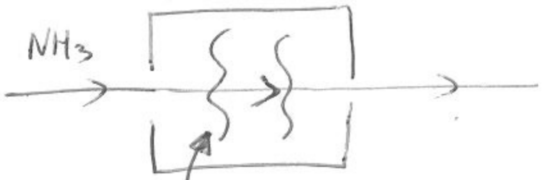
Oscillations de Rabi

Molécule d'Amoniac dans une cavité RF avec un champ resonant.



$\vec{E} = \mathcal{E}(x)\cos(\omega_0 t)\ \vec{1}_z$

Comme la molécule traverse la cavité à une vitesse v il voit un champ $\mathcal{E}_0(t)\cos(\omega_0 t)$

lentement variable.

Situation analogue : atome à 2 niveaux et impulsion laser resonante.

$\longrightarrow$ permet de manipuler l'état des atomes.

Hamiltonien

$$\mathcal{H}(t) = \begin{pmatrix} E_0 + \mu \mathcal{E}_0(t)\cos(\omega_0 t) & -A \\ -A & E_0 - \mu \mathcal{E}_0(t)\cos(\omega_0 t) \end{pmatrix}$$

$$|\psi\rangle = c_1(t)\,|1\rangle + c_2(t)\,|2\rangle$$

réécrivons

$$|\psi\rangle = \gamma_I(t)\, e^{-i\frac{(E_0+A)t}{\hbar}}\,|I\rangle + \gamma_{II}(t)\, e^{-i\frac{(E_0-A)t}{\hbar}}\,|II\rangle$$

avec $|I\rangle = \dfrac{|1\rangle - |2\rangle}{\sqrt{2}}$ $\qquad |II\rangle = \dfrac{|1\rangle + |2\rangle}{\sqrt{2}}$

pour tenir compte de l'evolution si $\mathcal{E}_0 = 0$

En effet si $\mathcal{E}_0 = 0$ alors la solution est $\gamma_I = cte$

$\gamma_{II} = cte$.

L'équation de Schrödinger

$$i\hbar \partial_t |\psi\rangle = H|\psi\rangle$$

devient

$$\begin{cases} i\hbar \dfrac{d\gamma_I}{dt} = \mu\, \mathcal{E}_0(t) \cos(\omega_0 t)\, e^{i\omega t}\, \gamma_{II}(t) \\ i\hbar \dfrac{d\gamma_{II}}{dt} = \mu\, \mathcal{E}_0(t) \cos(\omega_0 t)\, e^{-i\omega t}\, \gamma_I(t) \end{cases}$$

avec $\omega = \dfrac{2A}{\hbar}$ = fréquence de Bohr

Hypothèse : $\begin{cases} \mathcal{E}_0(t) \text{ varie lentement} \\ \omega_0 \gtrsim \omega \end{cases}$

$\longrightarrow$ on écrit $\cos(\omega_0 t)\, e^{i\omega t} = \cancel{\frac{1}{2} e^{i(\omega+\omega_0)t}} + \frac{1}{2} e^{i(\omega-\omega_0)t}$

↳ négligé
oscille
très rapidement
(rotating wave
approximation)

$$\longrightarrow \boxed{\begin{cases} i\hbar\, \dot{\gamma}_I = \mu\, \mathcal{E}_0(t)\, e^{i(\omega-\omega_0)t}\, \gamma_{II} \\ i\hbar\, \dot{\gamma}_{II} = \mu\, \mathcal{E}_0(t)\, e^{-i(\omega-\omega_0)t}\, \gamma_I \end{cases}}$$

Un des très rares cas où l'équation de Schrödinger dépendant du temps est soluble.

V R4

On va regarder le cas $\omega = \omega_0$

$$\rightarrow \begin{cases} i\hbar \dot{\gamma}_{I} = \mu \, \mathcal{E}_0(t) \, \gamma_{II} \\ i\hbar \dot{\gamma}_{II} = \mu \, \mathcal{E}_0(t) \, \gamma_{I} \end{cases}$$

$$\gamma_+ = \frac{\gamma_I + \gamma_{II}}{\sqrt{2}} \qquad \gamma_- = \frac{\gamma_I - \gamma_{II}}{\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow \begin{cases} i\hbar \dot{\gamma}_{+} = \mu \, \mathcal{E}_0(t) \, \gamma_{+} \\ i\hbar \dot{\gamma}_{-} = -\mu \, \mathcal{E}_0(t) \, \gamma_{-} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \gamma_+(t) = \gamma_+(-\infty) \, e^{-i\Phi(t)} \\ \gamma_-(t) = \gamma_-(-\infty) \, e^{+i\Phi(t)} \\ \phi(t) = \int_{-\infty}^{t} dt' \, \frac{\mu \, \mathcal{E}_0(t')}{\hbar} \end{cases}$$

