

FÍSICA II

TEMA 1: CARGA ELÉCTRICA - CAMPO ELÉCTRICO

Cargas y Masas de las partículas elementales:

Partícula	Protón	Neutrón	Electrón
Masa	$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Carga	$q_p = +1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	$q_n = 0 \text{ C}$	$q_e = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Carga unitaria	+1	0	-1

Ley de Coulomb:

“La magnitud de la fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia”

$$F_e = k \cdot \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \Rightarrow \epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$$

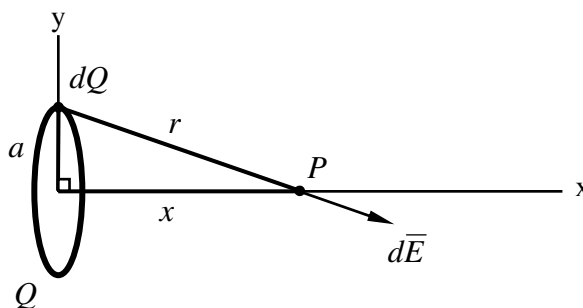
Campo eléctrico:

El campo eléctrico \vec{E} en un punto es la fuerza por unidad de carga experimentada por una carga de prueba q_0 en ese punto.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{r}^\circ$$

Cálculos de campo eléctrico:

Campo de un anillo de cargas:



$$\vec{E}_P = k \cdot \frac{Qx}{\sqrt{(x^2 + a^2)^3}} \hat{i}$$

Donde Q es la carga total del anillo, a es el radio y x la distancia del punto al anillo de cargas.

/ Estudiar la demostración /

Campo de una línea infinita de carga:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 \cdot r} = \frac{2k\lambda}{r}$$

Donde λ es la densidad de carga lineal y r la distancia de la línea al punto.

/ Estudiar la demostración /

Campo de un disco uniformemente cargado:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Donde σ es la densidad de carga superficial en el disco. Esto sólo se cumple para cuando $R \gg x$.

Campo de dos láminas infinitas con cargas opuestas:

$$E_1 = E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

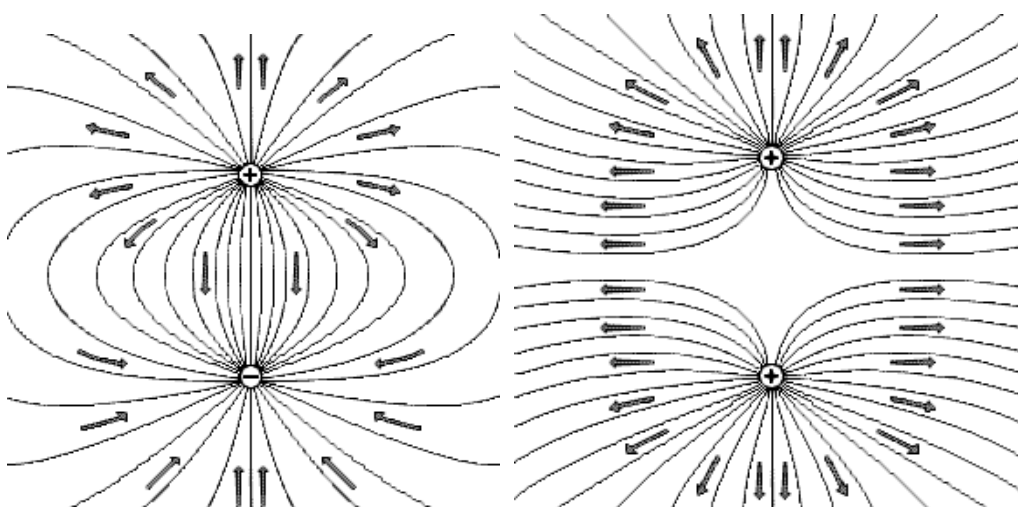
/ Estudiar la demostración /

Sólo si las dimensiones de las láminas son grandes en comparación con la distancia entre ellas. El campo descrito es el correspondiente a cualquier **punto situado entre las dos láminas**. Fuera de ellas, el campo es distinto.

Líneas de campo eléctrico:

Una línea de campo eléctrico es una curva imaginaria dibujada a través de una región del espacio de manera que su tangente en cualquier punto tiene la dirección del vector de campo eléctrico en ese punto.

Las líneas de campo nunca se intersecan.

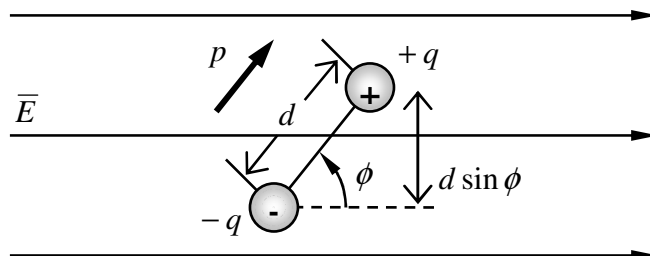


Si el campo es uniforme, las líneas de campo son rectas, paralelas y uniformemente espaciadas.

¡CUIDADO!: Las líneas de campo no son trayectorias que puede seguir una partícula, ni mucho menos líneas en cuya trayectoria el campo tiene el mismo valor.

Dipolo eléctrico:

Un dipolo eléctrico es un par de cargas puntuales de igual magnitud y signo opuesto, separadas a una distancia d .

Fuerza y momento sobre un dipolo:

En un dipolo $\sum F_{NETA} = 0$, pero $\sum \tau \neq 0$. Su valor es:

$$\tau = (qE)(d \sin \phi)$$

/ Estudiar la demostración /

El producto de q por d es el **momento dipolar eléctrico** p :

$$p = qd$$

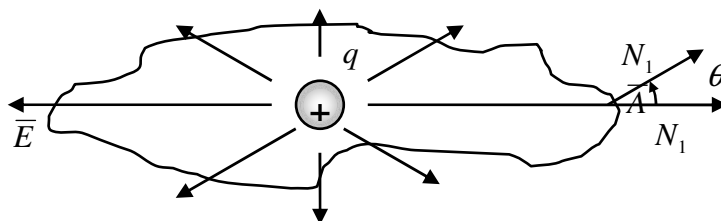
Entonces, el momento de torsión nos queda:

$$\tau = pE \sin \phi \Rightarrow \vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

Movimiento de partículas cargadas en un Campo uniforme:

$$\text{Ecuaciones de Posición: } \begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x} \cdot t \\ y(t) = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \end{cases} \quad \text{donde } \vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}$$

$$\text{Ecuaciones de Velocidad: } \begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} - a \cdot t \end{cases}$$

TEMA 2: LEY DE GAUSSCarga y Flujo eléctrico:

El flujo eléctrico neto debido a una carga ubicada dentro de una superficie gaussiana, es independiente del área y depende sólo de la carga neta existente.

Superficie gaussiana: Superficie imaginaria cerrada.

Cálculo de flujo eléctrico:

Si el campo eléctrico es **uniforme**, el cálculo del flujo se reduce a la ecuación:

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = E.A.\cos\theta = E_{\perp}.A$$

Pero cuando el campo eléctrico es más general, debemos tomar diferenciales e integrar. Obtenemos así la ecuación:

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E \cos\theta . dA$$

Ley de Gauss:

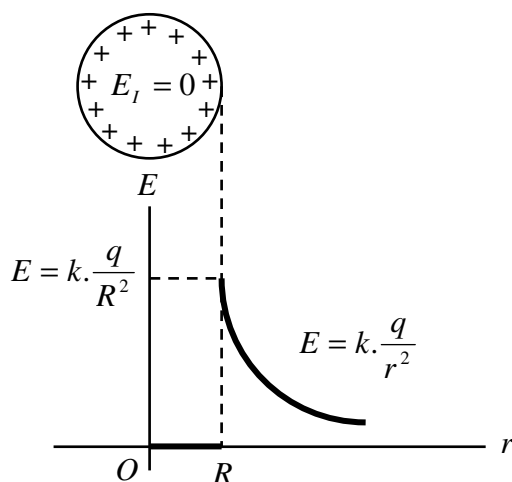
$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{dentro}}{\epsilon_0}$$

Para una superficie cerrada, que no tenga carga, el flujo es cero:

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

Aplicaciones de la Ley de Gauss:

Campo de una esfera conductora cargada:



Campo interior: $E_I = 0$

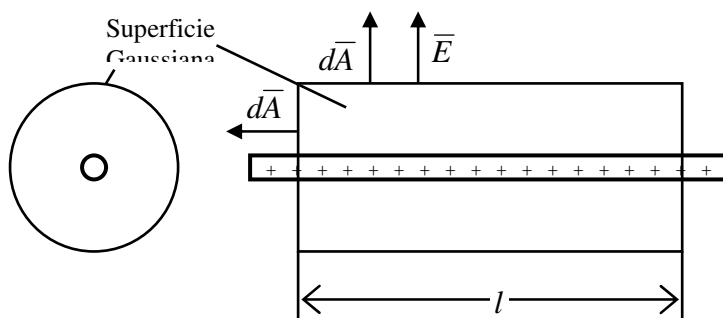
Campo superficial: $E_S = k \cdot \frac{q}{R^2}$

Campo exterior: $E_E = k \cdot \frac{q}{r^2}$

Campo de una línea de carga:

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E \cdot \cos 0^\circ \cdot dA = E \underbrace{\oint dA}_{A=2\pi \cdot r \cdot l} = E \cdot (2\pi \cdot r \cdot l) = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda \cdot l}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot (2\pi \cdot r \cdot l) = \frac{\lambda \cdot l}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{2\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r} = \frac{2k\lambda}{r}}$$



Campo de una lámina plana infinita de carga:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

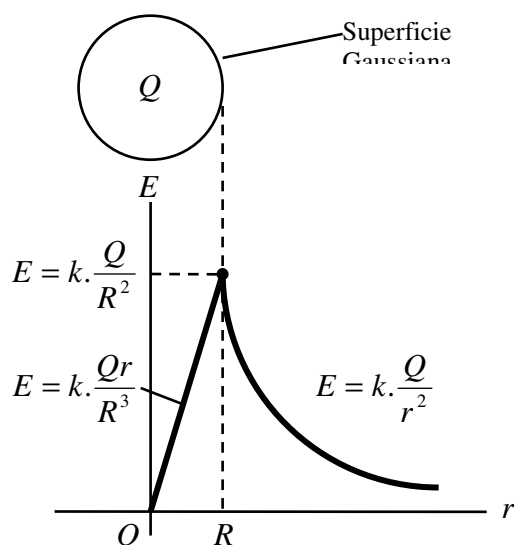
/ Estudiar la demostración /

Campo entre placas conductoras paralelas con cargas opuestas:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

/ Estudiar la demostración /

Campo de una esfera no conductora cargada uniformemente:



Campo interior: $E_i = k \cdot \frac{Qr}{R^3}$

Campo superficial: $E_s = k \cdot \frac{Q}{R^2}$

Campo exterior: $E_E = k \cdot \frac{Q}{r^2}$

Cargas en conductores:

El campo eléctrico en todo punto dentro de un conductor es cero, y cualquier exceso de carga en un conductor sólido se localiza por completo sobre su superficie.

Si hay una carga q aislada en una cavidad dentro de un conductor sin carga neta, se induce en la superficie interior una carga $-q$, por lo que en la superficie exterior aparece la carga q



Tabla de fórmulas de campos según distribuciones de carga:

Distribución de la carga	Punto en el campo eléctrico	Magnitud del campo eléctrico
Carga puntual q	Distancia r desde q	$E = \frac{1}{4\pi.\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$
Carga q sobre superficie de esfera conductora de radio R	Fuera de la esfera ($r > R$)	$E = \frac{1}{4\pi.\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$
	Dentro de la esfera ($r < R$)	$E = 0$
Alambre infinito, densidad de carga λ	Distancia r desde el alambre	$E = \frac{1}{2\pi.\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r}$
Cilindro conductor infinito de radio R , carga por unidad de longitud λ	Fuera del cilindro ($r > R$)	$E = \frac{1}{2\pi.\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r}$
	Dentro del cilindro ($r < R$)	$E = 0$
Esfera aislante sólida, carga Q distribuida uniformemente en todo el volumen.	Fuera de la esfera ($r > R$)	$E = \frac{1}{4\pi.\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$
	Dentro de la esfera ($r < R$)	$E = \frac{1}{4\pi.\epsilon_0} \cdot \frac{Qr}{R^3}$
Lámina infinita de carga, con carga uniforme por unidad de área σ	Cualquier punto	$E = \frac{\sigma}{2.\epsilon_0}$
Dos placas conductoras con cargas opuestas con densidades de carga superficial $+\sigma$ y $-\sigma$	Cualquier punto entre las placas	$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

TEMA 3: POTENCIAL ELÉCTRICO

Energía potencial eléctrica:

Si la fuerza es conservativa, entonces el trabajo es:

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = -\Delta U$$

Energía potencial eléctrica en un campo uniforme:

$$W_{a \rightarrow b} = Fd = q_0.E.d$$

$$U = q_0.E.y$$

$$W_{a \rightarrow b} = q_0.E.(y_a - y_b)$$

/ Estudiar la demostración /

Energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales:

$$W_{a \rightarrow b} = \frac{q.q_0}{4\pi.\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$$

/ Estudiar la demostración /



$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_0}{r}$$

/ Estudiar la demostración /

¡CUIDADO!: No confundir con la fórmula para la fuerza eléctrica, ésta lleva r en el denominador, no r^2

Energía potencial eléctrica de varias cargas puntuales:

Carga puntual y colección de cargas:

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

Colección de cargas y punto:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i < j} \frac{q_i \cdot q_j}{r_{ij}}$$

¡CUIDADO!: Para no repetir pares de cargas, se toma en la sumatoria sólo los $i < j$.

