



# **Desempenho de Redes com Comutação de Pacotes**

Modelação e Desempenho de Redes e Serviços

Prof. Amaro de Sousa (asou@ua.pt)

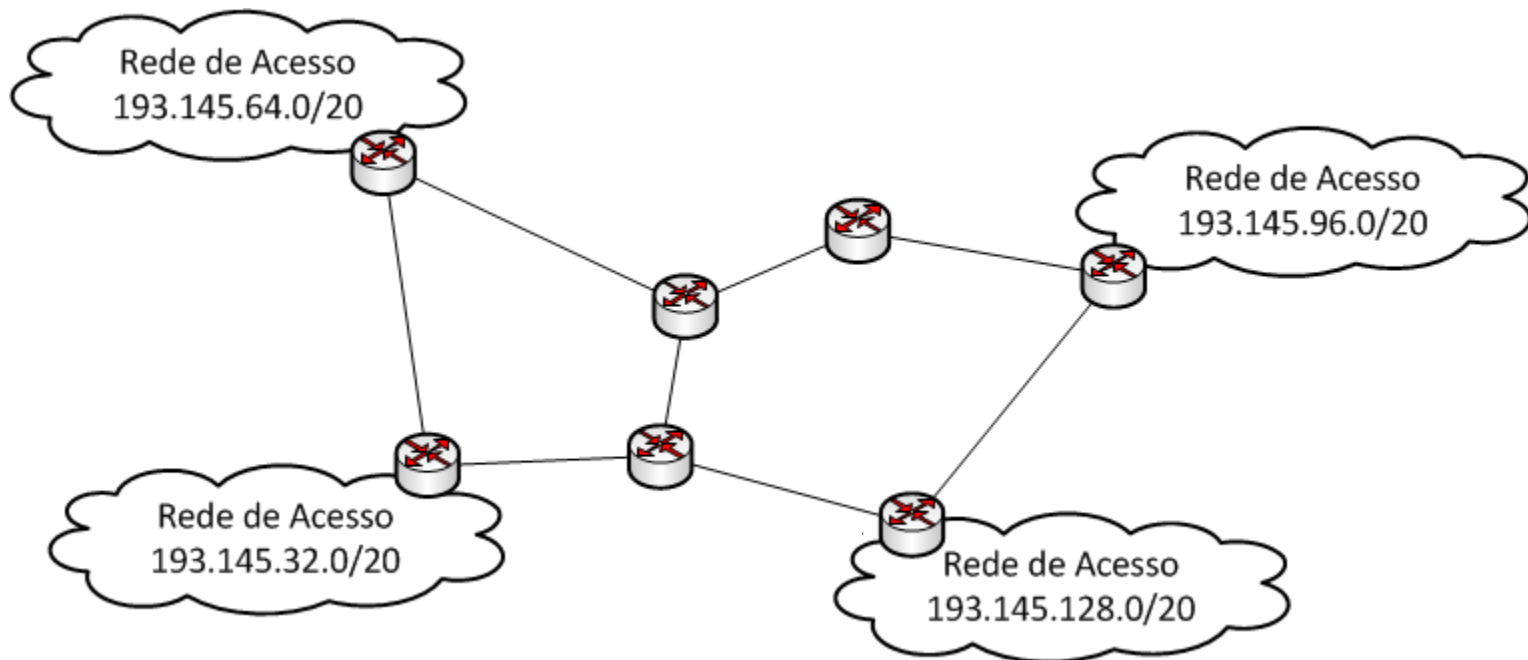
DETI-UA, 2022/2023

# Encaminhamento em redes com comutação de pacotes

Existem 2 tipos de redes com comutação de pacotes:

- redes de circuitos virtuais
- redes de datagramas

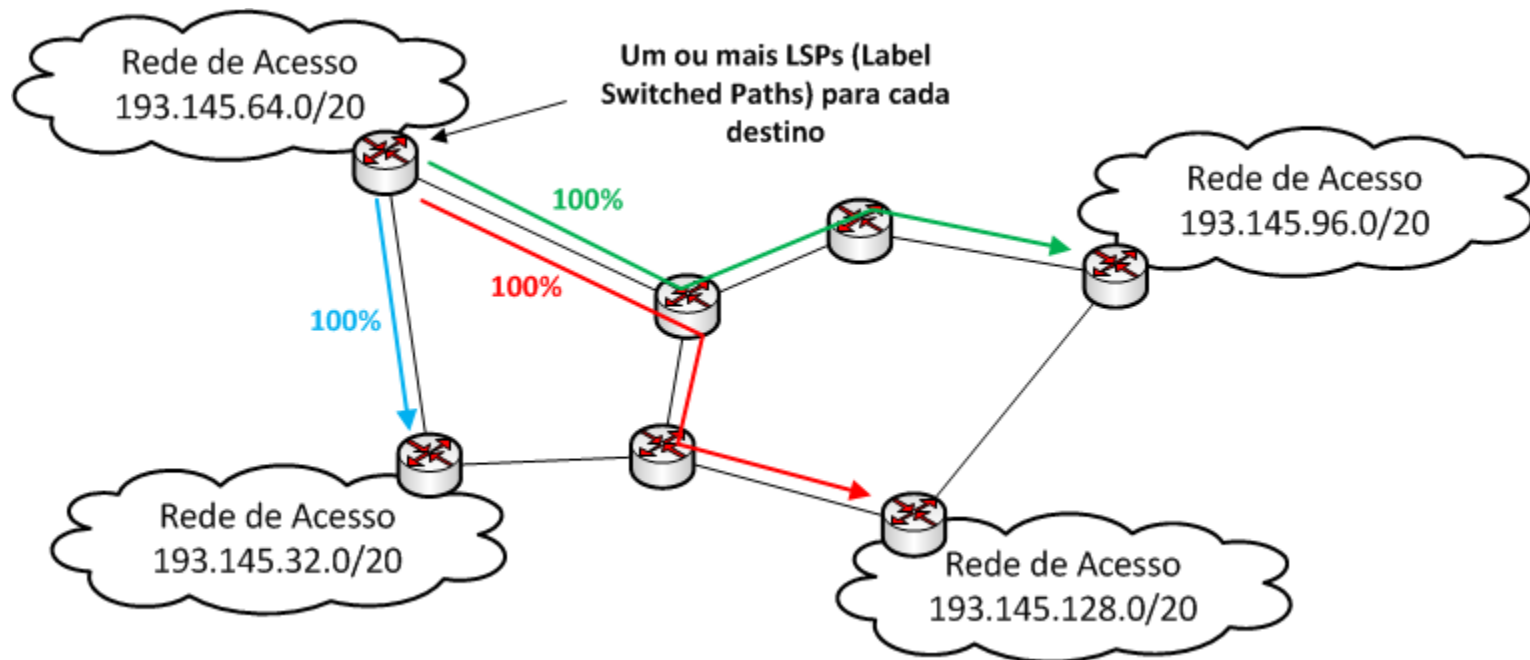
Considere-se o seguinte exemplo de uma rede de um ISP (*Internet Service Provider*) que liga 4 redes de acesso:



# Encaminhamento em redes com comutação de pacotes – redes de circuitos virtuais

- A cada fluxo de pacotes, é atribuído pelo menos um circuito virtual.
- Os percursos dos circuitos virtuais são inicialmente estabelecidos.
- Após o estabelecimento dos circuitos virtuais, os pacotes de cada fluxo são encaminhados pelos circuitos virtuais atribuídos.

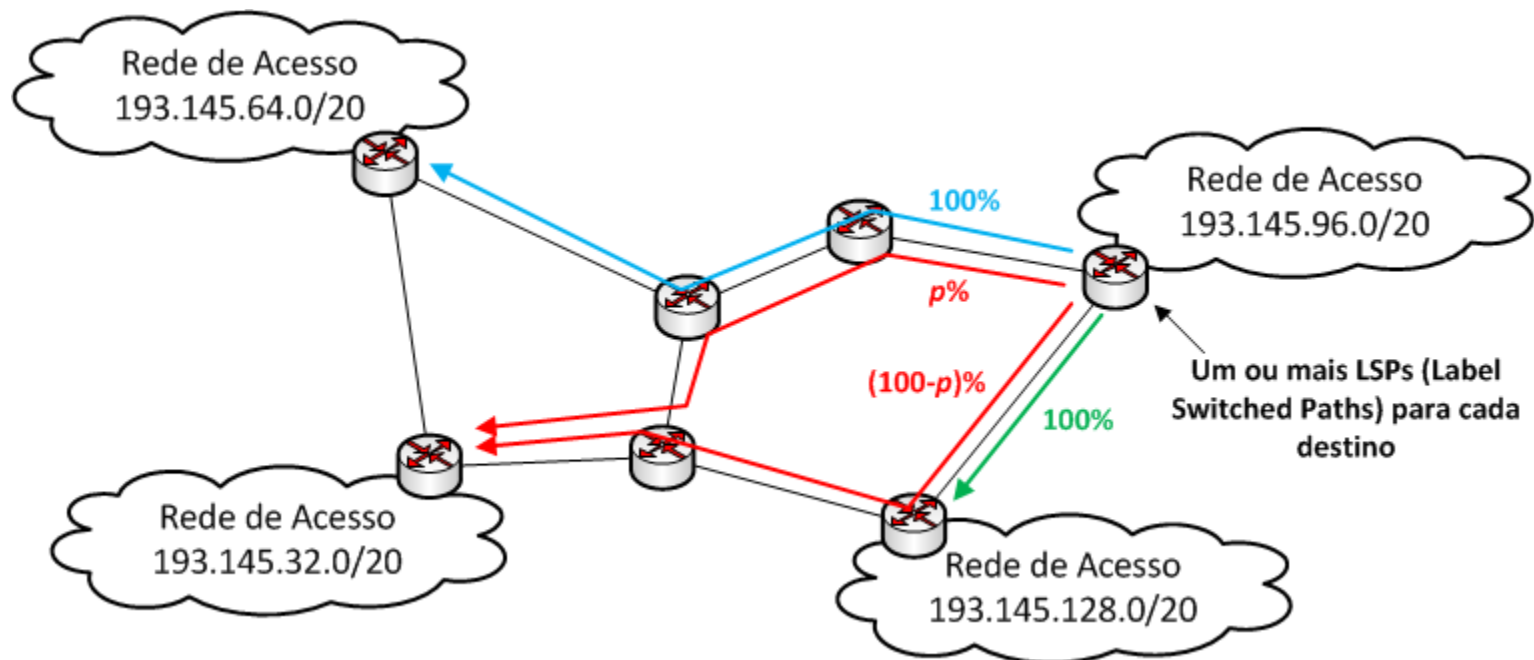
Exemplo: redes IP/MPLS em que os circuitos virtuais se designam por LSPs (*Label Switched Paths*).



# Encaminhamento em redes com comutação de pacotes – redes de circuitos virtuais

- A cada fluxo de pacotes, é atribuído pelo menos um circuito virtual.
- Os percursos dos circuitos virtuais são inicialmente estabelecidos.
- Após o estabelecimento dos circuitos virtuais, os pacotes de cada fluxo são encaminhados pelos circuitos virtuais atribuídos.

Exemplo: redes IP/MPLS em que os circuitos virtuais se designam por LSPs (*Label Switched Paths*).



# Encaminhamento em redes com comutação de pacotes – redes de datagramas

- As decisões de encaminhamento são efetuadas pacote a pacote.
- Assim, dois pacotes do mesmo par origem-destino podem seguir percursos distintos na rede.

Exemplo: redes IP com o protocolo de encaminhamento RIP ou OSPF.

Nas redes IP, o encaminhamento é baseado em percursos de custo mínimo de cada nó (router) para cada rede destino

- No OSPF, é atribuído a cada ligação um número positivo designado por custo da ligação.
- No RIP, o custo é 1 para cada ligação.
- Cada percurso de um router para um destino tem um custo igual à soma dos custos das ligações que o compõem.
- Em cada router, cada pacote IP é encaminhado por um dos percursos de custo mínimo para a rede destino do pacote.

# Encaminhamento em redes com comutação de pacotes – redes de datagramas

Cada pacote IP é encaminhado por um dos percursos de custo mínimo para o destino do pacote:

Método estático: o custo das ligações é fixo (o caso do RIP e do OSPF).

