Ejercicio 1
Cuadrillas de mantenimiento solicitan una pieza de repuesto electrónica según un proceso de Poisson de parámetro $\lambda = 2$ por semana. Halle la probabilidad de que:
a) En 3 semanas la cuadrilla no solicite ninguna pieza de repuesto electrónica
b) Transcurran más de 2 semanas hasta que la cuadrilla solicite una pieza de repuesto electrónica.

a) $\lambda = 2(1\ semana) = 6(3\ semanas) \rightarrow\ P(X=0) = \frac{e^{-6}(6)^0}{0!} = 0{,}00248$
b) $\alpha = \lambda = 2 \rightarrow\ P(Y > 2) = 1 - F(2) = 1 - (1 - e^{-2.2}) = 0{,}0183$

Ejercicio 2
En una universidad 20% de los hombres y 1% de las mujeres miden más de 1,80m de altura. Se sabe además que 40% de los estudiantes son mujeres. Si se selecciona un estudiante al azar y se observa que mide más de 1.80m, ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?

$$M: Sea\ mujer;\ H: Sea\ hombre;\ C: Mida\ 1.80$$
$$P(C/H) = 0{,}2;\ P(C/M) = 0{,}01;\ P(H) = 0{,}6;\ P(M) = 0{,}4$$
$$P(M/C) = \frac{P(M \cap C)}{P(C)} = \frac{P(M).P(C/M)}{P(H).P(C/H) + P(M).P(C/M)} = \frac{0{,}4.0{,}01}{0{,}6.0{,}2 + 0{,}4.0{,}01} = \boxed{\frac{1}{31}}$$

Ejercicio 3
Una empresa eléctrica fabrica baterías de celular que tienen una duración que se distribuye de forma aproximadamente normal con una media de 200 horas y una desviación estándar de 10 horas. Si una muestra aleatoria de 36 baterías tiene una duración promedio de 195 horas,

a) Plantee un test adecuado de nivel 0,05 para determinar si la duración media es inferior a 200 horas. ¿Cual es el p-valor de su conclusión?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que basado en una muestra de tamaño 36 se concluya que la media de duración es 200 cuando en realidad es de 194 a un nivel del 5%?

a) $\overline{X} = 195;\ \sigma = 10; n = 36;\ \alpha = 0{,}05$

Hipótesis

$$H_0: \mu = 200;\ H_1: \mu < 200 \rightarrow\ Z_c = -Z_{1-\alpha} = -Z_{1-0{,}05} = -Z_{0{,}95} = -1{,}645 \rightarrow\ Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{195 - 200}{\frac{10}{6}} = -3$$
$$Si: Z < Z_c \rightarrow Se\ rechaza\ H_0 \rightarrow\ -3 < -1{,}645 \rightarrow \boxed{Se\ rechaza\ H_0}$$

Valor p: $p = P\left(Z < \frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = P(Z < -3) = \boxed{0{,}0013}$

b) $\overline{X} = -z_{(1-\alpha)}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} + \mu_0 \rightarrow \overline{X} = -z_{(1-0{,}05)}\frac{10}{\sqrt{36}} + 200 \rightarrow \overline{X} = 197{,}26$

$$P(\overline{X} < 197{,}26/\mu = 194) = P\left(Z < \frac{197{,}26 - 194}{10/\sqrt{36}}\right) = P\left(Z < \frac{197{,}26 - 194}{10/\sqrt{36}}\right) = P(Z < 1{,}956) = \boxed{0{,}9747}$$

<u>Teoría requerida para resolver los problemas:</u>

Poisson: $P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}(\lambda)^x}{x!}$; Exponencial negativa: $P(Y > y) = 1 - F(y) = 1 - (1 - e^{\alpha.x})\ \lambda = \alpha$

$$P(M/C) = \frac{P(M \cap C)}{P(C)};\ P(M \cap C) = P(C/M)P(M);\quad P(C) = P(C/M)P(M) + P(C/H)P(H)$$

Criterios para rechazar H_0:

$$\boxed{\begin{cases} Caso\ 1:\ H_0: \mu = \mu_0\ y\ H_1: \mu < \mu_0 \rightarrow Si\ \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < Z_\alpha \rightarrow Se\ rechaza\ H_0 \\ Caso\ 2:\ H_0: \mu = \mu_0\ y\ H_1: \mu \neq \mu_0 \rightarrow Si\ \left|\frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right| > Z_{\alpha/2} \rightarrow Se\ rechaza\ H_0 \\ Caso\ 3:\ H_0: \mu = \mu_0\ y\ H_1: \mu > \mu_0 \rightarrow Si\ \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} > Z_\alpha \rightarrow Se\ rechaza\ H_0 \end{cases}}$$

$$Nota: A\ Z_\alpha\ se\ lo\ conoce\ como\ Z_c(z\ critico). En\ vez\ de\ Z_\alpha\ puede\ ser\ que\ sea\ Z_{1-\alpha}\ y\ en\ vez\ de\ Z_{\alpha/2}\ sea\ Z_{1-\alpha/2}$$

Valor p:

$$\boxed{Calculo\ de\ valor\ p: \begin{cases} si\ H_1: \mu > \mu_0 \rightarrow p = P\left(Z > \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) \\ si\ H_1: \mu < \mu_0 \rightarrow p = P\left(Z < \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) \\ si\ H_1: \mu \neq \mu_0 \rightarrow p = 2P\left(Z > \left|\frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right|\right) \end{cases}}$$