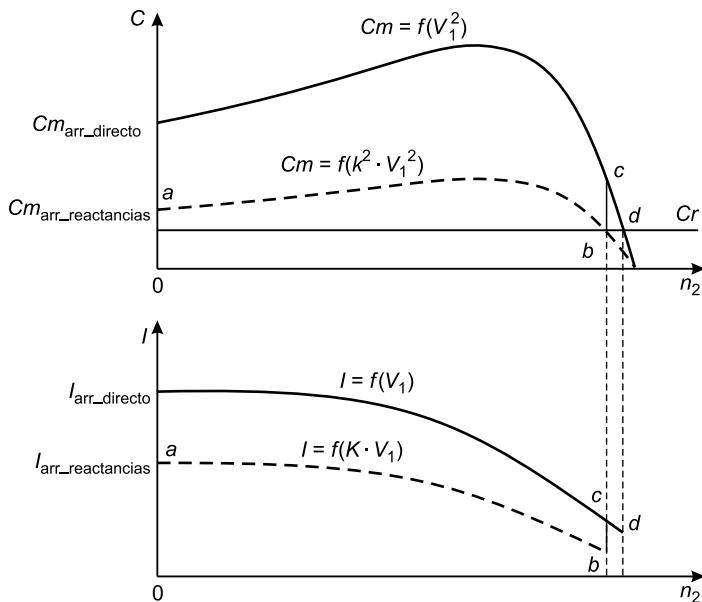


FIGURA 7.39. Evolución de la intensidad y el par en el arranque con reactancias.

El par específico de arranque con reactancias es igual a K veces el par específico de arranque directo. Teniendo en cuenta que $0 < K < 1$, el par motor específico disminuye al aplicar el método de arranque con reactancias.

7.5.2.3. Arranque estrella-tríangulo

Es habitual que los motores asíncronos trifásicos sean bitensión (230-400 V, por ejemplo). Este tipo de motores son capaces de trabajar con dos posibles tensiones entre fases. Ello se debe a que su caja de bornes proporciona acceso a los principios y finales de cada uno de los tres bobinados de fase existentes en su estator. En consecuencia, estos motores permiten realizar de forma externa una conexión en triángulo o en estrella de los bobinados del estator. Esta condición resulta imprescindible para poder aplicar el método de arranque estrella-tríangulo.

Además, en este método de arranque la tensión de la red debe ser aquella que pueda soportar el motor cuando está conectado en triángulo, dado que una vez que el motor haya sido arrancado su configuración de funcionamiento será la de conexión en triángulo. Es decir, el arranque del motor se realiza con conexión en estrella y una vez arrancado se pasa a conexión triángulo. Debido a que el motor queda trabajando en su punto de funcionamiento con conexión triángulo, el arranque estrella-tríangulo solamente puede realizarse cuando la red tenga la menor tensión de las dos posibles (230 V en el ejemplo).

Así, en el ejemplo indicado, el motor en su funcionamiento normal estará destinado a trabajar en 230 V en triángulo, por lo que el arranque directo consistiría en conectar el motor en triángulo y alimentarlo a 230 V. Sin embargo, si en el momento del arranque el motor tiene las fases del estator conectadas en estrella, los bobinados de cada fase soportarán una menor tensión (132 V) que si se conecta en triángulo, de tal manera que la intensidad de arranque será también menor.

El esquema de arranque es el mostrado en la Figura 7.40.

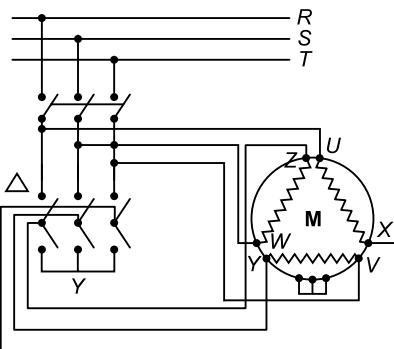


FIGURA 7.40. Arranque estrella-triángulo.

Si se arranca en triángulo (arranque directo), la tensión entre fases es la tensión que soporan cada uno de los bobinados. Por tanto:

$$V_1 = U$$

$$I_\Delta = \frac{U}{Z_{\text{fase}}} \quad I_{\text{línea-}\Delta} = \sqrt{3} \cdot I_\Delta$$

$$Cm_\Delta = f(U^2)$$

Si se arranca en estrella, el motor trabaja con $\frac{U}{\sqrt{3}}$ en cada bobinado, por lo que:

$$V_1 = \frac{U}{\sqrt{3}}$$

$$I_{\text{línea-}Y} = \frac{U}{\sqrt{3} \cdot Z_{\text{fase}}} = \frac{I_\Delta}{\sqrt{3}} \quad I_{\text{línea-}Y} = \frac{I_{\text{línea-}\Delta}}{3}$$

$$Cm_Y = f\left[\left(\frac{U}{\sqrt{3}}\right)^2\right] = \frac{Cm_\Delta}{3}$$

Al aplicar la conexión en estrella en el arranque, la intensidad de la línea es tres veces menor que la intensidad correspondiente al arranque con conexión en triángulo. Asimismo, se aprecia que el par motor disminuye en la misma proporción que la intensidad, con lo que este método de arranque es mejor que el método de arranque por reactancias en el estator.

La relación de pares motores específicos entre este método y el arranque directo es:

$$\frac{Cm_{e-Y}}{Cm_{e-\Delta}} = \frac{\frac{Cm_{arr-Y}}{Cm_{arr-\Delta}}}{\frac{I_{arr-Y}}{I_{arr-\Delta}}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = 1$$

Las curvas de funcionamiento del par motor e intensidad de línea son las que aparecen en las gráficas de la Figura 7.41.

El método es sencillo pero impone la restricción de que la intensidad solamente se puede reducir en un tercio.

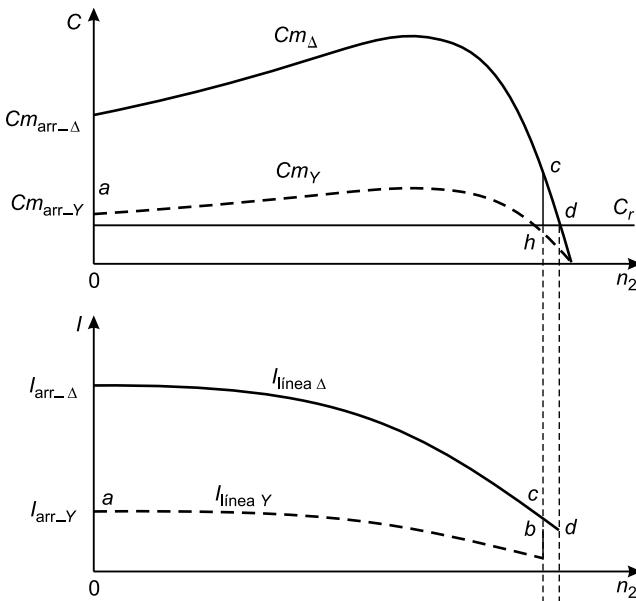


FIGURA 7.41. Evolución de la intensidad y el par en el arranque estrella-triángulo.

7.5.2.4. Arranque mediante autotransformador

Con este método de arranque se puede elegir la reducción que se desee en la intensidad. Asimismo, tal y como se comprueba a continuación, se consigue reducir el par en la misma proporción que la intensidad.

El método consiste en alimentar al motor durante el arranque desde el secundario de un autotransformador reductor (Figura 7.42), desconectando dicho autotransformador tras el arranque.

En el momento de arranque se abre el interruptor I_X y se cierra el I_G . Tras completar el periodo de arranque se cierra el interruptor I_X .

A continuación se analiza lo que ocurre con el par motor y la intensidad de línea, para lo cual se va a ver primeramente lo que ocurre con las tensiones por fase. Para ello se supone que la relación de transformación del autotransformador (a) es un valor determinado que se puede elegir libremente.

Si se realizase el arranque directo la tensión por fase sería V_1 , mientras que en el arranque con autotransformador, al tomar el motor la tensión de su secundario, la tensión por fase es $\frac{V_1}{a}$. Es decir, la tensión por fase disminuye en la proporción del valor de la relación de transformación.

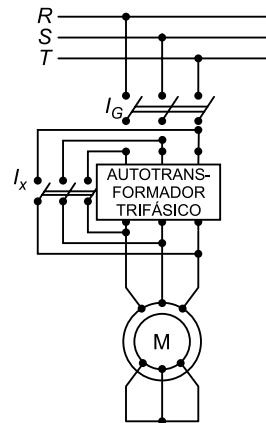


FIGURA 7.42. Arranque con autotransformador.

Esta disminución de la tensión provoca una disminución tanto en el par motor como en la intensidad de arranque:

$$Cm_{arr_auto} = f\left[\left(\frac{V_1}{a}\right)^2\right] = \frac{Cm_{arr_directo}}{a^2}$$

La intensidad del motor se reduce en la misma proporción que la tensión:

$$I_{arr_auto} = \frac{V}{Z_{motor}} = \frac{\frac{V_1}{a}}{\frac{Z_{motor}}{Z_{motor}}} = \frac{I_{arr_directo}}{a}$$

Pero esta intensidad, demandada por el motor, es la intensidad del secundario del autotransformador, mientras que lo que interesa analizar es la intensidad demandada de la línea. Así, teniendo en cuenta que la relación de intensidades existente entre el primario y el secundario del autotransformador es $1/a$, se cumple que:

$$I_{arr_auto_lnea} = \frac{I_{arr_directo}}{a^2}$$

Se observa que tanto la intensidad de línea como el par motor disminuyen en la proporción a^2 .

Por tanto, es un buen método de arranque con la ventaja añadida de que el valor de la relación de espiras (a) se puede elegir.

En cuanto a los pares motores específicos se verifica que:

$$\frac{Cm_{e_auto}}{Cm_{e_directo}} = \frac{\frac{Cm_{arr_auto}}{Cm_{arr_directo}}}{\frac{I_{arr_auto_lnea}}{I_{arr_directo}}} = \frac{\frac{1}{a^2}}{\frac{1}{a^2}} = 1$$

La evolución del par motor y la intensidad de línea en este método de arranque es la que se indica en las gráficas mostradas en la Figura 7.43.

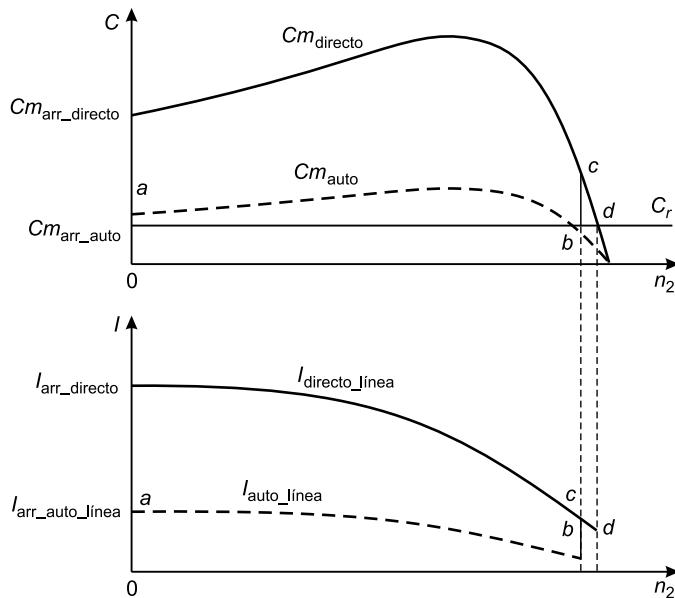


FIGURA 7.43. Evolución de la intensidad y el par en el arranque con autotransformador.

7.5.3. Métodos de arranque para motores de rotor bobinado

Para los motores de rotor bobinado se pueden emplear los mismos métodos que los empleados para los motores de jaula de ardilla. Además existe otro método más que actúa sobre el rotor y que presenta ventajas respecto de los métodos anteriores.

7.5.3.1. Arranque mediante la variación de la resistencia rotórica del motor

En este método se intercalan unas resistencias variables en serie con las resistencias de cada fase del rotor. El esquema es el mostrado en la Figura 7.44.

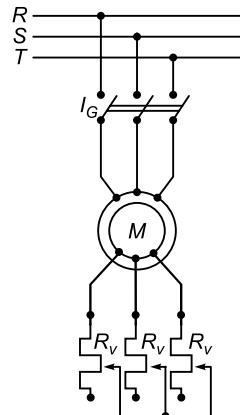


FIGURA 7.44. Arranque por variación de la resistencia rotórica.

En el momento del arranque, mediante un sistema de escobillas y anillos rozantes, a cada fase del rotor se le añade una resistencia variable R_v .

Según se justificó anteriormente, el deslizamiento al cual se produce el par motor máximo depende de la resistencia del rotor conforme a la expresión:

$$S_{C_{\max}} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_2)^2}}$$

Sin embargo, tal como también se ha visto anteriormente, el par motor máximo no depende de la resistencia del rotor.

$$Cm_{\max} \neq f(R_2)$$

Así, si para una resistencia del rotor R_2 se tiene una cierta curva del par motor en función del deslizamiento, al añadir al rotor una resistencia de valor R_v , la resistencia total del rotor será:

$$R_{2T} = R_2 + R_v \Rightarrow R'_{2T} = R'_2 + R'_v$$

Si el valor de la resistencia añadida R_v aumenta, el deslizamiento al cual se produce el par máximo aumenta, no variando dicho par máximo; esto supone que la curva de par motor se desplaza hacia la izquierda, lográndose un aumento del par de arranque, tanto mayor cuanto mayor es el valor de la resistencia R_v .

Si se varía R_v tal que:

$$R'_v = \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_2)^2} - R'_2$$

se cumplirá que en el arranque se tiene el par motor máximo.

No es conveniente añadir una resistencia en serie con el inducido que sea de mayor valor que la correspondiente al par motor máximo en el arranque. Ello es debido a que, una vez alcanzado el valor del par máximo en el arranque, un nuevo incremento de la resistencia añadida solamente trae consigo desventajas, ya que implica una disminución del par de arranque y unos valores de par muy bajos en la zona de funcionamiento como motor.

En el momento del arranque se parte de una resistencia que haga que el par de arranque adquiera un valor cercano al par máximo. Tras ello, se irá disminuyendo el valor de la resistencia variable, pasando de una curva de par a otra hasta llegar a la curva de par original correspondiente a la resistencia R_2 propia del rotor (Figura 7.45).

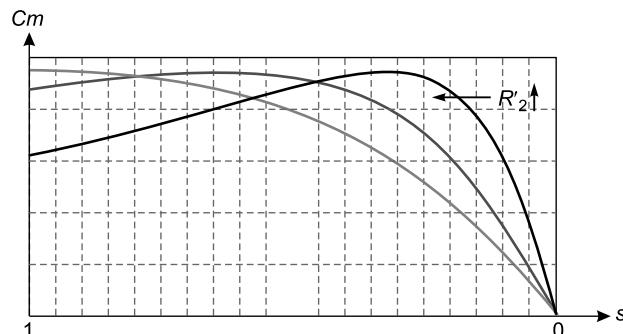


FIGURA 7.45. Evolución del par en el arranque por variación de la resistencia rotórica.

En cuanto a la intensidad absorbida por el estator, cuando se tiene la resistencia variable conectada, dicha intensidad de arranque será:

$$I_{\text{arr_res}} = \frac{V_1}{\sqrt{(R_1 + R'_{2T})^2 + (X_1 + X'_{2T})^2}}$$

Así, en el momento del arranque se dispone de una resistencia R_v alta, por lo que la intensidad disminuye frente a la situación de arranque directo sin dicha resistencia.

En consecuencia, se trata de un excelente método de arranque ya que, además de lograr una disminución de la intensidad de arranque, logra un aumento del par motor de arranque.

Si se representan simultáneamente las curvas de par motor e intensidad en función del deslizamiento, para varios valores de la resistencia añadida R_v , se tiene que la evolución tras el proceso de arranque es la mostrada en la Figura 7.46.

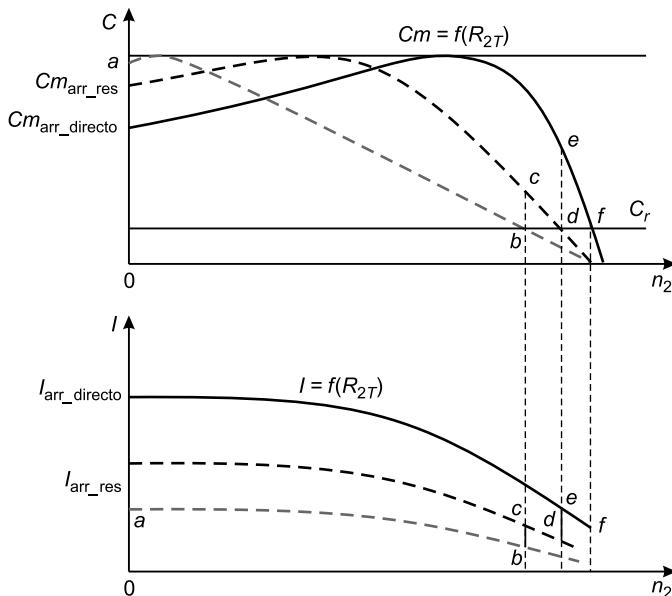


FIGURA 7.46. Evolución de la intensidad y el par en el arranque con variación de la resistencia rotórica.

7.6. Regulación de velocidad y frenado de motores asíncronos

7.6.1. Métodos de regulación de velocidad

Uno de los inconvenientes que tradicionalmente presentaban los motores asíncronos era la dificultad en la regulación de su velocidad entre unos márgenes aceptables. La evolución de la electrónica de potencia ha permitido mejorar las técnicas de control de los motores asíncronos de forma que, en la actualidad, estos motores están supplantando incluso a los motores de corriente continua, que poseen una más fácil regulación de la velocidad.

A continuación se van a presentar diversos métodos de regulación de la velocidad de motores asincrónicos. Para ello, se van a analizar los parámetros de los que depende la velocidad de giro del rotor.

Partiendo de la expresión del deslizamiento,

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

la velocidad del rotor se puede expresar como:

$$n_2 = n_1 \cdot (1 - s)$$

Se aprecia que la velocidad del rotor se puede modificar de dos formas básicas:

- Variando el deslizamiento.
- Variando la velocidad de sincronismo n_1 .

7.6.1.1. Métodos que regulan la velocidad variando el deslizamiento

Una de las formas de variar el deslizamiento consiste en variar la tensión de alimentación. Con ello, el par motor varía proporcionalmente al cuadrado de la tensión. Así, para un cierto par resistente C_r , la velocidad disminuye al disminuir la tensión (Figura 7.47).

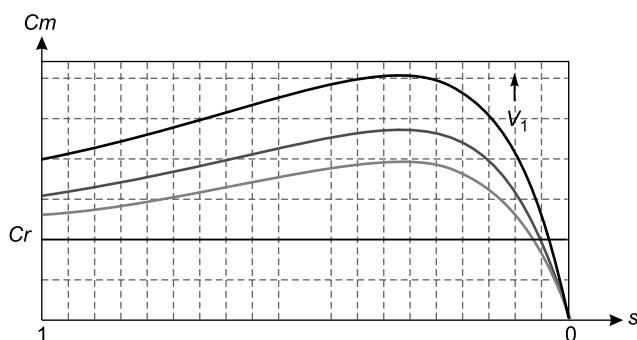


FIGURA 7.47. Regulación de velocidad por variación de la tensión de alimentación.

Otra forma de variar el deslizamiento es mediante la variación de la resistencia rotórica. Así, al aumentar la resistencia, la curva de par se desplaza hacia la izquierda y, para un determinado par resistente, la velocidad del motor disminuye (Figura 7.48).

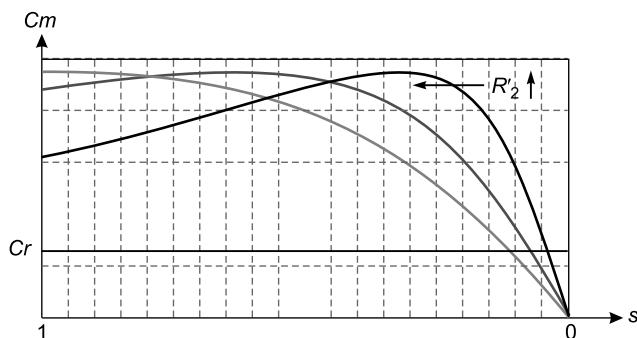


FIGURA 7.48. Regulación de velocidad por variación de la resistencia rotórica.

No obstante, se aprecia que estos métodos posibilitan solamente la variación de la velocidad dentro de un estrecho rango.

7.6.1.2. Métodos que regulan la velocidad variando la velocidad de sincronismo

La velocidad de sincronismo (n_1) se modifica al variar el número de pares de polos de la máquina o la frecuencia de la red.

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p}$$

Existen motores cuyo estator está bobinado de forma que se puede pasar de un número de polos a su mitad (por ejemplo, de 8 polos a 4). Con ello se pasa de una velocidad de sincronismo n_1 para p pares de polos, a una velocidad de sincronismo de $2 \cdot n_1$ para $p/2$ pares de polos. De esta forma se consiguen dos posibles puntos de funcionamiento para un determinado par resistente, tal y como se aprecia en la Figura 7.49. Este tipo de motor recibe el nombre de motor Dahlander o de dos velocidades.

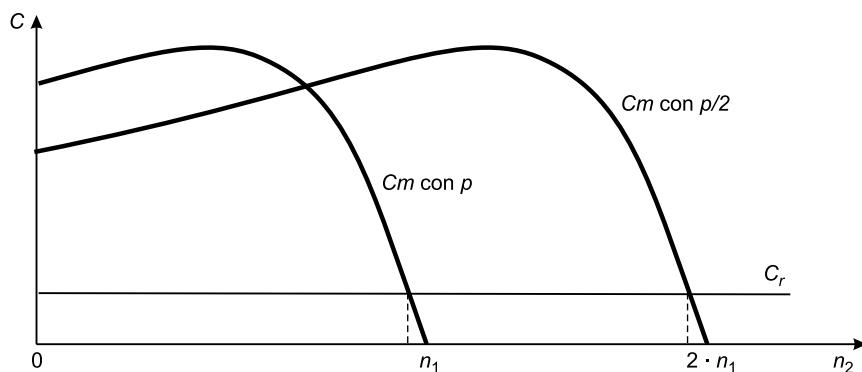


FIGURA 7.49. Regulación de velocidad por variación del número de pares de polos.

Por otra parte, si se actúa sobre la frecuencia de alimentación se puede conseguir un amplio rango de regulación de velocidades (Figura 7.50). Lo que habitualmente se hace es una rectificación de la tensión alterna de la red para pasarl a continua y, posteriormente, se mo-

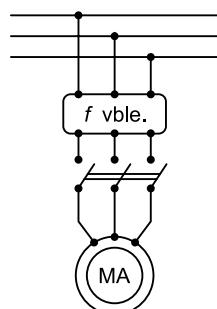


FIGURA 7.50. Variación de la frecuencia de alimentación.

dula según la necesidad a una determinada frecuencia. Esta tensión modulada a la frecuencia deseada es la que recibe el motor.

La variación de la frecuencia se hace a flujo constante para que el par máximo se mantenga constante. Esto se logra variando el valor eficaz de la tensión en la misma proporción que se varía la frecuencia.

$$\frac{V_1}{f_1} = \text{cte} \Rightarrow \Phi_0 = \text{cte}$$

ya que:

$$V_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_0 \cdot f$$

Así, para un cierto par resistente C_r , la velocidad disminuye al disminuir la frecuencia (Figura 7.51).

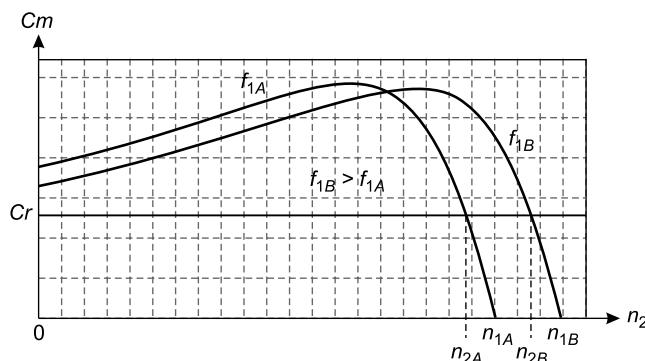


FIGURA 7.51. Regulación de velocidad por variación de la frecuencia.

7.6.2. Métodos de frenado

Cuando un motor asincrónico es desconectado de la red, se para una vez transcurrido un cierto tiempo. Ahora bien, existen situaciones en las que es necesario parar la máquina en un tiempo reducido. Para ello se aplican los denominados métodos de frenado.

Hay cuatro tipos de frenado:

- 1.^o **Frenado mecánico:** Es un frenado puramente mecánico, que no se basa en teorías eléctricas. Consiste en una zapata que roza con un tambor cuando se desconecta el motor de la red.
- 2.^o **Frenado por inversión:** Consiste en producir el frenado invirtiendo la alimentación en dos fases del estator. Con esto se consigue que el campo rotativo gire en sentido opuesto (Figura 7.52).

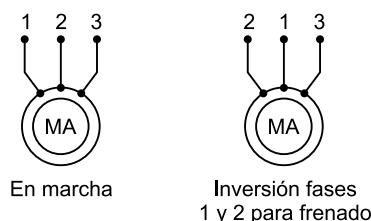


FIGURA 7.52. Frenado por inversión.

El deslizamiento de la máquina será mayor que uno por lo que la máquina actuará como freno.

$$s = \frac{n_1 - (-n_2)}{n_1} = \frac{n_1 + n_2}{n_1} > 1$$

En este tipo de frenado, se debe tomar la precaución de desconectar el motor de la red cuando la velocidad del rotor se anule, ya que en caso contrario el motor comenzaría a girar en sentido opuesto.

Asimismo, cabe indicar que se realiza una parada muy brusca del motor, por lo que solamente es recomendable como parada de emergencia, no para un uso habitual.

- 3.^º Frenado dinámico:** Consiste en desconectar el motor de la alimentación de corriente alterna y aplicar entre dos fases o entre fase y neutro del devanado del estator una alimentación de corriente continua (Figura 7.53). Con ello se consigue tener en el estator un campo magnético fijo, mientras que el rotor aún se estará moviendo todavía con una cierta velocidad n_2 .

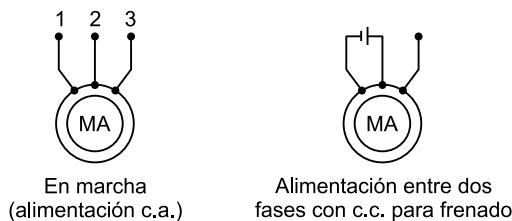


FIGURA 7.53. Frenado dinámico.

En el funcionamiento normal del motor, el campo rotativo creado por el estator gira en el mismo sentido pero con una velocidad mayor que el rotor. Sin embargo, en este tipo de frenado, al ser la velocidad del campo creado por el estator nula, la velocidad relativa del rotor respecto al campo invierte su sentido respecto a la situación de funcionamiento normal. Esto supone que aparecen fuerzas electromotrices e intensidades de polaridad opuesta a las del funcionamiento normal, lo que provocará a su vez la aparición de fuerzas y pares en sentido opuesto al original que frenarán al rotor.

Una vez que la máquina se para no va a comenzar a girar en sentido opuesto, como pasaba en el método anterior, ya que con el rotor parado no existe campo rotativo respecto de los conductores. Es un frenado más suave.

- 4.^º Frenado regenerativo:** Se trata de un método antiembalamiento más que de un método para parar la máquina. Es un frenado con respecto a la velocidad de sincronismo.

Supóngase un motor de una grúa en el que hay acoplada una carga (Figura 7.54). Si se aumenta la carga por encima del valor nominal, dicha carga vencerá a la potencia que crea el motor, con lo que la velocidad n_2 intentaría embalarse de tal manera que sobrepasaría a la velocidad de sincronismo n_1 .

Si la velocidad del rotor superase a la velocidad de sincronismo, aparecería un par motor negativo (la máquina funcionaría como generador) evitando el embalamiento de la velocidad del rotor, situándose así en una velocidad próxima, aunque

superior, a la de sincronismo. En el frenado regenerativo la máquina asíncrona funciona como generador (Figura 7.55).

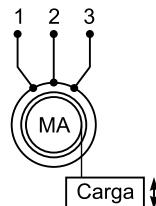


FIGURA 7.54. Frenado regenerativo.

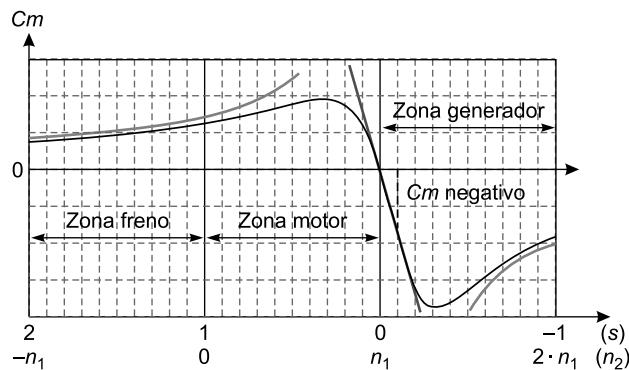


FIGURA 7.55. Frenado regenerativo: Funcionamiento como generador.

7.7. Motores asíncronos monofásicos

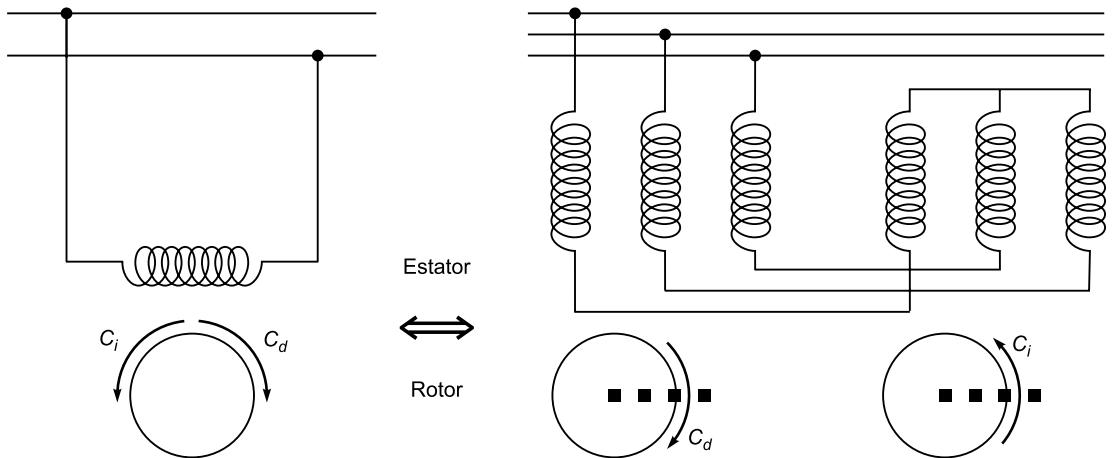
Los motores asíncronos monofásicos son aquellos que tienen un bobinado monofásico en su estator y funcionan conectados a una red monofásica activa. Su rotor es, salvo excepciones, del tipo jaula de ardilla. Generalmente su fabricación se restringe a motores de poca potencia y su principal campo de aplicación es el ámbito doméstico (ventiladores, lavadoras, etc.).

7.7.1. Fundamentos del motor asíncrono monofásico

La intensidad alterna monofásica que circula por el bobinado estatórico crea, según el teorema de Leblanc, dos campos rotativos de igual amplitud que giran con velocidades iguales en sentidos opuestos. Por tanto, el comportamiento del motor monofásico puede asimilarse al de dos motores trifásicos idénticos que funcionasen acoplados mecánicamente por su eje y tuvieran sus estatores recorridos por sistemas trifásicos de intensidades de igual valor y frecuencia, pero con distinta secuencia de sucesión de fases (Figura 7.56).

El campo rotativo directo gira con velocidad n_d (rpm) de valor:

$$n_d = \frac{60 \cdot f_1}{p}$$

**FIGURA 7.56.** Motor monofásico: teoría de los dos campos rotativos.

El campo rotativo inverso gira con velocidad n_i (rpm) de valor:

$$n_i = -\frac{60 \cdot f_1}{p} = -n_d$$

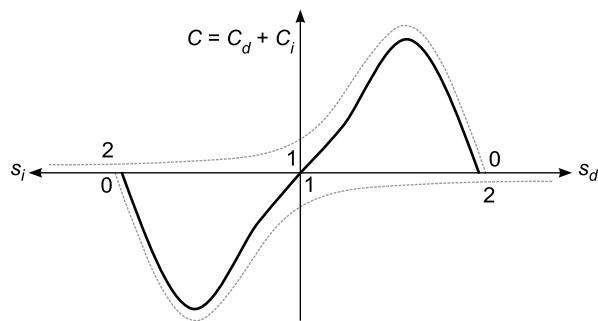
Cuando el rotor gira con velocidad n_2 en el sentido del campo rotativo directo, el deslizamiento respecto a cada campo es:

$$s_d = \frac{n_d - n_2}{n_d}$$

$$s_i = \frac{n_i - n_2}{n_i} = \frac{-n_d - n_2}{-n_d} = 2 - s_d$$

El par total desarrollado por el motor en su eje es suma del par debido al campo directo y del par debido al campo inverso (Figura 7.57).

En reposo, los pares directo e inverso son iguales y de sentido contrario. Por esta razón, el motor asíncrono monofásico tiene par de arranque nulo y necesita emplear un método de

**FIGURA 7.57.** Par motor del motor monofásico.

arranque. Una vez lanzado su eje, en uno u otro sentido, se produce un desequilibrio de pares que hace que se mantenga el giro en el sentido inicial en que haya sido lanzado el eje, así como que se incremente la velocidad hasta alcanzar el punto estable de funcionamiento.

Teniendo en cuenta la existencia de las dos componentes del par, el circuito equivalente resulta ser el representado en la Figura 7.58.

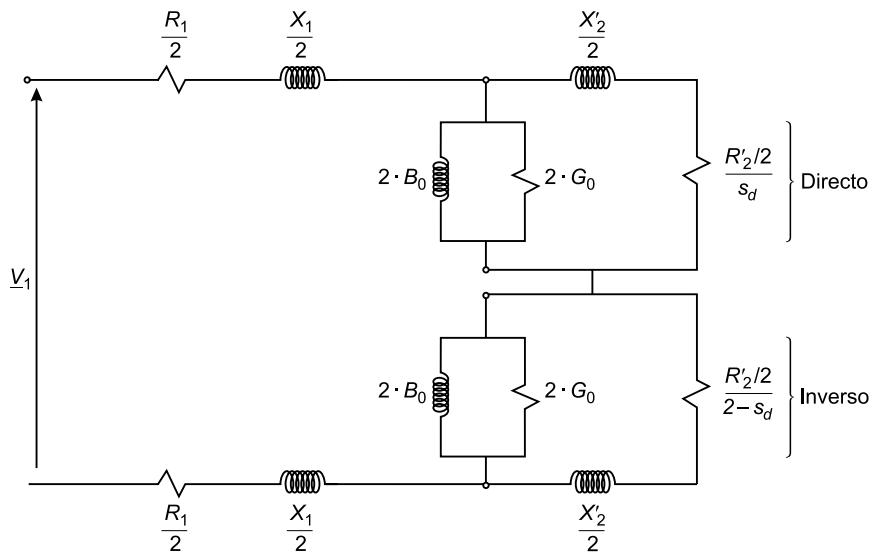


FIGURA 7.58. Circuito equivalente del motor monofásico.

7.7.2. Arranque del motor monofásico

Ante la necesidad de emplear un método de arranque, los motores asincrónicos monofásicos son fabricados con diseños constructivos que los dotan de par de arranque y que, básicamente, consisten en hacerlo arrancar como motor bifásico. Una vez que el motor ha arrancado se deja funcionando como monofásico.

Los principales tipos son:

- Motor de fase partida
- Motor de arranque por condensador
- Motor de arranque con espira de sombra

En estos motores se provoca el arranque gracias a un segundo bobinado situado en el estator, denominado bobinado auxiliar, desfasado en el espacio respecto al bobinado principal y recorrido por una intensidad desfasada en el tiempo respecto a la corriente que recorre el bobinado principal. Con esto se consigue un sistema bifásico (polifásico) que, según el teorema de Ferraris, provoca la aparición de un único campo rotativo en la máquina y la existencia de un par de arranque.

7.7.2.1. Motor de fase partida

Este motor tiene en el estator dos bobinados desfasados 90° eléctricos en el espacio. Las características de estos bobinados (Figura 7.59) son:

Bobinado principal

Ocupa las dos terceras partes de las ranuras del estator. Su impedancia equivalente es:

$$\underline{Z}_P = R_P + jX_P$$

Bobinado auxiliar

Ocupa una tercera parte de las ranuras del estator. Se conecta en serie con un interruptor centrífugo que, al alcanzar una determinada velocidad, se abre y deja fuera de servicio el bobinado auxiliar. Su impedancia equivalente es:

$$\underline{Z}_A = R_A + jX_A$$

Lo que interesa es que las impedancias equivalentes de los bobinados principal y auxiliar tengan distinto ángulo. De esta forma se consigue que las correspondientes intensidades principal y auxiliar, desfasadas entre sí, crean un campo giratorio que resulta suficiente para producir un par de arranque que permite poner en funcionamiento al motor.

En la práctica se cumple que:

$$R_P < R_A \quad \text{y} \quad X_P > X_A$$

Por esta razón:

$$\frac{X_P}{R_P} > \frac{X_A}{R_A} \Rightarrow \varphi_P > \varphi_A$$

y las intensidades principal y auxiliar tienen la posición relativa mostrada en la Figura 7.59.

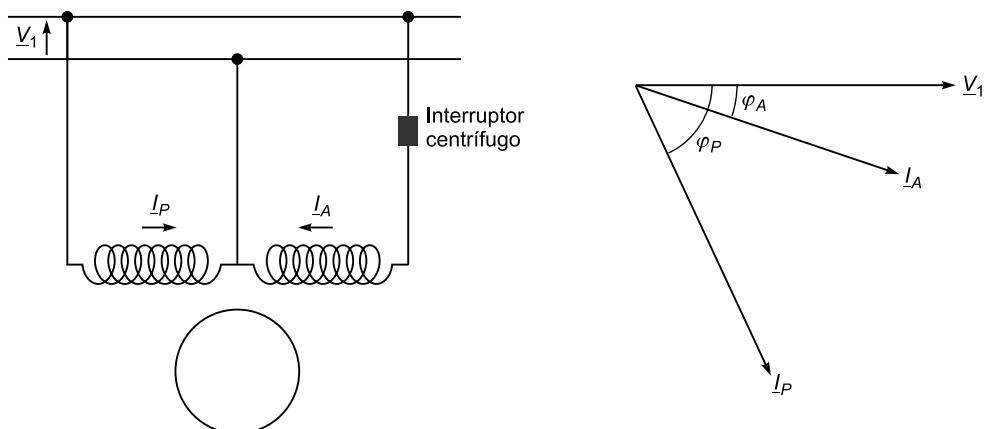
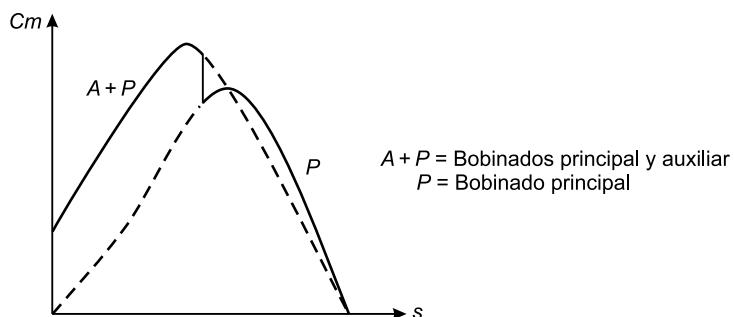


FIGURA 7.59. Motor de fase partida.

En estas condiciones, el par desarrollado por el motor es el mostrado en la Figura 7.60.

El par de arranque es suficiente para aquellas aplicaciones que no requieren un elevado valor del mismo. Cuando el motor alcanza una velocidad del orden del 75% de la velocidad de sincronismo, el interruptor centrífugo desconecta el bobinado auxiliar.



7.7.2.2. Motor de arranque por condensador

Se puede considerar que el motor de arranque por condensador es un motor de fase partida al que se ha incorporado un condensador en serie con el bobinado auxiliar (Figura 7.61).

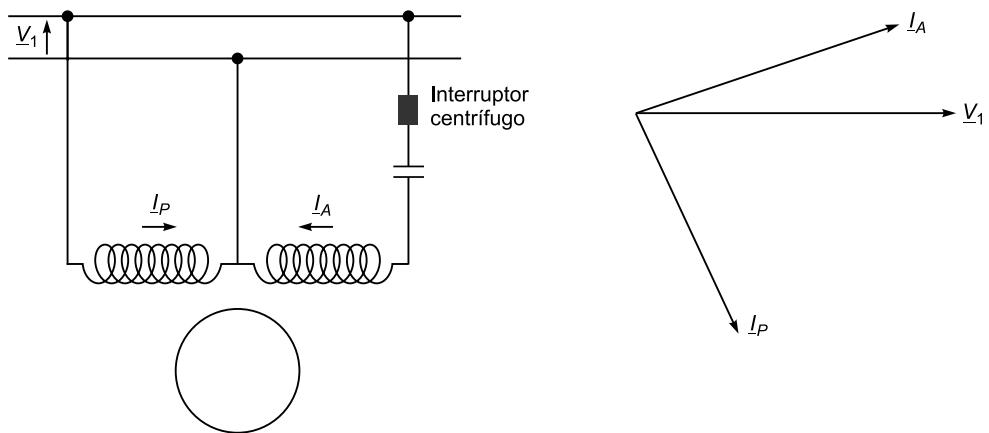


FIGURA 7.61. Motor de arranque por condensador.

El condensador introduce un desfase de prácticamente 90° entre la intensidad que recorre el bobinado auxiliar (que se adelanta respecto a la tensión) y la intensidad que recorre el bobinado principal (que va en retraso respecto a la tensión).

Al igual que en el caso anterior, en los momentos iniciales el par es creado por las intensidades que circulan por ambos bobinados. A partir de una determinada velocidad (del orden del 75% de la velocidad síncrona) el interruptor centrífugo se abre y el par pasa a ser creado solamente por el bobinado principal (Figura 7.62).

Mediante esta técnica se consiguen pares de arranque mucho más elevados que en el caso de los motores de fase partida, lo que amplía el campo de aplicación de este tipo de motores.

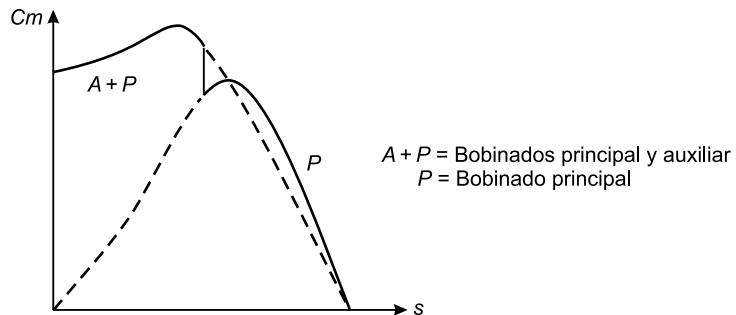


FIGURA 7.62. Par en el motor de arranque por condensador.

7.7.2.3. Motor de arranque con espira de sombra

Este tipo constructivo se emplea solamente para muy pequeñas potencias. Consta de un inductor (estator) de polos salientes conectado a una red monofásica y un rotor de tipo jaula de ardilla. Cada polo lleva un anillo de cortocircuito, denominado espira de sombra o espira de Frager, que abraza la mitad de la superficie polar y provoca un efecto similar al del bobinado auxiliar (Figura 7.63). De esta forma se consigue que se canalicen flujos distintos bajo cada mitad de la expansión polar y, con ello, dotar al motor de un pequeño par de arranque.

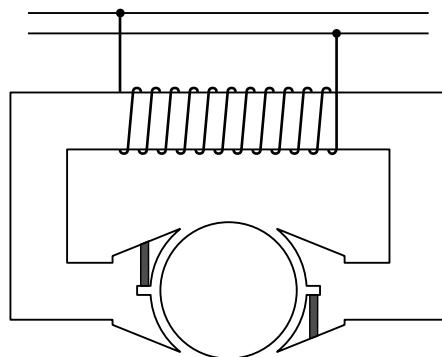


FIGURA 7.63. Motor de arranque con espira de sombra.

MÁQUINAS ASÍNCRONAS. PRUEBAS DE AUTOEVALUACIÓN TEÓRICA



CAPÍTULO

8

- 8.1. Preguntas teóricas resueltas
- 8.2. Preguntas teóricas propuestas
- 8.3. Soluciones



8.1. Preguntas teóricas resueltas

En este apartado se presentan 100 preguntas teóricas, indicando en cada caso si el enunciado es verdadero o falso con su correspondiente justificación.

- 1. Sea una máquina asíncrona conectada a una red de tensión y frecuencia constante.**
 - a) Si el rotor gira a una velocidad superior a la de sincronismo y en su mismo sentido, la máquina consume potencia reactiva de la red y proporciona potencia activa a la red.**

VERDADERO

Si el rotor gira a una velocidad superior a la de sincronismo y en su mismo sentido, el deslizamiento es negativo y la máquina se encuentra trabajando como generador. Bajo este modo de funcionamiento, la máquina asíncrona consume potencia reactiva para la generación de los campos magnéticos rotativos, proporcionando potencia activa a la red.

- b) Mientras se encuentra funcionando como motor, el factor de potencia que presenta respecto a la red es siempre inductivo.**

VERDADERO

En su funcionamiento como motor, la máquina consume potencia activa y potencia reactiva, por lo que su factor de potencia debe ser inductivo.

- 2. En los motores asíncronos de rotor de jaula de ardilla:**

- a) El número de pares de polos del estator y rotor coincide.**

VERDADERO

El número de pares de polos del rotor de jaula de ardilla se ajusta automáticamente al número de pares de polos del estator.

- b) Las intensidades que circulan por la jaula de ardilla son de corriente continua.**

FALSO

Las tensiones y corrientes del rotor son siempre de corriente alterna de frecuencia f_s .

- 3. Un motor asíncrono trifásico funciona, conectado a una red de 50 Hz, a una velocidad de rotor de 735 rpm.**

- a) Para un observador situado en el estator, la velocidad de giro del campo rotativo creado por el rotor es de 50 rps.**

FALSO

Tanto el campo rotativo del rotor como el del estator giran a la velocidad de 750 rpm (12,5 rps). Esta velocidad viene impuesta por el número de polos de la máquina y la frecuencia de las corrientes que alimentan el estator.

- b) Para un observador situado en el rotor, la velocidad de giro del campo rotativo creado por el estator es de 15 rpm.**

VERDADERO

Para un observador situado en el rotor, la velocidad del campo rotativo, tanto del rotor como del estator, se corresponde con la diferencia entre la velocidad de dichos campos rotativos y la velocidad del rotor. Es decir, $750 - 735 = 15$ rpm.

4. La velocidad de giro de un motor asíncrono de 50 Hz:

- a) Cambia de sentido cuando se permutan dos fases de la alimentación del motor.**

VERDADERO

El sentido de giro del eje es el mismo que el del campo rotativo y éste depende del orden de sucesión de fases.

- b) Es mayor cuanto mayor es la frecuencia de las corrientes del rotor.**

FALSO

Cuanto mayor es la frecuencia de las corrientes del rotor, mayor es el deslizamiento, por lo que la velocidad es menor.

$$s = \frac{f_s}{f_1} \Rightarrow \text{si } \uparrow f_s \Rightarrow s \uparrow \text{ y como } n_2 = n_1 \cdot (1 - s) \Rightarrow n_2 \downarrow$$

5. Los bornes de conexión A, B y C de un motor asíncrono trifásico se conectan, respectivamente, a las fases 1, 2 y 3 de una red de tensión y frecuencia constantes. El motor se utiliza para mover una carga que presenta un par resistente constante, y el punto de funcionamiento estable se alcanza a una velocidad de n_2 rpm.

- a) Si los bornes A, B y C del motor se hubiesen conectado, respectivamente, a las fases 3, 1 y 2 de la red, se habría alcanzado el mismo punto de funcionamiento (es decir, misma velocidad y mismo sentido de giro).**

VERDADERO

La sucesión de conexión 1, 2, 3 y la sucesión de conexión 3, 1, 2 son coincidentes. Por esta razón, con ambas conexiones el motor gira en el mismo sentido y con la misma velocidad.

- b) La frecuencia de las corrientes rotóricas en el punto de funcionamiento es independiente del orden en el que se conectan los bornes A, B y C a la red.

VERDADERO

La forma de conectar los bornes del motor a la red sólo influye en el sentido de giro. En cambio, la frecuencia de las corrientes del rotor dependen del valor de la velocidad de giro del rotor y este valor no depende del orden de conexión de las fases.

6. En un motor asíncrono trifásico de rotor bobinado:

- a) Los anillos rozantes tienen la misión de permitir introducir la corriente continua al rotor.

FALSO

Los anillos rozantes permiten añadir resistencias al rotor, no corriente continua. Además, se debe tener en cuenta que en los motores asíncronos ni se necesita ni se genera corriente continua.

- b) El número de pares de polos para el que se bobina el rotor debe coincidir con el número de pares de polos del estator.

VERDADERO

Ésta es una premisa fundamental en los motores de rotor bobinado.

7. En un motor asíncrono de rotor bobinado, de 230 V, 50 Hz, con conexión triángulo en el estator y estrella en el rotor, que tiene un 60% menos de espiras por fase en el rotor que en el estator:

- a) La tensión inducida por fase en el rotor, estando éste bloqueado, es de 92 V.

VERDADERO

Al haber un 60% menos de espiras en el rotor que en el estator se cumple que:

$$N_2 = 0,4 \cdot N_1 \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{0,4} = 2,5$$

La tensión por fase del rotor es:

$$\frac{V_1}{V_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = 2,5 \Rightarrow V_2 \approx \frac{V_1}{2,5} = \frac{230}{2,5} = 92 \text{ V}$$

- b) Cuando trabaja con un deslizamiento del 5%, la f.e.m. inducida por fase en las espiras del rotor es 4,6 V.

VERDADERO

En la situación de rotor bloqueado ($s = 1$), la f.e.m. inducida por fase en las espiras del rotor es de 92 V. Cuando el deslizamiento es del 5%, la frecuencia de las corrientes del rotor es un 5% de la frecuencia correspondiente al arranque, y por tanto la f.e.m. inducida también será un 5% de la correspondiente al arranque:

$$f_s = s \cdot f_1 \Rightarrow E_s = s \cdot E_2 = 0,05 \cdot 92 = 4,6 \text{ V}$$

8. En el circuito equivalente monofásico del motor asíncrono:

- a) La reactancia del rotor está referida a la frecuencia f_s .

FALSO

En el circuito equivalente monofásico, la reactancia del rotor X_2 está referida a la frecuencia f_1 del estator.

- b) El valor de la resistencia ficticia de carga depende de la velocidad del eje del motor.

VERDADERO

La resistencia de carga ficticia depende del deslizamiento s , y éste depende de la velocidad de giro del rotor n_2 .

$$R_c = R'_2 \frac{(1 - s)}{s} \quad \text{y} \quad s = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

9. Sean dos motores asíncronos trifásicos MA1 y MA2.

- A1 funciona acoplado a una red de 400 V y 50 Hz, moviendo una carga a 735 rpm.
 - MA2 funciona acoplado a una red de 230 V y 50 Hz, moviendo una carga a 720 rpm.
- a) Los campos rotativos de MA1 y MA2 giran a la misma velocidad absoluta.

VERDADERO

Los campos rotativos se fijan en función de los pares de polos y la frecuencia de las corrientes de alimentación de los motores. Observando las velocidades de los rotores y las frecuencias de alimentación, se comprueba que las dos máquinas tienen cuatro pares de polos y que sus campos rotativos giran a 750 rpm.

- b) El rendimiento eléctrico del rotor es mayor en MA1 que en MA2.

VERDADERO

Como el rendimiento eléctrico del rotor es mayor cuanto menor es el deslizamiento, el motor que tiene menor deslizamiento, el MA1, es el que tiene un rendimiento del rotor mayor.

- 10. En un motor asíncrono trifásico alimentado a tensión y frecuencia constantes:**

- a) Las pérdidas en el hierro que se producen en el rotor no dependen de la velocidad del rotor.

FALSO

Las pérdidas del hierro en el rotor dependen de las frecuencias de las corrientes que circulan por los bobinados del rotor, las cuales dependen a su vez de la velocidad del rotor según la siguiente expresión: $f_s = s \cdot f_1$.

- b) El rendimiento eléctrico del rotor sólo depende de la velocidad de giro del rotor.

VERDADERO

La expresión del rendimiento del rotor es:

$$\eta_{\text{rotor}} = 1 - s$$

- 11. En el ensayo de cortocircuito de un motor asíncrono trifásico:**

- a) Las frecuencias de las corrientes del estator y del rotor son iguales.

VERDADERO

Las frecuencias de las corrientes del rotor tienen como expresión $f_s = s \cdot f_1$. Como en el ensayo de cortocircuito $s = 1$, se cumple que $f_s = f_1$.

- b) Si se realiza a intensidad nominal, la potencia activa consumida por el motor es la nominal.

FALSO

El motor consumirá la potencia nominal cuando, alimentado a la tensión nominal, consuma la intensidad nominal. En el ensayo de cortocircuito nominal, la tensión de alimentación al motor es inferior a la tensión nominal, por lo que la potencia activa consumida por el motor es también inferior a la potencia nominal.

12. En un motor asíncrono trifásico:

- a) La frecuencia de las corrientes del inducido es nula si el rotor está bloqueado.

FALSO

Con el rotor bloqueado, el deslizamiento es igual a 1 ($s = 1$) y, por tanto, la frecuencia de las corrientes del inducido (f_s) es igual a la frecuencia de las corrientes del estator (f_1):

$$f_s = s \cdot f_1 = f_1$$

- b) Siempre que el motor aumenta su velocidad, aumenta el valor del factor de potencia que presenta frente a la red de alimentación.

FALSO

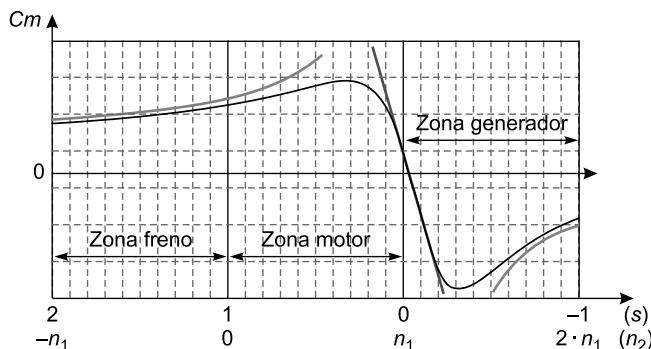
El factor de potencia aumenta al aumentar la velocidad hasta alcanzar un punto de valor máximo. A partir de este valor, el valor del factor de potencia disminuye con el aumento de la velocidad. Este aspecto se aprecia con claridad en el diagrama del círculo.

13. En una máquina asíncrona trifásica funcionando como generador:

- a) El par que desarrolla es resistente.

VERDADERO

El par motor desarrollado es negativo y, por tanto, es un par resistente, tal y como se aprecia en la Figura 8.1.

**FIGURA 8.1.**

- b) El eje gira a mayor velocidad que el campo rotativo.

VERDADERO

Tal y como se aprecia en la Figura 8.1, en el funcionamiento como generador la velocidad del rotor es mayor que la de sincronismo: $n_2 > n_1$.

- 14. Un motor asíncrono trifásico de jaula de ardilla pasa de funcionar con un deslizamiento del 2% a un deslizamiento del 4%, manteniendo constante la tensión de alimentación en módulo y frecuencia.**

- a) El par motor desarrollado ha aumentado.

VERDADERO

Trabajando en la zona estable, si se aumenta el deslizamiento, se aumenta el par motor.

- b) Las pérdidas por efecto Joule han disminuido.

FALSO

Al aumentar el deslizamiento, la intensidad absorbida por el motor aumenta y, por tanto, las pérdidas por efecto Joule también aumentan. Este efecto se puede observar con claridad en el diagrama del círculo.

- 15. Un motor asíncrono trifásico se alimenta desde una red de 230 V a 50 Hz.**

- a) El valor eficaz de la intensidad absorbida de la red disminuye a medida que aumenta la velocidad.

VERDADERO

En el momento del arranque la impedancia presentada por el motor es mínima ya que la resistencia de carga ficticia es nula. A medida que aumenta la velocidad del motor, la resistencia de carga ficticia aumenta y la intensidad que circula por el motor disminuye su valor. Este efecto también se puede apreciar en el diagrama del círculo.

- b) Si la alimentación pasa a ser de 115 V a 25 Hz, el valor máximo del par motor se reduce a la cuarta parte.

FALSO

Si se reduce el valor eficaz de la tensión a la mitad y también se reduce a la mitad la frecuencia, el valor del flujo se mantiene constante respecto a la situación inicial. Si el flujo no varía, tampoco sufrirá cambios el valor del par máximo.

- 16. Cuando se realiza el balance de potencias de un motor asíncrono:**

- a) La potencia absorbida por el motor se transmite íntegramente al rotor.

FALSO

Parte de la potencia se pierde en el circuito magnético (pérdidas en el hierro) y en los bobinados del estator (pérdidas por efecto Joule).

- b) Cuanto mayor es el deslizamiento, mayor es el cociente entre la potencia mecánica interna desarrollada y la potencia transmitida del estator al rotor.

FALSO

El cociente entre la potencia mecánica interna y la potencia transmitida del estator al rotor coincide con el valor del rendimiento del rotor. De ahí se deduce que, al aumentar el deslizamiento, disminuye dicho cociente.

$$\eta_{\text{rotor}} = \frac{P_{mi}}{P_{12}} = 1 - s$$

17. En motores asíncronos trifásicos:

- a) El par máximo se produce cuando por el motor circula la intensidad nominal.

FALSO

El punto de par máximo no coincide con el punto de funcionamiento nominal.

- b) En la zona inestable de funcionamiento, un incremento de par resistente supone un incremento de la velocidad de giro del rotor.

FALSO

Al aumentar el par resistente, la máquina responde inicialmente con una reducción de velocidad que lleva implícita a su vez una reducción del par motor, alejándolo aún más del par resistente. Este proceso se repite hasta que la velocidad del rotor se anula.

18. Analizando la curva par-deslizamiento de una máquina asíncrona:

- a) Los mayores deslizamientos positivos se dan en la zona de trabajo como freno.

VERDADERO

En la zona de trabajo como freno, la velocidad del campo rotativo y la del rotor son opuestas, por lo que los deslizamientos son mayores que la unidad.

$$s = \frac{n_1 - (-n_2)}{n_1} > 1$$

- b) Si el par motor es positivo, también lo es el deslizamiento.

VERDADERO

Esto es lo que ocurre en la zona de trabajo como motor y como freno (véase la Figura 8.1).

19. Cuando un motor asíncrono trabaja en la zona estable de funcionamiento:

- a) La velocidad permanece estable y constante aunque varíe la carga.

FALSO

Al variar la carga, se encuentra un nuevo punto de funcionamiento estable pero a velocidad diferente.

- b) El par motor permanece estable y constante aunque varíe la carga.

FALSO

El par motor varía en función del par resistente de la carga.

20. En un motor asíncrono trifásico, si se aumenta la resistencia del rotor:

- a) El motor siempre aumentará el par de arranque, con independencia del valor de la resistencia añadida.

FALSO

Si se aumenta excesivamente la resistencia, llega un momento en que el par máximo se alcanza con deslizamiento unitario. A partir de esa situación, al aumentar la resistencia del rotor, desciende el par motor de arranque.

- b) Se puede llegar a hacer desaparecer la zona de funcionamiento inestable del motor.

VERDADERO

Al aumentar la resistencia del rotor, el punto de par máximo se desplaza hacia la izquierda. Si se aumenta lo suficiente la resistencia del rotor, se puede conseguir que el par de arranque coincida con el par máximo. En esa situación sólo hay zona de funcionamiento estable.

21. Un motor asíncrono trifásico que trabaja conectado a una red de 230 V y 60 Hz, presenta un par motor máximo de 100 Nm que tiene lugar para un deslizamiento del 3%. Si la frecuencia de la red disminuye a 50 Hz, manteniéndose la tensión de alimentación en 230 V:

- a) El par motor máximo se mantiene en 100 Nm.

FALSO

Al disminuir la frecuencia, manteniendo el valor de la tensión de alimentación constante, el valor del par motor máximo aumenta, tal y como se observa en la siguiente expresión:

$$Cm_{\max} = \frac{3 \cdot V_1^2}{4\pi \cdot n_1 \cdot (R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_2)^2})}$$

- b) El deslizamiento de par motor máximo aumenta.

VERDADERO

Teniendo en cuenta la expresión del deslizamiento de par máximo, la disminución de la frecuencia provoca una disminución de la reactancia y, por consiguiente, un aumento de dicho deslizamiento.

$$s_{C_{\max}} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_2)^2}}$$

- 22. Un motor asíncrono trifásico se encuentra trabajando con un deslizamiento s y un par motor C_m cuando se alimenta con una tensión U por el estator. Si la tensión de alimentación disminuye a la mitad:**

- a) Si se mantiene el deslizamiento s , el par motor disminuye a la mitad.

FALSO

El par motor para cualquier deslizamiento es función del cuadrado de la tensión, por lo que si la tensión disminuye a la mitad, el par motor disminuye a la cuarta parte.

- b) Si se mantiene el par motor C_m , el deslizamiento se reduce a la cuarta parte.

FALSO

El deslizamiento aumenta ya que, al disminuir la tensión, el punto de funcionamiento se desplaza hacia la izquierda de la curva de par motor.

- 23. Un motor asíncrono trifásico alimentado con tensión de 230 V y 50 Hz arrastra una carga de par resistente constante. Si, por fluctuaciones de la alimentación, el valor eficaz de la tensión aumenta un 10% y el de la frecuencia aumenta un 2%:**

- a) La velocidad del eje del motor aumenta.

VERDADERO

Al aumentar la frecuencia aumenta la velocidad de sincronismo n_1 . Como la velocidad de giro es próxima a n_1 , ésta será mayor que en la situación original. Además, el aumento de la tensión también provoca un desplazamiento hacia la derecha del punto de funcionamiento en la curva de par motor.

- b) El par motor máximo que puede alcanzar el motor aumenta.

VERDADERO

Al aumentar el valor eficaz de la tensión en mayor medida que la frecuencia, el par motor máximo aumenta, tal y como se comprueba en la siguiente expresión:

$$Cm_{\max} = \frac{3 \cdot V_1^2}{4\pi \cdot n_1 \cdot (R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_2)^2})}$$

24. En un motor asincrónico trifásico, el deslizamiento aumenta:

- a) Si se aumenta la tensión de alimentación.

FALSO

Para un determinado par resistente, si se aumenta la tensión de alimentación, el nuevo punto de funcionamiento se desplaza hacia la derecha, con lo que el deslizamiento disminuye.

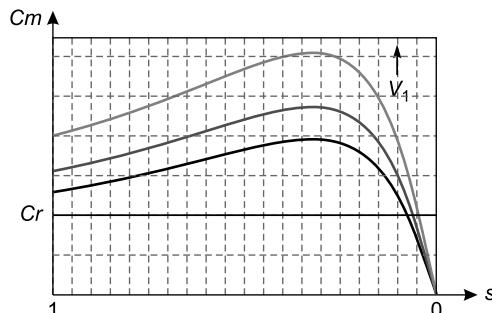


FIGURA 8.2.

- b) Si se reduce el valor de la carga mecánica que arrastra.

FALSO

Al reducir la carga mecánica, es decir, el par resistente (por ejemplo, pasar de Cr a Cr_1), el punto de funcionamiento se desplaza hacia la derecha (de B a B_1), con lo que el deslizamiento disminuye (véase la Figura 8.3).

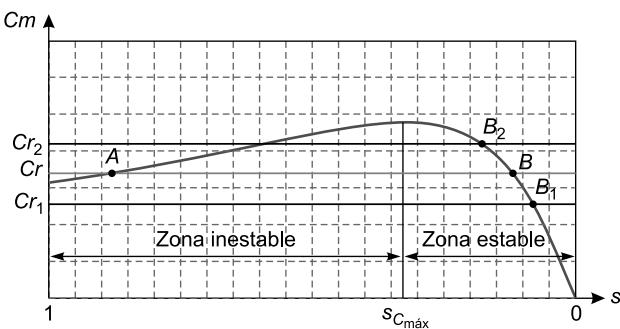


FIGURA 8.3.

25. En un motor asíncrono funcionando en carga, si aumenta el par resistente:

- a) La velocidad del eje aumenta.

FALSO

Al aumentar el par resistente C_r , el punto de funcionamiento en la curva par-velocidad se desplaza hacia la izquierda, por lo que la velocidad disminuye y el deslizamiento aumenta.

- b) La intensidad absorbida por el motor aumenta.

VERDADERO

Donde mejor se aprecia este efecto es en el diagrama del círculo. En él se observa que, trabajando el motor en la zona estable, al aumentar el par motor C_m , aumenta la intensidad absorbida. Otra forma de analizarlo es teniendo en cuenta que, como el par motor es directamente proporcional a la potencia transmitida del estator al rotor, si el par resistente C_r aumenta, debe aumentar el par motor C_m y, por tanto, la potencia transmitida del estator al rotor P_{12} . Si aumenta P_{12} es porque ha aumentado la potencia absorbida, lo cual implica un aumento de la intensidad, si se mantiene la tensión constante.

$$C_m = \frac{P_{12}}{2\pi \cdot n_1}$$

26. El diagrama del círculo de un motor asíncrono trifásico en estrella que funciona conectado a una red trifásica de 230 V a 50 Hz, se construye con una escala de 5 A/cm.

- a) La escala de potencias es 3.450 W/cm.

FALSO

La escala de potencias es:

$$e_p = 3 \cdot V_1 \cdot e_i = 3 \cdot \frac{230}{\sqrt{3}} \cdot 5 = 1.991,86 \text{ W/cm}$$

- b) Si la escala de pares es 12,68 Nm/cm, el motor tiene cuatro polos.

VERDADERO

De la expresión de la escala de pares, se despeja la velocidad de sincronismo, a partir de la cual se obtiene el número de polos del motor.

$$e_C = \frac{e_p}{2\pi \cdot n_1} \Rightarrow n_1 = \frac{e_p}{2\pi \cdot e_C} = \frac{3 \cdot V_1 \cdot e_i}{2\pi \cdot e_C} = \frac{3 \cdot \frac{230}{\sqrt{3}} \cdot 5}{2\pi \cdot 12,68} = 25 \text{ rps} = 1.500 \text{ rpm}$$

$$p \cdot n_1 = 60 \cdot f_1 \Rightarrow p = \frac{60 \cdot f_1}{n_1} = \frac{60 \cdot 50}{1.500} = 2$$

27. Si se analiza el diagrama del círculo de un motor asíncrono:

- a) La máxima potencia mecánica interna del motor se consigue cuando se obtienen las mínimas pérdidas en la máquina.

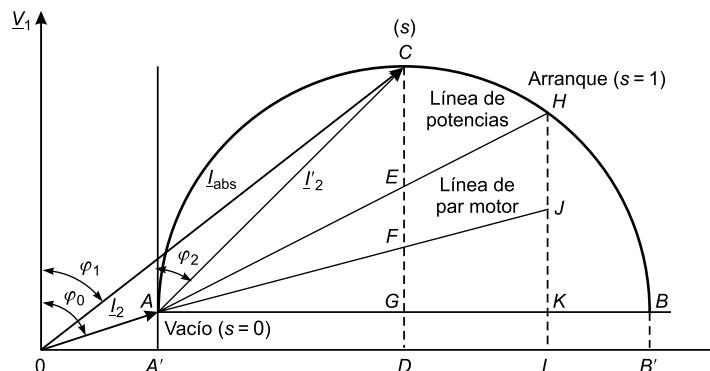
FALSO

En el punto de máxima potencia mecánica interna existe una cierta cantidad de pérdidas que no son las mínimas. Las pérdidas mínimas se obtienen en vacío.

- b) Las líneas de par y de potencia se cortan en el punto de arranque.

