

# Sintaxis y Semántica del Lenguaje

UTN - FRLP

# Clase 8 - Gramática Libre de Contexto y Autómatas de Pila

Diseñar Gramáticas Libres de Contexto

Diseñar Autómatas Finitos de Pila

Resolución de ejercicios TP 6

# Gramáticas Libres de Contexto

# Diseñar Gramáticas Libres de Contexto

Las gramáticas libres de contexto se caracterizan por presentar un solo símbolo no terminal del lado izquierdo de una regla de producción y del lado derecho una combinación de dos o más símbolos terminales y/o no terminales.

$$A \rightarrow ab$$
$$\langle A \rangle ::= a \langle B \rangle$$
$$A \rightarrow CbD$$
$$\langle A \rangle ::= \langle C \rangle b \langle D \rangle$$
$$\langle \text{dig} \rangle ::= 0 | 1 | 2 | \dots | 9$$
$$\langle \text{nro} \rangle ::= \langle \text{dig} \rangle | \langle \text{nro} \rangle \langle \text{dig} \rangle$$



# Diseñar Gramáticas Libres de Contexto

## Definiciones

$::=$   $\rightarrow$  se lee 'se define como'

$|$   $\rightarrow$  se lee 'or'

$< >$   $\rightarrow$  representa un símbolo no terminal

$<A> <B>$   $\rightarrow$  se lee 'A seguido de B'



# Diseñar Gramáticas Libres de Contexto

---

Pensemos en el formato de el nombre de una variable:  
x, suma, valor1, porc2A

Puede tener una sola letra, varias letras seguidas, o letras con números; pero no puede comenzar con un número:

`<id> ::= <letra>`

`<id> ::= <id><letra>` /\*regla recursiva para repetir letras

`<id> ::= <id><dig>` /\*regla recursiva a izq, para evitar que comience con un número

`<dig> ::= 0|1|2....|9`

`<letra> ::= a|b|....z|A|..|Z`

# Diseñar Gramáticas Libres de Contexto

Ahora, si nos fijamos podríamos reemplazar las primeras 3 líneas:

$\langle id \rangle ::= \langle letra \rangle$

$\langle id \rangle ::= \langle id \rangle \langle letra \rangle$

$\langle id \rangle ::= \langle id \rangle \langle dig \rangle$

Por una sola regla utilizando el or “|”:

$\langle id \rangle ::= \langle letra \rangle \mid \langle id \rangle \langle letra \rangle \mid \langle id \rangle \langle dig \rangle$

Y nos quedaría algo así:

$\langle id \rangle ::= \langle letra \rangle \mid \langle id \rangle \langle letra \rangle \mid \langle id \rangle \langle dig \rangle$

$\langle dig \rangle ::= 0 \mid 1 \mid 2 \dots \mid 9$

$\langle letra \rangle ::= a \mid b \dots z \mid A \dots Z$



# Diseñar Gramáticas Libres de Contexto

---

## Ejemplo 1: Import en Python

$\langle \text{import} \rangle ::= \text{import } \langle \text{listamodulos} \rangle$

$\langle \text{listamodulos} \rangle ::= \langle \text{unmodulo} \rangle \mid \langle \text{unmodulo} \rangle, \langle \text{listamodulos} \rangle$

$\langle \text{unmodulo} \rangle ::= \text{os} \mid \text{sys} \mid \text{math} \mid \langle \text{iden} \rangle \mid \dots$

$\langle \text{iden} \rangle ::= \langle \text{letra} \rangle \mid \langle \text{iden} \rangle \_ \langle \text{letra} \rangle \mid \langle \text{iden} \rangle \_ \langle \text{dig} \rangle \mid \langle \text{iden} \rangle \langle \text{letra} \rangle \mid \langle \text{iden} \rangle \langle \text{dig} \rangle$

$\langle \text{letra} \rangle ::= \text{a} \mid \text{b} \mid \text{c} \mid \dots \mid \text{z}$

$\langle \text{dig} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid 2 \mid \dots \mid 9$



# Diseñar Gramáticas Libres de Contexto

## Ejemplo 2: Asignación en Python

$\langle \text{asignacion} \rangle ::= \langle \text{iden} \rangle = \langle \text{expresión} \rangle$

$\langle \text{expresión} \rangle ::= \langle \text{expresión} \rangle + \langle \text{término} \rangle \mid \langle \text{expresión} \rangle - \langle \text{término} \rangle \mid \langle \text{término} \rangle$

$\langle \text{termino} \rangle ::= \langle \text{termino} \rangle * \langle \text{factor} \rangle \mid \langle \text{termino} \rangle / \langle \text{factor} \rangle \mid \langle \text{factor} \rangle$

