

Algorítmica: práctica 3

Encontrar un recubrimiento minimal de un grafo

Sofía Almeida Bruno

Antonio Coín Castro

María Victoria Granados Pozo

Miguel Lentisco Ballesteros

José María Martín Luque

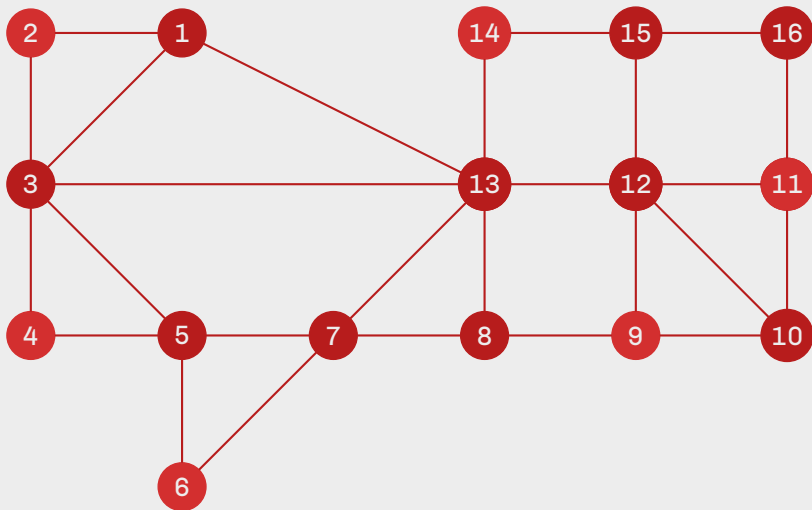
Grupo 2

23 de mayo de 2017

Objetivo

Encontrar un recubrimiento minimal del grafo no dirigido $G = (V, E)$. Un conjunto $U \subseteq V$ es un recubrimiento de G si cada arista en E incide en, al menos, un vértice o nodo de U . La solución que proporcionamos es el conjunto de nodos que forman el recubrimiento junto con el coste (número de nodos).

Ejemplo



Componentes Greedy

- *Lista de candidatos*: nodos del grafo
- *Lista de candidatos utilizados*: nodos considerados
- *Función solución*: no haya ninguna arista sin considerar
- *Criterio de factibilidad*: el nodo no está en la lista de candidatos utilizados
- *Función objetivo*: recubrimiento de coste mínimo
- *Función de selección*: nodo en el que inciden más aristas

Código fuente 1: Función de selección

```
1  /**
2   * Función de selección. Devuelve el nodo con mayor número
3   * de incidencias de la lista de candidatos, cuyo tamaño es N.
4   */
5  int FSeleccion(int* LC, int N) {
6      int pos_max = 0;
7      for (int i = 1; i < N; i++) {
8          if (LC[i] > LC[pos_max])
9              pos_max = i;
10     }
11     return pos_max;
12 }
13
14 Solucion RecubrimientoGrafoGreedy(const Problema& p) {
```

Algoritmo

```
1  Solucion sol; // Solución a devolver
2  int num_nodos = p.getNumNodos(); // Número de candidatos sin utilizar
3  int incidencias[num_nodos]; // Vector de incidencias de cada nodo (LC
   )
4  int pos_max;
5
6  // Inicializar la lista de candidatos (LC)
7  for (int i = 0; i < num_nodos; ++i)
8      incidencias[i] = p.getNumIncidencias(i);
9
10 // Nodo con más incidencias
11 pos_max = FSeleccion(incidencias, num_nodos);
12
13 while (incidencias[pos_max] > 0) { // Mientras el vector de
   incidencias no sea {0,0,...,0}
14     // Añadir el nodo con más incidencias a la solución (siempre es
       factible)
```

Algoritmo

```
1      // Añadir el nodo con más incidencias a la solución (siempre es
      factible)
2      sol.addNodo(pos_max);
3
4      // Eliminar el nodo de la LC
5      incidencias[pos_max] = 0;
6
7      // Decrementar número de incidencias de nodos conectados con el
      seleccionado
8      for (int j = 0; j < num_nodos; ++j) {
9          if (p.estanConectados(pos_max,j) && incidencias[j] > 0)
10         --incidencias[j];
11     }
12
13     // Seleccionar nodo con más incidencias
14     pos_max = FSeleccion(incidencias, num_nodos);
15 }
16
17 return sol;
18 }
```

Pseudocódigo

$N \equiv$ número de nodos del grafo

$M \equiv$ número de nodos del recubrimiento

$L \equiv$ matriz de adyacencia

$T[1, \dots, M] \equiv$ vector de nodos del recubrimiento

$V[1, \dots, N] \equiv$ vector de incidencias

function RecubrimientoGrafoGreedy (L[1, ..., N][1, ..., N])

T = \emptyset

▸ Recubrimiento

for i = 1, ..., N **do**

$V[i] \leftarrow \sum_{j=1}^N L[i][j]$

▸ Número de incidencias del nodo i

end for

p \leftarrow Nodo con más incidencias ($V[p] \geq V[i] \ \forall i$)

▸ Función de selección

while V[p] > 0 **do**

▸ Función solución

T \leftarrow T \cup {p}

V[p] \leftarrow 0

for j = 1, ..., N **do**

if Están conectados p y j **and** V[j] > 0 **then**

V[j] \leftarrow V[j] - 1

end if

end for

p \leftarrow Nodo con más incidencias ($V[p] \geq V[i] \ \forall i$)

