

Examen I (30 %)

1. Problemas a resolver

1. Suponga que se ejecutan n operaciones de forma secuencial sobre una estructura de datos D . Se tiene que la i -ésima operación sobre D tiene un costo de i si i es una potencia de 2, y un costo de 1 en cualquier otro caso. Demuestre que el costo amortizado por operación es $O(1)$ usando alguno de los dos métodos vistos en clase (6 puntos).
2. Ejercicio 6.6 del Brassard [1] (página 326) (6 puntos).
3. Suponga un grafo G dirigido donde todos los arcos tienen costos c_a que son positivos. Sea P el camino de costo mínimo desde un nodo s hasta un nodo t obtenido con el algoritmo de Dijkstra. Suponga que a G se le cambia los costos de los arcos c_a por el cuadrado de ese costo, es decir c_a^2 . ¿Seguirá siendo P el camino de costo mínimo desde un nodo s hasta un nodo t ? Si la respuesta es “sí” de una justificación breve y si es “no” de un contraejemplo (4 puntos).
4. Recuerde el algoritmo visto en clase *Counting Inversions*, descrito en el página 221 de [2]. Para este problema se tiene una secuencia de n números distintos a_1, a_2, \dots, a_n , y se define una *inversión* como un par en el que se cumple que $i < j$ tal que $a_i > a_j$. Vamos ahora a llamar a un par una *inversión importante*, si $i < j$ y $a_i > 2a_j$. Diseñe un algoritmo basado en la estrategia *Divide and Conquer* que cuente el número de *inversiones importantes* en $O(n \log n)$ (6 puntos).
5. Problema 9.54 del Brassard [1] (página 326), la parte b). Para la solución de este problema debe:
 - Explicar el grafo implícito sobre el cual se efectúa el algoritmo de Branch and Bound.
 - Como se obtiene las funciones de cota.
 - Realizar la corrida paso a paso del algoritmo hasta obtener la solución óptima.(8 puntos).

2. Condiciones de la entrega

- El examen es individual. Al momento de redactar la solución de su examen debe hacerlo sólo, como si estuviera en un examen presencial donde sus ideas serán las que plasmará en el papel.

- El examen debe entregarse en físico o por email el día 05 de febrero de 2015, hasta las 9:30 pm. En caso de que no se encuentre el docente encargado de la materia, dejar el examen en su oficina pasándolo por debajo de la puerta o en su casillero en el departamento. Además de las respuestas del examen debe entregar la hoja MODELO DE DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD PARA EXÁMENES debidamente llenada.

Referencias

- [1] BRASSARD, G., AND BRATLEY, P. *Fundamentals of algorithmics*. Prentice Hall New York, 1996.
- [2] KLEINBERG, J., AND TARDOS, E. *Algorithm design*. Pearson Education, 2006.