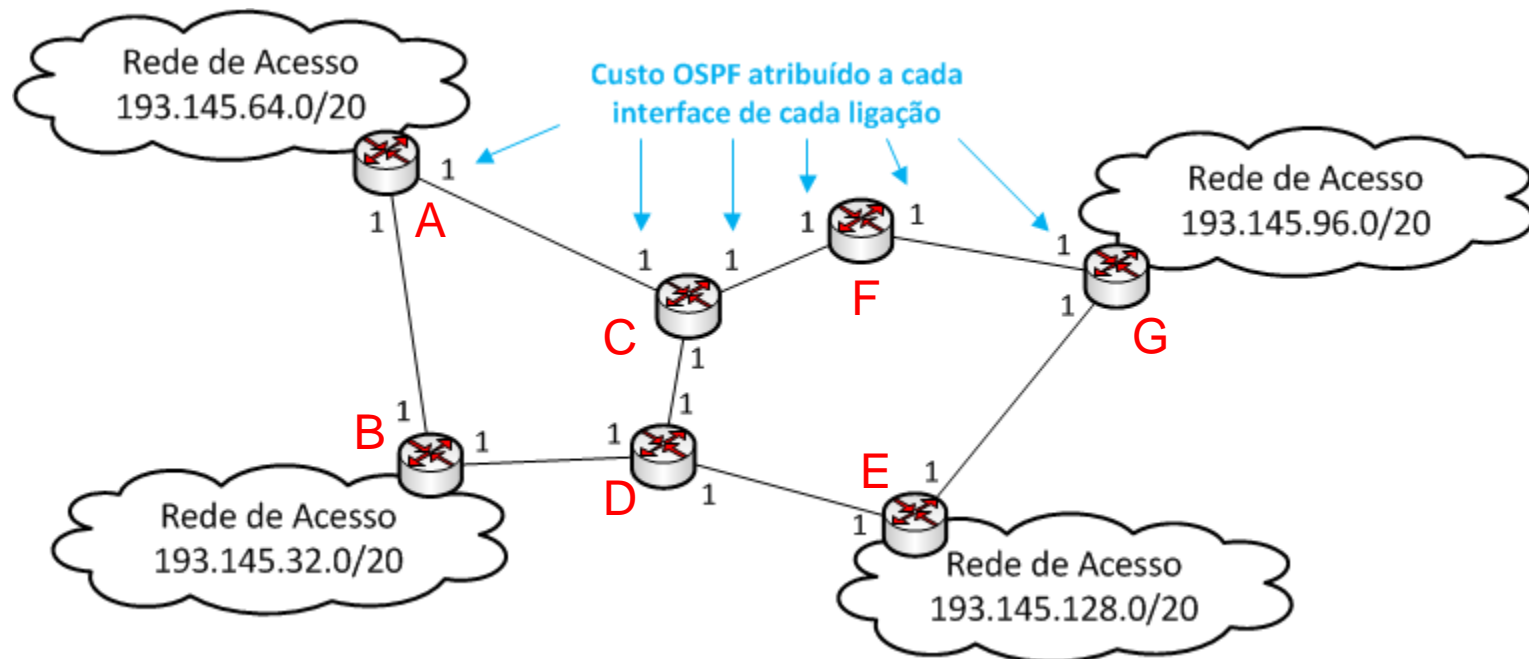
Método dinâmico: o custo das ligações varia ao longo do tempo em função do seu nível de utilização (exemplo: protocolos IGRP e EIGRP)

- o percurso de custo mínimo adapta-se a situações de sobrecarga obrigando os pacotes a evitarem as ligações mais utilizadas
- introduz um efeito de realimentação que pode levar a oscilações indesejáveis.

Quando existem múltiplos percursos de custo mínimo de um nó para um destino, é usada a técnica ECMP (*Equal Cost Multi-Path*):

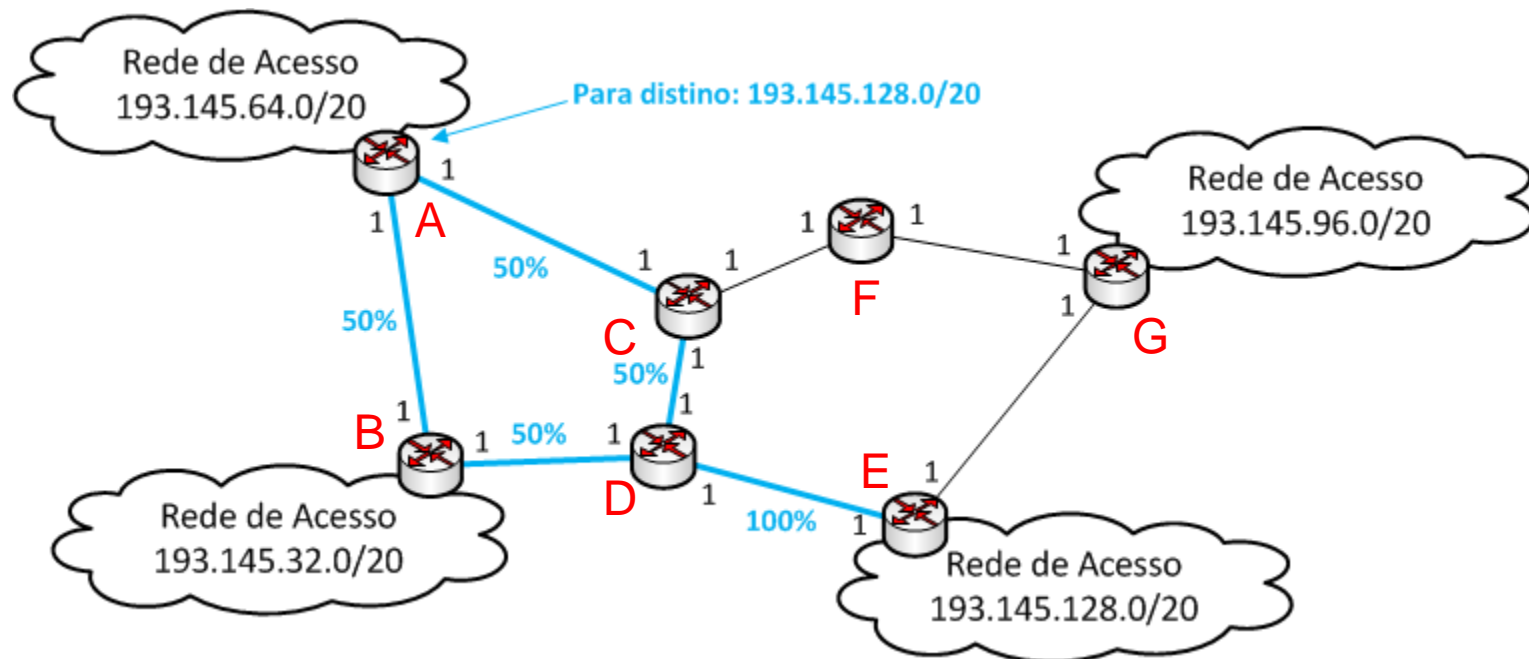
- em cada nó, o tráfego é bifurcado em igual percentagem por todas as ligações de saída que proporcionam percursos de custo mínimo

# Encaminhamento em redes IP com encaminhamento OSPF (I)



Neste exemplo, todos os custos OSPF estão configurados a 1 (equivalente ao RIP).

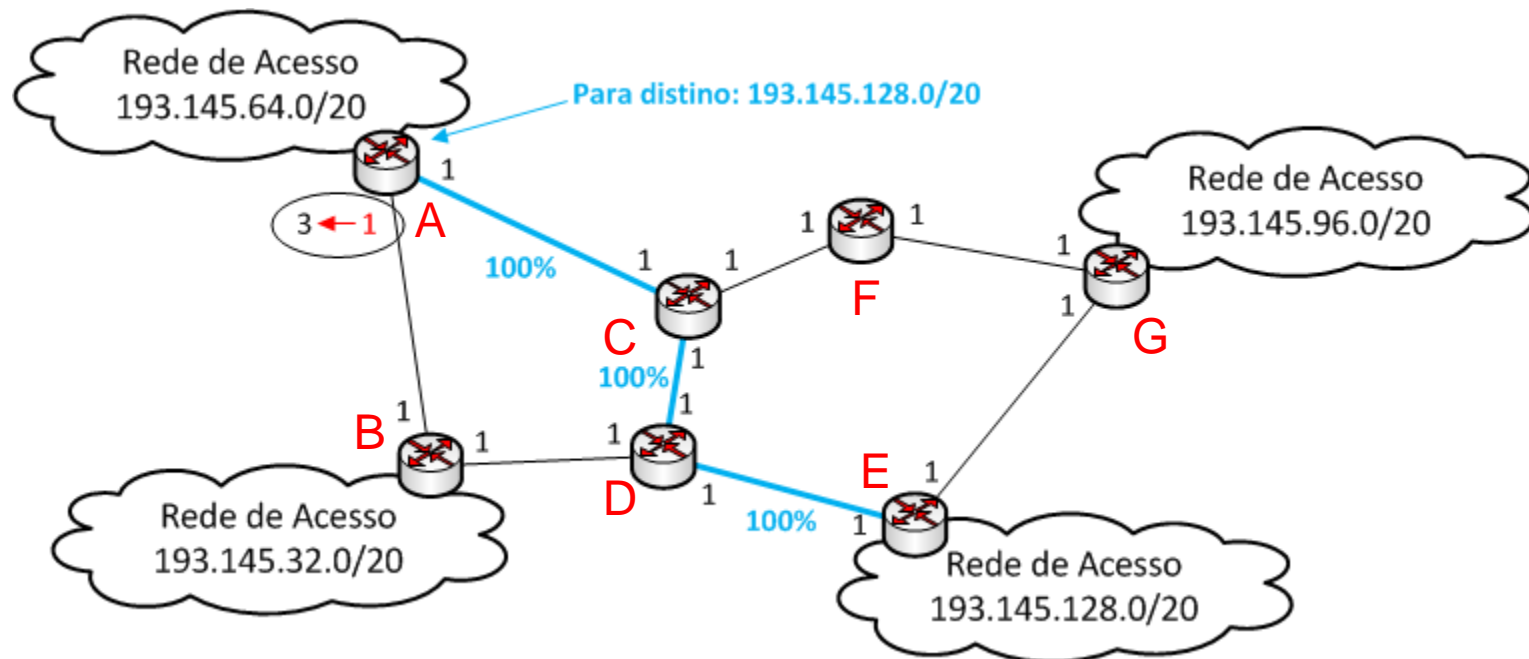
# Encaminhamento em redes IP com encaminhamento OSPF (II)



Pelo ECMP, o router A encaminha os pacotes IP com destino para um endereço IP da rede 193.145.128.0/20 em igual percentagem pelos percursos que passam por B e por C.