FALSO

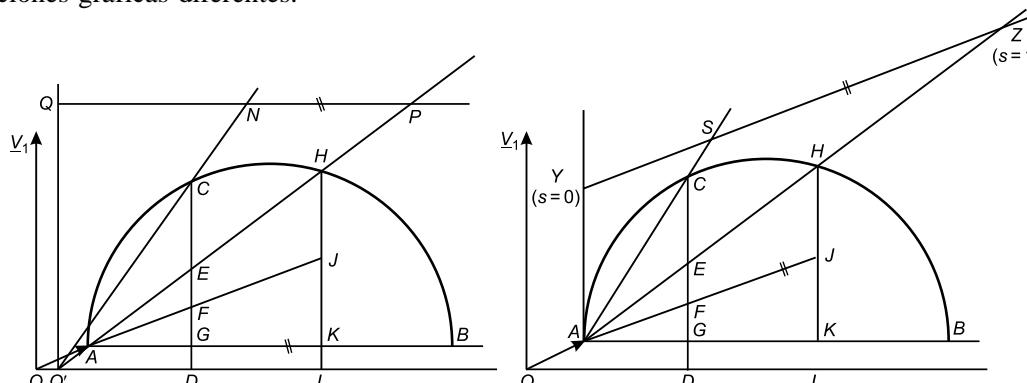
Ambas líneas se cortan en el punto de vacío.

**FIGURA 8.4.****28. En cuanto al diagrama del círculo:**

- a) El deslizamiento y el rendimiento se pueden medir sobre la misma recta.

FALSO

Estos dos parámetros se miden sobre rectas diferentes que se obtienen a partir de construcciones gráficas diferentes.

**FIGURA 8.5.**

- b) Para poder construirlo, es imprescindible realizar el ensayo de cortocircuito a la intensidad nominal.

FALSO

El ensayo de cortocircuito se puede realizar a cualquier intensidad. Sin embargo, los datos obtenidos del ensayo de cortocircuito se deben referenciar posteriormente a la tensión a la que se refiere el diagrama del círculo.

- 29. En el punto de par máximo de un motor asíncrono trifásico:**

- a) Se da la máxima potencia mecánica interna.

FALSO

En el diagrama de círculo se puede apreciar como el punto de par máximo y el de máxima potencia no coinciden (véase la Figura 8.6).

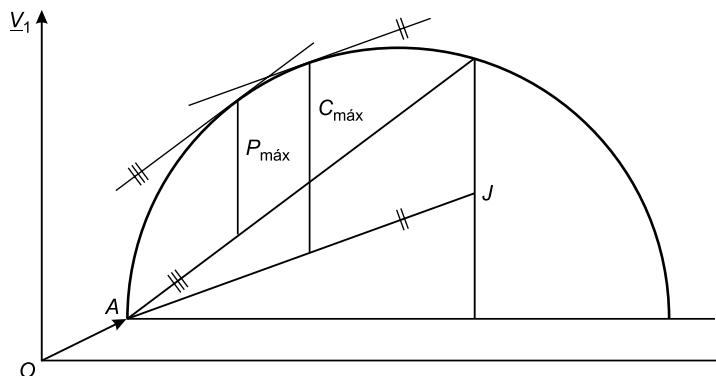


FIGURA 8.6.

- b) Despreciando el valor de la impedancia del estator, la resistencia del rotor coincide con el valor de la reactancia real del rotor.

VERDADERO

En el punto de par máximo se cumple que:

$$s_{C_{\max}} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_2)^2}} \Rightarrow \text{ si } R_1 = X_1 = 0 \Rightarrow s_{C_{\max}} = \frac{R'_2}{X'_2} = \frac{R_2}{X_2}$$

Por tanto:

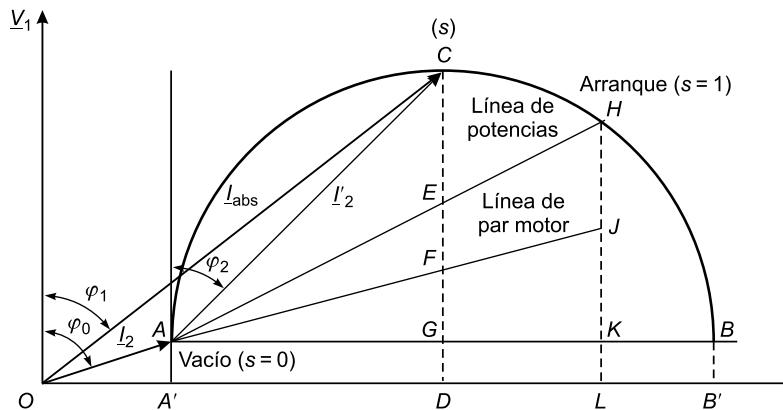
$$R_2 = s_{C_{\max}} \cdot X_2 = s_{C_{\max}} \cdot 2\pi \cdot L_2 \cdot f_1 = 2\pi \cdot L_2 \cdot f_s = X_s$$

- 30. En el diagrama del círculo de un motor asíncrono trifásico:**

- a) Es posible medir el par de arranque.

VERDADERO

El diagrama del círculo es una construcción que permite medir todos los parámetros de la máquina asincrónica. Concretamente, el par de arranque es, a la escala de pares, la distancia del segmento HJ mostrado en la Figura 8.7.

**FIGURA 8.7.**

- b) Su construcción depende de la tensión de alimentación.

VERDADERO

De hecho, el diámetro del círculo es de valor:

$$\frac{V_1}{X_1 + X'_2}$$

31. Para trazar el diagrama del círculo de un motor asincrónico:

- a) A partir de los datos del ensayo de cortocircuito, se obtiene el punto de deslizamiento unidad.

VERDADERO

El ensayo de cortocircuito se realiza con el rotor bloqueado, por lo que la velocidad de giro del rotor será nula y, por tanto, el deslizamiento será la unidad.

- b) Con los puntos obtenidos a partir de los ensayos de vacío y cortocircuito, queda definida la línea de pares del diagrama.

FALSO

Con los datos obtenidos a partir de los ensayos de vacío y cortocircuito queda definida la línea de potencias.

- 32. Un motor asíncrono trifásico conectado en triángulo se encuentra alimentado por una red de tensión y frecuencia constantes, de forma que trabaja arrastrando una carga constante de 25 Nm. Se sabe que, en estas condiciones, su par motor máximo es de 75 Nm y su par motor de arranque de 50 Nm. Si se decide conectar el motor en estrella a la misma red y en las mismas condiciones de carga:**
- Si el cambio de triángulo a estrella se hace con el motor en reposo, es necesario emplear un método de arranque para poder vencer el par resistente de la carga.**

VERDADERO

Al cambiar de triángulo a estrella, se reduce la tensión $\sqrt{3}$ veces en cada fase del estator. Con esta reducción de tensión, el par de arranque se reduce a la tercera parte, por lo que el motor no puede arrancar al ser en el momento del arranque el par resistente mayor que el par motor.

$$Cm_{arr_nuevo} = \frac{Cm_{arr}}{3} = \frac{50}{3} \text{ Nm} < 25 \text{ Nm} = Cr$$

- Si el cambio de triángulo a estrella se hace estando el motor en su punto de funcionamiento, el motor pasa a trabajar bajo condiciones de par motor máximo.**

VERDADERO

Al cambiar de triángulo a estrella, el valor del par máximo se reduce a la tercera parte, es decir, a 25 Nm. Por consiguiente, el par resistente y el par motor se igualan en el punto de par máximo.

- 33. Si se utiliza un autotransformador, de relación 400/230 V, para arrancar un motor asíncrono trifásico de jaula de ardilla:**

- La relación del par de arranque con autotransformador respecto al par de arranque directo es $1/\sqrt{3}$.**

FALSO

Si la tensión se reduce $1/\sqrt{3}$, el par se reduce $(1/\sqrt{3})^2$, es decir, $1/3$.

- La relación de intensidad de arranque con autotransformador respecto a la intensidad de arranque directo es $1/3$.**

VERDADERO

En el secundario del autotransformador la intensidad se reduce $1/\sqrt{3}$ (igual que la tensión), por lo que en el primario la reducción es de $1/3$.

34. En un motor asíncrono trifásico con posibilidad de conectarse a 400 o 230 voltios:

- a) En el arranque estrella-triángulo de este motor, la tensión de cada fase de la estrella es de 230 V.

FALSO

La tensión será $\sqrt{3}$ veces menor que la menor de las tensiones posibles, es decir, 132,8 V.

- b) Conectado a una red de 400 V, la conexión de funcionamiento del bobinado del estator debe ser en estrella.

VERDADERO

Para conectarse a la mayor de las tensiones, la conexión siempre debe ser en estrella.

35. En el arranque estrella-triángulo de un motor asíncrono trifásico de jaula de ardilla, al conectar en estrella, respecto al arranque directo en triángulo:

- a) Disminuye la corriente en el instante del arranque.

VERDADERO

Cuando se aplica este método de arranque, como se reduce la tensión de alimentación, se disminuye también la corriente en el instante de arranque.

- b) La tensión a la que se ve sometida cada fase es mayor.

FALSO

La tensión se ve reducida en un factor de $\sqrt{3}$.

36. En el momento del arranque de un motor asíncrono trifásico:

- a) La intensidad que circula por el rotor es máxima.

VERDADERO

En el momento del arranque el deslizamiento es igual a 1, con lo que la resistencia de carga ficticia es nula. Para cualquier otro deslizamiento, esta resistencia es mayor que 0 y por tanto la intensidad del motor es inferior.

- b) El factor de potencia del motor es nulo.

FALSO

Como se puede apreciar en el diagrama del círculo, en el funcionamiento de la máquina asincrónica como motor, el factor de potencia en ningún caso es nulo.

- 37. Un motor asíncrono trifásico dispone en su placa de características los valores 230/400 V. Si la red de alimentación es de 230 V:**

- a) Su régimen de funcionamiento se debe realizar con la conexión estrella.

FALSO

Cada fase del motor puede soportar 230 V, por lo que, si la red es de 230 V, debe trabajar en triángulo.

- b) En este motor se puede efectuar al arranque estrella-triángulo.

VERDADERO

Se puede realizar dicho arranque cuando el motor trabaja a la menor de las tensiones, es decir, a 230 V.

- 38. Un motor asíncrono trifásico de 132/230 V se conecta a una red de 230 V:**

- a) Se puede aplicar el método de arranque estrella-triángulo.

FALSO

Para poder aplicarse dicho método, el motor tiene que permanecer trabajando tras el arranque con la menor de las dos tensiones. Es decir, en este caso, la red debería ser de 132 V.

- b) Suponiendo una determinada conexión en el inductor, si se utiliza un autotransformador de relación 230/115 V para arrancar, la reducción del par de arranque respecto al par de arranque directo es del 50%. Es decir, ($Cm_{arr_auto}/Cm_{arr_directo} = 1/2$).

FALSO

En el arranque con autotransformador, la relación del par de arranque respecto al par de arranque directo es:

$$Cm = f(V^2) \Rightarrow \frac{Cm_{arr_auto}}{Cm_{arr_directo}} = \frac{1}{a^2} \Rightarrow a = 2 \Rightarrow \frac{Cm_{arr_auto}}{Cm_{arr_directo}} = \frac{1}{4}$$

- 39. Un motor asíncrono trifásico tiene la posibilidad de conexión estrella o triángulo. El motor se conecta en triángulo a una red trifásica equilibrada de 230 V a 50 Hz y arrastra una carga que presenta un par resistente constante. En estas condiciones, alcanza el punto estable de funcionamiento a una velocidad de 720 rpm. Si se conecta en estrella sobre la misma red para arrastrar la misma carga:**

- a) El par de arranque se reduce a la tercera parte.

VERDADERO

Al realizar el arranque con la conexión estrella, la tensión aplicada a cada fase es la tensión simple ($V = U/\sqrt{3}$), por lo que el par motor, al ser función de la tensión al cuadrado, es tres veces menor.

- b) El punto estable de funcionamiento se alcanza a 240 rpm.

FALSO

Que la tensión se reduzca en un factor de $\sqrt{3}$ veces implica que el par se reduzca en un tercio. Sin embargo, la velocidad no se ve reducida en la misma proporción, tal y como se aprecia en la Figura 8.8.

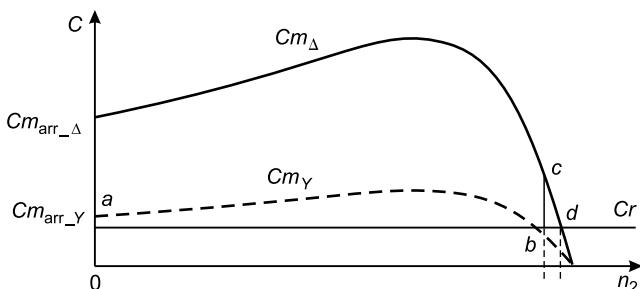


FIGURA 8.8.

40. En un motor asíncrono trifásico:

- a) En el arranque y en el ensayo de cortocircuito a intensidad nominal, las pérdidas en el hierro son las mismas.

FALSO

En el arranque, la tensión aplicada es habitualmente la nominal, mientras que en el ensayo de cortocircuito la tensión aplicada es muy inferior a la nominal. Como las pérdidas en el hierro dependen de la tensión aplicada, las pérdidas en estas dos situaciones son diferentes.

- b) Si se aplica el frenado regenerativo se puede parar por completo el rotor.

FALSO

En el frenado regenerativo se consigue que la velocidad de giro no sea muy superior a la de sincronismo, pero no se consigue para el rotor. Es un método antiembalamiento.

41. Un motor asíncrono trifásico de dos velocidades puede funcionar en conexión de ocho o cuatro pares de polos.

- a) Si se encuentra funcionando en su conexión de alta velocidad, el motor ha sido conectado para ocho pares de polos.

FALSO

Cuando se duplica el número de pares de polos p , la velocidad de sincronismo se reduce a la mitad y viceversa, ya que:

$$n_1 = \frac{60 \cdot f}{p}$$

- b) El inducido del motor es del tipo jaula de ardilla.**

VERDADERO

Al cambiar el número de pares de polos del estator, automáticamente debe cambiar el número de pares de polos del rotor. Este cambio es automático en los motores de jaula de ardilla.

- 42. En un motor asíncrono de jaula de ardilla, la velocidad de giro del rotor se puede disminuir:**

- a) Aumentando la resistencia del devanado del rotor.**

FALSO

Esto sólo es posible en el caso de un motor de rotor bobinado.

- b) Disminuyendo la frecuencia de la tensión de alimentación.**

VERDADERO

Al disminuir la frecuencia de la tensión de alimentación, la velocidad del campo rotativo se reduce y, por tanto, se reduce la velocidad de giro del rotor.

- 43. Un motor asíncrono trifásico se encuentra trabajando en la zona estable. Estando en esas condiciones, se desconecta de la red de alimentación y se hace circular corriente continua por los bobinados del estator. Este hecho implica que:**

- a) Se produce un par en el eje contrario al sentido de giro del eje.**

VERDADERO

Al alimentar con corriente continua el estator, se crea un campo magnético fijo que hace que la velocidad del rotor sea superior a la del campo rotativo del estator. Esto es justamente lo contrario a lo que ocurre en la situación de funcionamiento normal, en la que el campo del estator es de mayor velocidad. En definitiva, al introducir la corriente continua en los bobinados del estator, la velocidad relativa entre rotor y campo del estator cambia de sentido y, por lo tanto, aparece un par de sentido contrario al de funcionamiento normal.

- b) El eje acaba parándose por completo, sin necesidad de ninguna otra acción complementaria.

VERDADERO

Al aparecer el par en sentido contrario la máquina se irá parando. Cuando alcance la velocidad nula, como el campo del estator es fijo, no existirá velocidad relativa entre el rotor y el campo del estator, por lo que no provocará que el rotor gire de nuevo.

44. Si se desea frenar un motor asíncrono trifásico:

- a) Con la inversión de la conexión de dos fases de alimentación el rotor acaba parándose por completo.

FALSO

Tras realizar la inversión de la conexión de dos de las fases, para parar el rotor se deberá realizar la desconexión de la alimentación cuando su velocidad sea próxima a 0, ya que en caso contrario el rotor acabará girando en sentido inverso.

- b) En el frenado regenerativo, a la máquina se la hace funcionar con deslizamiento negativo.

VERDADERO

En este método de frenado la máquina trabaja en modo generador. Por consiguiente, el deslizamiento es negativo.

45. Respecto a los métodos de frenado de los motores asíncronos:

- a) El frenado por inversión solamente se puede realizar en los motores de jaula de ardilla.

FALSO

También es posible realizarlo en los motores de rotor bobinado, ya que se actúa sobre los devanados del estator.

- b) Al realizar el frenado dinámico, aparecerán dos campos rotativos en el estator, según el teorema de Leblanc.

FALSO

Al alimentar el estator con corriente continua, el campo magnético del estator se hace fijo, mientras por el rotor circulan corrientes alternas.

46. En un motor asíncrono trifásico:

- a) Durante el frenado regenerativo el deslizamiento es mayor que la unidad.

FALSO

En el frenado regenerativo, la máquina trabaja en la zona de generador, con lo que el deslizamiento es negativo.

- b) En el frenado por inversión de fases se obtiene diferente par de frenado en función de las dos fases elegidas para la commutación.

FALSO

Independientemente de las fases empleadas en la inversión, la curva de par es la misma.

47. En el frenado dinámico de un motor asíncrono trifásico:

- a) Se inyecta corriente continua al bobinado del rotor.

FALSO

Es al bobinado del estator al que se le inyecta corriente continua.

- b) Se produce la inversión del sentido de giro del rotor.

FALSO

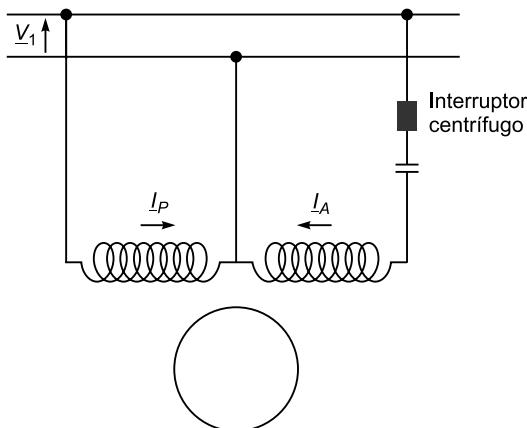
El rotor continúa girando en el mismo sentido, aunque reduciendo su velocidad hasta pararse.

48. En los motores asíncronos monofásicos con arranque por condensador:

- a) El condensador se coloca en serie con el bobinado auxiliar.

VERDADERO

Constructivamente es así como se debe conectar (Figura 8.9).

**FIGURA 8.9.**

- b) La intensidad del bobinado auxiliar se anula tras el arranque.

VERDADERO

Tras el arranque, el bobinado auxiliar se desconecta por la acción del interruptor centrífugo, por lo que su intensidad se anula.

49. En los motores asíncronos monofásicos:

- a) El motor de arranque por condensador presenta factor de potencia capacitivo en el punto de funcionamiento.

FALSO

El condensador se desconecta una vez realizado el arranque, por lo que el comportamiento del motor es inductivo.

- b) El deslizamiento respecto al campo rotativo inverso es del mismo valor absoluto y de signo contrario que el deslizamiento respecto al campo rotativo directo.

FALSO

La relación entre el deslizamiento respecto al campo rotativo directo y el deslizamiento respecto al campo rotativo inverso es:

$$s_i = 2 - s_d$$

50. En un motor asíncrono monofásico:

- a) Si funciona con un deslizamiento respecto al campo rotativo directo de 0,02, el deslizamiento respecto al campo rotativo inverso es de -0,02.

FALSO

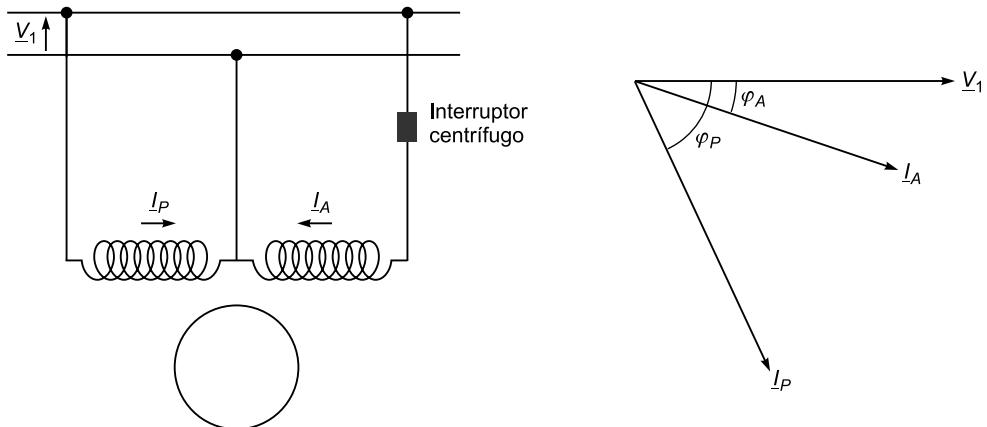
El deslizamiento inverso es:

$$s_i = 2 - s_d = 2 - 0,02 = 1,98$$

- b) Si fuera de fase partida, durante el arranque, el desfase entre las dos intensidades que circulan por el estator sería siempre menor de 90º.

VERDADERO

Tal como se puede apreciar en la Figura 8.10, el desfase es menor de 90° .

**FIGURA 8.10.**

8.2. Preguntas teóricas propuestas

En las siguientes 100 preguntas teóricas, indicar en cada caso si el enunciado es verdadero o falso.

- 51.** En una máquina asíncrona trifásica:
 - a) Si el rotor gira en sentido contrario al seguido por el campo rotativo, la máquina está funcionando como generador.
 - b) Si el rotor es del tipo jaula de ardilla, no puede funcionar como generador.
- 52.** En un motor asíncrono trifásico de 50 Hz y cinco pares de polos:
 - a) La velocidad absoluta del campo rotativo creado por el rotor es 600 rpm.
 - b) En el punto de funcionamiento, las frecuencias de las corrientes del rotor y estator son iguales.
- 53.** Al realizar el ensayo de cortocircuito de un motor asíncrono trifásico:
 - a) Las frecuencias de las corrientes del rotor son inferiores a las del estator.
 - b) Para que circule la intensidad nominal se debe aplicar la tensión nominal.
- 54.** En un motor asíncrono trifásico:
 - a) Las intensidades inducidas en el rotor tienen una frecuencia igual a la frecuencia de alimentación multiplicada por el deslizamiento.
 - b) Para un observador fijo, el campo giratorio creado por el rotor gira a la velocidad de sincronismo.

- 55.** Un motor asíncrono trifásico se puede representar por un circuito eléctrico equivalente, en el cual:
- En la situación de vacío, la carga mecánica se representa con un deslizamiento unidad.
 - La reactancia del estator es independiente del punto del funcionamiento.
- 56.** En un motor asíncrono trifásico, analizando los elementos del circuito eléctrico equivalente, resulta que:
- La reactancia del rotor depende del punto del funcionamiento.
 - En la rama de vacío se obtienen las pérdidas en el hierro del rotor.
- 57.** Dos motores asíncronos trifásicos que mueven cargas mecánicas independientes, trabajan alimentados por su inductor desde la misma red eléctrica. Sin conocer más datos, puede afirmarse que:
- La frecuencia de las intensidades estatóricas es la misma en ambos motores.
 - Los campos rotativos de ambos motores giran a la misma velocidad.
- 58.** En un motor asíncrono trifásico:
- La relación entre las pérdidas por efecto Joule del rotor y del estator no varía al variar el deslizamiento, si se desprecia la rama de vacío.
 - La intensidad que circula por su estator es de menor frecuencia que la que circula por su rotor.
- 59.** En un motor asíncrono trifásico, siempre que aumenta la velocidad de giro:
- Aumenta el valor del factor de potencia presentado por el motor.
 - Disminuyen las pérdidas por efecto Joule en el estator.
- 60.** En un motor asíncrono trifásico de rotor bobinado, se duplica la resistencia del rotor:
- Si el par de la carga permanece constante, la velocidad de giro del rotor disminuye a la mitad.
 - Despreciando la impedancia del estator, el deslizamiento para el cual se produce el par máximo se duplica.
- 61.** Un motor asíncrono trifásico tiene como características nominales: 230 V, 50 Hz y 1.440 rpm:
- El par máximo se produce para un deslizamiento del 4%.
 - En su ensayo de cortocircuito a intensidad nominal el eje debe girar a 1.440 rpm.
- 62.** En un motor asíncrono trifásico:
- Al aumentar la velocidad de giro del rotor, las pérdidas en el hierro del rotor disminuyen.
 - En el punto de par motor máximo la intensidad absorbida es la máxima.

- 63.** Un motor asíncrono trifásico arrastra una carga con un deslizamiento del 2% y desarrollando un par C_m :
- Si aumenta el par resistente, las pérdidas por efecto Joule en el estator aumentan.
 - Si disminuye el par resistente, el rendimiento eléctrico del rotor aumenta.
- 64.** Un motor asíncrono trifásico de rotor bobinado mueve una carga de par resistente constante y alcanza su punto de funcionamiento en la zona estable.
- Si se aumenta la resistencia del rotor, la velocidad de giro disminuye.
 - Si se aumenta la resistencia del rotor, el par motor desarrollado aumenta.
- 65.** Si en un motor asíncrono trifásico se aumenta la tensión de alimentación en un 10%, manteniendo la frecuencia constante:
- El par máximo se produce a mayor velocidad.
 - El par de arranque aumenta en un 21%.
- 66.** Un motor asíncrono trifásico se encuentra trabajando justamente en su punto de par máximo con un deslizamiento del 10%:
- La frecuencia de las corrientes del estator y el rotor coinciden.
 - Si se aumenta el par resistente, la máquina se para.
- 67.** El valor del par máximo de un motor asíncrono trifásico:
- Se mantiene constante al variar la tensión de alimentación si la relación V_1/f_1 permanece constante.
 - Depende del valor de la resistencia del inducido.
- 68.** El deslizamiento de un motor asíncrono trifásico, trabajando en la zona estable:
- Aumenta cuando se incrementa el par resistente.
 - Aumenta cuando disminuye la tensión de alimentación del estator.
- 69.** En un motor asíncrono trifásico de rotor de jaula de ardilla:
- El valor del par motor siempre aumenta cuando disminuye el deslizamiento.
 - Disminuye la intensidad absorbida cuando aumenta el deslizamiento.
- 70.** Un motor asíncrono trifásico de anillos rozantes alimentado a su tensión nominal arrastra una carga mecánica constante:
- Un aumento de la resistencia del rotor provoca un decremento de la velocidad del rotor.
 - Un aumento de la resistencia del rotor provoca un aumento del valor del par máximo que puede desarrollar el motor.
- 71.** Si en un motor asíncrono trifásico que arrastra una carga de par resistente constante, se disminuye el valor eficaz de la tensión:
- La velocidad de giro disminuye.
 - El deslizamiento al cual se produce el par máximo disminuye.

- 72.** En un motor asíncrono trifásico:
- a) En la zona de funcionamiento estable, el par aumenta al aumentar la velocidad del rotor.
 - b) El par máximo se da a la mínima velocidad del funcionamiento estable.
- 73.** En un motor asíncrono de jaula de ardilla, se puede conseguir que el par máximo coincida con el par de arranque:
- a) Aumentando la tensión de alimentación.
 - b) Aumentando la resistencia eléctrica del rotor mediante un reostato.
- 74.** Un motor asíncrono trifásico de rotor bobinado tiene conectada una carga de par resistente constante, de valor igual a la mitad del par motor máximo desarrollado por el motor:
- a) Si se aumenta la resistencia del rotor, en el nuevo punto de funcionamiento el par motor disminuye.
 - b) Si se disminuye la tensión de alimentación a la mitad, el motor se para.
- 75.** Si a un motor asíncrono que arrastra una carga de par constante se le disminuye la tensión de alimentación:
- a) La velocidad de giro no varía.
 - b) El par motor disminuye.
- 76.** En una máquina asíncrona trifásica:
- a) Si trabaja como generador, la velocidad del rotor es de sentido contrario a la del campo rotativo.
 - b) Si trabaja como freno, la frecuencia de las corrientes del inducido es mayor que la frecuencia de las corrientes del inductor.
- 77.** Si una máquina asíncrona trifásica:
- a) Funciona como freno, la potencia mecánica interna es negativa.
 - b) Funciona como generador, el par motor es negativo.
- 78.** En una máquina asíncrona trifásica que funciona conectada a una red de 50 Hz:
- a) Si funciona como freno, la frecuencia de las corrientes del rotor es mayor que 50 Hz.
 - b) Para funcionar como generador es necesario que la frecuencia de las corrientes del rotor sea 50 Hz.
- 79.** En una máquina asíncrona trifásica:
- a) Si la velocidad del eje tiene sentido opuesto a la del campo rotativo, la máquina trabaja como freno.
 - b) La velocidad del eje del rotor no puede ser superior a la velocidad de sincronismo.

- 80.** En un motor asíncrono trifásico:
- El par máximo se produce a la misma velocidad que a la que se produce la potencia mecánica interna máxima.
 - En el instante del arranque, la potencia mecánica interna desarrollada es nula.
- 81.** En un motor asíncrono trifásico siempre que se aumenta el deslizamiento:
- Más elevadas son las pérdidas por efecto Joule en el rotor en relación a la potencia transmitida del estator al rotor.
 - Mayor es el par motor desarrollado.
- 82.** En el diagrama del círculo de un motor asíncrono trifásico:
- El punto de arranque se obtiene mediante un ensayo de cortocircuito realizado a tensión nominal.
 - La escala de deslizamiento se sitúa sobre una recta paralela a la línea de pares.
- 83.** En el diagrama del círculo de un motor asíncrono trifásico:
- Con la escala que corresponda, la longitud que representa la potencia que se transmite del estator al rotor es la misma que la que representa el par motor.
 - El punto sobre el que se mide el par motor máximo es el mismo que aquel sobre el que se mide la potencia mecánica máxima.
- 84.** El diagrama del círculo de un motor asíncrono:
- Permite representar el comportamiento del motor para diferentes deslizamientos.
 - Permite representar el deslizamiento del motor.
- 85.** En motores asíncronos trifásicos:
- En el método de arranque por reactancias, se consigue disminuir la intensidad de arranque y el par motor de arranque en la misma proporción.
 - Despreciando la impedancia del estator, si la resistencia por fase del rotor vale $4\ \Omega$, la inductancia por fase del rotor $2/\pi\ H$ y la frecuencia de las corrientes del rotor 1 Hz, se puede afirmar que el motor está trabajando en la situación de par máximo.
- 86.** Un motor asíncrono trifásico dispone de los siguientes datos en su placa de características: 230/400 V y 4,8/2,8 A.
- Si el motor se alimenta con una red trifásica de 230 V, la corriente que circula en condiciones nominales por cada fase interna del estator del motor es de 4,8 A.
 - Si el motor se alimenta con una red trifásica de 400 V, la corriente que circula en condiciones nominales por cada fase interna del estator del motor es de 2,8 A.
- 87.** Un motor asíncrono trifásico dispone en su placa de características los valores 230/400 V. Si la red de alimentación es de 400 V:
- Su régimen de funcionamiento se debe realizar con la conexión estrella.
 - En este motor se puede efectuar al arranque estrella-triángulo.

- 88.** Un motor asíncrono trifásico mueve una carga que presenta un par resistente constante:
- Desde que se produce su arranque por conexión directa sobre la red de alimentación, la aceleración angular del rotor va disminuyendo hasta que se alcanza el punto de funcionamiento estable.
 - Si el par de arranque fuese menor que el par resistente, podría llegar a arrancarse conectándolo a la red de alimentación a través de un autotransformador reductor.
- 89.** En un motor asíncrono trifásico:
- A medida que aumenta la velocidad de giro, disminuye la frecuencia de la intensidad que circula por el inducido.
 - Para poder modificar el par de arranque, es necesario tener acceso al circuito eléctrico del inducido.
- 90.** En el arranque estrella-tríangulo de un motor asíncrono trifásico de 132/230 V:
- La tensión a la que se verá sometida cada fase del motor en el instante del arranque será de 132 V.
 - El par motor de arranque es tres veces superior al que se obtendría en un arranque directo en triángulo.
- 91.** En el arranque de un motor asíncrono trifásico, el método estrella-tríángulo:
- Se puede aplicar indistintamente a motores de rotor bobinado y a motores de jaula de ardilla.
 - El par motor y la intensidad de arranque disminuyen en la misma proporción.
- 92.** Arranque de motores asíncronos trifásicos:
- En motores de rotor bobinado puede conseguirse que el par máximo se produzca en el arranque.
 - En motores de jaula de ardilla no puede emplearse el arranque con reactancias en serie.
- 93.** Métodos de arranque de motores asíncronos trifásicos:
- Su objetivo principal es reducir el valor de la intensidad de arranque.
 - Desde el punto de vista técnico, el método de arranque con inserción de reactancias en serie con el inductor es mejor que el método de arranque con autotransformador.
- 94.** En el arranque con autotransformador de un motor asíncrono trifásico:
- La intensidad puede reducirse en mayor grado que el par, en función de la relación de transformación empleada.
 - La intensidad absorbida de la línea de alimentación es inferior a la absorbida por el motor.

- 95.** Cuando se emplea el frenado por inversión de fases de un motor asíncrono trifásico:
- Una vez realizada la inversión, el deslizamiento disminuye hasta que la máquina llega a la velocidad cero.
 - La máquina trabaja en el modo generador.
- 96.** En un motor asíncrono monofásico que arranca con un devanado auxiliar:
- El par de arranque es mayor si es de fase partida que si es de arranque por condensador.
 - La resistencia del devanado auxiliar es mayor que la del devanado principal.
- 97.** Motor asíncrono monofásico:
- En el motor de arranque con espira de sombra, la espira de sombra se desconecta cuando el motor alcanza una velocidad de giro igual al 75% de la velocidad de sincronismo.
 - En el motor de arranque por condensador no existe bobinado auxiliar.
- 98.** En un motor asíncrono monofásico que arranca con un devanado auxiliar:
- Los devanados auxiliar y principal tienen que estar conectados en serie.
 - La intensidad que circula por el devanado auxiliar está siempre adelantada respecto de la tensión de alimentación.
- 99.** En el motor asíncrono monofásico:
- Solamente es posible un sentido de giro.
 - Si el deslizamiento respecto al campo directo es del 4%, el deslizamiento respecto al campo inverso será del 96%.
- 100.** En un motor asíncrono monofásico:
- La reactancia del condensador que se coloca para el arranque debe tener mayor valor que la reactancia del devanado auxiliar.
 - La espira de sombra se coloca sólo en un polo del motor.

8.3. Soluciones

8.3.1. Preguntas teóricas resueltas

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1. a) V b) V | 2. a) V b) F | 3. a) F b) V |
| 4. a) V b) F | 5. a) V b) V | 6. a) F b) V |
| 7. a) V b) V | 8. a) F b) V | 9. a) V b) V |
| 10. a) F b) V | 11. a) V b) F | 12. a) F b) F |
| 13. a) V b) V | 14. a) V b) F | 15. a) V b) F |

- | | | | | | |
|-----------------|------|-----------------|------|-----------------|------|
| 16. a) F | b) F | 17. a) F | b) F | 18. a) V | b) V |
| 19. a) F | b) F | 20. a) F | b) V | 21. a) F | b) V |
| 22. a) F | b) F | 23. a) V | b) V | 24. a) F | b) F |
| 25. a) F | b) V | 26. a) F | b) V | 27. a) F | b) F |
| 28. a) F | b) F | 29. a) F | b) V | 30. a) V | b) V |
| 31. a) V | b) F | 32. a) V | b) V | 33. a) F | b) V |
| 34. a) F | b) V | 35. a) V | b) F | 36. a) V | b) F |
| 37. a) F | b) V | 38. a) F | b) F | 39. a) V | b) F |
| 40. a) F | b) F | 41. a) F | b) V | 42. a) F | b) V |
| 43. a) V | b) V | 44. a) F | b) V | 45. a) F | b) F |
| 46. a) F | b) F | 47. a) F | b) F | 48. a) V | b) V |
| 49. a) F | b) F | 50. a) F | b) V | | |

NOTA: Mediante la letra V están identificados aquellos enunciados que son verdaderos, mientras que con la letra F se identifican aquellos que son falsos.

8.3.2. Preguntas teóricas propuestas

- | | | | | | |
|-----------------|------|-----------------|------|-----------------|------|
| 51. a) F | b) F | 52. a) V | b) F | 53. a) F | b) F |
| 54. a) V | b) V | 55. a) F | b) V | 56. a) F | b) F |
| 57. a) V | b) F | 58. a) V | b) F | 59. a) F | b) V |
| 60. a) F | b) V | 61. a) F | b) F | 62. a) V | b) F |
| 63. a) V | b) V | 64. a) V | b) F | 65. a) F | b) V |
| 66. a) F | b) V | 67. a) V | b) F | 68. a) V | b) V |
| 69. a) F | b) F | 70. a) V | b) F | 71. a) V | b) F |
| 72. a) F | b) V | 73. a) F | b) F | 74. a) F | b) V |
| 75. a) F | b) F | 76. a) F | b) V | 77. a) V | b) V |
| 78. a) V | b) F | 79. a) V | b) F | 80. a) F | b) V |
| 81. a) V | b) F | 82. a) F | b) V | 83. a) V | b) F |
| 84. a) V | b) V | 85. a) F | b) V | 86. a) F | b) V |
| 87. a) V | b) F | 88. a) F | b) F | 89. a) V | b) F |

90. a) F b) F **91.** a) V b) V **92.** a) V b) F

93. a) V b) F **94.** a) F b) V **95.** a) V b) F

96. a) F b) V **97.** a) F b) F **98.** a) F b) F

99. a) F b) F **100.** a) V b) F

NOTA: Mediante la letra V están identificados aquellos enunciados que son verdaderos, mientras que con la letra F se identifican aquellos que son falsos.

MÁQUINAS ASÍNCRONAS. AOEVALUACIÓN DE APLICACIONES PRÁCTICAS



CAPÍTULO

9

- ◀◀◀◀
 - ▶▶▶▶
- 9.1. Ejercicios resueltos
 - 9.2. Ejercicios propuestos
 - 9.3. Soluciones

9.1. Ejercicios resueltos

EJERCICIO 1

Un motor asincrónico trifásico alimentado a 230 V y 50 Hz que arrastra un mecanismo a la velocidad de 735 rpm presenta un par resistente de 68,6 Nm. Se pide:

- Potencia útil del motor, si se suponen despreciables las pérdidas mecánicas.
- Número de polos del motor.
- Potencia transmitida del estator al rotor.
- Frecuencia de las corrientes del rotor.
- Pérdidas por efecto Joule en el rotor.
- Potencia absorbida si el rendimiento es del 85%.
- Intensidad absorbida de la línea de alimentación si el motor presenta un factor de potencia de 0,8.
- Potencia aparente del motor.

- a) Potencia útil del motor, si se suponen despreciables las pérdidas mecánicas.

Puesto que no se tienen en cuenta las pérdidas mecánicas por rozamiento y ventilación, se puede considerar que la potencia útil entregada por dicho motor es igual a la potencia mecánica interna.

$$P_u = P_{mi} - P_R = P_{mi}$$

De esta manera, para obtener la potencia útil del motor, es necesario conocer el par motor entregado por el mismo. Así, en el punto de funcionamiento, el par motor es igual al par resistente, por lo que:

$$Cm = Cr = 68,6 \text{ Nm}$$

Por tanto, la potencia útil obtenida es:

$$P_u = P_{mi} = 2\pi \cdot \frac{n_2}{60} \cdot Cm = 2\pi \cdot \frac{735}{60} \cdot 68,6 = 5.280,07 \text{ W}$$

- b) Número de polos del motor.

Una primera opción para calcular el número de polos del motor es realizar una aproximación mediante el valor de la velocidad del rotor.

$$p \approx 60 \cdot \frac{f_1}{n_2} = 60 \cdot \frac{50}{735} = 4,08 \text{ pares de polos}$$

El número de polos exacto se obtiene approximando el resultado a su valor entero inmediatamente inferior.

$$p = 4 \text{ pares de polos}$$

Una segunda opción se basa en la utilización de la fórmula general de la velocidad de sincronismo.

$$n_1 = 60 \cdot \frac{f_1}{p} = 60 \cdot \frac{50}{p} = \frac{3.000}{p}$$

Así, para una determinada frecuencia, es posible generar una tabla que asocie el número de pares de polos y la velocidad de sincronismo.

| | | | | | | |
|----------------------|-----|-------|-------|-----|-----|-----|
| p | ... | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
| n₁ | ... | 1.500 | 1.000 | 750 | 600 | ... |

El número de pares de polos buscado es aquel que hace que la velocidad de sincronismo sea superior y lo más cercana posible a la velocidad del rotor (735 rpm).

$$n_2 < n_1 \text{ y próxima} \Rightarrow n_1 = 750 \text{ rpm} \Rightarrow p = 4$$

c) Potencia transmitida del estator al rotor.

Para calcular la potencia transmitida del estator al rotor (P_{12}), es necesario calcular previamente el valor del deslizamiento y, por ende, de la velocidad de sincronismo.

$$n_1 = 60 \cdot \frac{f_1}{p} = 60 \cdot \frac{50}{4} = 750 \text{ rpm} \Rightarrow s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{750 - 735}{750} = 0,02$$

por lo que la potencia transmitida del estator al rotor es:

$$P_{12} = P_{mi} \cdot \frac{1}{1 - s} = 5.280,07 \cdot \frac{1}{1 - 0,02} = 5.387,83 \text{ W}$$

d) Frecuencia de las corrientes del rotor.

Las frecuencias de las corrientes del rotor son:

$$f_s = s \cdot f_1 = 0,02 \cdot 50 = 1 \text{ Hz}$$

e) Pérdidas por efecto Joule en el rotor.

Las pérdidas por efecto Joule en el rotor están relacionadas con la potencia mecánica interna mediante la siguiente expresión:

$$P_{J2} = P_{mi} \cdot \frac{s}{1 - s} = 5.280,07 \cdot \frac{0,02}{1 - 0,02} = 107,76 \text{ W}$$

f) Potencia absorbida si el rendimiento es del 85%.

Considerando que el rendimiento es la relación entre la potencia útil (P_u) y la potencia absorbida (P_1), se obtiene el valor de la potencia absorbida:

$$\eta = \frac{P_u}{P_1} \cdot 100 \Rightarrow P_1 = \frac{P_u}{\eta} \cdot 100 = \frac{5.280,07}{85} \cdot 100 = 6.211,85 \text{ W}$$

g) Intensidad absorbida de la línea de alimentación si el motor presenta un factor de potencia de 0,8.

Mediante la expresión de la potencia activa trifásica, se obtiene la intensidad de línea del estator.

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{6.211,85}{\sqrt{3} \cdot 230 \cdot 0,8} = 19,49 \text{ A}$$

h) Potencia aparente del motor.

Una vez obtenida la intensidad absorbida de la red, se obtiene la potencia aparente de la línea.

$$S_1 = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_1 = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 19,49 = 7.764,82 \text{ VA}$$

EJERCICIO 2

Sea un motor asincrónico trifásico conectado en estrella de 700 CV, 6.600 V entre fases, 4 polos y jaula de ardilla. En el ensayo de vacío se midió una tensión de 6.600 V, 17 A de intensidad y 10,8 kW de potencia activa. En el ensayo de cortocircuito, realizado a intensidad nominal, se midieron 1.000 V, una intensidad de 75 A y un consumo de 15,525 kW. Las pérdidas mecánicas son de 3,55 kW y se sabe que $R_1 = R'_2$ y que $X_1 = X'_2$. Se pide:

- a) Circuito equivalente.
- b) Deslizamiento a plena carga.
- c) Rendimiento a plena carga.
- d) Intensidad de arranque directo.

a) Circuito equivalente.

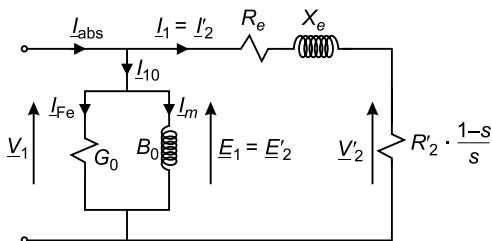


FIGURA 9.1.

El ensayo de cortocircuito del motor asincrónico, el cual se hace con la alimentación a tensión reducida y con el rotor bloqueado, permite conocer las resistencias, reactancias e impedancias de los devanados del estator y rotor. De esta manera, y considerando el circuito monofásico equivalente estrella:

$$R_e = \frac{W_{cc}/3}{I_{1cc}^2} = \frac{W_{cc}/3}{I_{1N}^2} = \frac{15.525/3}{75^2} = 0,92 \Omega \Rightarrow R_1 = R'_2 = \frac{R_e}{2} = 0,46 \Omega$$

$$Z_e = \frac{U_{1cc}/\sqrt{3}}{I_{1N}} = \frac{1.000/\sqrt{3}}{75} = 7,70 \Omega$$

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2} = 7,64 \Omega \Rightarrow X_1 = X'_2 = \frac{X_e}{2} = 3,82 \Omega$$

Por otra parte, el ensayo de vacío del motor asíncrono, el cual se hace con la alimentación a tensión nominal y sin ningún tipo de carga exterior, permite conocer la conductancia, susceptancia y admitancia de la rama de vacío. De esta manera, y considerando el circuito monofásico equivalente estrella:

$$\begin{aligned} G_0 &= \frac{W_0/3}{(U_{10}/\sqrt{3})^2} = \frac{W_0/3}{(U_{1N}/\sqrt{3})^2} = \frac{10.800/3}{(6.600/\sqrt{3})^2} = 2,479 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1} \\ Y_0 &= \frac{I_{10}}{U_{1N}/\sqrt{3}} = \frac{17}{6.600/\sqrt{3}} = 44,613 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1} \\ B_0 &= \sqrt{Y_0^2 - G_0^2} = 44,544 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1} \end{aligned}$$

b) Deslizamiento a plena carga.

Del ensayo de cortocircuito, puesto que está realizado a la carga nominal, se deduce que la intensidad nominal absorbida de la red es de 75 A. De esta manera, se pueden obtener las pérdidas por efecto Joule nominales.

Para ello, se considera el circuito monofásico equivalente simplificado del motor asíncrono (Figura 9.1), por lo que:

$$I_{1N} = I'_{2N}$$

Por tanto, las pérdidas por efecto Joule en el rotor y estator:

$$R_1 = R'_2 \Rightarrow P_{J1} = P_{J2} = 3 \cdot R'_2 \cdot I_{1N}^2 = 3 \cdot 0,46 \cdot 75^2 = 7.762,5 \text{ W}$$

Por otra parte, se ha de obtener el valor de la potencia mecánica interna (1 CV = 735,5 W):

$$P_{mi} = P_u + P_R = P_u + P_R = (700 \cdot 735,5) + 3.550 = 518,4 \text{ kW}$$

Finalmente, mediante la expresión que relaciona las pérdidas por efecto Joule en el rotor y la potencia mecánica interna, se obtiene el valor del deslizamiento.

$$P_{J2} = P_{mi} \cdot \frac{s}{1-s} \Rightarrow 7.762,5 = 518,4 \cdot 10^3 \cdot \frac{s}{1-s} \Rightarrow s = 0,01475$$

c) Rendimiento a plena carga.

Para hallar el rendimiento a plena carga, se debe calcular en primer lugar la potencia absorbida. En este caso, las pérdidas en el hierro se corresponden con la potencia medida en el ensayo de vacío nominal.

$$P_1 = P_{mi} + P_{Fe} + P_{J1} + P_{J2} = 518,4 \cdot 10^3 + 10.800 + 7.762,5 + 7.762,5 = 544,72 \text{ kW}$$

con lo que el rendimiento obtenido es:

$$\eta = \frac{P_u}{P_1} \cdot 100 = \frac{700 \cdot 735,5}{544,38 \cdot 10^3} \cdot 100 = 94,52\%$$

d) Intensidad de arranque directo.

Para obtener la intensidad de arranque directo, se va a despreciar el efecto de la rama de vacío, considerando a su vez que el motor se encuentra en una situación tal que el circuito equivalente está en cortocircuito (deslizamiento unidad).

$$I_{\text{arr}} = \frac{U_{1N}/\sqrt{3}}{Z_e} = \frac{6.600/\sqrt{3}}{7,70} = 495 \text{ A}$$

EJERCICIO 3

En un motor asíncrono trifásico de dos pares de polos, 660 V, 50 Hz y conectado en estrella se realiza el ensayo con rotor bloqueado, dando lugar a los siguientes resultados:

- Tensión: 100 V
- Intensidad: 100 A
- Potencia: 3 kW

Considerando que las pérdidas en los conductores del estator y en el rotor son iguales, que $X_1 = X'_2$ y despreciando la rama de vacío y las pérdidas mecánicas, determinar:

a) Circuito monofásico equivalente.

Si el motor funciona con un factor de potencia 0,96 en bornes de alimentación cuando se le aplica la tensión nominal, calcular:

- b) Velocidad de giro del rotor.**
- c) Rendimiento del motor.**
- d) Par motor que desarrolla.**
- e) La nueva velocidad de giro en régimen estable si el par resistente se reduce a la mitad.**

a) Circuito monofásico equivalente.

El ensayo de cortocircuito del motor asíncrono, el cual se hace con la alimentación a tensión reducida y con el rotor bloqueado, permite conocer las resistencias, reactancias e impedancias de los devanados del estator y rotor (Figura 9.1). De esta manera, y considerando el ensayo de cortocircuito monofásico equivalente estrella:

$$R_e = \frac{W_{cc}/3}{I_{1cc}^2} = \frac{3.000/3}{100^2} = 0,1 \Omega$$

Al ser las pérdidas por efecto Joule iguales en el estator y en el rotor:

$$R_1 = R'_2 = \frac{R_e}{2} = 0,05 \Omega$$

Por otra parte:

$$Z_e = \frac{U_{1cc}/\sqrt{3}}{I_{1cc}} = \frac{100/\sqrt{3}}{100} = 0,58 \Omega$$

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2} = 0,57 \Omega \Rightarrow X_1 = X'_2 = \frac{X_e}{2} = 0,28 \Omega$$

b) Velocidad de giro del rotor.

Para hallar la velocidad de giro en el punto de funcionamiento considerado en el enunciado, se debe calcular en primer lugar el deslizamiento. Para ello, partiendo del circuito monofásico equivalente simplificado (Figura 9.1) y del valor del factor de potencia:

$$\tan \varphi = \tan(\arccos(0,96)) = \frac{X_e}{R_1 + \frac{R'_2}{s}} \Rightarrow 0,29 = \frac{0,57}{0,05 + \frac{0,05}{s}}$$

Despejando el deslizamiento de dicha ecuación, y haciendo uso de la velocidad de sincronismo, se obtiene la velocidad de giro del rotor:

$$s = 0,02632$$

$$n_1 = 60 \cdot \frac{f_1}{p} = 60 \cdot \frac{50}{2} = 1.500 \text{ rpm}$$

$$n_2 = n_1(1 - s) = 1.500 \text{ rpm}$$

c) Rendimiento del motor.

Para calcular el rendimiento, es necesario obtener previamente las potencias implicadas. Para ello, se debe calcular la intensidad absorbida por el motor.

$$I_1 = \frac{U_{1N}/\sqrt{3}}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_e^2}} = \frac{660/\sqrt{3}}{\sqrt{\left(0,05 + \frac{0,05}{0,02632}\right)^2 + 0,57^2}} = 187,62 \text{ A}$$

Así, es posible obtener tanto la potencia mecánica interna como la potencia absorbida:

$$P_{mi} = 3 \cdot R'_2 \cdot \frac{1-s}{s} \cdot I_1^2 = 3 \cdot 0,05 \cdot \frac{1-0,02632}{0,02632} \cdot 187,62^2 = 195,34 \text{ kW}$$

$$P_1 = \sqrt{3} \cdot U_{1N} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 660 \cdot 187,62 \cdot 0,96 = 205,9 \text{ kW}$$

Por tanto, y considerando que las pérdidas mecánicas son despreciables, se obtiene el rendimiento de dicho motor.

$$\eta = \frac{P_u}{P_1} \cdot 100 = \frac{P_{mi} - P_R}{P_1} \cdot 100 = \frac{P_{mi}}{P_1} \cdot 100 = \frac{195,34}{205,9} \cdot 100 = 94,87\%$$

d) Par motor que desarrolla.

Conociendo la potencia mecánica interna y la velocidad del rotor, se puede conocer el par motor desarrollado.

$$Cm = \frac{P_{mi}}{2\pi \cdot \frac{n_2}{60}} = \frac{195,34 \cdot 10^3}{2\pi \cdot \frac{1.460,52}{60}} = 1.277,22 \text{ Nm}$$

e) La nueva velocidad de giro en régimen estable si el par resistente se reduce a la mitad.

Como el par resistente se ha reducido a la mitad, el par motor disminuye su valor en la misma proporción:

$$Cr_{\text{nuevo}} = \frac{Cr}{2} \Rightarrow Cm_{\text{nuevo}} = \frac{Cm}{2}$$

Puesto que el par motor se reduce a la mitad, varía tanto la potencia mecánica como la velocidad. Por ello, se ha de utilizar la expresión del par motor en la nueva situación.

$$Cm_{\text{nuevo}} = \frac{Cm}{2} = \frac{3 \cdot V_{1N}^2 \cdot R'_2}{2\pi \cdot \frac{n_1}{60} \cdot s_{\text{nuevo}} \cdot \left[\left(R_1 + \frac{R'_2}{s_{\text{nuevo}}} \right)^2 + (X_1 + X'_2)^2 \right]}$$

Así:

$$\frac{1.277,22}{2} = \frac{3 \cdot (660/\sqrt{3})^2 \cdot 0,05}{2\pi \cdot \frac{1.500}{60} \cdot s_{\text{nuevo}} \cdot \left[\left(0,05 + \frac{0,05}{s_{\text{nuevo}}} \right)^2 + (0,28 + 0,28)^2 \right]}$$

Resolviendo dicha ecuación, se obtiene el valor del nuevo deslizamiento.

$$s_{\text{nuevo}} = 0,012$$

Finalmente, se calcula la nueva velocidad del rotor.

$$n_{2\text{nuevo}} = n_1 \cdot (1 - s_{\text{nuevo}}) = 1.500 \cdot (1 - 0,012) = 1.481,99 \text{ rpm}$$

EJERCICIO 4

Un motor asíncrono trifásico tiene una potencia nominal útil en el eje de 100 kW, siendo en estas condiciones (nominales) el factor de potencia de 0,82, la velocidad del rotor 735 rpm y el rendimiento del 95%.

Si la tensión de alimentación es 3.000 V a 50 Hz, calcular:

- a) Las pérdidas en el hierro, si las pérdidas por efecto Joule en rotor y estator son iguales, y si se desprecian las pérdidas mecánicas.
- b) La intensidad consumida por el motor en estas condiciones nominales.

Por problemas en la línea de alimentación del motor, la tensión de alimentación disminuye manteniéndose el par motor; en estas condiciones el motor consume una potencia aparente de 133.333 VA, tiene un factor de potencia de 0,79 y el rendimiento es del 93%. Calcular:

- c) La nueva velocidad del motor.
- d) La potencia útil del motor en este nuevo punto de trabajo.
- e) La potencia transmitida del estator al rotor en este nuevo punto de trabajo.

- a) Las pérdidas en el hierro, si las pérdidas por efecto Joule en rotor y estator son iguales, y si se desprecian las pérdidas mecánicas.**

En primer lugar, se deben calcular la velocidad de sincronismo y el deslizamiento existente en condiciones nominales, basándose para ello en la utilización de la fórmula general de la velocidad de sincronismo.

$$n_1 = 60 \cdot \frac{f_1}{p} = 60 \cdot \frac{50}{p} = \frac{3.000}{p}$$

Así, para una determinada frecuencia, es posible generar una tabla que asocie el número de pares de polos y la velocidad de sincronismo.

| | | | | | | |
|----------------------|-----|-------|-------|-----|-----|-----|
| p | ... | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
| n₁ | ... | 1.500 | 1.000 | 750 | 600 | ... |

El número de pares de polos buscado es aquel que hace que la velocidad de sincronismo sea superior y lo más cercana posible a la velocidad del rotor (735 rpm).

$$n_2 < n_1 \text{ y próxima} \Rightarrow n_1 = 750 \text{ rpm} \Rightarrow p = 4$$

por lo que el deslizamiento resultante es:

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{750 - 735}{750} = 0,02$$

Considerando que las pérdidas mecánicas son despreciables, se obtienen las pérdidas por efecto Joule.

$$P_{J2} = P_{mi} \cdot \frac{s}{1-s} = P_u \cdot \frac{s}{1-s} = 100 \cdot \frac{0,02}{1-0,02} = 2,04 \text{ kW}$$

Como el rendimiento es conocido, se puede calcular la potencia nominal absorbida de la red eléctrica.

$$\eta = \frac{P_u}{P_1} \cdot 100 \Rightarrow P_1 = \frac{P_u}{\eta} \cdot 100 = \frac{100}{95} \cdot 100 = 105,26 \text{ kW}$$

Finalmente, se obtienen las pérdidas en el hierro mediante el análisis del balance de potencias.

$$P_{Fe} = P_1 - 2 \cdot P_{J2} - P_{mi} = 105,26 - 2 \cdot 2,04 - 100 = 1,18 \text{ kW}$$

- b) La intensidad consumida por el motor en estas condiciones nominales.**

La intensidad consumida se obtiene mediante la expresión de la potencia.

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_{1N} \cdot \cos \varphi} = \frac{105,26 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 3.000 \cdot 0,82} = 24,7 \text{ A}$$

- c) La nueva velocidad del motor.**

Tal y como se dice en el enunciado, en las nuevas condiciones, el valor del par motor es el mismo que en la situación anterior.

$$Cm_{\text{nuevo}} = Cm = \frac{P_{mi}}{2\pi \cdot \frac{n_2}{60}} = \frac{100.000}{2\pi \cdot \frac{735}{60}} = 1.299,22 \text{ Nm}$$

Por otra parte, la nueva potencia mecánica interna desarrollada adquiere el siguiente valor:

$$P_{mi_{\text{nuevo}}} = P_{u_{\text{nuevo}}} = \frac{\eta_{\text{nuevo}} \cdot P_{1_{\text{nuevo}}}}{100} = \frac{\eta_{\text{nuevo}} \cdot S_{1_{\text{nuevo}}} \cdot \cos \varphi_{\text{nuevo}}}{100} = \frac{93 \cdot 133,333 \cdot 0,79}{100} = 97,96 \text{ kW}$$

Con lo que la nueva velocidad del motor resulta la siguiente:

$$n_{2_{\text{nuevo}}} = \frac{P_{mi_{\text{nuevo}}}}{2\pi \cdot \frac{Cm_{\text{nuevo}}}{60}} = \frac{97,96 \cdot 10^3}{2\pi \cdot \frac{1.299,22}{60}} = 720 \text{ rpm}$$

d) La potencia útil del motor en este nuevo punto de trabajo.

Puesto que las pérdidas mecánicas son nulas, la potencia útil del motor coincidirá con su potencia mecánica interna.

$$P_{u_{\text{nuevo}}} = P_{mi_{\text{nuevo}}} = 97,96 \text{ kW}$$

e) La potencia transmitida del estator al rotor en este nuevo punto de trabajo.

En primer lugar, se debe calcular el deslizamiento para la nueva situación.

$$s_{\text{nuevo}} = \frac{n_1 - n_{2_{\text{nuevo}}}}{n_1} = \frac{750 - 720}{750} = 0,04$$

Así, la obtención de la potencia transmitida del estator al rotor es inmediata.

$$P_{12_{\text{nuevo}}} = P_{mi_{\text{nuevo}}} \cdot \frac{1}{1 - s} = 97,96 \cdot \frac{1}{1 - 0,04} = 102,04 \text{ kW}$$

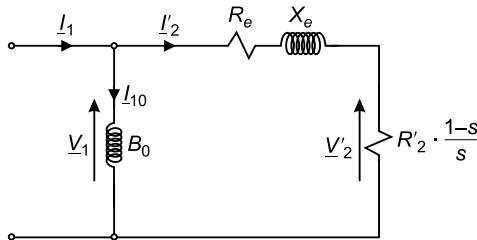
EJERCICIO 5

Un motor asincrónico trifásico de 230 V, conexión estrella, 50 Hz y 6 polos, tiene los siguientes parámetros del circuito eléctrico equivalente simplificado, referidos al estator:

$$— R_1 = 0,344 \Omega; X_1 = 0,498 \Omega; R'_2 = 0,147 \Omega; X'_2 = 0,224 \Omega; B_0 = 0,0794 \Omega^{-1}$$

Si se desprecian las pérdidas mecánicas y las pérdidas en el hierro, y considerando que alimentado a su tensión nominal, el motor se encuentra trabajando con un deslizamiento del 2,8%, determinar:

- a) **Intensidad de línea.**
- b) **Par resistente que presenta la carga acoplada al eje.**
- c) **Rendimiento del motor.**
- d) **Valor de la intensidad de arranque directo que circula por el rotor, referida al estator.**
- e) **Velocidad a la cual tiene lugar el par máximo.**

a) Intensidad de línea.**FIGURA 9.2.**

Tal y como se puede observar en la Figura 9.2, una vez conocidos los parámetros del circuito equivalente del motor asíncrono, así como la tensión aplicada al mismo, para calcular la intensidad absorbida de la red se debe utilizar el cálculo vectorial.

Así, la impedancia equivalente de dicho motor en las condiciones de trabajo es:

$$\underline{Z}_e = \left(R_1 + \frac{R'_2}{s} \right) + jX_e = \left(0,344 + \frac{0,147}{0,028} \right) + (0,498 + 0,224)j = 5,64 \angle 7,354^\circ \Omega$$

Conocida la tensión aplicada, se calculan las diferentes intensidades implicadas.

$$I'_2 = \frac{V_1}{\underline{Z}_e} = \frac{\frac{230}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{5,64 \angle 7,354^\circ} = \frac{132,79 \angle 0^\circ}{5,64 \angle 7,354^\circ} = 23,54 \angle -7,354^\circ = (23,35 - 3,01j) \text{ A}$$

$$I_0 = V_1 \cdot B_0 = 132,79 \angle 0^\circ \cdot 0,0794 \angle -90^\circ = 10,54 \angle -90^\circ = (-10,54j) \text{ A}$$

Finalmente, se calcula la intensidad de línea como suma de las dos anteriores.

$$I_1 = I_0 + I'_2 = -10,54j + (23,35 - 3,01j) = 23,35 - 13,56j = 27 \angle -30,151^\circ \text{ A}$$

b) Par resistente que presenta la carga acoplada al eje.

Primeramente, conviene obtener la potencia mecánica interna transmitida en dicho motor en las citadas condiciones.

$$P_{mi} = 3 \cdot (I'_2)^2 \cdot R'_2 \cdot \frac{1-s}{s} = 3 \cdot 23,54^2 \cdot 0,147 \cdot \frac{1-0,028}{0,028} = 8.485,19 \text{ W}$$

Después, se debe calcular la velocidad de giro del rotor y, por consiguiente, la de sincronismo.

$$n_1 = 60 \cdot \frac{f_1}{p} = 60 \cdot \frac{50}{3} = 1.000 \text{ rpm}$$

$$n_2 = n_1 \cdot (1-s) = 1.000 \cdot (1-0,028) = 972 \text{ rpm}$$

Una vez calculado lo anterior, y teniendo en cuenta que el par motor es igual al par resistente, se obtiene este último.

$$Cr = Cm = \frac{P_{mi}}{2\pi \cdot \frac{n_2}{60}} = \frac{8.485,19}{2\pi \cdot \frac{972}{60}} = 83,36 \text{ Nm}$$

c) Rendimiento del motor.

Para calcular el rendimiento del motor, es necesario calcular previamente la potencia útil del mismo, así como la potencia absorbida de la red.

Puesto que las pérdidas mecánicas son despreciables, la potencia útil es igual a la potencia mecánica interna.

$$P_u = P_{mi} = 8.485,19 \text{ W}$$

Posteriormente, se obtiene la potencia absorbida:

$$P_1 = \sqrt{3} \cdot U_{1N} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 27 \cdot \cos(30,151^\circ) = 9.301,61 \text{ W}$$

con lo que el cálculo del rendimiento resulta automático.

$$\eta = \frac{P_u}{P_1} \cdot 100 = \frac{8.483,20}{9.303,06} \cdot 100 = 91,22\%$$

d) Valor de la intensidad de arranque directo que circula por el rotor, referida al estator.

Con anterioridad al cálculo de la intensidad de arranque, es necesario determinar la impedancia equivalente del motor.

$$Z_e = (R_1 + R'_2) + j(X_1 + X'_2) = (0,344 + 0,147) + j(0,498 + 0,224) = 0,873 \angle 55,78^\circ \Omega$$

Para obtener la intensidad de arranque, se desprecia el efecto de la rama de vacío, considerando a su vez que el motor se encuentra en una situación tal que el circuito equivalente está en cortocircuito (deslizamiento unidad).

$$I_{\text{arr}} = \frac{U_{1N}/\sqrt{3}}{Z_e} = \frac{230/\sqrt{3}}{0,873} = 152,085 \text{ A}$$

e) Velocidad a la cual tiene lugar el par máximo.

La obtención de la velocidad del motor en la situación de par máximo se realiza mediante el conocimiento del deslizamiento de par máximo.

$$s_{C_{\text{máx}}} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_2)^2}} = \frac{0,147}{\sqrt{0,344^2 + (0,498 + 0,224)^2}} = 0,1838$$

Así, la velocidad a la cual tiene lugar el par máximo es:

$$n_2 = n_1 \cdot (1 - s_{C_{\text{máx}}}) = 1.000 \cdot (1 - 0,1838) = 816,2 \text{ rpm}$$

EJERCICIO 6

Sea un motor asíncrono trifásico de cuatro polos de rotor bobinado y tensión nominal 400 V. Cuando el motor trabaja en condiciones nominales con un deslizamiento del 4%, las pérdidas en el cobre del rotor son 250 W, siendo el consumo del motor de 6.840 W. Arrastrando el motor con una máquina calibrada, se mide que las pérdidas mecánicas correspondientes al deslizamiento del 4% son 80 W, siendo sensiblemente constantes en un gran margen de velocidades. El motor se ha diseñado para que las pérdidas por efecto Joule en rotor y estator sean iguales. Calcular:

- Velocidad de giro del motor.**
- Frecuencia de las corrientes rotóricas.**
- Potencia útil cedida a la carga.**
- Par motor desarrollado.**
- Pérdidas en el hierro del motor.**
- Sabiendo que el motor consume 12,52 A, calcular el factor de potencia que presenta el motor.**

a) Velocidad de giro del motor.

La velocidad de giro del motor en condiciones nominales se obtiene de manera inmediata en función de los datos aportados en el enunciado.

$$n_2 = n_1 \cdot (1 - s) = 60 \cdot \frac{f_1}{p} \cdot (1 - s) = 60 \cdot \frac{50}{2} \cdot (1 - 0,04) = 1.440 \text{ rpm}$$

b) Frecuencia de las corrientes rotóricas.

$$f_S = s \cdot f_1 = 0,04 \cdot 50 = 2 \text{ Hz}$$

c) Potencia útil cedida a la carga.

Para hallar la potencia útil, primeramente se ha de obtener la potencia mecánica interna a partir de las pérdidas por efecto Joule en el rotor.

$$P_{mi} = P_{J2} \cdot \frac{1 - s}{s} = 250 \cdot \frac{1 - 0,04}{0,04} = 6.000 \text{ W}$$

$$P_u = P_{mi} - P_R = 6.000 - 80 = 5.920 \text{ W}$$

d) Par motor desarrollado.

El par motor que actúa sobre el conjunto rotor-carga es el siguiente:

$$Cm = \frac{P_{mi}}{2\pi \cdot \frac{n_2}{60}} = \frac{6.000}{2\pi \cdot \frac{1.440}{60}} = 39,79 \text{ Nm}$$

e) Pérdidas en el hierro del motor.

Para hallar las pérdidas en el hierro se ha de plantear el balance de potencias.

$$P_{Fe} = P_1 - P_{mi} - 2 \cdot P_{J2} = 6.840 - 6.000 - 2 \cdot 250 = 340 \text{ W}$$

f) Sabiendo que el motor consume 12,52 A, calcular el factor de potencia que presenta el motor.

