

Ejercicios sobre el método Simplex, sensibilidad y Dualidad e interpretación de resultados

1. Considere el problema.

$$\text{Maximizar } Z = 2x_1 - x_2 + x_3,$$

sujeto a

$$3x_1 + x_2 + x_3 \leq 60$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 10$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \leq 20$$

y

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0.$$

Resuelva mediante el método simplex e interprete el resultado final.

2. Sea el siguiente problema.

$$\text{Maximizar } Z = 2x_1 + 2x_2 + 3x_3,$$

sujeto a

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$$

y

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0.$$

Resuelva mediante el método simplex e interprete el resultado final.

3. Considere el siguiente problema.

Un productor de artículos promocionales hechos de metal y plástico, tiene cinco líneas de producto, las que denomina A, B, C, D y E. El precio de venta de cada una de ellas es de: \$13, \$6, \$9, \$5 y \$15 respectivamente. El costo de producción y de insumos por unidad de producto es de: \$5, \$2, \$3, \$2 y \$6 respectivamente. El productor dispone de 180 kg de acero, 270 horas de taller y 180 kg de plástico, el cual una vez fundido, se usa para los artículos promocionales. La siguiente tabla dispone los requerimientos de cada uno de los recursos.

PRODUCTO	Metal Kg/unidad	Horas de taller (Horas/unidad)	Plástico (kg/unidad)
A	1	4	1
B	2	3	3
C	3	2	0
D	3	1	1
E	0	1	3

a. Lleve el anterior problema a la tabla Simplex y resuélvalo.

b. Identifique la solución óptima mediante la tabla Simplex.

c. Aplique los criterios de análisis de sensibilidad vistos.

- ¿cuánto puede modificar coeficientes de contribución de variables no básicas?
- ¿cuánto puede modificar coeficientes de contribución de variables básicas?
- ¿Que implican las modificaciones de una unidad de recurso en la solución final? – analice para cada uno de los 3 recursos considerados.
- ¿Cómo queda la nueva solución si define producir finalmente 10 unidades de x_2 ?
- ¿Cómo queda la nueva solución si define producir finalmente 10 unidades de x_4 ?

- d. Plante el problema dual del anterior problema y resuélvalo usando el Solver de Excel.
- e. Analice los resultados en función de la última tabla generada por el método simplex.
- f. Interprete el sentido que tienen las variables de decisión del PRIMAL y del DUAL.
- g. A continuación, se presenta el resultado obtenido en la solución que genera el Solver de Excel, en el análisis de sensibilidad. ¿Puede Interpretarla?

Microsoft Excel 16.0 Informe de sensibilidad

Hoja de cálculo: [SOLUCION DEL SEGUNDO TALLER SIMPLEX Y SENSIBILIDAD.xlsx]Hoja4

Celdas de variables

Celda	Nombre	Final Valor	Reducido Degradado
\$A\$5	X1	30	0
\$B\$5	X2	0	-9,666666667
\$C\$5	X3	50	0
\$D\$5	X4	0	-4,666666905
\$E\$5	X5	50	0

Restricciones

Celda	Nombre	Final Valor	Lagrange Multiplicador	
\$G\$10		180	2,666666667	Recurso 3
\$G\$8		180	1,333333333	Recurso 1
\$G\$9		270	1	Recurso 2

4. Considere el siguiente problema.

$$\text{Maximizar } Z = 6x_1 + x_2 + 2x_3,$$

sujeto a

$$2x_1 + 2x_2 + \frac{1}{2}x_3 \leq 2$$

$$-4x_1 - 2x_2 - \frac{3}{2}x_3 \leq 3$$

$$x_1 + 2x_2 + \frac{1}{2}x_3 \leq 1$$

y

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0.$$

- Identifique la solución óptima mediante la tabla Simplex.
- Aplique los cuatro criterios de análisis de sensibilidad vistos. (¿cuánto puede modificar coeficientes de contribución de variables básicas y no básicas, que implican las modificaciones de una unidad de recurso – analícelo para cada uno de los 3 recursos considerados y proponga finalmente la producción de una unidad de la o las variables no básicas del resultado, como queda la solución final?)
- Plante el problema dual del anterior problema y resuélvalo usando el Solver de Excel. Analice los resultados en función de la última tabla generada por el método simplex.

