

Ejercicio 11 - Guia 4:

X: # de elementos que fallan en $[0, T]$

n “es grande”

A: un elemento falla

$p = P(A)$ no se conoce pero “es pequeño”

$X \sim \text{Pois}(\lambda)$

$E(X) = \lambda$ (1)

$1 - P(X=0) = 0.999$

Por las premisas previamente hechas (n grande, $p(A)$ pequeño), se puede asumir que tiene distribución de Poisson

$P(X=0) = 0.001$

$e^{-\lambda} = 0.001$

$\lambda = \ln(1000)$

$(1 - p)^n = 0.001$

El promedio de elementos que fallan es el valor esperado! entonces podemos averiguar λ sabiendo el valor esperado por la ecuación (1).

Variable aleatoria continua con distribución normal:

funcion de densidad de probabilidad normal:

$$f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right) e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

x, μ pertenece a \mathbb{R}

σ pertenece a \mathbb{R}^+

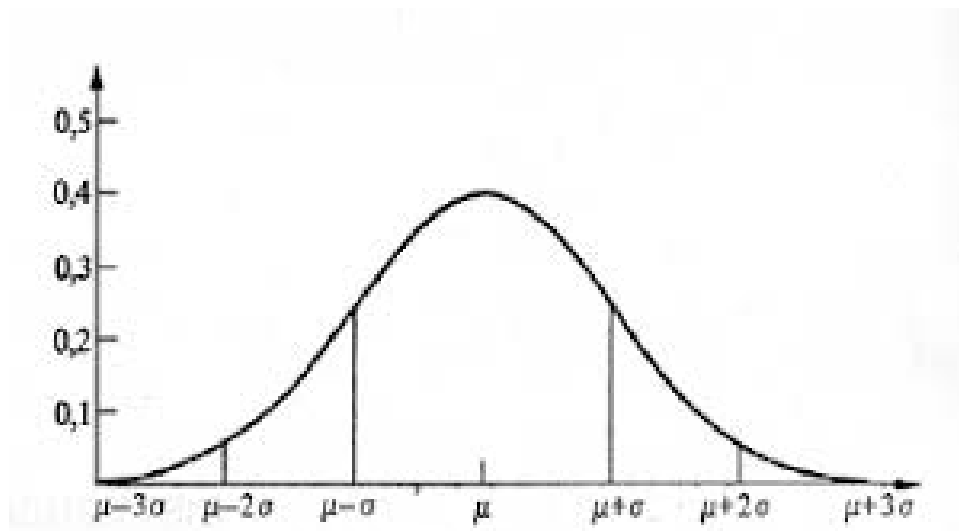
$f(x) > 0$ para todo x

$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$;

$f(x) \leq f(\mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$

$f(x) \rightarrow 0$ cuando $|x| \rightarrow \infty$

$f'(\mu) = 0$; $f''(\mu - \sigma) = f''(\mu + \sigma) = 0$; $f(\mu + d) = f(\mu - d)$



$$\int_{\mu-3\sigma}^{\mu+3\sigma} f(x)dx \approx 0.99$$

$$\mu = E(X) = \text{med}(X) = \text{modo}(X) \quad \sigma^2 = V(X); \sigma(X) = \sigma \quad \mu_4 = 3\sigma^4$$

el valor esperado de la cuarta potencia de los desvíos

$$\mu_3 = 0$$

Si $u = 0$ y $\sigma = 1$

$$X \sim N(0, 1)$$

X tiene distribución normal estandar

$$\mu_4 = E((X - E(X))^4)$$

$$X \sim \text{Bin}(n, p)$$

$$X = \sum_{i=1}^{\infty} X_i$$

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{if } p \\ 0 & \text{if } 1-p \end{cases}$$

$$p(a < X < b) = \int_a^b f_x dx = F_x(b) - F_x(a)$$

$$F_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt$$

$$s = \frac{t-\mu}{\sigma}; ds = \frac{dt}{\sigma}$$

$$F_x = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{x-\mu}{\sigma}} e^{-\frac{s^2}{2}} ds = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