# Encaminhamento em redes IP com encaminhamento OSPF (III)

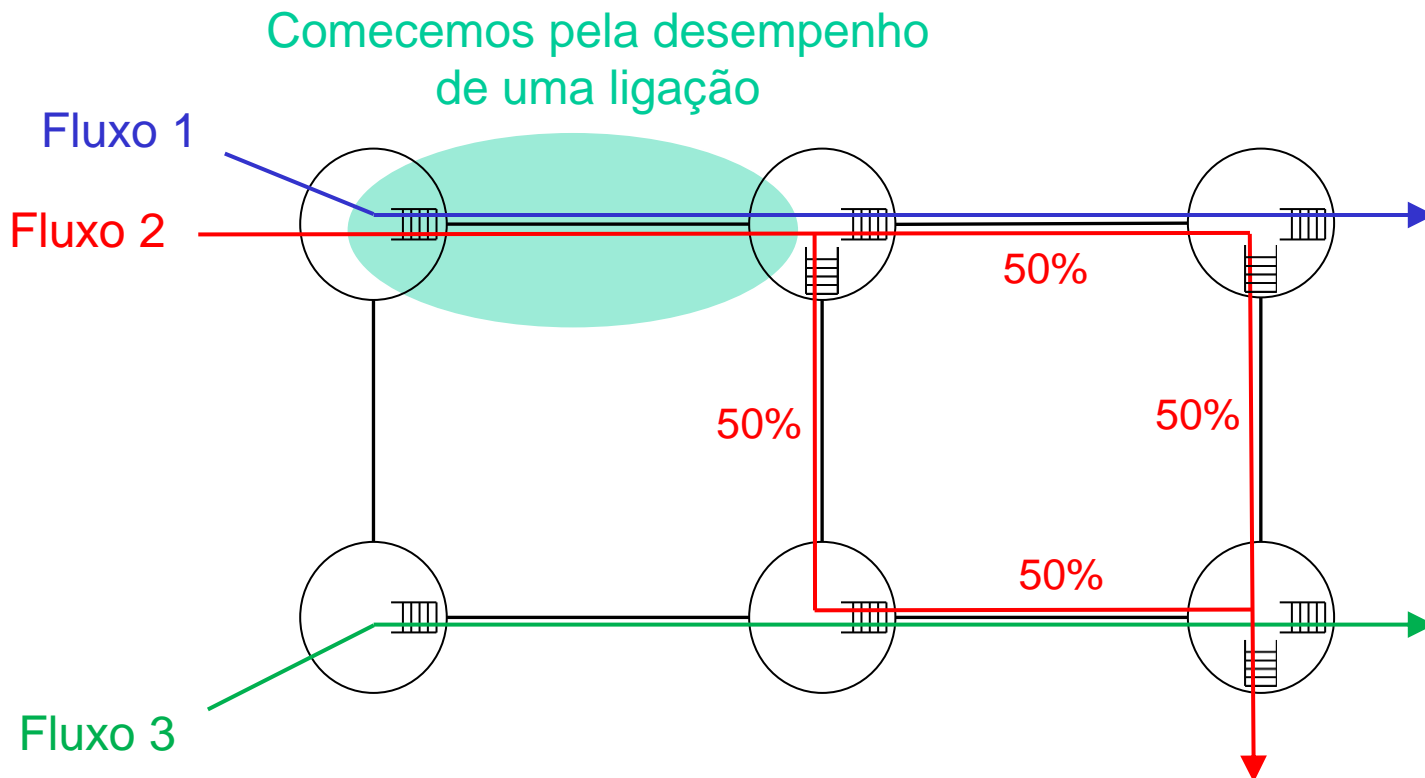


Mudando o custo da ligação de A para B de 1 para 3, o router A encaminha os pacotes IP com destino para um endereço IP da rede 193.145.128.0/20 pelo único percurso de custo mínimo.

# Encaminhamento em redes com comutação de pacotes

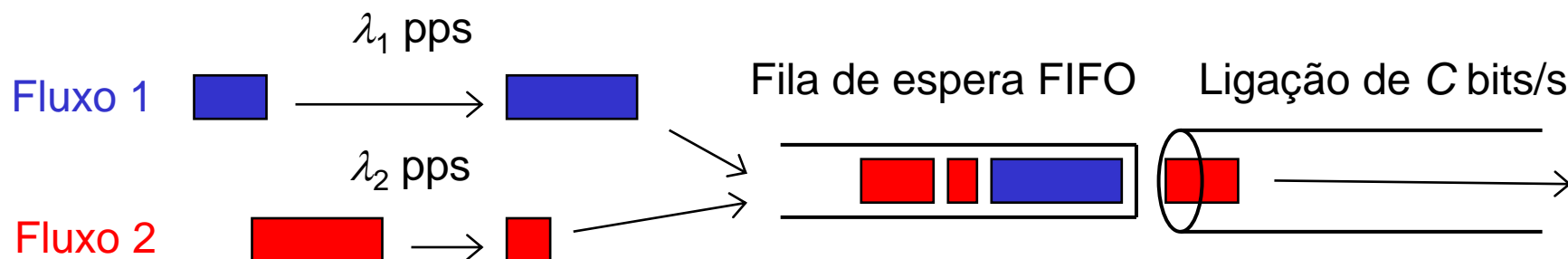
Uma rede é modelada por um conjunto de nós (representando os routers) e um conjunto de ligações entre nós.

O encaminhamento define a sequência de ligações por onde os pacotes de cada fluxo passam do nó origem até ao nó destino.



# Multiplexagem estatística de fluxos de pacotes

Quando todos os fluxos são atendidos por uma única fila de espera FIFO, diz-se que os fluxos são multiplexados estatisticamente pela ligação.



Considerando-se que:

- (i) as chegadas de pacotes de todos os fluxos são processos de Poisson,
- (ii) a fila de espera é de tamanho infinito,

então a ligação é modelada por um **sistema M/G/1**.

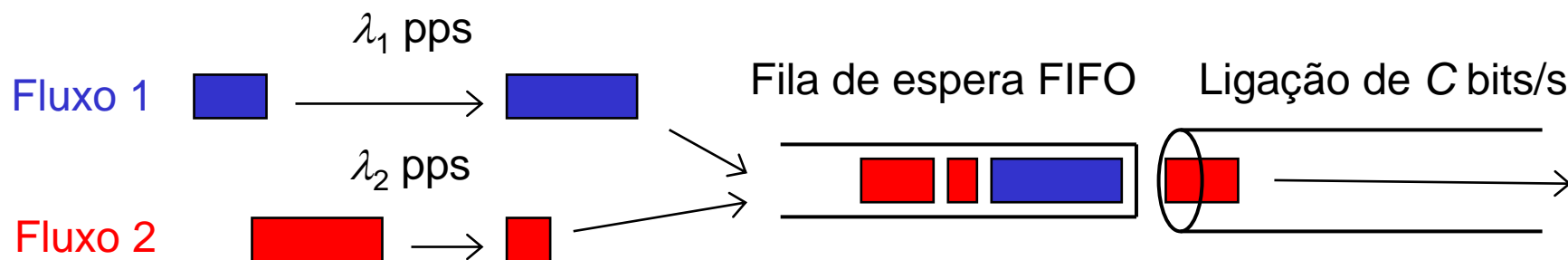
Os pacotes de todos os fluxos sofrem o mesmo atraso médio de fila de espera:

$$W_Q = \frac{\lambda E[S^2]}{2(1 - \lambda E[S])}$$

$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$  pps (pacotes por segundo)

$E[S]$  e  $E[S^2]$  são a média do tempo de transmissão e do tempo de transmissão ao quadrado dos pacotes de todos os fluxos

# Multiplexagem estatística de fluxos de pacotes



Considerando-se que:

- (i) as chegadas de pacotes de todos os fluxos são processos de Poisson,
- (ii) a fila de espera é de tamanho infinito,
- (iii) o tamanho dos pacote é exponencialmente distribuído de media  $B$  bits em todos os fluxos,

então a ligação é modelada por um **sistema  $M/M/1$** .

O atraso médio por pacote do agregado dos fluxos é: 
$$W = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

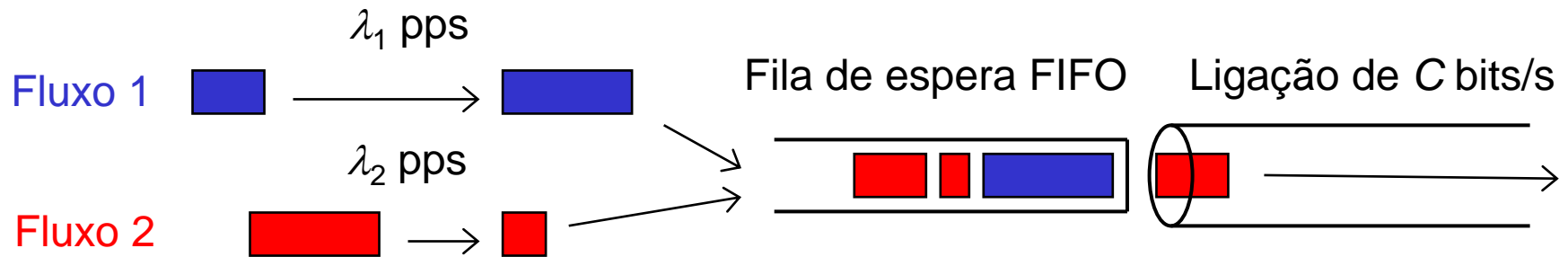
$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 \text{ pps}$$

$$\mu = C / B \text{ pps}$$

Os pacotes de todos os fluxos sofrem o mesmo atraso médio de fila de espera:

$$W_Q = W - \frac{1}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

# Multiplexagem estatística de fluxos de pacotes



Considerando-se que:

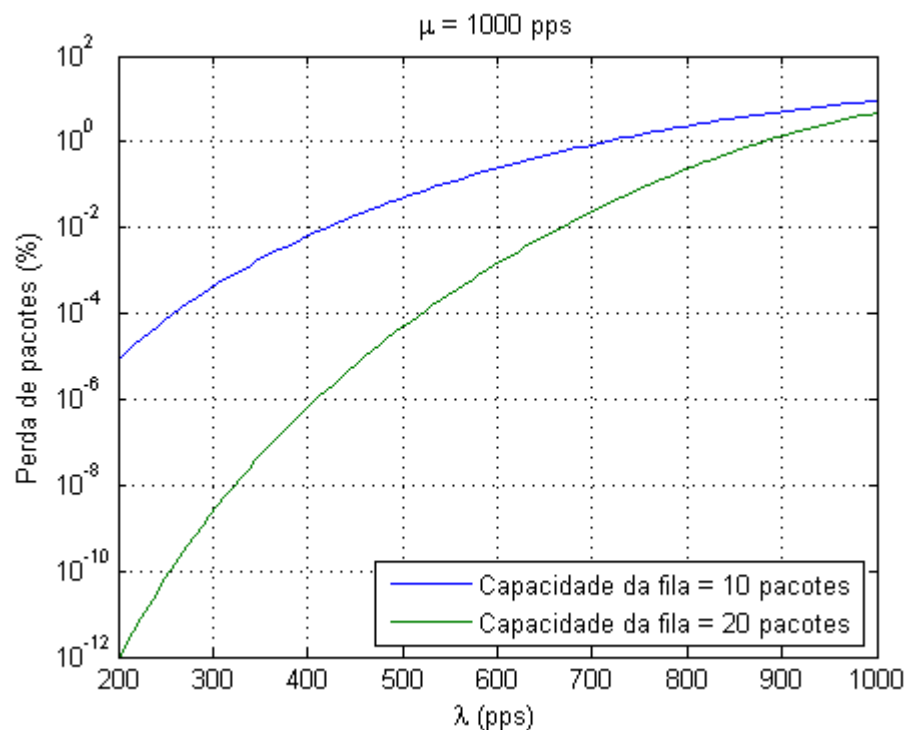
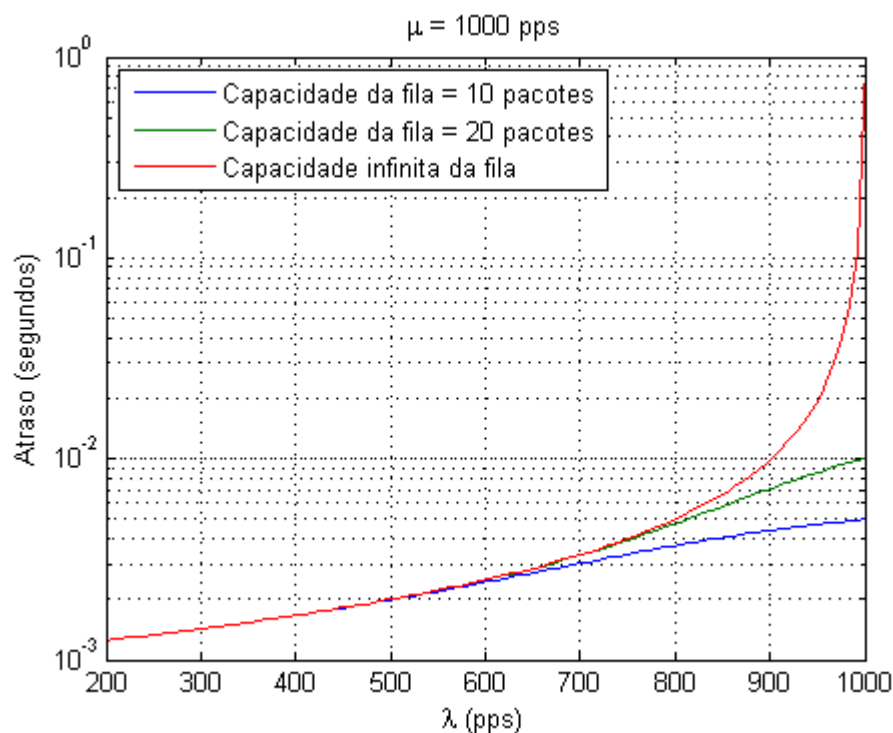
- (i) as chegadas de pacotes de todos os fluxos são processos de Poisson,
- (ii) a fila de espera tem capacidade para  $m - 1$  pacotes,
- (iii) o tamanho dos pacote é exponencialmente distribuído de media  $B$  bits em todos os fluxos,

então a ligação é modelada por um **sistema  $M/M/1/m$** .

