# Ejemplos de clase:

## 1. Particularización Universal

1. $\forall x\,(H(x) \rightarrow M(x))$  Premisa: Todo ser humano es mortal

   U: Seres

2. $H(juan)$  Premisa: Juan es humano

3. $H(juan) \rightarrow M(juan)$  $1,\ S^{x}_{juan}$ ← Aplicando la particularización universal

4. $M(juan)$  2,3 Modus ponens

## 2. Cuando no aplica la particularización universal:

Colisión con una variable ligada

Sea el predicado: $P(x,y,z)$: $x+y=z$

La expresión $\forall x \forall y \exists z\, P(x,y,z)$ es válida: Premisa

La sustitución $S^{x}_{z}\left(\forall x \forall y \exists z\, P(x,y,z)\right) \equiv \forall y \forall z\, P(z,y,z)$

la cual no es válida, pues no para todo 'y' y 'z' se cumple $z+y=z$ e.g. $y=1$

# 3. Generalización Universal

Comprobar: $\forall_x P(x),\ \forall_x (P(x) \to Q(x)) \vdash \forall_x Q(x)$

1. $\forall_x P(x)$ Premisa
2. $\forall x (P(x) \to Q(x))$ Premisa
3. $P(t)$ $1, S^x_t$ ← var. verdaderas
4. $P(t) \to Q(t)$ $2, S^x_t$
5. $Q(t)$ 3,4 modus ponens
6. $\forall t Q(t)$ 5 Generalización universal
7. $\forall x Q(x)$ Renombrando la variable

# 4. Teorema de la deducción y generalización universal

Comprobar: $\forall x (S(x) \to P(x)) \vdash \forall_x (\neg P(x) \to \neg S(x))$

1. $\forall x (S(x) \to P(x))$ Premisa
2. $S(x) \to P(x)$ $1, S^x_x$ ← nueva variable verdadera
3. $\neg P(x)$ Supuesto para TD
4. $\neg S(x)$ 2,3 Modus tollens
5. $\neg P(x) \to \neg S(x)$ 3,4 TD
6. $\forall x (\neg P(x) \to \neg S(x))$ 5. Gen. Universal

## 5. Omisión de cuantificadores

Sea $P(x,y,z)$ : $x+y=z$

Sean las premisas: $P(x,0,x)$

$$\underbrace{P(x,y,z) \to P(y,x,z)}_{x,y,z \text{ variables verdaderas}}$$

Demostrar: $P(0,x,x)$

1. $P(x,0,x)$ Premisa, $x$ es var. verdadera
2. $P(x,y,z) \to P(y,x,z)$ Premisa, $x,y,z$ var. verdadera
3. $P(x,0,z) \to P(0,x,z)$ 2, $S^y_0 \to$ Part. Universal
4. $P(x,0,x) \to P(0,x,x)$ 3, $S^z_x \to$ Part. Universal
5. $P(0,x,x)$ 1,4 Modus ponens

## 6. Generalización existencial

Demostrar $\neg\exists x P(x) \vdash \forall x \neg P(x)$

1. $\neg\exists x P(x)$ Premisa
2. $P(x)$ Supuesto, $x$ var. verdadera
3. $\exists x P(x)$ 2, Gen. Existencial
4. $P(x) \to \exists x P(x)$ 2,4 TD
5. $\neg P(x)$ 1,4 Modus tollens
6. $\forall x \neg P(x)$ 5 Gen. Universal