Potencial eléctrico:

El potencial eléctrico es la energía potencial, por unidad de carga.

$$V = \frac{U}{q_0}$$

$$U = q_0 \cdot V$$

Diferencia de potencial:

$$V_{ab} = (V_a - V_b) = \frac{W_{a \rightarrow b}}{q_0} = -\frac{\Delta U}{q_0}$$

/ Estudiar la demostración /

Potencial debido a una carga puntual:

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_0}{r \cdot q_0} \Rightarrow V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

Potencial debido a una colección de cargas puntuales:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$



Potencial debido a una distribución continua de carga:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int \frac{dq}{r}$$

Luego, reemplazo dq por la distribución de carga multiplicando a la dimensión, dependiendo de la geometría del problema. $dq = \lambda \cdot dl$, o $dq = \sigma \cdot dA$, o $dq = \rho \cdot dV$

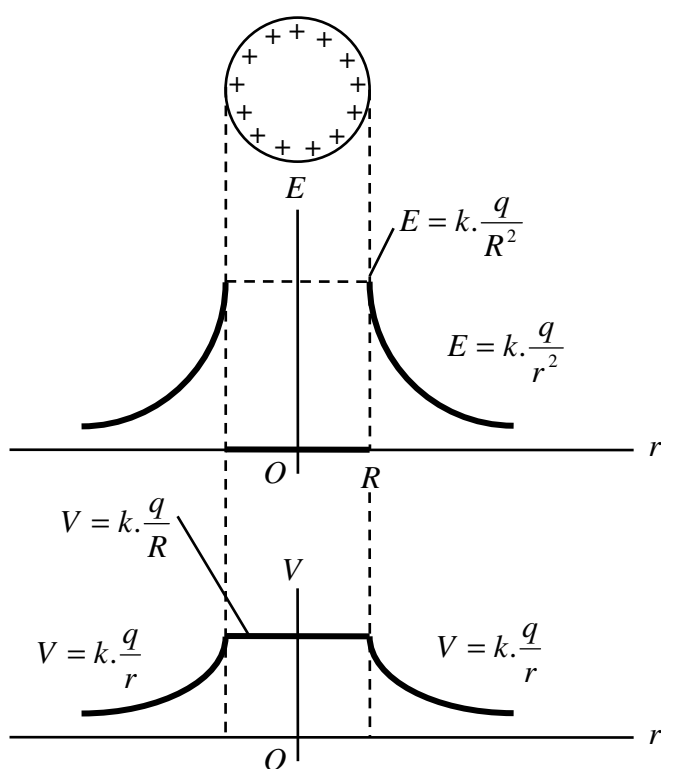
Diferencia de potencial como integral del Campo:

$$V_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \text{ o } V_{ab} = -\int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

/ Estudiar la demostración /

Cálculo del potencial:

Potencial de una esfera conductora cargada:



Potencial interior y superficial:

$$V_I = k \cdot \frac{q}{R} \text{ (constante)}$$

$$\text{Potencial exterior: } V = k \cdot \frac{q}{r}$$

/ Estudiar la demostración /

Placas paralelas con cargas opuestas:

$$V_{ab} = E \cdot d$$

$$\sigma = \frac{\epsilon_0 \cdot V_{ab}}{d}$$

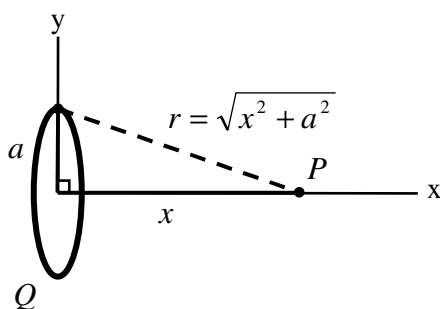
/ Estudiar la demostración /

¡CUIDADO!: Ésta fórmula sirve sólo para los casos de geometría plana. En cilindros o esferas no funciona.

Línea de carga o cilindro conductor cargado infinitos:

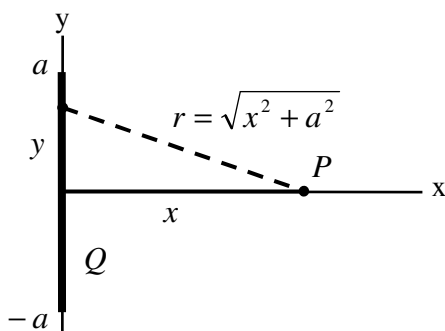
$$V = \frac{\lambda}{2\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \ln \frac{r_0}{r} \text{ con } r > r_0 \text{ y con } V_{r_0} = 0$$

/ Estudiar la demostración /

Anillo de carga:

$$V = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

/ Estudiar la demostración /

Línea de carga:

$$V = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{2a} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{a^2 + x^2} + a}{\sqrt{a^2 + x^2} - a} \right)$$

/ Estudiar la demostración /

Desplazamiento de partículas cargadas a través de una diferencia de potencial:

Se parte de la conservación de la energía, para llegar a la ecuación:

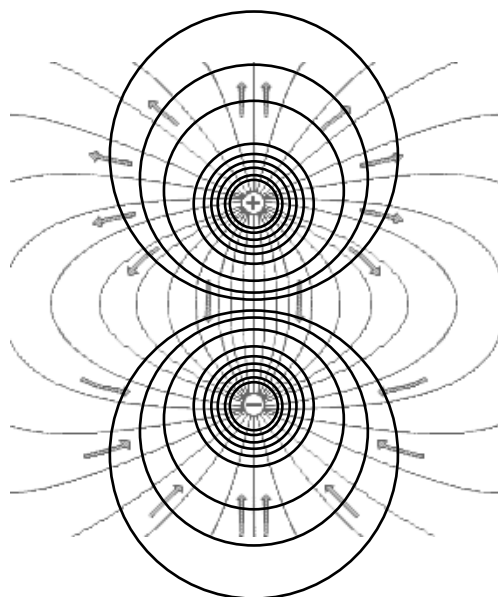
$$v = \sqrt{\frac{2q_0(V_a - V_b)}{m}}$$

/ Deducir la fórmula /

Superficies equipotenciales:

Una superficie equipotencial es una superficie tridimensional sobre la cual el potencial eléctrico V es igual en todos sus puntos.

Las líneas de campo y las superficies equipotenciales son siempre mutuamente perpendiculares.



Cuando todas las cargas están en reposo, la superficie de un conductor es siempre una superficie equipotencial.

Gradiente de potencial:

$$\vec{E} = -\left(\hat{i} \frac{\partial V}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial V}{\partial z}\right)$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

/ Estudiar la demostración /

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} \quad (\text{Campo eléctrico Radial})$$

TEMA 4: CAPACITANCIA Y DIELECTRICOS

Capacitores y Capacitancia:

Un **Capacitor** es un dispositivo que almacena Energía Potencial Eléctrica y Carga Eléctrica. Se construye aislando dos conductores y se carga realizando un trabajo, el cual se almacena como Energía Potencial Eléctrica.

En un capacitor conectado a una fuente, la carga Q ($+Q$ en la placa positiva y $-Q$ en la negativa) es directamente proporcional a la diferencia de potencial V_{ab} aplicada. Entonces

$$Q \propto V_{ab} \Rightarrow C = \frac{Q}{V_{ab}}, \text{ donde } C \text{ es una constante llamada } \mathbf{Capacitancia} \text{ y que es propia de}$$

cada capacitor en especial. La unidad de la capacitancia es el **farad** ($F = \frac{C}{V}$)

La capacitancia es una medida de la habilidad del capacitor para almacenar energía y depende solamente de la forma y el tamaño de los conductores y del aislante colocado entre ellos.

Cálculo de la Capacitancia: capacitores en el vacío



Ahora $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$

Capacitor de placas paralelas:

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Capacitancia de un capacitor de placas paralelas en el vacío

/ Estudiar la demostración /

Capacitor Esférico:

$$C = 4\pi \cdot \epsilon_0 \frac{r_a \cdot r_b}{r_b - r_a}$$

Capacitancia de un capacitor esférico en el vacío

/ Estudiar la demostración /

Capacitor Cilíndrico:

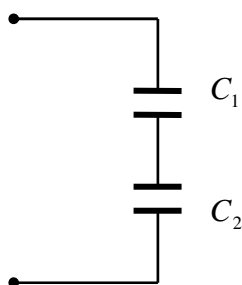
$$C = \frac{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot L}{\ln(r_a / r_b)}$$

Capacitancia de un capacitor cilíndrico en el vacío

/ Estudiar la demostración /

Capacitores en Serie y en Paralelo:

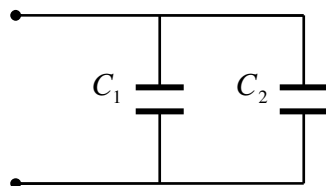
Capacitores en Serie:



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

/ Estudiar la demostración /

Capacitores en Paralelo:



$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots$$

/ Estudiar la demostración /



Almacenamiento de energía en capacitores y energía del campo eléctrico:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} Q V$$

Energía Potencial almacenada en un Capacitor

/ Estudiar la demostración /

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot E^2$$

Densidad de energía eléctrica en el vacío.

/ Estudiar la demostración /

También podemos calcular la Energía Potencial de un Capacitor integrando la densidad de energía:

$$U = \int u \cdot dV$$

donde dV es el diferencial de volumen que dependerá de la forma del capacitor.

Dieléctricos:

Cuando colocamos un material dieléctrico entre las placas, aumenta la diferencia de potencial máxima posible sin que ocurra la ruptura dieléctrica y entre en conducción.

Además, la carga Q se mantiene, pero el potencial V disminuye, por lo que la capacitancia C aumenta

$$K = \frac{C}{C_0}$$

Constante Dieléctrica (adimensional)

Dicha constante toma un valor **1** para el **vacío**, y mayor que 1 para otros materiales (a 20°C)

Carga inducida y polarización:

$$\sigma_i = \sigma \left(1 - \frac{1}{K} \right)$$

Densidad de carga superficial inducida

Donde σ es la densidad de carga por unidad de área de las placas y K es la constante dieléctrica del material.

/ Estudiar la demostración /

$$\epsilon = K \cdot \epsilon_0$$

Permitividad del Dieléctrico

La capacitancia en placas paralelas, cuando se tiene presente un dieléctrico está dada por:

$$C = K \cdot C_0 = K \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \Rightarrow$$

$$C = \epsilon \cdot \frac{A}{d}$$



Capacitancia de un capacitor de placas paralelas con dieléctrico

$$u = \frac{1}{2} \epsilon \cdot E^2$$

Densidad de energía eléctrica en un dieléctrico

Ley de Gauss en dieléctricos:

$$\oint K \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{dentro-libre}}}{\epsilon_0}$$

/ Estudiar la demostración /

TEMA 5: CORRIENTE Y RESISTENCIA - FUERZA ELECTROMOTRIZ

Corriente eléctrica:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Definición de Corriente Eléctrica

$$[I] = A = \text{Ampere} = \frac{C}{s}$$

Corriente, velocidad de arrastre y densidad de corriente:

También podemos definir la corriente a través de n (concentración de partículas por unidad de volumen en m^{-3}), v_d (velocidad de arrastre de las partículas), A (área de la sección de conductor) y q (carga de cada partícula), de la siguiente manera:

$$I = \frac{dQ}{dt} = n \cdot |q| \cdot v_d \cdot A$$

/ Estudiar la demostración /

Definimos también **densidad de corriente** J como la corriente que pasa por una unidad de área transversal:

$$J = \frac{I}{A} = n \cdot |q| \cdot v_d$$

$$\vec{J} = n \cdot q \cdot \vec{v}_d \text{ (vector)}$$

Resistividad:

$$\rho = \frac{E}{J} \quad [\rho] = \Omega \cdot m$$

Un material que obedece la Ley de Ohm razonablemente bien se conoce como conductor ohmico o lineal. Para tales materiales, a una temperatura dada, ρ es constante y no depende del valor de E .



