Análisis de Algoritmos

Qué es el análisis de algoritmos?

Son preguntas de interés:

- Cuánto tiempo tardará en ejecutarse un programa?
- Cuánta memoria requerirá?

De la respuesta depende que tan factible sea resolver un problema de cómputo en la práctica.

Cómo responderlas?

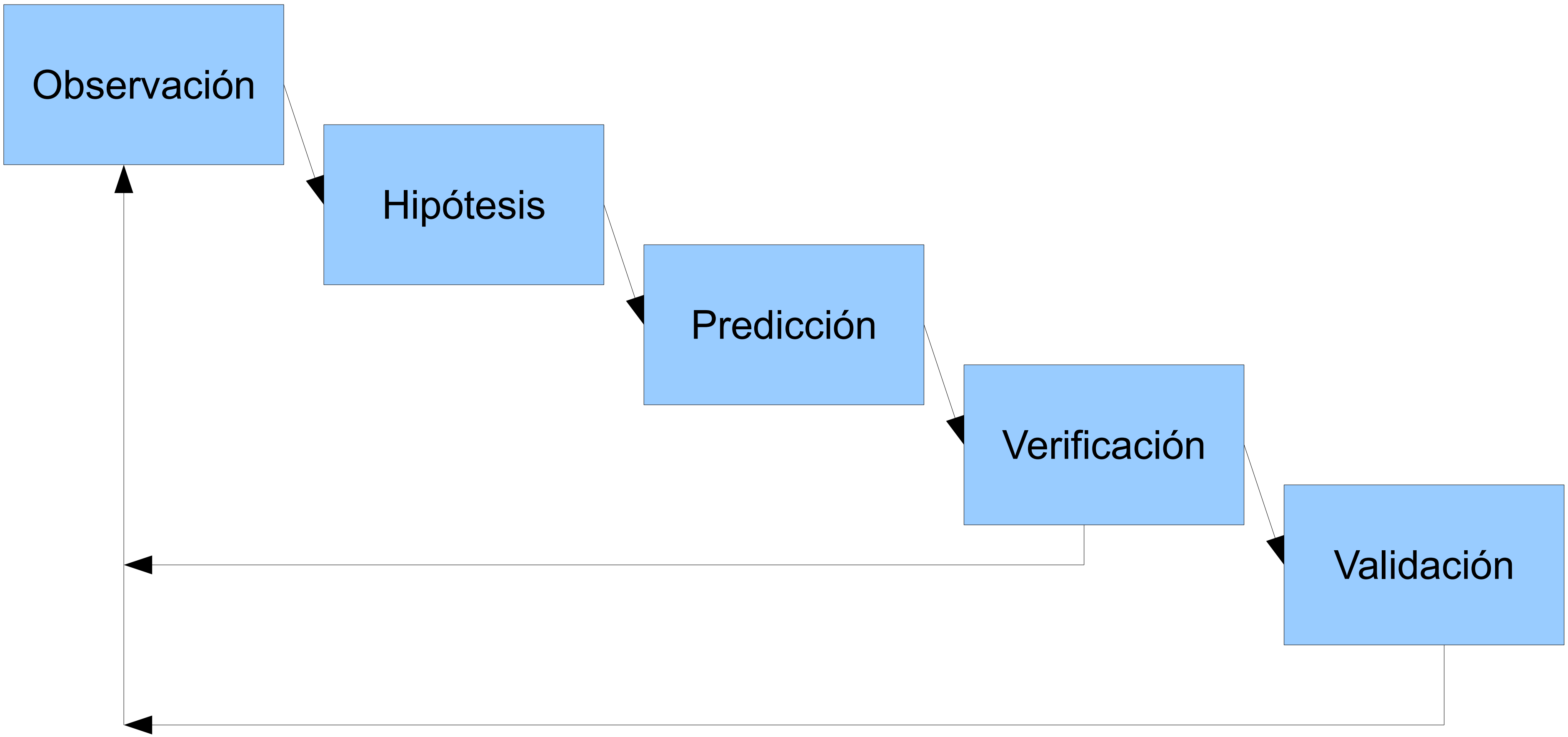
En el fondo interesa

- Medir : Cuando ya se tiene un programa
- Estimar : Qué tantos recursos se necesitaran?