$\langle \text{factor} \rangle ::= \langle \text{iden} \rangle \mid \langle \text{num} \rangle$

$\langle \text{iden} \rangle ::= \langle \text{letra} \rangle \mid \langle \text{iden} \rangle \_ \langle \text{letra} \rangle \mid \langle \text{iden} \rangle \_ \langle \text{dig} \rangle \mid \langle \text{iden} \rangle \langle \text{letra} \rangle \mid \langle \text{iden} \rangle \langle \text{dig} \rangle$

$\langle \text{letra} \rangle ::= a \mid b \mid c \mid d \mid \dots \mid z$

$\langle \text{num} \rangle ::= \langle \text{num} \rangle \langle \text{dig} \rangle \mid \langle \text{dig} \rangle$

$\langle \text{dig} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid 2 \mid \dots \mid 9$

# Diseñar Gramáticas Libres de Contexto

## Ejemplo 3: Función en Python

```
<defineFun> ::= def <iden>: <cuerpo> | def <iden>(<param>): <cuerpo>
<cuerpo> ::= <listasentencias> return <expresión>
<param> ::= <param>, <unpar> | <unpar>
<unpar> ::= <iden> | <iden>=<num>
<lista sentencias> ::= <listasentencias><unasent>|<unasent>
<unasent> ::= <while> | <if> | <if-elif> | .....
<expresión> ::= <expresión>+<término> | <expresión> - <término> | <término>
<termino> ::= <termino> * <factor> | <termino> / <factor> | <factor>
<factor> ::= <iden> | <num>
<iden> ::= <letra> | <iden>_<letra> | <iden>_<dig> | <iden><letra> | <iden><dig>
<letra> ::= a|b|c|d|.....|z
<dig> ::= 0|1|2|.....|9
<num> ::= <num><dig> | <dig>
```

# Diseñar Gramáticas Libres de Contexto

## Ejemplo 4: For en Python

```
<for> ::= for <iden> in range (<rango_valores>):<lista_sentencias>
<lista_sentencias> ::= <sentencia><lista_sentencias> | <sentencia>
<sentencia> ::= <if> | <if-elif> | <for> | <while> | ....
<rango_valores> ::= <expresion> | <expresion>, <expresion> | <expresion>,
<expresion>, <expresion>
<expresión> ::= <expresión> + <término> | <expresión> - <término> | <término>
<termino> ::= <termino> * <factor> | <termino> / <factor> | <factor>
<factor> ::= <iden> | <num>
<num> ::= <num> <dig> | <dig>
<iden> ::= <letra> | <iden> _ <letra> | <iden> _ <dig> | <iden> <letra> |
<iden> <dig>
<letra> ::= a | b | c | d | ..... | z
<dig> ::= 0 | 1 | 2 | ..... | 9
```

# Autómatas Finitos de Pila



# Diseñar Autómatas Finitos de Pila

---

El AFP es un autómata finito que cuenta con una pila como estructura de almacenamiento auxiliar. El primer elemento de la pila siempre es el caracter 'z' con el cual podemos indicar si la palabra es válida o no.

- Si llegamos al final de la palabra y solo queda la z por desapilar la palabra es válida.
- Si al finalizar el análisis de la palabra aún quedan más caracteres por desapilar la palabra no es válida.

Vamos a verlo en un ejemplo.



# Diseñar Autómatas Finitos de Pila

---

Diseñar el AFP sobre el alfabeto  $\Sigma=\{a,b\}$  para el lenguaje  $L=\{w/w a^n b^n, n \geq 1\}$

Primero defino las primeras 3 palabras posible

$w_1$  (para  $n=1$ ) = ab

$w_2$  (para  $n=2$ ) = aabb

$w_3$  (para  $n=3$ ) = aaabbb

# Diseñar Autómatas Finitos de Pila

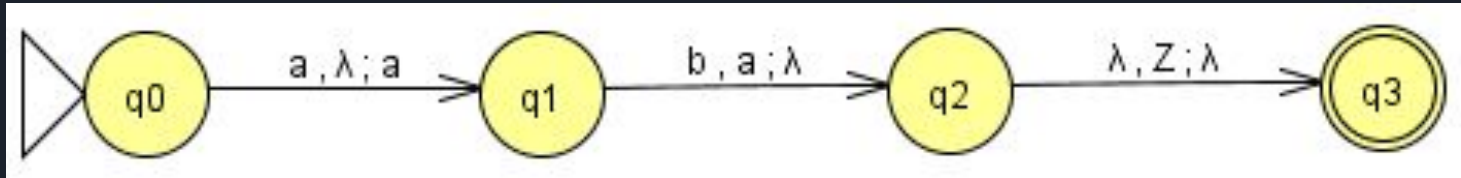
Diseñar el AFP sobre el alfabeto  $\Sigma=\{a,b\}$  para el lenguaje  $L=\{w/w a^n b^n, n \geq 1\}$

Ahora armo el autómata que cumpla con la primera palabra.

