

## ▼ Laboratorio #1 (8%)

**Instrucciones:** El presente trabajo consta de 5 problemas cada uno con un valor determinado. Para la obtención total de los puntos, el estudiante debe mostrar la completa descripción de sus respuestas. Es de suma importancia el **comentar de forma organizada y coherente** los pasos realizados.

**Fecha de entrega:** El laboratorio debe ser entregado a más tardar el día **domingo 10 de septiembre** a través de la plataforma Interactiva.

**Formato de entrega:** Para la entrega de este trabajo, descargue el archivo en **formato PDF** (esto lo consigue con la combinación de teclas **ctrl + p** y guardando el archivo en el formato requerido) y enviarlo a través de Interactiva. Recuerde guardar el archivo con **su nombre completo** para la fácil identificación de la persona que hace envío del mismo.

### ▼ Ejercicio #1: (1.0)

Dados los siguientes vectores

$$\vec{u} = (50, -200, 0), \quad \vec{v} = (8, 609, 12), \quad \vec{w} = (-4, -5, 2), \quad \vec{z} = (10, 24, 78),$$

realizar las operaciones indicadas:

- (0.25)**  $\vec{u} \cdot \vec{z} + \vec{w} \cdot (3\vec{v})$ .
- (0.25)**  $(\vec{u} + \vec{z} - \vec{v}) \cdot (\vec{z} - 3\vec{w} + \vec{v})$ .
- (0.25)**  $\|\vec{z} - \vec{w}\| - \|\vec{w} \times \vec{u}\|$ .
- (0.25)**  $\|\vec{u}\|(\vec{v} + \vec{z}) + \|2\vec{z} - 3\vec{w}\|\vec{z}$ .

```
#Importo la libreria numpy
import numpy as np

# Solución Ejercicio 1.

#Defino los vectores
u = np.array([50,-200,0])
v = np.array([8,609,12])
w = np.array([-4,-5,2])
z = np.array([10,24,78])

# (a):
#Calculo la operación e imprimo el resultado
a = u @ z + w @ (3*v)
print('a:')
print(a)

# (b):
#Calculo la operación e imprimo el resultado
b = (u + z - v)@(z - 3*w + v)
print('\nb:')
print(b)

# (c):
#Calculo la norma de z - w
norma_zw = np.linalg.norm(z - w)

#Calculo producto cruz de w x u
productocruz_wu = np.cross(w,u)

#Calculo la norma del producto cruz
norma_wxu = np.linalg.norm(productocruz_wu)

#Calculo la operación e imprimo el resultado
c = norma_zw - norma_wxu
print('\nc:')
print(c)

# (d):
#Calculo la norma de u
norma_u = np.linalg.norm(u)

#Calculo la norma de 2*z - 3*w
norma_2z3w = np.linalg.norm(2*z - 3*w)
```

```
#Calculo la operación e imprimo el resultado
d = norma_u*(v + z) + norma_2z3w*z
print('\nd:')
print(d)
```

```
a:
-13459

b:
-501576

c:
-1045.510518314662

d:
[ 5368.89638686 134475.73622793 31487.16564095]
```

## ▼ Ejercicio #2: (0.8)

Sean  $\vec{u} = (7, 10, -2)$  y  $\vec{v} = (2, -4, 1)$ . Hallar dos vectores  $\vec{p}$  y  $\vec{h}$  tales que  $\vec{v} = \vec{p} + \vec{h}$  con  $\vec{p}$  paralelo a  $\vec{u}$  y  $\vec{h}$  ortogonal a  $\vec{u}$ .

```
# Solución Ejercicio 2.
import math

#Defino los vectores
u = np.array([7,10,-2])
v = np.array([2,-4,1])

#Calculo producto punto entre u y v
productopto_uv = u @ v

#Calculo la norma de u
norm_u = np.linalg.norm(u)

#Elevo la norma de u al cuadrado
norm_u2 = math.pow(norm_u,2)

#Calculo lambda
Lambda = productopto_uv / norm_u2

#Hallo el vector p
p = Lambda*u

#Hallo el vector h
h = v - p

print(f'Vector p:\n{p}')
print(f'\nVector h:\n{h}')
```

```
Vector p:
[-1.28104575 -1.83006536  0.36601307]

Vector h:
[ 3.28104575 -2.16993464  0.63398693]
```