Resistividad y temperatura:

La resistividad de un material varía dependiendo de la temperatura. En un pequeño intervalo de temperaturas (hasta unos 100°C), la resistividad del metal puede representarse aproximadamente por la ecuación:

$$\rho(T) = \rho_0 \cdot [1 + \alpha(T - T_0)]$$

donde ρ_0 es la resistividad a una temperatura T_0 y α es el **coeficiente de temperatura de la resistividad**.

Resistencia:

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad [R] = \Omega = \text{Ohm} = \frac{\text{V}}{\text{A}}$$

En correspondencia con la resistividad, la temperatura también afecta a la resistencia en igual proporción:

$$R(T) = R_0 \cdot [1 + \alpha(T - T_0)]$$

donde R_0 es la resistividad a una temperatura T_0 y α es el mismo **coeficiente**.

Ley de Ohm:

$$V = I \cdot R$$

A ésta expresión se la suele llamar **Ley de Ohm**, pero el contenido real de ésta ley es proporcionalidad directa entre V e I . Mas sólo es así si la **resistencia** es **constante**.

Fuerza electromotriz y circuitos:

Para que un conductor tenga una corriente estacionaria, debe formar parte de una trayectoria que constituya un camino cerrado o **circuito completo**. Cuando en dos extremos de un conductor se establece una diferencia de potencial, las cargas “*bajan*” de un punto de mayor potencial a uno de menor, generando un movimiento de cargas y por lo tanto una corriente eléctrica. Para poder llevar las cargas nuevamente hacia el punto de un mayor potencial es necesaria una “*fuerza*”, a la que llamaremos **Fuerza Electromotriz** o *fem*, pero es importante tener en cuenta que la *fem* no es una fuerza sino una **cantidad de energía por unidad de carga** representada por la misma unidad que el potencial (Volt). Representaremos a la *fem* con el símbolo \mathcal{E} .

En cualquier circuito completo con una corriente estacionaria debe haber un dispositivo que proporcione fuerza electromotriz, al que llamaremos **fuerza de fem**.

En una fuente ideal de *fem* $\mathcal{E} = V_{ab} = I \cdot R$

Resistencia interna:

Las fuentes de *fem* reales de un circuito presentan $\mathcal{E} \neq V_{ab}$, pues la carga que se mueve a través del material de la fuente encuentra resistencia, a la que llamaremos **resistencia interna** de la fuente y representaremos con r , entonces:

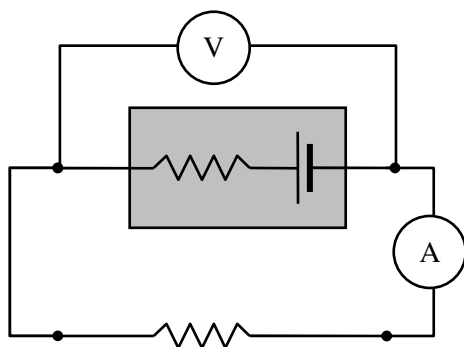
$$V_{ab} = \mathcal{E} - I.r$$

(voltaje en terminales de una fuente con resistencia interna)

Para una fuente real de *fem*, el voltaje en terminales es igual a la *fem* sólo si no fluye corriente por la fuente.

Ahora la corriente será:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

Uso de voltímetros y amperímetros:**Amperímetro:**

Siempre en serie con el circuito

Voltímetro:

Siempre en paralelo con el circuito

Energía y potencia en circuitos eléctricos:

$$P = \frac{dW}{dt} = V_{ab} \cdot I \quad [P] = W = \text{Watt} = \frac{J}{s}$$

(razón a la cual se entrega energía eléctrica a un elemento del circuito)

Resistencia pura:

$$P = V_{ab} \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{V_{ab}^2}{R}$$

(potencia proporcionada a un resistor)

La energía se disipa en el resistor a razón de $I^2 \cdot R$

Potencia de salida de una fuente:

$$P = V_{ab} \cdot I = \mathcal{E} \cdot I - I^2 \cdot r$$

/ Estudiar la demostración /



$\mathcal{E}.I$ es la razón a la cual hace trabajo sobre las cargas en movimiento cualquier agente que esté ocasionando las fuerzas no electrostáticas en la fuente.

El término $I^2.r$ es la razón con que se disipa la energía eléctrica en la resistencia interna de la fuente.

Potencia de entrada de una fuente:

$$P = V_{ab}.I = \mathcal{E}.I + I^2.r$$

Existe una conversión de energía eléctrica a no eléctrica en la fuente superior a una razón $\mathcal{E}.I$.

Teoría de la conducción metálica:

En el modelo microscópico más sencillo de la conducción en un metal, cada átomo del cristal metálico cede uno o más de sus electrones externos, que quedan libres para moverse por el cristal y chocan a intervalos con los iones positivos estacionarios.

Si no hay campo eléctrico, los electrones se desplazan en línea recta entre una colisión y otra, la dirección de su velocidad es aleatoria y, en promedio, no llegan a ninguna parte. Pero si hay un campo eléctrico, las trayectorias se curvan ligeramente debido a la aceleración ocasionada por las fuerzas del campo eléctrico.

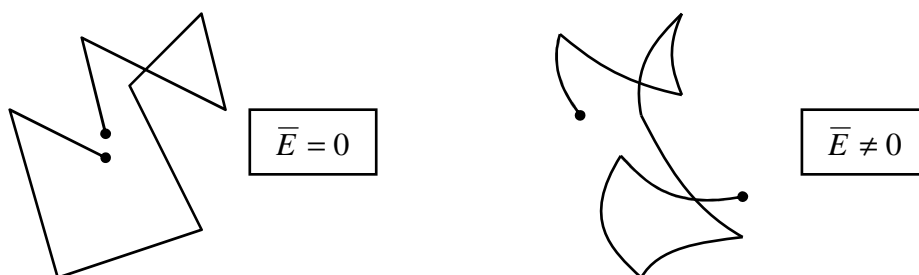
El tiempo entre colisiones se conoce como **tiempo libre medio** y se representa con τ .

Deducimos la siguiente expresión para la resistividad:

$$\rho = \frac{m}{n.e^2.\tau}$$

/ Estudiar la demostración /

donde n es el número de electrones libres por unidad de volumen, e es la carga del electrón, m la masa del electrón y τ el tiempo libre medio entre colisiones.



Si n y τ son independientes de \bar{E} , entonces también lo es la resistividad y el material conductor obedece la Ley de Ohm.

Al aumentar la temperatura, las vibraciones atómicas aumentan, dejando menos espacio entre átomos y por ende produciendo mayor cantidad de colisiones, lo que aumenta la resistividad.

Si el campo eléctrico en el material es lo bastante intenso, un electrón puede adquirir suficiente energía entre colisiones para expulsar a ciertos electrones que normalmente están ligados a los átomos del material. Éstos pueden a su vez expulsar más electrones y así sucesivamente, lo cual puede ocasionar una avalancha de corriente. Ésta es la base microscópica de la ruptura dieléctrica en los aislantes.

TEMA 6: CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTÍNUA

Resistores en serie y en paralelo:

Resistores en serie:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

/ Estudiar la demostración /

La resistencia equivalente es **mayor** que cualquiera de las resistencias individuales.

Resistores en paralelo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

/ Estudiar la demostración /

La resistencia equivalente es **menor** que cualquiera de las resistencias individuales.

Caso de dos resistores en paralelo:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Nodos, mallas y convenios de signos:

Nodo: Un nodo en un circuito es un punto en el que se encuentran tres o más conductores. También se los conoce como uniones o puntos de rama.

Malla: Una malla es cualquier trayectoria cerrada del circuito.

Signos de la corriente: La corriente siempre se mueve desde el lado positivo hacia el negativo en dispositivos de suministro de energía pero a través del circuito, en cambio en dispositivos de consumo o almacenamiento de energía, se mueven en el mismo sentido pero por dentro del dispositivo.



Reglas de Kirchhoff:

Regla de los nodos:

“La suma algebraica de las corrientes que entran en un nodo es cero”

$$\sum I = 0$$

Regla de las mallas:

“La suma algebraica de las diferencias de potencial en cualquier trayectoria cerrada, incluyendo las asociadas con fuentes de fem y elementos de resistencia, debe ser cero”

$$\sum V = 0$$



Diferencia de potencial dentro de una red compleja:

Para resolver un circuito “no reducible a serie” se deben aplicar las reglas de Kirchhoff de la siguiente manera:

1. Poner nombres a todos los elementos del circuito (resistencias, fuentes de fem, diferencias de potenciales totales y elementales, corrientes de rama, corrientes de elementos, nodos y mallas).
2. Determinar los nodos principales del circuito, obteniendo n nodos.
3. Aplicar la regla de los nodos, determinando $(n - 1)$ ecuaciones linealmente independientes, donde las corrientes en las ramas son las incógnitas.
4. Determinar las mallas principales del circuito, obteniendo m mallas.
5. Aplicar la regla de las mallas, determinando $(m - 1)$ ecuaciones linealmente independientes, en las que reemplazando las diferencias de potencial elementales a través de la ley de Ohm ($V = I.R$), obtenemos otra vez las corrientes de rama como incógnitas.
6. Tendremos así tantas ecuaciones como corrientes de rama, lo que nos permitirá resolver el sistema a través del álgebra.
7. Luego se podrán calcular los potenciales y corrientes elementales restantes.

Instrumentos de medición eléctrica:

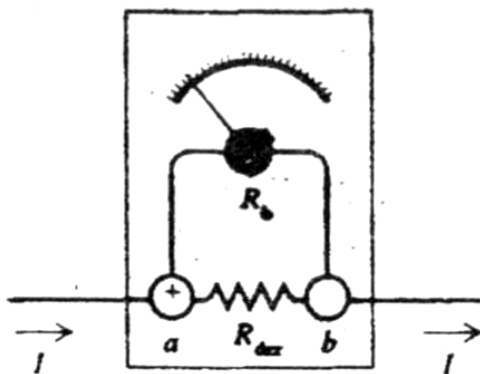
Galvanómetro de d'Arsonval:

Es un instrumento sensible al paso de la corriente. Está formado por una bobina de hilo muy fino que puede girar sobre un pivote en el campo magnético de un imán permanente. Un resorte, parecido al del volante de un reloj, está unido a la bobina. Cuando circula la corriente por la bobina, el campo magnético genera un momento de torsión en ella, proporcional a la corriente, que es amortiguado por el resorte. Esto hace mover una aguja colocada en el eje, marcando una proporción de la corriente que circula y, por deducción de la ley de Ohm, también marcaría una proporción del potencial.

Diseño de un Amperímetro:

Un **amperímetro** es un instrumento que mide corriente, *siempre mide la corriente que pasa por él*. Está basado en el Galvanómetro de d'Arsonval. En un amperímetro ideal, la resistencia debería ser cero, pero en la realidad es tan pequeña que el error cometido es despreciable.

Para poder medir mayores corrientes que las que soporta la escala del galvanómetro, se agrega una resistencia en paralelo con éste, de manera tal que algo de la corriente no pase por el medidor. La fórmula que responde a tal comportamiento es:

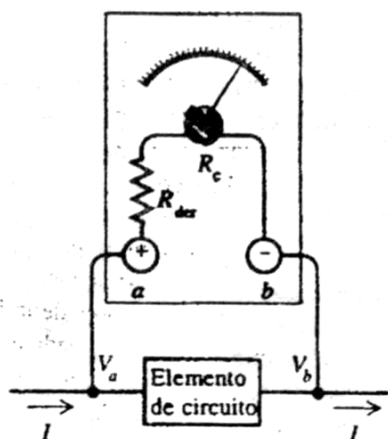


$$I_{fc} \cdot R_b = (I_a - I_{fc}) \cdot R_{der}$$

Diseño de un Voltímetro:

Un **voltímetro** es un instrumento que mide la diferencia de potencial entre dos puntos. Un voltímetro ideal tendría resistencia infinita, de modo tal que al conectarlo entre dos puntos del circuito no alteraría ninguna de las corrientes. Los voltímetros reales tienen resistencias finitas, pero tan grandes que el error es despreciable.

