Estimación y prueba de hipótesis de la media poblacional μ (se usa estimador $\overline{X}$)
de una población normal(X~N(μ, σ)) (Z=$\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$)
a partir de una muestra aleatoria ("pequeñas muestras", n<30)
[para que sea independiente]
y σ es conocido
entonces se estima con
$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum}$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$$

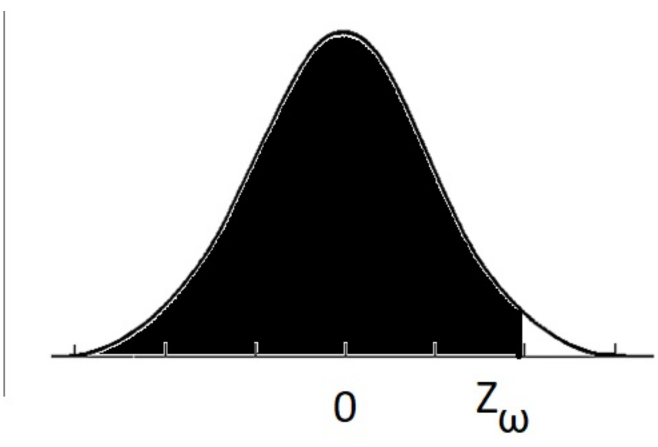
t de student:
T= $\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t_{n-1}$ (t de student)
tiene n-1 grados de libertad

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$$

si conozco n-1 numeros de esta suma puedo conocer el que me falta
por eso n-1 grados de libertad
ya que

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x}) = 0$$

ν de student es el n-1 de grados de libertad (no confundir con el tamaño de la muestra)
E(T)=0
V(T)=$\frac{\nu}{\nu-2}$ con $\nu > 2$
V(T) $\xrightarrow[n \to \infty]{} 1$
F$_T$(t) $\xrightarrow[n \to \infty]{} \Phi(t)$



ω	Z$_\omega$	ν=10	ν=50
0.9	1.2816	1.372	1.300
0.95	1.6449	1.813	1.676
0.975	1.965	2.28	2.0086

t$_{\nu,\omega} > Z_\omega$
Cómo se usaría esto para estimar y realizar prueba de hipótesis:
Intervalo de confianza para μal nivel 100(1-α)% (población normal)
si:
σ es conocido:

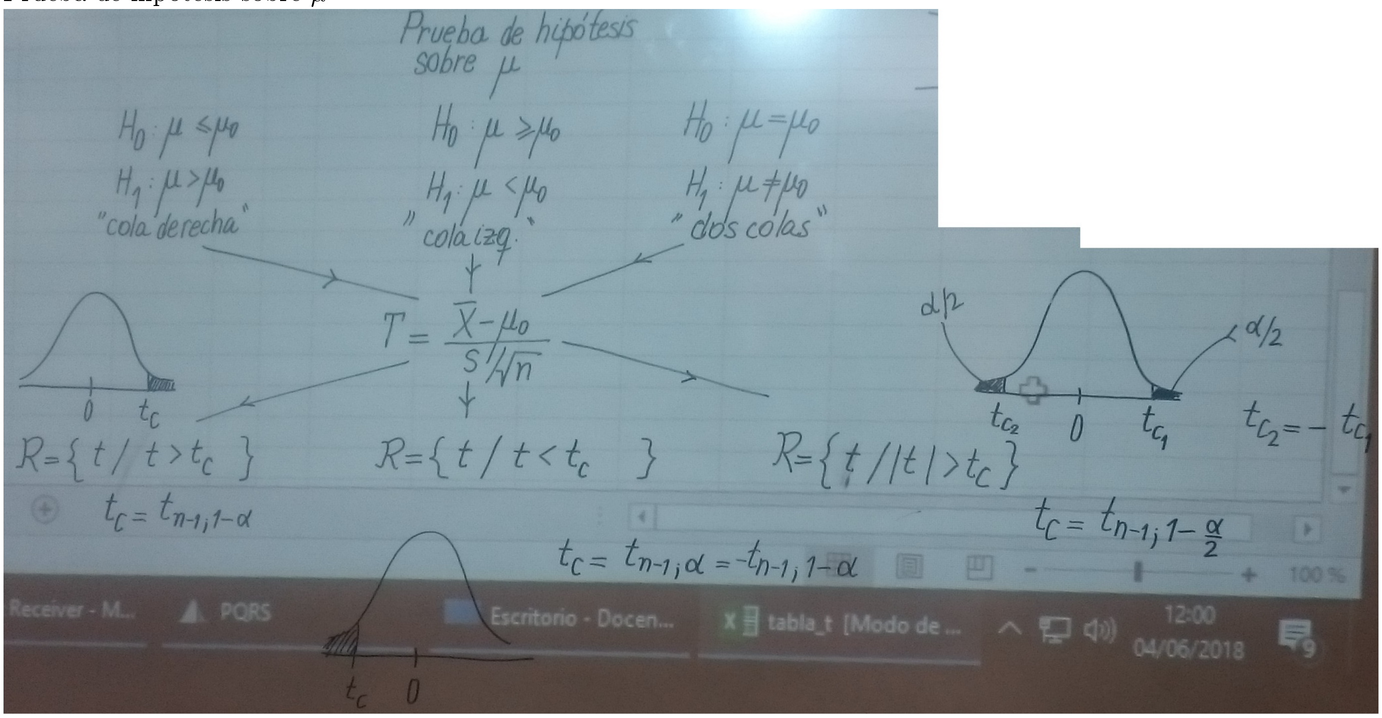
$(\overline{x} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\overline{x}$+$Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

σ desconocido:

$(\overline{x} - t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}$, $\overline{x}$+$t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}})$

1-α	1-$\frac{\alpha}{2}$	$Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$	n-1=9 ; $t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}$
0.9	0.95	1.6449	1.8331
0.95	0.975	1.9660	2.2622

Prueba de hipótesis sobre μ



Problema 11 - Guía 9:

11) X: tiempo de una operación

X~N(μ,σ)

n=15

$\overline{X} = \frac{1}{15}\sum_{i=1}^{15} X_i = \frac{76.9}{15} \approx 5.13$

1-α=0.95

E = $t_{14,0.975}\frac{s}{\sqrt{15}}$

Muestra una recta con

5.13 en el medio y 5.13-E y 5.13 + E

a veces da la suma de los xi y la suma de (xi^2) en los examenes

s^2=$\frac{1}{14}\sum_{i=1}^{15}(X_i - 5.13)^2 = \frac{1}{14}(\sum_{i=1}^{15} X_i^2 - 2.513\sum_{i=1}^{15} X_i + 15.513^2)$=$\frac{1}{14}(\sum_{i=1}^{15} X_i^2 - 15.513^2)$= (*)

Se da por conocida la suma

$\sum_{i=1}^{15} X_i$ =15.513

$\sum_{i=1}^{15} X_i^2$ =415.55

(*) =1.485 $\implies$ s=1.219

Entonces

E = $t_{14,0.975}\frac{1.219}{\sqrt{15}}$=2.1415$\frac{1.219}{\sqrt{15}}$=0.675

14 grados de libertad la que deja 0.975 a la izquierda

Resultados muestrales:

$\overline{X} = 5.13$

S=1.22

sospecha que mu es mayor a 5 minutos

por ende vamos por la prueba de cola derecha

H_0: μ≤5

H_1: $\mu > 5$

α=0.05

t_c= $\mathrm{t}_{14,0.95} \approx 1.76$
$\mathrm{t}_{obs} = \frac{5.13-5}{\frac{1.219}{\sqrt{15}}} = 0.413 la$evidencia muestral no apoua la sospecha del gerente