Conocida la intensidad absorbida de la red, la obtención del factor de potencia es inmediata mediante la expresión de la potencia.

$$\cos \varphi = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_{1N} \cdot I_1} = \frac{6.840}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 12,52} = 0,79$$

EJERCICIO 7

Un motor asincrónico trifásico con cinco pares de polos se encuentra conectado en estrella y alimentado mediante una tensión entre fases de 230 V y 50 Hz. El motor mueve un ventilador y, en su situación de trabajo estable, el deslizamiento es del 2%, aplicándose al ventilador una potencia útil de 11.500 W. En estas condiciones, las pérdidas mecánicas son de 100 W, las pérdidas por efecto Joule en el inductor son de 235,25 W y presenta un factor de potencia de 0,8. Despreciando la influencia de las pérdidas en el hierro y la rama de vacío, calcular para las condiciones indicadas:

- a) La frecuencia de las corrientes del motor.**
- b) La potencia transmitida del estator al rotor.**
- c) La intensidad en el estator.**
- d) La resistencia por fase del estator.**
- e) La intensidad de arranque directo del motor.**

a) La frecuencia de las corrientes del motor.

A partir de la frecuencia de las corrientes en el estator dato (50 Hz), se puede calcular la frecuencia de las corrientes en el rotor:

$$f_S = s \cdot f_1 = 0,02 \cdot 50 = 1 \text{ Hz}$$

b) La potencia transmitida del estator al rotor.

La potencia transmitida del estator al rotor se obtiene a partir de la potencia mecánica interna y el deslizamiento.

$$P_{mi} = P_u + P_R = 11.500 + 100 = 11.600 \text{ W}$$

$$P_{12} = \frac{P_{mi}}{1 - s} = \frac{11.600}{1 - 0,02} = 11.836,73 \text{ W}$$

c) La intensidad en el estator.

Para calcular la intensidad en el estator, se obtiene primeramente la potencia absorbida como suma de las pérdidas en el hierro (nulas), las pérdidas por efecto Joule en el estator y la potencia transmitida del estator al rotor.

$$P_1 = P_{J1} + P_{12} = 235,25 + 11.836,73 = 12.071,98 \text{ W}$$

Con la potencia absorbida y el factor de potencia se calcula la intensidad.

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_1 \cdot \cos \varphi} = \frac{12.071,98}{\sqrt{3} \cdot 230 \cdot 0,8} = 37,88 \text{ A}$$

d) La resistencia por fase del estator.

Puesto que son conocidas las pérdidas por efecto Joule y la intensidad en el estator, la resistencia por fase en el estator se calcula de la siguiente manera:

$$R_1 = \frac{P_{J1}}{3 \cdot I_1^2} = \frac{235,25}{3 \cdot 37,88^2} = 0,05 \Omega$$

e) La intensidad de arranque directo del motor.

Para calcular la intensidad de arranque directo, es necesario en primer lugar calcular la resistencia de los devanados del rotor, así como la reactancia equivalente. La resistencia de los devanados del rotor se obtiene a partir de la expresión de las pérdidas por efecto Joule en el rotor.

$$P_{J2} = P_{mi} \cdot \frac{s}{1-s} = 11.600 \cdot \frac{0,02}{1-0,02} = 236,73 \text{ W}$$

$$R'_2 = \frac{P_{J2}}{3 \cdot I_1^2} = \frac{236,73}{3 \cdot 37,88^2} = 0,05 \Omega$$

La reactancia equivalente se obtiene de la siguiente manera:

$$X_e = \tan \varphi \cdot \left(R_1 + \frac{R'_2}{s} \right) = \tan(\arccos(0,8)) \cdot \left(0,05 + \frac{0,05}{0,02} \right) = 2,1 \Omega$$

Con anterioridad al cálculo de la intensidad de arranque, es necesario determinar la impedancia equivalente del motor.

$$\underline{Z}_e = (R_1 + R'_2) + j(X_1 + X'_2) = (0,05 + 0,05) + j(2,1) = 2,11 \angle 87,29^\circ \Omega$$

Para obtener la intensidad de arranque, se desprecia el efecto de la rama de vacío, considerando a su vez que el motor se encuentra en una situación tal que el circuito equivalente está en cortocircuito (deslizamiento unidad).

$$I_{\text{arr}} = \frac{U_{1N}/\sqrt{3}}{Z_e} = \frac{230/\sqrt{3}}{2,11} = 63,05 \text{ A}$$

EJERCICIO 8

Un motor asíncrono trifásico de 400 V, 50 Hz y $p = 3$ está conectado en estrella. En el arranque directo a tensión nominal absorbe 77,68 A, siendo en ese instante el $\cos \varphi = 0,4$ (ind.) en bornes de la alimentación. Después de realizar el arranque, el motor alcanza su punto de funcionamiento nominal en el cual el consumo del motor es de 9.536 W con un $\cos \varphi = 0,985$.

Despreciando las pérdidas en el hierro y las mecánicas, determinar:

- Tensión en bornes del motor en el ensayo de cortocircuito nominal.**
- Pérdidas por efecto Joule en el punto de funcionamiento indicado (nominal).**
- Deslizamiento en el punto de funcionamiento indicado (nominal) en el caso de que $R_1 = R'_2$.**

a) Tensión en bornes del motor en el ensayo de cortocircuito nominal.

A partir de los datos de funcionamiento, se calcula en primer lugar la intensidad nominal.

$$I_{1N} = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_{1N} \cdot \cos \varphi} = \frac{9.536}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,985} = 13,97 \text{ A}$$

Considerando que el motor en el arranque se encuentra en una situación de cortocircuito diferente a la nominal, y que en las dos situaciones el valor de la impedancia equivalente del motor se mantiene constante, se obtiene el valor de la tensión en el ensayo de cortocircuito nominal.

$$Z_e = \frac{U_{1cc}/\sqrt{3}}{I_{1N}} = \frac{U_{1N}/\sqrt{3}}{I_{arr}} \Rightarrow U_{1cc} = U_{1N} \cdot \left(\frac{I_{1N}}{I_{arr}} \right)$$

$$U_{1cc} = U_{1N} \cdot \left(\frac{I_{1N}}{I_{arr}} \right) = 400 \cdot \left(\frac{13,97}{77,68} \right) = 71,95 \text{ V}$$

b) Pérdidas por efecto Joule en el punto de funcionamiento indicado (nominal).

Antes de nada, es conveniente calcular la resistencia equivalente del motor, y por ende, la impedancia del mismo.

$$Z_e = \frac{U_{1n}/\sqrt{3}}{I_{arr}} = \frac{400/\sqrt{3}}{77,68} = 2,97 \Omega$$

$$R_e = Z_e \cdot \cos \varphi_{arr} = 2,97 \cdot 0,4 = 1,19 \Omega$$

Así, las pérdidas por efecto Joule en el punto de funcionamiento nominal se calculan de la siguiente forma:

$$P_J = P_{J1} + P_{J2} = 3 \cdot R_e \cdot I_{1N}^2 = 3 \cdot 1,19 \cdot 13,97^2 = 696,61 \text{ W}$$

- c) **Deslizamiento en el punto de funcionamiento indicado (nominal) en el caso de que $R_1 = R'_2$.**

El deslizamiento en el punto de funcionamiento nominal se obtiene mediante la relación entre la potencia transmitida del estator al rotor y las pérdidas por efecto Joule en el rotor.

$$P_{12} = P_1 - P_{J1} = P_1 - \frac{P_J}{2} = 9.536 - \frac{696,61}{2} = 9.187,70 \text{ W}$$

Mediante dicha relación:

$$P_{12} = \frac{P_{J2}}{s} = \frac{P_J/2}{s} \Rightarrow s = \frac{P_J/2}{P_{12}} = \frac{696,61/2}{9.187,70} = 0,0398$$

EJERCICIO 9

Un motor asíncrono trifásico de 400 V, 50 Hz y $p = 2$, conectado en estrella, se arranca insertando una reactancia por fase de 3Ω entre la fuente de alimentación y el motor para limitar la corriente de arranque a 37,92 A, siendo en ese instante el $\cos \varphi = 0,075$ en bornes de la alimentación. Después de realizar el arranque la reactancia queda anulada y el motor queda alimentado a la tensión nominal alcanzando un punto de funcionamiento en el cual el consumo del motor es de 25 kW con un $\cos \varphi = 0,8$.

Despreciando las pérdidas en el hierro y las mecánicas, determinar:

- a) **Tensión en bornes del motor en el momento del arranque.**
- b) **Reactancia del rotor referida al estator si $X_1 = X'_2$.**
- c) **Potencia mecánica interna que desarrolla en la situación de funcionamiento indicado.**
- d) **Deslizamiento en el punto de funcionamiento indicado en el caso de que $R_1 = 2 \cdot R'_2$.**

- a) **Tensión en bornes del motor en el momento del arranque.**

Conocida la tensión nominal de la línea y el valor de la reactancia que se intercala entre la red y el motor, para obtener el valor de la tensión de alimentación al motor se debe tener en cuenta la caída de tensión que aparece en las reactancias intercaladas (Figura 9.3).

$$V_{\text{red}} = V_1 + I_{\text{arr}} \cdot jX_{\text{ins}} \Rightarrow \left(\frac{400}{\sqrt{3}} \right)_{\angle 0^\circ} = V_1 + 37,92 \angle -85,7^\circ \cdot 3 \angle 90^\circ$$

$$V_1 = \left(\frac{400}{\sqrt{3}} \right)_{\angle 0^\circ} - 37,92 \angle -85,7^\circ \cdot 3 \angle 90^\circ = 117,5 - 8,53j = 117,81 \angle -4,15^\circ \text{ V}$$

$$U_1 = V_1 \cdot \sqrt{3} = 117,81 \cdot \sqrt{3} = 204,05 \text{ V}$$

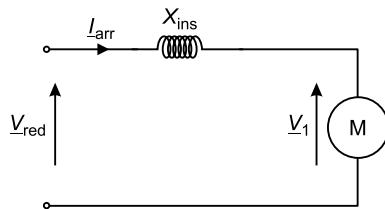


FIGURA 9.3.

b) Reactancia del rotor referida al estator si $X_1 = X'_3$.

Tomando en consideración la situación de arranque, es posible llegar a conocer la impedancia equivalente del conjunto motor-reactancia de inserción, y, por consiguiente, las reactivas del estator y rotor.

$$Z_{\text{mot-ins}} = \frac{U_{\text{red}}/\sqrt{3}}{I_{\text{arr}}} = \frac{400/\sqrt{3}}{37,92} = 6,09 \Omega$$

$$X_e = Z_{\text{mot-ins}} \cdot \sin \varphi_{\text{arr}} - X_{\text{ins}} = 6,09 \cdot \sin(\text{arc cos}(0,075)) - 3 = 3,07 \Omega$$

$$X_1 = X'_2 = \frac{X_e}{2} = \frac{3,07}{2} = 1,54 \Omega$$

c) Potencia mecánica interna que desarrolla en la situación de funcionamiento indicado.

De los resultados calculados en el apartado anterior, es posible obtener la resistencia equivalente del motor.

$$R_e = Z_{\text{mot-ins}} \cdot \cos \varphi_{\text{arr}} = 6,09 \cdot 0,075 = 0,46 \Omega$$

A continuación se calcula la intensidad absorbida de la red en la situación de funcionamiento mediante la expresión de la potencia.

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_{\text{red}} \cdot \cos \varphi} = \frac{25.000}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,8} = 45,11 \text{ A}$$

La obtención de la potencia mecánica interna en dicha situación es inmediata.

$$P_{mi} = P_1 - 3 \cdot R_e \cdot I_1^2 = 25.000 - 3 \cdot 0,46 \cdot 45,11^2 = 22.212 \text{ kW}$$

d) Deslizamiento en el punto de funcionamiento indicado en el caso de que $R_1 = 2 \cdot R'_2$.

Del valor de la resistencia equivalente, y considerando la relación mencionada en el enunciado, se calculan las resistencias por fase del estator y rotor.

$$R_e = R_1 + R'_2 = 3 \cdot R'_2 \Rightarrow R'_2 = \frac{R_e}{3} = \frac{0,46}{3} = 0,153 \Omega$$

De esta manera, es posible obtener el valor de las pérdidas por efecto Joule en el rotor.

$$P_{J2} = 3 \cdot R'_2 \cdot I_1^2 = 3 \cdot 0,153 \cdot 47,48^2 = 1,037 \text{ kW}$$

Finalmente, de la ecuación que relaciona la potencia mecánica interna y las pérdidas por efecto Joule en el rotor, se obtiene el deslizamiento.

$$P_{J2} = P_{mi} \cdot \frac{s}{1-s} \Rightarrow 1,037 = 22,192 \cdot \frac{s}{1-s}$$

Despejando la variable del deslizamiento:

$$s = 0,0402$$

EJERCICIO 10

Un motor asíncrono trifásico dispone en su placa de características los siguientes datos: 5 kV, 50 Hz, 40 CV y 935 rpm. Por otro lado, se sabe que las pérdidas mecánicas del motor son 2,5 kW y que $R_1 = R'_2$. A efectos de cálculo se desprecia la rama de vacío del motor.

Si el motor funciona en condiciones nominales alimentado por una red trifásica de 5 kV a 50 Hz, calcular:

- a) **Rendimiento del motor en las condiciones de funcionamiento citadas.**
- b) **Par resistente de la carga mecánica que arrastra el motor en las condiciones de funcionamiento citadas.**

Con el objetivo de frenar el motor, se invierten las fases del estator. Determinar:

- c) **Deslizamiento de la máquina asíncrona en el instante inmediatamente posterior a la acción de la inversión de las fases.**

a) Rendimiento del motor en las condiciones de funcionamiento citadas.

En primer lugar, se deben calcular la velocidad de sincronismo y el deslizamiento existente en condiciones nominales, basándose para ello en la utilización de la fórmula general de la velocidad de sincronismo.

$$n_1 = 60 \cdot \frac{f_1}{p} = 60 \cdot \frac{50}{p} = \frac{3.000}{p}$$

Así, para una determinada frecuencia, es posible generar una tabla que asocie el número de pares de polos y la velocidad de sincronismo.

| | | | | | | |
|----------------------|-----|-------|-------|-----|-----|-----|
| p | ... | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
| n₁ | ... | 1.500 | 1.000 | 750 | 600 | ... |

El número de pares de polos buscado es aquel que hace que la velocidad de sincronismo sea superior y lo más cercana posible a la velocidad del rotor (935 rpm).

$$n_2 < n_1 \text{ y próxima} \Rightarrow n_1 = 1.000 \text{ rpm} \Rightarrow p = 3$$

por lo que el deslizamiento resultante es:

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{1.000 - 935}{1.000} = 0,065$$

Por otra parte, se calcula la potencia mecánica interna de dicho motor:

$$P_{mi} = P_u + P_R = (40 \cdot 735,5) + 2.500 = 31,92 \text{ kW}$$

Conocido el deslizamiento y la potencia mecánica interna, se obtiene la potencia transmitida del estator al rotor.

$$P_{12} = \frac{P_{mi}}{1 - s} = \frac{31,92}{1 - 0,065} = 34,14 \text{ kW}$$

A partir de las dos potencias anteriores, y considerando que las resistencias por fase de rotor y estator son iguales, se calculan las pérdidas por efecto Joule en el estator y en el rotor.

$$P_{J1} = P_{J2} = P_{12} - P_{mi} = 34,14 - 31,92 = 2,22 \text{ kW}$$

Aplicando el balance de potencias, teniendo en cuenta que las pérdidas en el hierro son despreciables, y conociendo por tanto todas las potencias involucradas, se calcula la potencia absorbida de la red.

$$P_1 = P_{J1} + P_{12} = 2,22 + 34,14 = 36,36 \text{ kW}$$

Finalmente, aplicando la fórmula general del rendimiento:

$$\eta = \frac{P_u}{P_1} \cdot 100 = \frac{40 \cdot 735,5}{36,36 \cdot 10^3} \cdot 100 = 80,92\%$$

b) Par resistente de la carga mecánica que arrastra el motor en las condiciones de funcionamiento citadas.

La potencia útil es la encargada de generar el par de la carga mecánica que arrastra el motor. Así:

$$Cr_{carga} = \frac{P_u}{2\pi \cdot \frac{n_2}{60}} = \frac{40 \cdot 735,5}{2\pi \cdot \frac{935}{60}} = 300,47 \text{ Nm}$$

c) Deslizamiento de la máquina asincrónica en el instante inmediatamente posterior a la acción de la inversión de las fases.

Al invertir dos de las fases de alimentación al motor, el campo magnético rotativo cambia su sentido de giro. En el instante inmediatamente posterior a la inversión de las fases, el rotor sigue girando con su misma velocidad y en el mismo sentido, que en ese momento es contrario al de la velocidad de sincronismo. Por tanto, estableciendo como positivo el sentido de giro del campo magnético rotativo, el deslizamiento es:

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{1.000 - (-935)}{1.000} = 1,935$$

EJERCICIO 11

Un motor asíncrono trifásico, de seis polos, absorbe en condiciones nominales de tensión e intensidad 10.200 VA, con un factor de potencia de 0,97, siendo la tensión de alimentación de 400 V a 50 Hz.

Se realiza el ensayo de cortocircuito, siendo la tensión de cortocircuito de 92,5 V y la intensidad la nominal. En este ensayo el consumo es de 320 W y las pérdidas por efecto Joule en el rotor de 96 W.

Si en condiciones nominales las pérdidas en el hierro son de 50 W, y considerando que las pérdidas mecánicas son despreciables, calcular:

- La velocidad del rotor en condiciones nominales.**
- El par motor en condiciones nominales.**
- La intensidad de arranque directo.**
- Si se alimenta el motor a 300 V y se mantiene el deslizamiento, calcular la nueva potencia mecánica desarrollada.**
- La intensidad de arranque directo en estas nuevas condiciones.**

a) La velocidad del rotor en condiciones nominales.

Para calcular la velocidad del rotor es necesario obtener previamente el deslizamiento, para lo cual se utiliza la relación entre la potencia mecánica interna y las pérdidas por efecto Joule en el rotor.

En primer lugar se calcula la potencia activa absorbida por el motor.

$$P_{1N} = S_{1N} \cdot \cos \varphi = 10.200 \cdot 0,97 = 9.894 \text{ W}$$

Las pérdidas por efecto Joule en el estator son:

$$P_{J1} = W_{cc} - P_{J2} = 320 - 96 = 224 \text{ W}$$

Realizando el balance de potencias, se logra el valor de la potencia mecánica interna.

$$P_{mi} = P_{1N} - P_{J1} - P_{J2} - P_{Fe} = 9.894 - 224 - 96 - 50 = 9.524 \text{ W}$$

Por otra parte, la potencia transmitida del estator al rotor:

$$P_{12} = P_{mi} + P_{J2} = 9.524 + 96 = 9.620 \text{ W}$$

De la relación entre la potencia mecánica interna y las pérdidas por efecto Joule en el rotor, se obtiene el valor del deslizamiento.

$$P_{12} = \frac{P_{mi}}{1 - s} \Rightarrow s = 1 - \frac{P_{mi}}{P_{12}} = 1 - \frac{9.524}{9.620} = 0,01$$

Teniendo en cuenta el valor de la velocidad de sincronismo:

$$n_1 = 60 \cdot \frac{f_1}{p} = 60 \cdot \frac{50}{3} = 1.000 \text{ rpm}$$

Finalmente, se obtiene la velocidad del rotor en dichas condiciones.

$$n_2 = n_1 \cdot (1 - s) = 1.000 \cdot (1 - 0,01) = 990 \text{ rpm}$$

b) El par motor en condiciones nominales.

El cálculo del par motor se realiza a partir de la potencia mecánica interna y la velocidad de giro del rotor.

$$Cm = \frac{P_{mi}}{2\pi \cdot \frac{n_2}{60}} = \frac{9.524}{2\pi \cdot \frac{990}{60}} = 91,87 \text{ Nm}$$

c) La intensidad de arranque directo.

Con anterioridad a la obtención de la intensidad de arranque, se debe calcular el valor de la intensidad nominal de dicho motor.

$$I_{1N} = \frac{S_{1N}}{\sqrt{3} \cdot U_{1N}} = \frac{10.200}{\sqrt{3} \cdot 400} = 14,72 \text{ A}$$

Considerando que el motor en el arranque se encuentra en una situación de cortocircuito a tensión diferente a la nominal, y que en las dos situaciones el valor de la impedancia equivalente del transformador se mantiene constante, se obtiene el valor de la intensidad de arranque.

$$\begin{aligned} Z_e &= \frac{U_{1cc}\sqrt{3}}{I_{1N}} = \frac{U_{1N}/\sqrt{3}}{I_{arr}} \Rightarrow I_{arr} = I_{1N} \cdot \left(\frac{U_{1N}}{U_{1cc}} \right) \\ I_{arr} &= I_{1N} \cdot \left(\frac{U_{1N}}{U_{1cc}} \right) = 14,72 \cdot \left(\frac{400}{92,5} \right) = 63,66 \text{ A} \end{aligned}$$

d) Si se alimenta el motor a 300 V y se mantiene el deslizamiento, calcular la nueva potencia mecánica desarrollada.

Como se desprende de la fórmula general del par motor, dicho par motor es una función directa del cuadrado de la tensión aplicada a las fases en el estator. Así, si el deslizamiento se mantiene constante, al caer la tensión, el par motor cae proporcionalmente al cuadrado de la tensión.

$$\frac{Cm_{nuevo}}{Cm} = \left(\frac{U_{1nueva}}{U_{1N}} \right)^2 \Rightarrow Cm_{nuevo} = \left(\frac{U_{1nueva}}{U_{1N}} \right)^2 \cdot Cm$$

Por tanto, la potencia mecánica interna se reduce en la misma proporción.

$$P_{mi_{nueva}} = \left(\frac{U_{1nueva}}{U_{1N}} \right)^2 \cdot P_{mi} = \left(\frac{300}{400} \right)^2 \cdot 9.524 = 5.357,25 \text{ W}$$

e) La intensidad de arranque directo en estas nuevas condiciones.

La nueva intensidad de arranque se calcula igual que en el apartado c), pero aplicando la nueva tensión.

$$I_{arr_{nueva}} = I_{1N} \left(\frac{U_{1nueva}}{U_{1cc}} \right) = 14,72 \cdot \left(\frac{300}{92,5} \right) = 47,75 \text{ A}$$

EJERCICIO 12

Un motor asíncrono trifásico de rotor bobinado tiene las siguientes características nominales:

- Tensión: 400 V; Conexión: estrella; Frecuencia: 50 Hz;
- Intensidad: 15 A; Factor de potencia: 0,85; Velocidad: 1.455 rpm

Además, tras la realización de las pruebas pertinentes, se ha determinado que las pérdidas por efecto Joule en el rotor son el 150% de las pérdidas por efecto Joule del estator y que la reactancia equivalente del motor se reparte por igual entre estator y rotor.

Considerando despreciables a efectos de cálculo la rama de vacío y las pérdidas mecánicas, determinar:

- a) **Par nominal.**
- b) **Factor de potencia que presenta el motor en el arranque (considerar que se trata de arranque directo sobre la red de alimentación).**
- c) **Incremento que debe presentar la resistencia del inducido para que el par máximo se produzca a 900 rpm.**
- d) **Sin realizar ningún tipo de modificación de la resistencia del inducido, velocidad a la que se produce el par máximo si el motor se conecta a 400 V y 60 Hz.**

a) Par nominal.

En primer lugar, se deben calcular la velocidad de sincronismo y el deslizamiento existente en condiciones nominales, basándose para ello en la utilización de la fórmula general de la velocidad de sincronismo.

$$n_1 = 60 \cdot \frac{f_1}{p} = 60 \cdot \frac{50}{p} = \frac{3.000}{p}$$

Así, para una determinada frecuencia, es posible generar una tabla que asocie el número de pares de polos y la velocidad de sincronismo.

| | | | | | | |
|----------------------|-----|-------|-------|-----|-----|-----|
| p | ... | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
| n₁ | ... | 1.500 | 1.000 | 750 | 600 | ... |

El número de pares de polos buscado es aquel que hace que la velocidad de sincronismo sea superior y lo más cercana posible a la velocidad del rotor (1.455 rpm).

$$n_2 < n_1 \text{ y próxima } \Rightarrow n_1 = 1.500 \text{ rpm} \Rightarrow p = 2$$

por lo que el deslizamiento resultante es:

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{1.500 - 1.455}{1.500} = 0,03$$

Posteriormente, es conveniente calcular la resistencia equivalente por fase del motor y, por ende, la impedancia y reactancia del mismo.

$$Z_e = \frac{U_{1N}/\sqrt{3}}{I_{1N}} = \frac{400/\sqrt{3}}{15} = 15,40 \Omega$$

$$R_e = Z_e \cdot \cos \varphi = 15,40 \cdot 0,85 = 13,09 \Omega$$

$$X_e = Z_e \cdot \sin \varphi = 15,40 \cdot \sin(\arccos(0,85)) = 8,11 \Omega$$

Conocido el deslizamiento y teniendo en cuenta las relaciones existentes entre las resistencias por fase de estator y rotor, se obtiene el valor de cada una de ellas.

$$R_1 + \frac{R'_2}{s} = R_e \Rightarrow R_1 + \frac{R'_2}{0,03} = 13,09$$

$$R'_2 = 1,5 \cdot R_1$$

Despejando de las dos ecuaciones anteriores:

$$R_1 = 0,26 \Omega$$

$$R'_2 = 0,39 \Omega$$

Así, las pérdidas por efecto Joule en el rotor se obtienen según la siguiente expresión:

$$P_{J2} = 3 \cdot R'_2 \cdot I_{1N}^2 = 3 \cdot 0,39 \cdot 15^2 = 259,81 \text{ W}$$

Del resultado anterior se deduce el valor de la potencia mecánica interna.

$$P_{mi} = P_{J2} \cdot \frac{1-s}{s} = 259,81 \cdot \frac{1-0,03}{0,03} = 8,4 \text{ kW}$$

Para calcular el par motor se utiliza la expresión que relaciona el par motor y la potencia mecánica interna.

$$Cm = \frac{P_{mi}}{2\pi \cdot \frac{n_2}{60}} = \frac{8,403}{2\pi \cdot \frac{1,455}{60}} = 55,13 \text{ Nm}$$

b) Factor de potencia que presenta el motor en el arranque (considerar que se trata de arranque directo sobre la red de alimentación).

Conocidos los parámetros del circuito equivalente del motor, la obtención del factor de potencia en el arranque es inmediata.

$$\cos \varphi_{arr} = \frac{R_1 + R'_2}{\sqrt{(R_1 + R'_2)^2 + X_e^2}} = \frac{0,26 + 0,39}{\sqrt{(0,26 + 0,39)^2 + 8,11^2}} = 0,0789$$

- c) **Incremento que debe presentar la resistencia del inducido para que el par máximo se produzca a 900 rpm.**

Conocida la velocidad del rotor (900 rpm) cuando se produce el par máximo, se obtiene el deslizamiento en dicho momento:

$$s_{C_{\max}} = \frac{n_1 - n_{2,C_{\max}}}{n_1} = \frac{1.500 - 900}{1.500} = 0,4$$

Posteriormente, aplicando la fórmula del deslizamiento del par máximo se obtiene la nueva resistencia del inducido.

$$R'_{2,C_{\max}} = s_{C_{\max}} \cdot \sqrt{R_1^2 + X_e^2} = 0,4 \cdot \sqrt{0,344^2 + 8,11^2} = 3,246 \Omega$$

Finalmente, el incremento de la resistencia del inducido es:

$$\Delta R_2 = R'_{2,C_{\max}} - R'_2 = 3,246 - 0,39 = 2,861 \Omega$$

- d) **Sin realizar ningún tipo de modificación de la resistencia del inducido, velocidad a la que se produce el par máximo si el motor se conecta a 400 V y 60 Hz.**

La obtención de la velocidad del motor en la situación de par máximo se realiza mediante el conocimiento del deslizamiento de par máximo. Ya que se está trabajando a 60 Hz, se debe acondicionar el valor de la reactancia a dicha frecuencia.

$$s_{C_{\max}} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + \left(X_e \cdot \frac{60}{50}\right)^2}} = \frac{0,39}{\sqrt{0,344^2 + \left(8,11 \cdot \frac{60}{50}\right)^2}} = 0,0395$$

Así, la velocidad a la cual tiene lugar el par máximo es:

$$n_{2,60\text{ Hz}} = n_{1,60\text{ Hz}} \cdot (1 - s_{C_{\max}}) = 1.500 \cdot \frac{60}{50} \cdot (1 - 0,0395) = 1.728,84 \text{ rpm}$$

EJERCICIO 13

En un motor asíncrono trifásico de rotor bobinado, 4 polos, 400 V, 50 Hz y conectado en estrella, se realiza el ensayo con rotor bloqueado y se dan los siguientes resultados:

— Tensión: 75 V; Intensidad: 50 A; Potencia: 1,8 kW

Además se sabe que, en este ensayo, las pérdidas por efecto Joule en el rotor son de 0,9 kW. Despreciando la rama de vacío y las pérdidas mecánicas, se pide:

- a) **Intensidad en el momento del arranque si, mediante un reóstato externo, se triplica la resistencia original por fase del rotor.**

Una vez arrancado, se elimina la resistencia externa. En estas condiciones, calcular:

- b) **El valor del par motor desarrollado, si el motor funciona arrastrando una carga a 1.450 rpm.**

- c) **Pérdidas por efecto Joule en el rotor en el momento en el que, cuando el motor se encuentra girando a 1.450 rpm, se efectúa la inversión de la conexión de dos de las fases de alimentación.**

- a) **Intensidad en el momento del arranque si, mediante un reóstato externo, se triplica la resistencia original por fase del rotor.**

Para hallar los parámetros del circuito equivalente monofásico, se utilizan los datos del ensayo de cortocircuito.

$$R_e = \frac{W_{cc}/3}{I_{1cc}^2} = \frac{1.800/3}{50^2} = 0,24 \Omega \Rightarrow R_1 = R'_2 = \frac{R_e}{2} = 0,12 \Omega$$

$$Z_e = \frac{U_{1cc}/\sqrt{3}}{I_{1cc}} = \frac{400/\sqrt{3}}{50} = 0,87 \Omega$$

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2} = 0,83 \Omega$$

Con todo ello, y teniendo en cuenta que la resistencia por fase del rotor se encuentra multiplicada por 3, la intensidad en el momento del arranque adquiere el siguiente valor:

$$I_{arr} = \frac{U_{1N}/\sqrt{3}}{\sqrt{(R_1 + 3 \cdot R'_2) + X_e^2}} = \frac{400/\sqrt{3}}{\sqrt{(0,12 + 3 \cdot 0,12)^2 + 0,83^2}} = 240,41 \text{ A}$$

- b) **El valor del par motor desarrollado, si el motor funciona arrastrando una carga a 1.450 rpm.**

En primer lugar, se deben calcular la velocidad de sincronismo y el deslizamiento.

$$n_1 = 60 \cdot \frac{f_1}{p} = 60 \cdot \frac{50}{2} = 1.500 \text{ rpm}$$

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{1.500 - 1.450}{1.500} = 0,03$$

En esta situación, la intensidad que circula por el rotor es:

$$I'_2 = \frac{U_{1N}/\sqrt{3}}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_e^2}} = \frac{400/\sqrt{3}}{\sqrt{\left(0,12 + \frac{0,12}{0,03}\right)^2 + 0,83^2}} = 60,58 \text{ A}$$

Así, las pérdidas por efecto Joule en el rotor se obtienen según la siguiente expresión:

$$P_{J2} = 3 \cdot R'_2 \cdot I_{1N}^2 = 3 \cdot 0,12 \cdot 60,58^2 = 1.321,33 \text{ W}$$

Del resultado anterior se deduce el valor de la potencia mecánica interna.

$$P_{mi} = P_{J2} \cdot \frac{1 - s}{s} = 1.321,33 \cdot \frac{1 - 0,03}{0,03} = 38.318,61 \text{ W}$$

Para calcular el par motor se utiliza la expresión que relaciona el par motor y la potencia mecánica interna.

$$Cm = \frac{P_{mi}}{2\pi \cdot \frac{n_2}{60}} = \frac{38.318,61}{2\pi \cdot \frac{1.450}{60}} = 252,36 \text{ Nm}$$

- c) **Pérdidas por efecto Joule en el rotor en el momento en el que, cuando el motor se encuentra girando a 1.450 rpm, se efectúa la inversión de la conexión de dos de las fases de alimentación.**

Al invertir dos de las fases de alimentación al motor, el campo magnético rotativo cambia su sentido de giro. En el instante inmediatamente posterior a la inversión de las fases, el rotor sigue girando con su misma velocidad y en el mismo sentido, que en ese momento es contrario al de la velocidad de sincronismo. Por tanto, estableciendo como positivo el sentido de giro del campo magnético rotativo, el deslizamiento es:

$$s_{\text{inv}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{1.500 - (-1.450)}{1.500} = 1,97$$

En ese instante, la intensidad que circula por el rotor variará.

$$I'_{2\text{inv}} = \frac{U_{1N}/\sqrt{3}}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s_{\text{inv}}}\right)^2 + X_e^2}} = \frac{400/\sqrt{3}}{\sqrt{\left(0,12 + \frac{0,12}{1,97}\right)^2 + 0,83^2}} = 271,19 \text{ A}$$

Por tanto, las pérdidas por efecto Joule adquieren un valor que se calcula según la siguiente fórmula:

$$P_{J2} = 3 \cdot R'_2 \cdot (I'_{2\text{inv}})^2 = 3 \cdot 0,12 \cdot 271,19^2 = 26,48 \text{ kW}$$

EJERCICIO 14

Un motor asíncrono trifásico, de 400 V, 50 Hz y tres pares de polos, presenta un diagrama del círculo cuyos puntos fundamentales están representados esquemáticamente en la Figura 9.4.

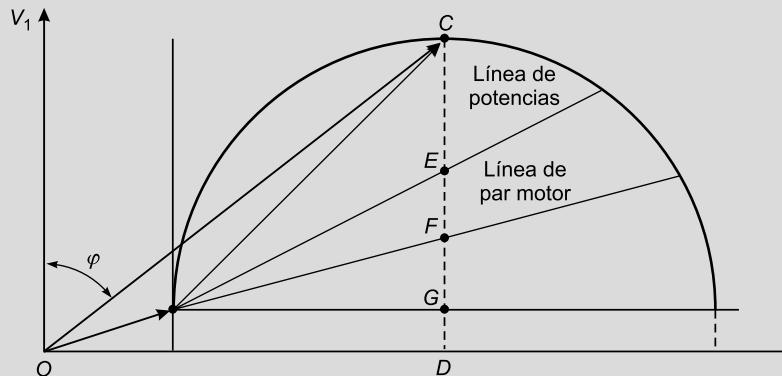


FIGURA 9.4.

Cuando se encuentra trabajando en el punto *C* el motor se encuentra en condiciones nominales. En esta situación, para una representación real realizada con una escala de intensidad de valor $e_I = 1 \text{ A/cm}$ se cumple que:

- El segmento OC mide 15,5 cm.
- El segmento EG mide 0,5 cm.
- El $\cos \varphi$ vale 0,97.

Además se sabe que, en el ensayo de cortocircuito nominal, las pérdidas por efecto Joule en el rotor son de 96 W para una tensión de alimentación de 92,5 V, mientras que en el ensayo de vacío nominal, la potencia consumida es de 100 W. Considerando que las pérdidas mecánicas son despreciables, calcular:

- a) Deslizamiento del rotor en condiciones nominales.
- b) El par motor en condiciones nominales.
- c) Rendimiento del motor en condiciones nominales.
- d) La intensidad absorbida en el momento del arranque directo.

a) Deslizamiento del rotor en condiciones nominales.

En primer lugar, se debe calcular la velocidad de sincronismo.

$$n_1 = 60 \cdot \frac{f_1}{p} = 60 \cdot \frac{50}{3} = 1.000 \text{ rpm}$$

A continuación se obtiene la escala de potencias:

$$e_p = 3 \cdot V_{1N} \cdot e_I = 3 \cdot \frac{U_{1N}}{\sqrt{3}} \cdot e_I = 3 \cdot \frac{400}{\sqrt{3}} \cdot 1 = 692,82 \frac{\text{W}}{\text{cm}}$$

Así, considerando las diferentes medidas de los segmentos observables en el diagrama del círculo, se obtendrán varias de las potencias a calcular.

$$\begin{aligned} I_{1N} &= \overline{OC} \cdot e_I = 15,5 \cdot 1 = 15,5 \text{ A} \\ \overline{CD} &= \overline{OC} \cdot \cos \varphi = 15,5 \cdot 0,97 = 15,035 \text{ cm} \\ P_1 &= \overline{CD} \cdot e_p = 15,035 \cdot 692,82 = 10,42 \text{ kW} \\ P_J &= P_{J1} + P_{J2} = \overline{EG} \cdot e_p = 0,5 \cdot 692,82 = 346,41 \text{ W} \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que las pérdidas por efecto Joule en el rotor son conocidas (96 W), se calculan las pérdidas por efecto Joule en el estator.

$$P_{J1} = P_J - P_{J2} = 346,41 - 96 = 250,41 \text{ W}$$

Mediante un balance de potencias, y conocidas las pérdidas en el hierro (100 W), se obtiene el valor de la potencia transmitida del estator al rotor.

$$P_{12} = P_1 - P_{J1} - P_{Fe} = 10,42 \cdot 10^3 - 250,41 - 100 = 10,07 \text{ kW}$$

Finalmente, se obtiene el valor del deslizamiento de la relación existente entre las pérdidas por efecto Joule en el rotor y la potencia transmitida del estator al rotor.

$$s = \frac{P_{J2}}{P_{12}} = \frac{96}{10,07 \cdot 10^3} = 0,01$$

b) El par motor en condiciones nominales.

El cálculo del par motor en condiciones nominales es inmediato, a partir de la potencia transmitida del estator al rotor.

$$Cm = \frac{P_{12}}{2\pi \cdot \frac{n_1}{60}} = \frac{10,07 \cdot 10^3}{2\pi \cdot \frac{1.000}{60}} = 96,13 \text{ Nm}$$

c) Rendimiento del motor en condiciones nominales.

El rendimiento del motor se obtiene a partir del balance de potencias de dicho motor.

$$\eta = \frac{P_u}{P_1} = \frac{P_1 - P_J - P_{Fe}}{P_1} \cdot 100 = \frac{10,42 \cdot 10^3 - 346,41 - 100}{10,42 \cdot 10^3} \cdot 100 = 95,71\%$$

d) La intensidad absorbida en el momento del arranque directo.

Con anterioridad al cálculo de la intensidad de arranque, se ha de determinar la impedancia equivalente del motor en esa situación.

$$Z_e = \frac{V_{1cc}}{I_{1N}} = \frac{U_{1cc}/\sqrt{3}}{I_{1N}} = \frac{92,5/\sqrt{3}}{15,5} = 3,44 \Omega$$

Para obtener la intensidad de arranque, se tiene en consideración que el motor se encuentra en una situación tal que el circuito equivalente está en cortocircuito (deslizamiento unidad).

$$I_{arr} = \frac{U_{1N}/\sqrt{3}}{Z_e} = \frac{400/\sqrt{3}}{3,44} = 67,03 \text{ A}$$

EJERCICIO 15

Un motor asíncrono trifásico conectado en estrella tiene las siguientes características:

- Tensión nominal: 400 V
- Frecuencia nominal: 50 Hz
- Velocidad nominal: 1.425 rpm

El motor es sometido a dos ensayos de cortocircuito con los siguientes resultados:

- Ensayo de cortocircuito 1:
 - Tensión: 64,6 V a 50 Hz
 - Intensidad: 12 A

— Ensayo de cortocircuito 2:

- Tensión: 50,7 V a 60 Hz
- Intensidad: 8 A

Pruebas adicionales realizadas permiten considerar que a efectos de cálculo:

- El reparto proporcional de la reactancia equivalente del motor entre inductor e inducido es el mismo que el de la resistencia equivalente.
- Las pérdidas mecánicas y la rama de vacío son despreciables.

El motor funciona conectado a una red trifásica equilibrada de 400 V a 50 Hz. En estas condiciones, las pérdidas por efecto Joule en el rotor correspondientes al instante de arranque directo son de 9.327,5 W. Calcular:

- a) **Pérdidas que se producen en los conductores del estator en el ensayo de cortocircuito 1.**
- b) **Frecuencia de las corrientes del inducido en el momento en que el motor desarrolla su par máximo.**
- c) **Valor de la reactancia que hay que conectar en serie con cada fase del inductor para conseguir que la intensidad de arranque sea de 30 A.**

Cuando el motor funciona arrastrando una carga mecánica a 1.455 rpm se produce una bajada brusca de tensión en la red de alimentación, que pasa a ser trifásica equilibrada de 340 V a 50 Hz.

- d) **Valor del par motor desarrollado por el motor en el instante inmediatamente posterior a producirse la bajada de tensión.**

- a) **Pérdidas que se producen en los conductores del estator en el ensayo de cortocircuito 1.**

En primer lugar, y puesto que se han realizado dos ensayos de cortocircuito a diferentes frecuencias, se obtienen las impedancias equivalentes por fase del motor para cada uno de los ensayos.

$$Z_{e50\text{Hz}} = \frac{U_{1cc50\text{Hz}}/\sqrt{3}}{I_{1cc50\text{Hz}}} = \frac{64,6/\sqrt{3}}{12} = 3,11 \Omega$$

$$Z_{e60\text{Hz}} = \frac{U_{1cc60\text{Hz}}/\sqrt{3}}{I_{1cc60\text{Hz}}} = \frac{50,7/\sqrt{3}}{8} = 3,66 \Omega$$

Para la obtención de la resistencia equivalente por fase, y teniendo en cuenta que es independiente de la frecuencia, se crea un sistema de ecuaciones a resolver.

$$R_e^2 + X_{e50\text{Hz}}^2 = Z_{e50\text{Hz}}^2$$

$$R_e^2 + X_{e60\text{Hz}}^2 = Z_{e60\text{Hz}}^2$$

Además, teniendo en cuenta la relación existente entre la reactancia por fase a 50 Hz y a 60 Hz:

$$X_{e50\text{Hz}} = \frac{50}{60} \cdot X_{e60\text{Hz}} = \frac{X_{e60\text{Hz}}}{1,2}$$

De esta manera, resolviendo el sistema anterior de tres ecuaciones con tres incógnitas, la resistencia equivalente adquiere el siguiente valor:

$$R_e = \sqrt{\frac{Z_{e60\text{Hz}}^2 - \left(\frac{60}{50}\right)^2 \cdot Z_{e50\text{Hz}}^2}{1 - \left(\frac{60}{50}\right)^2}} = \sqrt{\frac{3,66^2 - 1,2^2 \cdot 3,11^2}{1 - 1,2^2}} = 1,09 \Omega$$

Puesto que la pregunta del enunciado se refiere a los datos del ensayo 1 (50 Hz), se calcula la reactancia equivalente a 50 Hz mediante dicho ensayo.

$$X_{e50\text{Hz}} = \sqrt{Z_{e50\text{Hz}}^2 - R_e^2} = \sqrt{3,11^2 - 1,09^2} = 2,91 \Omega$$

Para obtener la intensidad de arranque, se tiene en consideración que el motor se encuentra en una situación tal que el circuito equivalente está en cortocircuito (deslizamiento unidad).

$$I_{\text{arr}} = \frac{U_{1N}/\sqrt{3}}{Z_{e50\text{Hz}}} = \frac{400/\sqrt{3}}{3,11} = 74,30 \text{ A}$$

Puesto que son conocidas las pérdidas por efecto Joule en el instante de arranque, es posible calcular la resistencia por fase del rotor.

$$R'_2 = \frac{P_{J2}}{3 \cdot I_{\text{arr}}^2} = \frac{9.327,5}{3 \cdot 74,30^2} = 0,56 \Omega$$

Así, la resistencia por fase del estator:

$$R_1 = R_e - R'_2 = 1,09 - 0,56 = 0,53 \Omega$$

Finalmente, se obtienen las pérdidas por efecto Joule en el estator producidas durante el ensayo de cortocircuito 1.

$$P_{J1} = 3 \cdot R_1 \cdot I_{cc50\text{Hz}}^2 = 3 \cdot 0,53 \cdot 12^2 = 227,508 \text{ W}$$

b) Frecuencia de las corrientes del inducido en el momento en que el motor desarrolla su par máximo.

La obtención de la velocidad del motor en la situación de par máximo se realiza mediante el conocimiento del deslizamiento de par máximo.

$$s_{C_{\text{máx}}} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{e50\text{Hz}}^2}} = \frac{0,147}{\sqrt{0,53^2 + 2,91^2}} = 0,1893$$

Así, la frecuencia a la cual tiene lugar el par máximo es:

$$f_S = f_1 s_{C_{\text{máx}}} = 50 \cdot 0,1893 = 9,46 \text{ Hz}$$

- c) **Valor de la reactancia que hay que conectar en serie con cada fase del inductor para conseguir que la intensidad de arranque sea de 30 A.**

Teniendo en cuenta que la nueva intensidad de arranque que se quiere lograr es de 30 A, se ha de obtener primeramente cuál es la impedancia de arranque que se necesita, teniendo en cuenta el conjunto motor + reactancias.

$$Z_{e_{arr2}} = \frac{U_{1N}/\sqrt{3}}{I_{arr2}} = \frac{400/\sqrt{3}}{30} = 7,70 \Omega$$

De esta manera, es posible calcular la reactancia equivalente existente en el arranque, teniendo en cuenta el conjunto motor + reactancias.

$$X_{e_{arr2}} = \sqrt{Z_{e_{arr2}}^2 - R_e^2} = \sqrt{7,70^2 - 1,09^2} = 7,62 \Omega$$

De la anterior reactancia, es posible obtener directamente la reactancia de conexión al motor.

$$X_{conec} = X_{e_{arr2}} - X_{e_{50Hz}} = 7,62 - 2,91 = 4,71 \Omega$$

- d) **Valor del par motor desarrollado por el motor en el instante inmediatamente posterior a producirse la bajada de tensión.**

En primer lugar, se deben calcular la velocidad de sincronismo y el deslizamiento existente en condiciones nominales, basándose para ello en la utilización de la fórmula general de la velocidad de sincronismo.

$$n_1 = 60 \cdot \frac{f_1}{p} = 60 \cdot \frac{50}{p} = \frac{3.000}{p}$$

Así, para una determinada frecuencia, es posible generar una tabla que asocie el número de pares de polos y la velocidad de sincronismo.

| | | | | | | |
|----------------------|-----|-------|-------|-----|-----|-----|
| p | ... | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
| n₁ | ... | 1.500 | 1.000 | 750 | 600 | ... |

El número de pares de polos buscado es aquel que hace que la velocidad de sincronismo sea superior y lo más cercana posible a la velocidad del rotor (1.455 rpm).

$$n_{2_{nuevo}} < n_1 \text{ y próxima } \Rightarrow n_1 = 1.500 \text{ rpm} \Rightarrow p = 2$$

por lo que el nuevo deslizamiento resultante:

$$s_{nuevo} = \frac{n_1 - n_{2_{nuevo}}}{n_1} = \frac{1.500 - 1.455}{1.500} = 0,03$$

Posteriormente, se ha de calcular la nueva intensidad absorbida de la red.

$$I_{nueva} = \frac{U_{1nueva}/\sqrt{3}}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s_{nuevo}}\right)^2 + X_{e_{50Hz}}^2}} = \frac{340/\sqrt{3}}{\sqrt{\left(0,53 + \frac{0,56}{0,03}\right)^2 + 2,91^2}} = 10,06 \text{ A}$$

con lo que ya se puede calcular el valor del par motor:

$$Cm_{\text{nuevo}} = \frac{P_{12,\text{nuevo}}}{2\pi \cdot \frac{n_1}{60}} = \frac{s_{\text{nuevo}}}{2\pi \cdot \frac{n_1}{60}} = \frac{3 \cdot R'_2 \cdot I_{\text{nueva}}^2}{2\pi \cdot \frac{n_1}{60}} = \frac{3 \cdot 0,56 \cdot 10,06^2}{2\pi \cdot \frac{1.500}{60}} = 36,27 \text{ Nm}$$

9.2. Ejercicios propuestos

EJERCICIO 16

Un motor asíncrono trifásico alimentado a 230 V y 50 Hz gira a una velocidad de 960 rpm y desarrolla un par motor de 6 kgm. Sabiendo que las pérdidas mecánicas son del 6% de la potencia mecánica, se pide:

- a) Potencia útil del motor en CV.
- b) Número de polos del motor.
- c) Deslizamiento.
- d) Frecuencia de las corrientes del rotor.
- e) Potencia absorbida si el rendimiento es del 83%.
- f) Pérdidas por efecto Joule en el rotor.
- g) Intensidad absorbida de la línea de alimentación si el factor de potencia del motor es 0,8.

EJERCICIO 17

Un motor asíncrono trifásico de inducción alimentado a 230 V y 50 Hz, con 4 polos, 15 CV de potencia útil a plena carga, rotor bobinado y estator en triángulo, gira a 1.440 rpm siendo su rendimiento del 85% y el factor de potencia 0,8. El motor está diseñado para presentar unas pérdidas por efecto Joule en el estator de valor el doble a las correspondientes al rotor por efecto Joule, siendo las pérdidas mecánicas despreciables. Se pide:

- a) Resistencia real por fase del estator.
- b) Pérdidas en el hierro.
- c) Frecuencia de las corrientes del rotor.
- d) Par que actúa sobre la carga.

EJERCICIO 18

Una máquina asíncrona trifásica de 10 polos trabaja a 230 V y 50 Hz, con un deslizamiento del 2% y una potencia útil de 10 CV. Se pide:

- a) Velocidad de giro del rotor y frecuencia de las corrientes del rotor.

- b) Par motor, sabiendo que las pérdidas mecánicas son el 8% de la potencia mecánica.
- c) Pérdidas por efecto Joule en el rotor.
- d) Potencia transmitida del estator al rotor.
- e) Si el rendimiento en estas condiciones es del 85%, determinar las pérdidas en el hierro, considerando que las pérdidas por efecto Joule en estator y rotor son iguales.
- f) Intensidad absorbida de la línea de alimentación si el factor de potencia es 0,8.

EJERCICIO 19

Se dispone de un motor asíncrono trifásico conectado en estrella. Las características de este motor son 220,5 kW y 4.500 V de tensión compuesta nominal.

Se realiza el ensayo de vacío aplicando la tensión nominal y midiéndose una intensidad de 9 A y un consumo de 2.500 W. También se realiza el ensayo de cortocircuito, en el cual se mide una tensión compuesta de 545 V, una intensidad de 35 A (que se corresponde con la intensidad nominal) y un consumo de 4.500 W. Las pérdidas mecánicas son despreciables y se sabe que $R_1 = R'_2$. Calcular:

- a) El deslizamiento de la máquina a plena carga.
- b) Rendimiento del motor a plena carga.
- c) Resistencia por fase del estator.
- d) La impedancia por fase (despreciando la rama de vacío) del motor a plena carga.
- e) La intensidad de arranque directo del motor cuando se alimenta a tensión nominal.

EJERCICIO 20

Un motor asíncrono trifásico, cuyo rotor está bobinado para tres fases. La resistencia del rotor referida al estator es de $0,5 \Omega$ por fase. Dicho motor trabaja con las siguientes características:

- Deslizamiento del 4%.
- Pérdidas mecánicas de 120 W.
- Potencia útil 5 CV.
- Frecuencia 50 Hz.

Calcular:

- a) Intensidad por fase del rotor referida al estator.
- b) Pérdidas por efecto Joule en el rotor.
- c) Potencia transmitida del estator al rotor.

EJERCICIO 21

Un motor asíncrono trifásico de 6 polos, alimentado a 400 V y 50 Hz, desarrolla a plena carga un par de 163,2 Nm. Se observa que la f.e.m. del rotor tiene una frecuencia de 1,5 Hz.

Calcular:

- Potencia útil del motor si las pérdidas mecánicas son del 2% de la potencia mecánica.
- Si las pérdidas por efecto Joule en el estator son de 450 W y las pérdidas en el hierro son de 300 W, calcular las pérdidas por efecto Joule en el rotor, la potencia absorbida y el rendimiento.
- Intensidad absorbida de la línea de alimentación si el factor de potencia es 0,8.

EJERCICIO 22

Un motor asíncrono trifásico de tres pares de polos y 50 Hz, en el momento del arranque directo absorbe una potencia de 94 kW. Siendo las pérdidas en el hierro y mecánicas de 4 kW y $R_1 = R'_2$, se pide:

- Valor de las pérdidas por efecto Joule en el rotor y en el estator en el momento del arranque.
- Calcular, cuando presente un factor de potencia de 0,8, el valor de la potencia absorbida y del par motor, sabiendo que el deslizamiento vale 0,014 y que las pérdidas por efecto Joule en el estator son 1.562 W.

EJERCICIO 23

Un motor asíncrono trifásico de jaula de ardilla, conexión en estrella, 6 polos, 3.000 V de tensión nominal y 50 Hz dispone de los siguientes parámetros del circuito monofásico equivalente:

$$— G_0 = 1 \cdot 10^{-3} \Omega^{-1}; B_0 = 4 \cdot 0^{-3} \Omega^{-1}; R_1 = R'_2 = 0,5 \Omega; X_1 = X'_2 = 1,25 \Omega.$$

Si se desprecian las pérdidas mecánicas, calcular:

- El par que desarrolla a tensión nominal si la velocidad de giro es de 948 rpm.
- Las pérdidas por efecto Joule en el estator correspondientes al punto de funcionamiento del apartado anterior.
- La potencia activa que se mediría en el ensayo de vacío si el ensayo se realizara a tensión nominal.
- El par máximo que es capaz de desarrollar a la tensión nominal.

EJERCICIO 24

Un motor asíncrono trifásico de 400 V, 50 Hz, $p = 3$ y conectado en estrella se arranca insertando una reactancia por fase de 2Ω entre la fuente de alimentación y el motor para limitar la corriente de arranque a 1,5 veces su intensidad nominal, siendo en ese instante el $\cos \varphi = 0,083$ (ind.) en bornes de la alimentación. Después de realizar el arranque, la reactancia queda anulada y el motor queda alimentado a la tensión nominal, hasta alcanzar un punto de funcionamiento en el cual el consumo del motor es de 15 kW con un $\cos \varphi = 0,9$ (ind.).

Despreciando las pérdidas en el hierro y las mecánicas, determinar:

- Tensión en bornes del motor en el momento del arranque.

- b) Reactancia del rotor referida al estator si $X_1 = X'_2$.
- c) Potencia útil que desarrolla en la situación de funcionamiento indicado.
- d) Deslizamiento en el punto de funcionamiento indicado en el caso de que $R_1 = R'_2$.

EJERCICIO 25

Un motor asíncrono trifásico de 400 V, conexión estrella, rotor bobinado, 50 Hz y velocidad nominal de 720 rpm se somete a un ensayo de cortocircuito con los siguientes resultados:

- Tensión: 57,58 V; Intensidad: 2 A; Consumo: 54 W

Asimismo, los datos de su ensayo de vacío son los siguientes:

- Tensión: 400 V; Intensidad: 0,7 A; Consumo: 98 W

Tras realizar las pruebas pertinentes, se determina que el 55,6% de las pérdidas por efecto Joule se producen en el estator. A efectos de cálculo puede considerarse que las pérdidas mecánicas son despreciables y que la utilización del circuito equivalente simplificado no introduce diferencias significativas en los resultados.

Determinar:

- a) Par nominal.
- b) Rendimiento en condiciones nominales de funcionamiento.
- c) Intensidad que circula por el rotor (referida al estator) en el momento del arranque (considerar arranque directo sobre la red de 400 V).

EJERCICIO 26

Un motor asíncrono trifásico de rotor bobinado, conexión en estrella, $p = 3$, 3.000 V de tensión nominal y 50 Hz presenta el siguiente ensayo de cortocircuito nominal:

- Intensidad: 96,06 A.
- Tensión: 448 V.
- Consumo: 27,68 kW.

Se sabe que las pérdidas por efecto Joule en el estator y rotor son iguales y que la reactancia equivalente del motor se reparte por igual entre estator y rotor. Si se desprecia la rama de vacío y las pérdidas mecánicas, cuando el motor funciona alimentado a la tensión nominal, calcular:

- a) Valor de la frecuencia de las corrientes del rotor a plena carga.
- b) Valor del rendimiento del motor cuando trabaja a plena carga.
- c) El par motor máximo que puede desarrollar el motor.

Si en un ensayo de laboratorio se decide arrancar en vacío al motor conectando un reóstato externo que aumente 20 veces el valor original de la resistencia de cada fase del rotor, determinar:

- d)** Intensidad de arranque en esta situación.
- e)** Pérdidas por efecto Joule en el estator en la situación de arranque anterior.

EJERCICIO 27

A un motor asíncrono trifásico de 3.000 V, 50 Hz, 4 polos y conexión estrella se le realiza el ensayo de cortocircuito y se obtienen los siguientes resultados:

- Tensión: 500 V; Intensidad: 100 A; Potencia: 30 kW

Las pérdidas por efecto Joule son iguales en estator y rotor y la reactancia equivalente también se reparte por igual entre estator y rotor. Además, a efectos de cálculo, pueden considerarse despreciables la rama de vacío y las pérdidas mecánicas. Si el sistema de alimentación del motor corresponde a una red trifásica de 3.000 V y 50 Hz, calcular:

- a)** Velocidad de giro cuando llega al punto de funcionamiento estable, sabiendo que, en esas condiciones, el motor consume una potencia aparente de 200 kVA.
- b)** Par máximo que puede desarrollar el motor.
- c)** Intensidad de arranque directo.

EJERCICIO 28

Un motor asíncrono trifásico de 400 V, conexión estrella, 50 Hz y 8 polos alimentado a tensión nominal arrastra una carga mecánica con par resistente de 120 Nm a la velocidad de 735 rpm. En estas condiciones el motor tiene un rendimiento del 88% y un $\cos \varphi$ de 0,8.

Determinar, despreciando a efectos de cálculo la rama de vacío y las pérdidas mecánicas:

- a)** Reactancia equivalente del motor.
- b)** Factor de potencia que presenta este motor en el arranque.

EJERCICIO 29

Un motor asíncrono trifásico de 4 polos y conexión en estrella presenta las siguientes características nominales: 400 V, 50 Hz y 1.455 rpm.

El motor se somete a un ensayo de cortocircuito a una intensidad de 11,4 A, midiéndose en dicho ensayo una potencia consumida de 350 W. De toda esta potencia consumida, 70 W se pierden por calentamiento en los bobinados del rotor.

Sabiendo que el motor funciona siempre alimentado a la tensión nominal, y que en el arranque directo consume una intensidad de 95 A, calcular:

- a)** Par desarrollado por el motor cuando éste trabaja a plena carga.
- b)** Rendimiento del motor en las condiciones del apartado anterior.
- c)** Reactancia por fase que es necesario intercalar entre la red y el motor, para que la intensidad de arranque se reduzca en un 50%.

NOTA: Se despreciarán a efectos de cálculo las pérdidas mecánicas y la rama de vacío.

EJERCICIO 30

La placa de características de un motor asincrónico trifásico de rotor bobinado señala los siguientes valores nominales: 230/400 V, 50 Hz, 940 rpm. Además, tras la realización de las pruebas pertinentes se determina que las pérdidas por efecto Joule en el inductor son el 55% de las pérdidas por efecto Joule que se producen en el motor.

El motor se conecta a una red trifásica de 400 V, 50 Hz. El diagrama del círculo que lo representa en estas condiciones de alimentación tiene un diámetro de 5,8 cm cuando se construye con una escala de 10 A/cm. Sabiendo que la intensidad de arranque directo en las condiciones de alimentación señaladas es de 55 A y despreciando a efectos de cálculo el valor de la intensidad de vacío, se pide calcular:

- Tensión de alimentación que es necesario aplicar en el ensayo de cortocircuito realizado en condiciones nominales de intensidad.
- Factor de potencia nominal del motor.
- Frecuencia de las corrientes del inducido en el momento en que el motor presenta un factor de potencia de 0,8.
- Valor de la reactancia por fase que hay que conectar en serie con el inductor para que la intensidad de arranque se reduzca a 30 A.

9.3. Soluciones

9.3.1. Ejercicios resueltos

- a) $P_u = 5.280,07 \text{ W}$ b) $p = 4$ pares de polos c) $P_{12} = 5.387,83 \text{ W}$
 d) $f_s = 1 \text{ Hz}$ e) $P_{J2} = 107,76 \text{ W}$ f) $P_1 = 6.211,85 \text{ W}$
 g) $I_1 = 19,49 \text{ A}$ h) $S_1 = 7.764,82 \text{ VA}$
- a) $R_e = 0,92 \Omega$; $X_e = 7,64 \Omega$; $G_0 = 2,479 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1}$; $B_0 = 44,544 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1}$
 b) $s = 0,01475$ c) $\eta = 94,52\%$ d) $I_{\text{arr}} = 495 \text{ A}$
- a) $R_e = 0,1 \Omega$; $X_e = 0,57 \Omega$ b) $n_2 = 1.460,52 \text{ rpm}$ c) $\eta = 94,87\%$
 d) $Cm = 1.277,22 \text{ rpm}$ e) $n_{2\text{nuevo}} = 1.481,99 \text{ rpm}$
- a) $P_{Fe} = 1,18 \text{ kW}$ b) $I_1 = 24,7 \text{ A}$ c) $n_{2\text{nuevo}} = 720 \text{ rpm}$
 d) $P_{u\text{nuevo}} = 97,96 \text{ kW}$ e) $P_{12\text{nuevo}} = 102,04 \text{ kW}$
- a) $I_1 = 27 \text{ A}$ b) $Cr = 83,36 \text{ Nm}$ c) $\eta = 91,22\%$ d) $I_{\text{arr}} = 152,085 \text{ A}$
 e) $n_2 = 816,2 \text{ rpm}$
- a) $n_2 = 1.440 \text{ rpm}$ b) $f_s = 2 \text{ Hz}$ c) $P_u = 5.920 \text{ W}$
 d) $Cm = 39,79 \text{ Nm}$ e) $P_{Fe} = 340 \text{ W}$ f) $\cos \varphi = 0,79$

- 7.** a) $f_s = 1 \text{ Hz}$ b) $P_{12} = 11.836,73 \text{ W}$ c) $I_1 = 37,88 \text{ A}$
d) $R_1 = 0,05 \Omega$ e) $I_{\text{arr}} = 63,05 \text{ A}$
- 8.** a) $U_{1cc} = 71,95 \text{ V}$ b) $P_J = 696,61 \text{ W}$ c) $s = 0,0398$
- 9.** a) $U_1 = 204,05 \text{ V}$ b) $X_1 = 1,54 \Omega$ c) $P_{mi} = 22,212 \text{ kW}$ d) $s = 0,0402$
- 10.** a) $\eta = 80,92\%$ b) $Cr = 300,47 \text{ Nm}$ c) $s = 1,935$
- 11.** a) $n_2 = 990 \text{ rpm}$ b) $Cm = 91,87 \text{ Nm}$ c) $I_{\text{arr}} = 63,66 \text{ A}$
d) $P_{mi\text{nueva}} = 5.357,25 \text{ W}$ e) $I_{\text{arrnueva}} = 47,75 \text{ A}$
- 12.** a) $Cm = 55,13 \text{ Nm}$ b) $\cos \varphi = 0,0789$ c) $\Delta R_2 = 2,861 \Omega$
d) $n_2 = 1.728,84 \text{ rpm}$
- 13.** a) $I_{\text{arr}} = 240,41 \text{ A}$ b) $Cm = 252,36 \text{ Nm}$ c) $P_{J2} = 26,48 \text{ kW}$
- 14.** a) $s = 0,01$ b) $Cm = 96,13 \text{ Nm}$ c) $\eta = 95,71\%$ d) $I_{\text{arr}} = 67,03 \text{ A}$
- 15.** a) $P_{J1} = 227,508 \text{ W}$ b) $f_s = 9,46 \text{ Hz}$ c) $X_{\text{conec}} = 4,71 \Omega$
d) $Cm_{\text{nuevo}} = 36,27 \text{ Nm}$

9.3.2. Ejercicios propuestos

- 16.** a) $P_u = 7,55 \text{ CV}$ b) $p = 3$ c) $s = 0,04$ d) $f_s = 2 \text{ Hz}$
e) $P_1 = 6.694,64 \text{ W}$ f) $P_{J2} = 246,30 \text{ W}$ g) $I_1 = 21 \text{ A}$
- 17.** a) $R_1 = 0,55 \Omega$ b) $P_{Fe} = 567,84 \text{ W}$ c) $f_s = 2 \text{ Hz}$ d) $Cm = 73,16 \text{ Nm}$
- 18.** a) $f_s = 1 \text{ Hz}; U_2 = 588 \text{ rpm}$ b) $Cm = 129,83 \text{ Nm}$ c) $P_{J2} = 163,15 \text{ W}$
d) $P_{12} = 8.157,7 \text{ W}$ e) $P_{Fe} = 332,07 \text{ W}$ f) $I_1 = 27,15 \text{ A}$
- 19.** a) $s = 0,01$ b) $\eta = 96,98\%$ c) $R_1 = 0,61 \Omega$ d) $Z_e = 63,08 \Omega$
e) $I_{\text{arr}} = 289 \text{ A}$
- 20.** a) $I'_2 = 10,27 \text{ A}$ b) $P_{J2} = 158,22 \text{ W}$ c) $P_{12} = 3.955,72 \text{ W}$
- 21.** a) $P_u = 16,25 \text{ kW}$ b) $\eta = 91,06\%; P_{J2} = 512,71 \text{ W}; P_1 = 17,84 \text{ kW}$
c) $I_1 = 32,19 \text{ A}$
- 22.** a) $P_{J1} = P_{J2} = 45 \text{ kW}$ b) $P_1 = 117,13 \text{ kW}; Cm = 1.065,43 \text{ Nm}$
- 23.** a) $Cm = 7.611,44 \text{ Nm}$ b) $P_{J1} = 41,45 \text{ kW}$ c) $W_{ON} = 9.000 \text{ W}$
d) $Cm = 14.091,39 \text{ Nm}$
- 24.** a) $U_{\text{motor}} = 250,83 \text{ V}$ b) $X'_2 = 1,66 \Omega$ c) $P_u = 14,23 \text{ kW}$
d) $s = 0,0263$

- 25.** a) $Cm_N = 33,84 \text{ Nm}$ b) $\eta = 88,32\%$ c) $I_{\text{arr}} = 13,89 \text{ A}$
- 26.** a) $f_s = 1,44 \text{ Hz}$ b) $\eta = 94,4\%$ c) $Cm_{\text{máx}} = 14.091,3 \text{ Nm}$
d) $I_{\text{arr}} = 160,49 \text{ A}$ e) $P_{J1} = 38,63 \text{ kW}$
- 27.** a) $n_2 = 1.483,12 \text{ rpm}$ b) $Cm_{\text{máx}} = 8.804,48 \text{ Nm}$ c) $I_{\text{arr}} = 600 \text{ A}$
- 28.** a) $R_e = 1,17 \Omega$ b) $\cos \varphi_{\text{arr}} = 0,16$
- 29.** a) $Cm = 121,84 \text{ Nm}$ b) $\eta = 86,61\%$ c) $\Delta X = 2,52 \Omega$
- 30.** a) $U_{cc} = 146,75 \text{ V}$ b) $\cos \varphi_N = 0,938$ c) $f_s = 6,56 \text{ Hz}$
d) $X = 3,6 \Omega$

CONCEPTOS TEÓRICOS DE MÁQUINAS SÍNCRONAS



- 10.1. La máquina síncrona
- 10.2. Generadores síncronos
- 10.3. Motores síncronos



10.1. La máquina síncrona

10.1.1. Generalidades

Las máquinas síncronas se caracterizan porque giran a una velocidad constante denominada velocidad de sincronismo (n), la cual depende de la frecuencia de la red (f) y del número de polos de la máquina ($2p$).

$$\text{Velocidad de sincronismo} = n \text{ (rpm)} = \frac{60 \cdot f}{p}$$

En función de la conversión de energía que realicen, mecánica en eléctrica o eléctrica en mecánica, estas máquinas pueden ser generadores (alternadores) o motores. Su campo de aplicación más importante es el generador eléctrico. Las grandes centrales productoras de energía eléctrica, responsables del mantenimiento de la red eléctrica, son de tipo síncrono.

En las máquinas síncronas el devanado situado en el rotor está recorrido por corriente continua y el devanado del estator está recorrido por corriente alterna. A continuación se presenta una breve descripción de los elementos constitutivos más relevantes en este tipo de máquinas:

- **Rotor.** Forma parte del circuito magnético de la máquina y admite dos formas constructivas, el rotor cilíndrico y el rotor de polos salientes.
 - Los rotores de polos salientes adoptan una disposición como la mostrada en la Figura 10.1. Esta disposición constructiva, debido tanto a rozamientos como a las fuerzas centrífugas que se ejercen sobre los polos, está limitada a velocidades de giro reducidas (menores que 1.000 rpm). Esto hace que, para una determinada frecuencia, sea necesario elevar el número de polos y, consecuentemente, utilizar rotores de grandes diámetros. La fijación de los polos debe ser lo suficientemente sólida para equilibrar los efectos de dichas fuerzas centrífugas y de las fuerzas magnéticas a las que están sometidos.