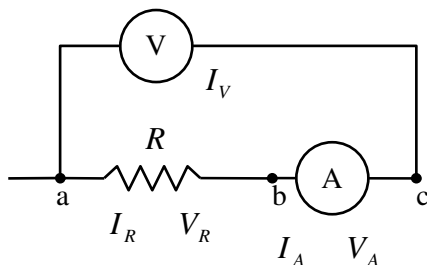
Podemos ampliar la escala de medición agregando una resistencia en serie con la bobina. Si V_V es la lectura de escala de fondo, la fórmula correspondiente es:



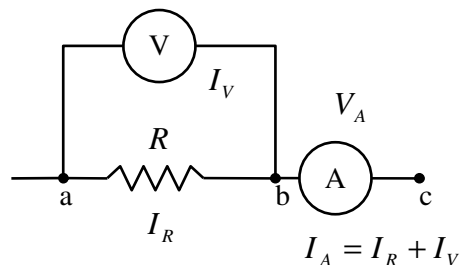
$$V_V = I_{fc} \cdot (R_c + R_s)$$

Amperímetros y voltímetros en combinación:

$$V_{ac} = V_R + V_A$$



$$V_R = V_{ab}$$



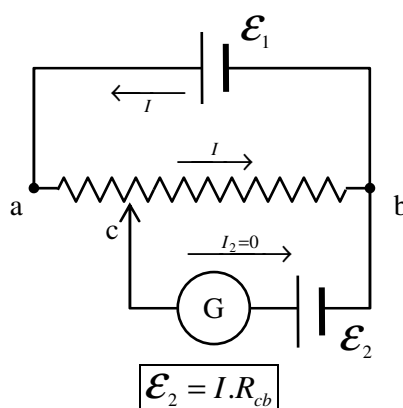
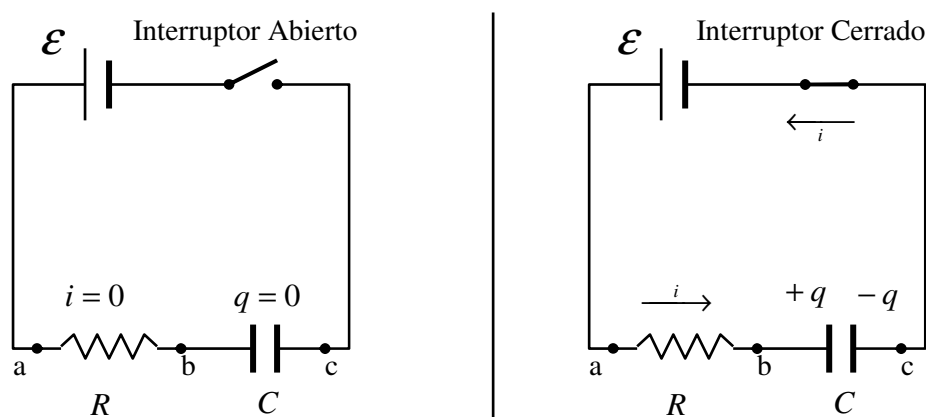
Ohmímetros:

Consiste en un Galvanómetro, un resistor variable y una fuente conectados en serie. La resistencia R_s se ajusta de tal manera que haciendo cortocircuito en los terminales, el valor se vaya a fondo de escala, donde marcará $R = 0$. Cuando no hay nada conectado entre los terminales $R \rightarrow \infty$, no hay corriente ni desviación. Para valores intermedios se calibra la escala, la que va a leerse al revés de la lectura para corrientes, por ser

$$R \propto \frac{1}{I}$$

El potenciómetro:

Es un instrumento que mide la *fem* de una fuente sin tomar corriente de ella. Lo que hace es equilibrar una diferencia de potencial desconocida con respecto a un voltaje ajustable y medible.

Circuitos Resistencia-Capacitancia:Carga y descarga de un capacitor:CARGA DEL CAPACITOR (Circuito cerrado con fuente de *fem*)

Al cerrarse el circuito, la corriente deja de ser nula y pasa de golpe a ser $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$

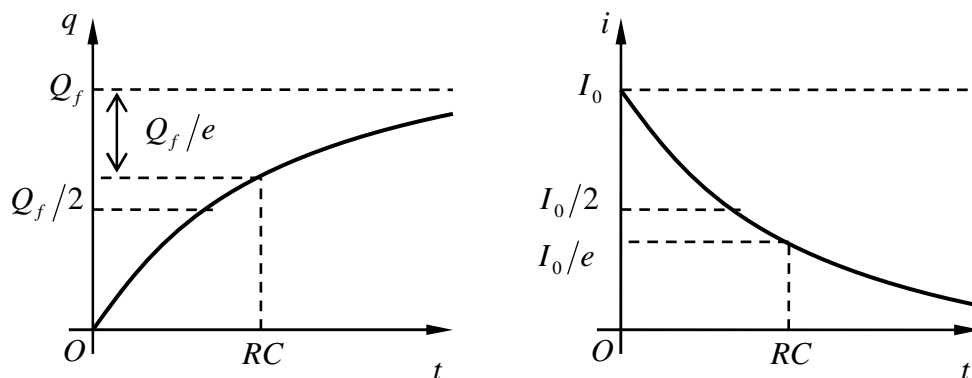
Luego, la corriente disminuye con el tiempo en base a la fórmula:

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC} = I_0 \cdot e^{-t/RC}$$

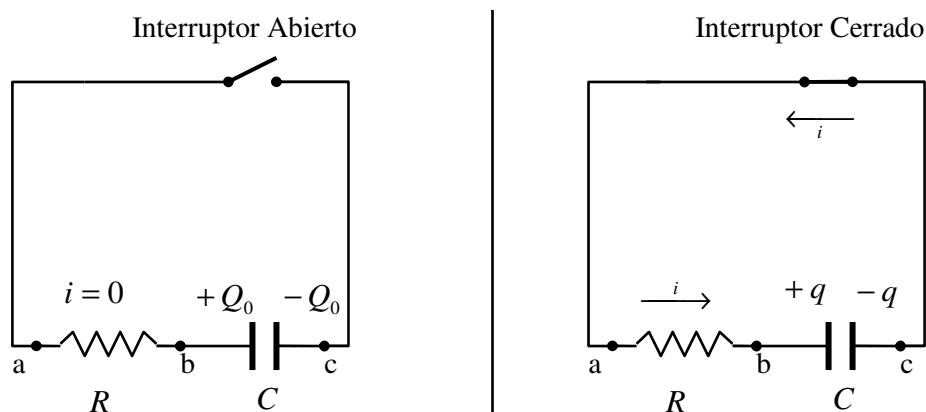
La carga en el capacitor aumenta con el tiempo en base a la fórmula:

$$q(t) = C \cdot \mathcal{E} \left(1 - e^{-t/RC} \right) = Q_f \left(1 - e^{-t/RC} \right)$$

Las gráficas de carga y corriente son las siguientes:



DESCARGA DEL CAPACITOR (Circuito cerrado sin fuente de fem)

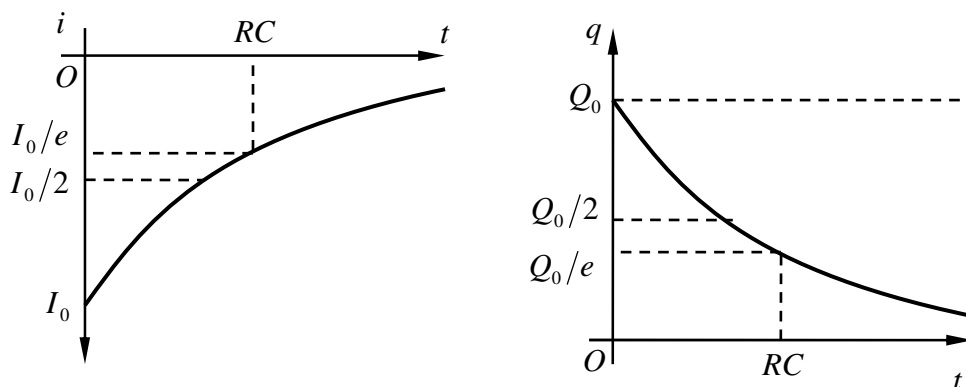


La corriente ahora aumenta con el tiempo en base a la fórmula:

$$i(t) = -\frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC} = I_0 \cdot e^{-t/RC}$$

La carga en el capacitor disminuye con el tiempo en base a la fórmula:

$$q(t) = Q_0 \cdot e^{-t/RC}$$



De la energía suministrada por la batería, exactamente la mitad se almacena en el capacitor y la otra mitad se disipa en el resistor. Sorprende un poco que ésta división a medias de la energía no dependa de C , de R ni de \mathcal{E} .

Constante de tiempo:

El producto RC es una medida de qué tan rápido se carga el capacitor. RC se llama **constante de tiempo** o **tiempo de relajación** del circuito y se representa con la letra griega τ

$$\tau = RC$$

TEMA 7: CAMPO MAGNÉTICO Y FUERZAS MAGNÉTICAS

Magnetismo:

Las fuerzas magnéticas entre dos cuerpos se deben principalmente a la interacción entre los electrones en movimiento de los átomos de los cuerpos. Dentro de un cuerpo magnetizado, existe un movimiento coordinado de algunos electrones atómicos; en un cuerpo no magnetizado, ese movimiento no es coordinado.

Campo Magnético:

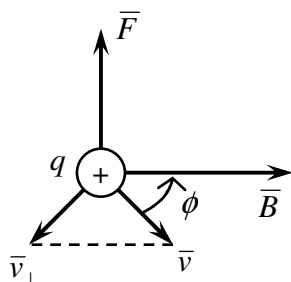
Una carga en movimiento o una corriente producen un campo magnético \vec{B} en el espacio circundante (además del campo eléctrico).

El campo magnético \vec{B} ejerce una fuerza \vec{F}_m sobre cualquier otra carga en movimiento o corriente que esté presente en el campo.

En cualquier punto, la dirección de \vec{B} está definida como aquella a la que tiende a señalar el polo norte de la aguja de una brújula.

Características de la fuerza magnética:

- Su magnitud es proporcional a la magnitud de la carga, a la magnitud o “intensidad” del campo magnético.
- También depende de la velocidad de la partícula.
- No tiene la misma dirección del campo magnético, sino que es perpendicular a él y a la velocidad de la partícula al mismo tiempo.



$$F_m = |q| \cdot v_{\perp} \cdot B = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin \phi$$

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\text{Unidades: } [B] = T = \frac{N \cdot s}{C \cdot m} = \frac{N}{A \cdot m}$$

Si existe campo eléctrico además del magnético: $\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Líneas de campo magnético y flujo magnético:

Las líneas de campo magnético nunca se cortan. Recordar que su dirección no es la misma que la de la fuerza magnética, como en el caso del campo eléctrico. Además, las líneas de campo magnético son líneas cerradas, no tienen ni principio ni fin. En el caso que los tuviera existiría un monopolio magnético.

El flujo magnético a través de una superficie es:

$$\Phi_B = \int B_{\perp} \cdot dA = \int B \cdot \cos \phi \cdot dA = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

La unidad del flujo magnético es: $[\Phi_B] = \text{Wb} = T \cdot m^2$

Ley de Gauss para el magnetismo:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

El flujo magnético a través de una superficie cerrada **siempre es cero**

$$B = \frac{d\Phi_B}{dA_{\perp}}$$

La magnitud del campo magnético es igual al flujo por unidad de área a través de un área que forma un ángulo recto con el campo magnético. Por esta razón, el campo magnético se conoce como **densidad de flujo magnético**.

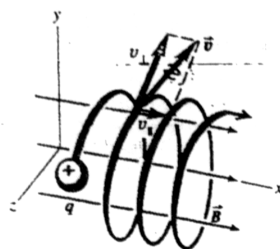
Movimiento de partículas cargadas en un campo magnético:

La fuerza magnética siempre es perpendicular a \vec{v} , así que no puede cambiar la magnitud de la velocidad, sólo su dirección, es decir que la fuerza magnética nunca puede hacer trabajo sobre la partícula. Esto es cierto incluso si el campo no es uniforme. **El desplazamiento de una partícula cargada bajo la acción exclusiva de un campo magnético siempre es un movimiento con rapidez constante.**

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

*/ Estudiar la demostración */

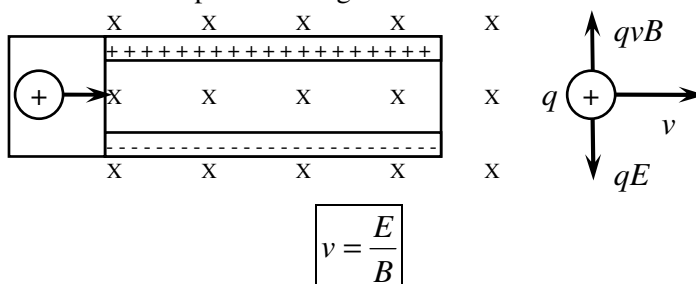
Si la velocidad inicial no es perpendicular al campo, la partícula se desliza en una hélice.



