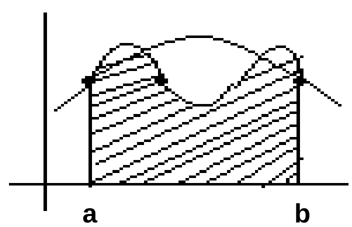
Regla de 1/3 Simpson

Resulta al realizar la integración de un polinomio de interpolación de 2° grado.

Es otra forma de obtener la estimación exacta de la integral usando polinomios de grado superior para la unión de puntos.

Consiste en considerar el área bajo una parábola que une puntos. Se puede aplicar a un número par de intervalos.

$$I = \frac{h}{3}\left\{ f(a) + 4\sum_{i=1}^{n-1} f(a+ih) + 2\sum_{i=2}^{n-2} f(a+ih) + f(b) \right\}$$



$$h = \frac{b-a}{n}$$

n.- siempre par

Ejemplo.

$$\int_0^1 \left(1 - x^2\right) dx \qquad n=4$$

Solución:

a = 0 y b = 1

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{1-0}{4} = \frac{1}{4} \qquad \boxed{h = \frac{1}{4}}$$

Se incrementa x = a + ih

$$I = \frac{1/4}{3}\left\{ \underset{x=a}{f(x=0)} + 4\left(\underset{x=a+h}{f(x=1/4)}\right) + 2\left(\underset{x=a+2h}{f(x=2/4)}\right) + 4\left(\underset{x=a+3h}{f(x=3/4)}\right) + \underset{x=b}{f(x=1)} \right\}$$

Considerar la función de la integral: $1 - x^2$

$$I = \frac{1/4}{3}\left\{\left(1-(0)^2\right) + 4\left(1-(1/4)^2\right) + 2\left(1-(2/4)^2\right) + 4\left(1-(3/4)^2\right) + \left(1-(1)^2\right)\right\}$$

$$I = \frac{1/4}{3}\left\{1 + 4\left(15/16\right) + 2\left(12/16\right) + 4\left(7/16\right) + 0\right\}$$

$$I = \frac{1/4}{3}\left\{1 + (60/16) + (24/16) + (28/16) + 0\right\}$$

$$I = \frac{1}{12}\left(8\right)$$

$$\boxed{I = 0.6666666666666667}$$