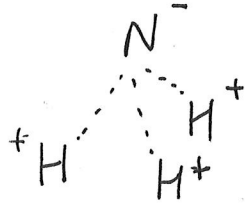


# LASER à Ammoniac $\text{NH}_3$ (Microwave Amplification of Stimulated Emission of Radiation)

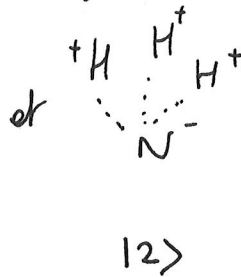
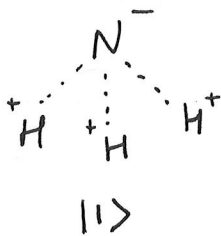
molécule d'Ammoniac



molécule polaire  
forme un tétraèdre.

Fixons l'état de translation et de rotation de la molécule.

Il reste donc 2 états possibles :



L'état général peut s'écrire  $|4\rangle = C_1 |1\rangle + C_2 |2\rangle$   
 $C_1 = \langle 1|4\rangle$  et  $C_2 = \langle 2|4\rangle$

La molécule peut passer de l'état  $|1\rangle$  à l'état  $|2\rangle$  par effet tunnel.

→ l'Hamiltonien à la forme

$$H = E_0 \mathbb{I} + W \quad \text{↪ tiens compte de l'effet tunnel}$$

$$W = -A \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow H = \begin{pmatrix} E_0 & -A \\ -A & E_0 \end{pmatrix}$$

(Note: on peut redéfinir la phase des états  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$   
 $|1\rangle \rightarrow e^{i\varphi_1} |1\rangle$   
 $|2\rangle \rightarrow e^{i\varphi_2} |2\rangle$  en quel cas  $H \rightarrow \begin{pmatrix} E_0 & -Ae^{i(\varphi_2 - \varphi_1)} \\ -Ae^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} & E_0 \end{pmatrix}$   
 ceci ne change rien à la physique)

Résoudre  $i\hbar \partial_t |\psi\rangle = H|\psi\rangle$

V.A.B.

Trouvons les états propres et énergies propres de  $H = \begin{pmatrix} E_0 & -A \\ -A & E_0 \end{pmatrix}$

état propre  $|\psi_{II}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle + |2\rangle)$  d'énergie propre  $E_0 - A$

-----  $|\psi_I\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle - |2\rangle)$  -----  $E_0 + A$

différence d'énergie  $\Delta E = 2A$

fréquence de la transition  $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\Delta E}{2\pi\hbar} = 24 \text{ GHz}$

---

Solution générale

$$|\psi(t)\rangle = \alpha e^{-i \frac{(E_0 - A)t}{\hbar}} |\psi_{II}\rangle + \beta e^{-i \frac{(E_0 + A)t}{\hbar}} |\psi_I\rangle$$

avec  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$

Que se passe-t-il si on commence dans l'état  $|1\rangle$  à l'instant  $t=0$  I.A.C

$$|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\psi_{II}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |\psi_I\rangle$$

$$\rightarrow |\psi(t)\rangle = \frac{e^{-i\frac{(E_0-A)t}{\hbar}}}{\sqrt{2}} |\psi_{II}\rangle + \frac{e^{-i\frac{(E_0+A)t}{\hbar}}}{\sqrt{2}} |\psi_I\rangle$$