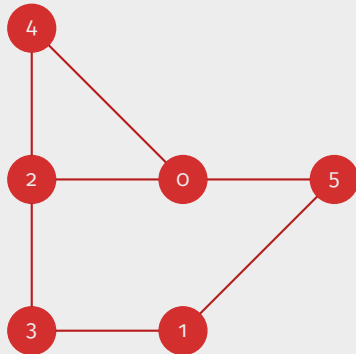
▸ Función de selección

end while

return T

end function

Ejemplo paso a paso



Inicialización

$N = \text{num_nodos} = 6$

$M = \text{sol.coste} = 0$

$L = \text{p.matriz_adyacencia} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$VI = \text{incidencias} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

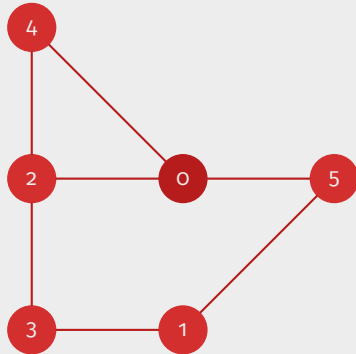
$p = \text{pos_max} = 0$

Bucle while

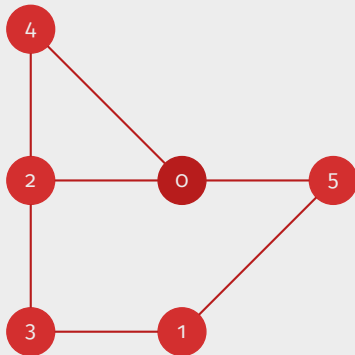
$\text{incidencias}[0] = 3 > 0$

$T = \{0\}$

$M = \text{sol.coste} = 1$



$$VI = \text{incidencias} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow VI = \text{incidencias} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



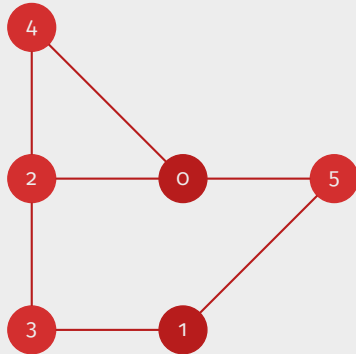
$p = \text{pos_max} = 1$

Bucle while

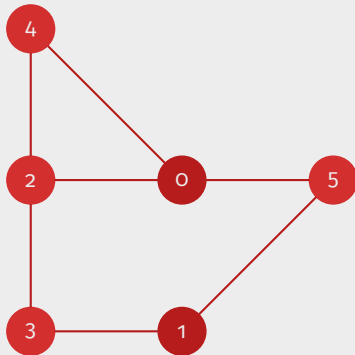
$\text{incidencias}[1] = 2 > 0$

$T = \{0, 1\}$

$M = \text{sol.coste} = 2$



$$VI = \text{incidencias} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow VI = \text{incidencias} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

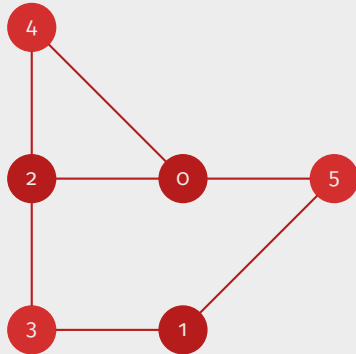


Bucle while

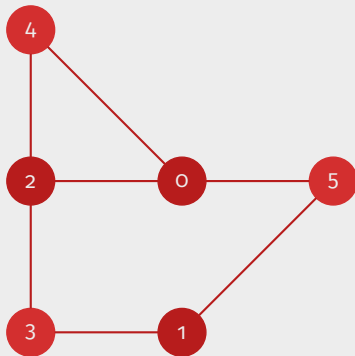
$\text{incidencias}[2] = 2 > 0$

$T = \{0, 1, 2\}$

$M = \text{sol.coste} = 3$



$$VI = \text{incidencias} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow VI = \text{incidencias} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

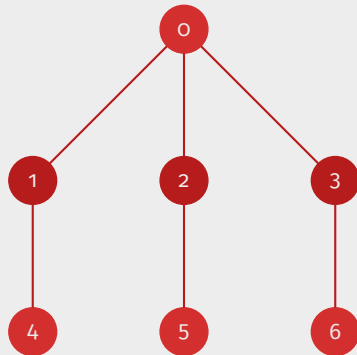


Eficiencia teórica

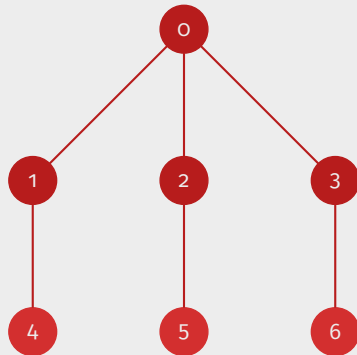
Algoritmo de orden cuadrático: $O(|V|^2)$

```
1  while (incidencias[pos_max] > 0) { // Mientras el vector de
    incidencias no sea {0,0,...,0}
2    // Añadir el nodo con más incidencias a la solución (siempre es
    factible)
3    sol.addNodo(pos_max);
4
5    // Eliminar el nodo de la LC
6    incidencias[pos_max] = 0;
7
8    // Decrementar número de incidencias de nodos conectados con el
    seleccionado
9    for (int j = 0; j < num_nodos; ++j) {
10      if (p.estanConectados(pos_max,j) && incidencias[j] > 0)
11        --incidencias[j];
12    }
13
14    // Seleccionar nodo con más incidencias
15    pos_max = FSeleccion(incidencias, num_nodos);
16  }
```

Contraejemplo



Contraejemplo



Ejemplo vida real

- Hospitales y ciudades
- Red de comunicación