- Taxa de perda de pacotes do agregado:  $\theta_m = \frac{(\lambda/\mu)^m}{\sum_{j=0}^m (\lambda/\mu)^j}$
- Número médio de pacotes no sistema:  $L = \sum_{i=0}^m i \times \pi_i = \frac{\sum_{i=0}^m i \times (\lambda/\mu)^i}{\sum_{j=0}^m (\lambda/\mu)^j}$
- Atraso médio dos pacotes do agregado:  $W = \frac{L}{\lambda(1 - \theta_m)}$
- Os pacotes de todos os fluxos sofrem o mesmo atraso médio de fila de espera:  $W_Q = W - \frac{1}{\mu}$

# Multiplexagem estatística de fluxos de pacotes

- Se a fila de espera for de tamanho infinito, sistema modelado por  $M/M/1$
- Se a fila de espera tiver capacidade para  $m-1$  pacotes, sistema modelado por  $M/M/1/m$
- Exemplo:
  - ligação de 10 Mbps e tamanho médio de pacotes de 1250 Bytes
  - $\mu = 10^7/(1250 \times 8) = 1000$  pps



# Disciplina com prioridades

- Na multiplexagem estatística, os pacotes de cada fluxo sofrem o mesmo atraso médio em fila de espera.
- Uma possibilidade para diferenciar o tratamento dos pacotes de diferentes fluxos é atribuir prioridades aos fluxos, i.e., os pacotes de um fluxo com determinada prioridade serem transmitidos antes dos pacotes dos fluxos com menor prioridade.

O sistema  $M/G/1$  com prioridades pode ser utilizado para modelar este sistema.

Considere um sistema  $M/G/1$  em que existem  $n$  prioridades. O fluxo de pacotes da prioridade  $k$  (com  $1 \leq k \leq n$ , em que 1 corresponde à prioridade mais alta e  $n$  corresponde à prioridade mais baixa) é definido por:

- taxa de chegadas de pacotes:  $\lambda_k$
- 1º e 2º momento do tempo de transmissão dos pacotes:  $E[S_k]$  e  $E[S_k^2]$

# Sistema *M/G/1* com prioridades

O sistema transmite primeiro os pacotes de maior prioridade.

Os pacotes dos fluxos com a mesma prioridade são transmitidos por ordem de chegada (disciplina *FIFO* - *First In First Out*).

Considera-se que as chegadas dos pacotes de cada prioridade são independentes (entre prioridades) e de Poisson, e independentes dos tempos de transmissão.

A transmissão de um pacote não é interrompida pela chegada de um pacote de maior prioridade (disciplina designada por *não-preemptiva*).

O atraso médio por pacote na fila de espera correspondente aos pacotes da prioridade  $k$  é dado por:

$$W_{Qk} = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i E[S_i^2])}{2(1 - \rho_1)} & , k = 1 \\ \frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i E[S_i^2])}{2(1 - \rho_1 - \dots - \rho_{k-1})(1 - \rho_1 - \dots - \rho_k)} & , k > 1 \end{cases} \quad \rho_k = \lambda_k E[S_k]$$

Condição de validade:  $\rho_1 + \dots + \rho_n < 1$



## Exemplo 1

Considere uma ligação ponto-a-ponto de 10 Mbps com uma fila de espera muito grande e que suporta dois fluxos de pacotes: fluxo A de 1 Mbps e fluxo B de 6 Mbps. Ambos os fluxos geram pacotes de tamanho exponencialmente distribuído com média de 1000 bytes. Calcule o atraso médio por pacote de cada fluxo quando:

- (a) os fluxos são multiplexados estatisticamente na ligação;
- (b) o fluxo A tem maior prioridade na fila de espera que o fluxo B.

## Exemplo 1 – resolução (a)

Considere uma ligação ponto-a-ponto de 10 Mbps com uma fila de espera muito grande e que suporta dois fluxos de pacotes: fluxo A de 1 Mbps e fluxo B de 6 Mbps. Ambos os fluxos geram pacotes de tamanho exponencialmente distribuído com média de 1000 bytes. Calcule o atraso médio por pacote de cada fluxo quando:

(a) os fluxos são multiplexados estatisticamente na ligação;

$$\mu = \frac{10 \times 10^6}{8 \times 1000} = 1250 \text{ pps} \quad \lambda_A = \frac{1 \times 10^6}{8 \times 1000} = 125 \text{ pps} \quad \lambda_B = \frac{6 \times 10^6}{8 \times 1000} = 750 \text{ pps}$$

$$W_A = W_B = \frac{1}{\mu - (\lambda_A + \lambda_B)} = \frac{1}{1250 - (125 + 750)} = 2.67 \times 10^{-3} = 2.67 \text{ ms}$$

## Exemplo 1 – resolução (b)

Considere uma ligação ponto-a-ponto de 10 Mbps com uma fila de espera muito grande e que suporta dois fluxos de pacotes: fluxo A de 1 Mbps e fluxo B de 6 Mbps. Ambos os fluxos geram pacotes de tamanho exponencialmente distribuído com média de 1000 bytes. Calcule o atraso médio por pacote de cada fluxo quando:

(b) o fluxo A tem maior prioridade na fila de espera que o fluxo B.

$$\lambda_A = \frac{1 \times 10^6}{8 \times 1000} = 125 \text{ pps}$$

$$\lambda_B = \frac{6 \times 10^6}{8 \times 1000} = 750 \text{ pps}$$

$$\mu_A = \mu_B = \mu = \frac{10 \times 10^6}{8 \times 1000} = 1250 \text{ pps}$$

$$E[S_A] = E[S_B] = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{1250} \text{ seg.}$$

$$E[S_A^2] = E[S_B^2] = \frac{2}{\mu^2} = \frac{2}{1250^2} \text{ seg.}^2$$

$$W_{Qk} = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i E[S_i^2])}{2(1 - \rho_1)} & , k = 1 \\ \frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i E[S_i^2])}{2(1 - \rho_1 - \dots - \rho_{k-1})(1 - \rho_1 - \dots - \rho_k)} & , k > 1 \end{cases} \quad \rho_k = \lambda_k E[S_k]$$

$$W_A = \frac{\lambda_A \times E[S_A^2] + \lambda_B \times E[S_B^2]}{2 \times (1 - \rho_A)} + E[S_A] = 1.42 \text{ ms}$$

$$W_B = \frac{\lambda_A \times E[S_A^2] + \lambda_B \times E[S_B^2]}{2 \times (1 - \rho_A) \times (1 - \rho_A - \rho_B)} + E[S_B] = 2.87 \text{ ms}$$

Relembrar que:  $E[S^2] = \text{Var}[S] + (E[S])^2$

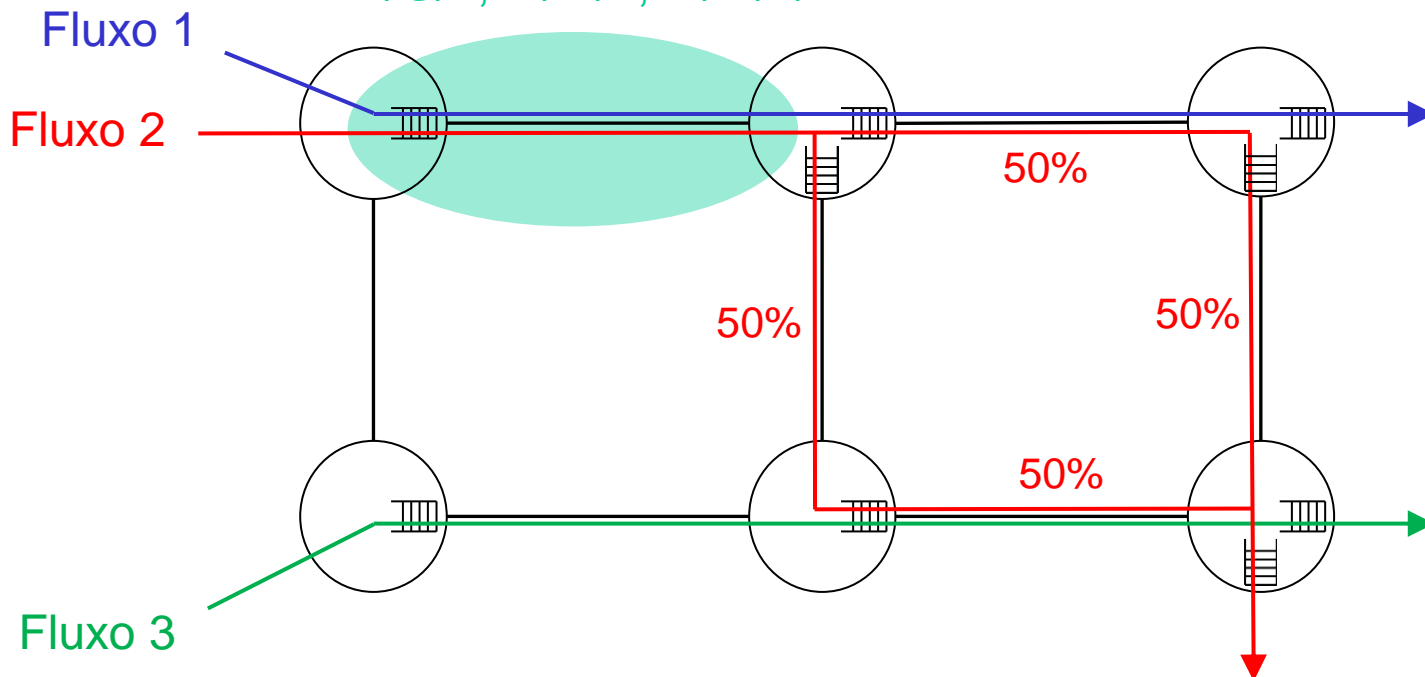
# Encaminhamento em redes com comutação de pacotes

Uma rede é modelada por um conjunto de nós (representando os routers) e um conjunto de ligações entre nós.

O encaminhamento define a sequência de ligações por onde os pacotes de cada fluxo passam do nó origem até ao nó destino.

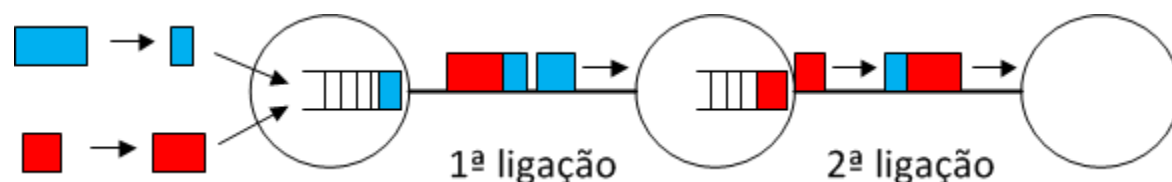
Desempenho de uma ligação:

$M/G/1$ ,  $M/M/1$ ,  $M/M/1/m$



# Redes de ligações ponto-a-ponto

Numa rede de ligações ponto-a-ponto os intervalos entre chegadas de pacotes estão correlacionados com o comprimento dos pacotes, após a passagem pela primeira ligação. Este facto dificulta a análise.