$w_1$  (para  $n=1$ ) = ab

$w_2$  (para  $n=2$ ) = aabb

$w_3$  (para  $n=3$ ) = aaabbb

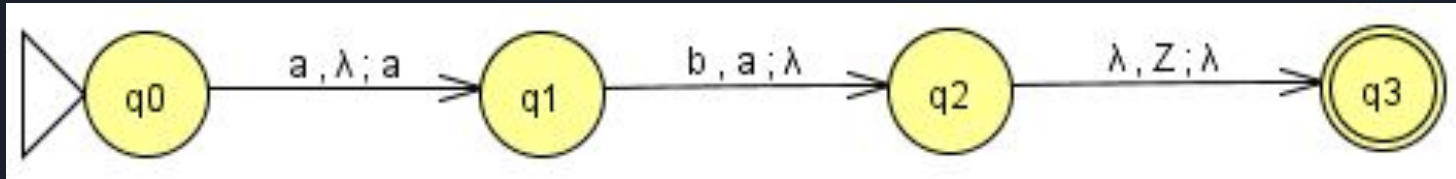


Este autómata valida la palabra 'ab'.

# Diseñar Autómatas Finitos de Pila

A tener en cuenta: Si notan el formato de este autómata, las transiciones tienen la forma  $\omega/\alpha/\beta$ .

- $\omega$  representa el caracter que se lee.
- $\alpha$  representa el caracter que se desapila.
- $\beta$  representa el caracter que apilo.

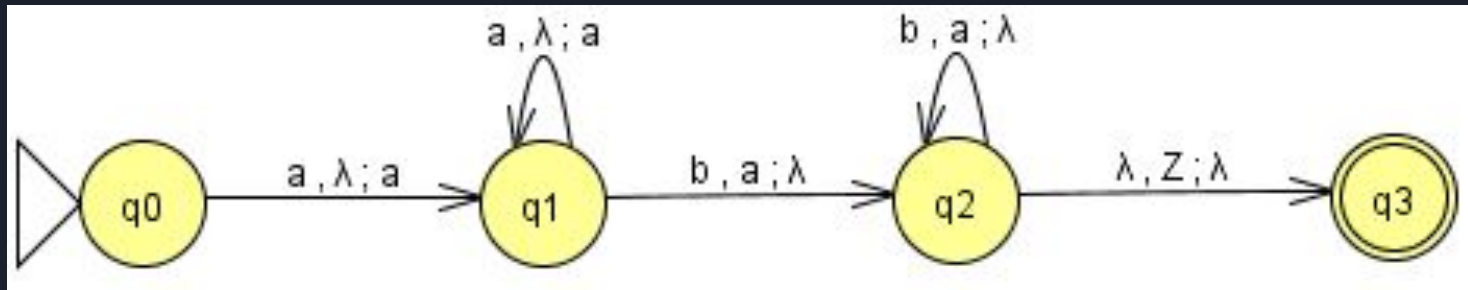


Podemos notar que al final se desapila la Z (*Nota: JFLAP no toma este último caracter si no se lo coloca en mayúscula*)



# Diseñar Autómatas Finitos de Pila

Ahora acomodamos el autómata para que valide las palabras  $w_2$  y  $w_3$ .



Analicemos qué pasa con la pila para las palabras 'aaabbb' y 'aabbb' (*para hacer en clase*)

# Diseñar Autómatas Finitos de Pila

Caso 1: 'aaabbb'

**a**aaabbb

Leo a, el autómatas me indica que apile el caracter 'a'.

Me queda por leer 'aaabbb'



# Diseñar Autómatas Finitos de Pila

Caso 1: 'aaabbb'

aabbb

Leo nuevamente a, el autómeta me indica que apile el caracter 'a'.

Me queda por leer 'abbb'.



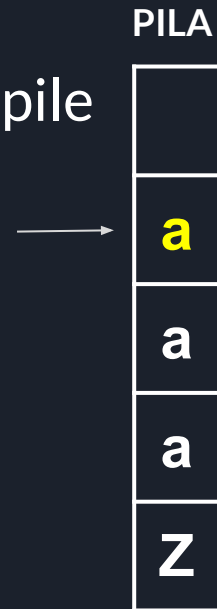
# Diseñar Autómatas Finitos de Pila

Caso 1: 'aaabbb'

a bbb

Leo nuevamente a, el autómeta me indica que apile el caracter 'a'.