FIGURA 10.1. Rotor de polos salientes (por cortesía de ALSTOM).

- Los rotores cilíndricos tienen un diseño que les permite girar a elevadas velocidades (superiores a 1.000 rpm). Se construyen a partir de un cilindro de material magnético, en cuyo perímetro externo se disponen ranuras para alojar el devanado eléctrico. En comparación con los rotores de polos salientes, esta forma constructiva conduce a rotores de menor diámetro y mayor longitud (Figura 10.2).

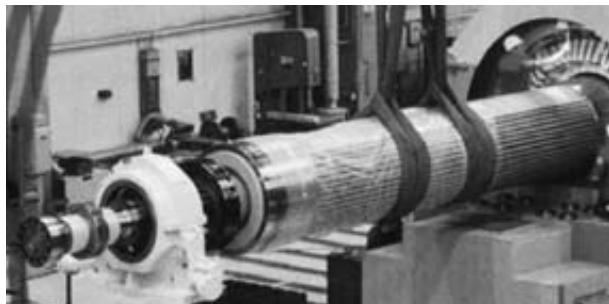


FIGURA 10.2. Rotor cilíndrico (por cortesía de ALSTOM).

- **Estator.** Está formado por un conjunto de chapas apiladas y aisladas entre sí. Esto permite disminuir las pérdidas en el hierro del circuito magnético de la máquina y mejorar, por lo tanto, el rendimiento. Las chapas tienen ranuras en su perímetro interno (Figura 10.3), en las cuales se embebén los conductores, así como algunos orificios o canales de ventilación a través de los cuales se refrigerará la máquina.



FIGURA 10.3. Estator en el interior de la carcasa (por cortesía de ALSTOM).

- **Bobinado del estator.** Es el circuito eléctrico situado en el estator de la máquina síncrona. Está constituido por espiras (Figura 10.4) que, en función del número de fases y polos del generador, se ubican a lo largo de las ranuras del paquete magnético del estator en la forma señalada en el Capítulo 1. En estas espiras se inducen tensiones alternas y, cuando el generador trabaja en carga, son recorridas por corriente alterna.

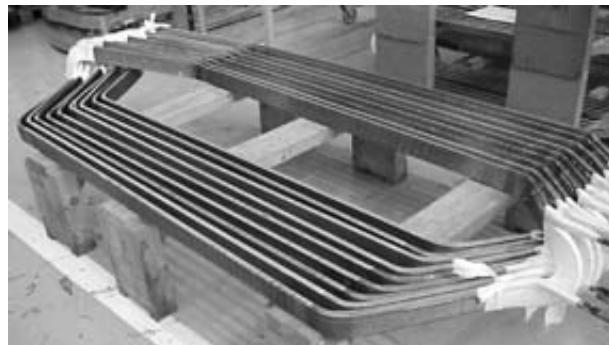


FIGURA 10.4. Bobinado del estator (por cortesía de ALSTOM).

- **Bobinado del rotor.** Es el circuito eléctrico situado en el rotor. Se trata de un bobinado recorrido por corriente continua que tiene por misión crear los polos inductores de la máquina. En función de que se trate de rotor de polos salientes o de rotor cilíndrico, este bobinado tiene distintas formas constructivas. Una imagen de este tipo de bobinado, correspondiente a una máquina de polos salientes, se muestra en la Figura 10.5, y una imagen de un polo sin el bobinado inductor puede observarse en la Figura 10.6. En el caso de rotor cilíndrico, los bobinados se alojan en ranuras de forma similar a la señalada para el caso del estator.



FIGURA 10.5. Bobinado polar del rotor (por cortesía de ALSTOM).

- **Bobinado amortiguador.** Es un devanado que se sitúa en la parte más externa de las las expansiones polares de las máquinas síncronas de polos salientes. Está constituido por barras de cobre alojadas en ranuras ubicadas lo más próximas posible al entrehierro. Estas barras van remachadas por sus dos extremos a unos segmentos o anillos que cierran el devanado (Figura 10.6).

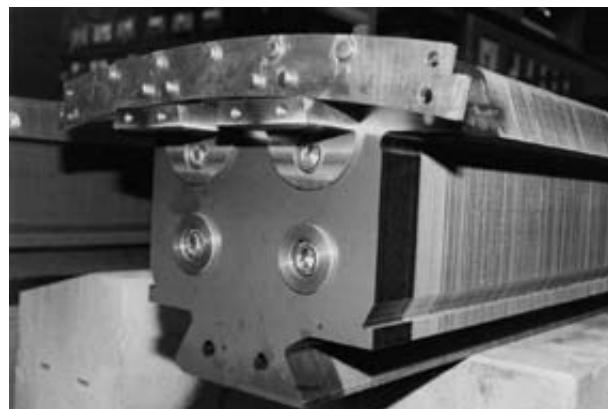


FIGURA 10.6. Disposición del bobinado amortiguador sobre un polo (por cortesía de ALSTOM).

- **Sistema de excitación.** Con este nombre se conoce al conjunto de equipos que permiten suministrar una tensión e intensidad de corriente continua al devanado eléctrico ubicado en el rotor (el cual está en movimiento). Actualmente se utilizan principalmente dos tecnologías: el sistema de excitación estático y el sistema de excitación *brushless* o sin escobillas.
 - En el sistema de excitación estático (Figura 10.7), la corriente continua necesaria para alimentar el devanado del rotor se genera a base de equipos rectificadores basados en electrónica de potencia, para posteriormente introducirla en el devanado eléctrico a través de un sistema de escobillas que rozan sobre unos anillos que giran solidarios con el eje y con el devanado del rotor.

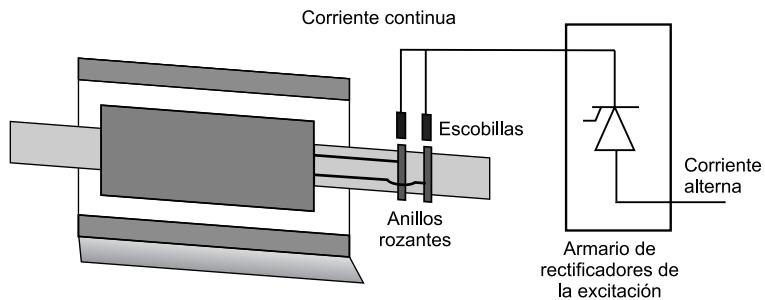
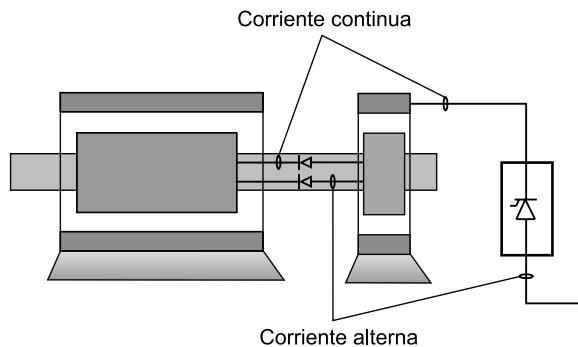


FIGURA 10.7. Sistema de excitación estático.

- En el sistema de excitación conocido como *brushless* o sin escobillas (Figura 10.8), la corriente continua se genera a través de un alternador inverso (inductor en el estator e inducido en el rotor) que proporciona corriente alterna para posteriormente rectificarla a través de unos diodos que giran solidariamente con el eje del rotor y con su devanado eléctrico.
- **Sistema de refrigeración.** Dentro del alternador se pueden identificar múltiples fuentes de calor (pérdidas por efecto Joule, pérdidas por corrientes de Foucault, etc.), que requieren un sistema de evacuación de dicho calor para evitar un envejecimiento prematuro de los elementos que constituyen la máquina. El medio de refrigeración interno

FIGURA 10.8. Sistemas de excitación *brushless*.

más habitual de la máquina es el aire, impulsado por ventiladores montados sobre el eje del alternador. Este aire fluye por los conductos de ventilación, refrigerando tanto el rotor como el estator (Figura 10.9).

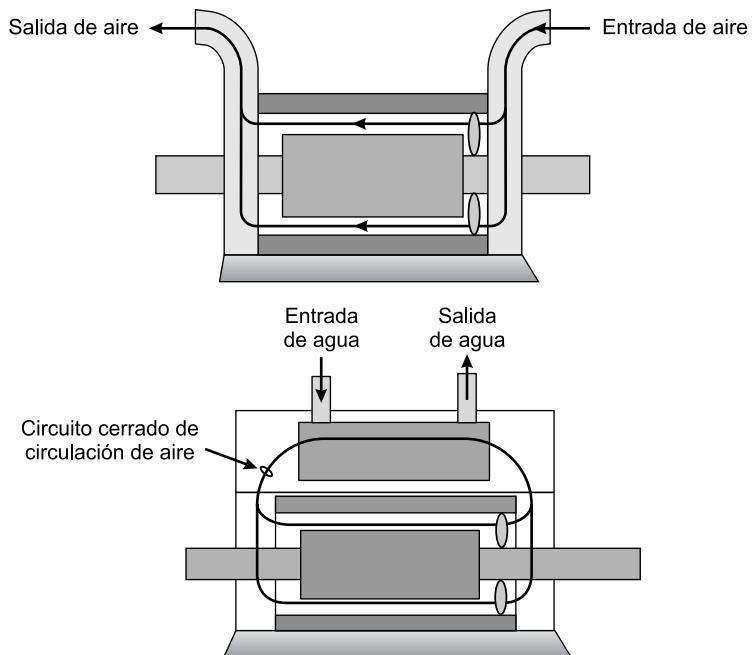


FIGURA 10.9. Sistemas de refrigeración.

- **Carcasa exterior.** Tanto el estator como el rotor se introducen dentro de una carcasa (Figura 10.10), con objeto de garantizar su apoyo y fijación, pero también como envolvente que asegure la protección de los elementos que componen la máquina frente al ambiente exterior. De esta carcasa sobresale la parte del eje que se conectará mecánicamente al exterior.



FIGURA 10.10. Carcasa exterior (por cortesía de ALSTOM).

10.2. Generadores síncronos

10.2.1. Generador síncrono elemental

El generador síncrono elemental es aquel que tiene el inductor fijo en el estator y el inducido móvil en el rotor (Figura 10.11).

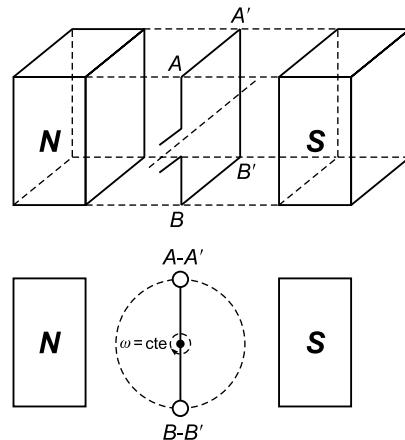


FIGURA 10.11. Generador síncrono elemental.

Supóngase un generador elemental en el que su estator o inductor consta de dos polos, norte y sur. Además, posee un rotor de forma cilíndrica de diámetro D y longitud axial L (la misma profundidad que la de los polos). Sobre el rotor se coloca una espira formada por dos conductores AA' y BB' unidos por un conductor $A'B'$ que se sitúa fuera de la influencia del campo magnético (Figura 10.12).

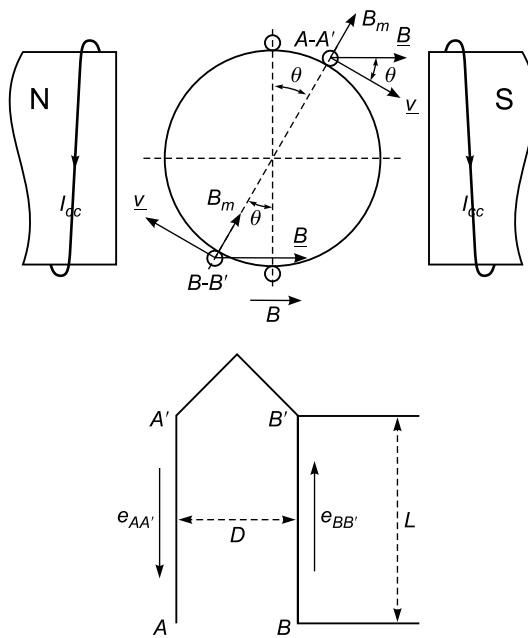


FIGURA 10.12. Generador síncrono elemental.

Con los polos norte y sur se crea un campo magnético con inducción de valor constante. Si se hace girar el rotor con una velocidad de n rps, la velocidad lineal de los conductores AA' y BB' , solidarios con él, será:

$$v = \omega \cdot \text{radio} = 2\pi \cdot n \cdot \frac{D}{2} = \pi \cdot n \cdot D$$

Según la ley de Faraday, al moverse los conductores AA' y BB' dentro de un campo magnético se inducen en ellos unas tensiones de valor:

$$e_{AA'} = v \cdot B \cdot L \cdot \sin \theta$$

$$e_{BB'} = v \cdot B \cdot L \cdot \sin(\pi - \theta)$$

Las dos tensiones son iguales en módulo y tienen los sentidos señalados en la Figura 10.12. La unión existente entre los conductores, que forman los lados activos de la espira, hace que estas dos tensiones inducidas se sumen de forma que la f.e.m. inducida en la espira es:

$$e_{AB} = 2 \cdot e_{AA'} = 2 \cdot v \cdot B \cdot L \cdot \sin \theta = 2\pi \cdot n \cdot (D \cdot B \cdot L) \cdot \sin \theta$$

Cuando la espira se encuentra en posición vertical, perpendicular a las líneas de campo magnético, el flujo abrazado por dicha espira es máximo y de valor:

$$\Phi_0 = B \cdot D \cdot L$$

ya que $D \cdot L$ es la sección encerrada en la espira en la posición de flujo máximo.

Por tanto:

$$e_{AB} = 2\pi \cdot n \cdot \Phi_0 \cdot \sin \theta$$

Si hubiese N espiras, la f.e.m. total inducida en las N espiras sería:

$$e = N \cdot 2\pi \cdot n \cdot \Phi_0 \cdot \sin \theta$$

siendo

$$\theta = \omega \cdot t = 2\pi \cdot n \cdot t$$

Por tanto, la f.e.m. que se induce en el caso de N espiras es una función sinusoidal de valor:

$$e(t) = 2\pi \cdot N \cdot n \cdot \Phi_0 \cdot \sin(2\pi \cdot n \cdot t)$$

Si se analiza un giro completo del rotor, se comprueba que los conductores AA' y BB' cambian su polaridad en función de que se sitúen bajo la influencia de un polo norte o de un polo sur, cumpliéndose que en cada giro se va a obtener un ciclo completo de la f.e.m. (Figura 10.13). En el primer semiciclo, los conductores tienen una polaridad, mientras que en el segundo semiciclo tienen la inversa.

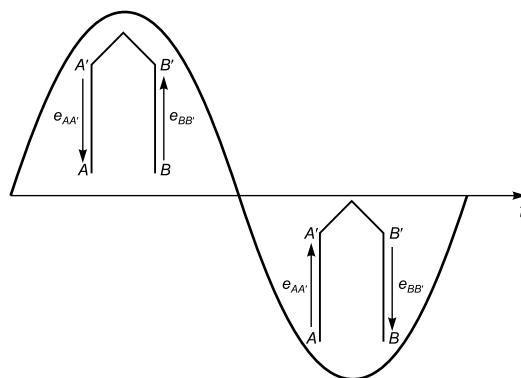


FIGURA 10.13. Tensión inducida.

Puesto que el rotor gira con una velocidad de n , se concluye que la frecuencia en Hz de la f.e.m. será igual a dicha velocidad (n) expresada en rps.

Por tanto:

$$e(t) = 2\pi \cdot N \cdot f \cdot \Phi_0 \cdot \sin \theta = 2\pi \cdot N \cdot f \cdot \Phi_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$$

El valor eficaz de esta f.e.m. es:

$$E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot N \cdot f \cdot \Phi_0 = 4,44 \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f$$

Hasta ahora, en el generador elemental se han considerado una inducción y una velocidad constantes, con un ángulo θ variable al girar el rotor.

Sin embargo, desde otro punto de vista, se puede interpretar que existe una inducción variable de forma sinusoidal ($B_m = B \cdot \sin \theta$ en la Figura 10.12) y una velocidad constante perpendicular en todo instante (Figura 10.14).

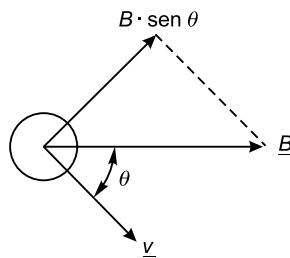


FIGURA 10.14. Interpretación de la ley de Faraday.

Desde este punto de vista, la expresión de la f.e.m. en el conductor es:

$$e_{AA'} = v \cdot B \cdot \text{sen} \theta \cdot L \cdot \frac{\pi}{2} = v \cdot B \cdot L \cdot \text{sen} \theta$$

que resulta ser la misma expresión que la obtenida anteriormente bajo la otra hipótesis.

Estas últimas condiciones son las aplicadas en el caso del alternador real. El funcionamiento de un alternador real se basa en la creación de una inducción sinusoidal perpendicular en todo instante a la velocidad relativa del conductor respecto a dicha inducción. De ahí el interés de esta segunda interpretación de la expresión de la f.e.m.

La concepción constructiva del generador síncrono elemental no se utiliza en la práctica porque plantea el inconveniente de que, para poder conectar su inducido móvil (giratorio) a un circuito externo fijo, exige utilizar un sistema de escobillas que, para elevadas potencias, requeriría un gran mantenimiento debido a que estas escobillas se desgastan con el tiempo.

10.2.2. Generador síncrono real

El alternador síncrono real se caracteriza por tener el inductor en el rotor y el inducido en el estator. La Figura 10.15 representa un generador con un par de polos en el rotor y una espira en el estator.

Los polos se crean haciendo circular corriente continua en el bobinado del rotor, quedando así definidos los polos norte y sur en función del sentido de circulación de la corriente.

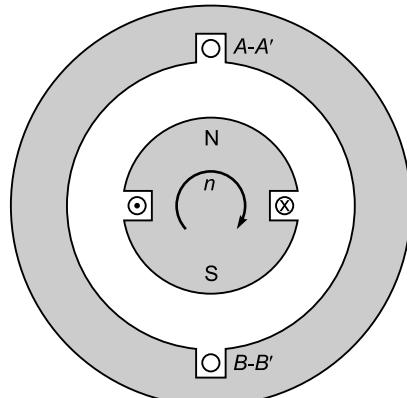


FIGURA 10.15. Generador síncrono real.

Las líneas de fuerza del campo magnético que se forma se cierran por el camino formado por rotor-entrehielro-estator. Al hacer girar los polos mediante un accionamiento exterior (como, por ejemplo, una turbina), se obtiene un campo magnético giratorio, es decir, un campo rotativo que se desplaza respecto de los conductores del estator y que, de acuerdo con la ley de Faraday, inducirá una f.e.m. en los conductores que forman las espiras alojadas en el estator, las cuales no se mueven.

La forma de aplicar la corriente continua al rotor es mediante uno de los sistemas de excitación que han sido expuestos anteriormente.

Para poder establecer las polaridades de las fuerzas electromotrices inducidas en los conductores del estator, se debe tener presente que la ley de Faraday exige contemplar la velocidad del conductor respecto del campo ($v_{A-A'}$), mientras que en la máquina lo que se desplaza es el campo respecto del conductor (v) (Figura 10.16).

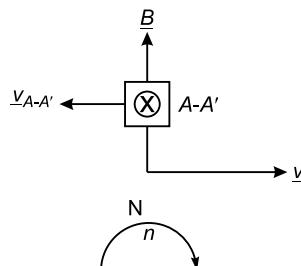


FIGURA 10.16. Polaridad de la f.e.m. inducida.

Como se puede apreciar en la Figura 10.17, al girar el rotor, las fuerzas electromotrices inducidas en los conductores cambian su polaridad: bajo el polo norte siempre son entrantes y bajo el polo sur son salientes (para el sentido de giro indicado).

En general, si el estator contiene N espiras, se inducirá en ellas una f.e.m. total de valor:

$$E = 4,44 \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f$$

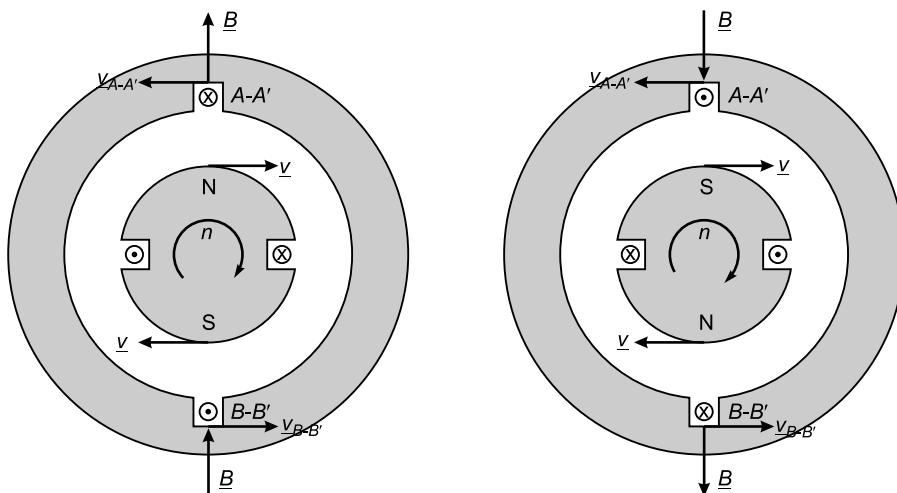


FIGURA 10.17. Polaridades bajo los polos norte y sur.

Al igual que sucedía con los bobinados de los transformadores, estas espiras presentan una cierta resistencia y una cierta reactancia que se analizará posteriormente.

Tal y como se ha señalado anteriormente, en la práctica existen principalmente dos formas constructivas del rotor (Figura 10.18):

- Rotor cilíndrico, también llamado de entrehierro constante.
- Rotor de polos salientes o de entrehierro (o reluctancia) variable.

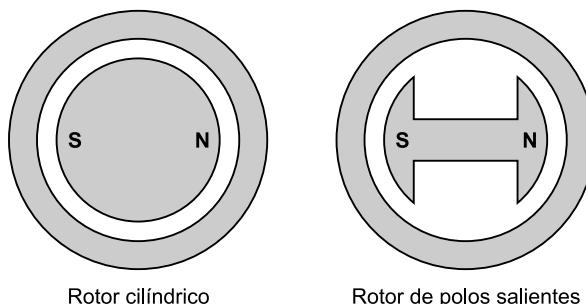


FIGURA 10.18. Tipos de rotor en generadores síncronos.

Tanto en un caso como en el otro se supondrán magnitudes sinusoidales de inducción magnética, flujo y f.e.m. Por tanto, en la máquina se genera una inducción magnética sinusoidal que se desplaza a lo largo de la máquina debido al giro del rotor. Esto provoca que en cualquier punto del estator (por ejemplo, en el conductor AA') se tenga una inducción perpendicular a la velocidad tangencial del rotor y cuya magnitud varía de forma sinusoidal. Es decir, en cada instante el valor de la inducción en ese punto es diferente debido a que la onda se desplaza al girar el rotor. Si se rectifica sobre un plano el rotor y el estator, y se consideran varias posiciones del rotor, se obtienen las representaciones mostradas en la Figura 10.19.

Se aprecia que a lo largo de toda la máquina hay una onda de inducción sinusoidal creada por el rotor. Como el rotor se desplaza, la onda de inducción se desplazará con él, de manera que la inducción en cada punto del estator varía con el tiempo.

Hasta ahora se ha visto como por cada giro del rotor se induce un ciclo de f.e.m. en los conductores del estator. Esto es así debido a que se dispone de un único par de polos. Ahora bien, se aprecia que para conseguir una frecuencia de 50 Hz habría que hacer girar al rotor a 50 rps, es decir, a 3.000 rpm.

En este sentido, en el caso de las turbinas de gas, su rendimiento exige que sus velocidades sean muy elevadas, pudiendo conseguirse fácilmente las 3.000 rpm. Sin embargo, en las turbinas hidráulicas, sus rendimientos requieren un bajo régimen de revoluciones, siendo prácticamente imposible obtener 3.000 rpm. Por ello, para obtener en un alternador una frecuencia de 50 Hz con velocidades de giro inferiores a 3.000 rpm, es necesario dotar al rotor de un mayor número de polos.

En el caso de dos pares de polos, cada giro de 360° del rotor supone dos ciclos en las fuerzas electromagnéticas inducidas. Esto se debe a que frente a cada conductor del estator pasan, alternativamente, dos polos norte y dos polos sur por cada giro completo del rotor. En general, si el generador tiene p pares de polos, cada giro de 360° del rotor implica p ciclos en

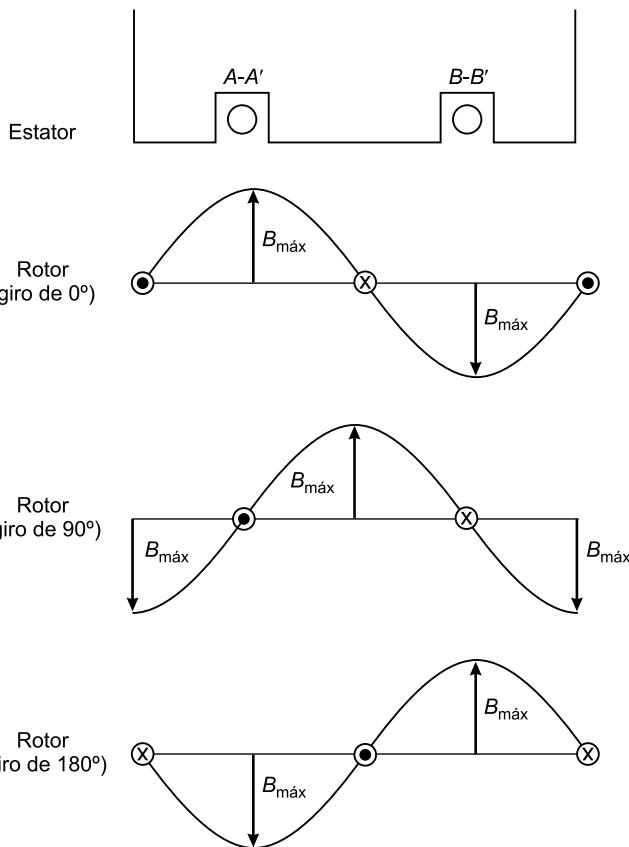


FIGURA 10.19. Desplazamiento de la onda de inducción.

las fuerzas electromotrices inducidas. Por tanto, la expresión que liga en un generador síncrono la velocidad de giro (n en rpm), el número de pares de polos (p) y la frecuencia de las tensiones inducidas (f en Hz), es la misma que ya fue aplicada en el caso de máquinas asíncronas:

$$p \cdot n = 60 \cdot f$$

Por otra parte, tal y como se vio en el Capítulo 1, se cumple que:

$$\theta_{\text{eléctricos}} = p \cdot \theta_{\text{geométricos}}$$

Esta expresión se pone claramente de manifiesto en la distancia angular existente entre polos norte y sur consecutivos. Entre ellos debe existir una distancia magnética de 180° (los grados magnéticos son equivalentes a los grados eléctricos), lo cual se consigue con 180° geométricos en el caso de un par de polos o con 90° geométricos en el caso de dos pares de polos.

Hasta ahora se ha considerado únicamente el caso de generadores monofásicos. En el caso de querer disponer de alternadores trifásicos, se debe conseguir un sistema de tensiones trifásicas equilibradas, es decir, que formen entre ellas 120° eléctricos. Por tanto, los conductores de cada fase deberán estar dispuestos sobre el estator de manera que el campo rotativo

induzca las fuerzas electromotrices con desfases de 120° eléctricos. Por tanto, si en un momento dado un polo norte se sitúa sobre un conductor de la fase 1, tras 120° eléctricos (se deberá ver la correspondencia geométrica) se deberá situar sobre un conductor de la fase 2.

La disposición de los bobinados sobre el estator, en función del número de polos y fases, es la señalada en el Capítulo 1.

10.2.3. Generador síncrono en vacío

Para analizar la tensión inducida en un alternador es conveniente distinguir entre las situaciones de vacío y carga.

Un alternador está en vacío cuando su bobinado inducido se encuentra en circuito abierto. En estas condiciones la única fuerza magnetomotriz (F_{mm_e}) existente es la debida a la circulación de la corriente continua de excitación (I_e) por el inductor. Esta excitación crea una circulación de flujo por el circuito magnético que constituye la máquina síncrona, que induce una tensión $e(t)$ en el bobinado del inducido situado en el estator. Suponiendo que la onda de inducción creada por el inductor sea sinusoidal, la tensión generada en el inducido también será sinusoidal.

El funcionamiento de un generador síncrono en vacío es el esquematizado en el diagrama de la Figura 10.20.

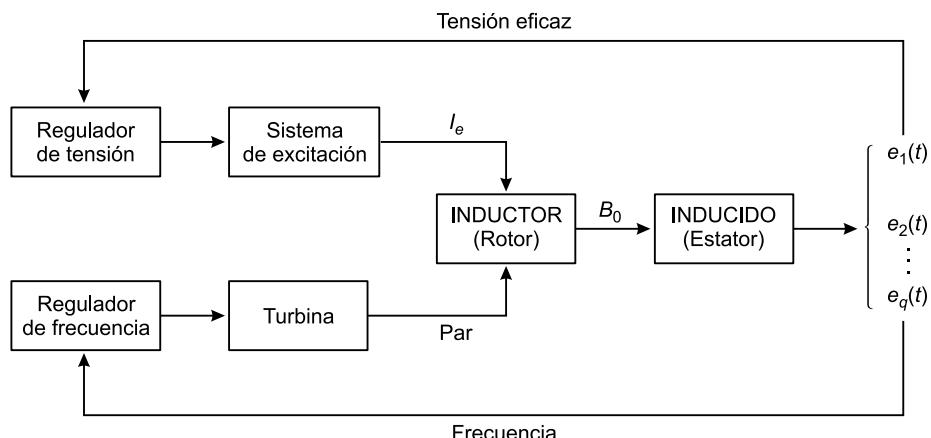


FIGURA 10.20. Diagrama funcional de un alternador q -fásico en vacío.

Como se ha indicado anteriormente, la frecuencia de la tensión inducida es:

$$f = \frac{p \cdot n}{60}$$

El valor eficaz de la tensión $e(t)$ inducida en vacío viene dado por la expresión:

$$E_0 = 4,44 \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f$$

donde:

N = Número de espiras en serie y por fase del inducido.

f = Frecuencia de la tensión inducida.

Φ_0 = Valor máximo del flujo creado por el inductor.

Debido a la inexistencia de corrientes en el inducido, esta tensión coincide con la tensión por fase (V) en bornes del generador. Con independencia del tipo de rotor, cilíndrico o de polos salientes, el diagrama vectorial en vacío de un generador síncrono es el mostrado en la Figura 10.21.

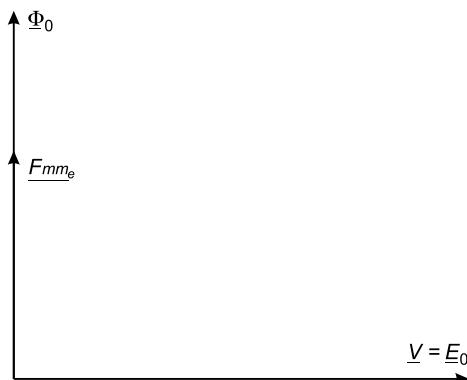


FIGURA 10.21. Diagrama vectorial en vacío.

10.2.4. Generador síncrono en carga

El generador síncrono trabaja en carga cuando su circuito de inducido se cierra sobre una carga eléctrica externa. Es decir, cuando el sistema de tensiones creado en su inducido es utilizado para alimentar a cargas eléctricas externas.

En estas condiciones, se produce una circulación de intensidad por las espiras del inducido y la tensión obtenida en bornes del generador (V) es distinta de la correspondiente a la situación de vacío (E_0) para la misma intensidad de excitación. Esta variación de tensión se cuantifica a través del coeficiente de regulación de tensión (ε) que se define como:

$$\varepsilon = \frac{E_0 - V}{V} 100$$

La circulación del sistema de intensidades (que podrá ser monofásico, trifásico o, en general, polifásico) por el estator crea una fuerza magnetomotriz que recibe el nombre de reacción de inducido. En estas condiciones el flujo resultante en la máquina será debido a la fuerza magnetomotriz inductora (F_{mm_i}) y a la fuerza magnetomotriz de reacción de inducido (F_{mm_r}).

En generadores trifásicos que alimentan cargas trifásicas equilibradas (que es el modo en que habitualmente funcionan los alternadores), la circulación de un sistema trifásico equilibrado de corrientes por el inducido (estator) crea, según el teorema de Ferraris, un campo rotativo de velocidad:

$$n_{\text{reacción de inducido}} = \frac{60 \cdot f}{p_{\text{estator}}}$$

Teniendo en cuenta el valor de la frecuencia de las corrientes que circulan por el inducido y que los generadores se construyen para el mismo número de polos en estator y rotor, se llega a la siguiente conclusión:

$$n_{\text{reacción de inducido}} = \frac{60 \cdot f}{p_{\text{estator}}} = \frac{60 \cdot \frac{p \cdot n}{60}}{p_{\text{estator}}} = n$$

Es decir, la reacción de inducido gira a la misma velocidad y en el mismo sentido (como se deduce fácilmente de la aplicación del teorema de Ferraris) que el campo rotativo inductor creado por el rotor. Esta situación se representa mediante dos fasores que giran solidariamente a la velocidad de sincronismo (Figura 10.22).

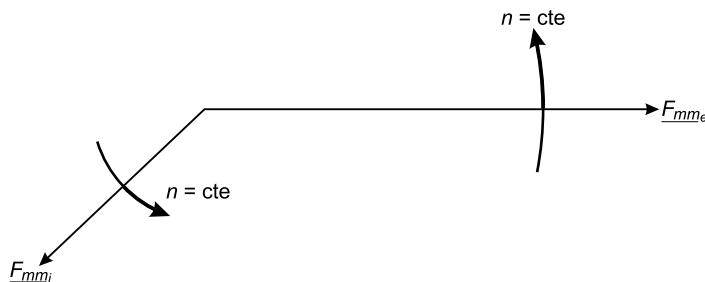


FIGURA 10.22. Reacción de inducido en generadores trifásicos.

En generadores monofásicos en carga, la circulación de corriente por el inducido (estator) crea, según el teorema de Leblanc descrito en el Capítulo 1, dos campos rotativos que giran en sentidos opuestos con velocidad constante. Esta velocidad, por las mismas razones que en el caso trifásico, resulta ser coincidente con la velocidad de los polos inductores del generador.

En este caso, la reacción de inducido de sentido directo gira solidariamente con el campo rotativo inductor y la reacción de inducido de sentido inverso es giratoria respecto a los polos inductores (Figura 10.23). Sin embargo, la influencia que sobre las espiras del inductor pudiera crear la reacción de inducido de sentido inverso queda anulada por la acción del bobinado amortiguador (Figura 10.6).

En los alternadores trifásicos que alimentan cargas desequilibradas, la reacción de inducido está también compuesta por un campo rotativo directo y otro inverso. Por esta razón es conveniente que también los alternadores trifásicos dispongan de bobinado amortiguador.

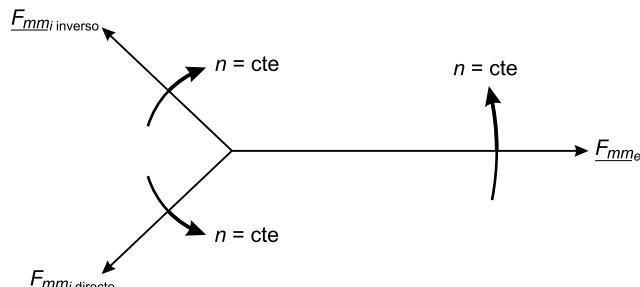


FIGURA 10.23. Reacción de inducido en generadores monofásicos.

En consecuencia, para todos los tipos de generadores síncronos (monofásicos o trifásicos), la reacción de inducido puede ser representada por un fasor que gira solidariamente con el fasor representativo de la fuerza magnetomotriz inductora creada por la corriente de excitación, tal como se muestra en la Figura 10.24.

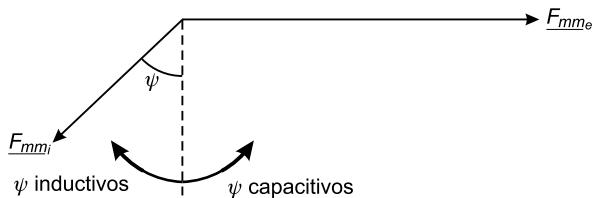


FIGURA 10.24. Posicionamiento de la reacción de inducido.

El ángulo ψ , utilizado en la Figura 10.24 para ubicar la reacción de inducido, coincide con el ángulo formado por la tensión de vacío (E_0) y la intensidad del inducido (I), tal y como se comprobará también cuando se construya el diagrama vectorial completo del generador síncrono. La composición vectorial del campo rotativo del inductor y de la reacción de inducido da como resultado el campo rotativo resultante en situación de carga.

$$\underline{F}_{mm_r} = \underline{F}_{mm_e} + \underline{F}_{mm_i}$$

Por tanto, cuando un generador síncrono se encuentra en vacío, el único campo rotativo existente en la máquina es el creado por el rotor. Este campo rotativo induce una f.e.m. en los bobinados del estator de valor $E_0 = 4,44 \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f$ por fase. Si el generador funciona en carga, la tensión en bornes difiere de la de vacío ya que existen intensidades de corriente alterna que circulan, además de por la carga, por los bobinados del estator. Estas corrientes provocan un campo rotativo de reacción de inducido que gira a la velocidad de sincronismo n .

El efecto de esta reacción de inducido depende del carácter del ángulo ψ . Así:

- Si el ángulo ψ es inductivo puro, la fuerza magnetomotriz de reacción de inducido se resta a la fuerza magnetomotriz de excitación del rotor (Figura 10.25). Esto quiere decir que tiene un efecto desmagnetizante, es decir, hay menos fuerza magnetomotriz que en la situación de vacío (por tanto, menos flujo y menos tensión inducida).

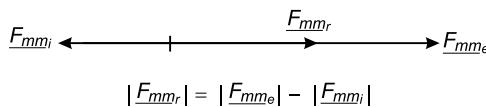


FIGURA 10.25. Reacción de inducido desmagnetizante.

- Si el ángulo ψ es capacitivo puro, la fuerza magnetomotriz de reacción de inducido se suma a la fuerza magnetomotriz del rotor (Figura 10.26), es decir, se tiene una fuerza magnetomotriz mayor que en la situación de vacío (por tanto, mayor flujo y mayor tensión inducida). Se dice que la reacción de inducido es magnetizante.

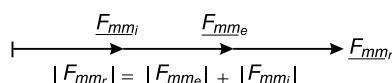


FIGURA 10.26. Reacción de inducido magnetizante.

Para ángulos ψ comprendidos entre estos dos casos extremos, la reacción de inducido se puede considerar como formada por dos fasores: uno magnetizante o desmagnetizante ($F_{mm_{id}}$) y otro en cuadratura ($F_{mm_{iq}}$) con la fuerza magnetomotriz de excitación (Figura 10.27).

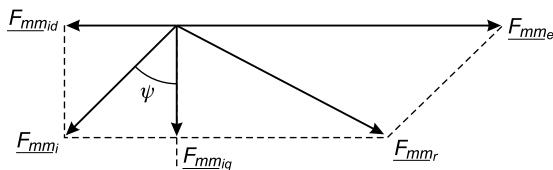


FIGURA 10.27. Descomposición de la reacción de inducido.

Una vez analizada ya la reacción de inducido, el funcionamiento del alternador trifásico en carga se puede representar mediante el esquema de la Figura 10.28.

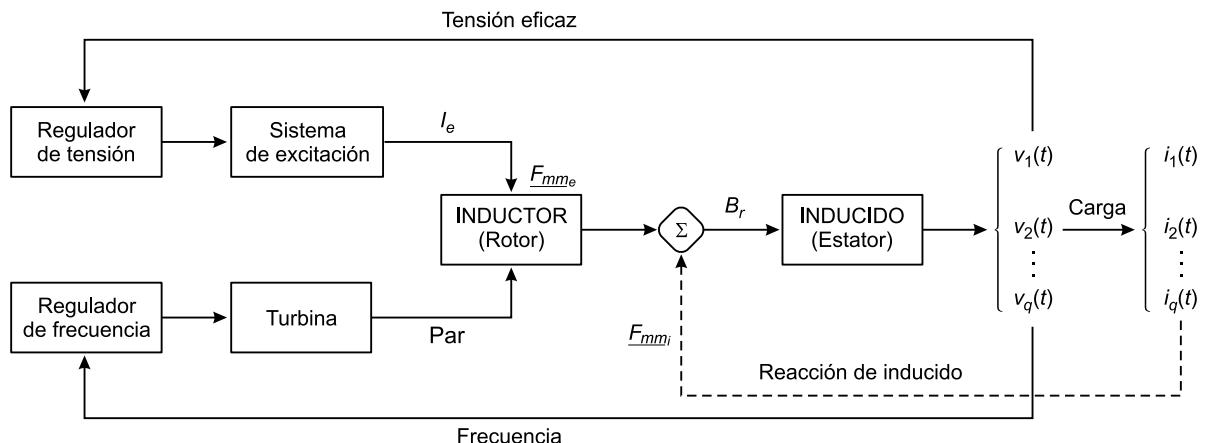


FIGURA 10.28. Diagrama funcional de un alternador q -fásico en carga.

La composición de fuerzas magnetomotoras y flujos, para el caso de ángulo ψ de carácter inductivo, es la indicada en la Figura 10.29.

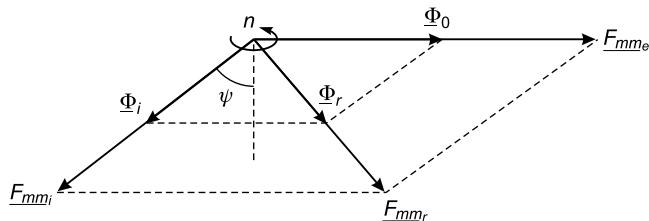


FIGURA 10.29. Composición de fuerzas magnetomotoras del alternador en carga.

Es necesario reseñar que siempre debe hacerse la composición de fuerzas magnetomotoras. Solamente en el caso de no alcanzarse la saturación es posible encontrar el flujo resultante (Φ_r) como suma del debido a la f.m.m. del inductor (Φ_0) y del debido a la f.m.m. de reacción de inducido (Φ_i).

10.2.5. Diagrama vectorial

Si se recuerdan los conceptos ya estudiados en los transformadores, en ellos se ponía de manifiesto que la tensión en el secundario de un transformador en carga no es igual a la f.e.m. (\underline{E}_2) en él inducida, debido a la resistencia y al flujo de fugas de los devanados. Esta misma circunstancia ocurre en los bobinados del estator del alternador en los que, además de considerar la resistencia y reactancia de fugas, se deberá contemplar el efecto de la reacción de inducido. La reacción de inducido se representa mediante una reactancia de forma similar a la que se emplea para representar el flujo de fugas.

Teniendo todo esto en cuenta se va a construir el diagrama vectorial del generador síncrono bajo las siguientes hipótesis:

- Los flujos están aproximadamente en fase con las fuerzas magnetomotrices que los crean.
- Las fuerzas electromotrices, según la ley de Lenz, están retrasadas 90° respecto a sus correspondientes flujos.
- La reacción de inducido es provocada por la intensidad que circula por el estator, por lo que se encuentra en fase con ella.
- La fuerza magnetomotriz resultante es suma de la f.m.m. de excitación del rotor y de la f.m.m. de reacción de inducido del estator. Desfasada 90° con la f.m.m. resultante está la f.e.m. resultante (\underline{E}_r), que es la tensión inducida interna cuando el generador trabaja en carga.
- La tensión por fase a la salida del generador (\underline{V}) difiere de la f.e.m. resultante (\underline{E}_r) en la caída de tensión debida a la resistencia de las espiras del inducido y a la reactancia que representa el flujo de fugas que en ellas se produce. Por tanto:

$$\underline{V} = \underline{E}_r - I \cdot (R + jX_o)$$

Para establecer el diagrama vectorial correspondiente al funcionamiento en carga es necesario distinguir si el alternador tiene inductor de rotor cilíndrico o de polos salientes.

10.2.5.1. Alternador de rotor cilíndrico

Por ser constante el entrehierro, sea cual sea la dirección de la fuerza magnetomotriz de reacción de inducido, el circuito magnético presenta la misma reluctancia (Figura 10.30).

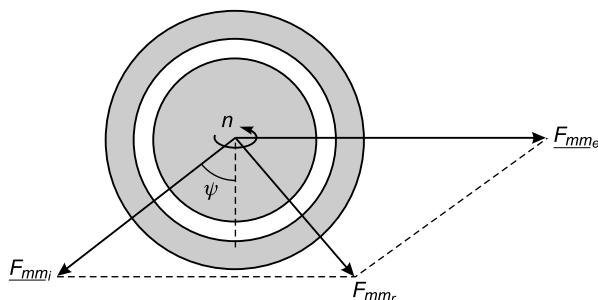


FIGURA 10.30. Reacción de inducido en un alternador de rotor cilíndrico.

Sus ecuaciones, en valores por fase, son:

$$\underline{E}_r = \underline{V} + \underline{I} \cdot (R + jX_\sigma)$$

$$\underline{E}_0 = \underline{E}_r + \underline{I} \cdot jX_i = \underline{V} + \underline{I} \cdot (R + jX_s)$$

donde:

R = Resistencia por fase del bobinado inducido.

X_σ = Reactancia de fugas del inducido.

X_i = Reactancia de reacción de inducido.

$$X_s = X_\sigma + X_i = \text{Reactancia síncrona.}$$

Con todo ello se obtiene el diagrama vectorial para el alternador síncrono de rotor cilíndrico mostrado en la Figura 10.31.

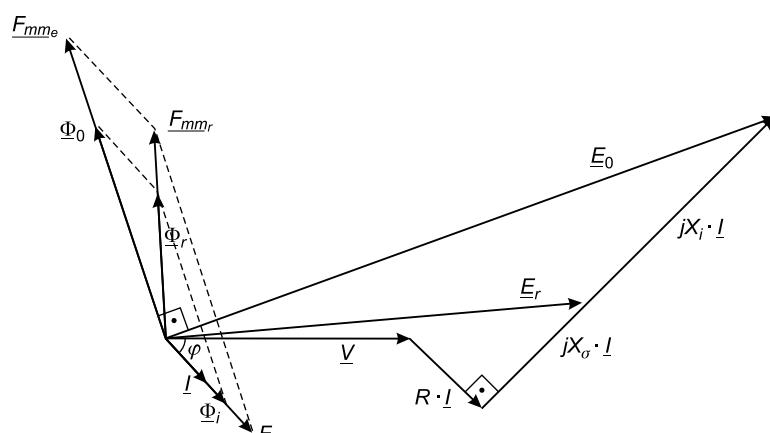


FIGURA 10.31. Diagrama vectorial del alternador de rotor cilíndrico.

El generador síncrono de rotor cilíndrico se puede representar mediante el circuito eléctrico monofásico equivalente de la Figura 10.32.

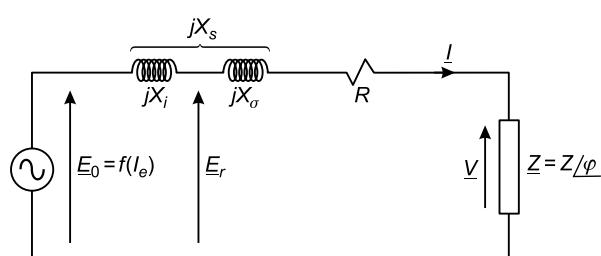


FIGURA 10.32. Circuito equivalente de un alternador de rotor cilíndrico.

10.2.5.2. Alternador de polos salientes

En el alternador de polos salientes el entrehierro no es constante y, por esta razón, la reluctancia presentada por el circuito magnético por el que circula el flujo es función de la dirección de la reacción de inducido. Para facilitar su estudio se emplea la teoría de las dos

reacciones. Esta teoría descompone la reacción de inducido en una reacción de la misma dirección que los polos inductores (longitudinal, eje d) y en otra perpendicular a la dirección de los mismos (transversal, eje q), tal y como se indica en la Figura 10.33.

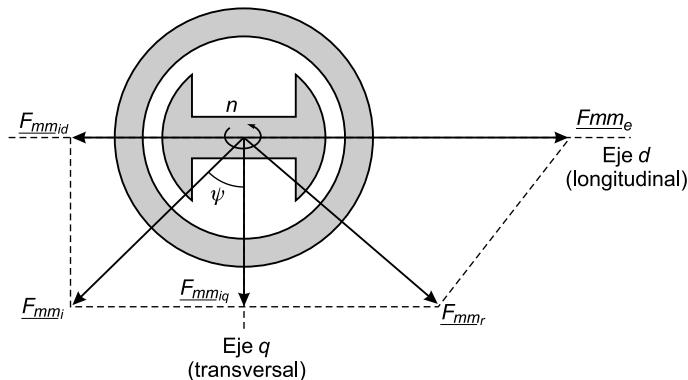


FIGURA 10.33. Reacción de inducido en un alternador de polos salientes.

Las ecuaciones que caracterizan al alternador de polos salientes son:

$$\underline{E}_r = \underline{V} + \underline{I} \cdot (R + jX_\sigma)$$

$$\underline{E}_0 = \underline{E}_r + \underline{I}_d \cdot jX_{id} + \underline{I}_q \cdot jX_{iq}$$

donde:

R = Resistencia del inducido.

X_σ = Reactancia de fugas del inducido.

X_{id} = Reactancia de reacción de inducido longitudinal.

X_{iq} = Reactancia de reacción de inducido transversal.

$I_d = I \cdot \operatorname{sen} \psi$.

$I_q = I \cdot \cos \psi$.

Su diagrama vectorial, denominado diagrama de Blondel, es el mostrado en la Figura 10.34.

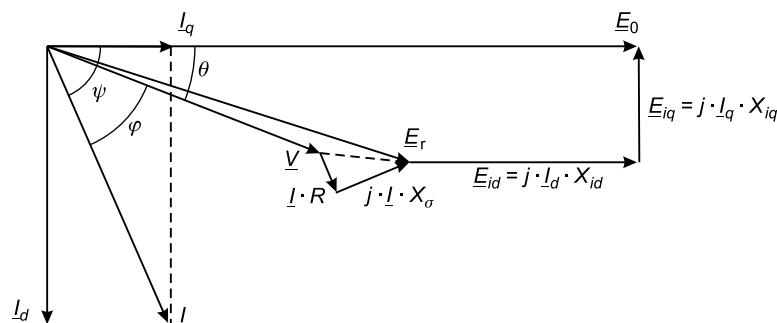


FIGURA 10.34. Diagrama vectorial del alternador de polos salientes.

Es norma habitual emplear la siguiente ecuación:

$$\underline{E}_0 = \underline{V} + \underline{I} \cdot R + \underline{I}_d \cdot jX_d + \underline{I}_q \cdot jX_q$$

donde:

$X_d = X_\sigma + X_{id}$ = Reactancia síncrona longitudinal.

$X_q = X_\sigma + X_{iq}$ = Reactancia síncrona transversal.

La construcción de este diagrama vectorial exige el cálculo previo de las intensidades \underline{I}_d e \underline{I}_q . Para ello se determina, en primer lugar, la dirección de \underline{E}_0 mediante una de las dos siguientes expresiones:

$$\text{Dir } \underline{E}_0 = \text{Dir}(\underline{V} + \underline{I} \cdot (R + jX_q))$$

$$\text{Dir } \underline{E}_0 = \text{Dir}(\underline{E}_r + \underline{I} \cdot jX_{iq})$$

Una vez conocida la dirección (es decir, ángulo) de \underline{E}_0 , se calculan las componentes longitudinal y transversal de la intensidad de inducido y se está en disposición de construir el diagrama vectorial señalado en la Figura 10.34.

10.2.6. Curvas características y cálculo de reactancias

A continuación se presentan las curvas características de vacío, cortocircuito y reactiva que, obtenidas a partir de los correspondientes ensayos, permiten calcular las reactancias que intervienen en las expresiones vectoriales del generador síncrono.

Característica de vacío

Es la curva que representa la tensión generada en función de la intensidad de excitación cuando el alternador se encuentra en vacío (Figura 10.35).

$$E_0 = f(I_e) \quad \text{siendo } \begin{cases} n = \text{cte} \\ I = 0 \end{cases}$$

La recta $E_{0C} = f(I_e)$ recibe el nombre de recta de entrehierro y representa la tensión que se induciría si en el circuito magnético que constituye el alternador no se alcanzase la saturación. Considerando la frecuencia nominal, existe una característica de vacío para cada alternador.

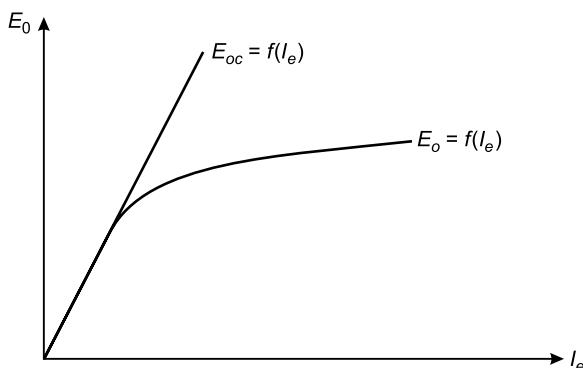


FIGURA 10.35. Característica de vacío.

Característica de cortocircuito

Es la curva que representa la intensidad por el estator en función de la intensidad de excitación cuando el bobinado inducido se encuentra en cortocircuito (Figura 10.36).

$$I_{cc} = f(I_e) \quad \text{siendo } \begin{cases} n = \text{cte} \\ V = 0 \end{cases}$$

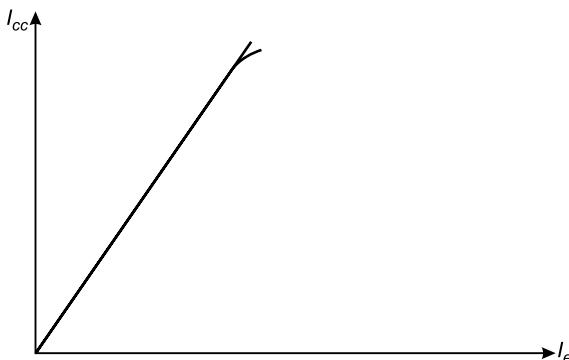


FIGURA 10.36. Característica de cortocircuito.

En situación de cortocircuito la reacción de inducido es desmagnetizante casi al 100%. Debido a esto la relación entre I_{cc} e I_e es una recta y, sólo para valores muy elevados de la intensidad, empiezan a sentirse los efectos de la saturación y la recta empieza a curvarse. Considerando la frecuencia nominal, existe una característica de cortocircuito para cada generador síncrono.

Característica reactiva

Es la curva que representa la tensión de salida del alternador en función de la intensidad de excitación cuando el alternador suministra una intensidad constante a una carga inductiva pura (Figura 10.37).

$$V = f(I_e) \quad \text{siendo } \begin{cases} n = \text{cte} \\ \cos \varphi = 0 \text{ (ind.)} \\ I = \text{cte} \end{cases}$$

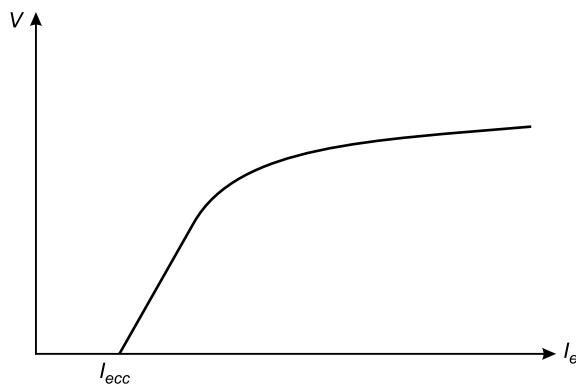


FIGURA 10.37. Característica reactiva.

Esta curva se relaciona con la característica de vacío a través del denominado triángulo de Potier (Figura 10.38).

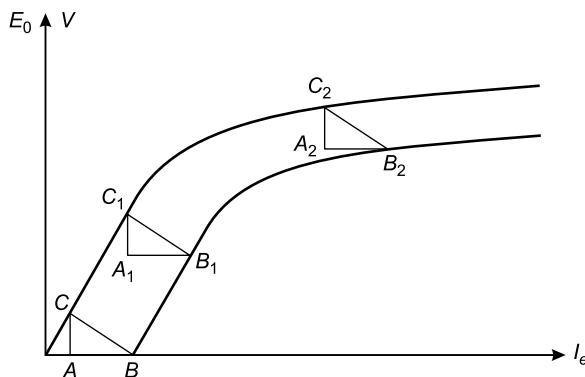


FIGURA 10.38. Triángulo de Potier.

Los catetos del triángulo de Potier, a sus correspondientes escalas, tienen el siguiente significado:

$$\overline{AB} = \overline{A_1B_1} = \overline{A_2B_2} = \dots = I \cdot X_\sigma$$

$$\overline{AC} = \overline{A_1C_1} = \overline{A_2C_2} = \dots = I_i$$

donde I_i representa la parte de la intensidad de excitación necesaria para compensar la reacción de inducido originada por la circulación de la intensidad I por los bobinados del estator.

Existe una característica reactiva y un triángulo de Potier para cada valor de la intensidad (I) suministrada por el generador síncrono. Por tanto, cada generador tiene tantas características reactivas como intensidades quieran considerarse.

Por tanto, el triángulo de Potier permite calcular el valor de la reactancia de dispersión.

$$X_\sigma = \frac{\overline{AB}}{I}$$

Respecto a las reactancias que engloban a la de dispersión y a la de reacción de inducido, su cálculo depende del tipo de rotor del generador.

- En el caso de un generador de rotor cilíndrico, despreciando el valor de la resistencia del inducido, el cálculo de la reactancia síncrona se realiza mediante la expresión:

$$X_s = \frac{E_0}{I_{cc}}$$

- En el caso de un generador de polos salientes, el cálculo de la reactancia síncrona longitudinal se realiza mediante la expresión:

$$X_d = \frac{E_0}{I_{cc}}$$

En ambos casos, E_0 e I_{cc} deben ser valores correspondientes a la misma intensidad de excitación. Asimismo, de acuerdo con la hipótesis de no saturación, el valor de E_0 debe corresponder a la zona de no saturación.

A los alternadores de polos salientes se les realiza también otro ensayo, denominado de deslizamiento, que permite determinar la relación existente entre los valores de X_q y X_d . En consecuencia, el cálculo de la reactancia síncrona transversal se realiza a partir de los valores del factor de proporcionalidad obtenido en este ensayo y de la reactancia síncrona longitudinal calculada con los ensayos de vacío y cortocircuito.

10.2.7. Potencia activa y reactiva

Como ya se ha señalado en anteriores capítulos, un generador es un conversor de energía mecánica en energía eléctrica. En el caso del generador síncrono, la energía mecánica se recibe a través del par mecánico aplicado a su eje (rotor) y la energía eléctrica se transmite a través de la red eléctrica a la que se conecta su inducido (estator). Como es bien sabido, la potencia eléctrica se expresa en términos de potencia activa y potencia reactiva. La potencia activa está directamente relacionada con el valor de la energía mecánica comunicada al eje y la potencia reactiva a las condiciones en que esta energía eléctrica se transmite a las cargas correspondientes.

La potencia activa es suministrada al generador síncrono por medio del par mecánico que la turbina transmite a su rotor para hacerlo girar. Por otro lado, la potencia reactiva depende del valor de la intensidad de excitación con que funciona el generador síncrono. Tal y como se justifica a continuación, un generador síncrono siempre proporciona potencia activa, pero puede proporcionar o absorber potencia reactiva.

El balance de potencias activas en el alternador puede ser representado por el diagrama de la Figura 10.39.

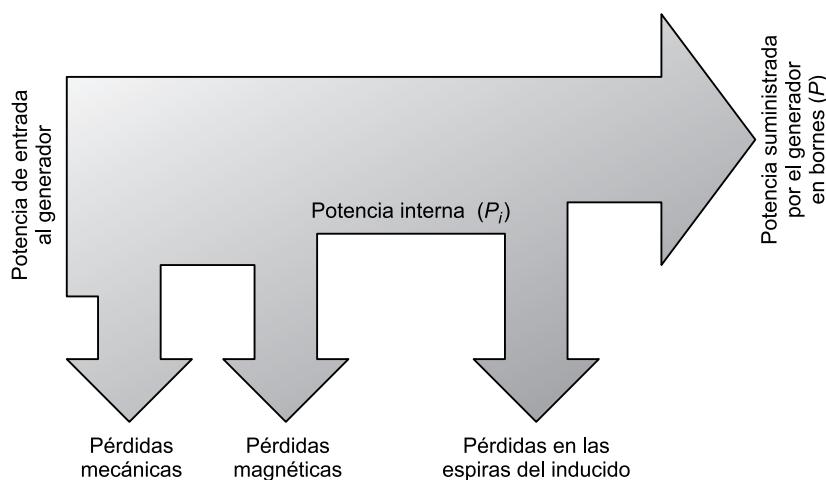


FIGURA 10.39. Potencia y pérdidas en un generador síncrono.

Las pérdidas en las espiras del inducido de un alternador q -fásico pueden calcularse mediante la expresión:

$$P_i - P = q \cdot I^2 \cdot R$$

Las potencias activa y reactiva en bornes del alternador pueden calcularse mediante expresiones dependientes de parámetros externos al generador. Estas expresiones son las aplicables a cualquier circuito eléctrico:

$$P = q \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$Q = q \cdot V \cdot I \cdot \sin \varphi$$

Sin embargo, para algunos estudios es más interesante utilizar expresiones dependientes de parámetros internos del generador. Estas expresiones son específicas para cada tipo de inductor.

10.2.7.1. Rotor cilíndrico

En el caso de un generador síncrono de rotor cilíndrico se cumple que:

$$\underline{E}_0 = \underline{V} + \underline{I} \cdot (R + jX_s)$$

Si llamamos \underline{Z}_S a la impedancia síncrona interna del alternador, se cumple que:

$$\underline{Z}_S = (R + jX_s) = Z_S/\rho$$

Así:

$$\underline{E}_0 = \underline{V} + \underline{I} \cdot \underline{Z}_S$$

con lo que la intensidad que circula desde el generador es:

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}_0 - \underline{V}}{\underline{Z}_S}$$

Por tanto, situando a \underline{V} en el eje horizontal y tomándola como referencia angular (Figura 10.31), se cumple que:

$$\underline{V} = V/0^\circ$$

$$\underline{I} = I/-\varphi$$

$$\underline{E}_0 = E_0/\theta$$

con lo que la expresión de la intensidad en forma módulo-argumental resulta ser:

$$\underline{I}/-\varphi = \frac{E_0}{Z_S}/\theta-\rho - \frac{V}{Z_S}/-\rho$$

Teniendo en cuenta que la potencia activa que proporciona un generador síncrono trifásico tiene por expresión:

$$P = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi$$

y que:

$$\cos(-\varphi) = \cos(\varphi)$$

se llega a:

$$P = 3 \cdot V \cdot \frac{E_0}{Z_S} \cdot \cos(\rho - \theta) - \frac{3 \cdot V^2}{Z_S} \cdot \cos(\rho)$$

Por otra parte,

$$R = Z_S \cdot \cos(\rho) \Rightarrow \cos(\rho) = \frac{R}{Z_S}$$

con lo que la expresión de la potencia activa resulta ser:

$$P = 3 \cdot V \cdot \frac{E_0}{Z_S} \cdot \cos(\rho - \theta) - \frac{3 \cdot V^2}{Z_S^2} \cdot R$$

En la práctica la reactancia es muy superior a la resistencia del alternador, por lo que:

$$X_S \gg R \Rightarrow R \approx 0 \Rightarrow Z_S \approx X_S \text{ y } \rho \approx \pi/2$$

Teniendo en cuenta esta simplificación, se llega a la siguiente expresión de la potencia activa:

$$P = 3 \cdot V \cdot \frac{E_0}{X_S} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$P = 3 \cdot V \cdot \frac{E_0}{X_S} \cdot \sin(\theta)$$

que es la expresión práctica que se emplea para el cálculo de la potencia activa en función de parámetros internos.

En cuanto a la potencia reactiva que proporciona un generador síncrono trifásico de rotor cilíndrico, ésta tiene por expresión:

$$Q = 3 \cdot V \cdot I \cdot \sin \varphi$$

Considerando la expresión de la intensidad se llega a:

$$Q = 3 \cdot V \cdot \left[\frac{E_0}{Z_S} \cdot \sin(\theta - \rho) - \frac{V}{Z_S} \cdot \sin(-\rho) \right]$$

y como:

$$\sin(-\varphi) = -\sin(\varphi) \Rightarrow \sin(\varphi) = -\sin(-\varphi)$$

se llega a:

$$Q = -3 \cdot V \cdot \frac{E_0}{Z_S} \cdot \sin(\theta - \rho) + \frac{3 \cdot V^2}{Z_S} \cdot \sin(-\rho)$$

Teniendo en cuenta que:

$$X_S = Z_S \cdot \sin(\rho) \Rightarrow \sin(\rho) = \frac{X_S}{Z_S} \Rightarrow \sin(-\rho) = -\frac{X_S}{Z_S}$$

se cumple que:

$$Q = -3 \cdot V \cdot \frac{E_0}{Z_S} \cdot \sin(\theta - \rho) - \frac{3 \cdot V^2}{Z_S^2} \cdot X_S$$

Tal y como se ha señalado anteriormente, la reactancia es muy superior a la resistencia del alternador, por lo que:

$$X_S \gg R \Rightarrow R \approx 0 \Rightarrow Z_S \approx X_S \text{ y } \rho \approx \pi/2$$

Así, la expresión de la potencia reactiva es:

$$Q = -3 \cdot V \cdot \frac{E_0}{X_S} \cdot \operatorname{sen}\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{3 \cdot V^2}{X_S}$$

$$Q = 3 \cdot V \cdot \frac{E_0}{X_S} \cdot \cos(\theta) - \frac{3 \cdot V^2}{X_S}$$

que es la expresión práctica que se emplea para el cálculo de la potencia reactiva en función de parámetros internos.

10.2.7.2. Rotor de polos salientes

Realizando un proceso de cálculo similar, bajo las mismas hipótesis simplificativas, en el caso de un alternador q -fásico de polos salientes se llega a las siguientes expresiones:

$$P = q \cdot \frac{VE_0}{X_d} \cdot \operatorname{sen} \theta + q \cdot \frac{V^2(X_d - X_q)}{2X_d X_q} \cdot \operatorname{sen} 2\theta$$

$$Q = q \cdot \frac{VE_0}{X_d} \cdot \cos \theta - q \cdot V^2 \left(\frac{\cos^2 \theta}{X_d} + \frac{\sin^2 \theta}{X_q} \right)$$

Como se observa, tanto en el caso de rotor cilíndrico como en el de rotor de polos salientes, un alternador siempre suministra potencia activa y puede suministrar o absorber potencia reactiva.

Asimismo, puede observarse que las expresiones obtenidas para el caso de rotor cilíndrico son una particularización de las obtenidas para el caso de rotor de polos salientes. Efectivamente, si en estas últimas expresiones se considera $q = 3$ (caso trifásico) y $X_d = X_q = X_S$ (por no existir diferencia entre los ejes longitudinal y transversal en el caso de rotor cilíndrico), se llega a las expresiones correspondientes al caso de un generador trifásico de rotor cilíndrico deducidas anteriormente.

Si se desprecian las pérdidas, el par resistente que presenta el generador puede ser calculado dividiendo la potencia activa P entre la velocidad angular (en radianes por segundo) del rotor. Por esta razón, a θ se lo llama ángulo de par. En el caso de polos salientes, el término función de $\operatorname{sen} \theta$ se denomina par fundamental y el término dependiente de $\operatorname{sen} 2\theta$ se designa como par de reluctancia.

