

## **Álgebra declarativa, Implicaciones y derivaciones lógicas**

### **Álgebra declarativa**

1. Simplifique utilizando el álgebra declarativa

- a)  $\neg(P \wedge \neg(Q \vee \neg R))$
- b)  $(P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee Q) \vee \neg(\neg(P \vee \neg R) \wedge Q)$
- c)  $\neg Q \wedge (P \vee Q) \wedge R \vee \neg R \wedge (P \vee Q) \wedge \neg Q$

2. Determinar si cada una de las expresiones son tautologías, contradicciones o indeterminadas utilizando el álgebra declarativa

- a)  $P \vee \neg((P \wedge \neg Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q))$
- b)  $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P) \wedge \neg(P \leftrightarrow Q)$

3. Para cada una de las siguientes expresiones, obtener la expresión equivalente en FND y en FNC

- a)  $\neg(\neg P \vee (\neg Q \wedge R))$
- b)  $P \rightarrow Q \wedge \neg(R \vee P)$

4. Se tiene una función lógica descrita por la siguiente tabla de verdad

| <b>P</b> | <b>Q</b> | <b>R</b> | <b>f(P,Q,R)</b> |
|----------|----------|----------|-----------------|
| V        | V        | V        | V               |
| V        | V        | F        | F               |
| V        | F        | V        | V               |
| V        | F        | F        | V               |
| F        | V        | V        | F               |
| F        | V        | F        | F               |
| F        | F        | V        | F               |
| F        | F        | F        | V               |

- Obtener la expresión lógica correspondiente en FND. Simplificarla. Ilustrar el circuito digital correspondiente.
- Obtener la expresión lógica correspondiente en FNC. Simplificarla. Ilustrar el circuito digital correspondiente.

## Reglas de inferencia

- Verificar las siguientes reglas de inferencia usando el álgebra declarativa:

| <b>Ley de inferencia</b> | <b>Expresión</b>  |
|--------------------------|---|
| Silogoismo hipotético    | $P \rightarrow O, O \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$ |
| Silogoismo disyuntivo    | $P \vee O, \neg O \vdash P$                               |
| Modus ponens             | $P \rightarrow O, P \vdash O$                             |
| Modus tollens            | $P \rightarrow O, \neg O \vdash \neg P$                   |
| Ley de casos             | $P \rightarrow O, \neg P \rightarrow O \vdash O$          |

- Indicar la expresión lógica correspondiente a cada regla de inferencia
- Demostrar que son implicaciones lógicas.

- Son válidas las siguientes inferencias lógicas? En caso afirmativo indicar que regla de inferencia se está usando. En caso negativo, porque no?

- Fumar es saludable.  
Si fumar es saludable, los médicos recetarían fumar.  
Los médicos recetan fumar.

b.  
Todo el que hace los ejercicios aprende.  
No aprendí  
No hice los ejercicios

c.  
O tomo un taxi ó llego tarde  
Llegue tarde  
No tomé un taxi

3. Qué regla de inferencia se usa en los siguientes argumentos lógicos:

- a. Si está húmedo y caluroso, entonces esta húmedo.
- b. Si Juan estudia, entonces Juan estudia o trabaja.
- c. Si la batería está descargada el carro no prende. Si el carro no prende no vamos a la fiesta. Como la batería está descargada, no vamos a la fiesta.
- d. María está viendo televisión o estudiando. María no estudia, por lo que está viendo televisión.

## Derivaciones lógicas

1. Demostrar utilizando derivaciones lógicas:

- a)  $P, P \rightarrow (Q \vee R), (Q \vee R) \rightarrow S \vdash S$
- b)  $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R, R \rightarrow P \vdash P \leftrightarrow Q$
- c)  $P \rightarrow Q, P \rightarrow \neg Q \vdash \neg P$
- d)  $P \rightarrow \neg Q \vee \neg R, P \rightarrow Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow \neg Q$
- e)  $P \rightarrow Q, R \rightarrow \neg P \vdash P \rightarrow (Q \wedge \neg R)$

2. Quién fue el asesino?

Interrogan 3 testigos y se sabe que solo uno de ellos dice la verdad.

Testigo X: El asesino fue Y

Testigo Y: El asesino fue Z

Testigo Z: Ni X, ni Y fueron los asesinos.

3. Qué día es hoy ?

John decidió decir la verdad los lunes, jueves y sábados y mentir los otros días.

