Llegué media hora tarde así que pls no me maten.

E={$e_1, e_2, ..., e_N$} N estados

T={0,1,..}=$\mathbb{N}_0$

X_n: estado al instante n

$P(X_n = e_i)$

cadena de Markov

$P(X_{n+1}=e_j/X_n = e_i, X_{n-1} = e_{i1}, X_{n-2} = e_{i2}, ..., X_0 = e_{i0})=P(X_{n+1} = e_j/X_n = e_i)$ **depende de n, de i y de j.**

$X_{n+1}=e_j$ “mañana”

$X_n = e_i$ “hoy”

$X_{n-1} = e_{i1}, X_{n-2} = e_{i2}, ..., X_0 = e_{i0}$”la historia previa”

Cadena de Markov es estacionaria si

$P(X_{n+1} = e_j/X_n = e_i)$ **es independiente de n**

(1) : $P(i \to j)=p_{ij}$

$p_{ij} = P(i \to j)=(|P_{ij})$ Notar que |P es distinta a los demas

$|P \, \epsilon \mathbb{R}^{NxN}$

$p_{ij} \geq 0 \forall(i,j)$

$\sum_{j=1}^{N} p_{ij}=1 \ \forall i : 1,..,N$

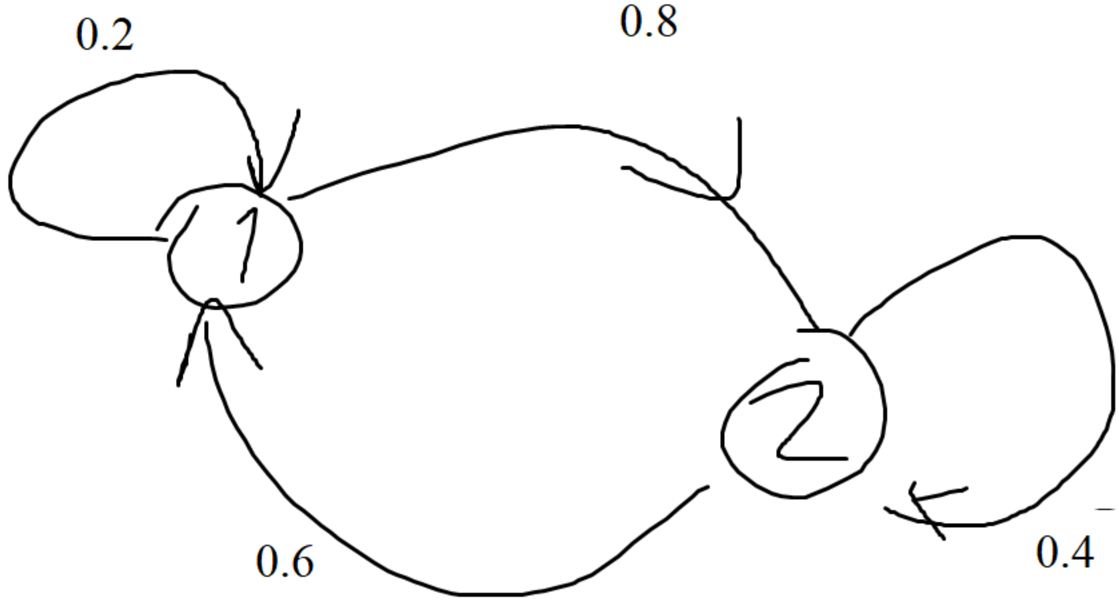
|P matriz de probabilidades de transición en un paso

Π_n :distribución de prob. del proceso al instante n

$\Pi_n \epsilon \mathbb{R}^{1xN}$

$(\Pi_n) = P(X_n = i)$

$(\Pi_{n+1})_j = P(X_{n+1} = j)=\sum_{i=1}^{N} P(X_{n+1} = j, X_n = i)=\sum_{i=1}^{N} P(X_{n+1} = j/X_n = i)P(X_n = i)=\sum_{i=1}^{N} p_{ij}(\Pi_n)_i$



El estado inicial es 1 (Por puteadas por favor dirigirse Thomas Reller Legajo: 57743 mail: treller@itba.edu.ar)

El doctor también dice que queda fija la matriz cuando N es grande

si voy de 1 a 1 -> 0.2

de 1 a 2 -> 0.8

and so on.