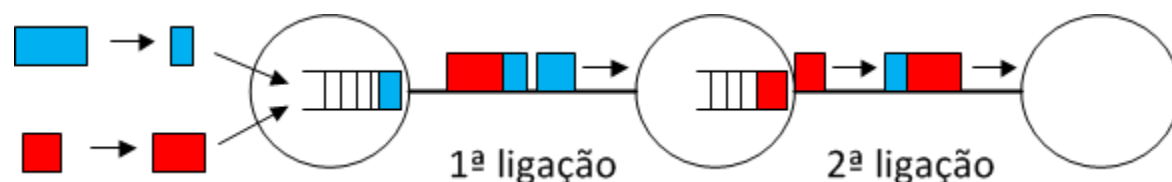


Exemplo:

- Considerem-se duas ligações ponto-a-ponto em cascata.
- Considere-se um conjunto de fluxos de pacotes com origem no nó à esquerda e destino no nó à direita.
- Considere-se que os pacotes destes fluxos chegam segundo um processo de Poisson e o comprimento dos pacotes é exponencialmente distribuído em ambos os fluxos com o mesmo tamanho médio.

# Redes de ligações ponto-a-ponto

Numa rede de ligações ponto-a-ponto os intervalos entre chegadas de pacotes estão correlacionados com o comprimento dos pacotes, após a passagem pela primeira ligação. Este facto dificulta a análise.



- a 1ª fila de espera é do tipo  $M/M/1$
- no entanto, a 2ª fila de espera não é do tipo  $M/M/1$ :
  - o intervalo entre a chegada de dois pacotes consecutivos à 2ª fila de espera é sempre superior ou igual ao tempo de transmissão do segundo pacote na 1ª ligação (ou seja, não é uma distribuição exponencial);
  - assim, tipicamente pacotes maiores demoram mais tempo a ser transmitidos na 1ª ligação e esperam menos tempo na 2ª fila de espera que pacotes mais pequenos.

# Aproximação de Kleinrock

A aproximação de Kleinrock consiste em assumir que as chegadas de pacotes são processos de Poisson em todas as ligações

- i.e., ignora a correlação entre comprimento dos pacotes e intervalos entre chegadas de pacotes

Nas ligações com filas de espera muito grandes:

- quando o tamanho dos pacotes é exponencialmente distribuído com a mesma média em todos os fluxos – ligação modelada por um  $M/M/1$
- caso contrário – ligação modelada por um  $M/G/1$

Nas ligações em que as filas de espera não são muito grandes:

- assumindo o tamanho dos pacotes exponencialmente distribuído com a mesma média em todos os fluxos – ligação modelada por um  $M/M/1/m$

De notar que:

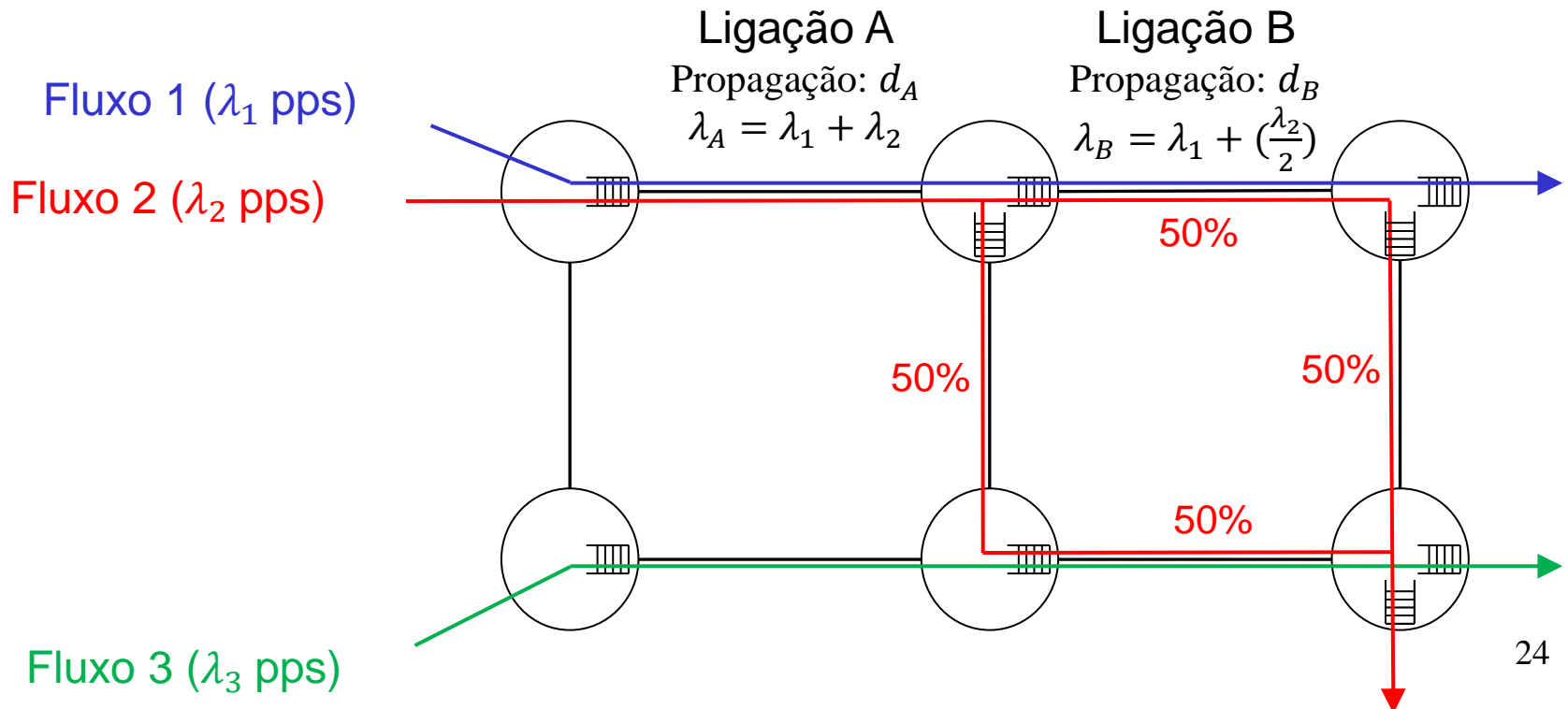
- os fluxos de pacotes são unidirecionais e as ligações das redes de comutação de pacotes são bidirecionais
- assim, uma ligação de rede entre os nós  $i$  e  $j$  é representada pelos pares ordenados  $(i,j)$  e  $(j,i)$  que indicam cada sentido da ligação

# Atraso médio por pacote de cada fluxo

Num fluxo com um único percurso de encaminhamento (por exemplo, o caso do **Fluxo 1**), o atraso médio por pacote do fluxo é a soma dos atrasos médios em cada ligação do percurso.

$$W_1 = W_{A1} + d_A + W_{B1} + d_B$$

$W_{A1}$  – atraso médio em fila de espera mais o tempo médio de transmissão dos pacotes do fluxo 1 na ligação A



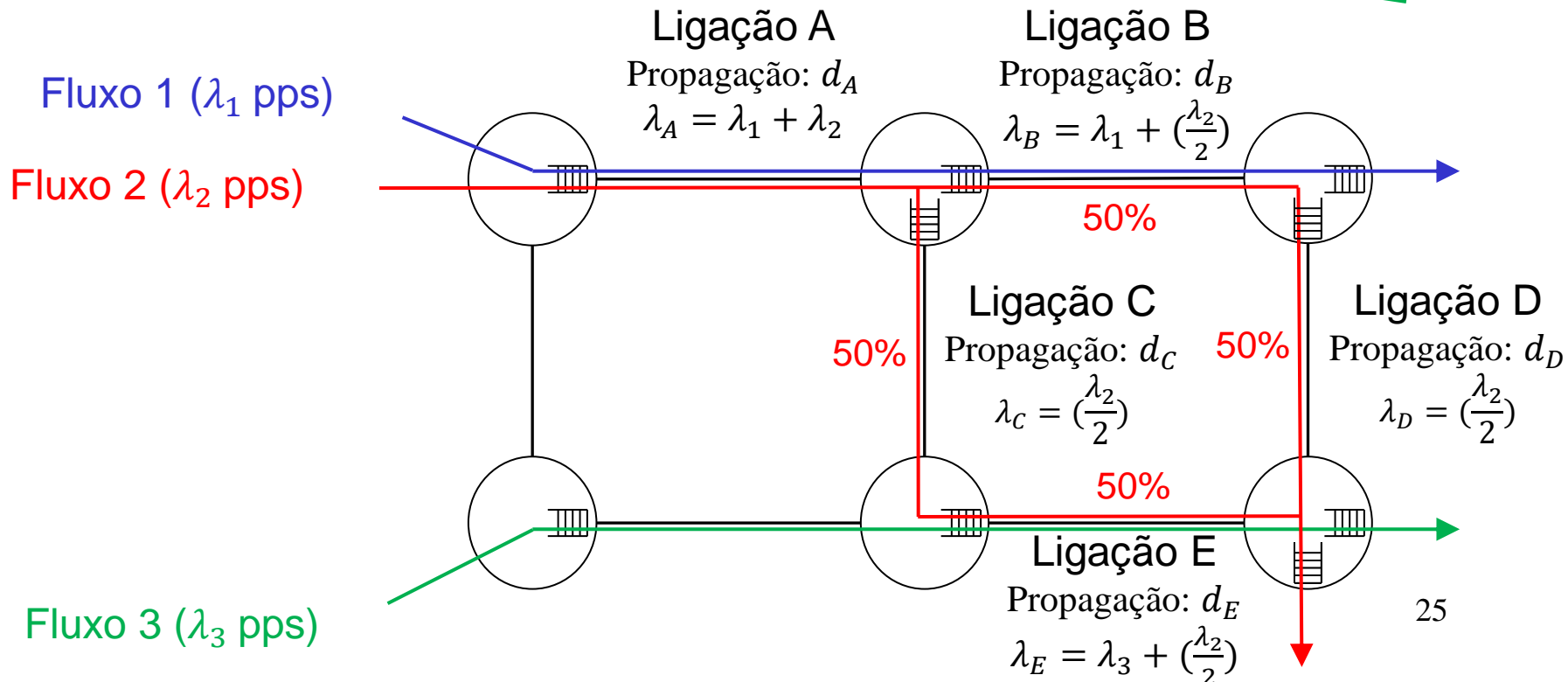


# Atraso médio por pacote de cada fluxo

Num fluxo com diferentes percursos de encaminhamento (no exemplo, o caso do **Fluxo 2**), o atraso médio por pacote do fluxo é:

- a média pesada do atraso médio por pacote de cada percurso
- o peso é a percentagem de pacotes encaminhados por cada percurso.

$$W_2 = 0.5 \times (W_{A2} + d_A + W_{B2} + d_B + W_{D2} + d_D) + 0.5 \times (W_{A2} + d_A + W_{C2} + d_C + W_{E2} + d_D)$$

