

Modelación matemática a través de la alometría: estrategias para la enseñanza en el aula

Carlos Eduardo León Salinas

carlos.leon@ugc.edu.co

José Miguel León Puentes

joleonp@unal.edu.co

Universidad La Gran Colombia
Universidad Nacional de Colombia
Bogotá, D.C. - Colombia.



RELME 38
BOGOTÁ - COLOMBIA

Clame Comité Latinoamericano
de Matemática Educativa



UAN
UNIVERSIDAD
ANTONIO NARIÑO

Programa del Taller



Primera Sesión

- Fundamentación teórica sobre modelación
- Fundamentación del diseño experimental
- Introducción a la alometría como caso de estudio.
- Fuentes y métodos para la recolección de datos.
- Primer desarrollo de la actividad

Segunda Sesión

- Repaso de la sesión anterior
- Análisis y retroalimentación de la toma de datos
- Modelación Matemática
- Implementación de la Modelación desde otras perspectivas
- Segundo desarrollo de la actividad
- Reflexiones colectivas

Repaso y resumen de la sesión pasada

RELME 38



Introducción a la Modelación Matemática:

- Diferencias entre la modelación en educación matemática (énfasis en aprendizaje y simplificación didáctica) y en ciencias aplicadas (rigor técnico y predicción).
- Cuestionamiento sobre los criterios de una "buena modelación" en el aula:
- Uso auténtico de conceptos (funciones, proporciones).
- Validación empírica y contextualización sin simplificaciones excesivas.

Fundamentos Teóricos:

- o Alometría: Estudio de relaciones de escala entre variables biológicas (ej. tamaño de hojas), representada por la ecuación

$$y = ax^b$$

$$y \propto x^b$$

$$\log y = \log a + b \log x$$

El modelo (ideas)

Representación simplificada de una situación real o problema.



Objetivo: diseñada para facilitar la comprensión, el análisis y la resolución de fenómenos mediante herramientas matemáticas.

El modelo lineal permite abordar relaciones proporcionales y de causalidad.

Es un puente entre lo concreto y lo abstracto, y una vía para desarrollar pensamiento algebraico, crítico y aplicado.

El modelo

Según Duval, el aprendizaje matemático requiere la coordinación entre múltiples sistemas de representación (gráficos, algebraicos, numéricos, verbales), y las dificultades surgen cuando no se logra la conversión entre ellos.



Medir hojas (registro físico \rightarrow tabla de datos).

Graficar $\log(\text{ancho})$ vs. $\log(\text{largo})$ (registro gráfico).

Ajustar una recta (registro algebraico).

Discutir si el modelo es válido (registro verbal).



El modelo



La actividad de las hojas (p. 20) es un ejemplo de movilización múltiple de registros:

1. Registro empírico: Medición de hojas (dato concreto).
2. Registro tabular: Organización en una tabla.
3. Registro gráfico: Nube de puntos y recta de regresión.
4. Registro algebraico: Ecuación $\log y = b \log x + \log a$
5. Registro verbal: Explicar qué significa b en la biología del árbol.



El lugar del error en la estadística y en el aula

Modelación matemática escolar:

- Busca representar fenómenos reales con expresiones exactas, muchas veces determinísticas.
- Predomina la búsqueda de la “respuesta correcta”.

Modelación estadística:

- Parte de la incertidumbre, la variabilidad y la presencia del error.
- El modelo no busca predecir con certeza, sino **explicar con un margen de error explícito**.



El lugar del error en la estadística y en el aula

Escuela (modelación matemática)	Estadística (modelación probabilística)
Precisión idealizada	Incertidumbre reconocida
Respuestas exactas esperadas	Intervalos y probabilidades
Error como falla	Error como parte del modelo



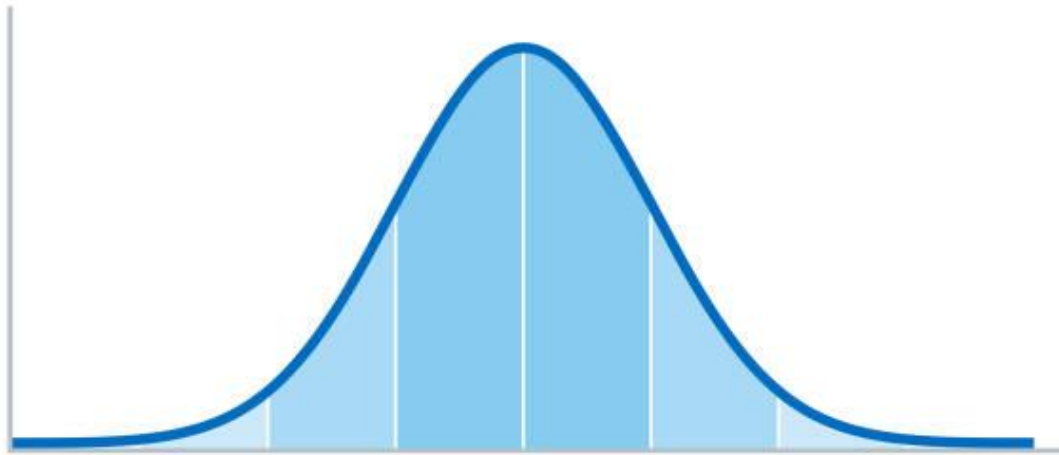
El error como concepto formativo

- En la enseñanza tradicional, el **error es penalizado**.
- En estadística, el **error es central**:
 - Se modela con residuos, varianzas, ruido, errores estándar.
 - **El error no invalida el modelo, lo fortalece.**

¿Qué pasaría si tratáramos los errores de los estudiantes como los errores en un modelo estadístico?

Analizar la diferencia, no castigarla

"Normalizar el error no es solo una condición matemática, es también una actitud pedagógica."



En estadística, como supuesto distribucional de los residuos

En educación, aceptarlo como parte legítima del aprendizaje



Reivindicar el error en la enseñanza

- El error como oportunidad para modelar el pensamiento del estudiante.
- Podemos construir modelos que expliquen “cómo” se equivoca un estudiante y “por qué”.

Modelación formativa del error

No solo evaluar si falló, sino modelar sus patrones de error como lo haría un modelo estadístico con los datos.

Modelar el error no solo mejora los resultados, también mejora la comprensión.

Reflexión



“En estadística, no hay modelo sin error. ¿Por qué deberíamos esperar que el aprendizaje ocurra sin equivocaciones?”

¿Cómo podríamos diseñar tareas de aula donde el error no sea borrado, sino incorporado, explicado, modelado?





Segundo desarrollo de la actividad