10.2.8. Regulación de los generadores síncronos

Cuando un generador se acopla a una red para suministrar energía eléctrica, éste lo debe hacer garantizando una cierta tensión en bornes así como una cierta frecuencia. Estas dos magnitudes son las que se deben regular en un alternador que se conecta a una red. Para controlar el nivel de tensión se deberá disponer de un regulador de tensión, que actuará sobre la excitación de corriente continua. Por otro lado, para regular la frecuencia se dispone del regulador de frecuencia que controlará la velocidad del rotor. La Figura 10.40 muestra un esquema de estos dos sistemas de control asociados al funcionamiento de los generadores síncronos.

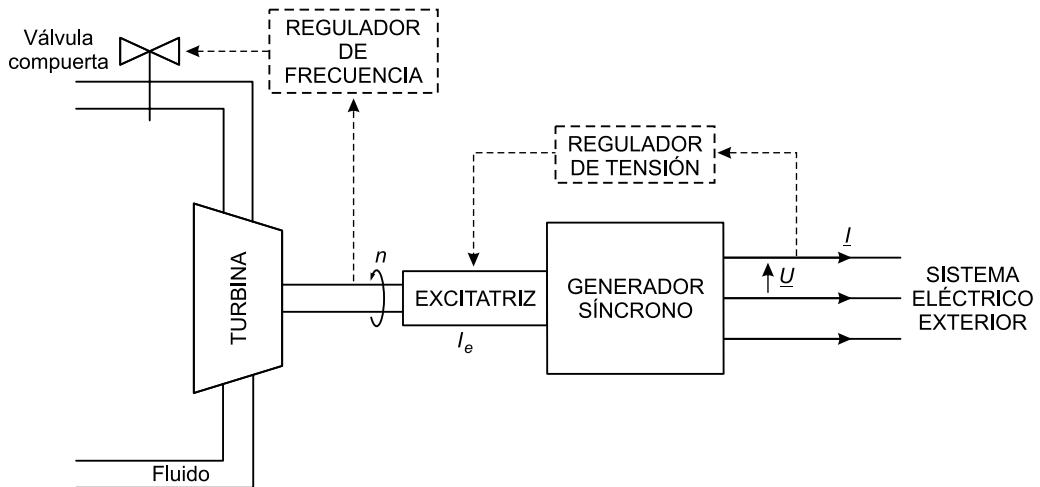


FIGURA 10.40. Regulación de generadores síncronos.

A continuación, se analizan brevemente estos dos reguladores.

Regulador de tensión

La f.e.m. inducida en vacío, por fase, en los bobinados del estator tiene por expresión:

$$E_0 = 4,44 \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f$$

Cuando el regulador de tensión detecta, debido al estado de carga, una variación en la tensión de salida, da las órdenes oportunas para que, actuando sobre la intensidad de corriente continua, se modifique la f.m.m. de excitación del rotor, variando con ello la E_0 y haciendo que la tensión de salida se restablezca a su valor inicial.

Regulador de frecuencia

La frecuencia de la red está ligada a la velocidad de sincronismo del rotor mediante la expresión:

$$p \cdot n = 60 \cdot f$$

Por tanto, para regular la frecuencia se debe regular la velocidad del rotor, es decir, la velocidad del eje al cual se encuentra acoplado el rotor y la turbina de arrastre. Si se produce un aumento de la demanda de la energía eléctrica por parte de las cargas que se encuentran acopladas al generador, esto se traduce en que se produce un aumento del par resistente acoplado a la salida de la turbina. Así, en un instante inicial existe un par resistente mayor que el par motor ofrecido por la turbina, lo que provoca una disminución de la velocidad del eje y por tanto de la frecuencia de la tensión. La disminución de la velocidad es detectada por el regulador de frecuencia que inmediatamente da la orden para que se aumente el par motor producido por la turbina. De esta manera, el par motor se igualará al par resistente y se restablecerá la velocidad del rotor y la frecuencia a sus valores originales.

10.3. Motores síncronos

El segundo modo de funcionamiento de la máquina síncrona es su aplicación como motor. En esta forma de funcionamiento sus bobinados del estator deben ser conectados a una red trifásica activa (mantenida por generadores que garanticen su tensión y frecuencia) y debe hacerse circular corriente continua por su bobinado rotórico. En estas condiciones, la energía eléctrica que toma de la red trifásica activa es transmitida a su eje en forma de energía mecánica. La aplicación de la máquina síncrona como motor es menos habitual que su aplicación como generador.

10.3.1. Principio de funcionamiento

Para poder funcionar como motor, una máquina síncrona trifásica necesita:

- Excitar su devanado rotórico con corriente continua.
- Conectar su bobinado estatórico trifásico a una red trifásica.
- Aplicar un método de arranque.

Inicialmente su rotor se encuentra en reposo y, en consecuencia, la intensidad de corriente continua que circula por sus bobinados crea un campo magnético de amplitud constante y fijo en el espacio.

La conexión de su bobinado estatórico a una red alterna trifásica provoca la circulación de un sistema trifásico de intensidades que, por el teorema de Ferraris, genera un campo rotativo que gira, según el orden de sucesión de fases ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$), a la velocidad de sincronismo:

$$n = \frac{f}{p} \quad \begin{cases} n = \text{rps} \\ f = \text{Hz} \\ p = \text{n.º de pares de polos} \end{cases}$$

La interacción entre ambos campos crea un par que, durante medio periodo, tiende a lanzar el rotor con un sentido de giro y, durante el medio periodo siguiente, tiende a lanzarlo en sentido contrario.

Este fenómeno se muestra en la Figura 10.41, donde:

B = Inducción creada por los polos del rotor (que se encuentra en reposo).

$i(t)$ = Intensidad de alterna que circula por el bobinado del estator.

F = Fuerza que, aplicando el teorema de Laplace, se crea por la interacción entre la inducción y la intensidad. Por el principio de acción y reacción, esta fuerza tiende a lanzar al rotor en sentido contrario a su dirección de aplicación. Como puede apreciarse, la fuerza se aplica alternativamente en uno y otro sentido a intervalos de tiempo de medio periodo.

A frecuencia industrial de 50 Hz (medio periodo equivale a 10 milisegundos) este tiempo resulta insuficiente para conseguir que el eje (rotor) empiece a girar en un determinado sentido. Por esta razón, los motores síncronos requieren un método de arranque ya que su par de arranque es nulo.

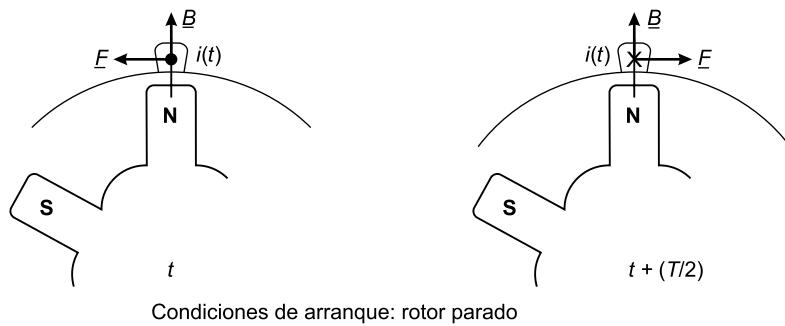


FIGURA 10.41. Motor síncrono: problemática de arranque.

Sin embargo, una vez lanzados a la velocidad de sincronismo, la interacción entre los campos rotórico y estático (que ahora son estacionarios entre sí) crea un par que hace girar al eje con la velocidad síncrona en el sentido de rotación del campo rotativo creado por el estator (Figura 10.42). Por esta razón, el motor síncrono mantiene la velocidad síncrona con independencia del valor que tenga el par desarrollado.

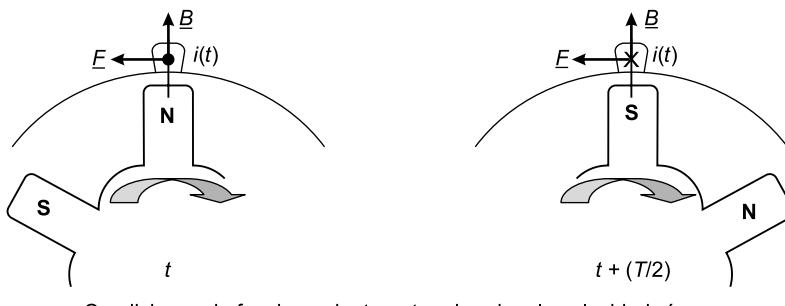


FIGURA 10.42. Motor síncrono: arranque con rotor en movimiento.

10.3.2. Métodos de arranque

Los tres principales métodos de arranque son:

- Arranque mediante convertidor de frecuencia.
- Arranque mediante motor auxiliar.
- Arranque como motor asíncrono.

Los dos primeros métodos son válidos teóricamente pero, sin embargo, son muy escasamente utilizados a nivel industrial debido a su mayor coste, mayor complejidad técnica de construcción y condiciones restrictivas de aplicación como, por ejemplo, la necesidad de que el motor sea arrancado en vacío, es decir, desacoplado de la carga mecánica que debe mover.

Arranque mediante convertidor de frecuencia

Cuanto menor sea la frecuencia, mayor es el tiempo correspondiente a un semiperíodo. Por esta razón, si el proceso de arranque se realiza alimentando el estator con tensiones de muy baja frecuencia, el tiempo correspondiente a medio período puede llegar a ser suficiente

para hacer que el rotor inicie su giro y se alcance la sincronización con el campo rotativo correspondiente a la frecuencia de arranque. Una vez sincronizado, es necesario aumentar la frecuencia hasta alcanzar el valor de la frecuencia industrial de funcionamiento (50 Hz).

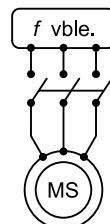


FIGURA 10.43. Arranque del motor síncrono a baja frecuencia.

Arranque mediante motor auxiliar

El motor síncrono (MS) y el auxiliar (MA) se acoplan mecánicamente por el eje. La función del motor auxiliar es llevar al motor síncrono desde el reposo hasta la velocidad de sincronismo, momento en el que se le acopla la carga mecánica que debe arrastrar. Como el arranque es en vacío, el motor auxiliar es de reducida potencia (del orden del 10% de la potencia nominal del motor síncrono).

Como motor auxiliar suele emplearse un motor asíncrono trifásico de igual número de polos que el motor síncrono o con un par de polos menos. En el primer caso, el motor auxiliar sólo puede llevar al síncrono hasta una velocidad ligeramente inferior, pero muy próxima, a la de sincronismo. Sin embargo, esta velocidad es suficiente para lograr que al excitar el motor síncrono se produzca un fenómeno de autosincronización que hace que el eje del motor síncrono quede girando a la velocidad de sincronismo. En el segundo caso, se alcanza una velocidad superior a la de sincronismo y posteriormente, regulando la velocidad del motor auxiliar, se lleva al motor síncrono hasta la velocidad de sincronismo. Una vez arrancado se conecta la carga mecánica externa.

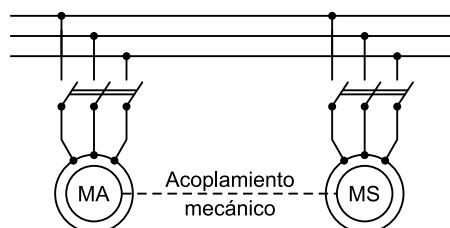


FIGURA 10.44. Arranque del motor síncrono mediante motor auxiliar (asíncrono).

Arranque como motor asíncrono

Es el método más empleado a nivel industrial. Se basa en el esquema de la Figura 10.45.

La presencia del denominado bobinado amortiguador en el rotor, además de otras prestaciones, dota al motor síncrono durante el arranque de las características de un motor asíncrono del tipo jaula de ardilla. El proceso de arranque es el siguiente.

1. El bobinado rotórico se cierra sobre una resistencia de elevado valor (llevando el conmutador a la posición correspondiente).

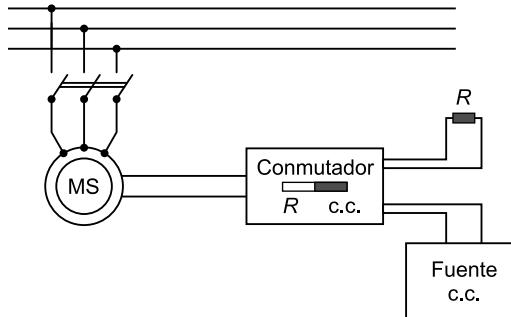


FIGURA 10.45. Arranque del motor síncrono como motor asíncrono.

2. Se cierra el interruptor que conecta el bobinado estatórico a la red trifásica. En ese momento el motor síncrono se comporta como un motor asíncrono de tipo jaula de ardilla y llega a alcanzar una velocidad de giro próxima a la de sincronismo, pero ligeramente inferior. La resistencia que se ha conectado mediante el conmutador evita que se produzcan sobretensiones en el circuito rotórico.
3. Se cambia la posición del conmutador, pasando a alimentar al rotor mediante corriente continua, con lo que se origina un proceso de autosincronización que lleva al motor síncrono a alcanzar la velocidad de sincronismo.

Con el fin de limitar la corriente inicial, es práctica habitual (sobre todo en motores de gran potencia) alimentar al motor síncrono con tensiones reducidas durante el proceso de arranque. Una vez alcanzada la velocidad síncrona se eleva la tensión hasta su valor de funcionamiento.

10.3.3. Diagrama vectorial

En su funcionamiento como generador, la máquina síncrona entrega potencia activa a la red trifásica que se conecta a su circuito estatórico. Por el contrario, en su funcionamiento como motor, absorbe potencia activa de la red.

A la hora de analizar el diagrama vectorial de la máquina síncrona, esta inversión del sentido del flujo de potencia puede considerarse como una inversión del sentido de la intensidad que circula por los bobinados del estator, es decir, como un cambio del signo de la intensidad estatórica.

Por tanto, tal y como se ha indicado anteriormente, considerando el funcionamiento de un generador de rotor cilíndrico, se cumple que:

$$\underline{E}_0 = \underline{V} + \underline{I} \cdot (R + jX_S)$$

y, consecuentemente, en el funcionamiento como motor se verifica que:

$$\underline{E}_0 = \underline{V} + (-\underline{I}) \cdot (R + jX_S) \Rightarrow \underline{V} = \underline{E}_0 + \underline{I} \cdot (R + jX_S)$$

Con ello, el diagrama vectorial resulta ser el indicado en la Figura 10.46.

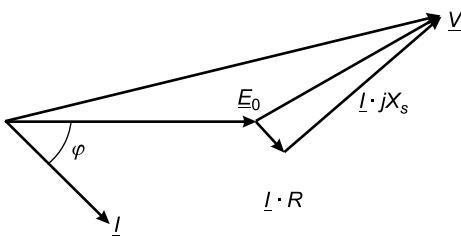


FIGURA 10.46. Diagrama vectorial de un motor síncrono.

El diagrama anterior está construido suponiendo que el motor síncrono presenta carácter inductivo. Puede comprobarse fácilmente que despreciando el valor de R , en un motor síncrono, la tensión de alimentación (V) nunca va retrasada respecto a la tensión de vacío (E_0) sea cual sea el carácter del factor de potencia que el motor presenta frente a la red que alimenta su estator.

De acuerdo con todo lo expuesto, el circuito equivalente de un motor síncrono de rotor cilíndrico puede establecerse según lo indicado en la Figura 10.47.

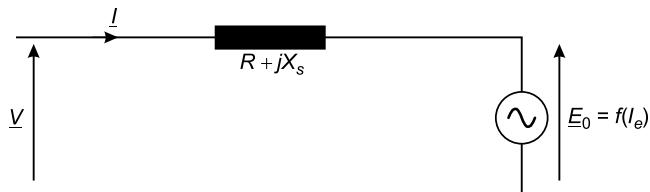


FIGURA 10.47. Circuito equivalente de un motor síncrono de rotor cilíndrico.

10.3.4. Autorregulación de la carga

En este apartado se comprueba como un motor síncrono (alimentado a tensión y frecuencia constantes) puede soportar variaciones de carga mecánica sin que se vea afectada su velocidad. De manera análoga a los generadores, la potencia activa en un motor síncrono trifásico de rotor cilíndrico, en función del ángulo de par, tiene por expresión:

$$P = 3 \cdot V \cdot \frac{E_0}{X_S} \cdot \operatorname{sen}(\theta)$$

Si se representa la potencia en función del ángulo de par, a tensión e intensidad de excitación constantes, se obtiene la curva de la Figura 10.48.

Supóngase un punto *A* de funcionamiento del motor en el que la potencia mecánica proporcionada por el motor es igual a la demandada por la carga acoplada en el eje. Si, por razones de servicio, la carga demanda una mayor potencia mecánica, en el motor se produce una deceleración inicial (ya que el par resistente es mayor que el par motor) que obligaría a reducir la velocidad del motor. Para recuperar la velocidad de sincronismo, el motor aumenta el ángulo de par y, con ello, la potencia mecánica producida por el mismo, alcanzándose un nuevo punto de funcionamiento estable *B*. Lógicamente, el límite del incremento de carga que el motor puede soportar, sin perder su funcionamiento síncrono, viene fijado por el valor de la potencia máxima correspondiente a la intensidad de excitación con la que está funcionando.

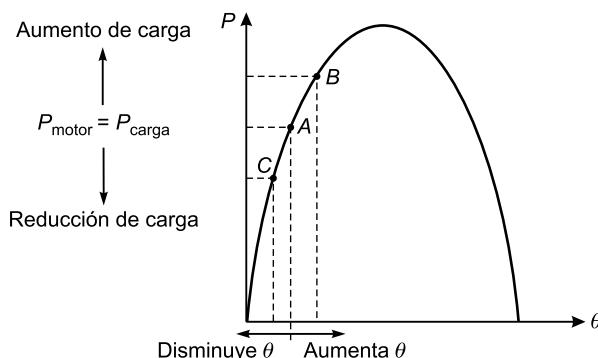


FIGURA 10.48. Representación de la potencia en función del ángulo de par.

En el caso de que, partiendo del punto *A*, se produjese una disminución de la potencia demandada por la carga, el aumento de velocidad inicial sería contrarrestado por una disminución del ángulo de par y, con ello, de la potencia proporcionada por el motor, pasando éste a trabajar en un nuevo punto de funcionamiento *C*.

10.3.5. Características del motor síncrono. Curvas en «V» de Mordey

Además de las características señaladas anteriormente en el presente tema:

- velocidad de giro constante, independiente del valor del par desarrollado y definida por la frecuencia de las tensiones que alimentan su estator
- par de arranque nulo, que exige el empleo de un método de arranque para llevarlo hasta la velocidad de sincronismo

el funcionamiento del motor síncrono viene caracterizado por sus curvas a par constante o curvas en «V» de Mordey.

Las curvas en «V» de Mordey se definen como:

$$I = f(I_e) \quad \text{siendo} \quad \begin{cases} V = \text{cte} \\ f = \text{cte} \\ \text{Par} = \text{cte} \end{cases}$$

donde:

I = Intensidad por fase absorbida de la red.

I_e = Intensidad de excitación del rotor.

V = Tensión por fase de alimentación.

f = Frecuencia de la tensión de alimentación.

Como el motor gira a velocidad constante, par constante equivale a potencia constante.

$$C = \frac{\text{Potencia}}{\omega} \quad P = 3 \cdot \frac{V \cdot E_0}{X_S} \cdot \sin \theta = \text{cte}$$

Dado que la alimentación es a tensión (V) constante y que se considera que X_S es igualmente constante, ante la variación de la intensidad de excitación se cumple que:

$$E_0 \cdot \operatorname{sen} \theta = \text{cte}$$

Por tanto:

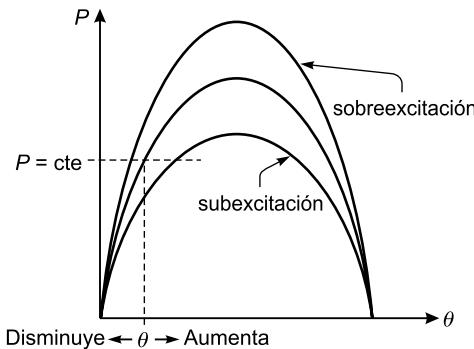


FIGURA 10.49. Influencia de la variación de la intensidad de excitación.

Si la intensidad de excitación de corriente continua del rotor aumenta (sobreexcitación), la f.e.m. E_0 aumenta, con lo que el ángulo de par disminuirá para que la potencia permanezca constante. Por el contrario, si la intensidad de excitación disminuye (subexcitación), la f.e.m. E_0 disminuye, con lo que el ángulo de par aumentará para que la potencia permanezca constante (Figura 10.49).

Asimismo, la variación de la intensidad de excitación supone la variación de la tensión de vacío y, consecuentemente, implica el cambio de la intensidad de inducido que circula por los bobinados estatóricos.

$$\underline{V} = \underline{E}_0 + \underline{I} \cdot (R + jX_S)$$

Dado que:

$$P = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi$$

las variaciones de la intensidad de excitación a potencia constante implican que:

$$I \cdot \cos \varphi = \text{cte}$$

Por tanto, el control de la intensidad de excitación (I_e) permite controlar la intensidad que circula por el estator (I) y el factor de potencia ($\cos \varphi$) con el que trabaja el motor síncrono (Figura 10.50).

Para cada valor de potencia, existe un valor de I_e que hace mínima la intensidad absorbida de la red ($\cos \varphi = 1$). Por debajo de ese valor de I_e el motor está subexcitado y presenta un factor de potencia inductivo (absorbe potencia reactiva de la red). Por encima de ese valor el motor está sobreexcitado y presenta un factor de potencia capacitativo (cede potencia reactiva a la red).

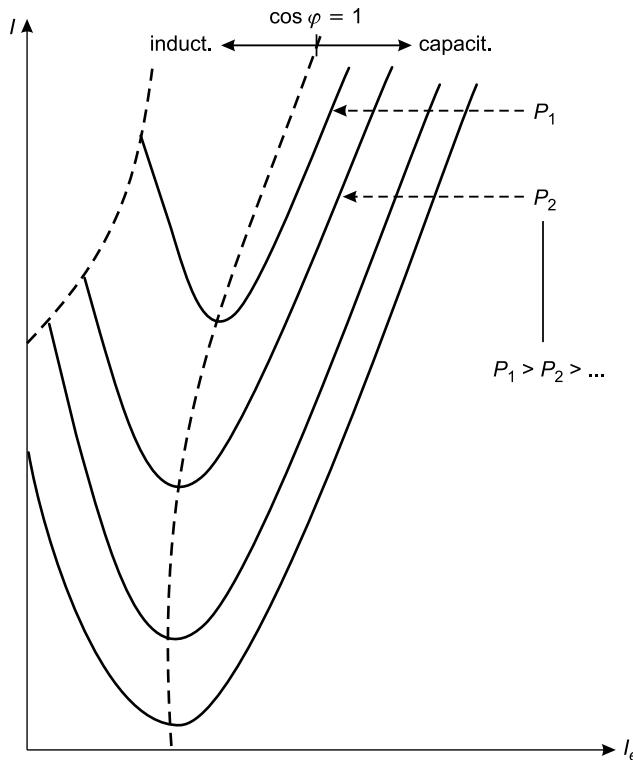


FIGURA 10.50. Curvas en «V» de Mordey.

10.3.6. El motor síncrono como compensador de fase

El control del factor de potencia presentado por un motor síncrono permite controlar el valor de la potencia reactiva que absorbe o cede a la red. Esta característica puede ser empleada para mejorar el factor de potencia de la instalación en que trabaje. Incluso, haciéndolo funcionar en vacío, puede conseguirse exclusivamente aportación (en el caso de instalaciones de carácter inductivo) o absorción (en el caso de instalaciones de carácter capacitivo) de energía reactiva, con el fin de mejorar el factor de potencia (Figura 10.51).

$$\cos \varphi_2 > \cos \varphi_1$$

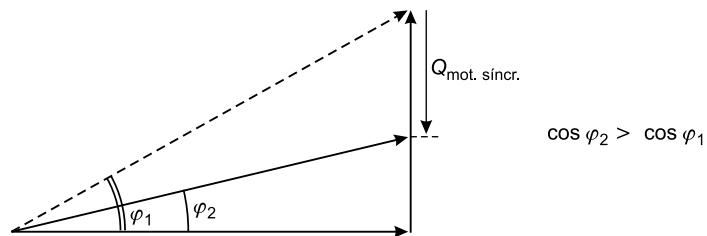


FIGURA 10.51. Motor síncrono como compensador de fase.

MÁQUINAS SÍNCRONAS.

PRUEBAS DE AUTOEVALUACIÓN

TEÓRICA

CAPÍTULO

11



- 11.1. Preguntas teóricas resueltas
- 11.2. Preguntas teóricas propuestas
- 11.3. Soluciones



11.1. Preguntas teóricas resueltas

En este apartado se presentan 100 preguntas teóricas, indicando en cada caso si el enunciado es verdadero o falso con su correspondiente justificación.

- 1. En un generador síncrono trifásico, la velocidad de sincronismo viene impuesta por:**

- a) La frecuencia de la red a la que se acopla.

VERDADERO

La velocidad de sincronismo (n) viene impuesta por la frecuencia (f) de la red y el número de pares de polos (p).

$$n = \frac{60 \cdot f}{p}$$

- b) El número de pares de polos.

VERDADERO

La justificación está implícita en la respuesta anterior.

- 2. En un generador síncrono trifásico:**

- a) El inductor está constituido por un bobinado trifásico.

FALSO

En el generador síncrono, el elemento inductor se encuentra en el rotor. Por tanto, y puesto que por los devanados de dicho elemento inductor (rotor) circula corriente continua, no puede ser un bobinado trifásico.

- b) El inducido está ubicado en el estator.

VERDADERO

En el generador síncrono, el campo magnético rotativo induce f.e.m. en los devanados del estator. Por tanto, el estator se considera el elemento inducido.

- 3. Un motor asíncrono trifásico de 4 polos arrastra un generador síncrono trifásico de 4 polos, 400 V y 50 Hz.**

- a) Si el motor se alimenta de una red de 50 Hz y funciona con un deslizamiento de 0,04, en el generador se inducen tensiones de 48 Hz.

VERDADERO

Tanto el eje del rotor del motor asíncrono como del generador síncrono van a girar a la misma velocidad n_2 . Esta velocidad n_2 impone, por tanto, la frecuencia de las tensiones generadas en el estator del generador.

- Motor:

$$n_2 = n_1 \cdot (1 - s) = \frac{60 \cdot f_1}{p_M} \cdot (1 - s) = \frac{60 \cdot 50}{2} \cdot (1 - 0,04) = 1.440 \text{ rpm}$$

- Generador:

$$f_G = \frac{p_G \cdot n_G}{60} = \frac{p_G \cdot n_2}{60} = \frac{2 \cdot 1.440}{60} = 48 \text{ Hz}$$

- b) **En estas circunstancias de funcionamiento, es imposible obtener el valor eficaz de la tensión nominal en bornes del generador.**

FALSO

La tensión en bornes del generador no sólo depende de la frecuencia, sino también del flujo según la siguiente expresión:

$$E_0 = 4,44 \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f$$

Aunque la frecuencia sea menor de 50 Hz, se puede obtener el valor eficaz nominal de la tensión aumentando el flujo mediante el aumento de la intensidad de excitación en el rotor del generador.

- 4. En una máquina síncrona:**

- a) **El bobinado amortiguador está situado en el estator.**

FALSO

En una máquina síncrona el bobinado amortiguador se coloca en las cabezas polares del rotor, no en el estator.

- b) **El número de pares de polos debe ser igual al número de fases del inducido.**

FALSO

El número de pares de polos no condiciona el número de las fases. Se pueden disponer dos máquinas síncronas con igual número de polos, siendo una monofásica y otra trifásica.

- 5. Un estator ha sido diseñado para funcionar en un generador síncrono de 50 Hz y 1.500 rpm. Considerando solamente estos dos factores, puede decirse que:**

- a) **También puede ser utilizado como estator de un generador síncrono de 50 Hz y 1.000 rpm.**

FALSO

No es posible, ya que el número de pares de polos es diferente en ambos casos y el número de pares de polos ha de ser siempre el mismo en estator y rotor.

$$p_A = \frac{60 \cdot f}{n_A} = \frac{60 \cdot 50}{1.500} = 2 \quad p_B = \frac{60 \cdot f}{n_B} = \frac{60 \cdot 50}{1.000} = 3$$

- b) También puede ser utilizado como estator de un generador síncrono de 60 Hz y 1.800 rpm.**

VERDADERO

En este caso es posible, ya que el número de pares de polos coincide en ambos casos.

$$p_A = \frac{60 \cdot f}{n_A} = \frac{60 \cdot 50}{1.500} = 2 \quad p_C = \frac{60 \cdot f}{n_C} = \frac{60 \cdot 60}{1.800} = 2$$

6. Respecto a máquinas síncronas:

- a) Las máquinas síncronas de polos salientes son utilizadas para velocidades de giro superiores a las de rotor cilíndrico, ya que se pueden construir con menores diámetros.**

FALSO

Ocurre precisamente lo contrario. Las máquinas con rotor de polos salientes son adecuadas para funcionar a velocidades bajas, mientras que las de rotor cilíndrico son adecuadas para funcionar a velocidades altas.

Por otro lado, para generar a una determinada frecuencia, cuanto menor sea la velocidad, mayor ha de ser el número de pares de polos de la máquina y mayor es el espacio necesario para poder ubicarlos. Por tanto, los rotores de polos salientes son de mayor diámetro que los de tipo cilíndrico.

- b) Su comportamiento como motor está basado en la aplicación de la ley de Laplace.**

VERDADERO

Para conocer las fuerzas que se producen en los conductores, se aplica la ley de Laplace.

7. En una máquina síncrona que trabaja como generador:

- a) El inductor se encuentra en el rotor.**

VERDADERO

El campo magnético inductor desencadenante del fenómeno es el que se obtiene aplicando corriente continua al rotor de la máquina.

- b) Por el inducido circulan intensidades de corriente alterna cuando trabaja en carga.

VERDADERO

Según la ley de Faraday, las fuerzas electromotrices inducidas son de corriente alterna, lo que provoca la circulación de intensidades de corriente alterna al aplicar una carga.

- 8. Un generador síncrono de 50 Hz gira a 100 rpm:**

- a) Esta máquina es adecuada para ser construida con polos salientes.

VERDADERO

Puesto que gira a una velocidad reducida, es adecuado utilizar un rotor de polos salientes.

- b) Como la velocidad de giro es baja, se pueden despreciar las pérdidas del hierro del estator.

FALSO

Aunque la velocidad de giro sea baja, la frecuencia del campo generado es de 50 Hz, por lo que las pérdidas en el hierro no son despreciables.

- 9. El rotor de un generador síncrono trifásico de 4 polos se encuentra acoplado a una turbina, de forma que, trabajando en vacío, la velocidad de giro es de 1.500 rpm:**

- a) Si se mantiene la excitación constante y se aumenta la velocidad de giro, las pérdidas en el hierro aumentan.

VERDADERO

Si aumenta la velocidad de giro del rotor, la frecuencia del flujo que atraviesa el estator aumenta y, por consiguiente, las pérdidas en el hierro aumentan.

- b) En vacío, el flujo de dispersión en el inducido es mayor que en carga.

FALSO

En vacío, al no circular corriente por el inducido, no hay flujo de dispersión.

- 10. En un generador síncrono trifásico:**

- a) A mayor velocidad de giro, corresponde mayor valor de su impedancia síncrona.

VERDADERO

Al incrementar la velocidad de giro del rotor, aumenta la frecuencia de las magnitudes del inducido. Por esta razón, la reactancia a considerar para ese caso es de un valor mayor.

$$X = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

Considerando que para el rango de valores de funcionamiento de un generador síncrono la resistencia es constante, se llega a la conclusión de que un aumento de velocidad implica un aumento de la impedancia síncrona del generador.

- b) A mayor intensidad de excitación, corresponde mayor valor de su impedancia síncrona.**

FALSO

Un incremento de la intensidad de excitación provoca un incremento del flujo y, por tanto, del valor de la f.e.m. inducida (E_0), pero no de su frecuencia.

$$E_0 = 4,44 \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f$$

11. En un generador síncrono trifásico:

- a) La reactancia de dispersión del circuito equivalente representa el flujo de dispersión en el rotor.**

FALSO

La reactancia de dispersión del circuito equivalente representa el flujo de dispersión que existe en las bobinas del estator.

- b) Las pérdidas en el hierro del estator son nulas cuando funciona en vacío.**

FALSO

Cuando un generador funciona en vacío, el sistema inductor crea un flujo alterno que atraviesa el estator. Por tanto, hay pérdidas en el hierro en el estator.

12. Los polos consecutivos de un generador síncrono trifásico están separados por 36 grados geométricos:

- a) Para generar tensiones de 60 Hz el inductor debe girar a 720 rpm.**

VERDADERO

Dos polos consecutivos están siempre separados 180° magnéticos o eléctricos. Teniendo en cuenta la relación existente entre los grados eléctricos y los grados geométricos, se puede obtener el número de pares de polos del generador.

$$p = \frac{\theta_{\text{eléctricos}}}{\theta_{\text{geométricos}}} = \frac{180^\circ}{36^\circ} = 5$$

De esta manera, si el generador gira a 720 rpm, la frecuencia de las tensiones es:

$$f = \frac{p \cdot n}{60} = \frac{5 \cdot 720}{60} = 60 \text{ Hz}$$

- b) La separación entre los dos lados activos de una misma espira del inducido debe ser de 12 grados geométricos.**

FALSO

La separación entre dos lados activos de una misma espira es siempre de 180° eléctricos. Por tanto, debe coincidir con la separación entre dos polos consecutivos, es decir, 36° geométricos.

- 13. En un generador síncrono trifásico, la reacción de inducido:**

- a) Aumenta al aumentar la corriente del inducido.**

VERDADERO

La reacción de inducido es directamente proporcional a la intensidad que circula por el estator o inducido del generador.

- b) Permanece constante siempre que no se varíe la intensidad de excitación.**

FALSO

Para una misma intensidad de excitación, diferentes cargas implican diferentes intensidades en el inducido y, por tanto, diferentes reacciones de inducido.

- 14. Un generador síncrono trifásico trabaja alimentando una carga trifásica equilibrada:**

- a) Los campos rotativos de excitación y reacción de inducido solamente giran en el mismo sentido si la carga es capacitiva pura.**

FALSO

Cuando un generador síncrono funciona en carga, los dos campos rotativos giran en el mismo sentido, sea cual sea el carácter de la carga.

- b) Para un observador situado en el inductor, la reacción de inducido es un campo rotativo.

FALSO

El observador situado en el inductor (en el rotor) gira a la misma velocidad que el campo rotativo. Por consiguiente, ve un campo magnético constante.

15. La reactancia síncrona de un alternador tiene un valor de $1,8 \Omega$ cuando su rotor gira a 1.000 rpm y de $2,16 \Omega$ cuando genera tensiones de 60 Hz.

- a) El generador tiene tres pares de polos.

VERDADERO

Teniendo en cuenta la definición de la reactancia síncrona:

$$X_S = 2 \cdot \pi \cdot L \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot L \cdot \frac{p \cdot n}{60}$$

Si se toman en consideración los datos del enunciado, se obtienen las dos siguientes ecuaciones:

$$1,8 = 2 \cdot \pi \cdot L \cdot \frac{p \cdot 1.000}{60}$$

$$2,16 = 2 \cdot \pi \cdot L \cdot 60$$

Resolviendo dicho sistema, y despejando el valor del número de polos, se obtiene que el número de pares de polos de dicho generador es 3.

- b) Si el alternador funciona en vacío, el valor de la reactancia síncrona no influye en el valor de la tensión obtenida en bornes del generador.

VERDADERO

Puesto que el generador está en vacío, no circula ninguna intensidad por los devanados del estator. De esta manera, tal y como se puede observar en la ecuación vectorial, cualquier variación de la reactancia síncrona no tiene ningún tipo de influencia en la tensión obtenida.

$$\underline{E}_0 = \underline{V} + \underline{I} \cdot (R + jX_S) = \underline{V}$$

16. En un generador síncrono trifásico de 1,2 kV, 50 Hz y 500 rpm:

- a) La distancia entre los ejes de dos polos consecutivos del inductor (norte y sur) es de 30° geométricos.

VERDADERO

El número de pares de polos del generador es:

$$p = \frac{60 \cdot f}{n} = \frac{60 \cdot 50}{500} = 6$$

Por tanto, la máquina tiene 12 polos, por lo que dos polos consecutivos deben estar a:

$$\frac{\theta_{\text{geométricos}}}{2p} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

- b) La distancia entre los lados activos de una espira del inducido es de 180° geométricos.**

FALSO

La distancia de los lados activos es siempre de 180° eléctricos, y es coincidente con la distancia entre ejes de polos consecutivos.

- 17. Un generador síncrono trifásico de 400 V, 60 Hz y 8 polos funciona alimentando una carga equilibrada:**

- a) El campo rotativo de reacción de inducido gira a 900 rpm.**

VERDADERO

La velocidad del campo rotativo es:

$$n = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 60}{4} = 900 \text{ rpm}$$

- b) Si se modifica la velocidad del rotor, que pasa a ser de 750 rpm, el campo rotativo de reacción de inducido girará con una velocidad relativa de 2,5 rps respecto al campo rotativo del inductor.**

FALSO

No hay velocidad relativa entre los campos rotativos del inductor y de reacción de inducido. Éstos giran a la misma velocidad, que es la velocidad de sincronismo (750 rpm).

- 18. En un generador síncrono trifásico de seis polos:**

- a) El estator debe disponer al menos de 18 ranuras para ubicar los bobinados.**

VERDADERO

Para ubicar los bobinados es necesaria, al menos, una ranura por polo y fase. Por tanto, el número de ranuras mínimo:

$$2p \cdot q = 6 \cdot 3 = 18 \text{ ranuras}$$

- b) 120 grados geométricos equivalen a 360 grados eléctricos.

VERDADERO

El número de grados eléctricos y grados geométricos viene relacionado por la siguiente expresión:

$$\theta_{\text{eléctricos}} = \theta_{\text{geométricos}} \cdot p = 120 \cdot 3 = 360^\circ$$

Se cumple que 120° grados geométricos equivalen a 360° eléctricos.

19. Respecto a los generadores síncronos:

- a) La frecuencia de las corrientes que circulan por los bobinados del estator depende del tipo de carga que alimenta el generador, debido a la reacción de inducido.

FALSO

La reacción de inducido, unida al valor de la f.m.m. del rotor, da lugar a una f.m.m. resultante, pero no modifica su velocidad de giro. Por tanto, la reacción de inducido no modifica la frecuencia de las tensiones inducidas en el estator ni, por consiguiente, la frecuencia de las intensidades.

- b) Si la excitación se mantiene constante, las pérdidas del hierro del generador son iguales en vacío y en carga.

FALSO

En carga hay una reacción de inducido que modifica el valor del módulo del flujo magnético, con lo que las pérdidas en el hierro no tienen por qué ser iguales.

20. Sea un generador síncrono trifásico cuyo rotor se encuentra alimentado con una intensidad constante de 6 A y trabaja en vacío:

- a) Si disminuye su velocidad, el valor eficaz de su tensión en bornes disminuye.

VERDADERO

La tensión en bornes (E_0) es menor puesto que, al disminuir la velocidad del rotor, disminuye la frecuencia de las tensiones inducidas en el estator, manteniéndose el flujo constante.

$$E_0 = 4,44 \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f$$

- b) Si pasa a alimentar una carga inductiva de factor de potencia 0,8, su ángulo de par aumenta.

VERDADERO

El ángulo de par está directamente relacionado con la potencia activa generada.

$$P = 3 \cdot \frac{V \cdot E_0}{X_S} \cdot \operatorname{sen} \theta$$

Como al pasar de una situación de vacío a una situación de carga la potencia aumenta, el ángulo de par también aumenta.

- 21. Cuando en un generador síncrono trifásico, con carga inductiva acoplada, se aumenta el índice de carga sin variar la excitación del rotor:**

- a) **La tensión en bornes del generador disminuye.**

VERDADERO

El efecto desmagnetizante de una carga inductiva es más acusado cuanto mayor sea la intensidad en la carga. Si el índice de carga aumenta, el efecto desmagnetizante aumenta, con lo que la tensión disminuye.

- b) **La fuerza magnetomotriz que crea el campo rotativo del estator aumenta.**

VERDADERO

La f.m.m. creada en el estator es debida a la intensidad que circula por éste. Por tanto, si el índice de carga aumenta, la f.m.m. del estator también aumenta.

- 22. Un generador síncrono trifásico está suministrando energía eléctrica a una carga de carácter inductivo:**

- a) **La tensión por fase en bornes está adelantada respecto a la f.e.m. inducida en vacío.**

FALSO

En el diagrama vectorial correspondiente, se observa como la f.e.m. inducida en vacío (E_0) está adelantada respecto a la tensión por fase en bornes.

- b) **Si se desconecta la carga, manteniendo constante la excitación, se produce una elevación de la tensión en bornes del generador.**

VERDADERO

Si se desconecta la carga inductiva, desaparece el efecto desmagnetizante de la reacción de inducido, por lo que la tensión se recuperará (aumentará).

- 23. Un generador síncrono trifásico de 6.600 V, 50 Hz y 1.500 rpm funciona en vacío a tensión nominal:**

- a) **Si se aumenta la velocidad a 1.800 rpm, es necesario aumentar la intensidad de excitación para mantener 6.600 V en bornes.**

FALSO

Al aumentar la velocidad aumenta la frecuencia, por lo que, para mantener el valor eficaz de la tensión, se debe reducir el flujo reduciendo la intensidad de excitación.

- b) Al conectar una carga inductiva, es necesario aumentar la intensidad de excitación para mantener 6.600 V a 50 Hz en bornes.**

VERDADERO

Al conectar una carga inductiva, la reacción del inducido produce un efecto desmagnetizante que tiende a reducir la tensión en bornes de la máquina. Por ello, y para mantener el valor de tensión, hay que aumentar el flujo aumentando la excitación.

24. En un generador síncrono, trabajando en vacío:

- a) Si se aumenta la excitación del rotor, aumentan las pérdidas en el hierro en el estator.**

VERDADERO

Aumentar la excitación del rotor supone aumentar el flujo de la máquina y, por tanto, la inducción, con lo que las pérdidas en el hierro aumentan.

- b) Si se aumenta la excitación del rotor, aumentan las pérdidas en el hierro en el rotor.**

FALSO

Al girar el rotor a la misma velocidad que el campo magnético rotativo, el flujo que atraviesa el rotor es fijo, por lo que no se producen pérdidas en el hierro en el rotor.

25. Sean dos generadores síncronos trifásicos de 50 Hz: G_A (de seis pares de polos) y G_B (de un par de polos):

- a) La distancia entre polos consecutivos, medida en grados eléctricos, es mayor en el G_B que en el G_A .**

FALSO

La distancia en grados eléctricos en ambos generadores es la misma, ya que siempre es de 180° eléctricos.

- b) El campo rotativo gira a más velocidad en el G_B que en el G_A .**

VERDADERO

La velocidad del campo rotativo se define como:

$$n = \frac{60 \cdot f}{p}$$

Por ello, el generador con menor número de pares de polos es el que gira más rápido.

- 26. Un generador síncrono trifásico de un par de polos (cuya resistencia de inducido es despreciable) alimenta una carga inductiva pura. En estas condiciones:**

- a) El ángulo de par del generador es cero.

VERDADERO

Puesto que la carga es inductiva pura ($\varphi = 90^\circ$) y puesto que se desprecia la resistencia del inducido, el diagrama vectorial es el siguiente (Figura 11.1):

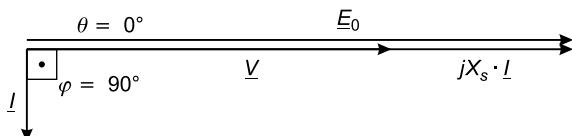


FIGURA 11.1.

- b) El desfase entre la reacción de inducido y el campo rotativo creado por el inductor es de 180° .

VERDADERO

Las cargas inductivas puras crean en el inducido un campo magnético desmagnetizante respecto al campo magnético del rotor (Figura 11.2).

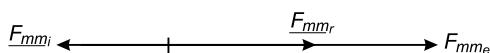


FIGURA 11.2.

- 27. Un generador síncrono trifásico está suministrando energía eléctrica a una carga de carácter capacitivo:**

- a) La intensidad que circula por la carga está adelantada respecto de la tensión por fase de alimentación.

VERDADERO

Como en cualquier sistema capacitivo, la intensidad está adelantada respecto a la tensión.

- b) La intensidad de excitación del generador ha de ser mayor que en el caso de una carga inductiva, si se quiere mantener la tensión en bornes de la máquina.

FALSO

La existencia de una carga inductiva, debido al carácter desmagnetizante de su reacción de inducido, provoca la necesidad de incrementar la intensidad de excitación si se quiere mantener la tensión en bornes del generador. Las cargas capacitivas poseen el comportamiento contrario.

28. Una máquina síncrona que funciona como generador conectada a un sistema eléctrico de tensión y frecuencia constantes:

- a) Puede producir y consumir potencia activa.

FALSO

Los generadores síncronos siempre producen potencia activa.

b) Cualquier modificación de potencia se debe realizar variando la velocidad del rotor.

FALSO

La máquina síncrona siempre gira a velocidad constante, independientemente de la potencia.

29. En un generador síncrono trifásico acoplado a una red de tensión y frecuencia constantes:

- a) Para aumentar la potencia eléctrica activa generada hay que aumentar la tensión de excitación.

FALSO

Para aumentar la potencia eléctrica activa generada, se debe aumentar la potencia mecánica suministrada por la turbina. Como el generador gira a velocidad constante, esto se consigue aumentando el par motor de la turbina.

- b) Para aumentar la potencia eléctrica activa generada hay que aumentar la velocidad de giro del rotor.

FALSO

Tal y como se acaba de señalar, el aumento de la potencia eléctrica activa generada se consigue aumentando la potencia mecánica suministrada por la turbina.

30. En relación con la característica de vacío de un generador síncrono:

- a) La recta de entrehierro tiene mayor pendiente cuanto mayor es la frecuencia a la que se realiza el ensayo.

VERDADERO

Para una determinada intensidad de excitación, al elevar la frecuencia a flujo constante se obtiene una mayor f.e.m. inducida.

$$E_0 = 4,44 \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f$$

Por tanto, puesto que la pendiente de la recta de entrehierro es el cociente entre la f.e.m. inducida y la intensidad de excitación, cuanto mayor es la frecuencia, mayor es la pendiente de dicha recta.

- b) Un incremento de la intensidad de excitación implica un incremento, en la misma proporción, de la tensión medida en el ensayo.

FALSO

Esto sólo ocurre en la zona de no saturación. En la zona de saturación (o en el codo), grandes incrementos en la intensidad de excitación implican muy pequeños incrementos de la tensión medida.

31. Respecto a la característica de cortocircuito de un generador síncrono:

- a) El ensayo de cortocircuito se realiza con el rotor bloqueado.

FALSO

El ensayo de cortocircuito se realiza con el rotor bloqueado en el caso de los motores asíncronos. En el caso de los generadores síncronos, el rotor debe girar a la velocidad de sincronismo constante a la que se refiere el ensayo.

- b) En el caso de generadores con rotor de polos salientes, el valor de la intensidad de cortocircuito es inversamente proporcional al valor de la reactancia síncrona longitudinal.

VERDADERO

Si se desprecia el valor de la resistencia del inducido, la intensidad del ensayo puede considerarse inductiva pura respecto a la f.e.m. inducida. Por tanto, la intensidad en el eje longitudinal es igual a la intensidad de cortocircuito, mientras que la intensidad en el eje transversal es nula. De esta manera:

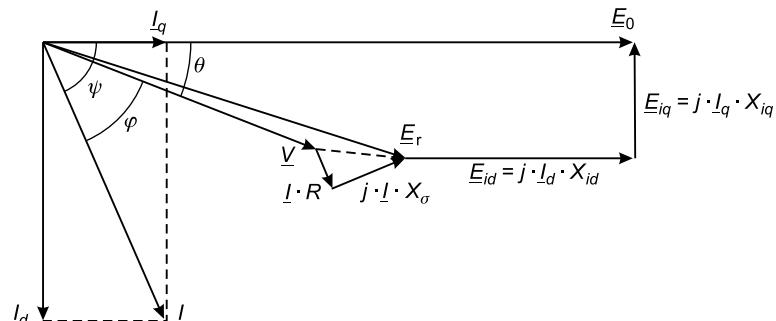
$$\underline{E}_0 = jX_d \cdot \underline{I}_{cc} \Rightarrow \underline{I}_{cc} = \frac{\underline{E}_0}{X_d}$$

32. En relación con los generadores síncronos:

- a) Mediante el diagrama de Blondel, se representa el diagrama vectorial de un generador síncrono de polos salientes.

VERDADERO

El diagrama vectorial de los generadores síncronos de polos salientes se denomina también diagrama de Blondel (Figura 11.3).

**FIGURA 11.3.**

- b) Cada generador síncrono tiene un triángulo de Potier característico.

FALSO

El triángulo de Potier (aun refiriéndose a una frecuencia constante) se define para una determinada intensidad por el inducido. Por tanto, para un generador, existen tantos triángulos de Potier como intensidades quieran considerarse.

33. En un generador síncrono en situación de cortocircuito:

- a) La reacción de inducido es desmagnetizante.

VERDADERO

En situación de cortocircuito, el generador tiene un comportamiento inductivo, por lo que su reacción de inducido será desmagnetizante respecto al campo magnético rotativo generado por el rotor.

- b) El ángulo de par es de 90° .

FALSO

El ángulo de par (θ) es el ángulo formado por los vectores V y E_0 . En la situación de cortocircuito, se cumple que $V = 0$. Por tanto, en esta situación, no tiene sentido hablar del ángulo entre dos vectores cuando uno de ellos no existe.

34. Respecto al circuito equivalente de un generador síncrono:

- a) El triángulo de Potier permite obtener el valor de la reactancia síncrona.

FALSO

El triángulo de Potier (Figura 11.4) permite obtener el valor de la reactancia de dispersión.

$$X_\sigma = \frac{\overline{AB}}{I}$$

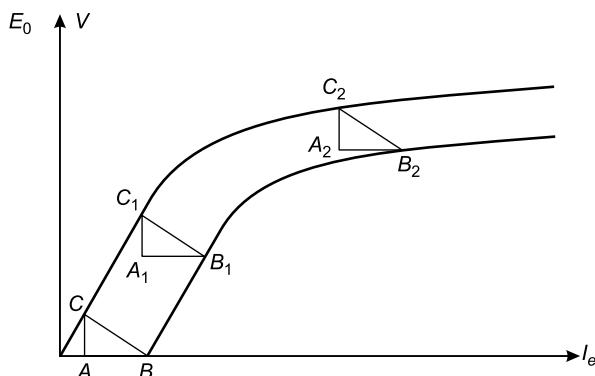


FIGURA 11.4.

- b) El cálculo de la reactancia síncrona se realiza dividiendo el valor de la f.e.m. inducida medida en el ensayo de vacío y el valor de la intensidad de cortocircuito medida en el ensayo de cortocircuito, realizando ambos ensayos con la misma intensidad de excitación.

VERDADERO

Si se desprecia el valor de la resistencia del devanado estatórico, en el ensayo de cortocircuito se cumple que:

$$\underline{E}_0 = jX_s \cdot \underline{I}_{cc} \Rightarrow X_s = \frac{\underline{E}_0}{\underline{I}_{cc}}$$

35. En los alternadores de polos salientes:

- a) La reactancia síncrona longitudinal se obtiene mediante la realización del denominado ensayo de deslizamiento.

FALSO

La reactancia síncrona longitudinal se obtiene mediante la realización de los ensayos de vacío y cortocircuito.

- b) La reactancia síncrona transversal se obtiene directamente del ensayo de cortocircuito.

FALSO

La reactancia síncrona transversal se obtiene mediante la realización del ensayo de deslizamiento, el cual permite determinar la relación existente entre los valores de la reactancia transversal y la reactancia longitudinal (determinada esta última mediante los ensayos de vacío y cortocircuito).

36. En un generador trifásico de polos salientes:

- a) Para poder descomponer la intensidad del inducido en sus dos componentes (según los ejes longitudinal y transversal), es necesario conocer previamente el vector correspondiente a la tensión de vacío.

FALSO

Es necesario conocer la dirección (ángulo) de la tensión de vacío, pero no es necesario conocer su módulo, que, precisamente, se calcula a partir de las dos componentes (transversal y longitudinal) de la intensidad del inducido.

- b) La relación entre la intensidad de inducido según el eje longitudinal (I_d) y la intensidad de inducido según el eje transversal (I_q) coincide con la tangente del ángulo formado por la f.e.m. inducida en vacío (E_0) y la intensidad del inducido.

VERDADERO

Dicha relación puede apreciarse en el diagrama de Blondel (Figura 11.3).

- 37. En un generador síncrono conectado a una red en la que se desea mantener la tensión y frecuencia constantes:**

- a) Se debe disponer de un regulador de frecuencia para controlar la excitación del rotor.

FALSO

El regulador de frecuencia regula la velocidad del rotor.

- b) El regulador de tensión actúa cuando se producen variaciones de la carga conectada.

VERDADERO

Al variar la carga, varía el valor de la reacción de inducido y, por tanto, varía la tensión en bornes. El regulador de tensión debe actuar para mantener esta tensión en bornes constante.

- 38. Un generador síncrono trifásico está alimentando a un conjunto de resistencias a tensión y frecuencia constantes. Si se conecta en paralelo con las resistencias una batería de condensadores:**

- a) Hay que incrementar la velocidad de giro para mantener constante la frecuencia.

FALSO

La velocidad de giro debe ser constante para mantener la frecuencia constante.

$$f = \frac{p \cdot n}{60}$$

- b) Hay que incrementar la intensidad que recorre el devanado del rotor para mantener constante la tensión en bornes.

FALSO

Al añadir una carga capacitiva, su reacción de inducido es magnetizante, por lo que se deberá reducir la intensidad de excitación del rotor para mantener la tensión constante en bornes de la carga.

- 39. Los motores síncronos trifásicos:**

- a) Tienen un elevado par de arranque.

FALSO

Los motores síncronos trifásicos carecen de par de arranque.

- b) **Pueden aportar potencia activa a la red.**

FALSO

En el funcionamiento como motor, la máquina siempre absorbe potencia activa de la red. Lo que sí pueden absorber o ceder es potencia reactiva.

40. En el arranque de motores síncronos:

- a) **Uno de los métodos de arranque consiste en arrancar el motor a bajas frecuencias.**

VERDADERO

Si el proceso de arranque se realiza alimentando el estator con tensiones de muy baja frecuencia, el tiempo correspondiente a medio periodo puede llegar a ser suficiente para hacer que el rotor inicie su giro y se alcance la sincronización con el campo rotativo correspondiente a la frecuencia de arranque.

- b) **Durante el arranque mediante motor auxiliar, el motor debe ser arrancado en vacío.**

VERDADERO

Puesto que el motor auxiliar es de reducida potencia (del orden del 10% de la potencia nominal del síncrono), el arranque del motor síncrono se ha de realizar en vacío.

41. Respecto a los métodos de arranque de motores síncronos:

- a) **En el método de arranque mediante motor auxiliar, el motor auxiliar debe tener, al menos, el mismo número de polos que el motor síncrono.**

FALSO

El motor asíncrono auxiliar a utilizar suele tener igual número de polos que el motor síncrono o un par de polos menos.

- b) **Con el método de arranque como motor asíncrono se puede definir el sentido de giro que se establecerá en el funcionamiento como motor síncrono.**

VERDADERO

El sentido de giro viene determinado por el sentido de giro del campo rotativo, es decir, por el orden de sucesión de fases en el estator.

42. En el método de arranque de motores síncronos como motor asincrónico:

- a) Durante el arranque, por el bobinado rotórico circula corriente continua.

FALSO

Durante el arranque, el devanado rotórico se conecta a una resistencia de elevado valor. Sobre este devanado se inducen f.e.m. de corriente alterna.

- b) Se suelen conectar resistencias de elevado valor en el circuito rotórico para evitar sobretensiones.

VERDADERO

La resistencia conectada mediante el commutador durante el arranque evita que se produzcan sobretensiones en el circuito rotórico.

43. Un motor síncrono, alimentado desde una red trifásica de tensión constante U , funciona desarrollando un par C , con una intensidad de excitación I_e y un ángulo de par θ :

- a) Si se mantiene constante I_e y aumenta C , el ángulo de par aumenta.

VERDADERO

En el motor síncrono la potencia activa desarrollada tiene la expresión:

$$P = 3 \cdot \frac{V \cdot E_0}{X_s} \cdot \operatorname{sen} \theta$$

Si se mantiene la intensidad de excitación, se mantiene E_0 , por lo que, cuando se aumenta el par, se aumenta la potencia y, por tanto, el ángulo de par (θ).

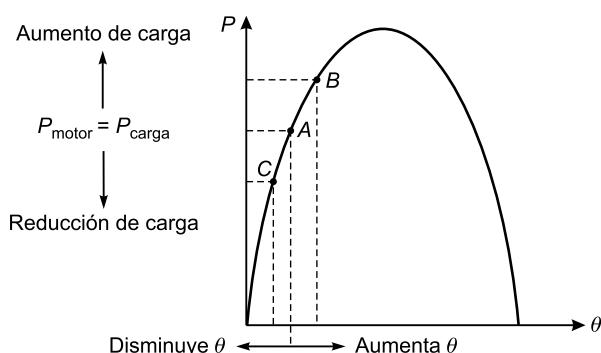


FIGURA 11.5.

- b) Si se mantiene constante C y disminuye I_e , el ángulo de par aumenta.

VERDADERO

Si se mantiene constante el par, también se mantiene constante la potencia. Por tanto, al disminuir la intensidad de excitación, disminuye E_0 y aumenta el ángulo de par (θ) (Figura 11.6).

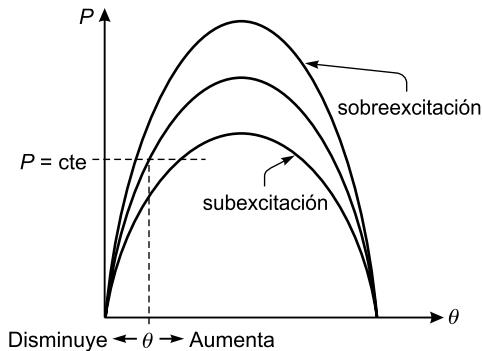


FIGURA 11.6.

- 44. En un motor síncrono trifásico, si se desprecia la resistencia del inducido:**

- a) La tensión en bornes del estator nunca está retrasada respecto de la tensión de vacío.

VERDADERO

Sea cual sea el factor de potencia (inductivo, resistivo o capacitivo) presentado por el motor, la tensión en bornes (V) nunca está retrasada respecto de la tensión de vacío (E_0).

$$\underline{V} = \underline{E}_0 + jX_s \cdot \underline{I}$$

La Figura 11.7 muestra el diagrama vectorial correspondiente a un factor de potencia inductivo.

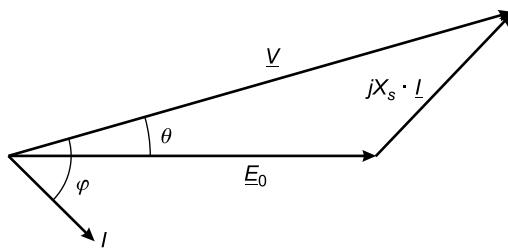


FIGURA 11.7.

- b) Cuando está sobreexcitado, la tensión de vacío es mayor que la tensión en bornes del estator.

VERDADERO

Al estar sobreexcitado, el comportamiento del motor es capacitivo, con lo que en el diagrama vectorial la intensidad se adelanta respecto de la tensión V , siendo $|E_0| > |V|$.

- 45. Un motor síncrono alimentado a 400 V está preparado para arrastrar una carga constante de 200 Nm, de forma que absorbe potencia reactiva de la red:**

- a) La mínima intensidad de excitación necesaria para arrastrar la carga corresponderá a un ángulo de par de 90° .

VERDADERO

Para un motor que funciona con una intensidad de excitación determinada, cuando el ángulo de par es de 90° , el motor proporciona la máxima potencia a la carga mecánica.

$$P = 3 \cdot \frac{V \cdot E_0}{X_s} \cdot \sin \theta$$

- b) Si se desea utilizar el motor como compensador de fase de una instalación de carácter inductivo, se deberá aumentar la intensidad de excitación.

VERDADERO

Para poder compensar la potencia reactiva de una instalación inductiva, es necesario que el motor funcione sobreexcitado. Por tanto, partiendo de la situación de funcionamiento descrita, si se desea compensar el factor de potencia de la instalación, es necesario aumentar la intensidad de excitación.

- 46. Un motor síncrono trifásico, alimentado a la tensión nominal, arrastra una carga mecánica:**

- a) Si se modifica la carga mecánica, es necesario actuar en la intensidad de excitación para alcanzar el nuevo punto de régimen permanente del motor.

FALSO

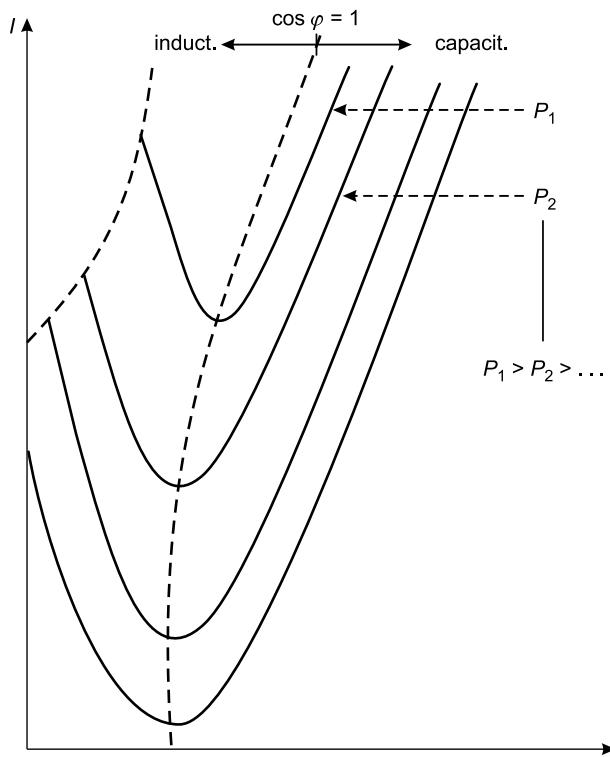
Ante una modificación de carga mecánica, el motor se autorregula para alcanzar otro punto de régimen permanente. Esta autorregulación se realiza mediante la modificación el ángulo de par. Por tanto, no siempre es necesario actuar sobre la excitación.

Solamente es necesario aumentar la intensidad de excitación si la modificación de la carga hace necesario incrementar el valor máximo del par que puede proporcionar el motor, manteniendo su funcionamiento síncrono.

- b) Si no se modifica la carga mecánica ni la tensión, un incremento de la intensidad de excitación supone siempre un incremento de la intensidad de inducido.

FALSO

Dependiendo de la zona (inductiva o capacitativa) de la curva de Mordey en la que se encuentre trabajando dicho motor, un incremento de la intensidad de excitación puede provocar un incremento o un descenso de la intensidad demandada a la red (Figura 11.8).

**FIGURA 11.8.****47. En un motor síncrono que trabaja a tensión y potencia mecánica constantes:**

- a) **Se puede lograr que el motor ni absorba ni ceda potencia reactiva a la red.**

VERDADERO

Variando la intensidad de excitación del rotor, se puede lograr que dicho motor tenga un comportamiento resistivo, en el cual ni cederá ni absorberá potencia reactiva.

- b) **Cuando se disminuya la excitación del rotor, aumentará la intensidad absorbida de la red.**

FALSO

En función de la intensidad de excitación, el motor trabajará de forma inductiva o capacitativa, disminuyendo o aumentando la intensidad absorbida de la red a medida que la intensidad de excitación aumenta.

48. En una máquina síncrona, sin devanado amortiguador, que funciona como motor:

- a) Si se le suministra un pequeño par, que haga girar al eje a un 10% de la velocidad nominal, es capaz de alcanzar la velocidad de giro nominal.

FALSO

Para poder arrancar la máquina síncrona con la ayuda de un motor de arrastre, se le deberá suministrar un par suficiente como para que gire a una velocidad próxima a la de sincronismo.

- b) Si se incrementa la intensidad que circula por el rotor, aumenta la velocidad de giro.

FALSO

La magnitud de la intensidad del rotor no influye en la velocidad de giro.

49. En un motor síncrono que arrastra una carga mecánica de par constante:

- a) Ante un incremento de la corriente de excitación, aumenta la potencia activa consumida.

FALSO

Los aumentos de la intensidad de excitación pueden provocar reducciones o aumentos en la intensidad absorbida, pero en este caso la potencia permanece constante por ser constantes el par resistente y la velocidad (Figura 11.8).

- b) Para que el motor funcione con factor de potencia unitario es necesaria mayor intensidad de excitación que para que funcione con factor de potencia inductivo.

VERDADERO

Esto se puede apreciar perfectamente en las curvas de Mordey (Figura 11.8).

50. El motor síncrono trifásico:

- a) Cede potencia activa cuando está sobreexcitado.

FALSO

Un motor síncrono siempre absorbe potencia activa, la cual transforma en potencia mecánica.

- b) Siempre cede potencia reactiva.

FALSO

En función de la excitación del rotor, puede absorber o ceder potencia reactiva, tal y como se aprecia en las curvas de Mordey (Figura 11.8).

11.2. Preguntas teóricas propuestas

En las siguientes 100 preguntas teóricas, indicar en cada caso si el enunciado es verdadero o falso.

- 51.** En un generador síncrono trifásico:
- La velocidad de giro del rotor es menor que la de sincronismo.
 - La velocidad de sincronismo viene impuesta por el valor eficaz de la tensión.
- 52.** Se tiene un generador síncrono de 4 polos y un motor asíncrono de 6 polos:
- Si el generador gira a 3.000 rpm y alimenta al motor asíncrono, este último girará a 2.000 rpm.
 - Si el motor se alimenta de una red de 60 Hz y se acopla al eje del generador, este último, una vez excitado, será capaz de generar tensiones a 90 Hz.
- 53.** El rotor de una máquina síncrona:
- Si es de polos salientes, es adecuado para velocidades de giro bajas.
 - Si es de rotor cilíndrico, el devanado eléctrico del rotor está recorrido por corriente alterna.
- 54.** El inductor de un generador síncrono trifásico:
- Se puede construir del tipo rotor cilíndrico o jaula de ardilla.
 - Está recorrido por un sistema trifásico de intensidades a frecuencia $f = (p \cdot n)/60$, donde p es el número de pares de polos, n la velocidad en rpm y f la frecuencia en Hz.
- 55.** Dos generadores síncronos que poseen, respectivamente, dos y cuatro pares de polos, se encuentran acoplados a la misma red eléctrica de corriente alterna:
- El generador que tiene mayor número de pares de polos debe girar a menor velocidad.
 - La frecuencia de las corrientes del estator de ambas máquinas es la misma.
- 56.** La velocidad de un generador síncrono de 15 kV, 50 Hz:
- Es mayor en vacío que en carga.
 - Es de 1.200 rpm.
- 57.** Un generador síncrono trifásico tiene cuatro polos en el rotor y gira a 1.500 rpm. Además, se sabe que el inducido tiene una longitud de 50 cm, un diámetro de 40 cm y está sometido a una inducción máxima de 1,2 T:
- La frecuencia de la tensión generada es 60 Hz.
 - La tensión máxima inducida en bornes de una espira del estator es 37,7 V.

- 58.** En un generador síncrono:
- La reactancia síncrona es suma de las reactancias de dispersión del rotor y del estator.
 - El valor eficaz de la tensión E_0 sólo se puede modificar con la intensidad de excitación.
- 59.** En un generador síncrono trifásico que gira a 600 rpm proporcionando tensiones a 50 Hz:
- La distancia entre dos polos consecutivos del rotor es de 18 grados geométricos.
 - Si alimenta una carga resistiva pura, la reacción de inducido es nula.
- 60.** Sea un generador síncrono trifásico que funciona en vacío:
- Si aumenta la velocidad de giro del rotor estando éste recorrido por una intensidad de valor constante, el flujo máximo que circula por la máquina aumenta.
 - Si aumenta la intensidad que circula por el rotor, el circuito magnético del generador puede llegar a saturarse.
- 61.** En un generador síncrono trifásico:
- Cuando trabaja en vacío, el único campo rotativo existente es el creado por el rotor.
 - La reacción de inducido es un campo rotativo cuya velocidad es próxima, pero no igual, a la velocidad de sincronismo.
- 62.** En un generador síncrono trifásico que funciona en carga:
- La tensión aplicada al bobinado del rotor es tensión de continua.
 - La tensión del estator es alterna.
- 63.** Un generador síncrono de cinco pares de polos debe proporcionar permanentemente una tensión en bornes de 15 kV entre fases y 50 Hz:
- El rotor de la máquina gira a una velocidad inferior a 10 rps cuando alimenta a una carga.
 - La intensidad que recorre el devanado del rotor es mayor cuando el generador alimenta a una carga capacitiva que cuando está en vacío.
- 64.** Un generador síncrono trifásico genera tensiones a 50 Hz cuando gira a 500 rpm.
- La separación entre los lados activos de una espira del inducido es de 30 grados geométricos.
 - La separación entre los ejes de dos polos consecutivos (norte y sur) es de 360° eléctricos.
- 65.** Un generador síncrono trifásico alimenta a tensión nominal una carga trifásica equilibrada inductiva:
- El campo de reacción de inducido gira a la misma velocidad que el campo inductor.
 - Al desconectar la carga es necesario aumentar la excitación para mantener la tensión nominal en bornes del generador.

