Podemos expresar un número natural N como el producto de otros dos números naturales x e y:

$$N = x * y$$

Ahora imponemos que y>=x . En caso de que y=x entonces x sería la raíz de N. Debido a que x e y son números reales y que y>=x , la diferencia entre y y x es un número al que denominaremos K. Expresaremos por comodidad a futuro ese K como 2k, quedando la diferencia y-x=K=2k.

Sustituimos y=x+2k:

$$N = x * (x + 2k)$$

Desarrollando y despejando:

$$N = x^2 + 2kx$$

$$x^2 + 2kx - N = 0$$

$$x = \frac{-2k \pm \sqrt{4k^2 + 4N}}{2} = -k \pm \sqrt{k^2 + N}$$

Si nos fijamos x es real positivo. Por lo tanto la raíz debe ser de signo positivo y mayor que k. A ese número resultante de la raíz lo denominaremos S. Si cambiamos x por S-k e y por x+2k que es lo mismo que S+k obtenemos:

$$N = (S + k) * (S - k)$$

$$N = S^2 - k^2$$

Ahora, por simplificar, llamaremos a lo que no es N ni k, r de resultado de la raíz. La expresión, da igual la combinación de números que se elija, es siempre:

$$N = r^2 - k^2$$

Así, tenemos un comportamiento hiperbólico siempre. Por lo tanto si r es la raíz, el número del que vamos a obtener la raíz es:

$$N + k^2 = Z$$

Para facilitar las cosas, vamos a imponer que k sea par y que sea un número próximo a la raíz cuadrada pero menor o igual que ésta. Cuando es menor que la raíz (k<r) entonces N>0. Cuando k=r entonces N=0. Un número que funciona es k=2*10^(i/2) ; donde i es el orden de unidad (decenas i=1, centenas i=2,…) y que en caso de ser i impar se le restaría 1 -> k=2*10^((i-1)/2).

Una vez impuesto k como k0y siendo Z el número del que queremos saber la raíz cuadrada entonces podemos despejar de la siguiente forma:

$$N = (r + k) * (r - k)$$

$$\frac{N}{r + k0} = r - k0$$

$$\frac{N}{r + k0} - r + k0 = 0$$

Aquí sabemos que para la variable r se cumple que la función:

$$f(r) = \frac{N}{r + k0} - r + k0$$

Creación de José Manuel Naveiro Gómez

Es igual a cero cuando la r es el resultado de Z=r^2. Entonces se puede realizar el desarrollo en serie de Taylor y más tarde, truncando el desarrollo en serie, despejar para obtener la ecuación del método de Newton-Raphson:

$$r_{n+1} = r_n - \frac{f(r_k)}{f'(r_k)}$$

Si derivamos:

$$f'(r) = \frac{-N}{(r+k0)^2} - 1$$

Y sustituimos:

$$r_{n+1} = r_n + \frac{\frac{N}{r+k0} - r + k0}{\frac{N}{(r+k0)^2} + 1}$$

Siendo N=Z-(k0^2). Tomando como valor de partida de r un valor elegido con el criterio de estimación imprecisa descrito en este link: https://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%A1lculo_de_la_ra%C3%ADz_cuadrada

Otra opción es que en:

$$N = r^2 - k^2$$

Despejemos la k, obteniendo:

$$k^2 = r^2 - N$$

Para que r sea la raíz de N, k debe ser igual a 0. Por lo tanto la función quedaría:

$$f(r) = r^2 - N = 0$$

Con lo que tenemos que calcular la función para que f(r)=0. Para ello se recurre al método de newton Raphson:

$$r_{n+1} = r_n - \frac{f(r_n)}{f'(r_n)}$$

$$f'(r_n) = 2 * r_n$$

sustituyendo:

$$r_{n+1} = r_n - \frac{r_n^2 - N}{2 * r_n}$$

que simplificado finalmente es:

$$r_{n+1} = \frac{r_n}{2} + \frac{N}{2 * r_n}$$

Que es la fórmula simple que resuelve el algoritmo programado. Nota: Ya hay algoritmos que emplean Newton-Raphson. Ya hay algoritmos que van sobre comportamiento hiperbólico. He encontrado alguno que se parecen a lo desarrollado pero no he entendido del todo cómo funcionaban.

Creación de José Manuel Naveiro Gómez