Aplicaciones del movimiento de partículas cargadas:

Selector de velocidad:

Un selector de velocidad es un aparato que permite, a través de la combinación de un campo magnético y uno eléctrico, que sólo pasen sin desviarse a través de ellos las partículas cuya velocidad cumple con la siguiente condición:



/ Estudiar la demostración /

Experimento e/m de Thomson:

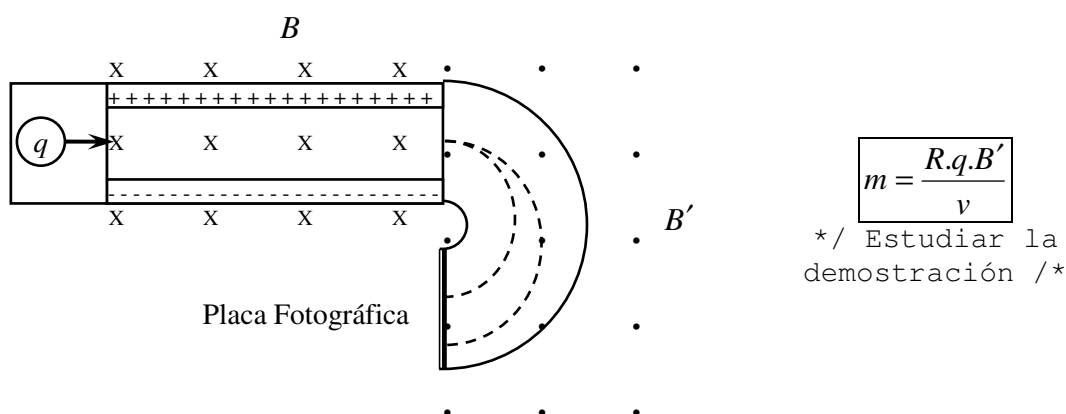
Thomson determinó éste cociente utilizando un selector de velocidad.

$$\frac{e}{m} = \frac{E^2}{2.V.B^2}$$

/ Estudiar la demostración /

Espectrómetro de masas:

Éste aparato sirve para determinar la masa de ciertos iones, a través del radio que trazan hasta la placa fotográfica.



Fuerza magnética sobre un conductor con corriente:

$$F = I.L.B_{\perp} = I.L.B.\sin \phi$$



$$\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}$$

donde l es la longitud del conductor e I la corriente que circula por él.

/ Estudiar la demostración /

Si el conductor no es recto, se lo puede medir en diferenciales de fuerza e integrar a través de una integral de línea.

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

Fuerza y momento de torsión sobre una espira de corriente:

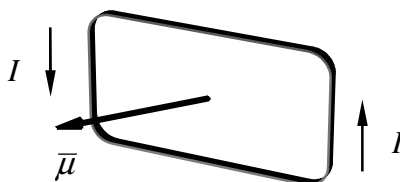
$$\tau = I.B.A.\sin\phi$$

donde A es el área de la espira y ϕ es el ángulo entre los vectores \vec{B} y \vec{A}

/ Estudiar la demostración /

Momento dipolar magnético:

$$\mu = I.A \text{ y } \vec{\mu} = I.\vec{A}$$



$$\tau = \mu.B.\sin\phi$$

Todo cuerpo que experimente un momento torsor de éste estilo es un **dipolo magnético**.

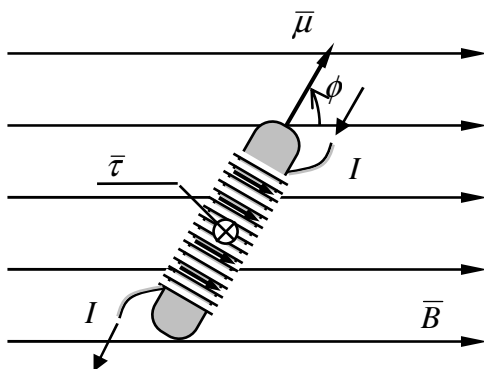
$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Energía potencial para un dipolo magnético:

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu.B.\cos\phi$$

Podemos generalizar la formulación completa para una bobina con N espiras planas juntas, sólo multiplicando cada expresión por el factor adimensional N .

Solenoide en un campo magnético uniforme:

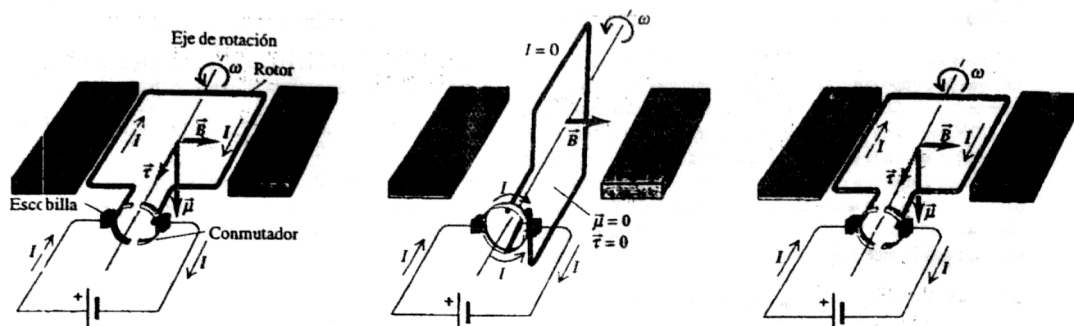


$$\tau = N.I.A.B.\sin\phi$$

El momento torsor tiende a alinear el eje del solenoide con el campo magnético

El significado real del polo norte y sur de un imán son la cabeza y la cola respectivamente del momento dipolar $\vec{\mu}$ del imán.

El motor de corriente continua:



La parte móvil es el *rotor*, que consiste en un segmento de cable, con la forma de una espira con los extremos abiertos que puede girar libremente alrededor de un eje. Los extremos de los cables del rotor están unidos a segmentos conductores circulares que forman un *conmutador*, en el que hacen contacto unas *escobillas*, partes de un circuito externo con una fuente de *fem*.

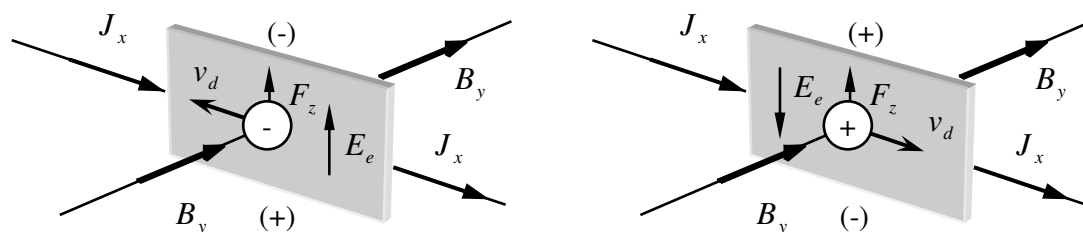
El rotor es un dipolo magnético y está contenido entre los polos opuestos de un imán permanente, de modo que hay un campo magnético que ejerce un momento de torsión sobre el rotor.

Cuando cada escobilla se sitúa en el espacio entre los conductores del conmutador, circula corriente entre los dos segmentos de conductor. No hay diferencia de potencial entre ellos, entonces no circula corriente por el rotor y no hay momento de torsión. Pero el rotor sigue moviéndose por inercia. Luego, el contacto se establece al revés del primer caso y se vuelve a generar un momento de torsión.

En un motor en serie el rotor está conectado en serie con el electroimán que produce el campo magnético; en un motor de derivación están conectados en paralelo. En un motor en serie con resistencia interna r , V_{ab} es mayor que \mathcal{E} (fem inducida) y la diferencia es la caída de potencial $I.r$ a través de la resistencia interna. Es decir:

$$V_{ab} = \mathcal{E} + I.r$$

El efecto Hall:



En ambos casos se genera una diferencia de potencial entre la parte superior y la inferior de las placas, y su polaridad depende de las cargas que se desplacen.

$$E_z = -v_d \cdot B_y$$



$$nq = \frac{-J_x \cdot B_y}{E_z}$$

TEMA 8: FUENTES DE CAMPO MAGNÉTICO

Campo magnético de una carga en movimiento:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|q|v \cdot \sin \phi}{r^2}$$

donde $\frac{\mu_0}{4\pi}$ es una constante de proporcionalidad y ϕ es el ángulo entre el vector \vec{r} y el vector velocidad \vec{v} .

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

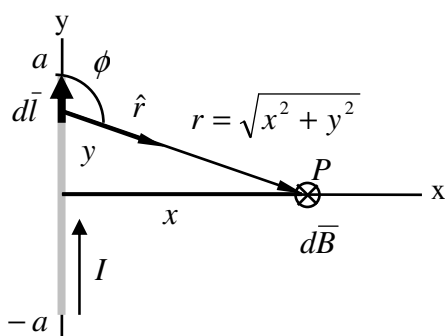
donde \hat{r} es el vector unitario que tiene la dirección desde el punto fuente al punto campo

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$$

Campo magnético de un elemento de corriente:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dl \cdot \sin \phi}{r^2} \rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I \cdot d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Campo magnético de un conductor recto con corriente:



$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{2a}{x\sqrt{x^2 + a^2}}$$

/ Estudiar la demostración /

Si la longitud $2a$ es mucho mayor que la distancia x desde el punto, la podemos considerar infinitamente grande, entonces, la expresión de cálculo será:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

Fuerzas entre conductores paralelos:

La **fuerza por unidad de longitud** entre dos conductores paralelos por los que circula corriente es:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot I'}{2\pi \cdot r}$$

/ Estudiar la demostración /

Dos conductores paralelos por los que circulan corrientes en la misma dirección y sentido se atraen entre sí, en cambio, si el sentido es opuesto, los conductores se repelen.



Campo magnético de una espira circular de corriente:

$$B_x = \frac{\mu_0 \cdot \mu}{2\pi \cdot (x^2 + a^2)^{3/2}}$$

Campo magnético sobre el eje de cualquier número de espiras circulares.

Donde $\mu = N \cdot I \cdot A = N \cdot I \cdot \pi \cdot a^2$

/ Estudiar el resto del análisis /

Ley de Ampère:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I_{\text{cont}}$$

La integral de línea del campo magnético a través de una trayectoria cerrada es igual a μ_0 por la sumatoria de las corrientes contenidas en la superficie que encierra la trayectoria.

Aplicaciones de la Ley de Ampère:

Campo de un conductor cilíndrico largo:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r \text{ cuando } r < R$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot r} \text{ cuando } r > R$$

/ Estudiar la demostración /

Campo de un solenoide:

$$B = \mu_0 n \cdot I$$

donde n es el número de vueltas por unidad de longitud.

/ Estudiar la demostración /

Campo de un solenoide toroidal:

El campo de un solenoide toroidal idealizado está confinado por completo al espacio limitado por el enrollado.

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

/ Estudiar la demostración /

Materiales magnéticos:

Paramagnetismo:

Magnetización:

$$\vec{M} = \frac{\vec{\mu}_{\text{total}}}{V}$$

El campo magnético total en el material es

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \cdot \vec{M}$$

donde \vec{B}_0 es el campo producido por algún agente externo en el material.
El campo magnético en cualquier punto de ese material es mayor en un factor sin dimensiones K_m , conocido como **permeabilidad relativa** del material.

Todas las ecuaciones de éste capítulo pueden adaptarse para cuando hay un material paramagnético, sustituyendo μ_0 por $\mu = K_m \cdot \mu_0$ (**permeabilidad del material**).

Susceptibilidad magnética: $\chi_m = K_m - 1$

Magnetización en función de la temperatura: $M = C \frac{B}{T}$ (C es la constante de Curie, distinta para cada material)

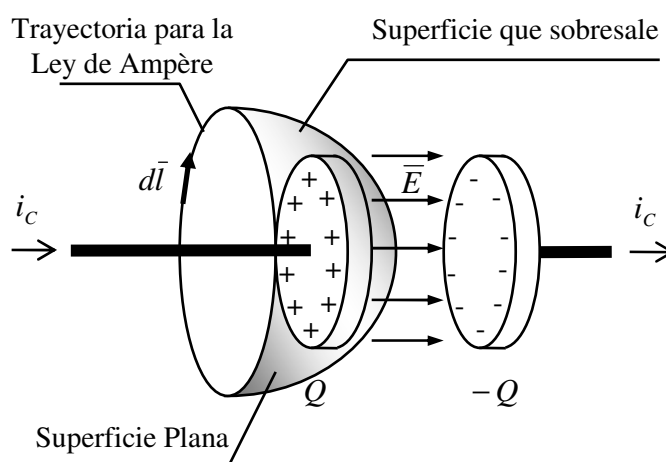
Diamagnetismo:

Los materiales diamagnéticos tienen una susceptibilidad diamagnética negativa y tienden a generar un campo magnético opuesto al campo externo que está induciéndolo en el material. Sus susceptibilidades son casi independientes de la temperatura.

