

Ejercicios de repaso evaluación final

Definiciones recursivas

1. Para cada una de las siguientes expresiones lógicas indicar:

- Son expresiones SL o no?
- En caso de ser expresiones SL dar su árbol sintáctico.
- a. $\neg(P \wedge (Q \vee \neg R))$
- b. $(P \vee Q) \vee (\neg R \wedge P)$
- c. $((P \vee Q) \wedge (R \vee \neg(Q)))$
- d. $(\neg(R \vee (P \wedge \neg Q))) \wedge (R \vee P)$

2. Se tienen las siguientes relaciones de parentesco:

padre(p, r). % p es padre de r

padre(s, w).

padre(r, x).

padre(s, q).

padre(p, s).

padre(x, y).

- Ilustrar mediante un árbol las relaciones indicadas.
- Usando la definición recursiva de árbol binario, indicar la representación textual de este árbol.

3. La notación polaca inversa (RPN - Reverse Polish Notation) es una notación aritmética utilizada en algunas calculadoras y también se utiliza para implementar la evaluación de expresiones en un compilador. La notación RPN es una notación postfija, en la que el operador se escribe después de los operandos. Por ejemplo la expresión

$$- (3+4)/(2*5+6)$$

se escribe así:

$$3\ 4\ +\ 2\ 5\ *\ 6\ +\ /\ -$$

- Dar una definición recursiva de las expresiones aritméticas RPN.
- Escribir la expresión $(-2*5+3/(4-9)/7*-1)$ en notación RPN y dar su árbol sintáctico.

Listas y árboles

1. Dada la lista $[a,x,8,y,6,1]$, indicar el proceso de construcción de acuerdo con la definición recursiva de lista.
2. Indicar el resultado de las siguientes unificaciones con listas
 - $[1,2,3,4] = [X|Y]$
 - $[1,2,3,4] = [X,Y]$
 - $[X|[b,c,a]] = [1|Y]$
 - $[Z] = [1]$
3. Dos listas son iguales si coinciden en todos los elementos (orden y valor de cada elemento). Dar una definición recursiva de la igualdad de listas. Opcional: Escribir un procedimiento recursivo que verifique si dos listas son iguales.
4. Dado el árbol binario $(((((),h,(j)),g,((x),f,(y))),s,((((),b,((e),c,(f))),d,())))$, indicar el proceso de construcción del árbol e ilustrar su diagrama gráfico. Reescribir el árbol simplificando de acuerdo con las reglas del azúcar sintáctico.
5. Dos árboles binarios son iguales si todos sus nodos coinciden, incluyendo sus posición dentro del árbol. Dar una definición recursiva de la igualdad de árboles binarios. Opcional: Escribir un procedimiento recursivo que verifique si dos árboles binarios son iguales.

Demostración por recursividad

- Todo árbol binario de altura h tiene como mínimo $h+1$ nodos.
- Demostrar que todo árbol binario de n nodos tiene como máximo altura $n-1$.
- Todo árbol ternario (cada nodo puede tener hasta 3 hijos) de de altura h tiene como máximo $(3^{h+1}-1)/2$ nodos.
- (*) Demostrar que la negación del dual de una expresión lógica simple (SL) es equivalente a la expresión original reemplazando todos los literales por su negación.
- Cuántas hojas tiene como máximo un árbol de altura h ?