- 66.** Sea un generador síncrono trifásico de 8 polos conectado en estrella, que gira a 750 rpm. Si su rotor se encuentra alimentado con una intensidad de 5 A, trabajando en vacío, se mide en bornes del generador una tensión compuesta de 230 V. Suponiendo que no hay saturación:
- Si disminuye la excitación hasta $\sqrt{3}$ A, la tensión inducida por fase en el estator será de 46 V a 50 Hz.
 - Si aumenta la velocidad de giro hasta 900 rpm, la tensión inducida por fase en el estator será de 230 V a 60 Hz.
- 67.** Un generador síncrono trifásico funciona alimentando a tensión nominal una carga inductiva pura:
- Si disminuye la potencia reactiva consumida por la carga es necesario aumentar la intensidad de excitación para mantener la tensión.
 - Una disminución de la intensidad de excitación provocaría una disminución de la tensión de alimentación a la carga.
- 68.** En un generador síncrono que funciona en vacío:
- La reacción de inducido es la misma que ante una carga resistiva pura.
 - El ángulo de par es nulo.
- 69.** En un generador síncrono trifásico que alimenta una carga de carácter capacitivo, si se mantiene constante la intensidad de excitación:
- Al desconectar la carga, la tensión en bornes del generador disminuye.
 - Si aumenta el índice de carga (a factor de potencia constante), la tensión en bornes del generador disminuye.
- 70.** En generadores síncronos que funcionan en vacío:
- La modificación de la intensidad de excitación (a velocidad del rotor constante) modifica el valor eficaz de la tensión generada, pero no modifica el valor de la frecuencia de la tensión generada.
 - La modificación de la velocidad del rotor (a intensidad de excitación constante) modifica la frecuencia de la tensión generada, pero no modifica el valor eficaz de la tensión generada.
- 71.** En relación con los generadores síncronos:
- En un generador síncrono trifásico de 4 polos, los principios de cada fase deben estar separados entre sí 30° geométricos.
 - En un generador síncrono trifásico, el flujo máximo es siempre mayor en carga que en vacío.
- 72.** En un generador síncrono que funciona en vacío:
- Si la intensidad de excitación permanece constante y la velocidad del rotor disminuye, se produce una disminución de la tensión en bornes del generador.
 - La reacción de inducido es la misma que en carga si en ambos casos la tensión en bornes es la nominal.

- 73.** Respecto a la reacción de inducido que se produce en un generador síncrono que funciona con intensidad de excitación constante:
- Con cargas resistivas, el valor de la f.m.m. resultante en el generador es siempre mayor que la f.m.m. de reacción de inducido.
 - Con cargas capacitivas puras, siempre que aumenta el valor de la reacción de inducido aumenta el valor de la tensión de salida.
- 74.** Si un generador síncrono, con intensidad de excitación constante, alimenta una carga capacitiva pura:
- El campo magnético que provoca el estator está en cuadratura con el que genera el rotor.
 - Si se añade una carga inductiva en paralelo con la carga capacitativa, la tensión en bornes del generador aumenta.
- 75.** En un generador síncrono trifásico:
- Las pérdidas del hierro en el rotor dependen de la excitación de corriente continua.
 - La velocidad de giro influye en las pérdidas del hierro del estator.
- 76.** Un generador síncrono funciona en vacío a tensión nominal.
- El valor de su ángulo de par es cero.
 - Siempre que el generador pase a funcionar en carga, es necesario aumentar la intensidad de excitación para mantener la tensión nominal en bornes.
- 77.** Un generador síncrono de dos pares de polos debe proporcionar permanentemente una tensión en bornes de 20 kV entre fases y 50 Hz:
- El rotor de la máquina gira a una velocidad inferior a 1.500 rpm cuando alimenta a una carga.
 - La intensidad que recorre el devanado del rotor es mayor cuando el generador alimenta una carga inductiva que cuando está en vacío.
- 78.** En un generador trifásico síncrono de polos salientes, cuya resistencia de inducido tiene un valor despreciable, y que alimenta una carga inductiva pura:
- La reacción de inducido según el eje transversal es nula.
 - La intensidad de inducido está retrasada 90° respecto a la tensión de vacío.
- 79.** En un generador síncrono de polos salientes:
- El valor de la reactancia síncrona longitudinal es mayor que el de la reactancia de dispersión del inducido.
 - La reacción de inducido según el eje longitudinal es siempre de carácter magnetizante.
- 80.** En un generador síncrono:
- Si la velocidad del rotor es nula, la tensión generada en bornes de la máquina aumenta al aumentar la excitación del rotor.

- b) Si la velocidad del rotor es nula, la tensión generada en bornes de la máquina es de corriente continua.
- 81.** En una máquina síncrona, de 50 Hz, que trabaja como generador:
- Se cede energía en forma de corriente continua a la red.
 - Forzosamente debe girar a 3.000 rpm.
- 82.** Si en una máquina síncrona que funciona como generador se duplica el número de polos del rotor, manteniendo constantes la frecuencia a generar y la intensidad de excitación:
- Se duplica el valor de la tensión inducida.
 - Los grados eléctricos entre dos polos contiguos de distinta polaridad se reducen a la mitad.
- 83.** Un generador síncrono debe proporcionar a una carga, independientemente del valor de ésta, una tensión constante, en valor eficaz y frecuencia. Para ello:
- La velocidad del rotor debe ser mayor si la carga es inductiva que si es capacitiva.
 - Si la carga demanda una mayor potencia activa, el regulador del generador deberá demandar mayor par a la turbina de arrastre.
- 84.** En un generador síncrono trifásico acoplado a una red de tensión y frecuencia constantes, al pasar de vacío a plena carga inductiva se debe:
- Disminuir la excitación del rotor.
 - Aumentar la velocidad del rotor.
- 85.** Para regular la tensión de un generador síncrono:
- Se varía la excitación de su rotor.
 - Se modifica la frecuencia de la tensión generada.
- 86.** Si los reguladores de un generador síncrono se ajustan de forma que mantienen la tensión nominal en bornes:
- Su intensidad de excitación se mantiene constante sea cual sea la carga conectada.
 - Su velocidad se mantiene constante sea cual sea la carga conectada.
- 87.** Cuando se regulan la tensión y frecuencia de un generador síncrono de una central hidráulica, para mantener la tensión y frecuencia en la red:
- Las fluctuaciones de tensión deben ser controladas mediante el caudal de fluido que entra a la turbina.
 - Las fluctuaciones de frecuencia deben ser controladas mediante variaciones del par motor proporcionado por la turbina.
- 88.** Se pretende arrancar un motor síncrono trifásico de ocho pares de polos para que funcione conectado a una red de 400 V y 50 Hz.
- Es posible utilizar un motor asíncrono trifásico de siete pares de polos, como motor auxiliar en el arranque.

- b) Es posible arrancar el motor con una frecuencia de 100 Hz, para luego ir reduciendo paulatinamente dicha frecuencia hasta los 50 Hz.
89. Un motor síncrono trifásico alimentado a la tensión nominal arrastra una carga mecánica:
- Si se modifica la carga mecánica, es necesario actuar en la intensidad de excitación para alcanzar el nuevo punto de régimen permanente del motor.
 - Si no se modifica la carga mecánica ni la tensión, un incremento de la intensidad de excitación supone siempre un incremento de la intensidad del inducido.
90. En su funcionamiento como motor, en la máquina síncrona:
- La tensión de alimentación (V) va retrasada respecto a la tensión de vacío (E_0) cuando el motor presenta factor de potencia capacitivo.
 - Las variaciones de la intensidad de excitación (I_e) a potencia constante permiten controlar la intensidad que circula por el estator y el ángulo de par.
91. Un motor síncrono funciona arrastrando una carga de par resistente constante. Cuando es excitado con 5 A, cualquier aumento o disminución de la intensidad de excitación provoca un aumento de la intensidad que toma de la red trifásica:
- Con la excitación de 5 A, el motor presenta factor de potencia unitario ($\cos \phi = 1$).
 - Con la excitación de 5 A, el ángulo de par del motor es cero.
92. Un motor síncrono tiene una tensión nominal de 400 V y una frecuencia nominal de 50 Hz. El motor debe arrastrar una carga mecánica que presenta un par resistente constante:
- Si se conecta a una red de 400 V y 60 Hz, consume más potencia activa que si se conecta a una red de 400 V y 50 Hz.
 - Si se conecta a una red de 400 V y 60 Hz, hay peligro de que entre en saturación.
93. Un motor síncrono funciona desarrollando un par constante y en unas condiciones tales que cualquier disminución de la intensidad de excitación implica un aumento de la intensidad tomada de la red alterna que alimenta su estator (red que mantiene su tensión y frecuencia constantes).
- El motor puede estar en una situación en la que únicamente intercambia potencia activa con la red.
 - Un aumento de la intensidad de excitación implicaría una disminución del valor absoluto del ángulo de par.
94. En un motor síncrono trifásico (de resistencia de inducido despreciable), conectado a su tensión nominal y moviendo una carga mecánica de par constante:
- Si la tensión de vacío (E_0) es menor que la tensión de alimentación por fase (V), se puede garantizar que consume potencia reactiva de la red.
 - Si la tensión de vacío (E_0) y la tensión de alimentación por fase (V) tienen el mismo valor eficaz, se puede garantizar que el motor funciona con factor de potencia unidad.

- 95.** Un motor síncrono trifásico es alimentado desde una red trifásica equilibrada de tensión y frecuencia constantes. El motor funciona arrastrando una carga que presenta un par resistente constante de 50 Nm. Cuando su intensidad de excitación es de 10 A, sus condiciones de funcionamiento son tales que un aumento de la intensidad de excitación implica un aumento de la intensidad que absorbe de la red:
- El motor presenta factor de potencia inductivo cuando desarrolla un par de 50 Nm con una intensidad de excitación de 10 A.
 - Es imposible que con una intensidad de excitación inferior a 10 A el motor desarrolle un par superior a 50 Nm.
- 96.** Un motor síncrono alimentado a tensión y frecuencia constantes, presenta un factor de potencia inductivo:
- Si el par se mantiene constante, al aumentar la intensidad de excitación, aumenta el ángulo de par.
 - Si el par se mantiene constante, al disminuir el ángulo de par, aumenta siempre la intensidad por fase absorbida de la red.
- 97.** Si un motor síncrono trabaja a par constante en un punto de funcionamiento tal que, al aumentar la intensidad que circula por el rotor, disminuye la intensidad que circula por el estator:
- El motor funciona cediendo potencia reactiva a la red.
 - Si se incrementa la intensidad que circula por el rotor, disminuye la potencia activa absorbida de la red.
- 98.** En un motor síncrono que arrastra una carga de par constante:
- Siempre que se aumenta la excitación, disminuye el factor de potencia.
 - Variando la excitación, se puede variar la intensidad absorbida de la red.
- 99.** Un motor síncrono de 400 V, 50 Hz y cuatro pares de polos:
- Siempre gira a más de 750 rpm.
 - Siempre absorbe potencia reactiva de la red a la que está conectado.
- 100.** En un motor síncrono que funciona con un factor de potencia inductivo:
- La velocidad de giro del rotor aumenta al incrementar la intensidad de excitación.
 - La intensidad absorbida por el estator aumenta al disminuir la intensidad de excitación.

11.3. Soluciones

11.3.1. Preguntas teóricas resueltas

- | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1. a) V b) V | 2. a) F b) V | 3. a) V b) F |
| 4. a) F b) F | 5. a) F b) V | 6. a) F b) V |

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 7. a) V b) V | 8. a) V b) F | 9. a) V b) F |
| 10. a) V b) F | 11. a) F b) F | 12. a) V b) F |
| 13. a) V b) F | 14. a) F b) F | 15. a) V b) V |
| 16. a) V b) F | 17. a) V b) F | 18. a) V b) V |
| 19. a) F b) F | 20. a) V b) V | 21. a) V b) V |
| 22. a) F b) V | 23. a) F b) V | 24. a) V b) F |
| 25. a) F b) V | 26. a) V b) V | 27. a) V b) F |
| 28. a) F b) F | 29. a) F b) F | 30. a) V b) F |
| 31. a) F b) V | 32. a) V b) F | 33. a) V b) F |
| 34. a) F b) V | 35. a) F b) F | 36. a) F b) V |
| 37. a) F b) V | 38. a) F b) F | 39. a) F b) F |
| 40. a) V b) V | 41. a) F b) V | 42. a) F b) V |
| 43. a) V b) V | 44. a) V b) V | 45. a) V b) V |
| 46. a) F b) F | 47. a) V b) F | 48. a) F b) F |
| 49. a) F b) V | 50. a) F b) F | |

NOTA: Mediante la letra V están identificados aquellos enunciados que son verdaderos, mientras que con la letra F se identifican aquellos que son falsos.

11.3.2. Preguntas teóricas propuestas

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 51. a) F b) F | 52. a) F b) F | 53. a) V b) F |
| 54. a) F b) F | 55. a) V b) V | 56. a) F b) F |
| 57. a) F b) V | 58. a) F b) F | 59. a) F b) F |
| 60. a) F b) V | 61. a) V b) F | 62. a) V b) V |
| 63. a) F b) F | 64. a) V b) F | 65. a) V b) F |
| 66. a) V b) F | 67. a) F b) V | 68. a) F b) V |
| 69. a) V b) F | 70. a) V b) F | 71. a) F b) F |
| 72. a) V b) F | 73. a) V b) V | 74. a) F b) F |
| 75. a) F b) V | 76. a) V b) F | 77. a) F b) V |
| 78. a) V b) V | 79. a) V b) F | 80. a) F b) F |
| 81. a) F b) F | 82. a) F b) F | 83. a) F b) V |

- | | | | | | |
|-----------------|------|------------------|------|-----------------|------|
| 84. a) F | b) F | 85. a) V | b) F | 86. a) F | b) V |
| 87. a) F | b) V | 88. a) V | b) F | 89. a) F | b) F |
| 90. a) F | b) V | 91. a) V | b) F | 92. a) V | b) F |
| 93. a) V | b) V | 94. a) V | b) F | 95. a) F | b) F |
| 96. a) F | b) F | 97. a) F | b) F | 98. a) F | b) V |
| 99. a) F | b) F | 100. a) F | b) V | | |

NOTA: Mediante la letra V están identificados aquellos enunciados que son verdaderos, mientras que con la letra F se identifican aquellos que son falsos.

MÁQUINAS SÍNCRONAS. AOEVALUACIÓN DE APLICACIONES PRÁCTICAS



CAPÍTULO

12

- 12.1. Ejercicios resueltos
- 12.2. Ejercicios propuestos
- 12.3. Soluciones



12.1. Ejercicios resueltos

EJERCICIO 1

Se tiene un alternador trifásico de rotor cilíndrico de 6 MVA de potencia nominal, que genera 13.600 V a 50 Hz. Está conectado en estrella y su resistencia por fase es de $0,25 \Omega$, siendo la reactancia de reacción de inducido de 3Ω por fase y la reactancia de dispersión de $0,35 \Omega$ por fase. Determinar, estando a plena carga y con un factor de potencia de 0,8 inductivo, la f.e.m. inducida en vacío con la excitación correspondiente a la tensión nominal en bornes y el ángulo de par.

En las Figuras 12.1 y 12.2 se presentan el circuito monofásico equivalente de un generador síncrono, así como su diagrama vectorial asociado. En ellas, E_0 representa la f.e.m. inducida por fase en vacío, a la intensidad de excitación correspondiente, V la tensión por fase del estator, R la resistencia por fase de los bobinados del estator, X_i la reactancia de reacción de inducido por fase, X_o la reactancia de dispersión por fase y X_s la reactancia síncrona por fase, suma de las dos anteriores. El ángulo de par θ que se aprecia en el diagrama vectorial, representa el desfase existente entre la f.e.m. E_0 y la tensión por fase del estator.

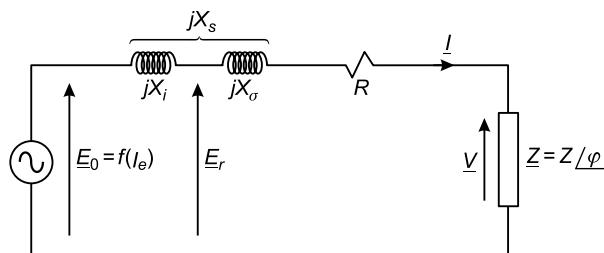


FIGURA 12.1.

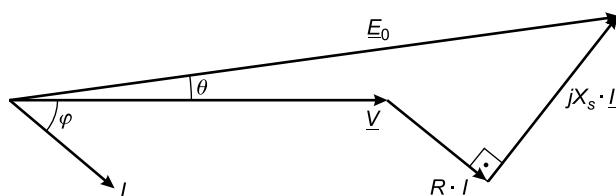


FIGURA 12.2.

Del circuito monofásico equivalente se deduce la ecuación vectorial que representa el comportamiento del generador síncrono.

$$\underline{V} = \underline{E}_0 - \underline{I} \cdot (R + jX_s)$$

Según la situación de carga del enunciado, el generador trabaja a plena carga, es decir, trabaja a la intensidad nominal. Este valor se puede obtener a través de la potencia aparente nominal S_N :

$$I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_N} = \frac{6 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 13.600} = 254,7 \text{ A}$$

Tomando como referencia angular la tensión por fase del estator, y teniendo en cuenta que el generador trabaja con un factor de potencia 0,8 inductivo, se obtiene la intensidad de trabajo del generador.

$$\underline{I} = 254,7 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$

De la ecuación vectorial del generador síncrono, la única incógnita es la f.e.m. E_0 , por lo que se puede despejar E_0 para obtener su módulo y su desfase respecto a la tensión por fase del estator:

$$\underline{E}_0 = \underline{V} + \underline{I} \cdot (R + jX_s)$$

$$\underline{E}_0 = \left(\frac{13.600}{\sqrt{3}} \right) \angle 0^\circ + 254,7 \angle -36,87^\circ \cdot [0,25 + (3 + 0,35)j] = 8.439,5 \angle 4,38^\circ \text{ V}$$

$$E_0 = 8.439,5 \text{ V}; \quad \theta = 4,38^\circ$$

EJERCICIO 2

Un generador síncrono trifásico tiene las siguientes características:

- Tensión nominal: 1,2 kV.
- Potencia nominal: 200 kVA.
- Frecuencia: 50 Hz.
- Rotor cilíndrico.
- Número de espiras en serie por fase del inducido: 100.
- Conexión estrella.
- Reactancia de fugas del inducido por fase: 1 Ω .

El generador se encuentra funcionando a tensión nominal, alimentando una carga resistiva pura de 100 kW, siendo para ello necesaria una intensidad de excitación de 12 A. Al desconectar la carga, manteniendo constante la intensidad de excitación, la tensión pasa a ser de 1,23 kV en bornes del generador.

Si el generador trabaja en todo momento en la zona de no saturación y considerando despreciable la resistencia del inducido, calcular:

- a) **El valor de la reactancia síncrona del generador.**
- b) **Variación que experimenta el ángulo de par al desconectar la carga.**
- c) **Valor máximo del flujo creado por el campo rotativo existente tras desconectar la carga.**

Este mismo alternador pasa a funcionar alimentando, a tensión nominal, una carga que consume 125 kW bajo factor de potencia 0,85 inductivo. Calcular, en estas nuevas condiciones:

- d) **El flujo máximo que atraviesa cada espira del inducido.**
- e) **La intensidad de excitación.**

a) El valor de la reactancia síncrona del generador.

La Figura 12.3 representa el generador síncrono excitado con una intensidad de 12 A mientras está alimentando una carga resistiva pura de 100 kW a la tensión nominal (1,2 kV).

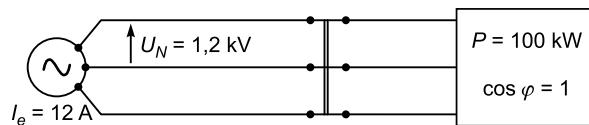


FIGURA 12.3.

Tras la desconexión de la carga, manteniendo constante la excitación, se miden en bornes del generador 1,23 kV (véase la Figura 12.4).

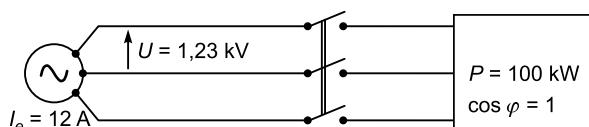


FIGURA 12.4.

En ambas situaciones de trabajo (vacío y carga), se mantiene la intensidad de excitación en 12 A, por lo que el flujo creado por el rotor es el mismo y, en consecuencia, la f.e.m. E_0 también se mantiene constante. El valor de la f.e.m. E_0 se puede obtener de la situación de vacío ya que, al no existir circulación de intensidad por el estator, es precisamente dicha f.e.m. E_0 la que se obtiene en bornes del generador.

$$E_0 = \frac{U_0}{\sqrt{3}} = \frac{1.230}{\sqrt{3}} = 710,14 \text{ V}$$

En la Figura 12.2 se puede observar el diagrama vectorial de un generador síncrono. Sin embargo, en las condiciones de funcionamiento que se presentan en el presente ejercicio, se especifica que la carga es resistiva pura, por lo que la intensidad consumida por la carga se encuentra en fase con la tensión de alimentación. En estas condiciones, y despreciando la resistencia por fase del estator, el diagrama vectorial se convierte en un triángulo rectángulo (Figura 12.5), con lo que es posible obtener la reactancia síncrona mediante relaciones trigonométricas, sin necesidad de utilizar la ecuación vectorial del generador síncrono.

$$E_0^2 = V^2 + (I \cdot X_s)^2$$

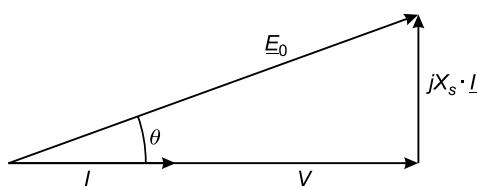


FIGURA 12.5.

El valor de la intensidad se puede obtener del dato de potencia activa consumida, por lo que la única incógnita es la reactancia síncrona, dato que es requerido en este primer apartado.

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_N \cdot \cos \varphi} = \frac{100 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 1.200 \cdot 1} = 48,11 \text{ A}$$

$$X_s = \frac{\sqrt{E_0^2 - V^2}}{I} = \frac{\sqrt{(1.230/\sqrt{3})^2 - (1.200/\sqrt{3})^2}}{48,11} = 3,24 \Omega$$

b) Variación que experimenta el ángulo de par al desconectar la carga.

En la situación de carga (Figura 12.3), el ángulo de par (θ) se puede calcular mediante relaciones trigonométricas, sin más que fijarse en el triángulo rectángulo obtenido del diagrama vectorial (Figura 12.5).

$$\tan \theta = \frac{I \cdot X_s}{V} = \frac{48,11 \cdot 3,24}{1.200/\sqrt{3}} = 0,225$$

$$\theta = \arctan(0,225) = 12,68^\circ$$

Tras desconectar la carga, el generador se encuentra trabajando en vacío, por lo que el ángulo de par es nulo. Por tanto, la variación experimentada por el ángulo de par será de $-12,68^\circ$.

c) Valor máximo del flujo creado por el campo rotativo existente tras desconectar la carga.

La f.e.m. E_0 se puede expresar en función del número de espiras, la frecuencia y el flujo máximo, de forma que:

$$E_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f$$

De la expresión anterior se puede despejar directamente el valor del flujo máximo:

$$\Phi_0 = \frac{\sqrt{2} \cdot E_0}{2\pi \cdot N \cdot f} = \frac{\sqrt{2} \cdot (1.230/\sqrt{3})}{2\pi \cdot 100 \cdot 50} = 0,0319 \text{ Wb}$$

d) El flujo máximo que atraviesa cada espira del inducido.

En este apartado las condiciones de funcionamiento han cambiado, y el generador pasa a alimentar a la tensión nominal, una carga que consume 125 kW con un factor de potencia 0,85 inductivo. La forma de resolver este apartado es mediante la ecuación vectorial.

$$\underline{E}_0 = \underline{V} + \underline{I} \cdot (\underline{R} + j\underline{X}_s)$$

La intensidad se obtiene del dato de potencia activa consumida por la carga y de su factor de potencia:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_N \cdot \cos \varphi} = \frac{125 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 1.200 \cdot 0,85} = 70,75 \text{ A}$$

$$\underline{I} = 70,75 / -31,78^\circ \text{ A}$$

El flujo que atraviesa cada espira del inducido es consecuencia de la excitación y de la reacción de inducido. Por tanto, la f.e.m. que hay que tener en cuenta para el cálculo del flujo, en esta ocasión, es la que incluye el efecto de la reacción de inducido (X_i), es decir, E_r (véase la Figura 12.1). Despreciando la resistencia por fase del estator, se tiene que:

$$\underline{E}_r = \underline{V} + jX_\sigma \cdot \underline{I}$$

$$\underline{E}_r = \left(\frac{12.000}{\sqrt{3}} \right) \angle 0^\circ + j \cdot 1 \cdot 70,75 \angle -31,78^\circ$$

$$\underline{E}_r = 730,1 + 60,1j = 732,6 \angle 4,71^\circ \text{ V}$$

Partiendo del valor de E_r , y de la misma forma que en el apartado anterior, se despeja el valor del flujo máximo que atraviesa cada espira del inducido:

$$\Phi_r = \frac{\sqrt{2} \cdot E_r}{2\pi \cdot N \cdot f} = \frac{\sqrt{2} \cdot 732,6}{2\pi \cdot 100 \cdot 50} = 0,0329 \text{ Wb}$$

e) La intensidad de excitación.

Al considerar despreciable la saturación, la relación entre la intensidad de excitación aplicada al rotor y el flujo generado es lineal. Como la f.e.m. E_0 es proporcional al flujo generado, se puede considerar que la relación entre la intensidad de excitación y la f.e.m. E_0 es lineal. Por tanto, calculando la f.e.m. E_0 en las nuevas condiciones de trabajo, y aplicando esta linealidad, a partir de los datos obtenidos en la situación de vacío es posible obtener la nueva intensidad de excitación.

$$\frac{I_e}{E_0} = \text{cte} \Rightarrow \frac{I_e}{E_0} = \frac{I_{e\text{nueva}}}{E_{0\text{nueva}}}$$

Aplicando la ecuación vectorial del generador, se obtiene la f.e.m. E_0 en las nuevas condiciones de funcionamiento:

$$E_{0\text{nueva}} = \underline{V} + \underline{I} \cdot jX_s = \left(\frac{1.200}{\sqrt{3}} \right) \angle 0^\circ + 70,75 \angle -31,78^\circ \cdot 3,24j$$

$$\underline{E}_{0\text{nueva}} = 813,6 + 194,9j = 836,6 \angle 13,47^\circ \text{ V}$$

Finalmente, aplicando la linealidad existente entre la f.e.m. E_0 y la intensidad de excitación, se obtiene la excitación en la nueva situación de trabajo.

$$I_{e\text{nueva}} = I_e \cdot \frac{E_{0\text{nueva}}}{E_0} = 12 \cdot \frac{836,6}{1.230/\sqrt{3}} = 14,136 \text{ A}$$

EJERCICIO 3

Un motor síncrono trifásico de rotor cilíndrico conectado en estrella, de 6 pares de polos y reactancia síncrona de $3,7 \Omega$, funciona acoplado a una red de 400 V, 50 Hz, desarrollando un par de 250 Nm con un ángulo de par de 25° cuando su intensidad de excitación es de 6 A.

Calcular, despreciando los efectos de la saturación y considerando la resistencia del inducido y las pérdidas despreciables:

- Valor del factor de potencia con el que funciona el motor.**
- Intensidad de excitación para que su factor de potencia pase a ser de valor unitario (manteniendo constante el par que desarrolla).**
- Manteniendo la intensidad de excitación en 6 A, nuevo valor del ángulo de par si el par desarrollado se reduce a la mitad.**
- Manteniendo la intensidad de excitación en 6 A, límite máximo del par que puede desarrollar.**

a) Valor del factor de potencia con el que funciona el motor.

En este caso, la máquina síncrona está funcionando como motor, desarrollando un par de 250 Nm mientras se encuentra conectada a una red de 400 V y 50 Hz. En primer lugar se va a calcular la potencia activa necesaria para desarrollar este par. Para ello, es necesario calcular la velocidad de giro del motor.

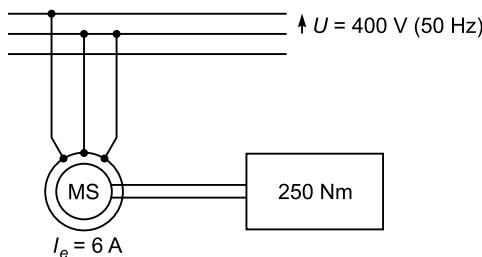


FIGURA 12.6.

El producto del número de pares de polos del motor por su velocidad de giro es igual a la frecuencia de las corrientes del estator. Por tanto, si se da la velocidad de giro en rpm, debe cumplirse que:

$$p \cdot n = 60 \cdot f \Rightarrow n = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{6} = 500 \text{ rpm}$$

Sabiendo la velocidad de giro, se obtiene la potencia activa consumida por el motor:

$$P = 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot Cm = 2\pi \cdot \frac{500}{60} \cdot 250 = 13.090 \text{ W}$$

De la expresión de la potencia activa de una máquina síncrona se puede obtener el módulo de la f.e.m. E_0 :

$$P = 3 \cdot V \cdot \frac{E_0}{X_s} \cdot \operatorname{sen}(\theta)$$

$$E_0 = \frac{P \cdot X_s}{3 \cdot V \cdot \operatorname{sen} \theta} = \frac{13.090 \cdot 3,7}{3 \cdot \frac{400}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{sen}(25^\circ)} = 165,41 \text{ V}$$

Una vez obtenido el módulo de la f.e.m. E_0 , mediante el circuito monofásico equivalente del motor síncrono, se puede calcular la expresión vectorial de la intensidad que consume el motor y, por tanto, obtener su factor de potencia. El circuito monofásico equivalente del motor síncrono es igual que el del generador síncrono (Figura 12.1), pero cambiando el sentido de circulación de la intensidad que circula por el estator (Figura 12.7). En la Figura 12.8 se representa su diagrama vectorial.

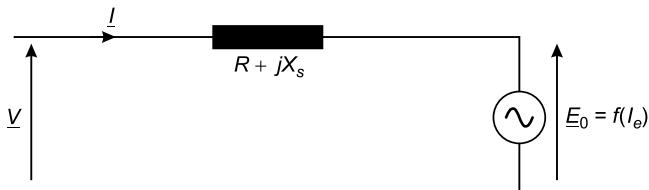


FIGURA 12.7.

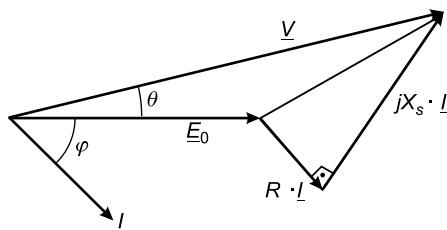


FIGURA 12.8.

Del circuito monofásico equivalente se deduce la ecuación vectorial que representa el comportamiento del motor síncrono.

$$\underline{V} = \underline{E}_0 + \underline{I} \cdot (R + jX_s)$$

Tomando como base angular la tensión por fase del estator y despejando la intensidad de la ecuación vectorial:

$$\underline{I} = \frac{\underline{V} - \underline{E}_0}{R + jX_s} = \frac{\left(\frac{400}{\sqrt{3}}\right) \angle 0^\circ - 165,41 \angle -25^\circ}{3,7j} = 18,89 - 21,898j = 28,92 \angle -49,21^\circ \text{ A}$$

Es decir, la intensidad se encuentra retrasada respecto a la tensión por fase $49,21^\circ$. Por tanto, el motor trabaja con un factor de potencia inductivo de:

$$\cos(49,21^\circ) = 0,653$$

- b) Intensidad de excitación para que su factor de potencia pase a ser de valor unitario (manteniendo constante el par que desarrolla).**

En estas condiciones, el nuevo consumo de intensidad será:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{13.090}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 1} = 18,89 \text{ A}$$

De la expresión vectorial del motor síncrono se puede despejar la nueva f.e.m. necesaria:

$$\underline{E}_0 = \underline{V} - \underline{I} \cdot (R + jX_s) = \left(\frac{400}{\sqrt{3}} \right) \angle 0^\circ - 18,89 \angle 0^\circ \cdot 3,7j$$

$$\underline{E}_0 = 230,94 - 69,907j = 241,29 \angle -16,84^\circ \text{ V}$$

Al estar considerando despreciables los efectos de la saturación, la relación entre la intensidad de excitación y la f.e.m. E_0 es lineal, por lo que se puede obtener la nueva excitación necesaria:

$$\frac{I_e}{E_0} = \text{cte} \Rightarrow \frac{I_e}{E_0} = \frac{I_{e\text{nueva}}}{E_{0\text{nueva}}}$$

$$I_{e\text{nueva}} = I_e \cdot \frac{E_{0\text{nueva}}}{E_0} = 6 \cdot \frac{241,29}{165,41} = 8,75 \text{ A}$$

c) Manteniendo la intensidad de excitación en 6 A, nuevo valor del ángulo de par si el par desarrollado se reduce a la mitad.

Si el par desarrollado se reduce a la mitad, la nueva potencia activa consumida por el motor también se verá reducida a la mitad. Por otra parte, si se mantiene la intensidad de excitación en 6 A, la f.e.m. E_0 será la calculada en el primer apartado. Teniendo esto en cuenta, se puede obtener el ángulo de par utilizando la expresión de la potencia activa de una máquina síncrona:

$$P = 3 \cdot V \cdot \frac{E_0}{X_s} \cdot \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{P \cdot X_s}{3 \cdot V \cdot E_0} = \frac{\frac{13.090}{2} \cdot 3,7}{3 \cdot \frac{400}{\sqrt{3}} \cdot 165,41} = 0,2113$$

$$\theta = \arcsin(0,2113) = 12,2^\circ$$

d) Manteniendo la intensidad de excitación en 6 A, límite máximo del par que puede desarrollar.

El par máximo que puede dar la máquina está ligado a la potencia máxima que pueda llegar a consumir el motor conectado a la red de 400 V en las condiciones de excitación expuestas. Según la expresión de la potencia activa de una máquina síncrona, la potencia máxima tiene lugar para un ángulo de par de 90° .

$$P = 3 \cdot V \cdot \frac{E_0}{X_s} \cdot \sin \theta \Rightarrow P_{\text{máx}} = 3 \cdot \frac{400}{\sqrt{3}} \cdot \frac{165,41}{3,7} \cdot \sin(90^\circ) = 30.973,5 \text{ W}$$

$$Cm_{\text{máx}} = \frac{P_{\text{máx}}}{2\pi \cdot (n/60)} = \frac{30.973,5}{2\pi \cdot (500/60)} = 591,55 \text{ Nm}$$

En las Figuras 12.9 y 12.10 se muestra la evolución de los diferentes puntos de funcionamiento que ha adoptado el motor en cada uno de los cuatro apartados desarrollados en este ejercicio.

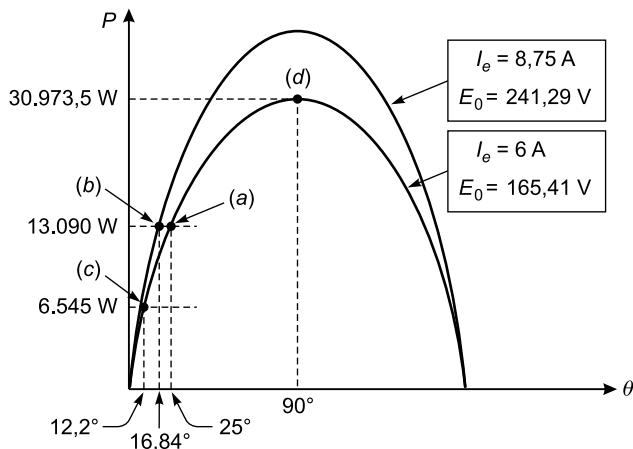


FIGURA 12.9.

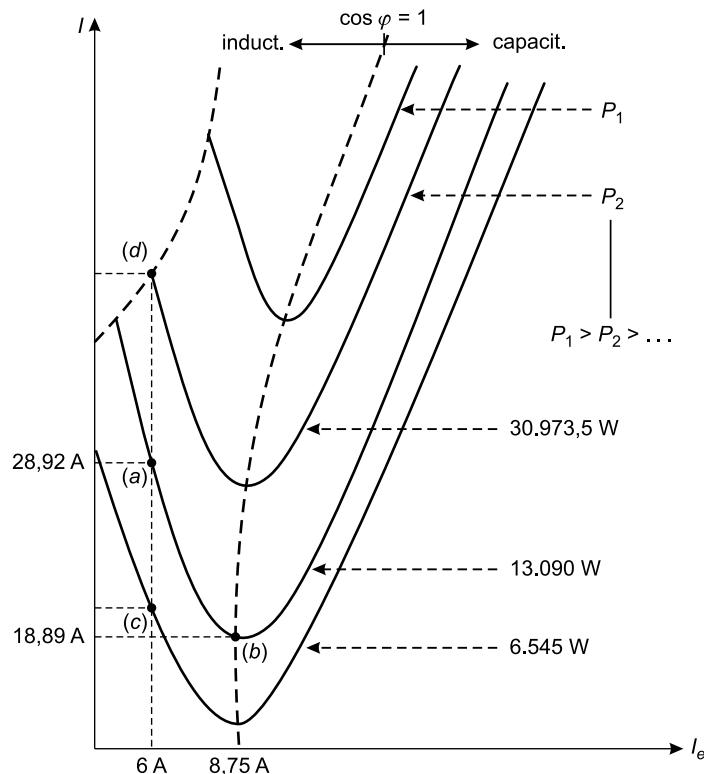


FIGURA 12.10.

EJERCICIO 4

Un generador síncrono trifásico de rotor cilíndrico de 4 polos, conectado en estrella, tiene las siguientes características nominales: 1,2 kV, 1.800 rpm y 500 kVA.

Cuando dicho generador funciona en vacío, es necesaria una intensidad de excitación de 10 A para obtener la tensión nominal en bornes.

El generador se somete a una prueba en carga, entregando una potencia activa de 200 kW a una carga de factor de potencia resistivo puro, siendo necesaria en esta prueba una intensidad de excitación de 10,5 A para obtener la tensión nominal en bornes.

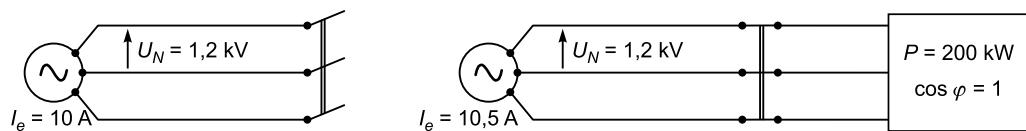
En condiciones de trabajo, el generador proporciona una potencia de 300 kW con factor de potencia 0,8 inductivo, manteniendo la tensión nominal en bornes.

Sabiendo que, a efectos de cálculo, se pueden despreciar el valor de la resistencia efectiva por fase del generador y los efectos de la saturación, calcular:

- La reactancia síncrona del generador.**
- El ángulo de par correspondiente a las condiciones de trabajo señaladas en el enunciado.**
- La intensidad de excitación correspondiente a las condiciones de trabajo señaladas en el enunciado.**
- La tensión entre fases en bornes del generador, cuando funciona en vacío con una intensidad de excitación de 10 A y una velocidad de 1.500 rpm.**

a) La reactancia síncrona del generador.

En el enunciado se proporcionan dos situaciones de trabajo, una en vacío y otra en carga (Figura 12.11). Con estas dos situaciones se puede obtener el valor de la reactancia síncrona.

**FIGURA 12.11.**

El primer paso es obtener las fuerzas electromotrices E_0 en ambas situaciones. En la situación de vacío, para una excitación de 10 A, la f.e.m. E_0 es directamente la que se mide en bornes del generador:

$$E_0 = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = \frac{1.200}{\sqrt{3}} = 692,82 \text{ V}$$

Al pasar a la situación de carga, se aumenta la excitación hasta 10,5 A, por lo que cambia la f.e.m. E_0 . Al despreciarse los efectos de la saturación, la relación entre la intensidad de ex-

citación y la f.e.m. E_0 se puede considerar lineal, por lo que, comparando ambas situaciones, se puede obtener el valor de la f.e.m. E_0 en carga.

$$\frac{I_e}{E_0} = \text{cte} \Rightarrow \frac{I_e}{E_0} = \frac{I_{e\text{carga}}}{E_{0\text{carga}}}$$

$$E_{0\text{carga}} = E_0 \cdot \frac{I_{e\text{carga}}}{I_e} = 692,82 \cdot \frac{10,5}{10} = 727,46 \text{ V}$$

Una vez calculada la f.e.m. en la situación de carga, según el circuito monofásico equivalente del generador (Figura 12.1), se puede aplicar la ecuación vectorial del generador síncrono. Sin embargo, en la situación de carga actual la carga es resistiva pura, por lo que, tal y como se aprecia en la Figura 12.5, y siempre que se desprecie la resistencia por fase del estator, el diagrama vectorial se convierte en un triángulo rectángulo y es posible aplicar relaciones trigonométricas para resolver el ejercicio. Para ello, es necesario calcular antes el valor de la intensidad consumida por la carga.

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{200 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 1.200 \cdot 1} = 96,225 \text{ A}$$

$$X_s = \frac{\sqrt{E_{0\text{carga}}^2 - V^2}}{I} = \frac{\sqrt{727,46^2 - (1.200/\sqrt{3})^2}}{96,225} = 2,305 \Omega$$

b) El ángulo de par correspondiente a las condiciones de trabajo señaladas en el enunciado.

El generador pasa a proporcionar en carga una potencia de 300 kW con un factor de potencia 0,8 inductivo, manteniendo la tensión nominal en bornes del generador (Figura 12.12).

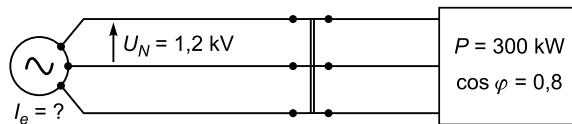


FIGURA 12.12.

En estas condiciones de trabajo, se calcula el valor vectorial de la intensidad que consume la carga:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{300 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 1.200 \cdot 0,8} = 180,42 \text{ A}$$

$$\underline{I} = 180,42 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$

Aplicando la ecuación vectorial del generador síncrono, se obtiene el valor vectorial de la f.e.m. E_0 , y por tanto, el ángulo de par.

$$\underline{E}_0 = \underline{V} + \underline{I} \cdot (R + jX_s) = \left(\frac{1.200}{\sqrt{3}} \right) \angle 0^\circ + 180,42 \angle -36,87^\circ \cdot 2,305j$$

$$E_0 = 942,357 + 332,716j = 999,37 \angle -19,45^\circ \text{ V}$$

Tal y como se observa, el ángulo de par será de $19,45^\circ$.

- c) **La intensidad de excitación correspondiente a las condiciones de trabajo señaladas en el enunciado.**

Al considerar despreciables los efectos de la saturación, se puede aplicar la relación lineal entre la intensidad de excitación y la f.e.m. E_0 , tal y como se hace en el primer apartado.

$$I_{e_{\text{nueva}}} = I_e \cdot \frac{E_{0_{\text{nueva}}}}{E_0} = 10 \cdot \frac{999,37}{692,82} = 14,42 \text{ A}$$

- d) **La tensión entre fases en bornes del generador cuando funciona en vacío con una intensidad de excitación de 10 A y una velocidad de 1.500 rpm.**

En las situaciones de trabajo anteriores, el generador giraba a 1.800 rpm. En esta nueva situación de trabajo, el generador gira a 1.500 rpm, por lo que la frecuencia de la f.e.m. E_0 cambiará. Por una parte, la frecuencia y la velocidad de giro se relacionan a través del número de pares de polos ($p \cdot n = 60 \cdot f$). Por otra parte, se sabe que la f.e.m. E_0 es proporcional a la frecuencia ($E_0 = 4,44 \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f$). Como la excitación no varía (10 A), el flujo creado por el inductor no va a variar al cambiar la velocidad. Por tanto, se puede deducir que la f.e.m. E_0 es proporcional a la velocidad de giro. Al estar trabajando en vacío, la f.e.m. E_0 se mide directamente en bornes del generador.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{E_{01}}{E_{02}} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\frac{U_{1.800 \text{ rpm}}}{U_{1.500 \text{ rpm}}} = \frac{1.800}{1.500} \Rightarrow U_{1.500 \text{ rpm}} = 1.200 \cdot \frac{1.500}{1.800} = 1.000 \text{ V}$$

EJERCICIO 5

Las características nominales del generador síncrono de rotor cilíndrico de la Figura 12.13 son: 1,2 kV, 50 Hz, 1.500 rpm, 200 kVA y conexión estrella.

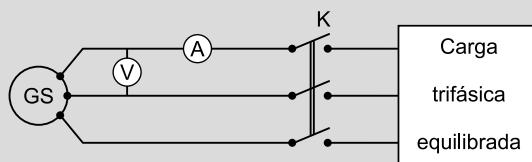


FIGURA 12.13.

Cuando la carga trifásica es resistiva pura y se mantiene constante el valor de la intensidad de excitación del generador en 10 A, las lecturas del voltímetro y amperímetro son:

Tabla 12.1.

| Interruptor (K) | Voltímetro | Amperímetro |
|-----------------|------------|-------------|
| Abierto | 1.200 V | 0 |
| Cerrado | 1.150 V | 72 A |

Despreciando los efectos de la saturación y el valor de la resistencia del inducido del generador, se pide:

- Distancia entre los lados activos de una bobina del inducido del generador, medida en grados geométricos.**
- Valor de la reactancia síncrona del generador.**
- Intensidad de excitación que debe recorrer el inductor del generador para conseguir que alimente, a tensión nominal en bornes, una carga que consume una potencia de 150 kW bajo factor de potencia 0,85 inductivo.**

- a) **Distancia entre los lados activos de una bobina del inducido del generador, medida en grados geométricos.**

Los lados activos de una bobina se encuentran distanciados por 180° eléctricos. La distancia en grados eléctricos y grados geométricos está relacionada por el número de pares de polos del generador (p), de forma que los grados eléctricos son p veces los grados geométricos. Calculando el número de pares de polos con los datos de frecuencia y velocidad de giro, se obtiene la distancia pedida.

$$p \cdot n = 60 \cdot f \Rightarrow p = \frac{60 \cdot f}{n} = \frac{60 \cdot 50}{1.500} = 2$$

$$\theta_{\text{eléctricos}} = p \cdot \theta_{\text{geométricos}} \Rightarrow \theta_{\text{geométricos}} = \frac{\theta_{\text{eléctricos}}}{p} = \frac{180}{2} = 90^\circ$$

- b) **Valor de la reactancia síncrona del generador.**

Ante una carga resistiva, y despreciando el valor de la resistencia por fase del estator, el diagrama vectorial del circuito monofásico equivalente del generador síncrono (Figura 12.2) se convierte en un triángulo rectángulo.

$$E_0^2 = V^2 + (I \cdot X_s)^2$$

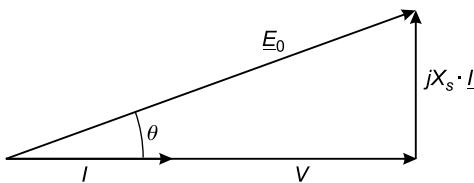


FIGURA 12.14.

La intensidad y la tensión de alimentación son datos. La f.e.m. E_0 se puede obtener de los datos de la situación de vacío:

$$E_0 = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = \frac{1.200}{\sqrt{3}} = 692,82 \text{ V}$$

Despejando la reactancia síncrona:

$$X_s = \frac{\sqrt{E_0^2 - V^2}}{I} = \frac{\sqrt{(1.200/\sqrt{3})^2 - (1.150/\sqrt{3})^2}}{72} = 2,75 \Omega$$

- c) **Intensidad de excitación que debe recorrer el inductor del generador para conseguir que alimente, a tensión nominal en bornes, una carga que consume una potencia de 150 kW bajo factor de potencia 0,85 inductivo.**

En primer lugar, se procede al cálculo de la intensidad consumida por la carga en estas nuevas condiciones de trabajo:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{150 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 1.200 \cdot 0,85} = 84,90 \text{ A}$$

$$\underline{I} = 84,90 \angle -31,79^\circ \text{ A}$$

Aplicando la ecuación vectorial del generador síncrono, se obtiene el valor vectorial de la f.e.m. E_0 .

$$\underline{E}_0 = \underline{V} + \underline{I} \cdot (R + jX_s) = \left(\frac{1.200}{\sqrt{3}} \right) \angle 0^\circ + 84,90 \angle -31,79^\circ \cdot 2,75j$$

$$\underline{E}_0 = 815,76 + 198,37j = 839,53 \angle 13,67^\circ \text{ V}$$

Al considerar despreciables los efectos de la saturación, se puede aplicar la relación lineal entre la intensidad de excitación y la f.e.m. E_0 .

$$I_{e_{\text{nueva}}} = I_e \cdot \frac{E_{0_{\text{nueva}}}}{E_0} = 10 \cdot \frac{839,53}{692,82} = 12,117 \text{ A}$$

EJERCICIO 6

Un generador síncrono trifásico de 400 V, conexión estrella, rotor cilíndrico, 50 Hz y 1.500 rpm se encuentra alimentando a tensión nominal una carga resistiva que absorbe una potencia de 50 kW. En esta situación de carga, la máquina trabaja con un ángulo de par de 12° y con una intensidad de excitación de 12 A.

Despreciando a efectos de cálculo la resistencia interna del generador y los efectos de la saturación, calcular:

- a) **El valor de la reactancia síncrona del generador.**
- b) **La tensión que aparecería en bornes de la máquina si trabajase en vacío y se aplicase una intensidad de excitación de 10 A.**
- c) **Cuánto debe valer la intensidad de excitación que se debe aplicar al generador si se desea que proporcione, a la tensión nominal de 400 V y a la frecuencia de 60 Hz, 50 kW a una carga resistiva pura.**

- a) **El valor de la reactancia síncrona del generador.**

Tal y como se observa en la Figura 12.5, ante cargas resistivas puras y despreciando la resistencia por fase del estator, el diagrama vectorial del generador síncrono se convierte en un triángulo rectángulo en el que se cumple que:

$$E_0^2 = V^2 + (I \cdot X_s)^2$$

Según el enunciado, la tensión de alimentación a la carga es la nominal, siendo la carga de 50 kW. Así, se puede obtener la intensidad consumida por la carga:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{50 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 1} = 72,17 \text{ A}$$

Aplicando al triángulo rectángulo el cálculo de la tangente del ángulo de par, se puede obtener la reactancia síncrona:

$$\tan \theta = \frac{I \cdot X_s}{V} \Rightarrow X_s = \frac{V}{I} \cdot \tan \theta$$

$$X_s = \frac{\frac{400}{\sqrt{3}}}{72,17} \cdot \tan(12^\circ) = 0,68 \Omega$$

- b) La tensión que aparecería en bornes de la máquina si trabajase en vacío y se aplicase una intensidad de excitación de 10 A.**

Si trabajase en vacío, la tensión en bornes del generador sería la correspondiente a la excitación del momento (10 A). Por tanto, es necesario calcular la f.e.m. E_0 para una excitación de 10 A. Como se desprecia el efecto de la saturación, la relación entre la intensidad de excitación y la f.e.m. E_0 es lineal. De esta forma, calculando el valor de la f.e.m. E_0 para una intensidad de excitación de 12 A, se puede aplicar esta linealidad para calcular la f.e.m. E_0 con una excitación de 10 A.

$$E_0^2 = V^2 + (I \cdot X_s)^2 \Rightarrow E_0 = \sqrt{V^2 + (I \cdot X_s)^2}$$

$$E_0 = \sqrt{\left(\frac{400}{\sqrt{3}}\right)^2 + (72,17 \cdot 0,68)^2} = 236,10 \text{ V}$$

Al estar despreciando la saturación, se puede aplicar la relación lineal entre la intensidad de excitación y la f.e.m. E_0 :

$$\frac{I_e}{E_0} = \text{cte} \Rightarrow \frac{I_e}{E_0} = \frac{I_{e_{\text{vacío}}}}{E_{0_{\text{vacío}}}}$$

$$E_{0_{\text{vacío}}} = E_0 \cdot \frac{I_{e_{\text{vacío}}}}{I_e} = 236,10 \cdot \frac{10}{12} = 196,75 \text{ V}$$

Por tanto, la tensión en bornes del generador será:

$$U_0 = \sqrt{3} \cdot E_{0_{\text{vacío}}} = \sqrt{3} \cdot 196,75 = 340,78 \text{ V}$$

- c) Cuánto debe valer la intensidad de excitación que se debe aplicar al generador si se desea que proporcione, a la tensión nominal de 400 V y a la frecuencia de 60 Hz, 50 kW a una carga resistiva pura.**

Al variar la frecuencia, varía el valor de la reactancia síncrona, y por tanto, varía el valor de la f.e.m. E_0 .

$$\frac{X_{s_{50 \text{ Hz}}}}{50 \text{ Hz}} = \frac{X_{s_{60 \text{ Hz}}}}{60 \text{ Hz}} \Rightarrow X_{s_{60 \text{ Hz}}} = \frac{60}{50} \cdot X_{s_{50 \text{ Hz}}}$$

$$X_{s_{60 \text{ Hz}}} = \frac{60}{50} \cdot 0,68 = 0,816 \Omega$$

Con este valor de reactancia síncrona, se puede calcular la nueva f.e.m. E_0 a la nueva frecuencia:

$$E_0^2 = V^2 + (I \cdot X_s)^2 \Rightarrow E_0 = \sqrt{V^2 + (I \cdot X_s)^2}$$

$$E_{0_{60 \text{ Hz}}} = \sqrt{\left(\frac{400}{\sqrt{3}}\right)^2 + (72,17 \cdot 0,816)^2} = 238,33 \text{ V}$$

La f.e.m. E_0 es proporcional al flujo y a la frecuencia ($E_0 = 4,44 \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f$). Al despreciar la saturación, se puede considerar que el flujo y la intensidad de excitación guardan una relación lineal. Para una misma excitación, el flujo se mantiene constante, luego para una misma excitación, en función de la velocidad de giro, se pueden obtener diferentes f.e.m. E_0 a diferentes frecuencias. Con la nueva excitación se obtiene una f.e.m. E_0 de 238,33 V a 60 Hz. Calculando la f.e.m. E_0 que se obtendría con la misma excitación pero a 50 Hz, se puede establecer la relación de linealidad entre excitación y f.e.m. E_0 , y compararla con la situación de carga del primer apartado del ejercicio (también a 50 Hz).

$$\frac{E_{0_{50 \text{ Hz}}}}{50 \text{ Hz}} = \frac{E_{0_{60 \text{ Hz}}}}{60 \text{ Hz}} \Rightarrow E_{0_{50 \text{ Hz}}} = \frac{50}{60} \cdot E_{0_{60 \text{ Hz}}}$$

$$E_{0_{50 \text{ Hz}}} = \frac{50}{60} \cdot 238,33 = 198,612 \text{ V}$$

Comparando la f.e.m. E_0 con la situación de carga anterior, se obtiene la intensidad de excitación requerida:

$$I_{e_{\text{nueva}}} = I_e \cdot \frac{E_{0_{50 \text{ Hz}}}}{E_0} = 12 \cdot \frac{198,612}{236,10} = 10,09 \text{ A}$$

EJERCICIO 7

El generador síncrono de rotor cilíndrico (GS) de la Figura 12.15 tiene como características nominales 400 V, conexión estrella, 50 Hz, 1.500 rpm y 50 kVA. A efectos de cálculo puede considerarse que la resistencia de su inducido es nula.

El generador se somete a dos pruebas de laboratorio con los resultados mostrados en la Tabla 12.2.

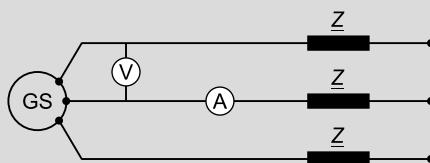


FIGURA 12.15.

Tabla 12.2.

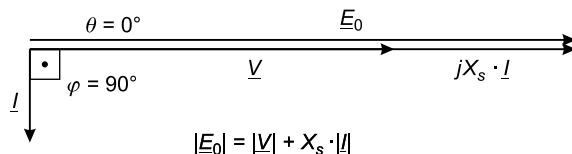
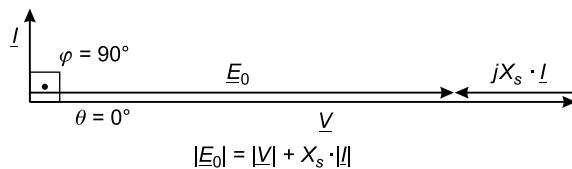
| | Carga Z | Lectura voltímetro | Lectura amperímetro | Intensidad de excitación |
|-----------------|-----------------|--------------------|---------------------|--------------------------|
| Prueba A | Inductiva pura | 369,38 V | 31,5 A | 10,5 A |
| Prueba B | Capacitiva pura | 413,36 V | 5,3 A | 10,5 A |

Despreciando los efectos de la saturación, calcular:

- Valor de la reactancia síncrona del generador.**
- Intensidad de excitación necesaria para que el generador alimente a tensión nominal una carga que consume 30 kW con factor de potencia 0,8 inductivo.**
- Ángulo de par correspondiente a la prueba A realizada al generador en el laboratorio.**

a) Valor de la reactancia síncrona del generador.

En el enunciado se presentan dos situaciones de carga: carga inductiva pura (prueba A) y carga capacitiva pura (prueba B). Partiendo del diagrama vectorial del circuito monofásico equivalente del generador síncrono (Figura 12.2), y despreciando el valor de la resistencia por fase del estator, se obtienen los diagramas vectoriales específicos para una carga inductiva pura (Figura 12.16) y para una carga capacitiva pura (Figura 12.17). En ambas situaciones el ángulo de par es nulo.

**FIGURA 12.16.****FIGURA 12.17.**

En las dos situaciones de carga que proporciona el enunciado, la intensidad de excitación es la misma (10,5 A), por lo que la f.e.m. \underline{E}_0 se mantiene constante en ambas situaciones.

$$|\underline{E}_{0A}| = |\underline{V}_A| + X_s \cdot |\underline{I}_A| = |\underline{E}_{0B}| = |\underline{V}_B| - X_s \cdot |\underline{I}_B|$$

$$|\underline{V}_A| + X_s \cdot |\underline{I}_A| = |\underline{V}_B| - X_s \cdot |\underline{I}_B|$$

Despejando el valor de la reactancia síncrona:

$$X_s = \frac{|\underline{V}_B| - |\underline{V}_A|}{|\underline{I}_A| + |\underline{I}_B|} \Rightarrow X_s = \frac{\frac{413,36}{\sqrt{3}} - \frac{369,38}{\sqrt{3}}}{31,5 + 5,3} = 0,69 \Omega$$

- b) Intensidad de excitación necesaria para que el generador alimente a tensión nominal una carga que consume 30 kW con factor de potencia 0,8 inductivo.**

En esta nueva situación de carga, es necesario trabajar con la ecuación vectorial del generador síncrono:

$$\underline{E}_0 = \underline{V} + \underline{I} \cdot (R + jX_s)$$

La intensidad se obtiene del dato de potencia activa consumida por la carga y de su factor de potencia:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_N \cdot \cos \varphi} = \frac{30 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,8} = 54,13 \text{ A}$$

$$\underline{I} = 54,13 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$

Despejando de la ecuación vectorial el valor de la f.e.m. E_0 :

$$\underline{E}_{0_{\text{nueva}}} = \underline{V} + \underline{I} \cdot jX_s = \left(\frac{400}{\sqrt{3}} \right) \angle 0^\circ + 54,13 \angle -36,87^\circ \cdot 0,69j$$

$$\underline{E}_{0_{\text{nueva}}} = 253,35 + 29,88j = 255,1 \angle 6,73^\circ \text{ V}$$

En las situaciones de carga inductiva pura y carga capacitativa pura, la excitación era de 10,5 A. Calculando la f.e.m. E_0 correspondiente a esa excitación, se puede obtener una relación entre intensidad de excitación y f.e.m. E_0 . Esta relación se puede considerar constante si se desprecian los efectos de la saturación.

$$|\underline{E}_{0_A}| = |\underline{V}_A| + X_s \cdot |\underline{I}_A| = \frac{369,38}{\sqrt{3}} + 0,69 \cdot 31,5 = 235 \text{ V}$$

Aplicando la relación lineal existente entre la excitación y la f.e.m. E_0 :

$$I_{e_{\text{nueva}}} = I_{e_A} \cdot \frac{E_{0_{\text{nueva}}}}{E_{0_A}} = 10,5 \cdot \frac{255,1}{235} = 11,4 \text{ A}$$

- c) Ángulo de par correspondiente a la prueba A realizada al generador en el laboratorio.**

Tal y como se razona en el primer apartado, y como se puede apreciar en el diagrama vectorial resultante representado en la Figura 12.16, la f.e.m. E_0 y la tensión por fase en bornes del generador se encuentran en fase, por lo que el ángulo de par es nulo.

EJERCICIO 8

Un alternador trifásico de rotor cilíndrico tiene las siguientes características:

- 750 rpm.
- Conexión estrella.
- 8 polos.
- Reactancia síncrona: 20Ω .
- 1.500 espiras en el inducido sin circuitos paralelos.

Su excitación se mantiene constante y las lecturas del voltímetro y del amperímetro son las mostradas en la Tabla 12.3.

Tabla 12.3.

| K | Amperímetro (A) | Voltímetro (V) |
|---------|-----------------|----------------|
| Abierto | 0 | 4.493 |
| Cerrado | 52,5 | 3.300 |

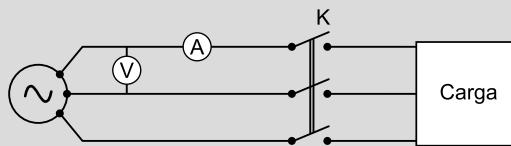


FIGURA 12.18.

Considerando, a efectos de cálculo, la resistencia por fase del estator despreciable, calcular:

- Flujo máximo por polo en vacío.
- Factor de potencia de la carga conectada.
- Potencia activa consumida por la carga.
- Potencia reactiva consumida por la carga.

a) Flujo máximo por polo en vacío.

En primer lugar, con el número de pares de polos y la velocidad de giro, se obtiene la frecuencia a la que trabaja el generador ($p \cdot n = 60 \cdot f$). Como el generador tiene 8 polos, el número de pares de polos (p) será 4.

$$p \cdot n = 60 \cdot f \Rightarrow f = \frac{p \cdot n}{60} = \frac{4 \cdot 750}{60} = 50 \text{ Hz}$$

El enunciado proporciona dos situaciones de funcionamiento para una misma intensidad de excitación. Por tanto, en ambas situaciones el generador funciona con la misma f.e.m. E_0 .

Cuando el interruptor está abierto, el generador se encuentra trabajando en vacío. Puesto que en estas condiciones la tensión en bornes del generador es conocida (4.493 V), se conoce también la f.e.m. E_0 .

$$E_0 = \frac{U_0}{\sqrt{3}} = \frac{4.493}{\sqrt{3}} = 2.594 \text{ V}$$

El valor de la f.e.m. E_0 es proporcional al número de espiras por fase, a la frecuencia y al flujo máximo ($E_0 = 4,44 \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f$). De esta forma, se puede obtener el flujo. Puesto que en la fórmula se debe emplear el número de espiras por fase, mientras que el dato es el número de espiras totales (1.500 espiras), se ha de dividir esta cantidad entre las tres fases (500 espiras por fase).

$$E_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f \Rightarrow \Phi_0 = \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \cdot \frac{E_0}{N \cdot f} = \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \cdot \frac{2.594}{500 \cdot 50} = 0,0234 \text{ Wb}$$

b) Factor de potencia de la carga conectada.

En la Figura 12.19 se representa el diagrama vectorial general del generador síncrono cuando se desprecia la resistencia por fase del estator.

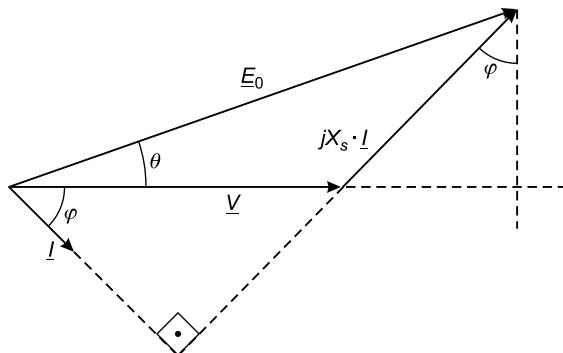


FIGURA 12.19.

Con el objetivo de aportar un enfoque diferente al ejercicio, se va a proceder a su resolución aplicando las relaciones trigonométricas oportunas al diagrama vectorial (Figura 12.19):

$$E_0 \cdot \cos \theta = V + I \cdot X_s \cdot \sin \varphi$$

$$E_0 \cdot \sin \theta = I \cdot X_s \cdot \cos \varphi$$

Elevando ambas ecuaciones al cuadrado y sumándolas:

$$(E_0 \cdot \cos \theta)^2 = (V + I \cdot X_s \cdot \sin \varphi)^2$$

$$(E_0 \cdot \sin \theta)^2 = (I \cdot X_s \cdot \cos \varphi)^2$$

$$(E_0 \cdot \cos \theta)^2 + (E_0 \cdot \sin \theta)^2 = (V + I \cdot X_s \cdot \sin \varphi)^2 + (I \cdot X_s \cdot \cos \varphi)^2$$

Modificando la ecuación resultante, se despeja el valor del seno del ángulo φ :

$$E_0^2 \cdot ((\operatorname{sen} \theta)^2 + (\cos \theta)^2) = V^2 + (I \cdot X_s)^2 \cdot ((\operatorname{sen} \varphi)^2 + (\cos \varphi)^2) + 2 \cdot V \cdot I \cdot X_s \cdot \operatorname{sen} \varphi$$

$$E_0^2 = V^2 + (I \cdot X_s)^2 + 2 \cdot V \cdot I \cdot X_s \cdot \operatorname{sen} \varphi$$

$$\operatorname{sen} \varphi = \frac{E_0^2 - V^2 - (I \cdot X_s)^2}{2 \cdot V \cdot I \cdot X_s}$$

Sustituyendo:

$$\operatorname{sen} \varphi = \frac{2,594^2 - (3,300/\sqrt{3})^2 - (52,5 \cdot 20)^2}{2 \cdot (3,300/\sqrt{3}) \cdot 52,5 \cdot 20} = 0,499$$

Despejando el ángulo φ se obtiene el factor de potencia:

$$\varphi = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \varphi = \operatorname{arc} \operatorname{sen} (0,499) = 29,934^\circ$$

$$\cos \varphi = \cos (29,934^\circ) = 0,8666 \text{ (inductivo)}$$

c) Potencia activa consumida por la carga.

La potencia activa consumida por la carga se puede obtener directamente de la expresión general de la potencia activa, o mediante la expresión de la potencia activa de una máquina síncrona. Si se utiliza la expresión general de la potencia activa:

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 3,300 \cdot 52,5 \cdot 0,866 = 260,048 \text{ kW}$$

Si se utiliza la fórmula de la potencia activa de una máquina síncrona, es necesario calcular previamente el seno del ángulo de par. Este valor se puede obtener trigonométricamente a partir del diagrama vectorial del generador (Figura 12.19).

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{I \cdot X_s \cdot \cos \varphi}{E_0} = \frac{52,5 \cdot 20 \cdot 0,8666}{2,594} = 0,3508$$

Aplicando la expresión de la potencia activa de una máquina síncrona:

$$P = 3 \cdot \frac{V \cdot E_0}{X_s} \cdot \operatorname{sen} \theta = 3 \cdot \frac{\frac{3,300}{\sqrt{3}} \cdot 2,594}{20} \cdot 0,3508 = 260,048 \text{ kW}$$

d) Potencia reactiva consumida por la carga.

