E(X+Y)=E(X)+E(Y)
V(X+Y)=V(X)+V(T)+2cov(X,Y)
Donde cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)
Def covarianza:

- cov(X,Y) = E((X-E(X)(Y-E(Y))
- cov(X,Y) = cov(Y,X)
- si Y es una cte $\implies$ E(Y) (Y-E(Y)) =0
  cov(X,C)=0
- cov(X,X)=V(X)
- cov(aX,bY) = (ab)cov(X,Y)
- matriz de covarianza
  $\begin{pmatrix} V(X) & cov(X,Y) \\ cov(Y,X) & V(Y) \end{pmatrix}$
- si X e Y son indep $\implies$ cov(X,Y)=0

esto lo deja para que nosotros los probemos:

- cov(X,Y) = E(XY)-E(X)E(Y)

la covarianza tiene algún parecido con el producto interno
Def: Coeficiente de correlación <u>lineal</u>
ρ(X,Y)=$\frac{cov(X,Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}$ (sim con algb. :prod de dos vect div por el producto de los modulos)

- ρ(aX,bY)=$\frac{(ab)cov(X,Y)}{|a|\sigma(X)|b|\sigma(Y)}$=sign(a)sign(b)$\rho$(X,Y) con a,b != 0
- si X e Y son indep $\implies\rho$(X,Y) = 0
- -1 $\leq p(X,Y)$ $\leq$1
  En particular los extremos tiene una peculiaridad que le da el carácter lineal:
- Si Y= aX+b ,a!= 0, $\implies\rho$(X,Y) = sign(a) (no es difícil de demostrar)
- si |ρ(X,Y)|=1 entonces en la prop anterior vale la vuelta o sea Y= aX+b , a!=0 $\iff$ ρ(X,Y) = sign(a)

(X,Y) es una variable aleatoria 2D continua si X e Y lo son
(X,Y): S$\to$R$_{X,Y}$$\subset$R$_X$$xR_Y$ $\subset\mathbb{R}^2$
f$_{X,Y}(x,y)$ función densidad de probabilidad conjunta

- f$_{XY}(x,y) \geq 0$
- $\int\int_{\mathbb{R}^2} f_{XY}(x,y)dxdy = 1$

- A$\subset\mathbb{R}^2$ P((X,Y)ϵA)=$\int\int_A f_{XY}(x,y)dxdy$

Ejemplo:

si f(x,y)=3x(1-xy) (x,y)ϵ[0,1]x[0,1]

se puede verificar que $\int\int_A f(x,y) = 1$

P(X>$\frac{1}{2}$,Y<$\frac{1}{2}$) $= \int_0^1 dx \int_0^{0.5} dx(3x - 3x^2y) = \frac{29}{64}$

vamos con uno más complicado

si quiero la mitad triangular superior del recinto (que es un cuadrado)

P(Y>X) $= \int_0^1 dx \int_x^1 dy(3x - 3x^2y)$

Veamos otro ejemplo:

f$_{XY}(x,y) = \begin{cases}3x & 0 \leq y \leq x \leq 1\end{cases}$ sino es 0

A estas dos a continuación se las llama **funciones de densidad marginales**

$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{XY}(x,y)dy$

$f_Y(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{XY}(x,y)dx$

$f_x(x) = \begin{cases}\int_0^x 3xdy = 3x^2 & x\epsilon(0,1)\end{cases}$ sino es 0

$f_Y(x) = \begin{cases}\int_y^1 3xdx = \frac{3}{2}(1-y^2) & y\epsilon(0,1)\end{cases}$ sino es 0

Def: X e Y v.a.c. son indep si

$f_{XY}(x,y) = f_X(x)f_Y(y)$

A estas se las llama **funciones de densidad condicionales(si las integro me da 1, no es casualidad que se llamen "de densidad"):**

$f_{Y/X}(y/x) = \frac{f_{XY}(x,y)}{f_X(x)}$; $f_x(x) > 0$

$f_{X/Y}(x/y) = \frac{f_{XY}(x,y)}{f_Y(y)}$; $f_y(y) > 0$

En el ejemplo:

$f_{Y/X}(y/x) = \{\frac{3x}{3x^2} = \frac{1}{x}$con $0 \leq y \leq x \leq 1$ sino es 0

$f_{Y/X}(y/x) = \{\frac{3x}{\frac{3}{2}(1-y^2)} = \frac{x}{\frac{1}{2}(1-y^2)}$con $0 \leq y \leq x < 1$ sino es 0

P(X>0.75/Y=0.5) paco dice que nos queda algo del estilo 0 sobre 0

la parte del denominador es entendible ya que Y es una v.a.c. y la probabilidad de que tome un valor es 0

P(X>0.75/Y=0.5)=$\int_{0.75}^1 \frac{2x}{1-(0.5)^2}dx = \frac{7}{12}$ aca usó la f$_{X/Y}(x,y)$ wtf...

E(G(X,Y))=$\int\int_{\mathbb{R}^2} G(x,y)f_{XY}(x,y)dxdy$

E(X)=$\int_0^1[\int_0^x x.3xdy]dx = \int_0^1 3x^2xdx = \frac{3}{4}$

E(Y)=$\int_0^1[\int_0^x y3xdy]dx = \int_0^1 \frac{3}{2}x^3dx = \frac{3}{8}$

esto es el centro de masa donde f$_{XY}$ es la función de densidad de masa!

$E(XY) = \int_0^1[\int_0^x xy3xdy]dx = \int_0^1 3x^2\frac{x^2}{2}dx = \frac{3}{10}$

Recuerdo : cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)

cov(X,Y)=$\frac{3}{10} - \frac{9}{32} = \frac{3}{160}$

$\rho(X,Y) = \frac{\frac{3}{160}}{\sigma_X\sigma_Y}$

E(X^2)=$\frac{3}{5}$

E(Y^2)=$\frac{1}{5}$

V(X)=$\frac{3}{5} - \frac{9}{16}$

V(Y)=$\frac{1}{5} - \frac{9}{64}$

y con esto obtengo los correspondientes $\sigma_x\sigma_y$