Me queda por leer 'bbb'.



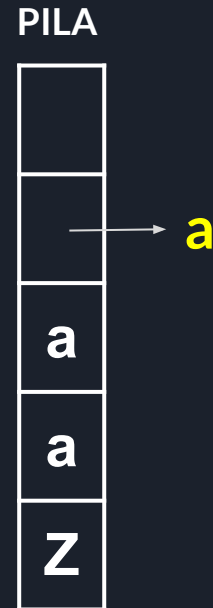
# Diseñar Autómatas Finitos de Pila

Caso 1: 'aaabbb'

**b**bb

Ahora llega una 'b', el autómata me indica que desapile el carácter 'a'.

Me queda por leer 'bb'.



# Diseñar Autómatas Finitos de Pila

Caso 1: 'aaabbb'

**b**b

Llega otra 'b', el autómata me indica que desapile el caracter 'a'.

Me queda por leer 'b'.



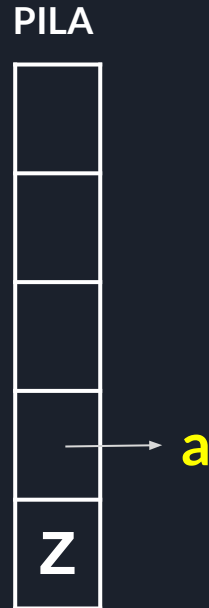
# Diseñar Autómatas Finitos de Pila

Caso 1: 'aaabbb'

**b**

Llega otra 'b' que es el último carácter de la palabra, el autómata me indica que desapile el carácter 'a'.

Llegué al final de la palabra.

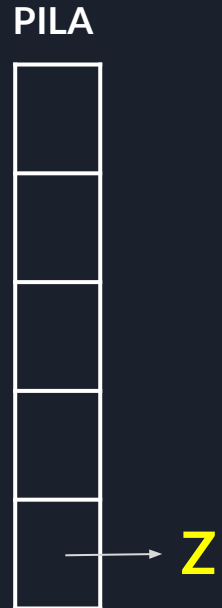


# Diseñar Autómatas Finitos de Pila

Caso 1: 'aaabbb'

Como no llega ningún carácter más y estoy en el nodo  $q_2$ , el autómatas me indica que desapile 'Z'.

Como no tengo nada que tape la Z, desapilo y mi pila queda vacía, la palabra es válida.





# Diseñar Autómatas Finitos de Pila

Caso 2: 'aabbb'

aabbb

Leo a, el autómeta me indica que apile el caracter 'a'.

Me queda por leer 'abbb'



# Diseñar Autómatas Finitos de Pila

Caso 2: 'aabbb'

**a**bbb

Leo nuevamente a, el autómata me indica que apile el carácter 'a'.

Me queda por leer 'bbb'.



# Diseñar Autómatas Finitos de Pila

Caso 2: 'aabbb'

**b**bb

Ahora llega una 'b', el autómatas me indica que desapile el caracter 'a'.

Me queda por leer 'bb'.



# Diseñar Autómatas Finitos de Pila

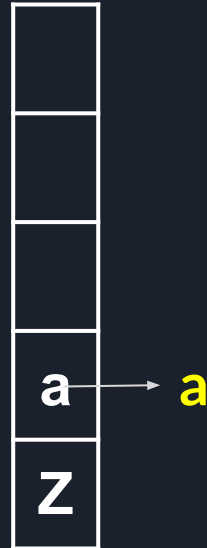
Caso 2: 'aabbb'

**b**b

Llega otra 'b', el autómata me indica que desapile el caracter 'a'.

Me queda por leer 'b'.

PILA



# Diseñar Autómatas Finitos de Pila

Caso 2: 'aabbb'

b

Llega otra 'b' que es el último carácter de la palabra, el autómata me indica que desapile el carácter 'a'.

Al intentar desapilar, puedo ver que el único carácter restante es 'Z', por lo tanto no puedo desapilar 'a'. La palabra no es válida

PILA





# AFP: Ejercicio para resolver

---

Definir gráficamente el AFP sobre el alfabeto  $\Sigma=\{a,b\}$  que acepte el lenguaje  $L=\{w/w a^n b^{n-1}, n \geq 1\}$



# Ejercicios para resolver

---

Resolver los ejercicios del TP 6