5. Para el siguiente problema:

$$\text{Maximizar } Z = 10x_1 - 4x_2 + 7x_3,$$

sujeto a

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 25$$

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 25$$

$$5x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 40$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 90$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 \leq 20$$

y

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0.$$

Plantee el problema dual asociado.

6. Para el siguiente problema de P.L.

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 4x_2 + 10x_3$$

$$\text{S.A. } x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 12$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

a. Desarrolle el ejercicio por el método SIMPLEX.

b) Determine el aumento en la contribución al beneficio de x_1 para que esta variable ingrese a la base.

c) Haga lo mismo para x_2 .

d) Determine la cantidad que puede cambiar el coeficiente de contribución de x_3 , de manera que siga siendo viable producirlo.

e) Determine la cantidad en que afecta la solución, disminuir una unidad del primer recurso, y haga lo mismo para una unidad del segundo recurso.

f) Suponga que se ve obligado a fabricar 4 unidades de x_2 , calcule la nueva solución.

7. Para el siguiente problema de P.L.

$$\text{Max } Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4$$

$$\text{S.A. } x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 12$$

$$x_2 \leq 6$$

$$x_4 \leq 4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

a. Desarrolle el ejercicio por el método SIMPLEX.

b. Determine el análisis de sensibilidad para c_1 .

c. ¿Cuál será el impacto si el recurso 2 es igual a 7?

d. ¿Sobre qué intervalo podrá variar c_2 ?

8. Un fabricante que produce alfombras afelpadas y para exteriores, puede vender la cantidad que se fabrique. Las alfombras pasan por la sección de teñido donde se disponen de 320 horas por semana y luego por las salas de tejido, donde se dispone de 400 horas por semana para las alfombras afelpadas y de 160 horas por semana para las alfombras de exteriores. El fabricante puede producir cuatro tipos de alfombras afelpadas y 2 tipos de exterior. En la siguiente tabla se muestran los requerimientos de tiempo por metro para los diferentes tipos de producto por tipo de alfombra.

	Producto					
	Nro 1	Nro 2	Nro 3	Nro 4	Nro 5	Nro 6
Sección teñido	0.5	1.2	0.8	1	0.5	0.5
Tejido alfombras afelpadas	0.7	1.2	0.5	1	0	0
Tejido de alfombras para exteriores	0	0	0	0	1	1
Beneficio por metro (\$ por metro)	6	7	7	10	20	30

- Cuántas horas de capacidad no utilizada existen en sección de teñido.
- En tejido de alfombras afelpadas.
- En tejido de alfombras para exteriores.
- ¿Si un cliente solicita 50 metros del producto 2 podrá satisfacer el pedido?
- ¿Cuál sería la afectación al resultado final si dispone de una hora menos en la sección de tejido?
- Si desea fabricar 100 metros del producto 4, podrá hacerlo y como esto afecta los resultados anteriores obtenidos en la solución final.
- Expresar el anterior problema en su forma DUAL y resuélvalo mediante el Solver de Excel. Interprete los resultados finales.
- Que significan las nuevas variables del problema DUAL asociado al anterior problema.
- ¿Si para el problema básico primal obtuviera el siguiente análisis de sensibilidad, cuál sería su interpretación de los resultados?

Microsoft Excel 16.0 Informe de sensibilidad

Hoja de cálculo: [SOLUCION DEL SEGUNDO TALLER SIMPLEX Y SENSIBILIDAD.xlsx]Hoja7

Celdas de variables

Celda	Nombre	Final Valor	Reducido Degradado
\$A\$5	x1	480,0000012	0
\$B\$5	x2	0	-7,400000095
\$C\$5	x3	0	-2,600000381
\$D\$5	x4	0	-1,999999046
\$E\$5	x5	0	-10,00000072
\$F\$5	x6	160	0

Restricciones

Celda	Nombre	Final Valor	Lagrange Multiplicador
\$H\$10		160	24
\$H\$8		320,0000006	12
\$H\$9		336,0000009	0

Hras. tejido exteriores
Hras. teñido
Hras. tejido afelpadas

9. Considere el siguiente problema de programación lineal.

$$\text{Max } Z = 2x_1 - x_2 + x_3$$

$$\text{S.A. } 3x_1 + x_2 + x_3 \leq 60$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 10$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \leq 20$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- Sea la siguiente la última tabla simplex correspondiente a la solución final. Complete lo que queda faltando en la misma.