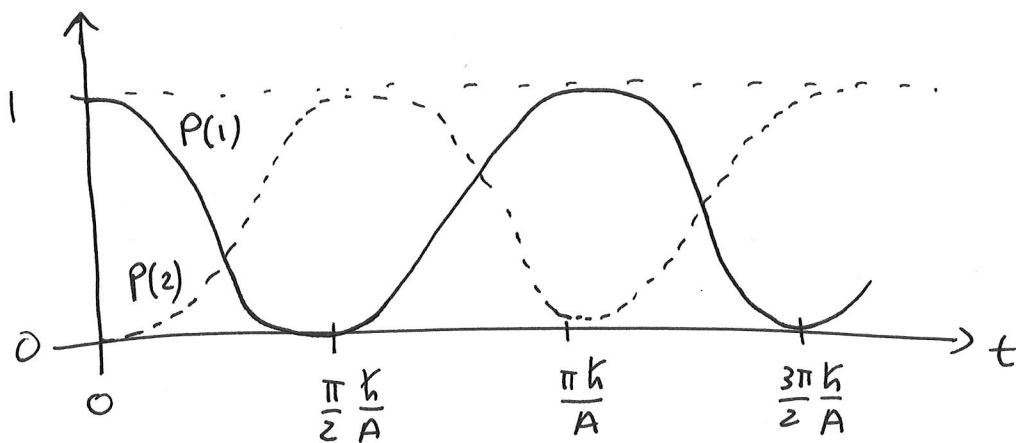
Quelle est la probabilité de retrouver l'état  $|1\rangle$  à l'instant  $t$  ?

$$\langle 1|\psi(t)\rangle = \frac{1}{2} e^{-i\frac{(E_0-A)t}{\hbar}} + \frac{1}{2} e^{-i\frac{(E_0+A)t}{\hbar}}$$

$$\langle 2|\psi(t)\rangle = \frac{1}{2} e^{-i\frac{(E_0-A)t}{\hbar}} - \frac{1}{2} e^{-i\frac{(E_0+A)t}{\hbar}}$$

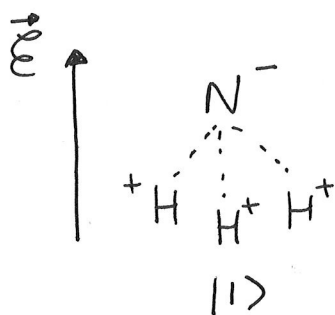
$$\rightarrow P(1 \text{ à l'instant } t) = |\langle 1|\psi(t)\rangle|^2 = \frac{1}{4} |e^{i\frac{At}{\hbar}} + e^{-i\frac{At}{\hbar}}|^2 = \cos^2 \frac{At}{\hbar}$$

$$P(2 \text{ à l'instant } t) = |\langle 2|\psi(t)\rangle|^2 = \frac{1}{4} |e^{i\frac{At}{\hbar}} - e^{-i\frac{At}{\hbar}}|^2 = \sin^2 \frac{At}{\hbar}$$



Plaçons la molécule d'ammoniac dans un champ électrique

II.A.D



énergie due  
au champ  
électrique

$$E = +\mu \mathcal{E}$$

$$E = -\mu \mathcal{E}$$

$\mu$  = moment dipolaire de la molécule  $\text{NH}_3$

→ l'Hamiltonien devient

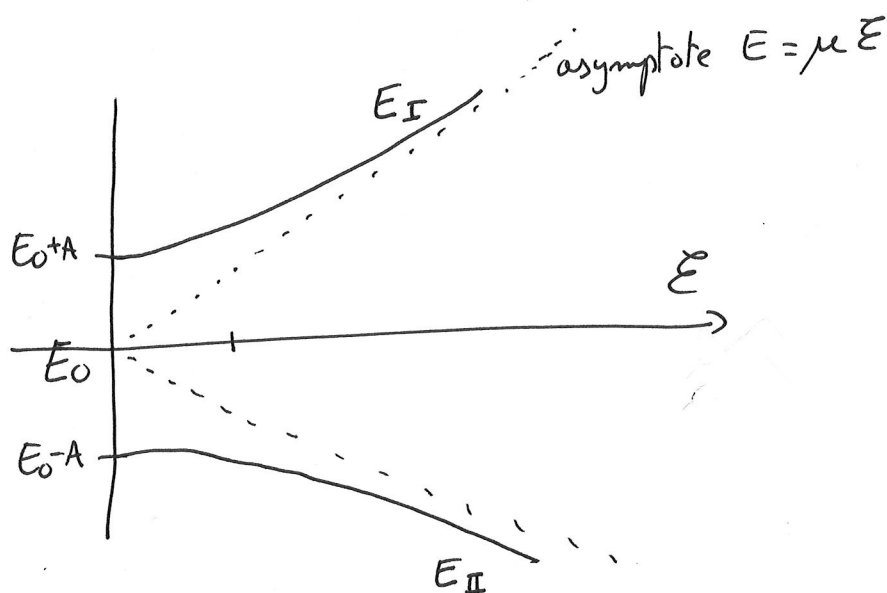
$$H = \begin{pmatrix} E_0 + \mu \mathcal{E} & -A \\ -A & E_0 - \mu \mathcal{E} \end{pmatrix} = E_0 \mathbb{I} + \mu \mathcal{E} \sigma_z - A \sigma_x$$

