$$\mathrm{val}_1 = \frac{2E+X}{3} + \frac{\frac{C^2-E^2-G^2+2R^2-2EX}{3} + \frac{(2E+X)^2}{9}}{\left(\sqrt{\left(CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^2-\left(\frac{C^2-E^2-G^2+2R^2-2EX}{3}+\frac{(2E+X)^2}{9}\right)^3}+CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^{1/3}} + \left(\sqrt{\left(CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)\left(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2\right)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^2-\left(\frac{C^2-E^2-G^2+2R^2-2EX}{3}+\frac{(2E+X)^2}{9}\right)^3}+CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)\left(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2\right)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^{1/3}$$

$$\mathrm{val}_2 = \frac{2E+X}{3} - \frac{\frac{C^2-E^2-G^2+2R^2-2EX}{3} + \frac{(2E+X)^2}{9}}{2\left(\sqrt{\left(CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^2-\left(\frac{C^2-E^2-G^2+2R^2-2EX}{3}+\frac{(2E+X)^2}{9}\right)^3}+CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^{1/3}} - \frac{\left(\sqrt{\left(CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^2-\left(\frac{C^2-E^2-G^2+2R^2-2EX}{3}+\frac{(2E+X)^2}{9}\right)^3}+CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)\left(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2\right)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^{1/3}}{2} - \frac{\sqrt{3}\left(\frac{\frac{C^2-E^2-G^2+2R^2-2EX}{3}+\frac{(2E+X)^2}{9}}{\left(\sqrt{\left(CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^2-\left(\frac{C^2-E^2-G^2+2R^2-2EX}{3}+\frac{(2E+X)^2}{9}\right)^3}+CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^{1/3}}\right)\mathrm{i}}{2} + \frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{\left(CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^2-\left(\frac{C^2-E^2-G^2+2R^2-2EX}{3}+\frac{(2E+X)^2}{9}\right)^3}+CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)\left(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2\right)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^{1/3}\mathrm{i}}{2}$$

$$\mathrm{val}_3 = \frac{2E+X}{3} - \frac{\frac{C^2-E^2-G^2+2R^2-2EX}{3} + \frac{(2E+X)^2}{9}}{2\left(\sqrt{\left(CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^2-\left(\frac{C^2-E^2-G^2+2R^2-2EX}{3}+\frac{(2E+X)^2}{9}\right)^3}+CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^{1/3}} - \frac{\left(\sqrt{\left(CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^2-\left(\frac{C^2-E^2-G^2+2R^2-2EX}{3}+\frac{(2E+X)^2}{9}\right)^3}+CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)\left(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2\right)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^{1/3}}{2} + \frac{\sqrt{3}\left(\frac{\frac{C^2-E^2-G^2+2R^2-2EX}{3}+\frac{(2E+X)^2}{9}}{\left(\sqrt{\left(CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^2-\left(\frac{C^2-E^2-G^2+2R^2-2EX}{3}+\frac{(2E+X)^2}{9}\right)^3}+CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^{1/3}}\right)\mathrm{i}}{2} - \frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{\left(CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^2-\left(\frac{C^2-E^2-G^2+2R^2-2EX}{3}+\frac{(2E+X)^2}{9}\right)^3}+CR^2-ER^2+\frac{E^2X+G^2X-C^2X}{2}-\frac{(2E+X)\left(-C^2+E^2+2XE+G^2-2R^2\right)}{6}+\frac{(2E+X)^3}{27}\right)^{1/3}\mathrm{i}}{2}$$

Here we define the followings:

$$\kappa \coloneqq \frac{C^2 - E^2 - G^2 + 2R^2 - 2EX}{3} + \frac{(2E + X)^2}{9}$$

$$\sigma \coloneqq CR^2 - ER^2 + \frac{E^2X + G^2X - C^2X}{2} - \frac{(2E + X)\left(-C^2 + E^2 + 2XE + G^2 - 2R^2\right)}{6} + \frac{(2E + X)^3}{27}$$

Then the three eigenvalues of the Hamiltonian become:

$$\mathrm{val}_1 = \frac{2E + X}{3} + \frac{\kappa}{\left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - \kappa^3}\right)^{1/3}} + \left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - \kappa^3}\right)^{1/3}$$

$$\mathrm{val}_2 = \frac{2E + X}{3} - \frac{\kappa}{2\left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - \kappa^3}\right)^{1/3}} - \frac{\left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - \kappa^3}\right)^{1/3}}{2} - \frac{\sqrt{3}\left(\frac{\kappa}{\left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - \kappa^3}\right)^{1/3}}\right)\mathrm{i}}{2} + \frac{\sqrt{3}\left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - \kappa^3}\right)^{1/3}\mathrm{i}}{2}$$

$$\mathrm{val}_3 = \frac{2E + X}{3} - \frac{\kappa}{2\left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - \kappa^3}\right)^{1/3}} - \frac{\left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - \kappa^3}\right)^{1/3}}{2} + \frac{\sqrt{3}\left(\frac{\kappa}{\left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - \kappa^3}\right)^{1/3}}\right)\mathrm{i}}{2} - \frac{\sqrt{3}\left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - \kappa^3}\right)^{1/3}\mathrm{i}}{2}$$

Now define:

$$\zeta \coloneqq \left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - \kappa^3}\right)^{1/3}$$

Then the three eigenvalues of the Hamiltonian become:

$$\mathrm{val}_1 = \frac{2E + X}{3} + \left(\frac{\kappa}{\zeta} + \zeta\right)$$

$$\mathrm{val}_2 = \frac{2E + X}{3} - \frac{1}{2}\left(\frac{\kappa}{\zeta} + \zeta\right) - \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\kappa}{\zeta} - \zeta\right)\mathrm{i}$$

$$\mathrm{val}_3 = \frac{2E + X}{3} - \frac{1}{2}\left(\frac{\kappa}{\zeta} + \zeta\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\kappa}{\zeta} - \zeta\right)\mathrm{i}$$