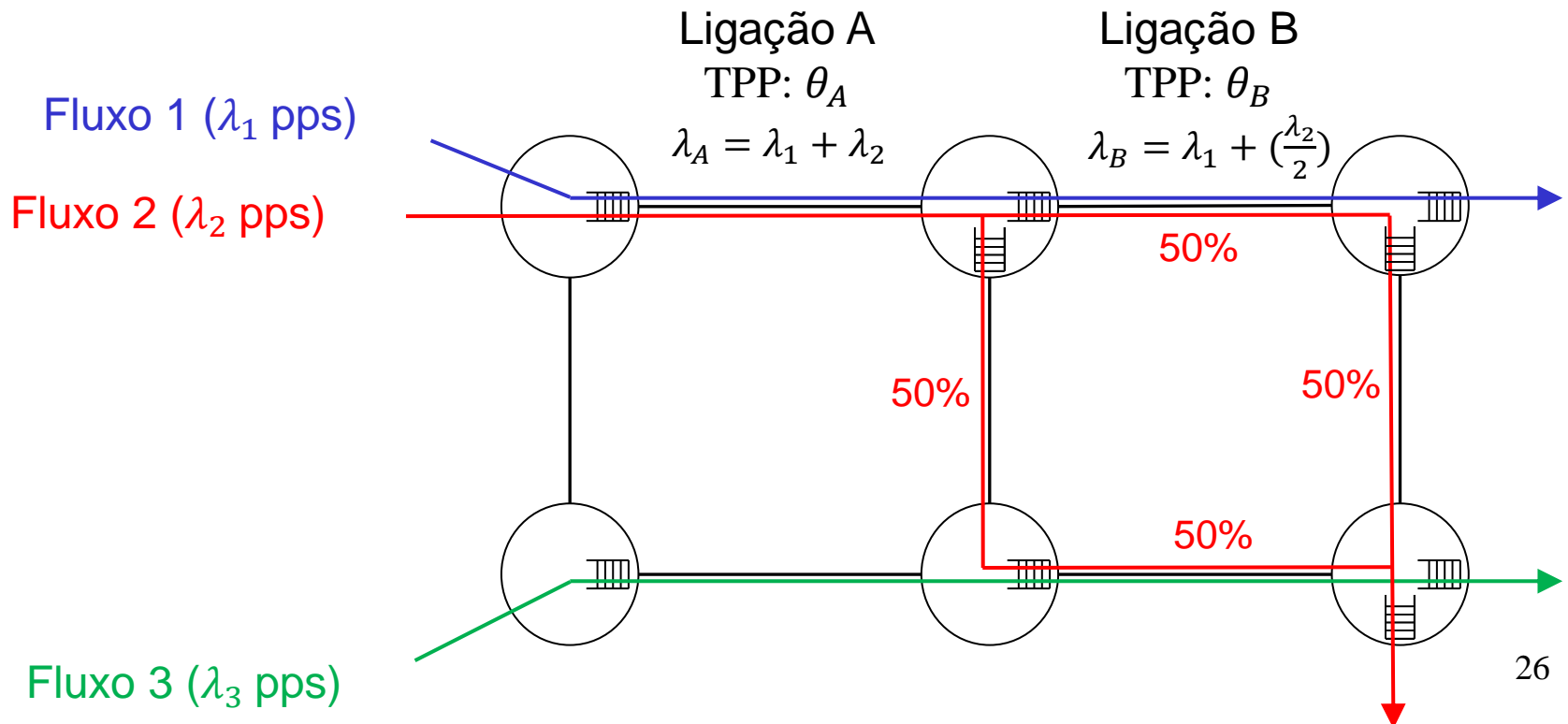


# Taxa de perda de pacotes (TPP) de cada fluxo

Num fluxo com um único percurso de encaminhamento (por exemplo, o caso do **Fluxo 1**), a taxa de perda de pacotes do fluxo é a probabilidade de cada pacote ser descartado na 1ª ligação, ou na 2ª ligação, etc.

$$\theta_1 = \theta_A + (1 - \theta_A) \times \theta_B$$

TPP – taxa de perda de pacotes

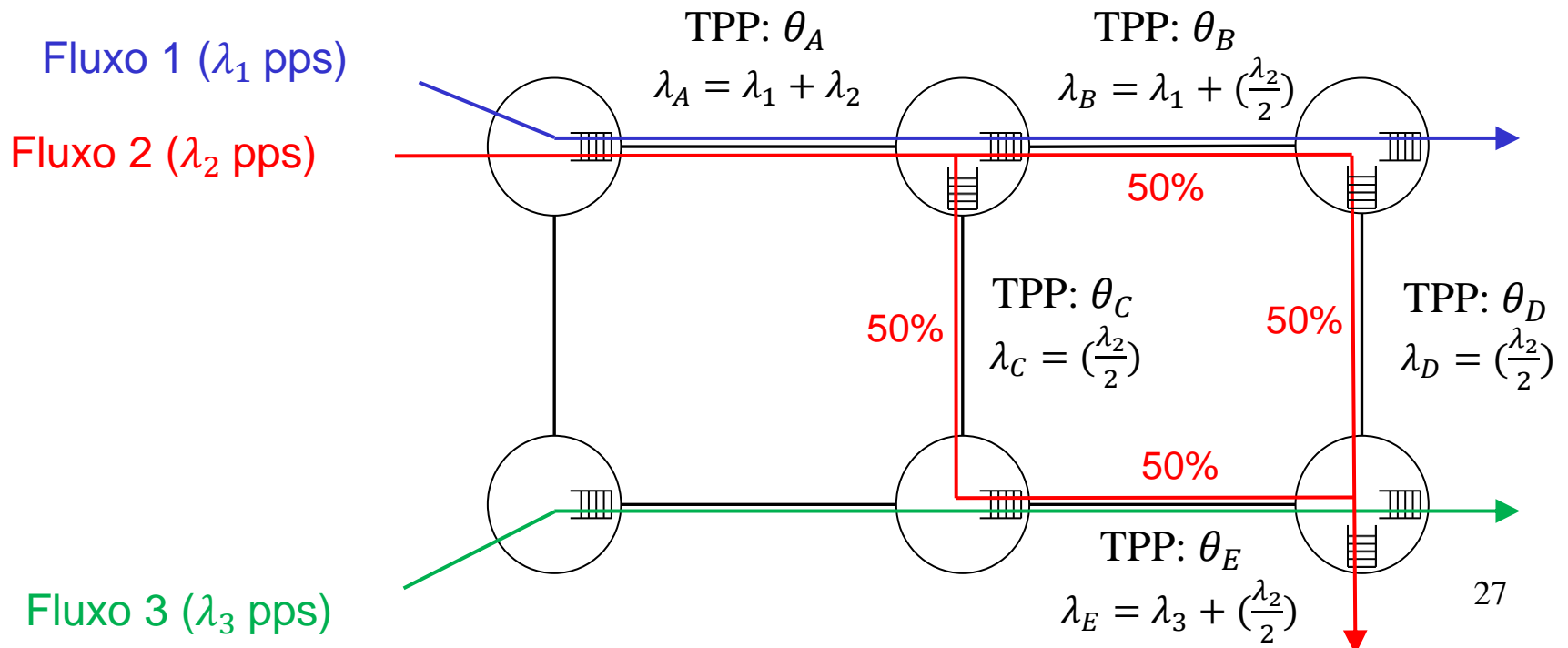


# Taxa de perda de pacotes (TPP) de cada fluxo

Num fluxo com diferentes percursos de encaminhamento (no exemplo, o caso do **Fluxo 2**), a taxa de perda de pacotes do fluxo é:

- a média pesada da taxa de perda de pacotes de cada percurso
- o peso é a percentagem de pacotes encaminhados por cada percurso.

$$\theta_2 = 0.5 \times [\theta_A + (1 - \theta_A) \times \theta_B + (1 - \theta_A) \times (1 - \theta_B) \times \theta_D] + 0.5 \times [\theta_A + (1 - \theta_A) \times \theta_C + (1 - \theta_A) \times (1 - \theta_C) \times \theta_E]$$



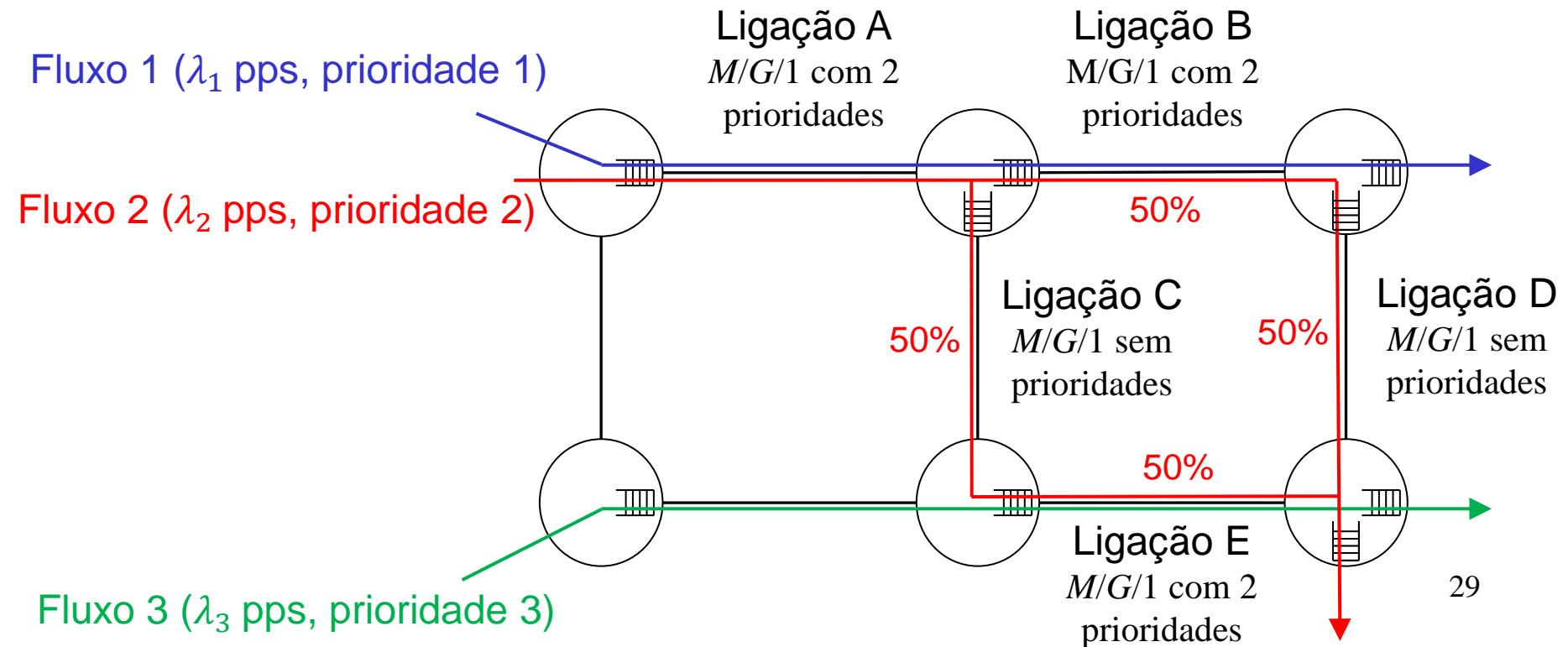
## Impacto da TPP no atraso médio por pacote de cada fluxo

- A taxa de perda de pacotes (TPP) de um fluxo numa ligação reduz a taxa de entrada de pacotes do fluxo nessa ligação e nas ligações subsequentes do percurso de encaminhamento até ao nó destino.
- Na prática, as taxas de perda de pacotes são valores muito pequenos (tipicamente  $< 1\%$ )
  - em serviços de dados, o protocolo TCP tem um mecanismo de controlo de fluxo que reduz a taxa de emissão de pacotes quando os pacotes não chegam ao destino;
  - em serviços *real-time*, os codecs conseguem reconstruir o áudio (e/ou o vídeo) para pequenas taxas de perda de pacotes; caso contrário, interrompem o serviço.
- Para valores de TPP pequenos, o impacto na redução da taxa de entrada de pacotes é insignificante pelo que pode ser ignorado na determinação do atraso médio por pacote de cada fluxo (conforme descrito anteriormente).

# Prioridades globais e prioridades em cada ligação

Considerando que a cada fluxo da rede é atribuída uma prioridade global:

- em cada ligação aplica-se o modelo  $M/G/1$  com as prioridades apenas com os fluxos suportados pela ligação
- no exemplo, o **Fluxo 2** tem menor prioridade que o **Fluxo 1** nas ligações A e B mas tem maior prioridade que o **Fluxo 3** na ligação E



## Rede de ligações *M/M/1*

Considere-se uma rede de ligações ponto-a-ponto em que a fila de espera de todas as ligações é muito grande.

Considere-se que a rede suporta diferentes fluxos de pacotes  $s = 1 \dots S$  com a mesma prioridade entre si.

Considere-se que o tamanho dos pacotes é exponencialmente distribuído com a mesma média em todos os fluxos.

Neste caso, todas as ligações são modeladas por um *M/M/1*.

Considere-se que cada fluxo  $s = 1 \dots S$  é suportado por um percurso único na rede, formado por uma sequência de ligações  $(i,j)$  definida pelo conjunto  $R_s$ .

Seja  $\lambda_s$  a taxa de chegada de pacotes do fluxo  $s$ , em pacotes/segundo.

Então a taxa total de chegada de pacotes à ligação  $(i,j)$  é:

$$\lambda_{ij} = \sum_{s:(i,j) \in R_s} \lambda_s$$

## Rede de ligações *M/M/1*

Considere-se agora o caso em que pode haver múltiplos percursos associados a cada fluxo de pacotes  $s$ :

- Seja  $f_{ij}(s)$  a fração de pacotes do fluxo  $s$  que atravessa a ligação  $(i,j)$ .
- Neste caso, o conjunto  $R_s$  inclui todas as ligações  $(i,j)$  tais que  $f_{ij}(s) > 0$ .