## ▼ Ejercicio #3: (1.0)

Considere las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 & -2 \\ -4 & -4 & 3 & 6 & 0 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 1 \\ 13 & 0 & -30 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 & 15 & -1 \\ 7 & 3 & 8 & -20 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 10 \\ 4 & -5 & 2 & 10 & 9 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -8 & 0 & 20 & 1 \\ 2 & -4 & -3 & 5 & 2 \\ -5 & 0 & 4 & 50 & 24 \\ 0 & 90 & -5 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Determinar la matriz  $X$  que satisface la ecuación dada. Tener presente que  $0$  representa una matriz nula.

- $2X + B = -3A + C$ .
- $\frac{1}{3}A - \frac{3}{4}X = B + 2C$ .
- $3X - A + 2B = 0$ .

```
# Solución Ejercicio 3.
```

```
#Defino las matrices
```

```
A = np.array([[1,2,4,5,-2],[-4,-4,-3,6,0],[5,6,7,8,1],[13,0,-30,3,3]])
B = np.array([[2,5,0,15,-1],[7,3,8,-20,0],[3,0,1,0,10],[4,-5,2,10,9]])
C = np.array([[5,-8,0,20,1],[2,-4,-3,5,2],[-5,0,4,50,24],[0,90,-5,3,4]])
```

```
# (a):
```

```
X = (-3*A + C - B) / 2
print('a:')
print(X)
```

```
# (b):
```

```
X = (B + 2*C - (1/3)*A) / (-3/4)
print('\nb:')
print(X)
```

```
# (c):
```

```
X = (A - 2*B) / 3
print('\nc:')
print(X)
```

```
a:
```

```
[[ 0. -9.5 -6. -5.  4. ]
 [ 3.5  2.5 -1.  3.5  1. ]
 [-11.5 -9. -9. 13.  5.5]
 [-21.5 47.5 41.5 -8. -7. ]]
```

```
b:
```

```
[[ -15.55555556  15.55555556  1.77777778 -71.11111111 -2.22222222]
 [ -16.44444444  4.88888889 -4.         16.         -5.33333333]
 [ 11.55555556  2.66666667 -8.88888889 -129.77777778 -76.88888889]
 [  0.44444444 -233.33333333 -2.66666667 -20.         -21.33333333]]
```

```
c:
```

```
[[ -1.         -2.66666667  1.33333333 -8.33333333  0.         ]
 [ -6.         -3.33333333 -6.33333333 15.33333333  0.         ]
 [ -0.33333333  2.         1.66666667  2.66666667 -6.33333333]
 [ 1.66666667  3.33333333 -11.33333333 -5.66666667 -5.         ]]
```

Double-click (or enter) to edit

#### ▼ Ejercicio #4: (0.7)

Una compañía fabrica tres clases de productos *I*, *II* y *III*. Los gastos de producción se dividen en las siguientes tres categorías de costo: costo de materiales, mano de obra y otros gastos.

La tabla a continuación presenta un estimado del costo de producir un solo artículo de cada clase.

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>
Costo de materiales	0.20	0.40	0.25
Mano de obra	0.40	0.50	0.35
Otros gastos	0.20	0.30	0.25

Por otro lado, la siguiente tabla presenta un estimado de la cantidad de artículos de cada clase que se podrían producir en cada estación del año.