Ferromagnetismo:

Ejemplos de materiales ferromagnéticos son el hierro, el níquel, el cobalto y muchas aleaciones de estos elementos. En ellos, intensas interacciones entre momentos magnéticos atómicos hacen que éstos se alineen paralelos entre sí en regiones llamadas **dominios magnéticos**, aún si no hay un campo magnético externo. Estos dominios tienden a alinearse paralelos a cualquier campo magnético, y si no lo hay se orientan al azar. Su permeabilidad es mucho mayor que 1, por lo general de 1000 a 100000. Tienen un punto de saturación magnética, en el que ya no aumenta la magnetización con el aumento del campo. Cuando se llega a ese punto y se quita el campo externo, permanece algo de magnetización en el material, y sólo se desmagnetiza con un campo de igual magnitud y sentido contrario.

Corriente de desplazamiento:



$$i_D = \epsilon \frac{d\Phi_E}{dt} \Rightarrow j_D = \epsilon \frac{dE}{dt}$$

/ Estudiar la demostración /

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (i_C + i_D)$$

La corriente de desplazamiento también es válida en un material magnético, sólo que hay que reemplazar μ_0 por μ .

TEMA 9: INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

Ley de Faraday:

La *fem* inducida en una espira cerrada es igual a menos la razón temporal de cambio del flujo magnético a través de la espira.

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

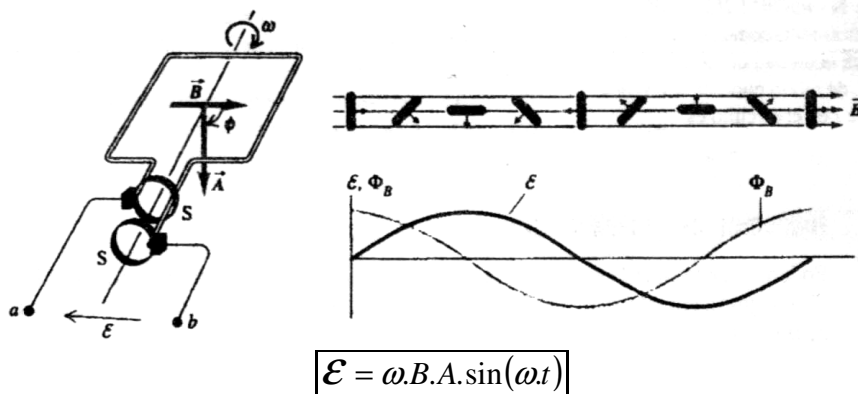
Generalizando para una bobina de N espiras:

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

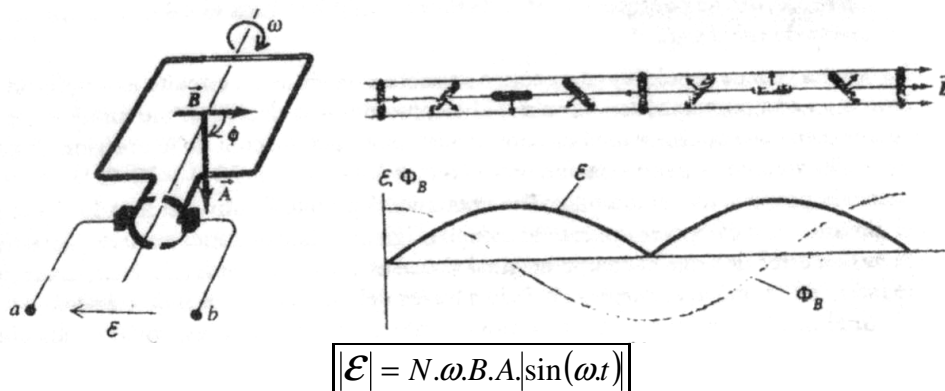
Dirección de la fem inducida:

1. Defina una dirección positiva para el área vectorial \vec{A}
2. A partir de las direcciones de \vec{A} y del campo magnético \vec{B} , determine el signo del flujo magnético Φ_B y de su razón de cambio $d\Phi_B/dt$.
3. Determine el signo de la *fem* y de la corriente inducidas. Si el flujo está aumentando, de modo que $d\Phi_B/dt$ es positiva, entonces la *fem* o la corriente inducidas son negativas; si el flujo está disminuyendo, $d\Phi_B/dt$ es negativa y la *fem* o la corriente inducidas son positivas.
4. Finalmente, determine la dirección de la *fem* o de la corriente inducidas utilizando su mano derecha. Doble los dedos alrededor del vector \vec{A} con el pulgar en su dirección. Si la *fem* o la corriente inducidas son positivas, su dirección será la misma que la de los dedos doblados; si la *fem* o la corriente son negativas, la dirección será opuesta.

Alternador simple:



/ Estudiar demostración y desarrollo /

Dínamo:

/ Estudiar demostración y desarrollo /

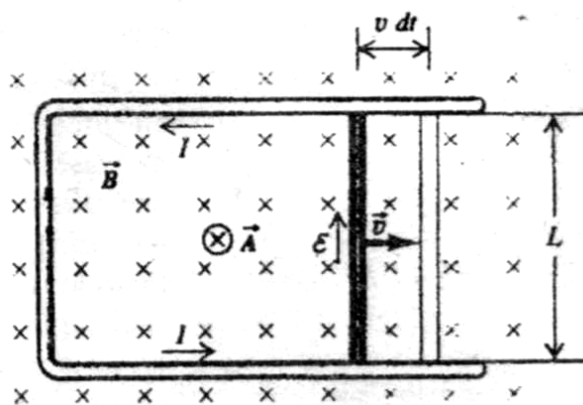
Generador por cable deslizando:

$$\mathcal{E} = -B \cdot L \cdot v$$

/ Estudiar demostración y desarrollo /

Al mover la barra, el campo ejerce una fuerza que se opone al movimiento, cuyo valor es:

$$F = \frac{B^2 \cdot L^2 \cdot v}{R} \quad (L \text{ es la longitud de la barra y } R \text{ la resistencia del circuito})$$



Para todo tipo de generadores, la razón a la que se suministra energía mecánica al aparato es igual a la razón a la cual se genera energía eléctrica.

Ley de Lenz:

La dirección de cualquier efecto de inducción magnética es tal que se opone a la causa de tal efecto.

Es decir, la corriente inducida se opone al cambio de flujo a través del circuito (no al flujo mismo).



Fem inducida por movimiento:

Con la longitud y la velocidad perpendiculares a un campo uniforme:

$$\mathcal{E} = v.B.L$$

y su expresión más general es:

$$\mathcal{E} = \int_b^a (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

Para la ley de Faraday, ambas expresiones son válidas, pero ésta se ajusta más para el caso de un conductor en movimiento en un campo uniforme, mientras que la otra, es mejor para cuando el conductor está estático y el campo varía.

Campos eléctricos inducidos:

Teniendo un solenoide generando un campo uniforme, y una espira coaxial y alrededor de él, al variar la corriente en el solenoide, varía el campo magnético producido, induciendo una *fem* en la espira, cuyo valor es:

$$\mathcal{E} = -\mu_0 . n . A . \frac{dI}{dt}$$

Pero para que la carga se mueva en la espira, debe existir un campo eléctrico, que será inducido por el campo magnético variable. Pero a diferencia de los campos eléctricos estacionarios, éste **campo eléctrico inducido no es conservativo** (campo no electrostático), debido que la integral alrededor de la trayectoria cerrada no es cero, de hecho, su valor es igual a la *fem* inducida:

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Ecuaciones de Maxwell:

$$(1) \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{dentro}}{\epsilon_0} \text{ (Ley de Gauss para } \vec{E} \text{)}$$

$$(2) \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \text{ (Ley de Gauss para } \vec{B} \text{)}$$

$$(3) \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \left(i_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right) \text{ (Ley de Ampère)}$$

$$(4) \mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \text{ (Ley de Faraday)}$$

Tener en cuenta que estas ecuaciones tienen en cuenta el campo eléctrico total, formado por la suma de los campos electrostáticos y no electrostáticos.

La característica más notable de las ecuaciones (3) y (4) es que en el vacío tienen una estructura similar, que nos hace notar que cualquier clase de campo induce un campo del otro tipo en regiones vecinas.



TEMA 10: INDUCTANCIA

Inductancia mutua:

Si existen dos bobinas coaxiales de distinto radio y en una se hace circular una corriente variable, se produce un flujo magnético variable, el cual, por la ley de Faraday, induce una *fem* en la segunda bobina, y por lo tanto una corriente en ella.

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{di_1}{dt} \text{ y } \mathcal{E}_1 = -M \frac{di_2}{dt}$$

donde M es una constante de proporcionalidad llamada **inductancia mutua** y su valor se puede calcular como:

$$M = \frac{N_2 \cdot \Phi_{B2}}{i_1} = \frac{N_1 \cdot \Phi_{B1}}{i_2}$$

$$[M] = H = \frac{Wb}{A} = \Omega \cdot s$$

Autoinductancia e Inductores:

Cualquier circuito por el que circule una corriente variable, tendrá una *fem* inducida en él debido a la variación de su propio campo magnético. Ésta es la ***fem* autoinducida**.

La autoinductancia se define como:

$$L = \frac{N \cdot \Phi_B}{i}$$

y tiene las mismas unidades que la inductancia mutua.

La *fem* autoinducida se calcula como:

$$\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt}$$

Un elemento diseñado para producir inductancia se conoce como **inductor** y su función es oponerse a cualquier variación de corriente en el circuito (no a la corriente misma).

Almacenamiento de energía en un inductor:

Los inductores almacenan energía, puesto que realizan un trabajo negativo al frenar los cambios de corriente. Ésta energía almacenada se calcula como:

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

Y la densidad de energía por unidad de volumen (en el vacío) es:

$$u = \frac{B^2}{2 \mu_0}$$

y si existe un material con permeabilidad magnética constante, se reemplaza μ_0 con μ

El circuito R-L:

Corriente que crece en un circuito R-L:

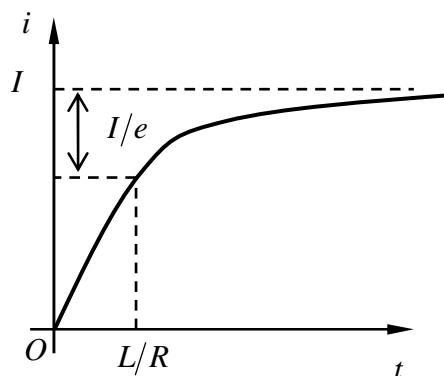


Corriente final: $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$

Corriente instantánea: $i = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-(R/L)t} \right)$

Constante de tiempo: $\tau = \frac{L}{R}$

Potencia: $\mathcal{E}i = i^2 R + L.i \frac{di}{dt}$



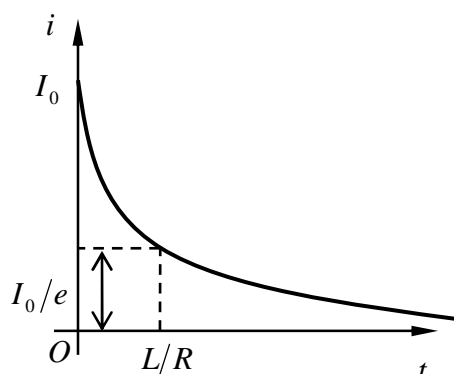
Disminución de corriente en un circuito R-L:

Corriente inicial: I_0

Corriente instantánea: $i = I_0 \cdot e^{-(R/L)t}$

Constante de tiempo: $\tau = \frac{L}{R}$

Potencia: $0 = i^2 R + L.i \frac{di}{dt}$



El circuito L-C:

Un circuito L-C muestra una corriente y una carga oscilantes. El capacitor se carga aparte, luego se conecta con el inductor. La corriente comienza a oscilar, descargando el capacitor y cargando el inductor y luego descargando el inductor y cargando el capacitor de manera inversa, y viceversa.

$$q = Q \cdot \cos(\omega t + \phi)$$

$$i = -\omega Q \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L.C}}$$

Como la energía se conserva, podemos definir una ecuación de energía:

$$\frac{1}{2} L i^2 + \frac{q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C}$$

despejando, obtenemos:

$$i = \pm \sqrt{\frac{1}{L.C}} \sqrt{Q^2 - q^2}$$

El circuito R-L-C en serie:

El circuito L-R-C en serie es análogo a un sistema de masa resorte con amortiguación, pues la ecuación diferencial que lo define es similar.



$$q = A.e^{-(R/2L)t} \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}t + \phi\right)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

Cuando $R^2 = \frac{4L}{C}$, la cantidad dentro del radical se hace cero y el sistema está críticamente amortiguado. Para valores mayores hay un sobreamortiguamiento. *En ambos casos, la ecuación de q no es válida.*

TEMA 11: CORRIENTE ALTERNA

Fasores y Corrientes Alternas:

Las corrientes alternas son corrientes que varían de forma senoidal con el tiempo. Generalmente representaremos a la corriente alterna como la función:

$$i = I \cdot \cos(\omega t)$$

donde i es la corriente instantánea, I es la corriente máxima o amplitud de corriente y ω es la frecuencia angular.