Si $X \sim N(0, 1)$

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

$$p(\mu - r\sigma < X < \mu + r\sigma)$$

$$pr = F_x(\mu + r\sigma) - F_x(\mu - r\sigma)$$

$$= \Phi(r) - \Phi(-r)$$

Áreas particulares en la curva de gauss

En la calculadora modo stats, y algo de distribution

1: P 2: Q

3:R

P \rightarrow Φ

Q \rightarrow $\Phi - 0.5$

R(x) \rightarrow $1 - \Phi(x)$

S \rightarrow $\Phi(x) - \Phi(-x)$

Una demostración:



$$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$$

$$\alpha \in (0, 1)$$

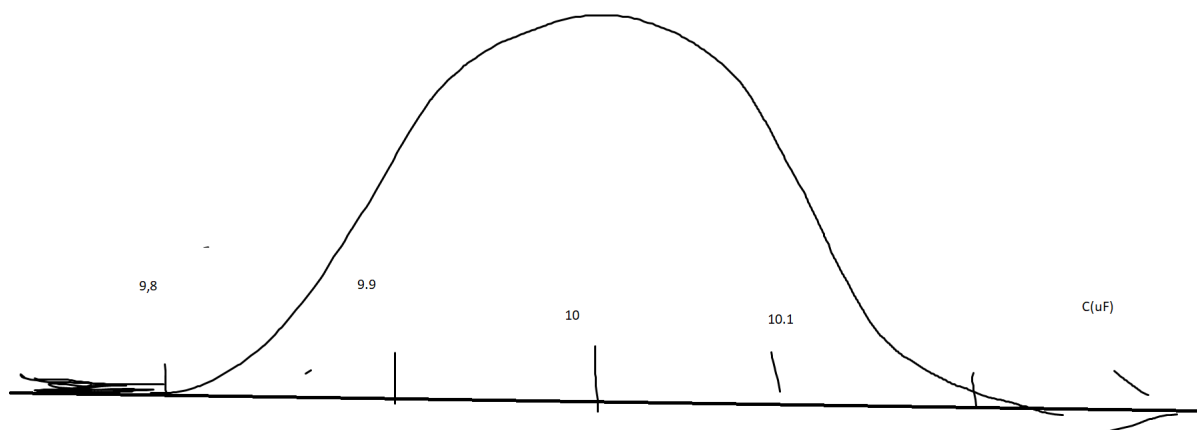
$$Z_\alpha \in \mathbb{R} / \Phi(Z_\alpha) = \alpha \rightarrow Z_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha)$$

Z_{α} : fractil α de la v.a.n. estándar

Problema 19 guía 4:

C: # capacidad en uf

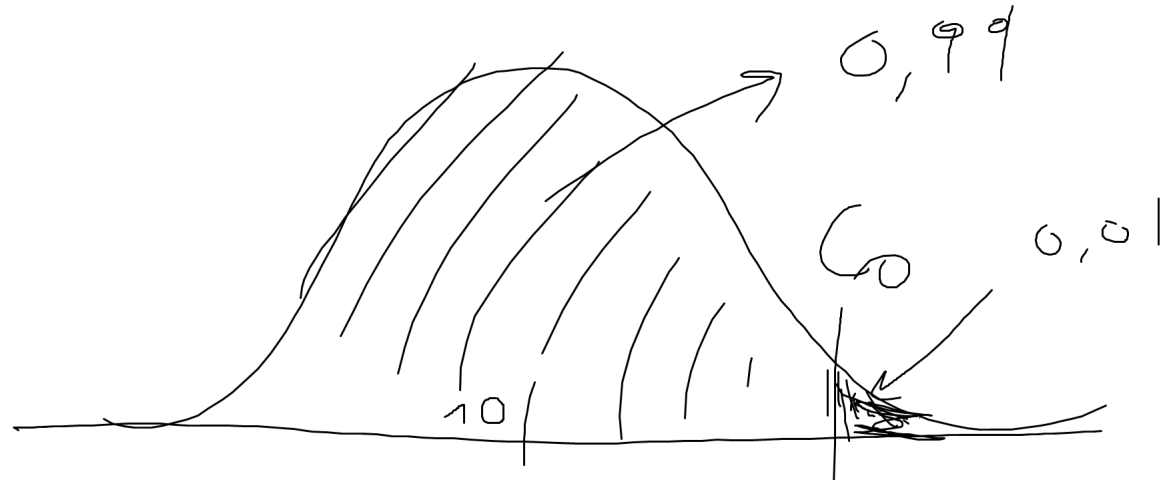
$$C \sim N(10, 0.1)$$



$$P(C < 9.8) = F_c(9.8) = \Phi\left(\frac{9.8-10}{0.1}\right) = \Phi(-2) = 1 - \Phi(2) \approx 1 - 0.9772 = 0.00228$$

para el b es dado el alpha tenemos que hallar el z

$p(C < C_0) = F_c(C_0) = \Phi\left(\frac{C_0 - 10}{0.1}\right) = 0.99$
 $\frac{C_0 - 10}{0.1} = Z_{0.99} = 2.3263$ esto lo busco en la tabla normal de campus (Importante:
 TENER COPIA DE LA TABLA!!! algunas calculadoras no te tiran la tabla)
 $\rightarrow C_0 = 10.23$



Propiedad de los fractiles:
 $Z_\alpha = Z_{1-\alpha}$