	Verano	Otoño	Invierno	Primavera
<i>I</i>	5000	5500	5500	5000
<i>II</i>	3000	3600	3400	3200
<i>III</i>	6800	7200	7000	7000

(a). (0.3) Denote por *A* y *B* las matrices correspondientes a los datos ofrecidos en la primera y segunda tabla, respectivamente. Crear las matrices *A* y *B*.

```
# Solución Ejercicio 4.
```

```
# (a):
A = np.array([[0.2,0.4,0.25],[0.4,0.5,0.35],[0.2,0.3,0.25]])
B = np.array([[5000,5500,5500,5000],[3000,3600,3400,3200],[6800,7200,7000,7000]])
```

**(b). (0.4)** Determine la matriz que consiste en los costos de producción de cada clase en cada estación del año.

```
# Solución Ejercicio 4.
```

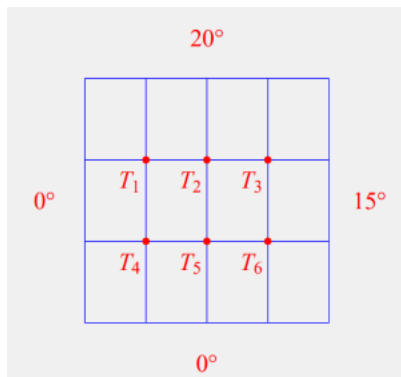
```
# (b):
#Realizo producto punto entre la matriz A y matriz B
costos_produccion = A@B
print(costos_produccion)
```

```
[[3900. 4340. 4210. 4030.]
 [5880. 6520. 6350. 6050.]
 [3600. 3980. 3870. 3710.]]
```

### ▼ Ejercicio #5: (1.5)

Se tiene una placa rectangular cuyas orillas se mantienen a cierta temperatura, como se puede apreciar en la figura de abajo. Nos interesa encontrar la temperatura en los puntos interiores ( $T_1$  a  $T_6$ ). Suponga que la temperatura en un punto interior es el promedio de la temperatura de los cuatro puntos que lo rodean: arriba, a la derecha, abajo y a la izquierda. Por ejemplo, en el punto  $T_1$  se debe satisfacer que

$$T_1 = \frac{20 + T_4 + 0 + T_2}{4}.$$



**(a). (1.0)** Establezca un sistema de ecuaciones y resuélvalo para encontrar el valor de la temperatura en cada punto interior.

**(b). (0.25)** ¿En cuál punto interior la temperatura es máxima?

**(c). (0.25)** ¿En cuál punto interior la temperatura es mínima?

```
# Solución Ejercicio 5.
```

```
# (a):
#T1 = (20+T4+0+T2)/4
#T2 = (20+T5+T1+T3)/4
#T3 = (20+T6+T2+15)/4
#T4 = (T1+0+0+T5)/4
#T5 = (T2+0+T4+T6)/4
#T6 = (T3+0+T5+15)/4

#Se puede reescribir como:
#4*T1 - T4 - T2 = 20
#4*T2 - T5 - T1 - T3 = 20
#4*T3 - T6 - T2 = 35
#4*T4 - T1 - T5 = 0
#4*T5 - T2 - T4 - T6 = 0
#4*T6 - T3 - T5 = 15
```

```
#Defino Matriz A
A = np.array([[4,-1,0,-1,0,0],[-1,4,-1,0,-1,0],[0,-1,4,0,0,-1],[-1,0,0,4,-1,0],[0,-1,0,-1,4,-1],[0,0,-1,0,-1,4]])
```

```
#Defino vector B
B = np.array([[20],[20],[35],[0],[0],[15]])

#Resuelvo el sistema
x = np.linalg.solve(A,B)

print('a:')
print(f'T1:{x[0]}\nT2:{x[1]}\nT3:{x[2]}\nT4:{x[3]}\nT5:{x[4]}\nT6:{x[5]}')

# (b)
print('\nb:')
print(f'En el punto T3 está la temperatura máxima, con una temperatura de {max(x)} grados')

# (c)
print('\nc:')
print(f'En el punto T4 está la temperatura mínima, con una temperatura de {min(x)} grados')

a:
T1:[9.03726708]
T2:[12.32919255]
T3:[14.03726708]
T4:[3.81987578]
T5:[6.24223602]
T6:[8.81987578]

b:
En el punto T3 está la temperatura máxima, con una temperatura de [14.03726708] grados

c:
En el punto T4 está la temperatura mínima, con una temperatura de [3.81987578] grados
```

[Colab paid products](#) - [Cancel contracts here](#)

✓ 0s completed at 7:49 PM

