

## Física IV - 2P - JM- Hasta átomo de hidrógeno:

### Planos de bragg:

$$2d \sin \theta = n \lambda_{DB}$$

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{p}$$

en condiciones clásicas

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{\sqrt{2mK}}$$

**Pozo de potencial infinito (entre 0 y L)**

$$\Psi_n(x, t) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin(k_n x) e^{-i\omega_n t}$$

$$\omega_n = \frac{E_n}{\hbar}$$

$$n \frac{\lambda}{2} = L$$

$$k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{2\pi}{\lambda_{DB}}$$

$$k_n = \frac{n\pi}{L}$$

$$E_n = n^2 E_1$$

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

Ecuación de Schrödinger:

$$\left[ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\vec{r}, t) + U \Psi(\vec{r}, t) = \hat{H} \Psi(\vec{r}, t) \right]$$

Ecuación de Schrödinger independiente del tiempo (o estado estacionario):

$$[\nabla^2 \psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U(\vec{r})) \psi(\vec{r}) = 0] \quad (\text{el país más grande E-U 2 milanesa sobre hbarra cuadrado})$$

**Operadores:**

Operador  $\hat{H}$  (o E total):

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r})$$

$$\hat{E} = i\hbar \frac{d}{dt}$$

Operador  $\hat{p}$ :

$$\hat{p}_x = -i\hbar \frac{d}{dx}$$

$$\Delta A = \sqrt{\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2}$$

$\hat{A}$  y  $\hat{B}$  **lineales y hermíticos** poseen un conjunto común de funciones ortonormales entonces  $\hat{A}$  y  $\hat{B}$  conmutan.

Si  $\hat{A}$  y  $\hat{B}$  conmutan entonces poseen un conjunto común de funciones ortonormales.

Las funciones deben ser **continuas, acotadas y monovaluadas**.

$$\langle \psi_1, \psi_2 \rangle = \int_{\Omega} \psi_1^* \psi_2 d\omega$$

Para la función de estado:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_i c_i(t) \phi_i(\vec{r})$$

De la ecuación de shrodinger sale que:

$$\hat{H} \psi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{d}{dt} \psi(\vec{r}, t)$$

$$\hat{H} \psi^*(\vec{r}, t) = -i\hbar \frac{d}{dt} \psi^*(\vec{r}, t) \quad (\text{sale de conjugar la ecuación})$$

Valor medio de un observable:

$$\langle A \rangle = \langle \psi, \hat{A} \psi \rangle$$

Si un operador es hermítico:

$$\langle \psi_1, \hat{A} \psi_2 \rangle = \langle \hat{A} \psi_1, \psi_2 \rangle$$

en virtud de valor medio y hermiticidad:

$$\langle A \rangle = \langle \psi, \hat{A} \psi \rangle = \langle \hat{A} \psi, \psi \rangle$$

Desigualdad de Cauchy-Schwarz:

$$\langle \psi_1, \psi_2 \rangle \leq \sqrt{\langle \psi_1, \psi_1 \rangle \langle \psi_2, \psi_2 \rangle}$$

La igualdad se verifica sólo si  $\psi_1$  y  $\psi_2$  son proporcionales.

(se usa para demostrar que si  $\Delta A = 0$  entonces  $\hat{A} \Psi = a \Psi$  con a cte que a su vez también usa la de valor medio de un observable pero al cuadrado partiendo de la definición de  $\Delta A$ )

Los autovalores de un operador hermitico son reales (restando unas ec m.a.m. se utiliza la hermiticidad del operador para mostrar que una parte es 0 y la otra como consecuencia surge  $a_n^{**} = a_n$ )

### Átomo de hidrógeno:

en general viene dado  $\psi_{nlm}$  (No Los MateS rinaldi - la S viene por si tuviera Spin)

$$\hat{L} = \hat{L}_x + \hat{L}_y + \hat{L}_z$$

Si  $[\hat{L}^2, \hat{L}_j] = 0$  con  $j = x, y, z$ .

Los operadores  $\hat{L}^2$  y  $\hat{L}_j$  conmutan

Si defino a  $L_z$  como observable nítido:

$$\hat{L}_z = m_l \hbar$$

$$\hat{L}^2 = l(l+1)\hbar^2$$

$$\Delta L_x \Delta L_y \geq \frac{\hbar}{2} | \langle L_z \rangle |$$

$$\vec{\mu}_L = -\frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L}$$

$$\mu_{L_z} = -\frac{\mu_B}{\hbar} L_z$$

falta la de E de átomo de hidrogeno con b

$$E_{n,m_l} = -\frac{|E_1|}{n^2} + \mu_B B m_l \text{ (antes) Efecto zeeman}$$

$$E_{n,m_s} = -\frac{|E_1|}{n^2} + \mu_B 2B m_s \text{ (posta) Efecto Spin}$$

### **Zeeman + Spin:**

$$E_{nm_l m_s} = -\frac{|E_1|}{n^2} + \mu_B B m_l + \mu_B 2B m_s$$

### **Para experimento de Stern Gerlach:**

$$F_z = -\mu_B m_l \frac{dB}{dz} \text{ (antes)}$$

$$F_z = -\mu_B 2m_s \frac{dB}{dz} \text{ (la posta)}$$

### **Regla de selección:**

$$\Delta l = \pm 1$$

$$\Delta m_l = 0, \pm 1$$

$$\Delta(m_l + m_s) = 0, \pm 1$$

En 1D: hay n y a lo sumo  $m_s$

En 3D: hay n, l,  $m_l$  y  $m_s$

### **Problema de pizarrón de bohr:**

Objetivo: medir la posición de un electrón por medio de un microscopio, que forma una imagen del electrón sobre una pantalla.

Electrón inicialmente en reposo.

Fotón interactúa con el electrón, se dispersan tanto el fotón como el electrón.

Para ser capturado por la lente el fotón dispersado debe estar entre  $(-\theta, \theta)$

como consecuencia  $p_x$  del electrón dispersado debe ser  $\Delta p_x = \frac{2\hbar \sin \theta}{\lambda}$

Resolución de microscopio:

La incertidumbre en la imagen del electrón está dada por

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$$

$$\Delta x \Delta p_x \approx \hbar$$

$$\lambda_C = \frac{\hbar}{m_0 c}$$