Então a taxa total de chegada de pacotes à ligação  $(i,j)$  é:

$$\lambda_{ij} = \sum_{s:(i,j) \in R_s} f_{ij}(s) \lambda_s$$

Considerando  $\mu_{ij}$  a capacidade da ligação  $(i,j)$  em número médio de pacotes/segundo, o número médio de pacotes em todas as ligações é (relembrar o modelo *M/M/1*):

$$L = \sum_{(i,j)} \frac{\lambda_{ij}}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}}$$

## Rede de ligações *M/M/1*

Usando o teorema de Little, o atraso médio por pacote na rede é:

$$W = \frac{1}{\gamma} \sum_{(i,j)} \frac{\lambda_{ij}}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}} \qquad \gamma = \sum_s \lambda_s$$

Nos casos em que o atraso de propagação nas ligações não é desprezável, o atraso médio por pacote na rede passa a ser

$$W = \frac{1}{\gamma} \sum_{(i,j)} \left( \frac{\lambda_{ij}}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}} + \lambda_{ij} d_{ij} \right) \qquad \gamma = \sum_s \lambda_s$$

em que  $d_{ij}$  é o atraso de propagação da ligação  $(i, j)$ .



# Rede de ligações *M/M/1*

No caso em que a cada fluxo  $s$  está associado um percurso único na rede, o atraso médio por pacote do fluxo de tráfego  $s$  é:

$$W_s = \sum_{(i,j) \in R_s} \left( \frac{1}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}} + d_{ij} \right)$$

No caso em que há diferentes percursos associados a cada fluxo de pacotes  $s$ , o atraso médio por pacote do fluxo  $s$  é:

- a média pesada do atraso de cada percurso (fórmula acima)
- o peso de cada percurso é a percentagem da taxa de chegada do fluxo  $s$ ,  $\lambda_s$ , que é encaminhado pelo percurso.

- 
- Nas redes com um percurso por fluxo, a maior fonte de erro associada à aproximação de Kleinrock deve-se à correlação entre os comprimentos dos pacotes e os intervalos entre chegadas.
  - Nas redes com múltiplos percursos por fluxo, pode existir um fator adicional de erro, dependendo da forma como os fluxos são bifurcados nos nós.

## Exemplo 2

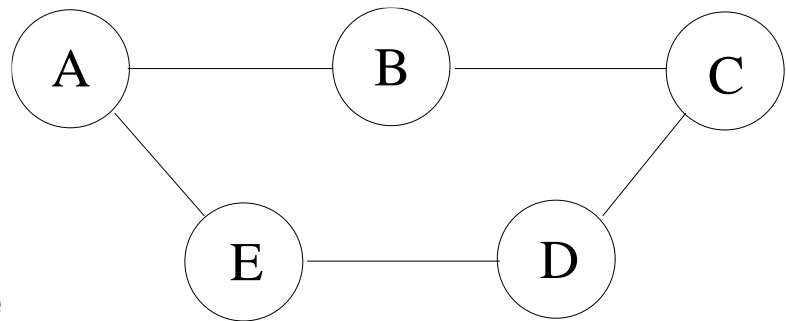
Considere a rede IP da figura com todas as ligações bidirecionais de 10 Mbps. A rede suporta 4 fluxos de pacotes:

- de A para C com uma taxa de Poisson de 1000 pps,
- de A para D com uma taxa de Poisson de 250 pps,
- de B para D com uma taxa de Poisson de 1000 pps e
- de B para E com uma taxa de Poisson de 750 pps.

O tamanho dos pacotes é exponencialmente distribuído com média 500 bytes em todos os fluxos. O tempo de propagação da ligação B-C é de 10 ms em cada sentido e desprezável nas outras ligações.

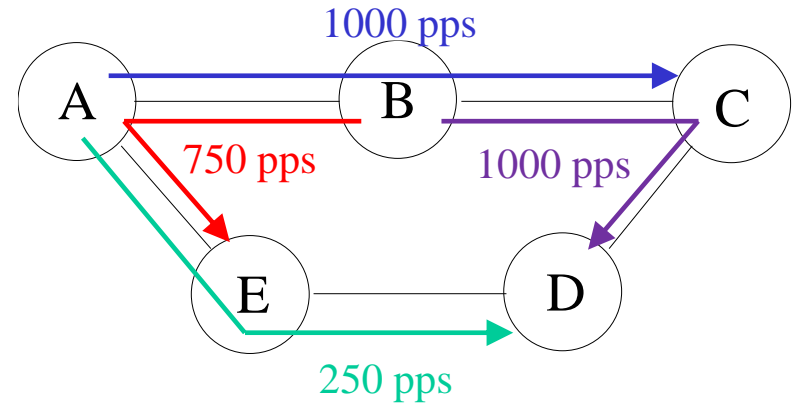
O protocolo de encaminhamento nos routers é o RIP. Utilizando a aproximação de Kleinrock, calcule:

- o atraso médio por pacote de cada fluxo;
- o atraso médio por pacote de todos os fluxos;
- a utilização (em percentagem) de cada ligação em cada sentido.



## Exemplo 2

- Ligações bidirecionais de 10 Mbps
- Pacotes de 500 bytes, em média
- Tempo de propagação da ligação B-C de 10 ms em cada sentido
- Encaminhamento RIP



$$W_s = \sum_{(i,j) \in R_s} \left( \frac{1}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}} + d_{ij} \right)$$

(a) O atraso médio por pacote de cada fluxo.

$$\mu_{AB} = \mu_{BA} = \mu_{BC} = \dots = \mu = \frac{10 \times 10^6 \text{ bps}}{500 \times 8 \text{ bpp}} = 2500 \text{ pps}$$

$$W_{A \rightarrow C} = \frac{1}{\mu_{AB} - \lambda_{AB}} + d_{AB} + \frac{1}{\mu_{BC} - \lambda_{BC}} + d_{BC} = \frac{1}{2500 - 1000} + 0 + \frac{1}{2500 - (1000 + 1000)} + 0.01 = 0.0127 \text{ seg.}$$

$$W_{A \rightarrow D} = \frac{1}{\mu_{AE} - \lambda_{AE}} + d_{AE} + \frac{1}{\mu_{ED} - \lambda_{ED}} + d_{ED} = \frac{1}{2500 - (750 + 250)} + 0 + \frac{1}{2500 - 250} + 0 = 0.0011 \text{ seg.}$$

$$W_{B \rightarrow D} = \frac{1}{\mu_{BC} - \lambda_{BC}} + d_{BC} + \frac{1}{\mu_{CD} - \lambda_{CD}} + d_{CD} = \frac{1}{2500 - (1000 + 1000)} + 0.01 + \frac{1}{2500 - 1000} + 0 = 0.0127 \text{ seg.}$$

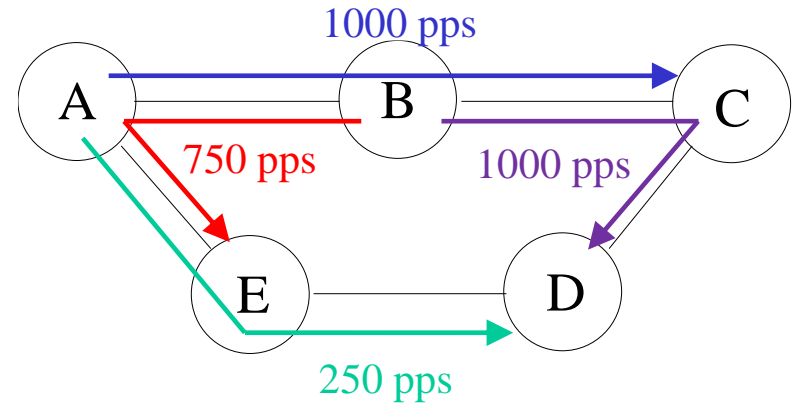
$$W_{B \rightarrow E} = \frac{1}{\mu_{BA} - \lambda_{BA}} + d_{BA} + \frac{1}{\mu_{AE} - \lambda_{AE}} + d_{AE} = \frac{1}{2500 - 750} + 0 + \frac{1}{2500 - (750 + 250)} + 0 = 0.0012 \text{ seg.}$$

## Exemplo 2

- Ligações bidirecionais de 10 Mbps
- Pacotes de 500 bytes, em média
- Tempo de propagação da ligação B-C de 10 ms em cada sentido
- Encaminhamento RIP

(b) O atraso médio por pacote de todos os fluxos.

$$\mu_{AB} = \mu_{BA} = \mu_{BC} = \dots = \mu = \frac{10 \times 10^6 \text{ bps}}{500 \times 8 \text{ bpp}} = 2500 \text{ pps}$$



$$W = \frac{1}{\gamma} \sum_{(i,j)} \left( \frac{\lambda_{ij}}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}} + \lambda_{ij} d_{ij} \right)$$

$$\gamma = \sum_s \lambda_s$$

$$\gamma = \lambda_{A \rightarrow C} + \lambda_{A \rightarrow D} + \lambda_{B \rightarrow D} + \lambda_{B \rightarrow E} = 1000 + 250 + 1000 + 750 = 3000 \text{ pps}$$

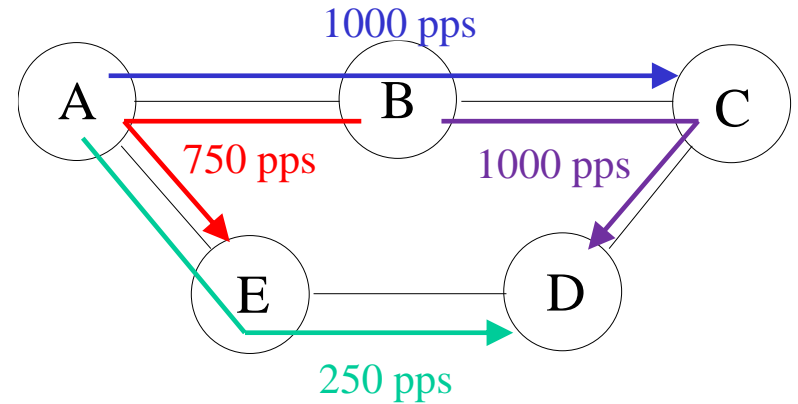
$$W = \frac{1}{\gamma} \times \left( \frac{\lambda_{AB}}{\mu_{AB} - \lambda_{AB}} + \frac{\lambda_{BA}}{\mu_{BA} - \lambda_{BA}} + \frac{\lambda_{BC}}{\mu_{BC} - \lambda_{BC}} + \lambda_{BC} d_{BC} + \frac{\lambda_{CD}}{\mu_{CD} - \lambda_{CD}} + \frac{\lambda_{AE}}{\mu_{AE} - \lambda_{AE}} + \frac{\lambda_{ED}}{\mu_{ED} - \lambda_{ED}} \right)$$

$$W = \frac{1}{3000} \times \left( \frac{1000}{2500 - 1000} + \frac{750}{2500 - 750} + \frac{2000}{2500 - 2000} + 2000 \times 0.01 + \frac{1000}{2500 - 1000} + \frac{1000}{2500 - 1000} + \frac{250}{2500 - 250} \right)$$

$$W = 0.00865 \text{ seg.}$$

## Exemplo 2

- Ligações bidirecionais de 10 Mbps
- Pacotes de 500 bytes, em média
- Tempo de propagação da ligação B-C de 10 ms em cada sentido
- Encaminhamento RIP



(c) A utilização (em percentagem) de cada ligação em cada sentido.

$$\mu_{AB} = \mu_{BA} = \mu_{BC} = \dots = \mu = \frac{10 \times 10^6 \text{ bps}}{500 \times 8 \text{ bpp}} = 2500 \text{ pps}$$

$$U_{AB} = \frac{\lambda_{AB}}{\mu_{AB}} = \frac{1000}{2500} = 0.4 = 40\%$$

$$U_{BA} = \frac{\lambda_{BA}}{\mu_{BA}} = \frac{750}{2500} = 0.3 = 30\%$$

$$U_{BC} = \frac{\lambda_{BC}}{\mu_{BC}} = \frac{2000}{2500} = 0.8 = 80\%$$

$$U_{CD} = \frac{\lambda_{CD}}{\mu_{CD}} = \frac{1000}{2500} = 0.4 = 40\%$$

$$U_{AE} = \frac{\lambda_{AE}}{\mu_{AE}} = \frac{1000}{2500} = 0.4 = 40\%$$

$$U_{ED} = \frac{\lambda_{ED}}{\mu_{ED}} = \frac{250}{2500} = 0.1 = 10\%$$

## Exemplo 3

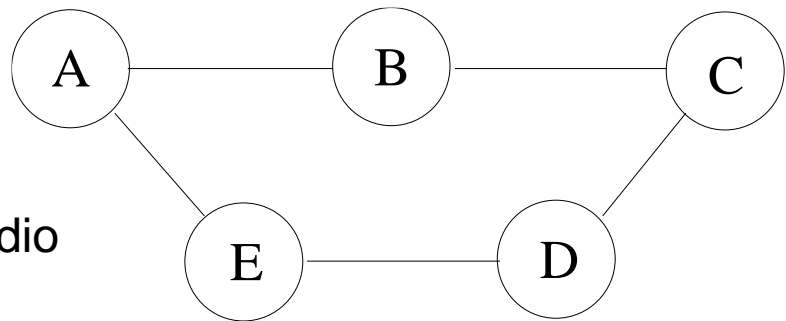
Considere a rede IP da figura com todas as ligações bidirecionais de 10 Mbps. A rede suporta 4 fluxos de pacotes:

- de A para C com uma taxa de Poisson de 1000 pps,
- de A para D com uma taxa de Poisson de 250 pps,
- de B para D com uma taxa de Poisson de 1000 pps e
- de B para E com uma taxa de Poisson de 750 pps.