$|\mathrm{P}= \begin{pmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.6 & 0.4 \end{pmatrix}$

Puede ocurrir

$\Pi_n \underset{n \to \infty}{\to} \Pi_\infty$

$\Pi_k$es un vector de probablidades fijo en un instante k

$\Pi_{n+1} = \Pi_n|\mathrm{P}$

$\Pi_1 = \Pi_0|\mathrm{P}$

$\Pi_2 = \Pi_1|\mathrm{P}$

$\Pi_n = \Pi_0(|\mathrm{P})^n$

$((|\mathrm{P})^n)_{ij}$=P(i$\to^{(n)}$j)

$|\mathrm{P}^n$: matriz de probabilidades de transición en n pasos

$\Pi_{n+1} = \Pi_n|\mathrm{P}$

$\Pi_\infty = \Pi_\infty|\mathrm{P}$

$|\mathrm{P}^T\Pi_\infty^T = 1.\Pi_\infty^T$

autovector con su correspondiente autovalor

Ejemplo:

El vendedor viajero:(está subido)

La region de ventas de un vendedor la componen tres ciudades A , B y C.

Nunca vende en la misma ciudad en días segidos. Si vende en la ciudad A, entonces al día siguiente vende en la ciudad B. Sin embargo, si vende en una de las dos ciudades B ó C, entonces al día siguiente la probabilidad de vender en A es el doble de la vender en la restante.

Si no vuelve a sí mismo la probabilidad es 0

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{matrix}$$

Hoy - Mañana

cada fila estoy en A B o C

En cada fila tiene que sumar 1. A este tipo de matrices se las llama estocásticas.

Estas probabilidades son condicionales.

Una condición para que exista el límite(Π_∞) es que la cadena sea **regular.**

La **cadena de Markov es regular** si existe $k\epsilon\mathbb{N}$

$(|\mathrm{P}^K)_{ij}>0\ \forall(i,j)$

En el ejemplo anterior había que elevar a la cuarta potencia a P y ocurria que todas las p de la matriz eran >0

Si una cadena de Markov es regular entonces

$$\begin{matrix} lím \\ n\to\infty \end{matrix} \quad \Pi_n = \Pi_\infty \text{ ,(existe) independiente mente de } \Pi_0$$

con $(\Pi_\infty)_i>0\ \forall i$ y es solución de

$$\begin{cases} \Pi_\infty = \Pi_\infty|P \\ \sum_{i=1}^{N}(\Pi_\infty)_i = 1 \end{cases}$$

además

$$\begin{matrix} lím \\ n\to\infty \end{matrix} \quad |\mathrm{P}^n = \begin{pmatrix} \Pi_\infty \\ \Pi_\infty \\ ... \\ \Pi_\infty \end{pmatrix}$$

$$(\text{a b c }) = (\text{a b c})\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

Tengo que añadir una ecuacion más ya que la ecuación tiene infinitas soluciones

a = $\frac{2}{3}$b+$\frac{2}{3}$c

b=a+$\frac{1}{3}$c

c=b$\frac{1}{3}$

a+b+c=1

despejando se obtiene

c=$\frac{3}{20}$=0.15

b=0.45

a=0.40

Se puede demostrar que la matriz siempre tiene el 1 como autovalor si lo tengo como autovalor simple y -1 no sea autovalor de |P

entonces la cadena es regular

se puede demostrar que los autovalores de las matrices estocasticas en modulo son menores que uno