Energies propres (solutions de  $\det(H - \lambda \mathbb{I}) = 0$ )

et états propres  $|\psi_{\pm}(\mathcal{E})\rangle$

$$\begin{cases} E_{\text{I}} = E_0 + \sqrt{A^2 + \mu^2 \mathcal{E}^2} \\ E_{\text{II}} = E_0 - \sqrt{A^2 + \mu^2 \mathcal{E}^2} \end{cases}$$

$|\psi_{\text{I}}(\mathcal{E})\rangle$

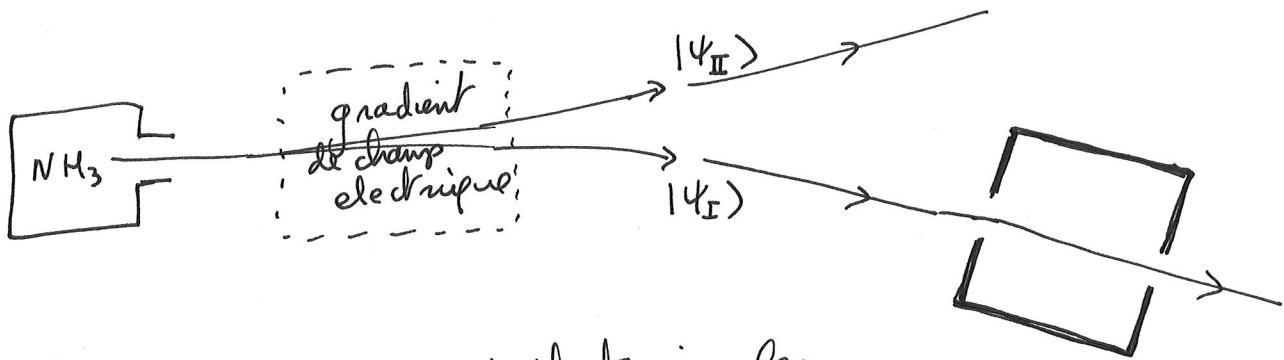


les états  
propres dépendent  
de  $\mathcal{E}$ .

Si  $\mathcal{E}$  est petit, alors

$$\begin{cases} E_I \approx E_0 + A + \frac{1}{2} \mu^2 \frac{\mathcal{E}^2}{A} \\ E_{II} \approx E_0 - A - \frac{1}{2} \mu^2 \frac{\mathcal{E}^2}{A} \end{cases}$$

Si  $\mathcal{E}(x)$  dépend de  $x$ ,  
 alors  $|\psi_I\rangle$  subit une force dirigée vers les zones où  $\mathcal{E}$  faible  
 $|\psi_{II}\rangle$  -----  $\mathcal{E}$  fort



$\Rightarrow$  on peut sélectionner les  
 états excités  $|\psi_I\rangle \approx \frac{|1\rangle - |2\rangle}{\sqrt{2}}$

(voir expérience de Stern - Gerlach)

carité RF résonante à la fréquence  $\nu = \frac{\Delta E}{2\pi\hbar} \approx 24 \text{ GHz}$

$\rightarrow$  les molécules se dés excitent dans la carité.