Estos problemas se abordan por dos métodos

- Experimental
- Analítico

Método experimental



Observación

- Es fácil medir el tiempo de ejecución de los programas
- Se encuentra que el tiempo generalmente es variable, depende de varios factores:
  - Características del hardware/software
  - El algoritmo utilizado
  - El tamaño del problema

Ejemplo
Medición de tiempo

- Programa ThreeSum: Encontrar todas las ternas de enteros que sumen cero.
- Clase StopWatch: Cronometrar la ejecución de un programa

Análisis de los datos experimentales

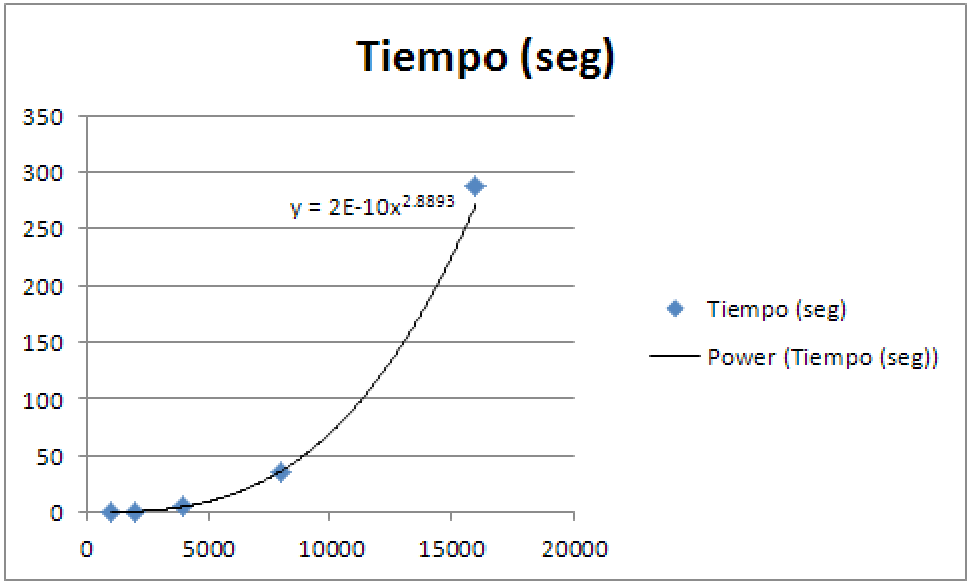
- Se tabulan los tiempos para distintos tamaños del problema de entrada
- Se grafican los datos: Observaciones
- Se busca una función que aproxime los datos: Hipótesis

Ejemplo: Observación

- Se ejecuta el programa y se tabulan los tiempos de ejecución

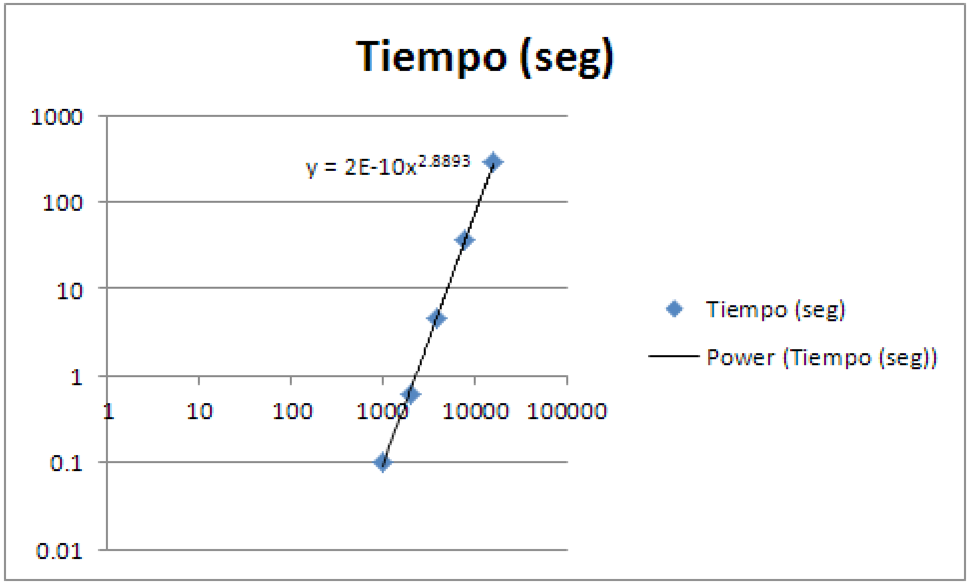
```
java -cp algs4.jar edu.princeton.cs.algs4.DoublingTest
    250   0.0
    500   0.0
   1000   0.4
   2000   0.6
   4000   4.7
   8000  36.3
```

Ejemplo: Hipótesis



Hipótesis: El tiempo crece según una ley de potencia $T(n) = a\,N^{2.89}$

Ejemplo: Determinar el modelo



Modelo matemático

Postulado de D. E. Knuth

El tiempo de ejecución de todo programa depende de dos factores:

- El tiempo de ejecución de cada instrucción, t_i.
- La frecuencia de ejecución de cada instrucción, f_i.

$$T(N) = \sum t_i \cdot f_i$$

Tamaño de la entrada

Ejemplo: Modelo para ThreeSum

- El aspecto clave es determinar las frecuencias de las distintas sentencias.
- En el caso de ThreeSum, la condición del ciclo `if` se ejecuta

$$\binom{n}{3} = \frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1}$$

Notación *tilde*

- Normalmente, el resultado del análisis es una función de muchos términos, pero uno de sus términos predomina para efectos de describir su crecimiento.