	cj							
cb	variables en la base	Segundo Terminó (solución)	X1	X2	X3	S1	S2	S3
		10	0	0	1	1	-1	-2
		15	1	0	0,5	0	0,5	0,5
		5	0	1	-1,5	0	-0,5	0,5
	zj							
	cj-zj							

- Si esta tabla es la última, confírmelo y si lo es responda, cuántas unidades de X1, de X2 y de X3 se fabricarán. Cuál es el Z final.
- ¿Cuántas unidades del recurso 1 se utilizan, cuantas del 2 y cuantas del 3?
- ¿Si nos viéramos obligados a fabricar una unidad más de x3, como serían los nuevos valores de x1, x2, x3 y Z?
- ¿Si existiera una unidad menos del recurso 2 como variaría el beneficio total?
- ¿Cuánto tendría que aumentar la contribución al beneficio de x3 para estar dispuestos a fabricarlo?
- ¿Cuánto podría variar la contribución al beneficio del producto 2, sin que deje de continuar estando en la solución final?

10. Una compañía especializada en producir galones de barniz produce dos tipos barniz brillante y barniz normal. La producción de los dos tipos de barnices no puede pasar de los mil galones diarios, igualmente del barniz normal debe fabricar al menos 400 galones diarios. Si dispone de 8 horas diarias de planta. Las utilidades y los requerimientos de tiempo de producción se dan en la siguiente tabla.

Producto	Requerimientos de producción (tiempo de producción por galón)	Utilidades (\$ por galón)
Brillante	0.005 de hora	\$1
Normal	0.010 de hora	\$1,5

El problema de programación lineal queda así:

$$\text{Max } Z = x_1 + 1.5x_2$$

$$0.005x_1 + 0.010x_2 \leq 8$$

$$x_1 + x_2 \leq 1000$$

$$x_2 \geq 400$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- Resuelva el problema por el método simplex.
- ¿Interprete los resultados en cuanto a la cantidad de recursos de taller o de requerimientos de mercado?
- Expresé el problema DUAL asociado al problema básico del Primal para este ejercicio. ¿Qué significan las nuevas variables en el dual?

11. Considere el siguiente problema de programación lineal.

$$\text{Max } Z = -x_1 + 3x_2 - 2x_3$$

$$\text{S.A. } 3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7 \quad (\text{Recurso A})$$

$$-2x_1 + 4x_2 \leq 12 \quad (\text{Recurso B})$$

$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 10 \quad (\text{Recurso C})$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- Si se cambiara a 12 unidades del recurso A, ¿qué efecto tendría esto sobre las utilidades? ¿En qué forma se modifica la solución óptima?
- ¿Cuánto puede cambiarse el recurso B en cualquier dirección?
- ¿Cuál es el valor de una unidad adicional del recurso C?
- ¿Cuánto tendría que aumentar la utilidad de x3 para que pudiera incluirse en la base óptima?

12. Considere la tabla optima que se muestra a continuación

	cj							
cb	variables en la base	Segundo Termino (solución)	x1	x2	x3	s1	s2	s3
4	x2	30	0	1	0	0,286	0,571	0,143
3	x3	1	0	0	1	-0,286	0,429	-0,143
4	x1	2	1	0	0	0,143	-0,286	0,143
	zj							
	cj-zj							

Que es solución para el siguiente problema de P.L.

$$\text{Max } Z = 4x_1 + 4x_2 + 3x_3$$

$$\text{S.A. } -7x_1 + x_2 - 6x_3 \leq 10$$

$$x_2 + x_3 \leq 31$$

$$14x_1 + x_2 + 8x_3 \leq 66$$

$$x_i \geq 0$$

- Complete la tabla
- Plantee el problema dual asociado
- De una solución al dual sin resolverlo de forma explícita valiéndose de los valores que se obtienen de esta tabla final
- ¿Si se disminuye en una unidad el nivel del recurso 3, en cuanto se afecta la solución del Z final?

13. Dado el siguiente problema

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3$$

$$\text{S.A. } 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 60$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 40$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 80$$

$$x_i \geq 0$$

- Cuanto puede cambiar la contribución unitaria al beneficio de x_1 para que resulte rentable producirlo.
- Cuanto puede cambiar la contribución unitaria al beneficio de x_2 sin que se afecte la mezcla de productos obtenidos en la solución actual.
- Proporcione la solución dual completa al anterior problema.