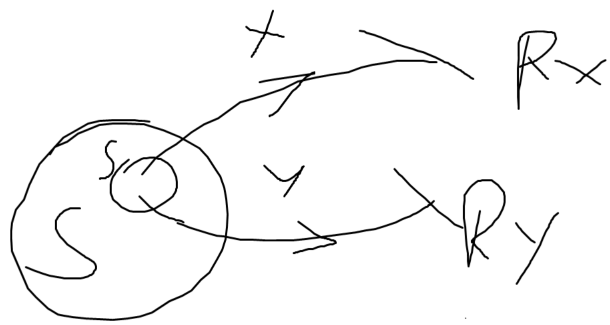
$(X,Y) : S- > R_{x,y} \subset R_x x R_y$

variable aleatoria 2D



Si X e Y son v.a. discretas

$P_{xy}(x_i, y_j)) = P(X = x_i, Y = y_j)$ función de prob. conjunta

$X_i \epsilon Rx$

$Y_j \epsilon Ry$

$P_{xy}(x, y) \geq 0$

A partir de $P_{xy}(x_i, y_j)$

$p_x(x_i) = \sum_{y_j} p_{xy}(x_i, y_j)$

$p_y(y_j) = \sum_{x_i} p_{xy}(x_i, y_j)$

A esto se le llama **distribuciones marginales**

$P_{Y/X}(y_j/x_i) = \frac{P_{xy}(x_i,y_j)}{P_x(x_i)}$

$P_{X/Y}(x_i/y_j) = \frac{P_{xy}(x_i,y_j)}{P_y(y_j)}$

A esto se le llama **distribuciones condicionales**

$P(G(X,Y) = C) = \sum_{(x_i,y_j)/G(xi,yj)=C} \sum p_{xy}(x_i, y_j)$

Si X e Y son v.a. discretas independientes $\Leftrightarrow p_{xy} = p_x(x_i)p_y(y_j)\ \forall (x_i, y_i)\epsilon R_{xy}$

Ejercicio 20:

P(X=Y)=$\sum_{x_i=y_j} p_{xy}(x_i, x_j) = \sum_{xi=yj} p_x(x_i).p_y(y_j) = 0.05x2 + 0.009 + 0.0135 + 0.006 = 0.1 + 0.015 + 0.0135 = 0.1285$

la funcion de probabilidad conjunta es el producto de las marginales ya que son independientes

P(X+Y)=$\sum_{x_i+y_j \leq 3} p_x(x_i)p_y(y_j) = 0.03 + 0.07 + 0.1 + 0.05$

c) P(X>Y)

d) P(Y=2X)

e) P(Y=4/Y>=2)

f) P(X+Y>=3)

Valor esperado, Varianza

E(G(X,Y)) $= \sum_{Rx}\sum_{Ry} G(x_i,y_j)p_{x,y}(x_i,y_j) = \sum_{Rx}\sum_{Ry} x_i p_{xy}(x_i,y_j) = \sum_{Rx} x_i \sum_{Ry} p_{xy}(x_i,y_j) = \sum_{Rx} x_i p_x(x_i)$

donde $\sum_{Ry} p_{xy}(x_i,y_j) = p_x(x_i)$

E(X+Y)=$\sum_{Rx}\sum_{Ry}(x_i+y_j)p_{x,y}(x_i,y_j) = \sum_{Rx}\sum_{Ry} x_i p_{xy}(x_i,y_j)+\sum_{Rx}\sum_{Ry} y_j p_{xy}(x_i,y_j) = E(X)+E(Y)$

no ocurre lo mismo con la varianza

V(X+Y)=$E((X+Y)^2) - (E(X+Y)^2)) = E(X^2)+E(Y^2)+2E(X,Y) - (E(X))^2 - ((E(Y))^2 - 2(E(X)E(Y))$

$V(X+Y) = V(X)+V(Y)+2(E(XY)-E(X)E(Y))$

$E(XY) = \sum_{Rx}\sum_{Ry} x_i y_j p_{xy}(x_i,y_j) = \sum_{Rx}\sum_{Ry} x_i p_x(x_i) y_j p_y(y_j) = E(X)E(Y)$

Esto es solo si X,Y son independientes

Si X e Y son v.a.discretas independientes

E(XY)=E(X)E(Y)

y así cov(X,Y)=0

y entonces V(X+Y)=V(X)+V(Y)

Cov=covarianza

OJO: cov(X,Y)= 0 **NO** implica X,Y indep

Si: cov(X,Y) != 0 entonces X,Y no son independientes