

*La **verdad** es una palabra abstracta que la mayoría de los hombres usan con indiferencia en sus libros y en sus fallos, por equivocación o por mentir.*

Voltaire, [Diccionario filosófico](#), 1764

*La **lógica** es la ciencia formal y rama tanto de la filosofía como de las matemáticas que estudia los principios de la demostración y la inferencia válida, las falacias, las paradojas y la noción de verdad.*

Tomado de [Wikipedia](#)

Lógica matemática

Se divide en dos grandes áreas

- Cálculo proposicional ó lógica de proposiciones
- Cálculo de predicados ó lógica de predicados

Cálculo proposicional

- Proposición: Argumento lógico sobre el cual se puede decir que es *verdadero* o *falso*.
- Proposiciones pueden unirse mediante *conectores lógicos* para formar *proposiciones compuestas*.
- Proposiciones que son siempre verdaderas, se denominan *tautologías*. Muy importantes son las implicaciones y equivalencias lógicas que son tautologías.

Cálculo de predicados

- Un *predicado* se entiende como un atributo o cualidad que pueden tener los miembros de un conjunto.
- Ejemplo:
Tómese el conjunto de los enteros \mathbb{Z} .
El atributo “ser par” es un *predicado*.
El valor de verdad de la proposición “ x es par” depende del elemento x .

Cálculo proposicional

Argumentos lógicos

- A partir de unos argumentos o *premisas* se llega a una *conclusión*.

Ejemplos:

Si hay congestión en la red, se pierden paquetes

Si se pierden paquetes, la voz se entrecorta

Si hay congestión en la red, la voz se entrecorta

Hay congestión en la red

Si hay congestión en la red, la voz se entrecorta

La voz se entrecorta

Argumentos lógicos comunes

Otro ejemplo:

Si se descarga la batería, el carro no prende

Si carro no prende, no podemos ir de paseo

Si se descarga la batería, no podemos ir de paseo

- Silogismo hipotético (*Hypothetical syllogism*)

Si P, entonces Q

Si Q, entonces R

Si P, entonces R

Argumentos lógicos comunes

- Silogismo disyuntivo (*Disjunctive syllogism*)

$P \vee Q$

$\neg Q$

P

- Ejemplos

El programa tiene un error o la entrada es incorrecta

La entrada no es incorrecta

El programa tiene un error

Pido sopa o ensalada

No pido sopa

Pido ensalada

Argumentos lógicos comunes

- Modus Ponens

Si P, entonces Q

P

Q

- Ejemplos

Si hay nubes, va a llover

Hay nubes

Va a llover

Si hoy es lunes, pasa el camión de la basura

Hoy es lunes

Hoy pasa el camión de la basura

Proposiciones atómicas

- Aquellas que no se pueden descomponer en proposiciones más sencillas.
- Ejemplos:
 - El cielo es azul
 - El 3 es primo
 - La luz es una onda electromagnética

Notación para las proposiciones atómicas

- Se indican mediante *variables proposicionales*: P, Q, etc.

Además se tienen las constantes proposicionales:

- V = Verdadero
- F = Falso

Proposiciones compuestas

Ejemplo

- Si hay congestión, se pierden paquetes

Es una *proposición compuesta* formada por las proposiciones atómicas

- Hay congestión
- Se pierden paquetes

Y unidas mediante el conector lógico

si, entonces

Conectores lógicos

- Si/entonces, Si/,
- y
- o
- no, no es verdad, no es cierto que
- si y solo si

Es posible encontrar muchas variaciones en el lenguaje hablado.

Proposiciones compuestas

- Hoy hará frío o hará mucho calor.
- El número 2 es par y es primo.
- Si llueve, entonces no iremos al parque.
- No es verdad que la tierra sea plana.
- Juan es alto y Maria inteligente.
- Juan es alto, más no muy pesado.
- Yo juego solo si tu también.

Notación para los conectores lógicos

1. Negación

$$\neg P$$

2. Conjunción

$$P \wedge Q$$

3. Disyunción

$$P \vee Q$$

Tablas de verdad

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$
V	V	F	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	F

Ejemplos

- No es verdad que la tierra no es plana
- El 3 es par y el 4 es primo
- El 3 es par o el 4 es primo
- El 2 y 3 son primos
- El sol y las estrellas orbitan alrededor de la tierra
-

Condicional

Si P, entonces Q

$$P \rightarrow Q$$

P	Q	$P \rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Ejemplos

- Si la temperatura es mayor a 100°C , entonces el agua hierve.
- Si el 3 no es primo, entonces el agua no hierve.

Ejemplo:

Interpretación Lógica vs Lenguaje ordinario

P : 5 es un número par

Q : 6 es un número primo

Si P , entonces Q

Análisis del *modus ponens*

Si P, entonces Q

P

Q

- Las dos premisas son verdaderas
- De acuerdo a la tabla de verdad, la única posibilidad restante es que Q sea verdad

Reciproca y Contrapositiva

Si $P \rightarrow Q$ es una proposición, se denominan

- **reciproca** a la proposición $Q \rightarrow P$.
- **contrapositiva** a la proposición $\neg Q \rightarrow \neg P$.

Ejemplo:

P: Está lloviendo

Q: Yo me mojo

Ejemplos recíproco

- Si dos rectas se intersectan, entonces no son paralelas.
- Si dos rectas no son paralelas, entonces se intersectan.



Pensar en
el espacio

Ejemplos contrarecíproco

- Si el CO_2 produce efecto invernadero, entonces el CO_2 aporta al calentamiento global.
- Si el CO_2 no aporta al calentamiento global, entonces el CO_2 no produce efecto invernadero.

Bicondicional o Equivalencia

P si y solo si Q

$$P \leftrightarrow Q$$

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Ejemplos:

Solo voy al paseo si tu también vas

$3 > 2$ si y solo si $3 - 2 > 0$

Bicondicional: Ejemplo

Construir la tabla de verdad de la siguiente proposición

$$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$$

Referencias complementarias

- [AU92] Chapter 12
- [LLM10] Chapter 1