O tamanho dos pacotes é exponencialmente distribuído com média 500 bytes em todos os fluxos. O tempo de propagação da ligação B-C é de 10 ms em cada sentido e desprezável nas outras ligações.

O protocolo de encaminhamento nos routers é o OSPF.

- (a) Determine os custos OSPF que permitem minimizar a utilização da ligação mais carregada.
- (b) Utilizando a aproximação de Kleinrock, determine o atraso médio por pacote de todos os fluxos na solução anterior.



## Exemplo 3

- Ligações bidirecionais de 10 Mbps
- Pacotes de 500 bytes, em média
- Propagação da ligação B-C de 10 ms em cada sentido
- Encaminhamento OSPF

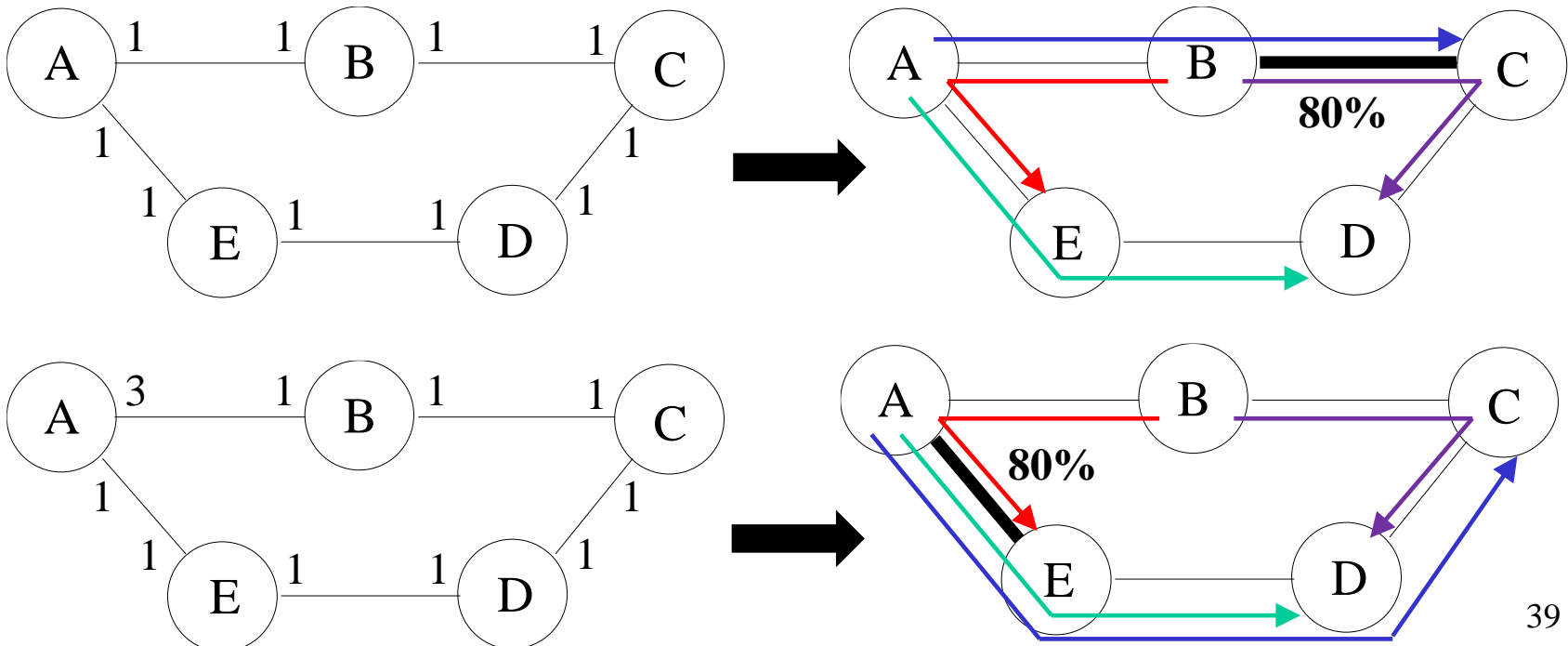
$$\lambda_{A \rightarrow C} = 1000 \text{ pps}$$

$$\lambda_{A \rightarrow D} = 250 \text{ pps}$$

$$\lambda_{B \rightarrow D} = 1000 \text{ pps}$$

$$\lambda_{B \rightarrow E} = 750 \text{ pps}$$

(a) Determine os custos OSPF que permitem minimizar a utilização da ligação mais carregada.



## Exemplo 3

- Ligações bidirecionais de 10 Mbps
- Pacotes de 500 bytes, em média
- Propagação da ligação B-C de 10 ms em cada sentido
- Encaminhamento OSPF

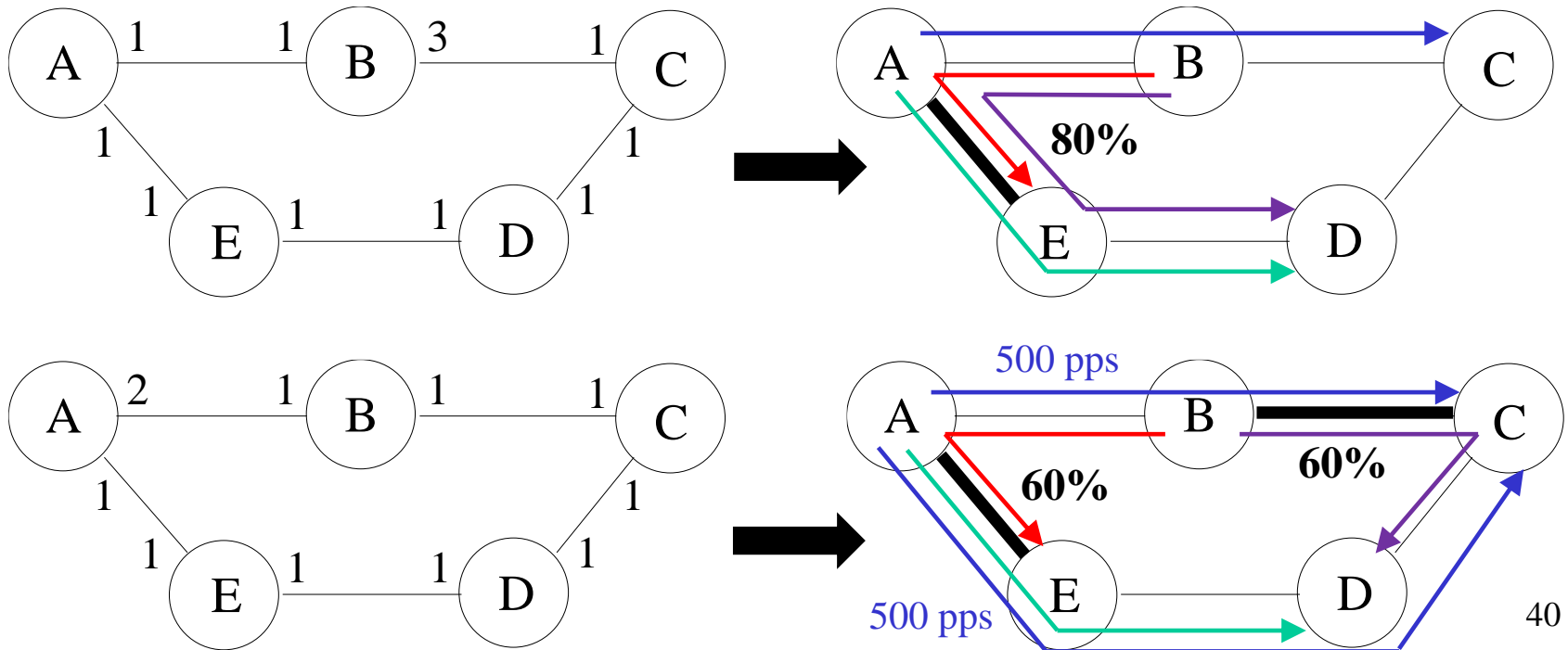
$$\lambda_{A \rightarrow C} = 1000 \text{ pps}$$

$$\lambda_{A \rightarrow D} = 250 \text{ pps}$$

$$\lambda_{B \rightarrow D} = 1000 \text{ pps}$$

$$\lambda_{B \rightarrow E} = 750 \text{ pps}$$

(a) Determine os custos OSPF que permitem minimizar a utilização da ligação mais carregada.





## Exemplo 3

- Ligações bidirecionais de 10 Mbps
- Pacotes de 500 bytes, em média
- Propagação da ligação B-C de 10 ms em cada sentido
- Encaminhamento OSPF

$$\lambda_{A \rightarrow C} = 1000 \text{ pps}$$

$$\lambda_{A \rightarrow D} = 250 \text{ pps}$$

$$\lambda_{B \rightarrow D} = 1000 \text{ pps}$$

$$\lambda_{B \rightarrow E} = 750 \text{ pps}$$

- (b) Utilizando a aproximação de Kleinrock, determine o atraso médio por pacote de todos os fluxos na solução anterior.

$$\mu_{AB} = \mu_{BA} = \mu_{BC} = \dots = \mu = \frac{10 \times 10^6 \text{ bps}}{500 \times 8 \text{ bpp}} = 2500 \text{ pps}$$

$$\gamma = \lambda_{A \rightarrow C} + \lambda_{A \rightarrow D} + \lambda_{B \rightarrow D} + \lambda_{B \rightarrow E} = 1000 + 250 + 1000 + 750 = 3000 \text{ pps}$$

$$W = \frac{1}{\gamma} \times \left( \frac{\lambda_{AB}}{\mu_{AB} - \lambda_{AB}} + \frac{\lambda_{BA}}{\mu_{BA} - \lambda_{BA}} + \frac{\lambda_{BC}}{\mu_{BC} - \lambda_{BC}} + \lambda_{BC} d_{BC} + \frac{\lambda_{CD}}{\mu_{CD} - \lambda_{CD}} + \frac{\lambda_{DC}}{\mu_{DC} - \lambda_{DC}} + \frac{\lambda_{AE}}{\mu_{AE} - \lambda_{AE}} + \frac{\lambda_{ED}}{\mu_{ED} - \lambda_{ED}} \right)$$

$$W = \frac{1}{3000} \times \left( \frac{500}{2500 - 500} + \frac{750}{2500 - 750} + \frac{1500}{2500 - 1500} + 1500 \times 0.01 + \frac{1000}{2500 - 1000} + \frac{500}{2500 - 500} + \frac{1500}{2500 - 1500} + \frac{750}{2500 - 750} \right)$$

$$W = 0.00667 \text{ seg.} \quad (\text{Exemplo 2: } W = 0.00865 \text{ seg.})$$