On s'intéresse à l'état à la sortie de la cavité
(A l'état d'un atome après passage de l'impulsion lumineuse)

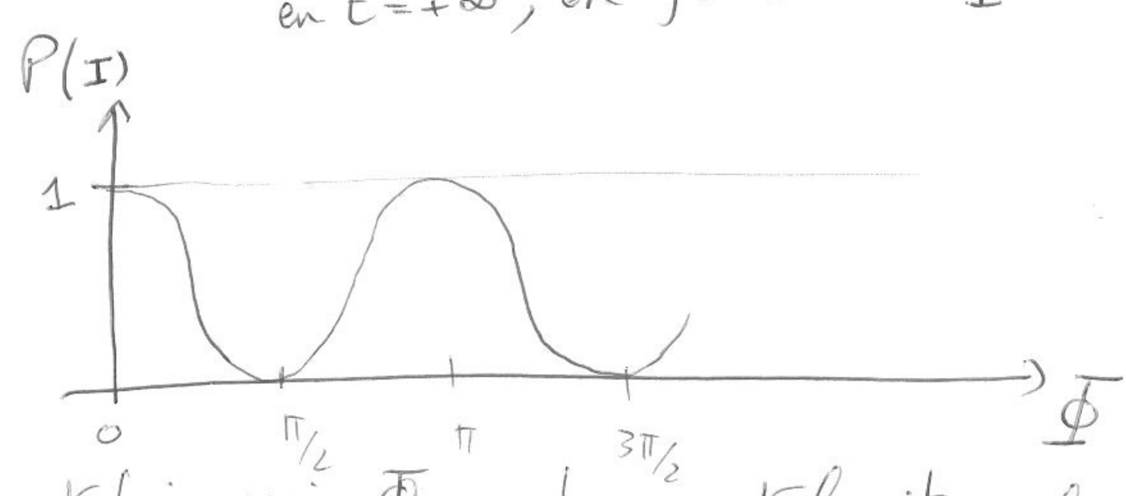
$$\begin{cases} \gamma_+(+\infty) = \gamma_+(-\infty)\, e^{-i\Phi} \\ \gamma_-(+\infty) = \gamma_-(-\infty)\, e^{i\Phi} \\ \Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \, \frac{\mu\, \mathcal{E}_0(t')}{\hbar} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \gamma_I(t=+\infty) = \gamma_I(t=-\infty)\cos\Phi + i\,\gamma_{II}(t=-\infty)\sin\Phi \\ \gamma_{II}(t=+\infty) = i\,\gamma_I(t=-\infty)\sin\Phi + \gamma_{II}(t=+\infty)\cos\Phi \end{cases}$$

dans l'espace des états propres
on a fait une rotation dont l'angle est déterminé par Φ.

<u>Exemple</u> : si $\gamma_I(-\infty) = 1$ $\gamma_{II}(-\infty) = 0$ On est initialement dans l'état I.

Quelle est la probabilité de trouver l'état I en $t=+\infty$, en fonction de Φ



On peut faire varier Φ en changeant la vitesse des molécules ou l'intensité du champ électrique.

V.R.B

Oscillations de Rabi

Systèmes à 2 niveaux $|g\rangle$ = ground state
$|e\rangle$ = excited state

séparé par energie $\Delta E = E_e - E_g$.

Illuminé par impulsion électro-magnétique quasi resonante

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0(t) \cos(\omega_0 t - \phi)$$

↳ lentement variable $\omega_0 \simeq \omega = \frac{\Delta E}{\hbar}$

Permet de réaliser n'importe quelle transformation unitaire dans l'espace $\{|g\rangle, |e\rangle\}$ en fonction de ϕ, $\omega_0 - \omega$, et $\int dt\, \mathcal{E}_0(t)$.

Est à la base d'une grande partie de la physique atomique moderne.

Applications : - Resonance Magnétique Nucléaire (RMN)
- Horloges Atomique au Cs