Mediante la expresión general de la potencia reactiva:

$$Q = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \operatorname{sen} \varphi = \sqrt{3} \cdot 3,300 \cdot 52,5 \cdot 0,499 = 149,739 \text{ kVAr}$$

EJERCICIO 9

Un alternador trifásico de 45 kVA, 230 V, rotor cilíndrico, hexapolar, 50 Hz y conexión estrella se ha ensayado con los siguientes resultados:

— Ensayo de vacío:

- $U_0 = 230 \text{ V}$
- $I_e = 2,84 \text{ A}$

— Ensayo de cortocircuito:

- $I_{cc} = 118 \text{ A}$
- $I_e = 2,20 \text{ A}$

Despreciando, a efectos de cálculo, la influencia de la saturación y la resistencia por fase del estator, calcular:

- a) **Reactancia síncrona.**
- b) **Tensión en bornes cuando funciona en vacío a 1.000 rpm con una excitación de 2 A.**
- c) **Tensión en bornes cuando funciona en vacío a 1.200 rpm con una excitación de 2,84 A.**
- d) **Intensidad del ensayo de cortocircuito realizado a 1.200 rpm y excitación de 1,5 A.**

a) Reactancia síncrona.

Al despreciarse la influencia de la saturación, se puede considerar lineal la relación existente entre la f.e.m. E_0 y la intensidad de excitación. De esta forma, a partir de los datos del ensayo de vacío, se puede obtener la f.e.m. E_0 en el ensayo de cortocircuito.

$$E_{0_{cc}} = E_{0_{vacío}} \cdot \frac{I_{e_{cc}}}{I_{e_{vacío}}} = \frac{230}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2,2}{2,84} = 102,866 \text{ V}$$

En el ensayo de cortocircuito de un generador síncrono los bornes del generador se encuentran cortocircuitados, por lo que la tensión por fase del estator es nula. Al despreciar la resistencia por fase del estator, la única impedancia presente en el circuito monofásico equivalente es la reactancia síncrona, por lo que debe cumplirse que la f.e.m. E_0 correspondiente a la intensidad de excitación del ensayo de cortocircuito es igual al producto de la intensidad del ensayo de cortocircuito y la reactancia síncrona.

$$E_{0_{cc}} = I_{cc} \cdot X_s \Rightarrow X_s = \frac{E_{0_{cc}}}{I_{cc}}$$

$$X_s = \frac{E_{0_{cc}}}{I_{cc}} = \frac{102,866}{118} = 0,87 \Omega$$

b) Tensión en bornes cuando funciona en vacío a 1.000 rpm con una excitación de 2 A.

En primer lugar se va a calcular la frecuencia correspondiente a una velocidad de 1.000 rpm. Al ser un generador de seis polos, el número de pares de polos es igual a 3.

$$f = \frac{p \cdot n}{60} = \frac{3 \cdot 1.000}{60} = 50 \text{ Hz}$$

Sabiendo que el generador está trabajando a 50 Hz, se puede obtener la f.e.m. E_0 a partir de los datos del ensayo de vacío (también realizado a 50 Hz).

$$E_0 = E_{0\text{vacío}} \cdot \frac{I_e}{I_{e\text{vacío}}} = \frac{230}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2}{2,84} = 93,51 \text{ V}$$

La tensión en bornes del generador será:

$$U_0 = \sqrt{3} \cdot E_0 = \sqrt{3} \cdot 93,51 = 161,97 \text{ V}$$

c) Tensión en bornes cuando funciona en vacío a 1.200 rpm con una excitación de 2,84 A.

Al cambiar la velocidad de giro, también cambia la frecuencia, por lo que, al igual que en el apartado anterior, en primer lugar se va a calcular la nueva frecuencia de funcionamiento.

$$f = \frac{p \cdot n}{60} = \frac{3 \cdot 1.200}{60} = 60 \text{ Hz}$$

Las f.e.m. E_0 calculadas hasta el momento son f.e.m. a 50 Hz. Precisamente el ensayo de vacío se ha realizado para una excitación de 2,84 A, obteniéndose en este caso una f.e.m. E_0 de $(230/\sqrt{3})$ V. Esta f.e.m. E_0 se ha calculado a 50 Hz. Pero la f.e.m. E_0 depende de la frecuencia ($E_0 = 4,44 \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f$), por lo que se ha de adaptar este valor a la frecuencia de 60 Hz (el flujo se mantiene al mantenerse la excitación).

$$\frac{E_{0\text{50 Hz}}}{50 \text{ Hz}} = \frac{E_{0\text{60 Hz}}}{60 \text{ Hz}} \Rightarrow E_{0\text{60 Hz}} = \frac{60}{50} \cdot E_{0\text{50 Hz}}$$

$$E_{0\text{60 Hz}} = \frac{60}{50} \cdot \frac{230}{\sqrt{3}} = 159,35 \text{ V}$$

Así, la tensión en bornes de generador es:

$$U_0 = \sqrt{3} \cdot E_{0\text{60 Hz}} = \sqrt{3} \cdot 159,35 = 276 \text{ V}$$

d) Intensidad del ensayo de cortocircuito realizado a 1.200 rpm y excitación de 1,5 A.

En este ensayo de cortocircuito se trabaja a 1.200 rpm, es decir, a 60 Hz. En primer lugar, se calcula la f.e.m. E_0 para una excitación de 1,5 A comparando la nueva situación de trabajo con la del apartado anterior:

$$E_{0,15 \text{ A}} = E_{0,284 \text{ A}} \cdot \frac{1,5 \text{ A}}{2,84 \text{ A}} = 159,35 \cdot \frac{1,5}{2,84} = 84,16 \text{ V}$$

Tal y como se expone en el primer apartado del ejercicio, en el ensayo de cortocircuito se cumple que:

$$E_{0cc} = I_{cc} \cdot X_s \Rightarrow I_{cc} = \frac{E_{0cc}}{X_s}$$

Pero en este ensayo de cortocircuito se está trabajando a 60 Hz, mientras que el valor de reactancia síncrona obtenido en el primer apartado es a 50 Hz, luego es necesario adaptar el valor de la reactancia síncrona a la nueva frecuencia.

$$I_{cc} = \frac{E_{0cc}}{X_{s60\text{Hz}}} = \frac{84,16}{0,87 \cdot \frac{60}{50}} = 80,45 \text{ A}$$

EJERCICIO 10

Un generador síncrono trifásico de rotor cilíndrico, conectado en estrella, tiene las siguientes características nominales: 6 kV, 50 Hz, 1.500 rpm y 300 kVA.

En vacío necesita una excitación de 5 A para alcanzar la tensión nominal (6 kV a 50 Hz). En cortocircuito necesita una excitación de 0,75 A para que, girando a 1.500 rpm, circule la intensidad nominal.

Despreciando, a efectos de cálculo, la resistencia del inducido y los efectos de la saturación, se pide:

- a) **Intensidad de excitación necesaria para alimentar a tensión nominal en bornes (6 kV a 50 Hz) una carga que consume 200 kW bajo factor de potencia 0,8 inductivo.**
- b) **Intensidad de excitación necesaria para alcanzar una tensión eficaz de 6 kV cuando el generador funciona en vacío girando a 1.800 rpm.**

La máquina síncrona pasa a funcionar como motor conectada a una red trifásica de 6 kV a 60 Hz. Sabiendo que funciona desarrollando un par de 1.300 Nm con una intensidad de excitación de 4,25 A, calcular:

- c) **Valor absoluto del ángulo de par.**

- a) **Intensidad de excitación necesaria para alimentar a tensión nominal en bornes (6 kV a 50 Hz) una carga que consume 200 kW bajo factor de potencia 0,8 inductivo.**

Para calcular la intensidad de excitación, es necesario calcular previamente la f.e.m. E_0 en la situación de carga requerida.

De los datos de funcionamiento en vacío se puede obtener la f.e.m. E_0 a 50 Hz para una excitación de 5 A.

$$E_{0\text{vacío}} = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = \frac{6.000}{\sqrt{3}} = 3.464 \text{ V}$$

De los datos de funcionamiento en cortocircuito, se puede obtener el valor de la reactancia síncrona del generador a 50 Hz. En primer lugar, al despreciar la saturación, la relación entre

la f.e.m. E_0 y la excitación se puede considerar lineal, obteniendo a partir de los datos de vacío la f.e.m. E_0 en cortocircuito.

$$E_{0cc} = E_{0\text{vacío}} \cdot \frac{I_{e_{cc}}}{I_{e\text{vacío}}} = \frac{6.000}{\sqrt{3}} \cdot \frac{0,75}{5} = 519,61 \text{ V}$$

Una vez obtenida la f.e.m. E_0 , se calcula la reactancia síncrona según el circuito monofásico equivalente del generador síncrono. Previamente, se calcula la intensidad nominal.

$$I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_N} = \frac{300 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6.000} = 28,87 \text{ A}$$

$$X_s = \frac{E_{0cc}}{I_{cc}} = \frac{E_{0cc}}{I_N} = \frac{519,61}{28,87} = 18 \Omega$$

Aplicando el circuito monofásico equivalente a la situación de carga del enunciado, y según la ecuación vectorial del generador síncrono, se puede obtener la f.e.m. E_0 a 6 kV, para una carga que consume 200 kW con factor de potencia 0,8 inductivo (se desprecia la resistencia por fase del estator).

$$\underline{E}_0 = \underline{V} + \underline{I} \cdot jX_s$$

La intensidad se obtiene del dato de potencia activa consumida por la carga y de su factor de potencia:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_N \cdot \cos \varphi} = \frac{200 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6.000 \cdot 0,8} = 24,06 \text{ A}$$

$$\underline{I} = 24,06 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$

Despejando de la ecuación vectorial el valor de la f.e.m. E_0 :

$$\underline{E}_{0\text{carga}} = \underline{V} + \underline{I} \cdot jX_s = \left(\frac{6.000}{\sqrt{3}} \right) \angle 0^\circ + 24,06 \angle -36,87^\circ \cdot 18j$$

$$\underline{E}_{0\text{carga}} = 3.724 + 346,41j = 3.740 \angle 5,31^\circ \text{ V}$$

Al despreciar la saturación, comparando la situación de carga con la situación de vacío, se puede obtener la excitación correspondiente a la situación de carga.

$$I_{e\text{carga}} = I_{e\text{vacío}} \cdot \frac{\underline{E}_{0\text{carga}}}{\underline{E}_{0\text{vacío}}} = 5 \cdot \frac{3.740}{6.000/\sqrt{3}} = 5,4 \text{ A}$$

- b) Intensidad de excitación necesaria para alcanzar una tensión eficaz de 6 kV cuando el generador funciona en vacío girando a 1.800 rpm.**

Al cambiar la velocidad de giro, cambia la frecuencia del generador. Para calcular esta nueva frecuencia, es necesario saber el número de pares de polos del generador, el cual se puede obtener de los datos de velocidad de giro y frecuencia anteriores (1.500 rpm y 50 Hz).

$$p \cdot n = 60 \cdot f \Rightarrow p = \frac{60 \cdot f}{n} = \frac{60 \cdot 50}{1.500} = 2$$

La nueva frecuencia es:

$$f = \frac{p \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot 1.800}{60} = 60 \text{ Hz}$$

Según el enunciado, el generador proporciona en vacío la tensión nominal en bornes a 60 Hz. Por tanto, la f.e.m. E_0 a 60 Hz es:

$$E_{0\text{vacío}_60\text{Hz}} = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = \frac{6.000}{\sqrt{3}} = 3.464 \text{ V}$$

Si se quiere comparar esta f.e.m. E_0 con los datos anteriores a 50 Hz, es necesario acondicionar las tensiones a una misma frecuencia, ya que la f.e.m. E_0 no sólo depende del flujo, sino también de la frecuencia ($E_0 = 4,44 \cdot N \cdot \Phi_0 \cdot f$). Por tanto, se va a calcular la f.e.m. E_0 que correspondería a la excitación actual, pero trabajando a 50 Hz:

$$E_{0\text{vacío}_50\text{Hz}} = E_{0\text{vacío}_60\text{Hz}} \cdot \frac{50}{60} = 3.464 \cdot \frac{50}{60} = 2.886,8 \text{ V}$$

Esta f.e.m. E_0 a 50 Hz sí se puede comparar con cualquiera de las obtenidas anteriormente a 50 Hz, de forma que aplicando la relación lineal existente entre excitación y f.e.m. E_0 (se desprecia la saturación), se obtiene la intensidad de excitación necesaria para alcanzar en vacío 6 kV a 60 Hz.

$$I_e = I_{e\text{vacío}} \cdot \frac{E_{0\text{vacío}_50\text{Hz}}}{E_{0\text{vacío}}} = 5 \cdot \frac{2.886,8}{6.000/\sqrt{3}} = 4,17 \text{ A}$$

c) Valor absoluto del ángulo de par.

Al conectarse la máquina síncrona a una red de 60 Hz, la velocidad de sincronismo será de 1.800 rpm, tal y como se ha visto en el apartado anterior. Conocida la velocidad de giro, se obtiene la potencia correspondiente al par motor desarrollado:

$$P = 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot C_m = 2\pi \cdot \frac{1.800}{60} \cdot 1.300 = 24.504 \text{ W}$$

De la fórmula de la expresión de la potencia activa de una máquina síncrona, conocidas la f.e.m. E_0 y la reactancia síncrona, se puede obtener el ángulo de par.

$$P = 3 \cdot V \cdot \frac{E_0}{X_s} \cdot \operatorname{sen} \theta$$

La f.e.m. E_0 se puede obtener a partir de la intensidad de excitación, si se compara con otra situación de trabajo a 60 Hz. La reactancia síncrona es conocida, pero se ha de adaptar a la frecuencia actual de 60 Hz.

$$E_{0\text{motor}} = E_{0\text{vacío}_60\text{Hz}} \cdot \frac{I_{e\text{motor}}}{I_e} = \frac{6.000}{\sqrt{3}} \cdot \frac{4,25}{4,17} = 3.533,4 \text{ V}$$

$$X_{s60\text{Hz}} = X_{s50\text{Hz}} \cdot \frac{60 \text{ Hz}}{50 \text{ Hz}} = 18 \cdot \frac{60}{50} = 21,6 \Omega$$

De la expresión de la potencia activa, se obtiene:

$$\begin{aligned}\operatorname{sen} \theta &= \frac{P \cdot X_s}{3 \cdot V \cdot E_0} = \frac{24.504 \cdot 21,6}{3 \cdot \frac{6.000}{\sqrt{3}} \cdot 3.533,4} = 0,1441 \\ \theta &= \operatorname{arc} \operatorname{sen}(0,1441) = 8,29^\circ\end{aligned}$$

EJERCICIO 11

Un generador síncrono trifásico de rotor cilíndrico de 8 polos presenta las siguientes características nominales: 3 kV, 50 Hz, 800 kVA y conexión estrella.

Se sabe que para una intensidad de excitación de 10 A, si se hace girar el rotor del generador a 900 rpm, al alimentar una carga equilibrada en estrella e inductiva pura de 300 mH por fase, se obtiene una tensión en bornes de 2.850 V. En las mismas condiciones, si se cambia la carga inductiva pura, por una carga equilibrada en estrella y capacitiva pura de 40 µF por fase, se obtiene una tensión en bornes de 3.100 V.

Despreciando los efectos de la saturación y el valor de la resistencia del inducido del generador, se pide:

- a) **Valor de la reactancia síncrona cuando el generador gire a 900 rpm.**
- b) **Valor de la intensidad de excitación necesaria para obtener en vacío a 50 Hz, la tensión nominal en bornes del generador.**
- c) **Valor máximo de la intensidad de excitación, manteniendo la tensión nominal en bornes (50 Hz), para que el generador pueda alimentar todos los tipos de cargas posibles sin sobrepasar su potencia nominal.**

a) Valor de la reactancia síncrona cuando el generador gire a 900 rpm.

En primer lugar se calcula la frecuencia a la que trabaja el generador síncrono.

$$p \cdot n = 60 \cdot f \Rightarrow f = \frac{p \cdot n}{60} = \frac{4 \cdot 900}{60} = 60 \text{ Hz}$$

El generador síncrono ha sido sometido a dos ensayos diferentes bajo la misma intensidad de excitación (10 A) y la misma velocidad de giro (900 rpm). En el primer ensayo se mide en bornes del generador una tensión de 2.850 V que alimenta una carga inductiva pura de 300 mH. Calculando la intensidad del ensayo:

$$I_{\text{ensayo } 1} = \frac{V_{\text{ensayo } 1}}{Z_{\text{carga}_{\text{ensayo } 1}}} = \frac{\frac{U_{\text{ensayo } 1}}{\sqrt{3}}}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_{\text{ensayo } 1}} = \frac{\frac{2.850}{\sqrt{3}}}{2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 300 \cdot 10^{-3}} = 14,55 \text{ A}$$

En el segundo ensayo se mide en bornes del generador una tensión de 3.100 V que alimenta una carga capacitiva pura de 40 µF. Calculando la intensidad del ensayo:

$$I_{\text{ensayo } 2} = \frac{V_{\text{ensayo } 2}}{Z_{\text{carga}_{\text{ensayo } 2}}} = \frac{\frac{U_{\text{ensayo } 2}}{\sqrt{3}}}{1/(2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_{\text{ensayo } 2})} = \frac{\frac{3.100}{\sqrt{3}}}{1/(2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 40 \cdot 10^{-6})} = 26,99 \text{ A}$$

Tal y como se observa en las Figuras 12.16 y 12.17, al despreciar la resistencia del inducido, en el ensayo con carga inductiva pura se cumple que $|E_0| = |V| + X_s \cdot |I|$, mientras que en el ensayo con carga capacitiva pura se cumple que $|E_0| = |V| - X_s \cdot |I|$. Como la intensidad de excitación es la misma en ambos ensayos, la f.e.m. E_0 también es la misma, y por lo tanto, es posible igualar las dos ecuaciones y despejar la reactancia síncrona.

$$|E_{0\text{ensayo } 1}| = |V_{\text{ensayo } 1}| + X_s \cdot |I_{\text{ensayo } 1}| = |E_{0\text{ensayo } 2}| = |V_{\text{ensayo } 2}| - X_s \cdot |I_{\text{ensayo } 2}|$$

$$|V_{\text{ensayo } 1}| + X_s \cdot |I_{\text{ensayo } 1}| = |V_{\text{ensayo } 2}| - X_s \cdot |I_{\text{ensayo } 2}|$$

Al despejar el valor de la reactancia síncrona, hay que tener en cuenta que los dos ensayos se han realizado a 900 rpm, es decir, el generador trabaja con frecuencias de 60 Hz, por lo que la reactancia síncrona obtenida es una reactancia a 60 Hz.

$$X_{s60\text{ Hz}} = \frac{|V_{\text{ensayo } 2}| - |V_{\text{ensayo } 1}|}{|I_{\text{ensayo } 1}| + |I_{\text{ensayo } 2}|} \Rightarrow X_{s60\text{ Hz}} = \frac{\frac{3.100}{\sqrt{3}} - \frac{2.850}{\sqrt{3}}}{\frac{14,55}{\sqrt{3}} + \frac{26,99}{\sqrt{3}}} = 3,475 \Omega$$

b) Valor de la intensidad de excitación necesaria para obtener en vacío a 50 Hz, la tensión nominal en bornes del generador.

En este caso la frecuencia ha cambiado, es decir, ha variado la velocidad de giro del rotor. Ahora el generador trabaja a 50 Hz. Si a esta frecuencia y trabajando en vacío se obtiene la tensión nominal en bornes del generador, la f.e.m. E_0 es:

$$E_0 = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = \frac{3.000}{\sqrt{3}} = 1.732,05 \text{ V}$$

Calculando la f.e.m. E_0 en los ensayos realizados a 900 rpm y adaptando su valor a la frecuencia de 50 Hz, dado que la excitación es conocida, se obtiene una relación entre la excitación y la f.e.m. E_0 . Esta relación, despreciando la saturación, se puede considerar constante, por lo que se puede hallar la excitación en la nueva situación de carga. Así, en la situación de carga inductiva pura:

$$E_{060\text{ Hz}} = V_{\text{ensayo } 1} + X_{s60\text{ Hz}} \cdot I_{\text{ensayo } 1} = \frac{2.850}{\sqrt{3}} + 3,475 \cdot 14,55 = 1.696 \text{ V}$$

La f.e.m. E_0 es función del flujo y de la frecuencia. Suponiendo el flujo constante (misma excitación de 10 A), la relación entre la f.e.m. E_0 y la frecuencia es lineal, por lo que se puede calcular la f.e.m. E_0 a 50 Hz, partiendo del valor de la f.e.m. E_0 a 60 Hz.

$$E_{050\text{ Hz}} = E_{060\text{ Hz}} \cdot \frac{50}{60} = 1.696 \cdot \frac{50}{60} = 1.413 \text{ V}$$

Al estar despreciando la saturación, la relación entre la intensidad de excitación y la f.e.m. E_0 es lineal, por lo que se puede calcular la excitación en la situación de carga de este apartado:

$$I_{e\text{nueva}} = I_{e\text{ensayo } 1} \cdot \frac{E_0}{E_{050\text{ Hz}}} = 10 \cdot \frac{1.732,05}{1.413} = 12,25 \text{ A}$$

- c) **Valor máximo de la intensidad de excitación, manteniendo la tensión nominal en bornes (50 Hz), para que el generador pueda alimentar todos los tipos de cargas posibles sin sobrepasar su potencia nominal.**

El generador debe estar trabajando a plena carga, es decir, a su intensidad nominal.

$$I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_N} = \frac{800 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 3.000} = 153,96 \text{ A}$$

Por otra parte, la mayor f.e.m. E_0 posible trabajando a plena carga se obtendrá en la situación de carga que provoque un mayor efecto desmagnetizante, es decir, alimentando una carga inductiva pura. Por tanto, se debe cumplir que:

$$|E_0| = |U_N| + X_{s_{50 \text{ Hz}}} \cdot |I_N|$$

$$E_{0\text{máx}} = \frac{U_N}{\sqrt{3}} + \frac{50}{60} \cdot X_{s_{60 \text{ Hz}}} \cdot I_N = \frac{3.000}{\sqrt{3}} + \frac{50}{60} \cdot 3,475 \cdot 153,96 = 2.178 \text{ V}$$

Para calcular la intensidad de excitación necesaria para obtener una f.e.m. E_0 de 2.178 V, se aplica la relación lineal entre f.e.m. E_0 y excitación (al despreciar la saturación).

$$I_{e\text{máx}} = I_{e\text{ensayo}1} \cdot \frac{E_{0\text{máx}}}{E_{0_{50 \text{ Hz}}}} = 10 \cdot \frac{2.178}{1.413} = 15,41 \text{ A}$$

EJERCICIO 12

Un motor síncrono trifásico de 5 kVA, 230 V, 50 Hz, rotor cilíndrico y 4 polos tiene una resistencia por fase de $0,5 \Omega$ y una reactancia síncrona de 5Ω . El motor está conectado a una red de 230 V y 50 Hz y arrastra una carga mecánica de par resistente de 19,6 Nm. En dichas condiciones de funcionamiento el motor presenta un factor de potencia 0,85 inductivo.

Si, a efectos de cálculo, se desprecia la influencia de la saturación y las pérdidas de potencia, determinar:

- a) **E_0 del motor para las condiciones de funcionamiento consideradas anteriormente.**
- b) **Proporción en la cual debe incrementarse la intensidad de excitación para que el factor de potencia sea 0,8 capacitivo.**
- c) **Corriente mínima que puede consumir el motor de la red cuando arrastra dicha carga mecánica.**

- a) **E_0 del motor para las condiciones de funcionamiento consideradas anteriormente.**

En primer lugar, con los datos de frecuencia y número de pares de polos, se calcula la velocidad de giro del motor:

$$p \cdot n = 60 \cdot f \Rightarrow n = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1.500 \text{ rpm}$$

Conociendo la velocidad de giro, se puede calcular la potencia que consume el motor:

$$P = 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot Cm = 2\pi \cdot \frac{1.500}{60} \cdot 19,6 = 3.078,76 \text{ W}$$

Una vez obtenida la potencia consumida por el motor y conociendo la tensión de alimentación y el factor de potencia, se puede calcular la intensidad consumida:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_N \cdot \cos \varphi} = \frac{3.078,76}{\sqrt{3} \cdot 230 \cdot 0,85} = 9,09 \text{ A}$$

$$\underline{I} = 9,09 \angle -31,79^\circ \text{ A}$$

De la expresión vectorial del motor síncrono se puede despejar la f.e.m. E_0 :

$$\underline{E}_0 = \underline{V} - \underline{I} \cdot (R + jX_s) = \left(\frac{230}{\sqrt{3}} \right) \angle 0^\circ - 9,09 \angle -31,79^\circ \cdot (0,5 + 5j)$$

$$\underline{E}_0 = 104,98 - 36,25j = 111,06 \angle -19,05^\circ \text{ V}$$

b) Proporción en la cual debe incrementarse la intensidad de excitación para que el factor de potencia sea 0,8 capacitivo.

Al estar despreciando los efectos de la saturación, la intensidad de excitación y la f.e.m. E_0 variarán en la misma proporción. Por tanto, se debe calcular la nueva f.e.m. E_0 . Para ello, basta con recalcular la nueva intensidad consumida por el motor y volver a aplicar la expresión vectorial del motor síncrono.

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_N \cdot \cos \varphi} = \frac{3.078,76}{\sqrt{3} \cdot 230 \cdot 0,8} = 9,66 \text{ A}$$

$$\underline{I} = 9,66 \angle 36,87^\circ \text{ A}$$

De la expresión vectorial del motor síncrono se despeja la f.e.m. E_0 :

$$\underline{E}_0 = \underline{V} - \underline{I} \cdot (R + jX_s) = \left(\frac{230}{\sqrt{3}} \right) \angle 0^\circ - 9,66 \angle 36,87^\circ \cdot (0,5 + 5j)$$

$$\underline{E}_0 = 157,91 - 41,54j = 163,28 \angle -14,74^\circ \text{ V}$$

Por tanto, la proporción en la que habrá que variar la intensidad de excitación será la misma proporción en la que ha variado la f.e.m. E_0 :

$$\frac{I_{e_2}}{I_{e_1}} = \frac{E_{0_2}}{E_{0_1}} = \frac{163,28}{111,06} = 1,47$$

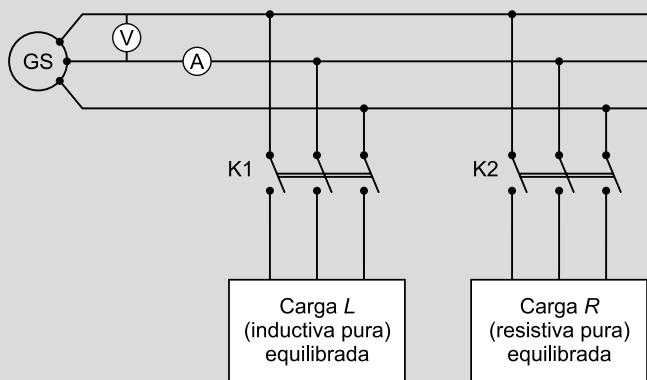
c) Corriente mínima que puede consumir el motor de la red cuando arrastra dicha carga mecánica.

Para una potencia constante, el motor consume la mínima intensidad posible cuando trabaja con un factor de potencia unitario, es decir, cuando se comporta como una carga resistiva pura (para una tensión y potencia constantes, la intensidad y el factor de potencia son inversamente proporcionales).

$$I_{\min} = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_N \cdot \cos \varphi} = \frac{3.078,76}{\sqrt{3} \cdot 230 \cdot 1} = 7,73 \text{ A}$$

EJERCICIO 13

El generador síncrono de rotor cilíndrico de la Figura 12.20 (GS) tiene las siguientes características nominales: 6 kV, 50 Hz, 500 kVA, 600 rpm y conexión estrella. (En las condiciones señaladas a continuación se puede considerar que la saturación y la resistencia del inducido son despreciables a efectos de cálculo).

**FIGURA 12.20.**

Cuando funciona en las condiciones C1 y C2, las lecturas del voltímetro V y del amperímetro A son las indicadas en la Tabla 12.4:

Tabla 12.4.

| Condiciones | Velocidad | Excitación | Interruptor K1 | Interruptor K2 | Amperímetro | Voltímetro |
|-------------|-----------|------------|----------------|----------------|-------------|------------|
| C1 | 600 rpm | 1,65 A | Abierto (off) | Abierto (off) | 0 A | 1.500 V |
| C2 | 600 rpm | 7,33 A | Cerrado (on) | Abierto (off) | 17,5 A | 6.000 V |

- a) Calcular la lectura del voltímetro cuando, estando en las condiciones C2, se abre el interruptor K1.

A continuación pasa a funcionar en las condiciones C3 que se indican en la Tabla 12.5:

Tabla 12.5.

| Condiciones | Velocidad | Excitación | Interruptor K1 | Interruptor K2 | Amperímetro | Voltímetro |
|-------------|-----------|------------|----------------|----------------|-------------|------------|
| C3 | 600 rpm | ? | Abierto (off) | Cerrado (on) | 43 A | 6.000 V |

- b) Calcular la intensidad de excitación correspondiente a las condiciones C3.

En otras condiciones de funcionamiento (C4), tras realizar los cálculos pertinentes, se determina que la reactancia síncrona del generador vale 14,1 ohmios.

- c) Calcular la velocidad a la que está girando el generador en estas condiciones C4.

a) Calcular la lectura del voltímetro cuando, estando en las condiciones C2, se abre el interruptor K1.

En la situación de funcionamiento C1, el generador se encuentra trabajando en vacío. Con los datos proporcionados en esta situación, se puede calcular la f.e.m. E_0 para una excitación de 1,65 A. La relación que se obtenga entre la excitación de 1,65 A y la f.e.m. E_0 calculada, se podrá considerar constante ya que se desprecian los efectos de la saturación.

$$E_{0C1} = \frac{U_{0C1}}{\sqrt{3}} = \frac{1.500}{\sqrt{3}} = 866,02 \text{ V}$$

La situación de funcionamiento C2 es una situación de carga inductiva pura en la que la excitación es conocida y de valor 7,33 A. Por tanto, se puede obtener la f.e.m. E_0 correspondiente a 7,33 A a partir de la relación obtenida de la situación de vacío C1.

$$E_{0C2} = E_{0C1} \cdot \frac{I_{eC2}}{I_{eC1}} = 866,02 \cdot \frac{7,33}{1,65} = 3.847,25 \text{ V}$$

Si estando conectada la carga inductiva pura se abre el interruptor, el generador pasa a trabajar en vacío, por lo que la tensión medida en bornes del generador se debe exclusivamente a la f.e.m. E_0 existente para la excitación del momento (7,33 A).

$$U_{C2} = \sqrt{3} \cdot E_{0C2} = \sqrt{3} \cdot 3.847,25 = 6.663,64 \text{ V}$$

b) Calcular la intensidad de excitación correspondiente a las condiciones C3.

La situación de funcionamiento C3 es una situación de carga resistiva pura. Despreciando la resistencia por fase del estator, el diagrama vectorial del generador se convierte en un triángulo rectángulo cuya hipotenusa es la f.e.m. E_0 (Figura 12.21). Para calcular el valor de la f.e.m. E_0 , es necesario conocer el valor de la tensión por fase del estator, el valor de la intensidad que consume la carga y la reactancia síncrona. Los dos primeros valores son datos conocidos. El tercero, la reactancia síncrona, se puede obtener de los datos proporcionados en la situación de funcionamiento C2 (Figura 12.22).

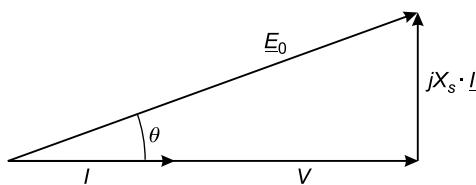


FIGURA 12.21.

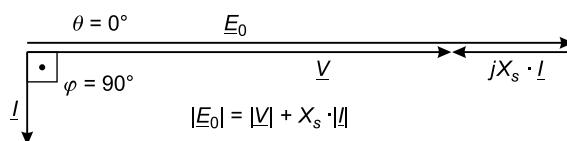


FIGURA 12.22.

Así, de la situación de funcionamiento C2 se obtiene la reactancia síncrona:

$$X_s = \frac{E_{0C2} - V_{C2}}{I_{C2}} = \frac{3.847,25 - (6.000/\sqrt{3})}{17,5} = 21,89 \Omega$$

Finalmente, de la situación de funcionamiento C3, se obtiene la f.e.m. E_0 y, a partir de su valor, su intensidad de excitación correspondiente:

$$E_{0C3} = \sqrt{V_{C3}^2 + (X_s \cdot I_{C3})^2} = \sqrt{\left(\frac{6.000}{\sqrt{3}}\right)^2 + (21,89 \cdot 43)^2} = 3.589,75 \text{ V}$$

$$I_{eC3} = I_{eC1} \cdot \frac{E_{0C3}}{E_{0C1}} = 1,65 \cdot \frac{3.589,75}{866,02} = 6,84 \text{ A}$$

c) Calcular la velocidad a la que está girando el generador en estas condiciones C4.

Si la reactancia síncrona cambia de valor, es porque la frecuencia ha cambiado, es decir, ha cambiado la velocidad de giro. De esta forma, calculando la nueva frecuencia, se puede calcular la nueva velocidad de giro. Para realizar los cálculos es necesario calcular previamente el número de pares de polos del generador:

$$p \cdot n = 60 \cdot f \Rightarrow p = \frac{60 \cdot f}{n} = \frac{60 \cdot 50}{600} = 5$$

La nueva frecuencia se puede calcular a partir de la relación entre la reactancia síncrona calculada a 50 Hz y la nueva reactancia síncrona. Su relación es la misma que existe entre las frecuencias.

$$\frac{X_{s50 \text{ Hz}}}{X_{snueva}} = \frac{50 \text{ Hz}}{f_{nueva}} \Rightarrow f_{nueva} = 50 \cdot \frac{X_{snueva}}{X_{s50 \text{ Hz}}} = 50 \cdot \frac{14,1}{21,89} = 32,2 \text{ Hz}$$

Por tanto, la nueva velocidad de giro será:

$$n_{nueva} = \frac{60 \cdot f_{nueva}}{p} = \frac{60 \cdot 32,2}{5} = 386,4 \text{ rpm}$$

EJERCICIO 14

Un alternador trifásico de polos salientes y conexión estrella se conecta a una red de potencia infinita (que mantiene constantes sus valores de tensión y frecuencia) de 10 kV a 50 Hz.

Su reactancia síncrona longitudinal es de 30Ω y en el ensayo de deslizamiento se establece que la relación entre sus reactancias síncronas transversal y longitudinal es del 50%.

Si su ángulo de par en un determinado régimen de trabajo es de 10° y la tensión de vacío para la excitación correspondiente es de 13,5 kV, calcular:

- a) La potencia activa que suministra.
- b) La potencia reactiva que suministra.
- c) El factor de potencia con el que trabaja.
- d) La intensidad que recorre cada fase de su inducido.

a) La potencia activa que suministra.

A continuación se muestra la expresión de la potencia activa de un generador síncrono trifásico de polos salientes.

$$P = 3 \cdot \frac{V \cdot E_0}{X_d} \cdot \operatorname{sen} \theta + 3 \cdot \frac{V^2 \cdot (X_d - X_q)}{2 \cdot X_d \cdot X_q} \cdot \operatorname{sen}(2\theta)$$

En esta expresión, X_d representa la reactancia longitudinal y X_q representa la reactancia transversal. Todos los datos son conocidos, así que basta con sustituir sus valores en la expresión y obtener el valor de la potencia activa.

$$P = 3 \cdot \frac{\frac{10.000}{\sqrt{3}} \cdot \frac{13.500}{\sqrt{3}}}{30} \cdot \operatorname{sen}(10^\circ) + 3 \cdot \frac{\left(\frac{10.000}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot (30 - 15)}{2 \cdot 30 \cdot 15} \cdot \operatorname{sen}(2 \cdot 10^\circ)$$

$$P = 1.351,45 \text{ kW}$$

b) La potencia reactiva que suministra.

De la misma forma que en el apartado anterior, se puede calcular el valor de la potencia reactiva sin más que sustituir en la expresión de la potencia reactiva de generadores síncronos trifásicos de polos salientes.

$$Q = 3 \cdot \frac{V \cdot E_0}{X_d} \cdot \cos \theta - 3 \cdot V^2 \cdot \left(\frac{\cos^2 \theta}{X_d} + \frac{\operatorname{sen}^2 \theta}{X_q} \right)$$

$$Q = 3 \cdot \frac{\frac{10.000}{\sqrt{3}} \cdot \frac{13.500}{\sqrt{3}}}{30} \cdot \cos(10^\circ) - 3 \cdot \left(\frac{10.000}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\cos^2(10^\circ)}{30} + \frac{\operatorname{sen}^2(10^\circ)}{15} \right)$$

$$Q = 997,79 \text{ kVAr}$$

c) El factor de potencia con el que trabaja.

Conociendo los valores de potencia activa y reactiva, se calcula directamente el factor de potencia.

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{1.351,45 \cdot 10^3}{\sqrt{(1.351,45 \cdot 10^3)^2 + (997,79 \cdot 10^3)^2}} = 0,8045$$

d) La intensidad que recorre cada fase de su inducido.

Con los valores de potencia activa, tensión de alimentación y factor de potencia, se obtiene la intensidad que recorre cada fase del inducido.

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{1.351,45 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 10.000 \cdot 0,8045} = 96,988 \text{ A}$$

EJERCICIO 15

Un generador síncrono trifásico de polos salientes de 50 MVA, 15 kV, 50 Hz y conexión estrella tiene los siguientes valores por fase:

- Reactancia de dispersión: 0,4 Ω.
- Reactancia de reacción de inducido longitudinal: 1,5 Ω.
- Reactancia de reacción de inducido transversal: 1 Ω.

Cuando suministra a tensión nominal una potencia activa de 34 MW y funciona con un ángulo de par de 10,6°, calcular:

- a) **Tensión en bornes cuando se desconecta la carga manteniendo constante la excitación.**
- b) **El factor de potencia cuando funciona en carga.**
- c) **La intensidad de salida del generador cuando funciona en carga.**

NOTA: La resistencia de inducido se considera despreciable.

- a) **Tensión en bornes cuando se desconecta la carga manteniendo constante la excitación.**

De la expresión de la potencia activa de un generador síncrono trifásico de polos salientes se puede despejar el valor de la f.e.m. E_0 .

$$E_0 = \left[P - 3 \cdot \frac{V^2 \cdot (X_d - X_q)}{2 \cdot X_d \cdot X_q} \cdot \sin(2\theta) \right] \cdot \frac{X_d}{3 \cdot V \cdot \sin \theta}$$

La reactancia síncrona transversal (X_q) es suma de la reactancia de reacción de inducido transversal y la reactancia de dispersión, mientras que la reactancia síncrona longitudinal (X_d) es suma de la reactancia de reacción de inducido longitudinal y la reactancia de dispersión.

$$X_q = X_{iq} + X_\sigma = 1 + 0,4 = 1,4 \Omega$$

$$X_d = X_{id} + X_\sigma = 1,5 + 0,4 = 1,9 \Omega$$

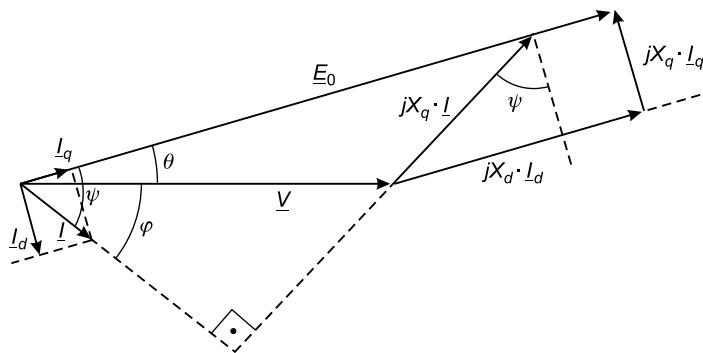
Despejando, se obtiene el valor de la f.e.m. E_0 :

$$E_0 = \left[34 \cdot 10^6 - 3 \cdot \frac{\left(\frac{15.000}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot (1,9 - 1,4)}{2 \cdot 1,9 \cdot 1,4} \cdot \sin(2 \cdot 10,6^\circ) \right] \cdot \frac{1,9}{3 \cdot \left(\frac{15.000}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sin(10,6^\circ)}$$

$$E_0 = 10.476,75 \text{ V} \Rightarrow U_0 = E_0 \cdot \sqrt{3} = 18.146,3 \text{ V}$$

- b) **El factor de potencia cuando funciona en carga.**

Según el diagrama vectorial del generador síncrono de polos salientes (Figura 12.23), si se estudian las proyecciones sobre los ejes transversal y longitudinal, se obtienen las siguientes igualdades:

**FIGURA 12.23.**

Proyección sobre el eje transversal (q):

$$E_0 = V \cdot \cos \theta + X_d \cdot I_d$$

Proyección sobre el eje longitudinal (d):

$$V \cdot \sin \theta = X_q \cdot I_q$$

Calculando la relación existente entre la intensidad transversal (I_q) y la longitudinal (I_d), se calcula el factor de potencia. Esta relación se puede obtener dividiendo las dos ecuaciones anteriormente obtenidas.

$$\frac{X_d \cdot I_d}{X_q \cdot I_q} = \frac{E_0 - V \cdot \cos \theta}{V \cdot \sin \theta} \Rightarrow \frac{I_d}{I_q} = \frac{E_0 - V \cdot \cos \theta}{V \cdot \sin \theta} \cdot \frac{X_q}{X_d}$$

$$\frac{I \cdot \sin \psi}{I \cdot \cos \psi} = \frac{E_0 - V \cdot \cos \theta}{V \cdot \sin \theta} \cdot \frac{X_q}{X_d} \Rightarrow \tan(\psi) = \frac{E_0 - V \cdot \cos \theta}{V \cdot \sin \theta} \cdot \frac{X_q}{X_d}$$

$$\tan \psi = \frac{E_0 - V \cdot \cos \theta}{V \cdot \sin \theta} \cdot \frac{X_q}{X_d} = \frac{\frac{10.476,75 - \frac{15.000}{\sqrt{3}} \cdot \cos(10,6^\circ)}{15.000} \cdot \frac{1,4}{1,9}}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot \sin(10,6^\circ)} = 0,9085$$

$$\psi = \arctan(0,9085) = 42,26^\circ$$

Conocido el ángulo ψ y el ángulo θ , se obtiene el ángulo φ y, por tanto, el factor de potencia:

$$\psi = \theta + \varphi \Rightarrow \varphi = \psi - \theta = 42,26^\circ - 10,6^\circ = 31,66^\circ$$

$$\cos \varphi = \cos(31,66^\circ) = 0,851$$

c) La intensidad de salida del generador cuando funciona en carga.

Conocido el factor de potencia, el cálculo de la intensidad resulta inmediato.

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{34 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 15.000 \cdot \cos(31,66^\circ)} = 1.537,41 \text{ A}$$

12.2. Ejercicios propuestos

EJERCICIO 16

Se tiene un alternador trifásico de rotor cilíndrico de 800 kVA de potencia nominal, conectado en estrella, que genera a 50 Hz y 6.300 V entre fases y cuya resistencia efectiva por fase es de $0,9\ \Omega$, siendo la reactancia síncrona por fase (admitida constante) de $18\ \Omega$. Determinar, a plena carga y con un factor de potencia de 0,8 inductivo, la f.e.m. inducida en vacío con la excitación correspondiente a la tensión nominal en bornes, así como el ángulo de par.

EJERCICIO 17

Un generador síncrono trifásico de rotor cilíndrico de 15 kV y 3.000 rpm funciona a tensión nominal generando 5 MW. Si se desconecta de la red a la que está acoplado, manteniendo constante la intensidad por el rotor, la tensión en bornes pasa a ser de 16 kV y el ángulo de par se reduce en 6° .

Calcular, despreciando los efectos de la saturación:

- Valor de la reactancia síncrona del alternador.
 - Factor de potencia con el que estaba trabajando el alternador antes de desconectarlo.
 - Si antes de desconectarlo de la red se incrementase su intensidad de excitación en un 10%, manteniéndose constante el par aplicado a su eje y el valor de la tensión en bornes, calcular:
- c) El valor del nuevo ángulo de par.

EJERCICIO 18

Un generador síncrono de rotor cilíndrico, 25 MVA, 13,8 kV, conexión en estrella y 50 Hz está alimentando a tensión nominal una carga de 8 MVA con un factor de potencia 0,8 (inductivo). Calcular la intensidad de excitación, suponiendo que la máquina no está saturada y su ángulo de par es de 10° .

Datos:

- Resistencia del bobinado inducido despreciable
- Ensayo de cortocircuito: $I_e = 80\text{ A}$; $I_{cc} = 1.000\text{ A}$

EJERCICIO 19

Un generador síncrono de 1.500 rpm, 1.200 V, 50 Hz, 200 kVA, rotor cilíndrico y conexión estrella posee una reactancia síncrona de $2\ \Omega$. Cuando funciona en vacío con una intensidad de excitación de 8 A, la tensión en bornes del generador es la nominal.

Si se conecta una carga trifásica resistiva pura, y se mantiene constante el valor de la intensidad de excitación del generador en 8 A, la intensidad de cada fase de alimentación a la carga es de 70 A. Despreciando los efectos de la saturación y el valor de la resistencia del inducido del generador, se pide:

- a) Valor de la potencia consumida por la carga.
- b) Intensidad de excitación que debe recorrer el inductor del generador para conseguir que alimente, a tensión nominal en bornes, una carga que consume una potencia de 150 kW bajo factor de potencia 0,85 inductivo.

EJERCICIO 20

Las características nominales del generador síncrono de rotor cilíndrico de la Figura 12.24 son: 3 kV, 60 Hz, 900 rpm, 800 kVA y conexión estrella.

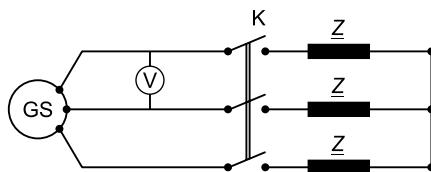


FIGURA 12.24.

El valor de la impedancia de carga (Z) correspondiente a cada fase es de 25Ω con factor de potencia inductivo puro.

Tras ajustar la intensidad de excitación a 12,5 A (para dar en vacío la tensión nominal de 3.000 V a 60 Hz), se conecta la carga manteniendo la intensidad de excitación constante. En estas condiciones, la tensión en bornes pasa a ser de 2.720 V a 60 Hz, tal y como se indica en la Tabla 12.6.

Tabla 12.6.

| Carga | Voltímetro | Excitación |
|--------------|------------|------------|
| Desconectada | 3.000 V | 12,5 A |
| Conectada | 2.720 V | 12,5 A |

Despreciando los efectos de la saturación y el valor de la resistencia del inducido del generador, se pide:

- a) Valor de la reactancia síncrona cuando el generador gire a 750 rpm.
- b) Cuando el generador alimenta otra carga, es necesaria una intensidad de excitación de 14 A para mantener la tensión nominal en bornes (3.000 V a 60 Hz). Calcular la tensión que aparecerá en bornes del generador al desconectar la carga, manteniendo la excitación de 14 A constante.
- c) Calcular la tensión generada en bornes si el generador gira en vacío a 750 rpm con una intensidad de excitación de 12,5 A.

EJERCICIO 21

Un generador síncrono trifásico de 230 V, rotor cilíndrico, conexión estrella, 50 Hz y 1.500 rpm se encuentra alimentando a tensión nominal a una carga resistiva pura. En esta situación de carga, la máquina trabaja con un ángulo de par de 9° y con una intensidad de excitación de 10 A. Se sabe también que la impedancia interna del generador es $\underline{Z}_s = j \cdot 0,5 \Omega$.

Despreciando los efectos de la saturación, se pide:

- Calcular el valor de la potencia suministrada a la carga.
- Calcular la tensión que aparecería en bornes de la máquina si se desconectase la mencionada carga.

Por razones de servicio, se hace trabajar a la máquina en modo motor, alimentado a la tensión de 230 V y absorbiendo una potencia de 20 kW. Si se sabe que trabaja con un ángulo de par de 10° :

- Hallar la excitación necesaria para que trabaje en estas condiciones.

EJERCICIO 22

Una máquina síncrona trifásica de 4 polos y rotor cilíndrico tiene su estator conectado en estrella y una tensión nominal de 400 V a 50 Hz. A efectos de cálculo puede considerarse que la resistencia de inducido y los efectos de la saturación son despreciables.

La máquina, haciéndola funcionar como generador, se somete a dos ensayos. En el primer ensayo funciona en vacío, siendo necesaria una excitación de 1 A para alcanzar la tensión nominal en bornes. En el segundo ensayo se conecta a una carga inductiva pura a la que suministra una intensidad de 6,5 A con la tensión nominal en bornes. Al desconectar la carga inductiva, la tensión en bornes pasa a ser de 494 V.

A continuación se hace funcionar a la máquina como motor conectando su estator a una red trifásica de 400 V a 50 Hz, haciendo circular por su rotor una intensidad de 1,3 A y moviendo una carga que presenta un par resistente constante de 40,95 Nm.

Calcular:

- Reactancia síncrona de la máquina.
- Intensidad de excitación necesaria para conseguir alimentar a tensión nominal una carga resistiva pura en estrella de 20Ω por fase.
- Cuando trabaja como motor en las condiciones señaladas en el enunciado, determinar el ángulo de par.
- El factor de potencia que presenta el motor síncrono, ¿es inductivo o capacitivo?

EJERCICIO 23

Un generador síncrono trifásico de rotor cilíndrico tiene las siguientes características:

- Tensión nominal: 6 kV a 50 Hz
- Potencia nominal: 650 kVA

- Velocidad nominal: 750 rpm
- Reactancia síncrona: 15Ω
- Reactancia de dispersión: 5Ω
- Intensidad de excitación para conseguir en vacío la tensión nominal: 6 A

Despreciando a efectos de cálculo el valor de la resistencia del bobinado del inducido y los efectos de la saturación, se pide:

- a) Intensidad de excitación necesaria para alimentar a tensión nominal una carga que consume 400 kW con factor de potencia 0,8 inductivo.
- b) Intensidad de excitación necesaria para obtener en vacío una tensión de 6 kV a 60 Hz.
- c) En este generador, ¿qué produce mayor caída de tensión, la reacción de inducido o el flujo de fugas?

EJERCICIO 24

Un generador síncrono trifásico de 1,2 kV, 50 Hz, 4 polos, rotor cilíndrico, conexión estrella y 600 kVA tiene un regulador de tensión que mantiene en cualquier condición de funcionamiento la tensión nominal en bornes.

En vacío, la intensidad de excitación es de 10 A. Cuando la intensidad de excitación es de 11 A, la potencia activa suministrada por el generador es de 250 kW con un ángulo de par de 8 grados.

Despreciando los efectos de la saturación y el valor de la resistencia del inducido del generador, se pide:

- a) Calcular la reactancia síncrona del generador.
- b) Calcular la intensidad que circula por los bobinados del estator.

Con el objetivo de mover una carga de 615 Nm, se hace trabajar la máquina síncrona como motor, conectándola en estrella a una red trifásica de 1,2 kV y 60 Hz.

- c) Calcular la intensidad de excitación necesaria si el ángulo de par es de 6 grados.

EJERCICIO 25

Se tiene un generador síncrono trifásico de cuatro polos y rotor cilíndrico. Su estator se encuentra conectado en estrella y su tensión nominal es de 400 V.

Con el fin de obtener más datos de la máquina, se realizan los ensayos de vacío y de cortocircuito. Ambos ensayos se realizan con una velocidad de giro del rotor de 1.500 rpm.

- En el ensayo de vacío se observa que es necesaria una intensidad de excitación de 0,75 A para lograr la tensión nominal en bornes del generador.
- En el ensayo de cortocircuito se observa que es necesaria una intensidad de excitación de 0,1 A para hacer circular una intensidad por el estator de 0,45 A.

Una vez realizados los ensayos se hace girar el rotor del generador a 1.500 rpm con el fin de alimentar una carga resistiva pura de 1.250 W. Considerando despreciables la resistencia del inducido y los efectos de la saturación, calcular:

- Reactancia síncrona del generador en las condiciones de alimentación a la carga.
- Intensidad de excitación necesaria para alimentar la carga de 1.250 W a 1.500 rpm.
- Máxima potencia que podría llegar a suministrar el generador en las condiciones del apartado anterior (sin superar su tensión nominal).

Se hace trabajar la máquina síncrona como motor. Para ello se conecta su estator a una red de 400 V y 50 Hz. Excitando el rotor de la máquina con 0,9 A, se consigue arrastrar una carga con un par resistente de 4,65 Nm.

- Calcular el ángulo de par con el que trabaja la máquina en estas condiciones.

EJERCICIO 26

Una máquina síncrona de 4 polos y rotor cilíndrico trabaja como generador síncrono trifásico (conexión en estrella) de 230 V a 1.800 rpm. Cuando alimenta a la tensión nominal una carga resistiva pura de 20 kW, por las espiras del rotor circula una intensidad de 12 A.

Si se desconecta la carga, manteniendo constante la intensidad de excitación, se mide una tensión en bornes del generador de 278,2 V.

Datos:

- Resistencia por fase del inducido: $R = 0 \Omega$
- Reactancia de fugas: $X_\sigma = 0,6 \Omega$
- Número de espiras por fase del inducido: $N = 50$

Considerando despreciable la saturación, calcular:

- Valor de la reactancia síncrona del alternador.
- Valor de la intensidad de excitación necesaria para alimentar a la tensión nominal una carga inductiva de 11 kW con un factor de potencia de 0,8.
- En la situación del apartado anterior, calcular el flujo máximo que atraviesa cada espira del inducido.

Si se hace trabajar la máquina síncrona como motor, conectándola a una red de 230 V y 60 Hz:

- Calcular el par motor máximo que puede proporcionar el motor, para una intensidad de excitación de 12 A.

EJERCICIO 27

Una máquina síncrona trifásica de rotor cilíndrico tiene las siguientes características: 3 kV, 50 Hz y 4 polos. Si se le realiza el ensayo de vacío a la máquina, se comprueba que necesita una intensidad de excitación de 6 A para obtener la tensión nominal en sus bornes.

Dicha máquina se hace funcionar como motor en vacío (sin carga mecánica acoplada al eje), con el fin de mejorar el factor de potencia de una instalación que consume 50 kVA con un factor de potencia 0,8 inductivo. La instalación y el motor se alimentan desde una red trifásica de 3 kV (50 Hz). Se comprueba como, cuando el motor tiene una intensidad de excitación de 7 A, se mejora el factor de potencia total hasta la unidad. Calcular:

- a) La reactancia síncrona de la máquina.

Ahora la máquina funciona como motor alimentada a su tensión nominal y arrastrando una carga mecánica. En esta situación el motor consume 40 kW con un factor de potencia 0,8 capacitivo. Determinar:

- b) La intensidad de excitación necesaria.
- c) Par desarrollado por el motor.

NOTA: En los cálculos se considerarán despreciables la resistencia del inducido, las pérdidas internas de la máquina y los efectos de la saturación.

EJERCICIO 28

Un alternador trifásico de 15 kV, conexión estrella, rotor cilíndrico, 50 Hz, 50 MVA y 3.000 rpm tiene un regulador de tensión y un regulador de velocidad que mantienen la tensión en bornes y la frecuencia en sus valores nominales, en cualquier condición de funcionamiento.

Al cerrar el interruptor K1 la intensidad de excitación pasa de 200 a 240 A.

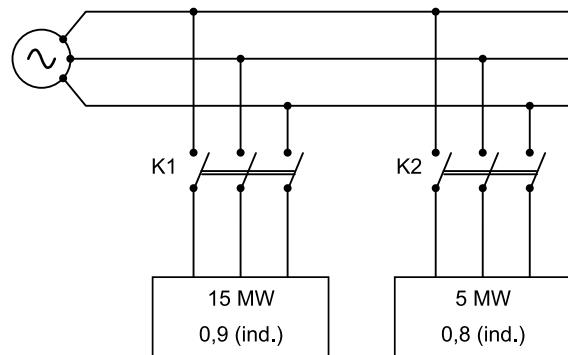


FIGURA 12.25.

Calcular, despreciando los efectos de la saturación:

- a) Estando K1 cerrado, variación que experimentará la intensidad de excitación al cerrar el interruptor K2.
- b) Resultado del ensayo de cortocircuito del alternador realizado a 3.600 rpm y 200 A de excitación.

EJERCICIO 29

Un alternador trifásico de polos salientes de 50 MVA, 15 kV y conexión estrella tiene los siguientes parámetros internos:

- Resistencia de inducido: $0,12 \Omega$
- Reactancia de fugas: $0,8 \Omega$
- Reactancia de reacción de inducido longitudinal: $3,2 \Omega$
- Reactancia de reacción de inducido transversal: $2,1 \Omega$

Funcionando a tensión nominal y plena carga con factor de potencia 0,8 inductivo, calcular:

- a) Tensión interna generada.
- b) Tensión de vacío correspondiente.

EJERCICIO 30

Un alternador de polos salientes de 11,5 kV, 50 Hz, 5 MVA y conexión estrella se ensaya con los siguientes resultados:

— Ensayo de vacío:

- $I_e = 50 \text{ A}$
- $U_0 = 5,6 \text{ kV}$

— Ensayo de cortocircuito:

- $I_e = 45 \text{ A}$
- $I_{cc} = 200 \text{ A}$

En su ensayo de deslizamiento se determina que la relación entre sus reactancias síncronas longitudinal y transversal es de 1,7826.

Calcular, cuando suministra, a su tensión nominal, una potencia de 3.600 kW bajo un factor de potencia 0,9 inductivo (considerando despreciable la resistencia por fase del estator, las pérdidas de potencia y la influencia de la saturación), los siguientes apartados:

- a) Porcentaje que supone el par de reluctancia en relación al par total.
- b) Número de polos del alternador si el par total es de 57.200 Nm.
- c) Disminución que debe experimentar la excitación para que, al desconectar la carga, se mantenga la tensión nominal en bornes.

12.3. Soluciones

12.3.1. Ejercicios resueltos

1. a) $E_0 = 8.439,5 \text{ V}$; $\theta = 4,38^\circ$
2. a) $X_s = 3,24 \Omega$ b) $\Delta\theta = -12,68^\circ$ c) $\Phi_0 = 0,0319 \text{ Wb}$
d) $\Phi_r = 0,0329 \text{ Wb}$ e) $I_e = 14,136 \text{ A}$

- 3.** a) $\cos \varphi = 0,653$ b) $I_e = 8,75 \text{ A}$ c) $\theta = 12,2^\circ$ d) $C_m = 591,55 \text{ Nm}$
- 4.** a) $X_s = 2,305 \Omega$ b) $\theta = 19,45^\circ$ c) $I_e = 14,42 \text{ A}$ d) $U = 1.000 \text{ V}$
- 5.** a) $\theta_{\text{geométricos}} = 90^\circ$ b) $X_s = 2,75 \Omega$ c) $I_e = 12,117 \text{ A}$
- 6.** a) $X_s = 0,68 \Omega$ b) $U_0 = 340,78 \text{ V}$ c) $I_e = 10,09 \text{ A}$
- 7.** a) $X_s = 0,69 \Omega$ b) $I_e = 11,4 \text{ A}$ c) $\theta = 0^\circ$
- 8.** a) $\Phi_0 = 0,0234 \text{ Wb}$ b) $\cos \varphi = 0,8666 \text{ (ind.)}$ c) $P = 260,048 \text{ kW}$
d) $Q = 149,739 \text{ kVAr}$
- 9.** a) $X_s = 0,87 \Omega$ b) $U_0 = 161,97 \text{ V}$ c) $U_0 = 276 \text{ V}$ d) $I_{cc} = 80,45 \text{ A}$
- 10.** a) $I_e = 5,4 \text{ A}$ b) $I_e = 4,17 \text{ A}$ c) $\theta = 8,29^\circ$
- 11.** a) $X_s = 3,475 \Omega$ b) $I_e = 12,25 \text{ A}$ c) $I_e = 15,41 \text{ A}$
- 12.** a) $E_0 = 111,06 \text{ V}$ b) $1,47$ c) $I = 7,73 \text{ A}$
- 13.** a) $U = 6.663,64 \text{ V}$ b) $I_e = 6,84 \text{ A}$ c) $n = 386,4 \text{ rpm}$
- 14.** a) $P = 1.351,45 \text{ kW}$ b) $Q = 997,79 \text{ kVAr}$ c) $\cos \varphi = 0,8045$
d) $I = 96,988 \text{ A}$
- 15.** a) $U_0 = 18.146,3 \text{ V}$ b) $\cos \varphi = 0,851$ c) $I = 1.537,41 \text{ A}$

12.3.2. Ejercicios propuestos

- 16.** a) $E_0 = 4.595,6 \text{ V}; \theta = 12,77^\circ$
- 17.** a) $X_s = 5,017 \Omega$ b) $\cos \varphi = 0,878 \text{ (ind.)}$ c) $\theta = 5,45^\circ$
- 18.** a) $I_e = 123,356 \text{ A}$
- 19.** a) $P = 142,49 \text{ kW}$ b) $I_e = 9,18 \text{ A}$
- 20.** a) $X_s = 2,145 \Omega$ b) $U_0 = 3.360 \text{ V}$ c) $U_0 = 2.500 \text{ V}$
- 21.** a) $P = 16.757,07 \text{ W}$ b) $U_0 = 232,87 \text{ V}$ c) $I_e = 10,75 \text{ A}$
- 22.** a) $X_s = 8,35 \Omega$ b) $I_e = 1,08 \text{ A}$ c) $\theta = 14,96^\circ$ d) Capacitivo
- 23.** a) $I_e = 6,82 \text{ A}$ b) $I_e = 5 \text{ A}$ c) La reacción de inducido
- 24.** a) $X_s = 0,882 \Omega$ b) $I = 139,247 \text{ A}$ c) $I_e = 6,79 \text{ A}$
- 25.** a) $X_s = 68,43 \Omega$ b) $I_e = 0,85 \text{ A}$ c) $P = 2.651,41 \text{ W}$ d) $\theta = 15,09^\circ$

- 26.** a) $X_s = 1,8 \Omega$ b) $I_e = 13,24 \text{ A}$ c) $\Phi_r = 10,96 \text{ mWb}$
d) $Cm = 188,6 \text{ Nm}$
- 27.** a) $X_s = 50 \Omega$ b) $I_e = 7,13 \text{ A}$ c) $Cm = 254,65 \text{ Nm}$
- 28.** a) $\Delta I_e = 21,786 \text{ A} (9,07\%)$ b) $I_{cc} = 1.792,72 \text{ A}$
- 29.** a) $E_r = 9.829,83 \text{ V}$ b) $E_0 = 14.701 \text{ V}$
- 30.** a) 38,18% b) Número polos = 10 c) $\Delta I_e = 25,21 \text{ A}$

CURVAS DE CARACTERÍSTICAS MAGNÉTICAS



ANEXO

A



- A.1. Curva característica magnética
- A.2. Pérdidas en el hierro



A.1. Curva característica magnética

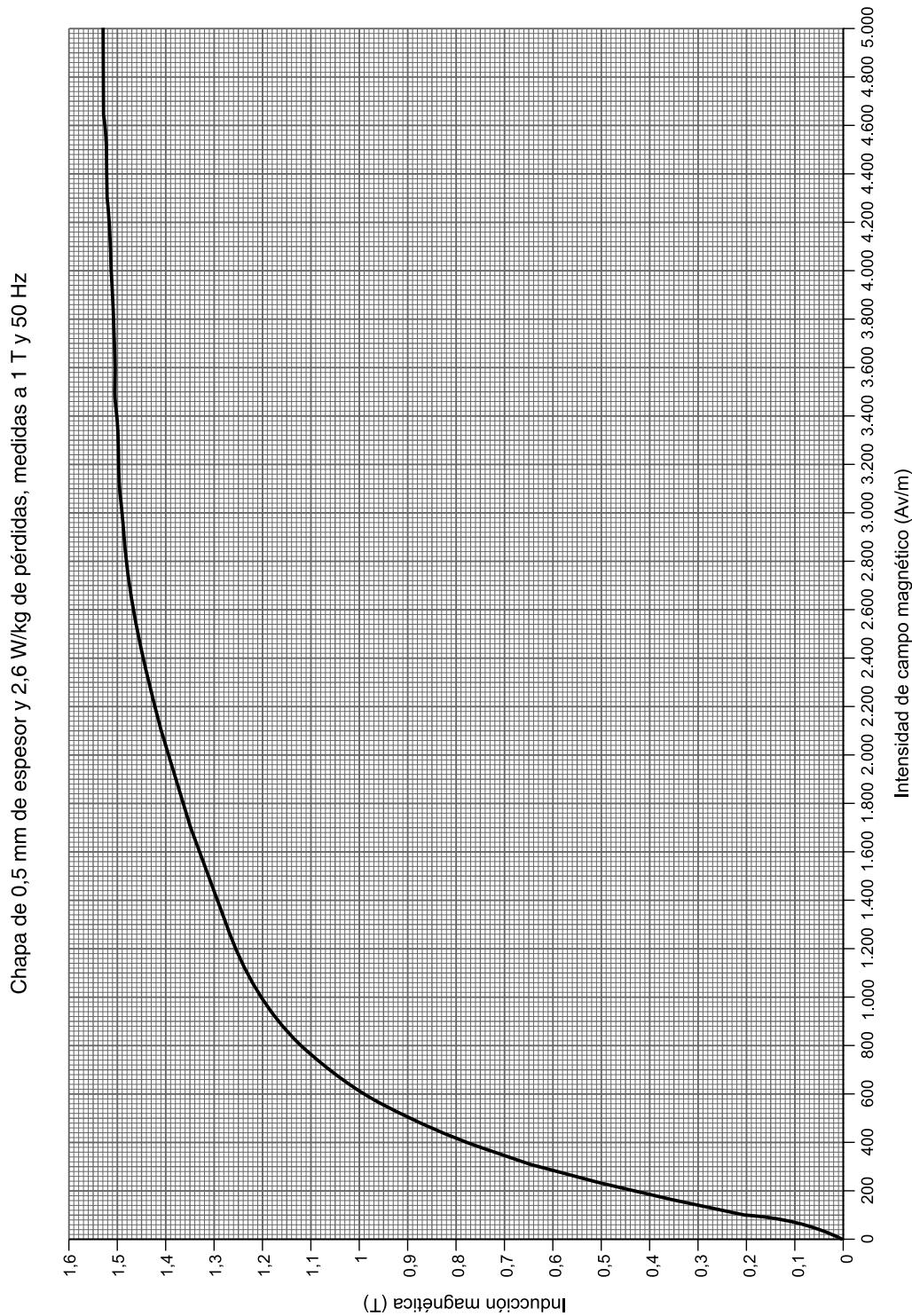


Figura A1. Curva característica magnética.

