

Notas de F4 (libro):

Idea de que la luz era una onda electromagnética irradiada por cargas eléctricas microscópicas que oscilan (ahora se sabe que son electrones atómicos)

1896 Pieter Zeeman descubre que un campo magnético intenso puede cambiar la frecuencia de luz emitida por un cristal resplandeciente

Maxwell había logrado unir electricidad, magnetismo y luz!

Queremos predecir la intensidad de radiación a una longitud de onda dada emitida por un sólido resplandeciente calentado a una temperatura específica.

Gustav Kirchhoff teorema probó con termodinámica que para cualquier cuerpo en equilibrio térmico con la radiación, la potencia emitida es proporcional a la emitida

$$e_f = J(f, T) \cdot A_f$$

e_f = pot emitida por unidad de área y por unidad de frecuencia por un objeto particular

A_f = fracción de la potencia incidente absorbida por unidad de área y por unidad de frecuencia del objeto caliente

$J(f, T)$ = función universal (para todos los cuerpos) que solo depende de f y de T la temperatura absoluta del cuerpo

Cuerpo Negro:

Se define como un objeto que absorbe toda la radiación electromagnética que incide sobre él (por eso parece negro)

$A_f = 1$ para todo f por tanto:

$$e_f = J(f, T)$$

Debido a que la absorción y la emisión están relacionadas con el teorema de Kirchhoff, se observa que si un cuerpo negro es un absorbente perfecto pero también un radiador ideal.

Josef Stefan

En 1879 Josef Stefan encontró experimentalmente que la potencia total emitida por unidad de área a todas las frecuencias por un cuerpo sólido a.k.a. e_{total} era proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta.

$$e_{total} = \int_0^\infty e_f df = \sigma \cdot T^4$$

e_{total} = potencia por unidad de área emitida en la superficie del cuerpo negro a todas las frecuencias

e_f es la potencia por unidad de área por unidad de frecuencia emitida por el cuerpo negro

T temperatura absoluta del cuerpo

$$\sigma \text{ constante de Stefan-Boltzmann } \sigma = 5.67 \text{ W} \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$$

Un cuerpo que no es un radiador ideal satisface la misma ley general pero con un coeficiente $a < 1$:

$$e_{total} = a \cdot \sigma \cdot T^4$$

Observacion:

La longitud de onda a la que se tiene la potencia de mision maxima de un cuerpo negro λ_{max} se desplaza hacia longitudes de onda mas cortas a medida que el cuerpo negro se calienta mas

Formula general para la ley de distribucion de un cuerpo negro

Esta formula explica el comportamiento experimental correcto de λ_{max} con la temperatura (Ley también llamada *Ley del desplazamiento de Wein*)

$$\lambda_{max} \cdot T = 2.898 \times 10^{-3} m \cdot K$$

T es la temperatura absoluta de la superficie del obj que emite la radiacion

Densidad de energia espectral o energia por unidad de frecuencia de la radiacion dentro de la cavidad del cuerpo negro

Como la radiacion en la cavidad es isotropica y no polarizada vale:

$$J(f, T) = u(f, T) \cdot c/4$$

En 1893 Wein se aventura a proponer la forma de la funcion $u(f, T)$ pero si bien hubo un intervalo de λ donde era valido se probó que no funcionaba para todas las longitudes de onda.

Enter Planckman

En 1900 Max Planck desarrollo la formula de cuerpo negro que anuncio el surgimiento de la teoria cuantica.

