Instituto Tecnológico de Buenos Aires

22.85 - Sistemas de Control

Trabajo de Laboratorio N°2: Realimentación Lineal de estados

Grupo 1

Máspero, Martina	57120
Mestanza, Joaquín Matías	58288
Nowik, Ariel Santiago	58309
Panaggio Venerandi, Guido Martin	56214
Parra, Rocío	57669
Regueira, Marcelo Daniel	58300

Profesor

Nasini, Víctor Gustavo

Presentado: 27/09/2019

Índice

1. Sistema a lazo abierto

En el circuito que simula el sistema físico, se identifican bloques amplificadores inversores con operacionales. Cuatro de ellos son de ganancia -1 y los otros dos (que definirán las variables de estado) funcionan como integradores. Es decir, su transferencia es del formato:

$$H_X(S) = -\frac{1}{SCR}$$

Donde en cada caso, para el primer y segundo integrador respectivamente se obtiene:

$$H_1(S) = -\frac{10}{S} \qquad\qquad H_2(S) = -\frac{1000}{47 \cdot S}$$

Finalmente, el diagrama en bloques a lazo abierto queda:

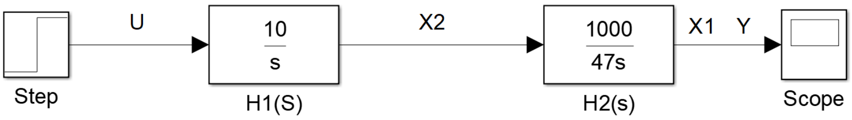

Figura 1: Transferencia del sistema a lazo abierto

Donde la transferencia de la planta a lazo abierto:

$$G_P(S) = \frac{10}{S} \cdot \frac{1000}{47 \cdot S}$$

Siendo X_1 y X_2 las variables de estado. Planteando las transferencias intermedias se obtienen las ecuaciones de estado:

$$\frac{X_2}{U} = \frac{10}{S} \Longrightarrow \dot{x_2} = 10u$$

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{1000}{47 \cdot S} \Longrightarrow \dot{x_1} = \frac{1000}{47} \cdot x_2$$

La ecuación de salida:

$$y = x_1$$

Armando el espacio de estados matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1000}{47} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Antes de poder efectuar la realimentación de estados, se analiza la controlabilidad del sistema:

$$C_m = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{10000}{47} \\ 10 & 0 \end{bmatrix} \Longrightarrow \begin{vmatrix} 0 & \frac{10000}{47} \\ 10 & 0 \end{vmatrix} = -\frac{100000}{47} \neq 0$$

Y se verifica que el rango de la matriz es 2, por lo que el sistema es totalmente controlable. A partir de la ecuación característica consierando la realimentación:

$$\left| SI - A + BK \right| = 0$$

$$\begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \frac{1000}{47} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 10k_1 & 10k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S & -\frac{1000}{47} \\ 10k_1 & S + 10k_2 \end{bmatrix} \Longrightarrow \begin{vmatrix} S & -\frac{1000}{47} \\ 10k_1 & S + 10k_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$S^2 + 10k_2 \cdot S + \frac{10000}{47} k_1 = 0$$

2. Diseño de realimentación lineal

Se quiere aplicar realimentación lineal de estados de tal manera que el sistema a lazo cerrado tenga un $OS\,\% \leq 20\,\%$. Con dicho parámetro se calcula el amortiguamiento que tendrá el sistema realimentado:

$$\xi = \frac{-ln(OS\,\%/100)}{\sqrt{\pi^2 + ln^2(OS\,\%/100)}} = 0.4559 < 1 \Longrightarrow \text{Régimen Subamortiguado}$$

Aplicando la realimentación lineal de estados, el sistema adopta el formato siguiente:

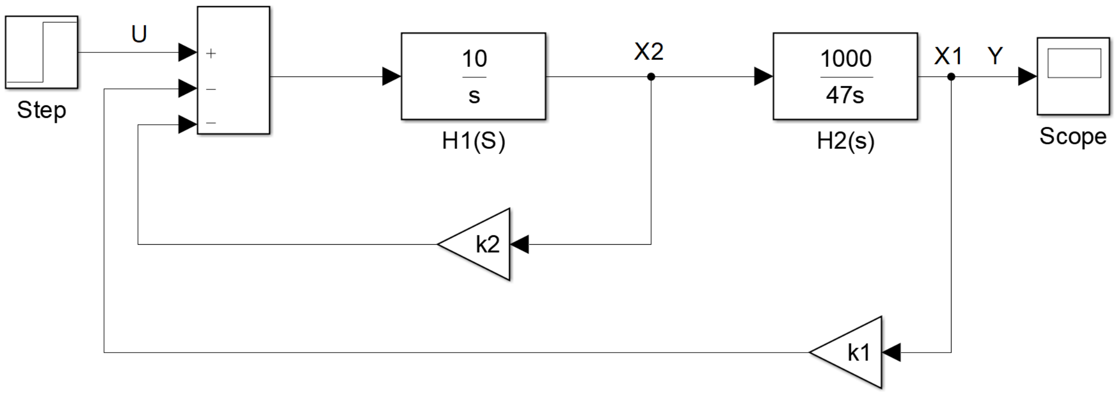

Figura 2: Sistema realimentado

Donde la transferencia $T(S)$ en función de k_1 y k_2 resulta:

$$T(S) = \frac{\frac{1000}{47}}{S^2 + 10k_2 \cdot S + \frac{10000}{47}k_1}$$

Dado que se busca también que la ganancia del sistema a lazo cerrado (numerador) sea igual al término independiente del polinomio característico (denominador), resulta $k_1 = 1$. De esta forma se tiene que:

$$\xi = 0.4559 \qquad\qquad \omega_n^2 = \frac{10000}{47}$$

Se sabe además que el término que acompaña a S en el polinomio de segundo orden es $2\xi\omega_n$, por lo que igualando resulta:

$$2\xi\omega_n = 10k_2 \Longrightarrow k_2 = 1.34$$

Finalmente, la transferencia del sistema a lazo cerrador resulta:

$$T(S) = \frac{\frac{1000}{47}}{S^2 + 13.4 \cdot S + \frac{10000}{47}}$$

3. Implementación

Para implementar la realimentación, se agregan dos resistencias que den las ganancias k_1 y k_2 buscadas, siguiendo la configuración del operacional inversor:

$$A_v = -\frac{10K\Omega}{R_k}$$

Para obtener k_1, se utiliza $R_{k_1} = 10K\Omega$, y para obtener k_2 se utiliza $R_{k_2} = 6.8K\Omega + 330\Omega$ (en serie, de manera de acercarse lo más posible al valor de k_2 calculado).

Agregando dichas resitencias, el circuito propuesto queda de la siguiente forma:

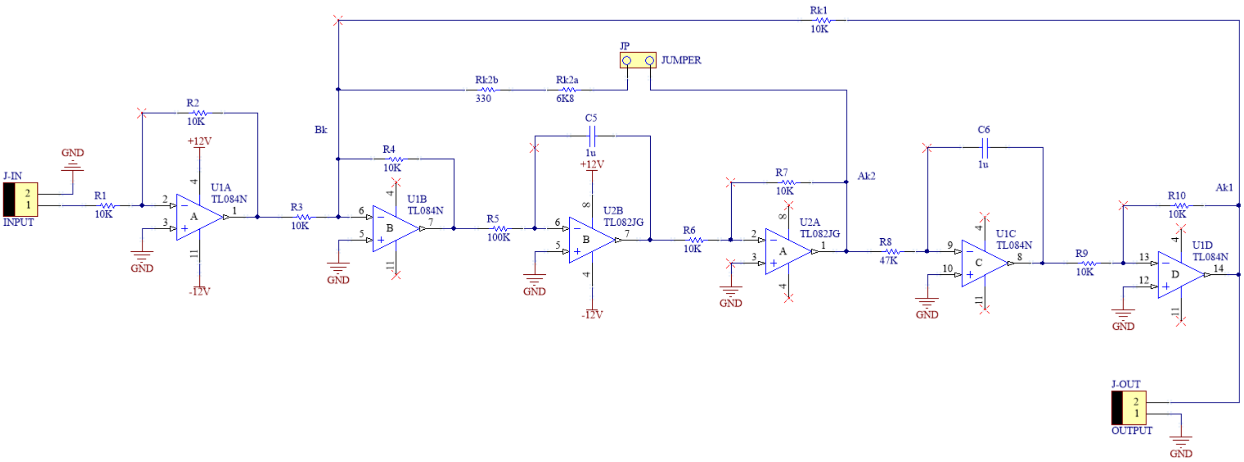

Figura 3: Circuito realimentado

Los puntos de donde parten las resistencias R_k (A_{k_1} y A_{k_2}) respecto de la entrada no están invertidos en fase (dado que hay un número par de etapas inversoras de por medio), por lo que se conecta la realimentación al punto indicado (B_k), ya que respecto de la entrada esta invertido, por lo que actúa como restador.

3.1. Simulación y Medición - Comparativa

3.1.1. Respuesta al escalón

3.1.2. Plano de fase

falta poner los graficos y decir algo

4. Implementación - Caso con $k_2 = 0$

En este caso se toma la transferencia genérica obtenida a lazo cerrado en función de k_1 y k_2, haciendo $k_2 = 0$ que equivale a abrir el camino del lazo que forma. La transferencia resilta entonces:

$$T(S) = \frac{\frac{1000}{47}}{S^2 + \frac{10000}{47}}$$

Dicha transferencia corresponde a una respuesta senoidal, por lo que se espera obtener luego en la simulación y mediciones una respuesta de dicha índole frente al escalón como entrada.

4.1. Simulación y Medición - Comparativa

4.1.1. Respuesta al escalón

4.1.2. Plano de fase

aca van los otros graficos y hablar de la oscioacion que en la realidad se atenua obviamente