E.g.

$$\frac{N(N-1)(N-2)}{6} = \frac{N^3}{6} - \frac{N^2}{2} + \frac{N}{3}$$

Para valores grandes de N, predomina el término $N^3/6$.

Notación *tilde*

- Se escribe ~f(N) para denotar cualquier función que dividida por f(N) tienda a 1 para valores grandes de N.

e.g.

$$\frac{N(N-1)(N-2)}{6} \sim \frac{N^3}{6}$$

Orden de crecimiento (order-of-grow)

- En el análisis algoritmico generalmente se obtienen funciones tilde de la forma

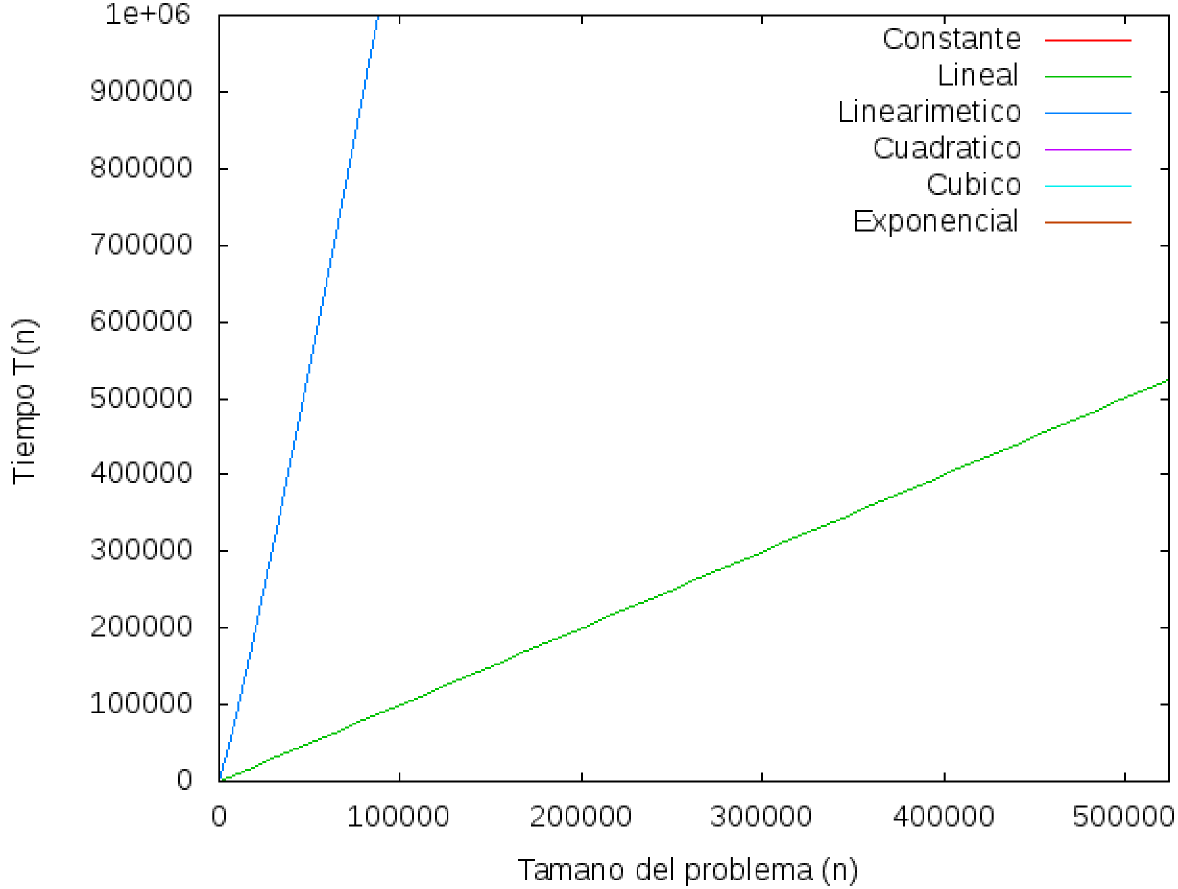
$$f(N) \sim a\, g(N)$$

donde la a es una constante y g(N) son funciones de la forma

$$g(N) = N^{b} (\log N)^{c}$$

- A la función g(N) se le llama el ***orden de crecimiento*** de f(N). (Se descarta la constante multiplicativa)

Comparación de órdenes de crecimiento



Comparación de órdenes (Gráfica con escalas log-log)