$$u(f, T) = \frac{8\pi h f^3}{c^3} \cdot \left(\frac{1}{e^{hf/k_b T} - 1} \right)$$

$$h = 6.626 \times 10^{-34} J \cdot s \text{ cte de Planck}$$

$$k_b = 1.380 \times 10^{-23} J/K \text{ cte de Boltzman}$$

A altas frecuencias cuando $hf/k_b T \gg 1$

$$\left(\frac{1}{e^{hf/k_b T} - 1} \right) \approx e^{-hf/k_b T}$$

por lo que

$$u(f, T) \approx \frac{8\pi h f^3}{c^3} \cdot (e^{-hf/k_b T})$$

y se recupera la ley exponencial de Wein

A bajas frecuencias cuando $hf/k_b T \ll 1$

$$\left(\frac{1}{e^{hf/k_b T} - 1} \right) \approx \frac{k_b T}{hf}$$

sucede que

$$u(f, T) \approx \frac{8\pi h f^3}{c^3} \cdot \left(\frac{k_b T}{hf} \right) = \frac{8\pi f^2}{c^3}$$

Cuanto de Energia

Segun la teoria clasica de Maxwell un oscilador de frecuencia f podria tener cualquier valor de energia y cambiar su amplitud de manera continua a medida

que radiase cualquier fracción de su energía.

Planck revolucionó este concepto: supuso que la energía total de un resonador con frecuencia mecánica f solo puede ser un múltiplo entero de hf

$$E_{\text{resonador}} = nhf \text{ con } n = 1, 2, 3, \dots$$

Además concluyó que se emitía radiación de frecuencia f cuando un resonador caía al siguiente estado energético más bajo. Por tanto el resonador puede cambiar su energía solo por

$\Delta E = hf$. Es decir que no puede perder cualquier cantidad de su energía total sino una cantidad finita, hf , denominada cuanto de energía.

Planck también demostró que $u(f, T)$ puede expresarse como

$$u(f, T)df = \langle E \rangle \cdot N(f)df \text{ Esto se conoce como ley de Rayleigh-Jeans (Continuo de energías)}$$

N es el número de osciladores cuya frecuencia estaba entre f y $f+df$

$\langle E \rangle$ es la energía media emitida por cada oscilador

También mostró que el número de osciladores con frecuencia f y $f+df$ era proporcional a f^2

$$N(f)df = \frac{8\pi f^2}{c^3} df$$

reemplazando esta última ecuación en la antepenúltima se obtiene:

$$u(f, T)df = \langle E \rangle \cdot \frac{8\pi f^2}{c^3} df$$

Como u tiende a 0 a frecuencias altas $\langle E \rangle$ tiene que tender más rápidamente a 0 que $1/f^2$. El que la energía promedio del oscilador deba volverse extremadamente pequeña guió a Planck en su investigación. Ahora se está por ver que dado que $\langle E \rangle$ no se volviera pequeña a frecuencias altas en la teoría clásica de Rayleigh-Jeans condujo a la catástrofe del ultravioleta: la predicción de una densidad de energía espectral infinita a frecuencias altas en la región del ultravioleta.

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi k_b T}{\lambda^4} \text{ Catástrofe del UV!}$$

$$J(\lambda, T) = \frac{c 8\pi k_b T}{4\lambda^4}$$

Ley de Planck

Planck encontró una forma distinta para $\langle E \rangle$ al permitir solo valores discretos para sus resonadores. Usando la ley de distribución de Maxwell Boltzmann dedujo

$$\langle E \rangle = \frac{hf}{e^{hf/k_b T} - 1}$$

al multiplicar $\langle E \rangle$ por $N(f)$ se obtiene la fórmula de distribución de Planck

$$u(f, T)df = \frac{8\pi f^2}{c^3} \left(\frac{hf}{e^{hf/k_b T} - 1} \right) df$$

aquí se puede ver que se evitó la catástrofe del ultravioleta ya que $\langle E \rangle$ domina a f^2 a frecuencias altas.

o en términos de λ

$$u(\lambda, T)d\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda k_b T} - 1)} d\lambda$$

En resumen Planck formuló 2 hipótesis sorprendentes:

1) La energía de un oscilador cargado de frecuencia f está limitada a valores discretos (nhf)

2) durante la emisión o absorción de luz el cambio en energía de un oscilador es hf