La **corriente media rectificada** (I_{rav}) se define de modo que durante cualquier número completo de ciclos, la carga total que fluye es la misma que habría si la corriente fuera constante con un valor igual a I_{rav} :

$$I_{\text{rav}} = \frac{2}{\pi} I$$

El **valor cuadrático medio** se representa como:

$$I_{\text{rms}} = \frac{I}{\sqrt{2}} \quad \text{y} \quad V_{\text{rms}} = \frac{V}{\sqrt{2}}$$

Amplitud de voltaje:

$$v = V \cdot \cos(\omega t)$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

donde f es la frecuencia de oscilación alterna.

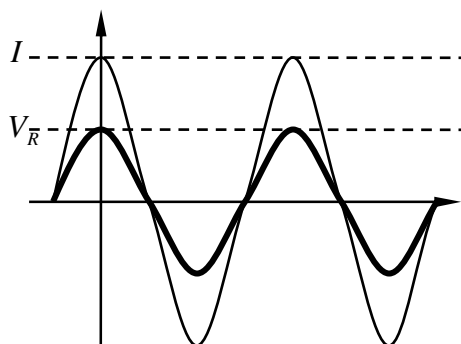
Diagrama de fasores:

Un **fasor** es un vector de módulo igual al máximo valor de la magnitud física que representa, que gira en un sistema cartesiano con una velocidad angular ω , determinando a través de su proyección sobre uno de los ejes, la el valor instantáneo de dicha magnitud.

Resistor, inductor y capacitor en corriente alterna:

Resistor:

$$v_R = I \cdot R \cdot \cos(\omega t)$$



Gráficas de Voltaje y Corriente instantáneos

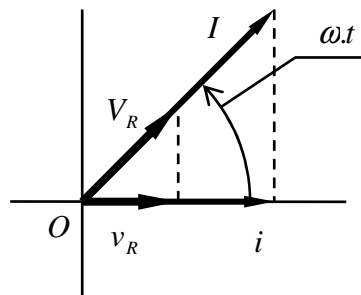


Diagrama de Fasores

Inductor:

$$v_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt} [I \cdot \cos(\omega t)]$$

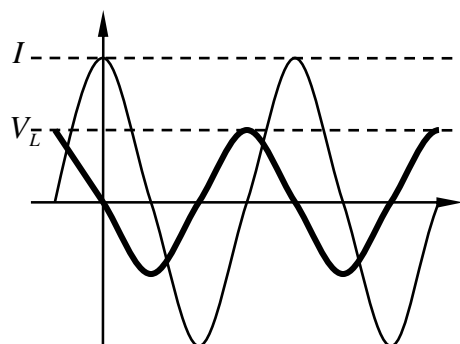
$$\boxed{v_L = -I \cdot \omega \cdot L \cdot \sin(\omega t)}$$

Definimos **reactancia inductiva** como:

$$\boxed{X_L = \omega \cdot L}$$

de tal manera que $V_L = I \cdot X_L$

$$[X_L] = \Omega = \text{ohm}$$



Gráficas de Voltaje y Corriente instantáneos

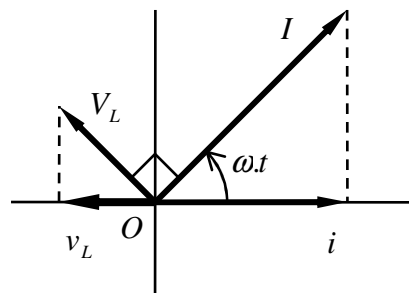


Diagrama de Fasores

Capacitor:

$$i = \frac{dq}{dt} = I \cdot \cos(\omega t) \Rightarrow q = \frac{I}{\omega} \sin(\omega t) = C \cdot v_C$$

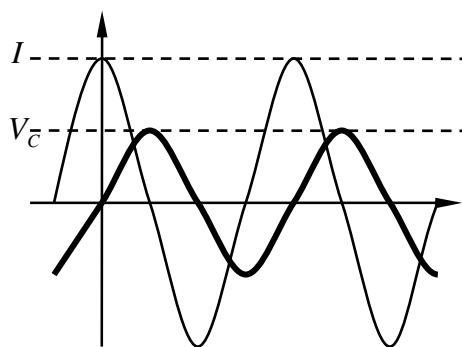
$$\boxed{v_C = \frac{I}{\omega \cdot C} \sin(\omega t) = \frac{I}{\omega \cdot C} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$$

Definimos **reactancia capacitiva** como:

$$\boxed{X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}}$$

de tal manera que $V_C = I \cdot X_C$

$$[X_C] = \Omega = \text{ohm}$$



Gráficas de Voltaje y Corriente instantáneos

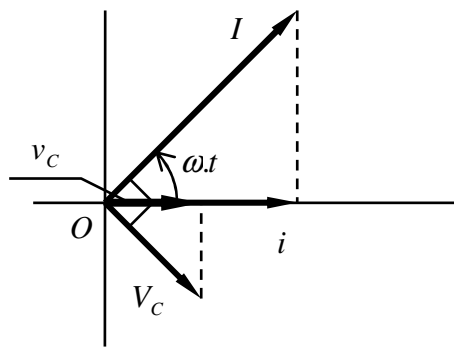


Diagrama de Fasores

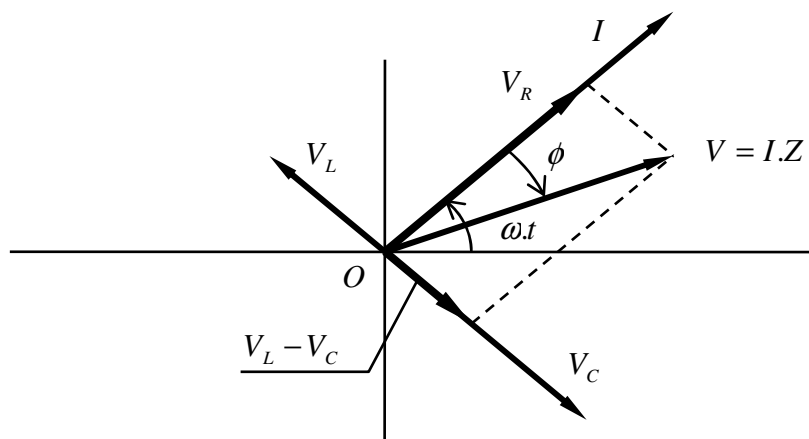
Elemento del Circuito	Relación de amplitudes	Cantidad de Circuito	Fase de v
Resistor	$V_R = I.R$	R	En fase con i
Inductor	$V_L = I.X_L$	$X_L = \omega.L$	Adelanta a i en 90°
Capacitor	$V_C = I.X_C$	$X_C = 1/\omega.C$	Retrasa a i en 90°

El circuito R-L-C en serie:

$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Impedancia:

$$Z = \frac{V}{I} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$



Ángulo de fase:

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Entonces, el voltaje de la fuente será $v = V \cdot \cos(\omega t + \phi)$

Potencia en circuitos de corriente alterna:

Potencia Instantánea:



$$p = v.i$$

Potencia Media en resistencia pura:

La curva de potencia para una resistencia pura es simétrica respecto a un valor igual a la mitad de su máximo $V.I$ de modo que la potencia media P_{med} es:

$$P_{\text{med}} = \frac{1}{2} V.I$$

$$P_{\text{med}} = I_{\text{rms}} \cdot V_{\text{rms}} = I_{\text{rms}}^2 \cdot R = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R}$$

Potencia Media en circuito genérico:

$$P_{\text{med}} = \frac{1}{2} V.I \cdot \cos \phi = I_{\text{rms}} \cdot V_{\text{rms}} \cdot \cos \phi$$

Al factor $\cos \phi$ se lo conoce como **factor de potencia** del circuito y se calcula como:

$$\cos \phi = \frac{R}{Z}$$

Por lo general, un $\cos \phi$ bajo (ϕ grande) es algo no deseado en los circuitos de potencia, porque para una diferencia de potencial dada, se necesita una corriente grande para suministrar una cantidad dada de potencia. Esto tiene como resultado, pérdidas $i^2 R$ grandes en la línea de transmisión. El factor de potencia puede corregirse mediante la conexión de un capacitor en paralelo con la carga, que adelanta al voltaje y no absorbe potencia neta de la línea.

Resonancia en corriente alterna:

A medida que aumenta la frecuencia, X_L aumenta y X_C disminuye; por consiguiente, siempre hay una frecuencia a la cual X_L y X_C son iguales, $X_L - X_C = 0$ y por ende $Z = R$.

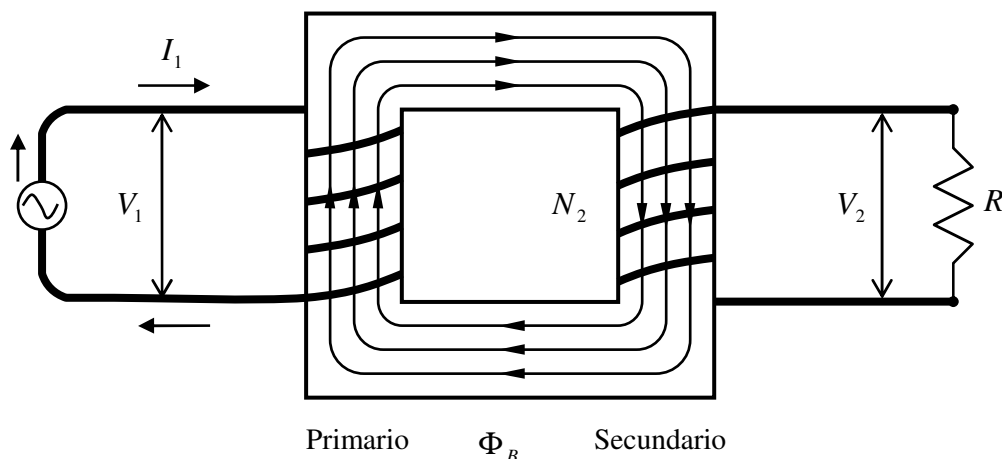
Allí se produce la resonancia, obteniendo un pico de máxima corriente. La frecuencia angular a la cual se produce el pico se denomina **frecuencia angular de resonancia** (ω_0):

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Cuando el circuito está en resonancia, se comporta como si no hubiera ni inductor ni capacitor, debido a que los voltajes en estos elementos suman cero.

Transformadores:

Los componentes clave del transformador son dos bobinas o enrollados, aislados entre sí pero enrollados sobre el mismo núcleo, cuya permeabilidad relativa es muy grande, limitando el campo magnético casi en la totalidad al interior.



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad /* \text{ Estudiar demostración } */$$

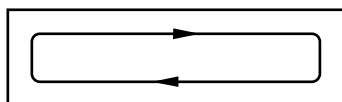
Como la potencia (si tomamos el ideal) no se disipa ni se crea en el dispositivo, entonces la potencia a ambos lados de él es la misma. Por lo tanto:

$$V_1 \cdot I_1 = V_2 \cdot I_2$$

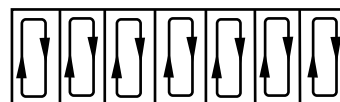
El transformador no sólo transforma corrientes, sino también resistencias (en casos generales, impedancias):

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{R}{(N_2/N_1)^2}$$

Los núcleos pierden eficiencia debido a que en cada sección transversal se inducen corrientes parásitas, que a su vez inducen fem y campos inversos. Para minimizar dichos efectos, se utilizan núcleos laminados. Observar las siguientes secciones de dos núcleos de ambos tipos:



Núcleo sólido



Núcleo laminado

TEMA 13: ÓPTICA FÍSICA

Ondas:

Para una onda electromagnética en el vacío se cumple que:

$$E = c \cdot B$$

siendo E y B los campos eléctricos y magnéticos respectivamente y c la rapidez de la luz con un valor de:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Características generales de las ondas electromagnéticas:

1. La onda es *transversal*; \vec{E} y \vec{B} son perpendiculares a la dirección de propagación de la onda. Los campos eléctrico y magnético también son perpendiculares entre sí. La dirección de propagación está determinada por el producto vectorial $\vec{E} \times \vec{B}$.
2. Existe un cociente definido entre las magnitudes de \vec{E} y \vec{B} : $E = c.B$
3. La onda se desplaza en el vacío con una rapidez definida e invariable.
4. No necesitan un medio para propagarse, lo que oscila son los campos.

$$\lambda.f = c$$

donde λ es la longitud de onda, f es la frecuencia y c es la velocidad de la luz.

