Facultad de Ingeniería en Tecnologías de la Información y la Comunicación Matemáticas Discretas Jorge M. Londoño P.

## Implicaciones y derivaciones lógicas

### Reglas de inferencia

1. Verificar las siguientes reglas de inferencia usando el álgebra declarativa:

Ley de inferencia	Expresión
Silogismo hipotético	$P\rightarrow Q$ , $Q\rightarrow R\vdash P\rightarrow R$
Silogismo disyuntivo	$PvQ, \neg Q \vdash P$
Modus ponens	$P\rightarrow Q$ , $P\vdash Q$
Modus tollens	$P\rightarrow Q$ , $\neg Q \vdash \neg P$
Ley de casos	$P\rightarrow Q$ , $\neg P\rightarrow Q\vdash Q$

- a) Indicar la expresión lógica correspondiente a cada regla de inferencia
- b) Demostrar que son implicaciones lógicas.
- 2. Son válidas las siguientes inferencias lógicas? En caso afirmativo indicar que regla de inferencia se está usando. En caso negativo, porque no?
  - a.

Fumar es saludable.

Si fumar es saludable, los médicos recetarían fumar.

Los médicos recetan fumar.

b.

Todo el que hace los ejercicios aprende.

No aprendí

No hice los ejercicios

C

O tomo un taxi ó llego tarde Llegue tarde No tomé un taxi

- 3. Qué regla de inferencia se usa en los siguientes argumentos lógicos:
  - a. Si está húmedo y caluroso, entonces esta húmero.
  - b. Si Juan estudia, entonces Juan estudia o trabaja.
  - c. Si la bateria esta descargada el carro no prende. Si el carro no prende no vamos a la fista. Como la bateria está descargada, no vamos a la fiesta.
  - d. Maria está viendo televisión o estudiando. Maria no estudia, por lo que está viendo televisión.

## **Derivaciones lógicas**

- 1. Demostrar utilizando derivaciones lógicas:
  - a) P,  $P \rightarrow (QVR)$ ,  $(QVR) \rightarrow S \vdash S$
  - b)  $P\rightarrow Q$ ,  $Q\rightarrow R$ ,  $R\rightarrow P$   $\vdash$   $P\leftrightarrow Q$
  - c)  $P \rightarrow Q$ ,  $P \rightarrow \neg Q \vdash \neg P$
  - d)  $P \rightarrow \neg Q \lor \neg R$ ,  $P \rightarrow (Q \rightarrow R) \vdash P \rightarrow \neg Q$
  - e)  $P \rightarrow Q$ ,  $R \rightarrow \neg P \vdash P \rightarrow (Q \land \neg R)$
- 2. Quién fue el asesino?

Interrogan 3 testigos y se sabe que solo uno de ellos dice la verdad.

Testigo X: El asesino fue Y

Testigo Y: El asesino fue Z

Testigo Z: Ni X, ni Y fueron los asesinos.

3. Qué dia es hoy?

John decidio decir la verdad los lunes, jueves y sábados y mentir los otros dias. John dijo hoy: "Mañana voy a decir la verdad"

4. Una persona casada mira a una persona no casada?

Jack esta mirando a Ann y Ann esta mirando a George. Jack esta casado, pero George no.

- a) Si
- b) No
- c) No es posible saber

# Soluciones a problemas seleccionados

### Reglas de inferencia

2a. La conclusión es falsa. El error es partir de una premisa falsa.

#### **Derivaciones lógicas**

- 1.d.  $P \rightarrow \neg Q \vee \neg R$ ,  $P \rightarrow (Q \rightarrow R) \vdash P \rightarrow \neg Q$
- 1)  $P \rightarrow \neg Q \vee \neg R$  Premisa
- 2)  $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$  Premisa
- 3) P Supuesto TD
- 4) ¬O v ¬R 1.3 MP
- 5)  $O \rightarrow R \equiv \neg O \vee R 2.3 MP$
- 6) R Supuesto TD
- 7) ¬O 4.6 Sig Disvuntivo
- 8) R  $\rightarrow \neg Q$  6,7 TD
- 9) ¬R Supuesto TD
- 10) ¬Q 5,9 Sig disyuntivo
- 11)  $\neg R \rightarrow \neg Q$  9,10 TD
- 12)  $\neg Q$  8,11 lev de casos
- 13)  $P \rightarrow \neg Q 3,12 TD$
- 2. Fl asesino fue Y
- 3. Hov es martes
- 4 5

 $\Rightarrow \Rightarrow \Leftrightarrow \equiv \rightarrow \Leftrightarrow \Rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \vdash \vdash \vdash \land \lor \forall \exists$