A.2. Pérdidas en el hierro

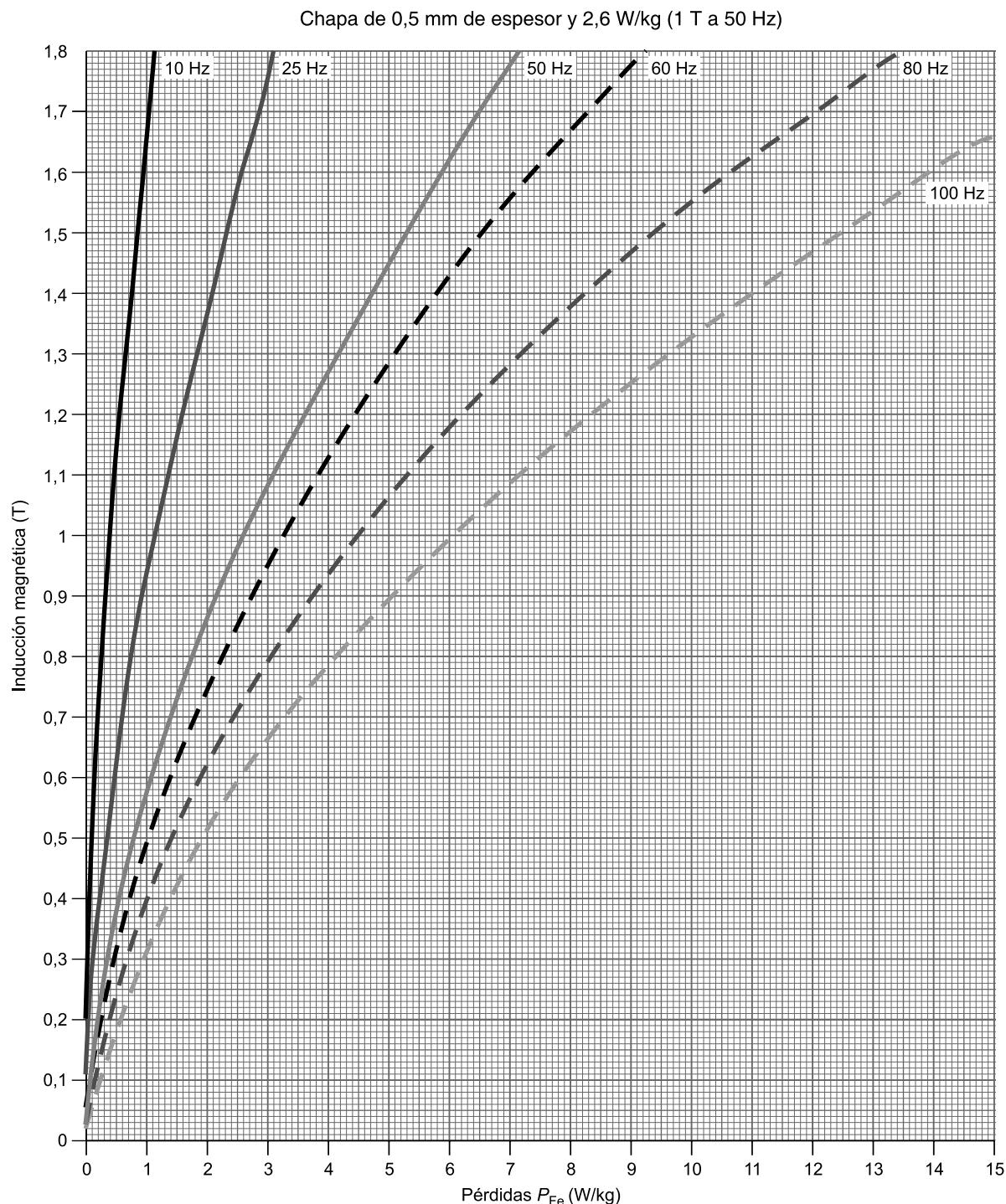


Figura A2. Pérdidas en el hierro.

GRUPOS DE CONEXIÓN DE TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS



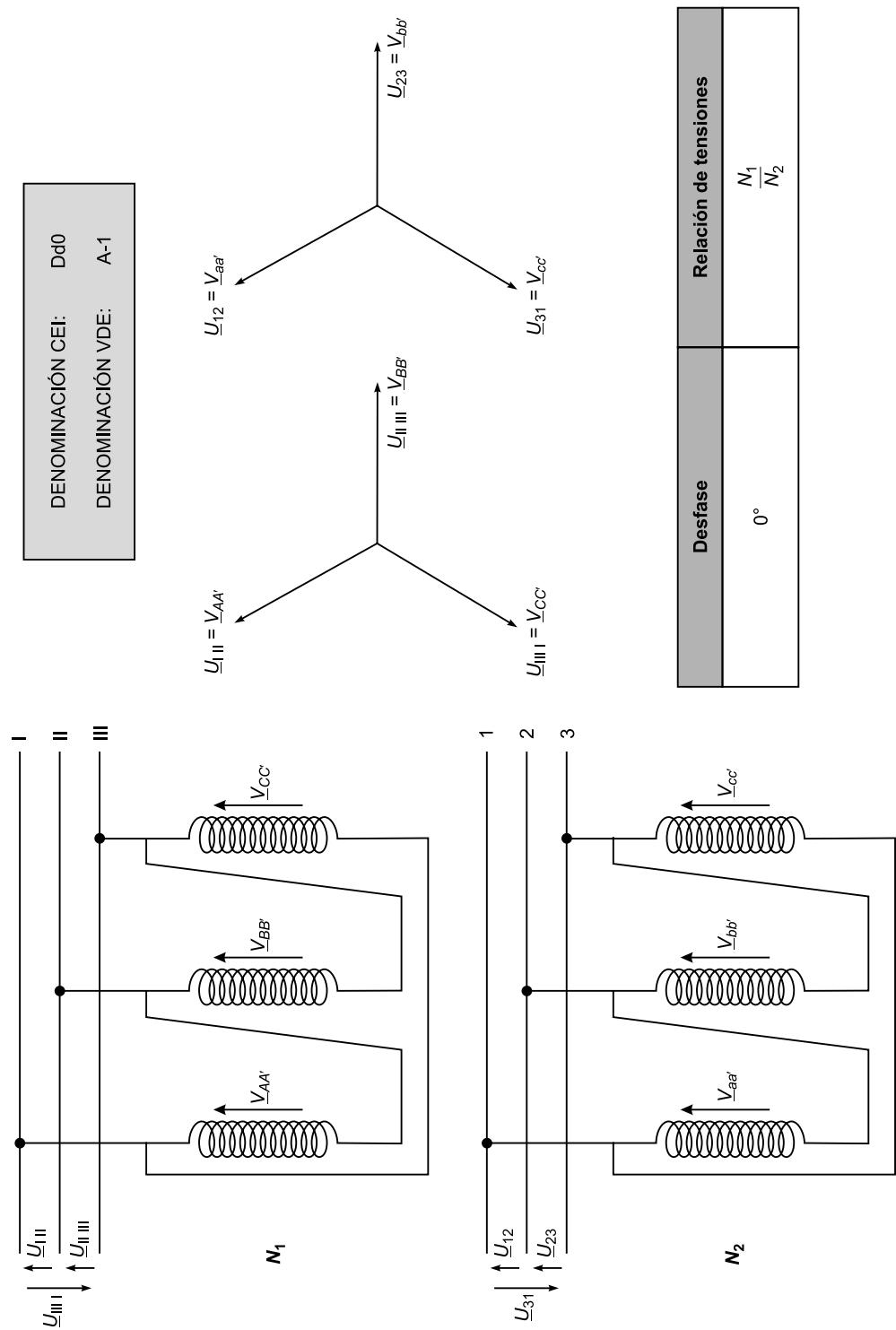
ANEXO

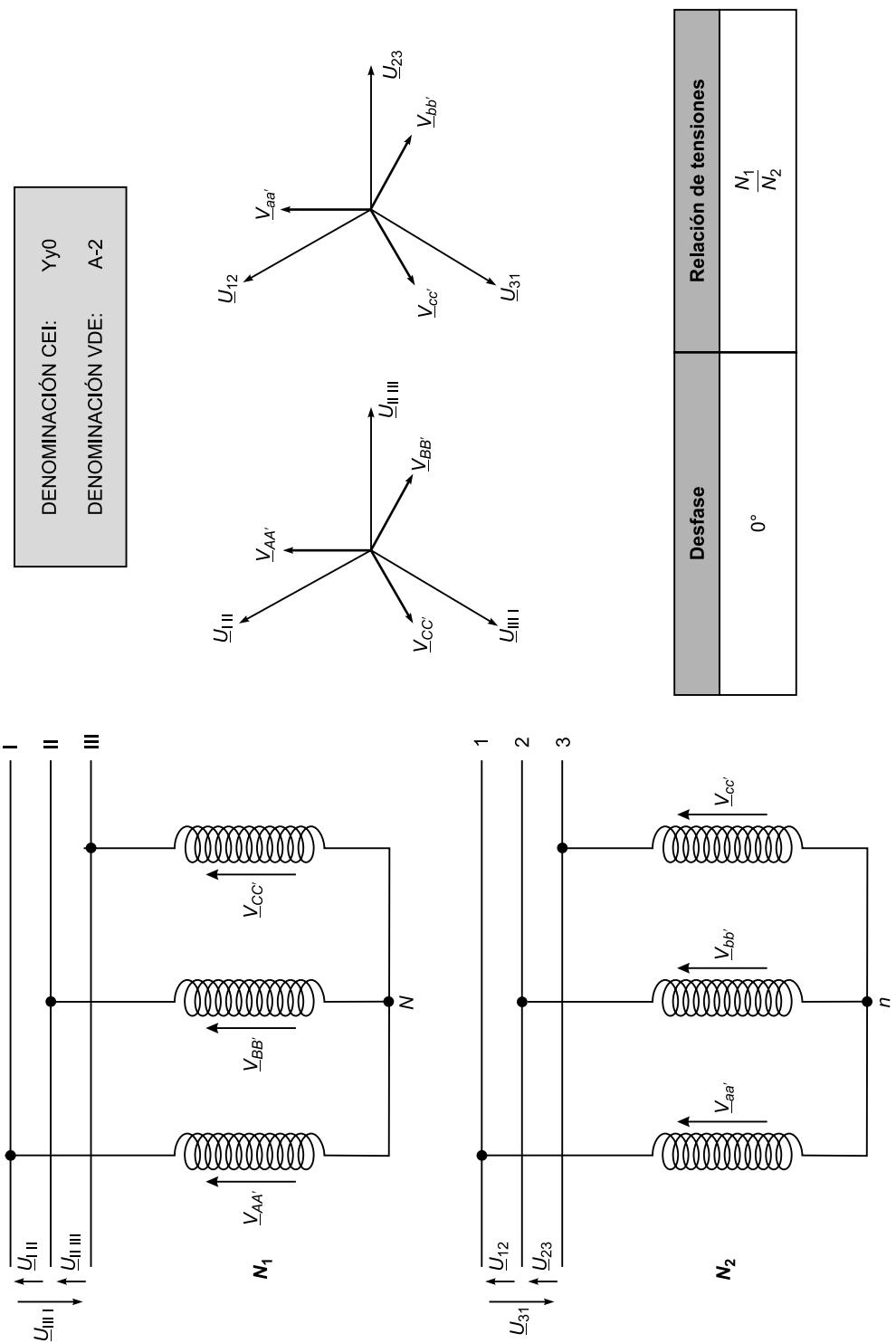
B

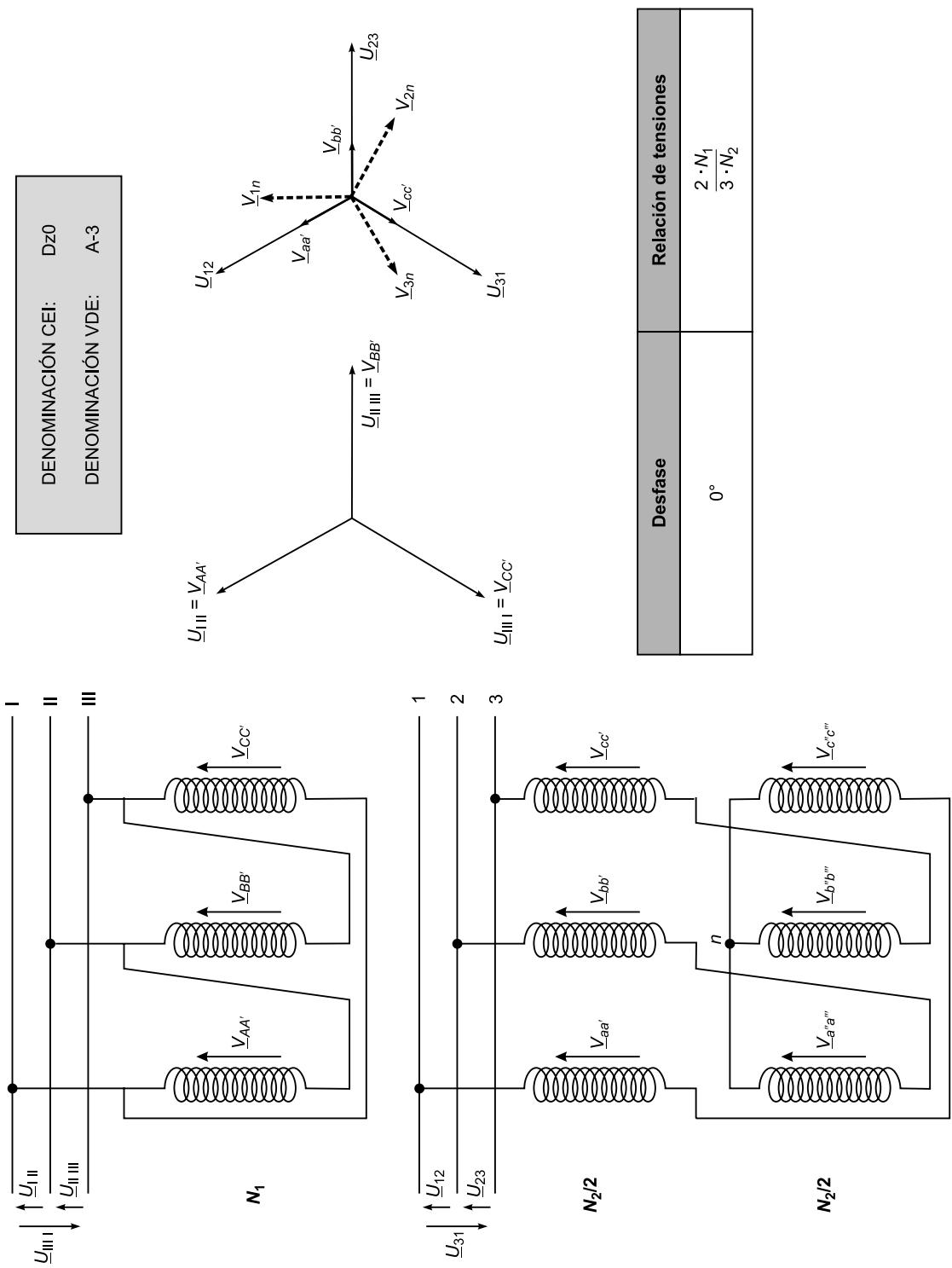
- B.1.** Grupo A
- B.2.** Grupo B
- B.3.** Grupo C
- B.4.** Grupo D



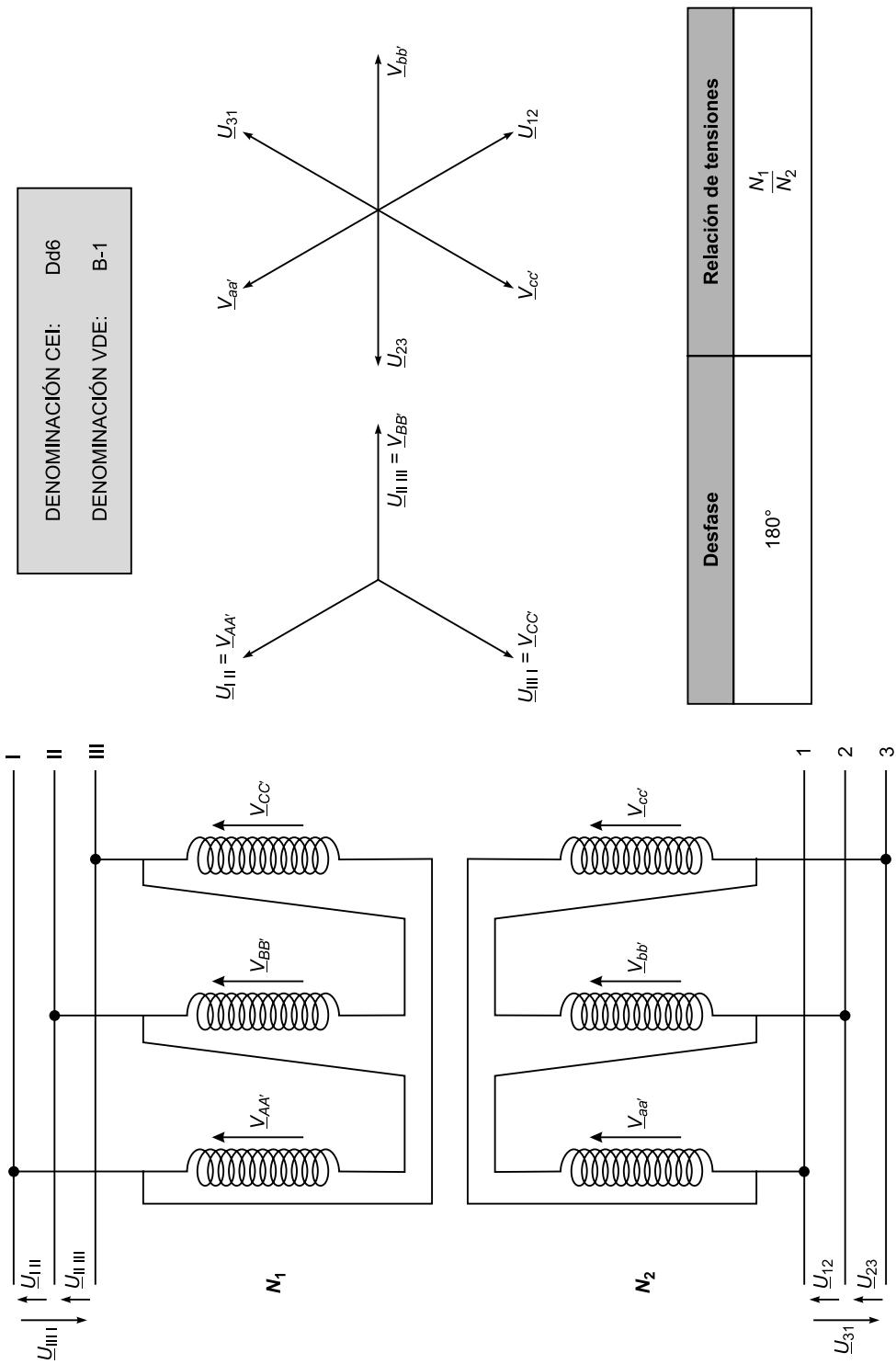
B.1. Grupo A

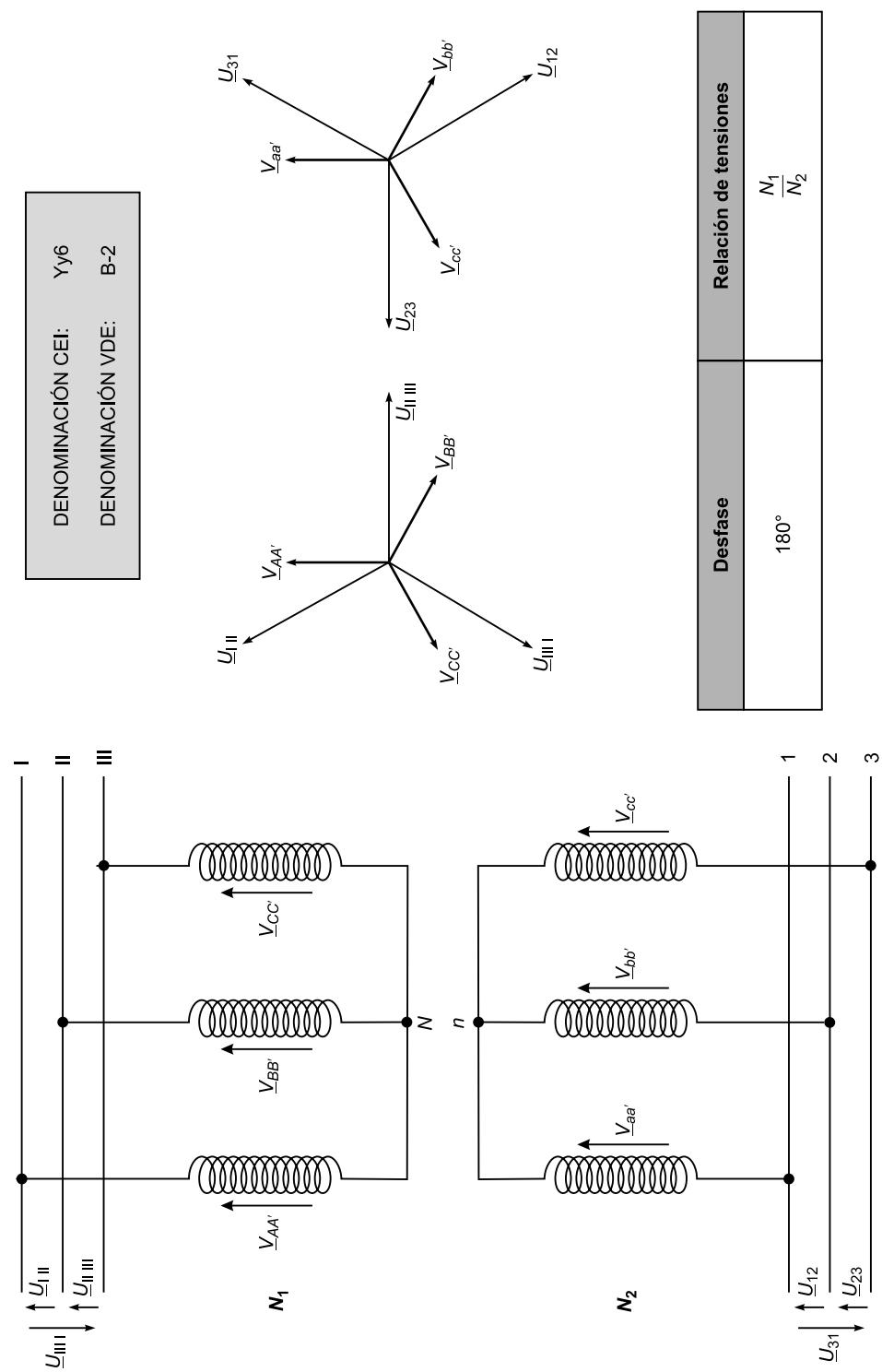


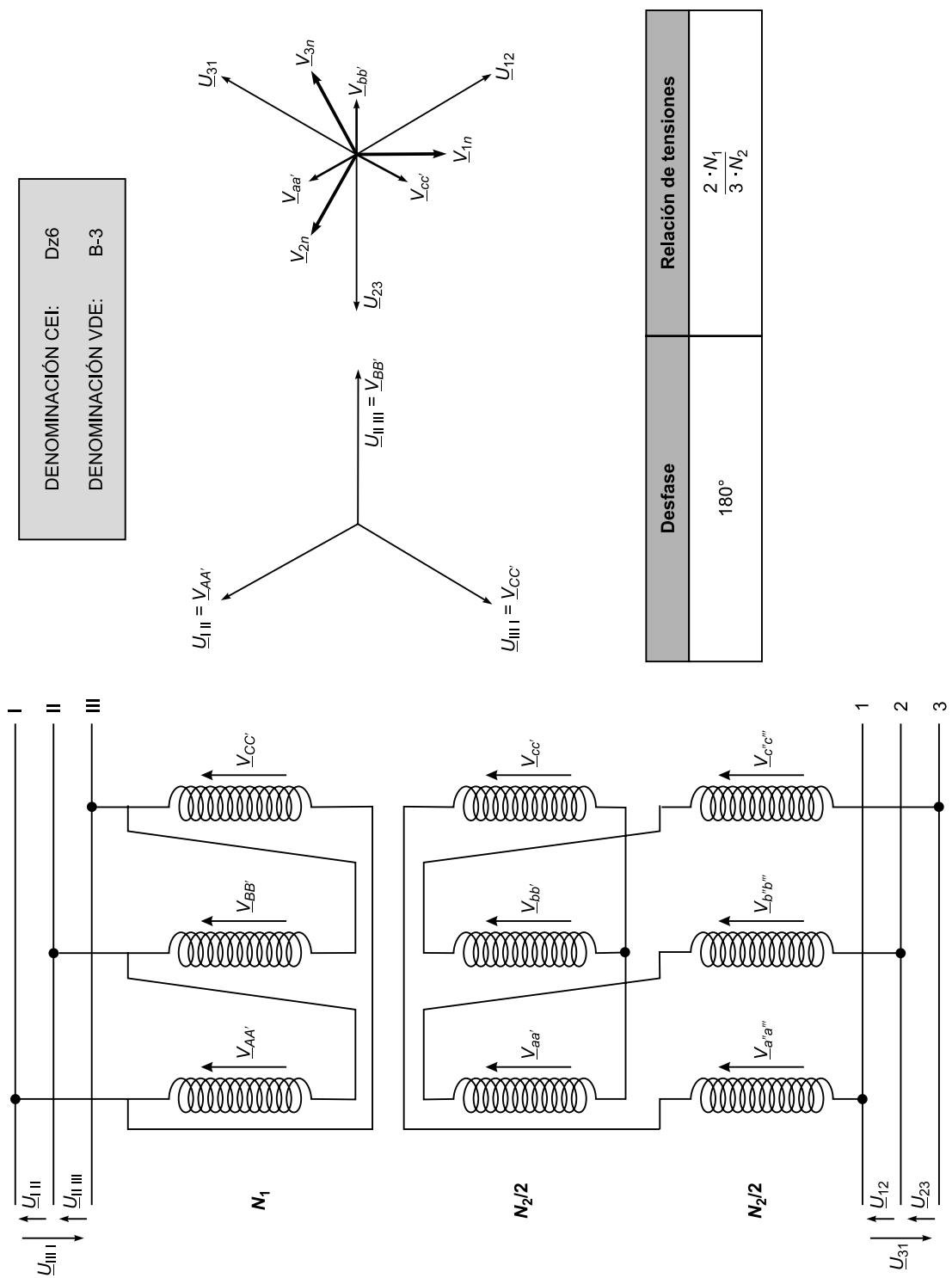




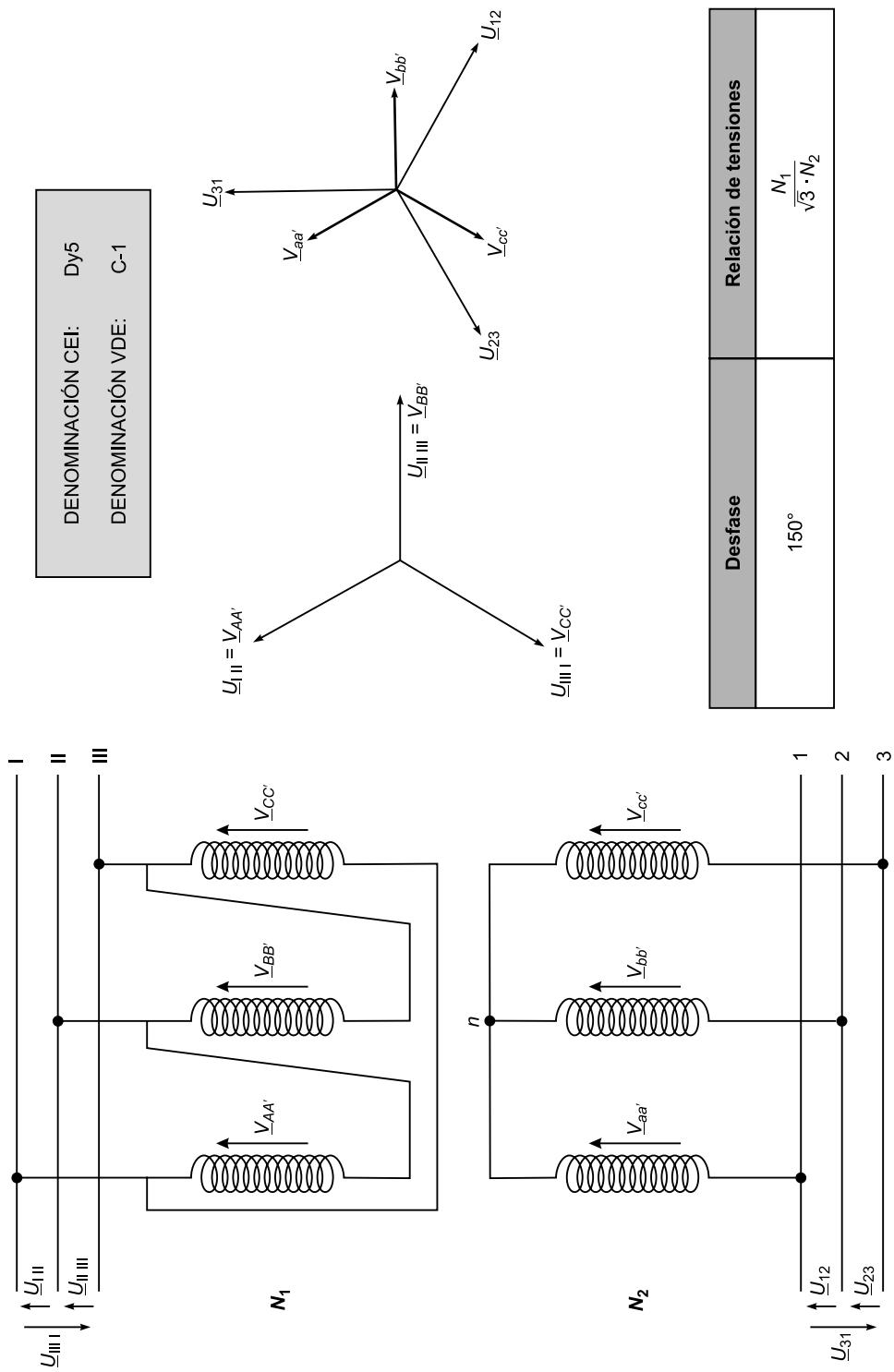
B.2. Grupo B

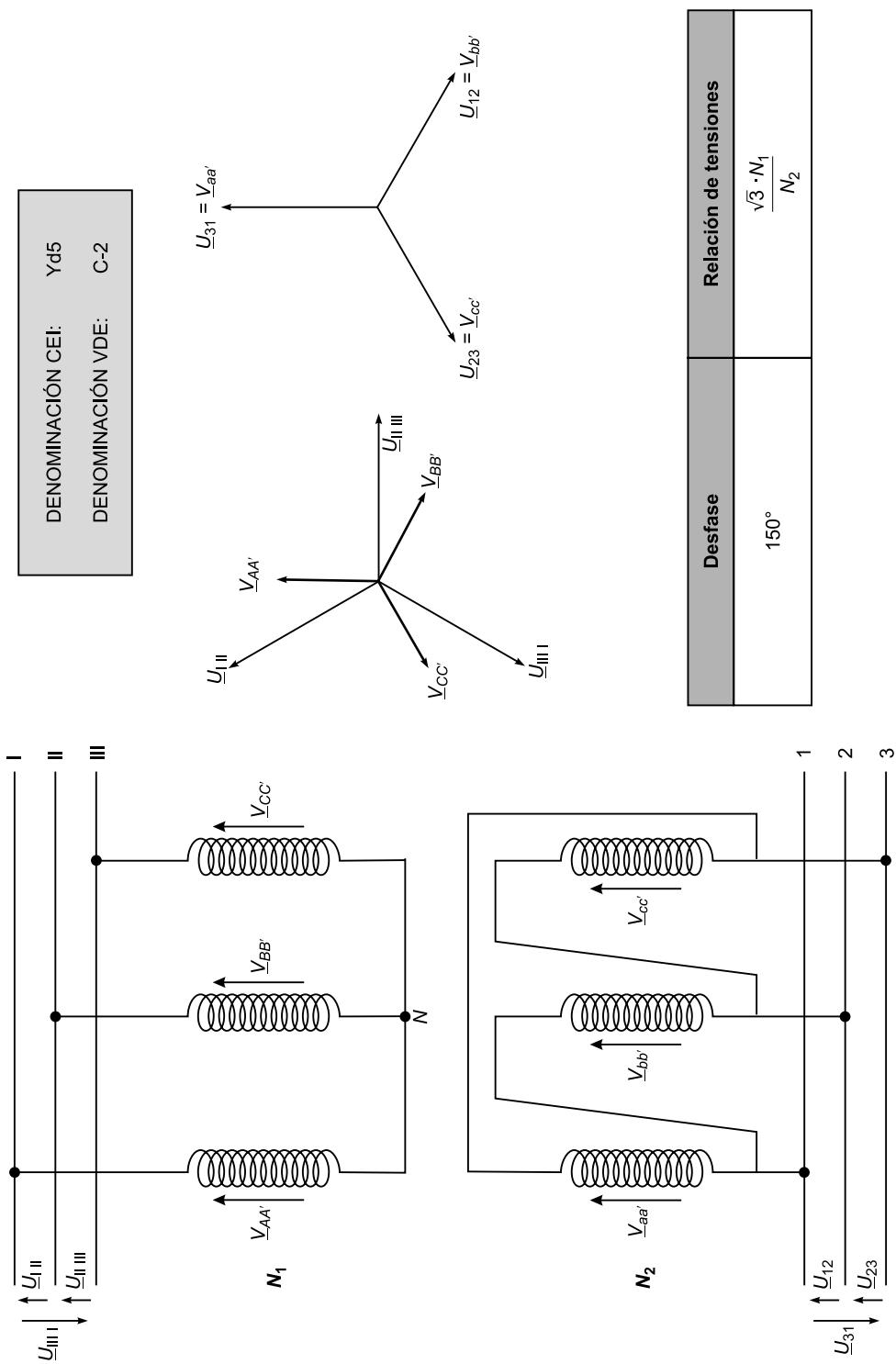


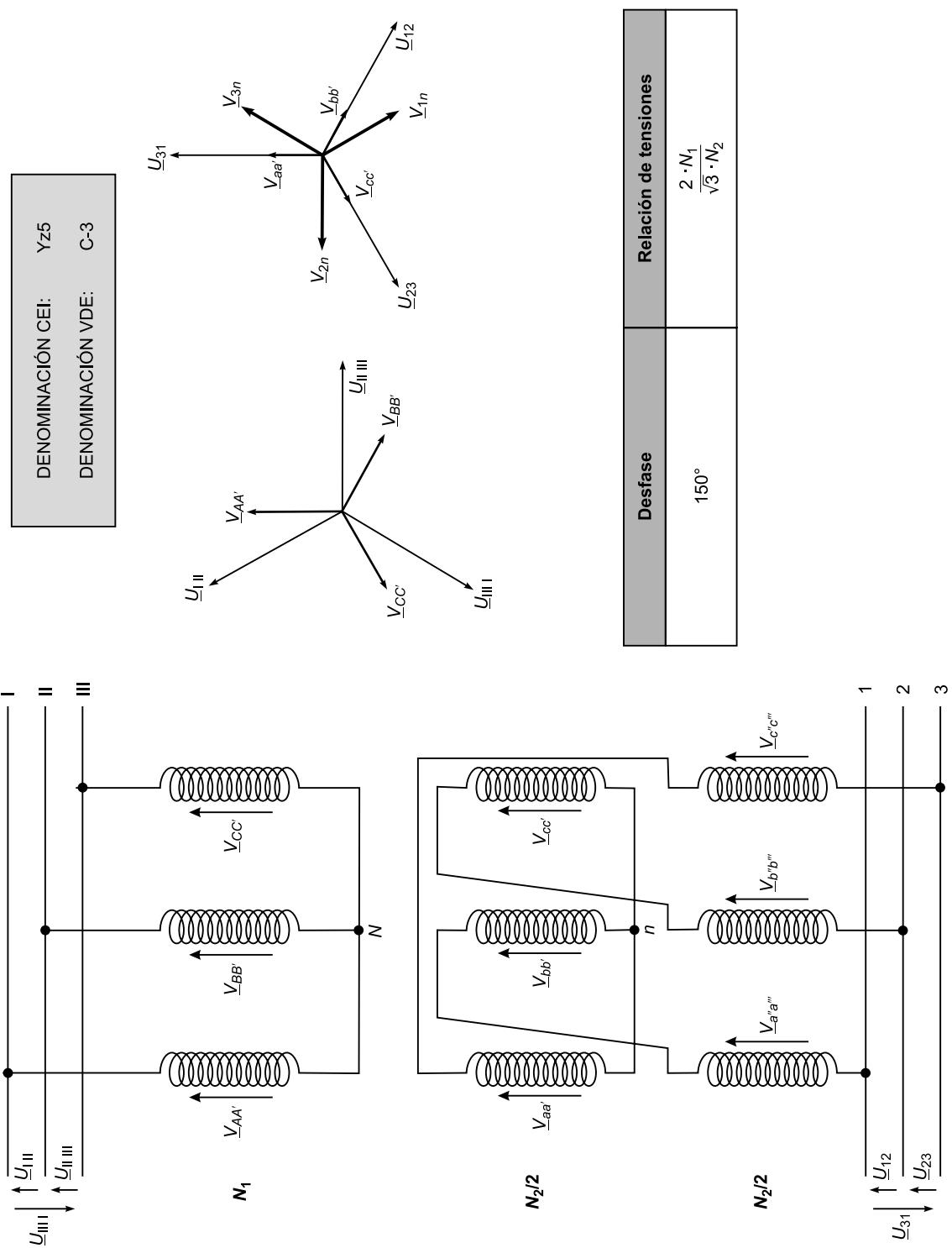




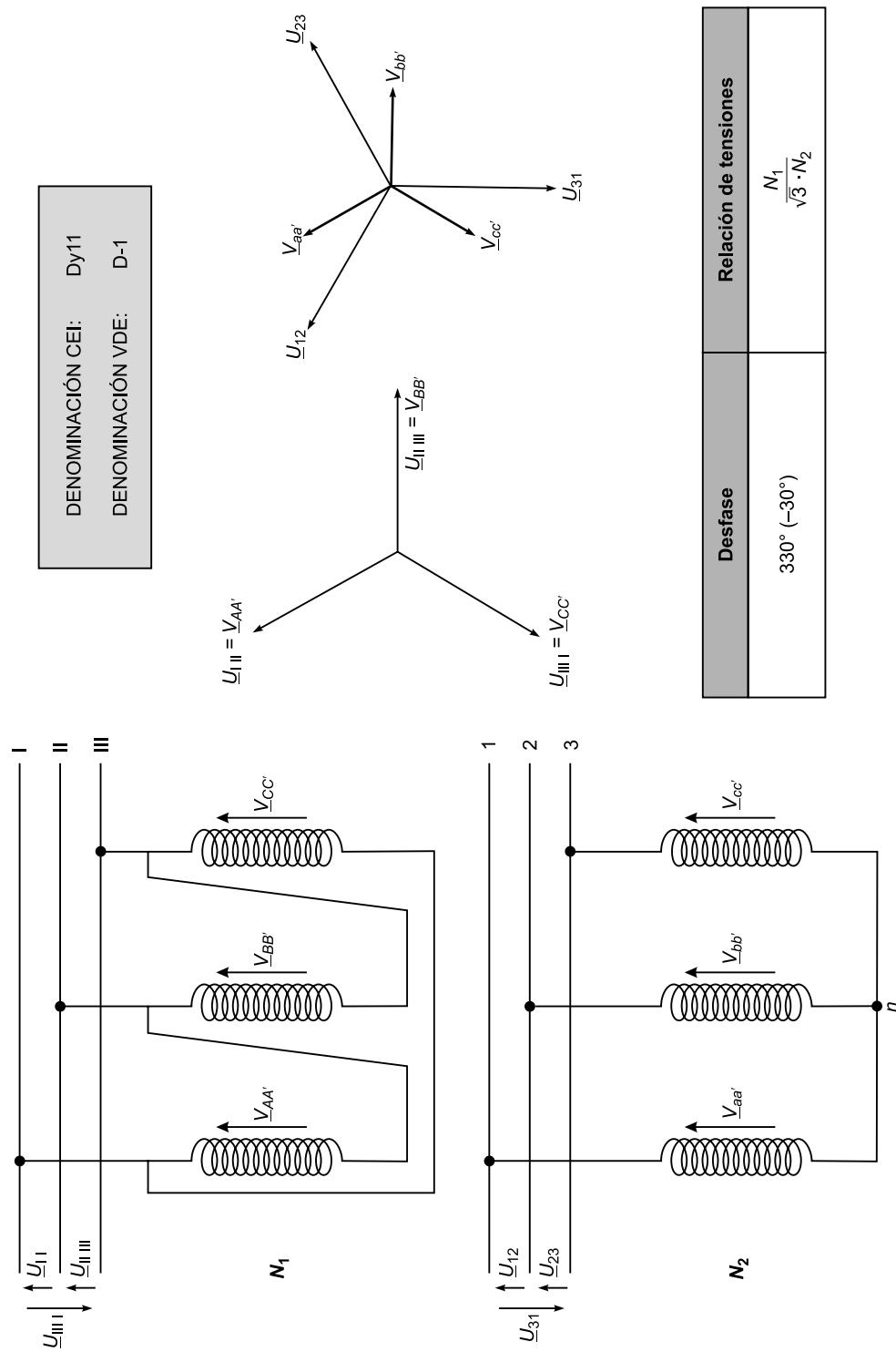
B.3. Grupo C

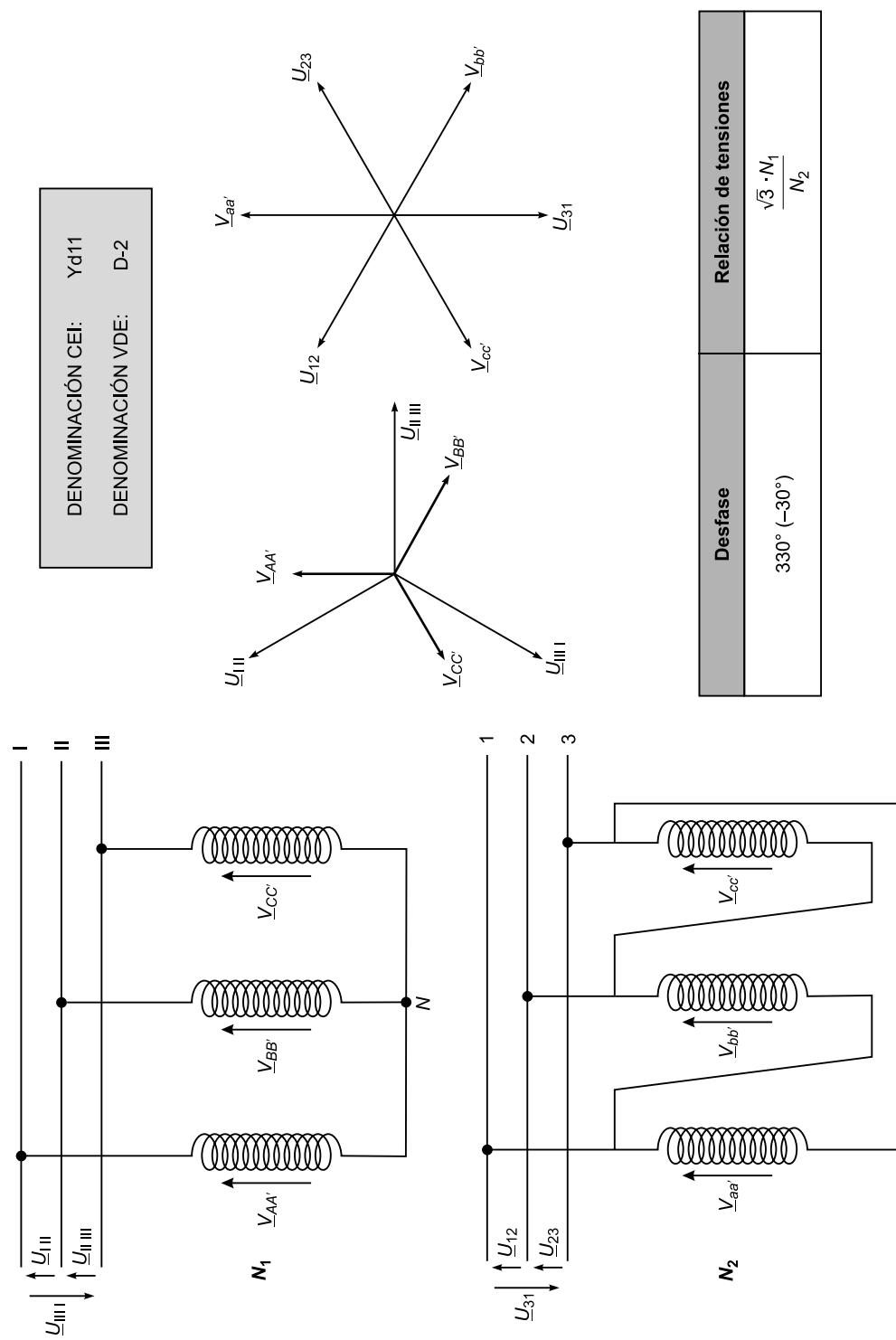


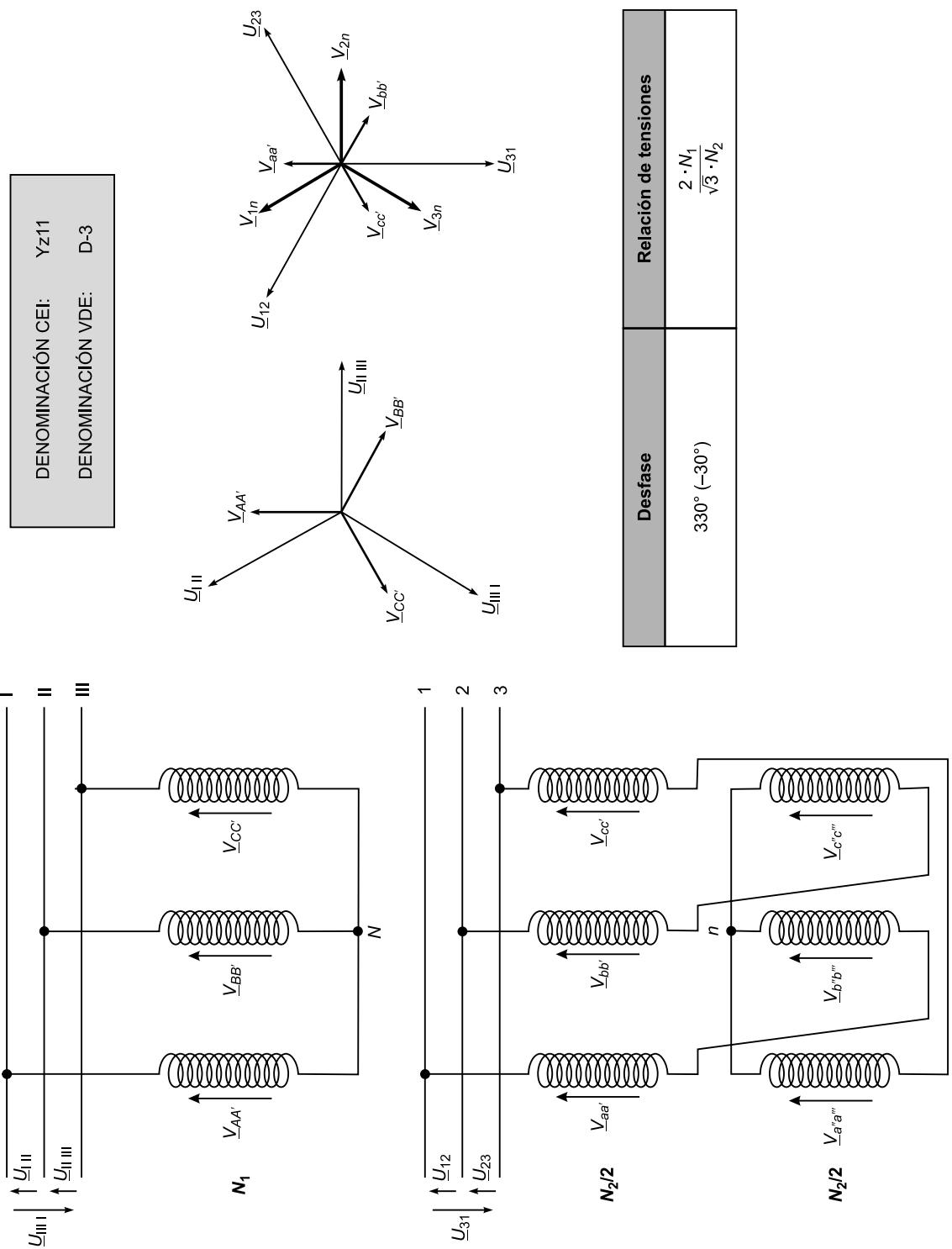




B.4. Grupo D







MAGNITUDES Y CONVERSIÓN DE UNIDADES



ANEXO

C



- C.1. Unidades del Sistema Internacional (SI)
- C.2. Factores de conversión
- C.3. Alfabeto griego



C.1. Unidades del Sistema Internacional (SI)

C.1.1. Unidades base

El Sistema Internacional está basado en siete unidades fundamentales, denominadas de base, las cuales se asume que son independientes entre sí. En la Tabla C.1 se muestran alfabéticamente dichas unidades, junto con su denominación y símbolo.

Tabla C.1. Unidades base.

| Magnitud base | | Unidad base SI | | Unidad dimensional |
|---------------------------|------------------|----------------|---------|--------------------|
| Nombre | Símbolo | Nombre | Símbolo | |
| Cantidad de materia | n | mol | mol | N |
| Corriente eléctrica | I, i | amperio | A | I |
| Intensidad lumínica | I_v | candela | cd | J |
| Longitud | l, x, r , etc. | metro | m | L |
| Masa | m | kilogramo | kg | M |
| Temperatura termodinámica | T | kelvin | K | Θ |
| Tiempo, duración | t | segundo | s | T |

C.1.2. Unidades derivadas

Las unidades derivadas se obtienen de productos y cocientes de las unidades base. Algunas de ellas presentan sus unidades en términos de las unidades base, mientras que a otras, por conveniencia, se les han asignado nombres y símbolos especiales. Una lista de las más interesantes de todas ellas es la que se muestra alfabéticamente en la Tabla C.2.

Tabla C.2. Unidades derivadas.

| Unidades derivadas | | | | | |
|--|---------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|---|--|
| Magnitud derivada | Símbolo | Nombre | Símbolo | En función de otras unidades derivadas | En función de unidades base |
| Aceleración | a | metro por segundo cuadrado | m/s^2 | — | m/s^2 |
| Aceleración angular | α | radianes por segundo cuadrado | rad/s^2 | $\text{m}/(\text{m} \cdot \text{s}^2) = 1/\text{s}^2$ | LT^{-2} |
| Ángulo plano | α, β, φ , etc. | radián | rad | — | m/m |
| Área, superficie | A, S | metro cuadrado | m^2 | — | m^2 |
| Capacidad eléctrica | C | faradio | F | C/V | $\text{s}^4 \cdot \text{A}^2 / (\text{m}^2 \cdot \text{kg})$ |
| Carga eléctrica, cantidad de electricidad | q | coulombio | C | — | $\text{s} \cdot \text{A}$ |
| Conductancia eléctrica | G | siemens | S | A/V | $\text{s}^3 \cdot \text{A}^2 / (\text{m}^2 \cdot \text{kg})$ |
| Conductividad térmica | λ | vatio por metro Kelvin | $W/(\text{m} \cdot \text{K})$ | $W/(\text{m} \cdot \text{K})$ | $\text{M}^{-1}\text{L}^{-2}\text{T}^{3/2}$ |
| Densidad, densidad de masa | ρ, δ | kilogramo por metro cúbico | kg/m^3 | — | kg/m^3 |
| Densidad de carga eléctrica | σ | coulombio por metro cúbico | C/m^3 | C/m^3 | $\text{s} \cdot \text{A}/\text{m}^3$ |
| Densidad de carga superficial | ρ | coulombio por metro cuadrado | C/m^2 | C/m^2 | $\text{s} \cdot \text{A}/\text{m}^2$ |
| Densidad de corriente | j | amperio por metro cuadrado | A/m^2 | — | A/m^2 |
| Densidad de energía | U | julio por metro cúbico | J/m^3 | J/m^3 | $\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$ |
| Densidad de flujo eléctrico | D | coulombio por metro cuadrado | C/m^2 | C/m^2 | $\text{s} \cdot \text{A}/\text{m}^2$ |
| Densidad de flujo magnético, inducción magnética | B | tesla | T | Wb/m^2 | $\text{kg}/(\text{s}^2 \cdot \text{A})$ |
| Energía, trabajo, cantidad de calor | E, W, Q | julio | J | $\text{N} \cdot \text{m}$ | $\text{m}^2 \cdot \text{kg}/\text{s}^2$ |
| Energía específica | E | julio por kilogramo | J/kg | $\text{N} \cdot \text{m}/\text{kg}$ | m^2/s^2 |
| Flujo magnético | Φ | Weber | Wb | $\text{V} \cdot \text{s}$ | $\text{m}^2 \cdot \text{kg}/(\text{s}^2 \cdot \text{A})$ |
| Fuerza (peso) | F | newton | N | N | $\text{m} \cdot \text{kg}/\text{s}^2$ |
| | | | | | MLT^{-2} |

Tabla C.2. (*Continuación*).

| Magnitud derivada | | Unidades derivadas | | | | |
|--|----------------|---------------------------|------------------|---|------------------------------------|-----------------------------|
| Nombre | Símbolo | Nombre | Símbolo | En función de otras unidades derivadas | En función de unidades base | Ecuación dimensional |
| Fuerza magnetomotriz | F_{mm} | amperio | A | — | A | 1 |
| Inductancia | L | henrio | H | Wb/A | $m^2 \cdot kg/(s^2 \cdot A^2)$ | $ML^2T^{-2}I^{-2}$ |
| Intensidad de campo eléctrico | E | voltio por metro | V/m | V/m | $m \cdot kg/(s^3 \cdot A)$ | $MLT^{-3}I^{-1}$ |
| Intensidad de campo magnético | H | amperio por metro | A/m | — | A/m | IL^{-1} |
| Irradiancia, flujo de densidad de calor | I, E, G | vatio por metro cuadrado | W/m ² | W/m ² | kg/s^3 | MT^{-3} |
| Momento de fuerza, par | C, M | newton metro | N·m | N·m | $m^2 \cdot kg/s^2$ | L^2MT^{-2} |
| Permeabilidad | μ | henrio por metro | H/m | H/m | $m \cdot kg/(s^2 \cdot A^2)$ | $MLT^{-2}I^{-2}$ |
| Permeabilidad relativa | μ_r | — | — | — | — | — |
| Permitividad | ϵ | faradio por metro | F/m | F/m | $s^4 \cdot A^2/(m^3 \cdot kg)$ | $ML^{-1}I^{-3}T^{4/2}$ |
| Potencia | P | vatio | W | J/s | $m^2 \cdot kg/s^3$ | ML^2T^{-3} |
| Presión, tensión | P | pascal | Pa | N/m | $kg/(m \cdot s^2)$ | $ML^{-1}T^{-2}$ |
| Resistencia eléctrica | R | ohmio | Ω | V/A | $m^2 \cdot kg/(s^3 \cdot A^2)$ | $ML^2T^{-3}I^{-2}$ |
| Tensión, diferencia de potencial, fuerza electromotriz | V, U, E | voltio | V | W/A | $m^2 \cdot kg/(s^3 \cdot A)$ | $ML^2T^{-3}I^{-1}$ |
| Temperatura Celsius | t | grado Celsius | $^{\circ}C$ | — | K | Θ |
| Velocidad | v | metro por segundo | m/s | — | m/s | LT^{-1} |
| Velocidad angular | ω | radianes por segundo | rad/s | rad/s | $m/(m \cdot s) = s^{-1}$ | T^{-1} |
| Volumen | V | metro cúbico | m^3 | — | m^3 | L^3 |

C.1.3. Prefijos

En el Sistema Internacional están propuestos diferentes prefijos para facilitar la referencia a los múltiplos y submúltiplos decimales de sus unidades, con el fin de poder identificar fácilmente tanto los nombres como los símbolos (Tabla C.3).

Tabla C.3. Prefijos.

| Factor | Prefijo | Símbolo |
|------------|---------|---------|
| 10^{24} | yotta- | Y |
| 10^{21} | zetta- | Z |
| 10^{18} | exa- | E |
| 10^{15} | peta- | P |
| 10^{12} | tera- | T |
| 10^9 | giga- | G |
| 10^6 | mega- | M |
| 10^3 | kilo- | k |
| 10^2 | hecto- | h |
| 10^1 | deca- | da |
| 10^{-1} | deci- | d |
| 10^{-2} | centi- | c |
| 10^{-3} | mili- | m |
| 10^{-6} | micro- | μ |
| 10^{-9} | nano- | n |
| 10^{-12} | pico- | p |
| 10^{-15} | femto- | F |
| 10^{-18} | atto- | a |
| 10^{-21} | zepto- | z |
| 10^{-24} | yocto- | y |

C.1.4. Unidades ajenas al SI

Existen unidades ajenas al SI que, debido a su uso común en la vida diaria o porque pueden tener un interés particular en algunas circunstancias, son admitidas para su uso conjuntamente con el SI. Algunas de ellas están reflejadas en la Tabla C.4.

Tabla C.4. Unidades ajenas al SI.

| Magnitud | Unidad | | Relación con unidades del SI |
|-------------------------------|------------------------|------------|--|
| | Nombre | Símbolo | |
| Ángulo plano | grado | $^{\circ}$ | $1^{\circ} = (\pi/180) \text{ rad}$ |
| | minuto | ' | $1' = (1/60)^{\circ} = (\pi/10.800) \text{ rad}$ |
| | segundo | " | $1'' = (1/60)' = (\pi/648.000) \text{ rad}$ |
| Energía | electronvoltio | eV | $1 \text{ eV} = 1,60217653 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ |
| | ergio | erg | $1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ J}$ |
| Flujo magnético | maxwell | Mx | $1 \text{ Mx} = 1 \text{ G} \cdot \text{cm}^2 = 10^{-8} \text{ Wb}$ |
| Fuerza | dina | dyn | $1 \text{ dyn} = 10^{-5} \text{ N}$ |
| Inducción magnética | gauss | G | $1 \text{ G} = 1 \text{ Mx/cm}^2 = 10^{-4} \text{ T}$ |
| Intensidad de campo magnético | oersted | Oe | $1 \text{ Oe} = (10^3/4\pi) \text{ A/m}$ |
| Masa | tonelada | t | $1 \text{ t} = 10^3 \text{ kg}$ |
| Presión | bar | bar | $1 \text{ bar} = 0,1 \text{ MPa} = 100 \text{ kPa} = 10^5 \text{ Pa}$ |
| | milímetros de mercurio | mmHg | $1 \text{ mmHg} \approx 133,322 \text{ Pa}$ |
| Superficie, área | hectárea | ha | $1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2 = 10^4 \text{ m}^2$ |
| Tiempo | minuto | min | $1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ |
| | hora | h | $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3.600 \text{ s}$ |
| | día | d | $1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 1.440 \text{ min} = 86.400 \text{ s}$ |
| Volumen | litro | L, l | $1 \text{ L} = 1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 10^3 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$ |

C.2. Factores de conversión

En los siguientes apartados se muestran los factores de conversión más comunes entre los diferentes sistemas de unidades (SI, CGS, Sistema Técnico, etc.), así como con otras unidades que pudieran ser relevantes.

C.2.1. Magnitudes energéticas

Tabla C.5. Factores de conversión de magnitudes energéticas.

| | caloría (cal) | caballo de vapor · hora (CVh) | kilovatio · hora (kWh) | ergio (erg) | julio (J) | kgm |
|----------------------------------|-----------------------|-------------------------------------|---------------------------|-----------------------|--------------------|----------------------|
| caloría (cal) | 1 | $1,581 \cdot 10^{-6}$ | $1,163 \cdot 10^{-6}$ | $4,187 \cdot 10^7$ | 4,187 | 0,427 |
| caballo de vapor · hora (CVh) | $6,324 \cdot 10^5$ | 1 | 0,735 | $2,648 \cdot 10^{13}$ | $2,648 \cdot 10^6$ | $2,7 \cdot 10^5$ |
| kilovatio · hora (kWh) | $8,598 \cdot 10^5$ | 1,36 | 1 | $3,6 \cdot 10^{13}$ | $3,6 \cdot 10^6$ | $3,671 \cdot 10^5$ |
| ergio (erg) | $2,388 \cdot 10^{-8}$ | $3,777 \cdot 10^{-14}$ | $2,778 \cdot 10^{-14}$ | 1 | 10^{-7} | $1,02 \cdot 10^{-8}$ |
| julio (J) | 0,239 | $3,777 \cdot 10^{-7}$ | $2,778 \cdot 10^{-7}$ | 10^7 | 1 | 0,102 |
| kgm | 2,342 | $3,704 \cdot 10^{-6}$ | $2,724 \cdot 10^{-6}$ | $9,807 \cdot 10^7$ | 9,807 | 1 |

C.2.2. Magnitudes de potencia

Tabla C.6. Factores de conversión de magnitudes de potencia.

| | caloría/hora (cal/h) | caballo de vapor (CV) | horse power (HP) | vatio (W) |
|-----------------------|-------------------------|--------------------------|-----------------------|-----------------------|
| caloría/hora (cal/h) | 1 | $1,581 \cdot 10^{-6}$ | $1,56 \cdot 10^{-6}$ | $1,163 \cdot 10^{-3}$ |
| caballo de vapor (CV) | $6,324 \cdot 10^5$ | 1 | 0,986 | 735,499 |
| horse power (HP) | $6,412 \cdot 10^5$ | 1,014 | 1 | 745,7 |
| vatio (W) | 859,845 | $1,36 \cdot 10^{-3}$ | $1,341 \cdot 10^{-3}$ | 1 |

C.2.3. Magnitudes magnéticas

Inducción magnética

Tabla C.7. Factores de conversión de inducción magnética.

| | gauss (G) | tesla (T) |
|-----------|-----------|-----------|
| gauss (G) | 1 | 10^{-4} |
| tesla (T) | 10^4 | 1 |

Intensidad de campo magnético

Tabla C.8. Factores de conversión de intensidad de campo magnético.

| | A/m | oersted (Oe) |
|--------------|--------|------------------------------|
| A/m | 1 | $4\pi \cdot 10^{-3} = 0,013$ |
| oersted (Oe) | 79,577 | 1 |

Flujo

Tabla C.9. Factores de conversión de flujo.

| | weber (Wb) | maxwell (Mx) |
|--------------|------------|--------------|
| weber (Wb) | 1 | 10^8 |
| maxwell (Mx) | 10^{-8} | 1 |

Fuerza magnetomotriz

Tabla C.10. Factores de conversión de fuerza magnetomotriz.

| | amperio | gilbert (Gi) |
|--------------|---------|------------------|
| amperio (A) | 1 | $0,4\pi = 1,257$ |
| gilbert (Gi) | 0,796 | 1 |

C.2.4. Magnitudes mecánicas

Fuerza

Tabla C.11. Factores de conversión de fuerza.

| | dina (dyn) | kgf | newton (N) |
|------------|--------------------|----------------------|------------|
| dina (dyn) | 1 | $1,02 \cdot 10^{-6}$ | 10^{-5} |
| kgf | $9,807 \cdot 10^5$ | 1 | 9,807 |
| newton (N) | 10^5 | 0,102 | 1 |

Momento de fuerza, par

Tabla C.12. Factores de conversión de par.

| | dina · cm (dyn · cm) | kgm | newton · metro (N · m) |
|------------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| dina · cm (dyn · cm) | 1 | $1,02 \cdot 10^{-8}$ | 10^{-7} |
| kgm | $9,807 \cdot 10^7$ | 1 | 9,807 |
| newton · metro (N · m) | 10^7 | 0,102 | 1 |

C.3. Alfabeto griego

Las letras del alfabeto griego, ampliamente utilizadas en ingeniería eléctrica, así como en otras muchas disciplinas científico-tecnológicas, son las mostradas en la Tabla C.13.

Tabla C.13. Alfabeto griego.

| | | | | | | | | | | | |
|----------|---------------|----------------|-----------|---------------------|---------------|----------|----------|----------------|------------|-----------------|----------------|
| A | α | alfa | H | η | eta | N | ν | nu | T | τ | tau |
| B | β | beta | Θ | θ, ϑ | theta | Ξ | ξ | xi | Υ | υ | upsilon |
| Γ | γ | gamma | I | ι | iota | O | o | omicron | Φ | φ, ϕ | phi |
| Δ | δ | delta | K | κ | kappa | Π | π | pi | X | χ | chi |
| E | ε | epsilon | Λ | λ | lambda | P | ρ | rho | Ψ | ψ | psi |
| Z | ζ | zeta | M | μ | mu | Σ | σ | sigma | Ω | ω | omega |

BIBLIOGRAFÍA



- [1] G. Ortega Gómez, M. Gómez Alós, A. Bachiller Soler, *Problemas resueltos de máquinas eléctricas*, Madrid, Thomson-Paraninfo, 2008.
- [2] J. Fraile Mora, *Máquinas eléctricas*, Madrid, McGraw-Hill, 2008.
- [3] T. Wildi, *Máquinas eléctricas y sistemas de potencia*, México, Pearson Educación, 2007.
- [4] *The international system of units (SI)*, Bureau International des Poids et Mesures, Paris, Stedi Media, 2006.
- [5] E. E. Staff del MIT, *Circuitos magnéticos y transformadores*, Buenos Aires, Reverté, 2005.
- [6] J. Fraile Mora, *Electromagnetismo y circuitos eléctricos*, Madrid, McGraw-Hill, 2005.
- [7] J. Fraile Mora, J. Fraile Ardanuy, *Problemas de máquinas eléctricas (Serie Schaum)*, Madrid, McGraw-Hill, 2005.
- [8] S. J. Chapman, *Máquinas eléctricas*, México, McGraw-Hill, 2005.
- [9] *Transformer Handbook*, Suiza, ABB, 2004.
- [10] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley Jr, S. D. Umans, *Máquinas eléctricas*, México, McGraw-Hill, 2004.
- [11] J. Sanz Feito, *Máquinas eléctricas*, Madrid, Pearson Educación, 2002.
- [12] G. Enríquez Harper, *Curso de transformadores y motores de inducción*, México, Limusa, 2000.
- [13] E. Ras Oliva, *Transformadores de potencia, de medida y de protección*, Barcelona, Marcombo, 1998.
- [14] M. F. Cabanas, M. G. Melero, G. Orcajo, J. M. Cano, J. Solares, *Técnicas para el mantenimiento y diagnóstico de máquinas eléctricas rotativas*, Barcelona, Marcombo, 1998.
- [15] A. Thompson, B. N. Taylor, *Guide for the use of the international system of units (SI)*, NIST Special Publication 811, Gaithersburg, 1995.
- [16] M. Cortés Cherta, *Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas*, 5 volúmenes, Barcelona, Editores Técnicos Asociados, 1994.
- [17] P. F. Ryff, *Electric machinery*, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall, 1994.
- [18] W. M. Flannagan, *Handbook of transformer design and applications*, New York, McGraw-Hill, 1992.
- [19] G. McPherson, R. D. Laramore, *An introduction to electrical machines and transformers*, New York, John Wiley & Sons, 1990.

- [20] R. Sanjurjo Navarro, *Máquinas eléctricas*, Madrid, McGraw-Hill, 1990.
- [21] A. V. Ivanov-Smolenski, *Máquinas eléctricas*, 3 volúmenes, Moscú, Mir, 1984.
- [22] M. G. Say, *Alternative current machines*, London, Pitman, 1984.
- [23] M. Kostenko, L. Piotrovski, *Máquinas eléctricas*, 2 tomos, Moscú, Montaner y Simon, 1979.
- [24] A. S. Langsdorf, *Teoría de las máquinas de corriente alterna*, México, McGraw-Hill, 1977.
- [25] P. Hammond, *Electromagnetismo aplicado*, Barcelona, Labor, 1976.



Las máquinas eléctricas tienen gran importancia en la mayor parte de las titulaciones de ingeniería, siendo profundamente desarrolladas en la Ingeniería Industrial. Aun cuando existen numerosos tipos de máquinas eléctricas, indudablemente las más utilizadas son los transformadores, las máquinas síncronas y las máquinas asíncronas, es decir, aquellas englobadas en el ámbito de la corriente alterna.

Este libro está dirigido a introducir y afianzar los principios fundamentales de funcionamiento y utilización de estos tres tipos de máquinas. Previamente, en un bloque temático inicial, se estudian los conceptos básicos del electromagnetismo aplicados a dichas máquinas eléctricas, totalmente necesarios para el desarrollo y comprensión de las mismas.

Este texto, está dirigido a todos aquellos que desean iniciarse en el conocimiento de las máquinas eléctricas, ya sean estudiantes de ingeniería o profesionales que deseen tomar un primer contacto con dicha área. En él se pueden encontrar los conceptos básicos para la comprensión del funcionamiento de las máquinas eléctricas mencionadas. El estudio de cada máquina comienza con un capítulo de desarrollo teórico en el que se muestran sus aspectos fundamentales. Tras dicha presentación teórica, en un segundo capítulo se formulan una serie de preguntas tipo test de contenido teórico con el fin de que el lector pueda comprobar sus avances en el proceso de análisis.

El estudio de la máquina eléctrica en cuestión finaliza con un capítulo en el que se presenta una colección de ejercicios resueltos y propuestos que permitan al lector comprobar y afianzar mediante aplicaciones prácticas los conceptos teóricos analizados previamente.



www.pearsoneducacion.com