Interferencia constructiva y destructiva:

El término **interferencia** se refiere a cualquier situación en la cual dos o más ondas se superponen en el espacio, logrando un desplazamiento resultante, suma de los desplazamientos individuales.

En óptica, las ondas senoidales son características de la **luz monocromática**, muy difícil de lograr en la realidad.

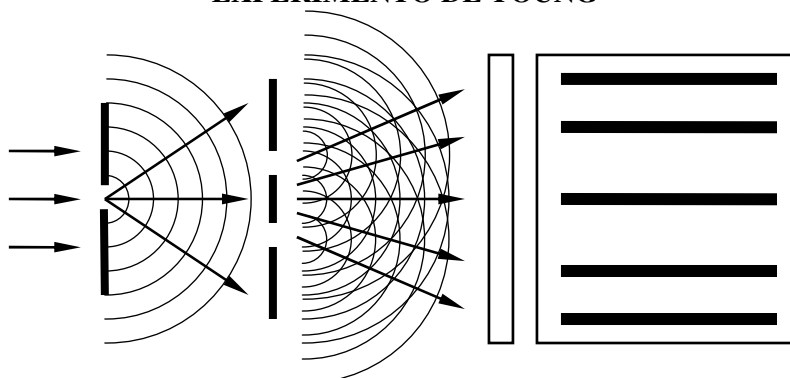
Dos fuentes monocromáticas de la misma frecuencia con una relación de fase definida (no necesariamente en fase), son **coherentes**.

Interferencia Constructiva	Interferencia Destructiva
Se logra cuando dos ondas luminosas coherentes llegan a un mismo punto en fase.	Se logra cuando dos ondas luminosas coherentes llegan a un mismo punto exactamente medio ciclo fuera de fase.
$r_2 - r_1 = m.\lambda$ $m \in \mathbb{Z}$	$r_2 - r_1 = \left(m + \frac{1}{2}\right).\lambda$ $m \in \mathbb{Z}$

donde r_2 y r_1 son las respectivas distancias desde la fuente al punto y λ es la longitud de la onda luminosa.

Interferencia de luz de dos fuentes:

EXPERIMENTO DE YOUNG



$$r_2 - r_1 = d.\sin \theta$$

donde d es la distancia entre las dos ranuras y θ es el ángulo entre la recta que va desde las ranuras a la pantalla y la normal al plano de las ranuras.



Interferencia Constructiva	Interferencia Destructiva
$d \cdot \sin \theta = m \cdot \lambda$ $m \in \mathbb{Z}$	$d \cdot \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda$ $m \in \mathbb{Z}$

Sea y_m la distancia entre una franja de interferencia y otra, por la interferencia constructiva en el experimento de Young concluimos que:

$$y_m = R \cdot \frac{m \lambda}{d} \text{ con } m \in \mathbb{Z}$$

siendo R la distancia entre el plano de las ranuras y la pantalla.

Ésta ecuación sólo es válida si $R \gg d$

Amplitud e intensidad en la interferencia de dos fuentes:

Amplitud:

$$E_p = 2E \cdot \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$$

siendo ϕ el ángulo de fase de las ondas.

Intensidad:

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \text{ con } I_0 = 2 \cdot \epsilon_0 \cdot c \cdot E^2$$

Diferencia de fase y de trayectoria:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin \theta$$

$$\text{Entonces: } I = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi \cdot d \cdot \sin \theta}{\lambda} \right) = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi \cdot d \cdot y}{\lambda \cdot R} \right)$$

Interferencia en películas delgadas:

Para una incidencia normal:

$$E_r = \frac{n_a - n_b}{n_a + n_b} \cdot E_i$$

donde E_r es la amplitud de la onda reflejada, n_a y n_b son los índices de refracción de ambos materiales y E_i es la amplitud de la onda incidente.

Reflexión Constructiva	Reflexión Destructiva
$2 \cdot t = m \cdot \lambda$ $m \in \mathbb{Z}$	$2 \cdot t = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda$



	$m \in \mathbb{Z}$
--	--------------------

donde t es el espesor de la película delgada.

Ambas fórmulas son correctas sólo si el desplazamiento de fase relativo es nulo

El fotón:

$$E = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

Energía de un fotón

donde $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Difracciones de Fresnel y de Fraunhofer:

La **difracción** es la difusión de la luz más allá de los bordes de los obstáculos opacos que encuentre en su trayectoria.

Difracción de Fresnel	Difracción de Fraunhofer
Distancia pequeña de la fuente al objeto	Distancia grande de la fuente al objeto

Difracción producida por una sola ranura:

Franjas oscuras en la difracción de una ranura:

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{a} \text{ con } m \in \mathbb{Z}$$

donde a es la abertura de la ranura.

Para ángulos θ pequeños:

$$\theta = \frac{m\lambda}{a}$$

Para $y_m \ll x$:

$$y_m = x \cdot \frac{m\lambda}{a}$$

donde x es la distancia del plano de la ranura a la pantalla e y_m es la distancia entre una franja y otra.

Intensidad:

$$I = I_0 \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot a \cdot \sin \theta}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi \cdot a \cdot \sin \theta}{\lambda}\right)} \right]^2$$



TEMA 14: TEMPERATURA, CALOR Y TERMODINÁMICA

Ley cero de la termodinámica:

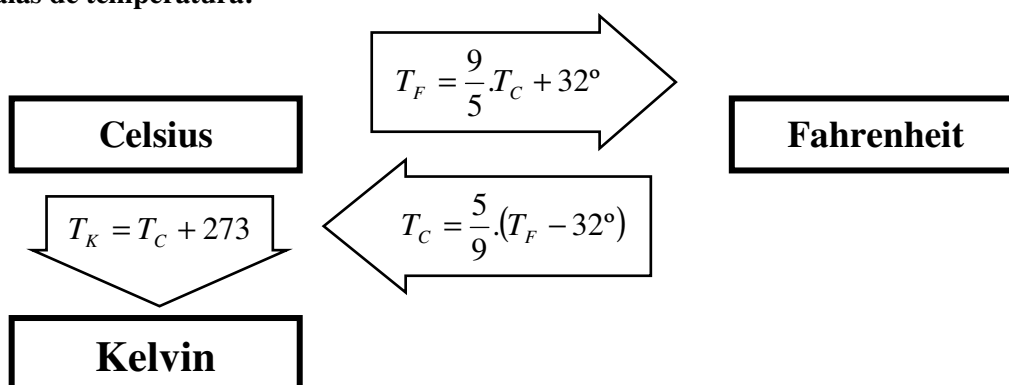
“...si C está en equilibrio térmico con A y con B, entonces A y B también están en equilibrio térmico entre sí.”

Dos sistemas están en **equilibrio térmico** si y sólo si tienen la misma temperatura.

Termómetros y escalas de temperatura:

Los termómetros miden su propia temperatura, pero al alcanzar el equilibrio térmico, su temperatura es igual a la del sistema con el que esté haciendo contacto.

Escalas de temperatura:



Expansión térmica:

Expansión térmica lineal:

$$\Delta L = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T$$

donde α es el coeficiente de expansión lineal, distinto para cada material, y cuyas unidades son $[\alpha] = \text{K}^{-1} \text{ o } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Ésta fórmula sólo es correcta para ΔT relativamente pequeños.

Expansión térmica volumétrica:

$$\Delta V = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

donde β es el coeficiente de expansión de volumen, distinto para cada material, y cuyas unidades son $[\beta] = \text{K}^{-1} \text{ o } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Ésta fórmula sólo es correcta para ΔT relativamente pequeños.

Relación entre los coeficientes:

$$\beta = 3\alpha$$

Esfuerzo térmico:

$$\frac{F}{A} = -Y \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

donde F es la fuerza, A es la sección transversal del material e Y es el módulo de Young.

Capacidad calorífica:

Cantidad de calor:

La cantidad de calor requerido para cambiar la temperatura de una cierta cantidad de masa es:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

donde c es el **calor específico** o **capacidad calorífica** del material, cuyo valor se puede calcular como:

$$c = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT}$$

Capacidad calorífica molar:

$$C = c \cdot M$$

donde M es la masa molar o masa molecular del elemento o compuesto.

Capacidades caloríficas a presión constante: c_p y C_p

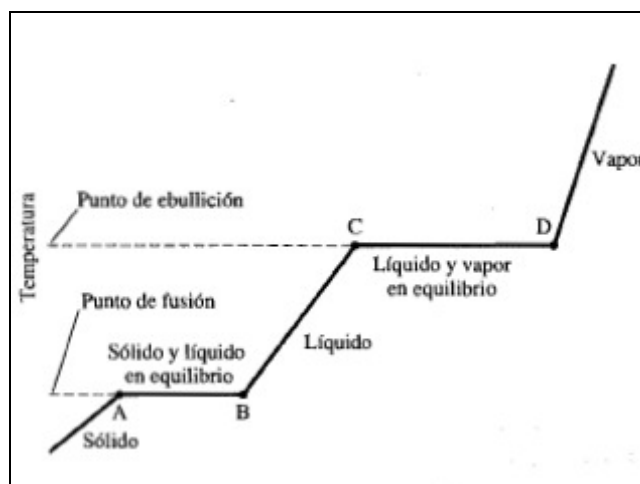
Capacidades caloríficas a volumen constante: c_v y C_v

Calorimetría y cambios de fase:

Para realizar un cambio de fase en la materia es requerida una cantidad de calor por unidad de masa. Ese calor requerido es el **calor de fusión** (L_f) o **calor de vaporización** (L_v), según el caso.

La cantidad de calor total necesaria será:

$$Q = \pm m \cdot L$$





Mecanismos de transferencia de calor:

Conducción:

Se transfiere el calor de un cuerpo a otro cuando están en contacto.

La corriente de calor (H) es:

$$H = \frac{dQ}{dt} = k.A.\frac{T_H - T_C}{L}$$

donde k es la **conductividad térmica del material** ($[k] = \frac{W}{m.K}$), $T_H - T_C$ es la diferencia de temperaturas, A es el área transversal y L es la longitud de la varilla.

Resistencia térmica: $R = \frac{L}{k}$

Convección:

Transferencia de calor por el movimiento de una masa de un fluido de una región del espacio a otra. Su análisis matemático es muy complejo.

Radiación:

Transferencia de calor mediante ondas electromagnéticas, como la luz visible, el infrarrojo y la radiación ultravioleta. Es independiente de si hay materia o no en el medio.

La **corriente de calor** en radiación se define como:

$$H = A.e.\sigma.T^4$$

donde e es la **emisividad** (distinta para cada tipo de superficie) y σ es la constante de Stefan-Boltzmann, cuyo valor es:

$$\sigma = 5,67.10^{-8} \frac{W}{m^2.K^4}$$

La ecuación de los gases ideales:

$$P.V = n.R.T$$

Sistemas termodinámicos:

Calor entrante $\rightarrow Q > 0$	Trabajo realizado por sistema sobre el entorno $\rightarrow W > 0$
Calor saliente $\rightarrow Q < 0$	Trabajo realizado por el entorno en el sistema $\rightarrow W < 0$

Trabajo efectuado en un cambio de volumen: $W = \int_{V_1}^{V_2} p.dV$ donde p es la presión, que puede ser constante en el tiempo o variar.

La primera ley de la termodinámica:

$$\Delta U = Q - W$$

Donde ΔU es la energía interna del sistema (suma de la energía potencial propia y cinética propia).



Q y W dependen del camino, pero ΔU no depende del camino, sólo depende del estado final y del inicial.

Clases de procesos termodinámicos:

Proceso Adiabático: No entra ni sale calor del sistema $\Rightarrow Q = 0 \Rightarrow \boxed{\Delta U = W}$

Proceso Isócoro: Se efectúa a volumen constante $\Rightarrow W = 0 \Rightarrow \Delta U = Q$

Proceso Isobárico: Se efectúa a presión constante, en general $Q \neq 0$ y $\boxed{W = p(V_2 - V_1) \neq 0}$

Proceso Isotérmico: Se efectúa a temperatura constante. $Q \neq 0$ y $\boxed{W \neq 0}$