

FÍSICA 2

TERMODINÁMICA

TEORÍAS Y EJEMPLOS DE PARCIAL RESUELTOS

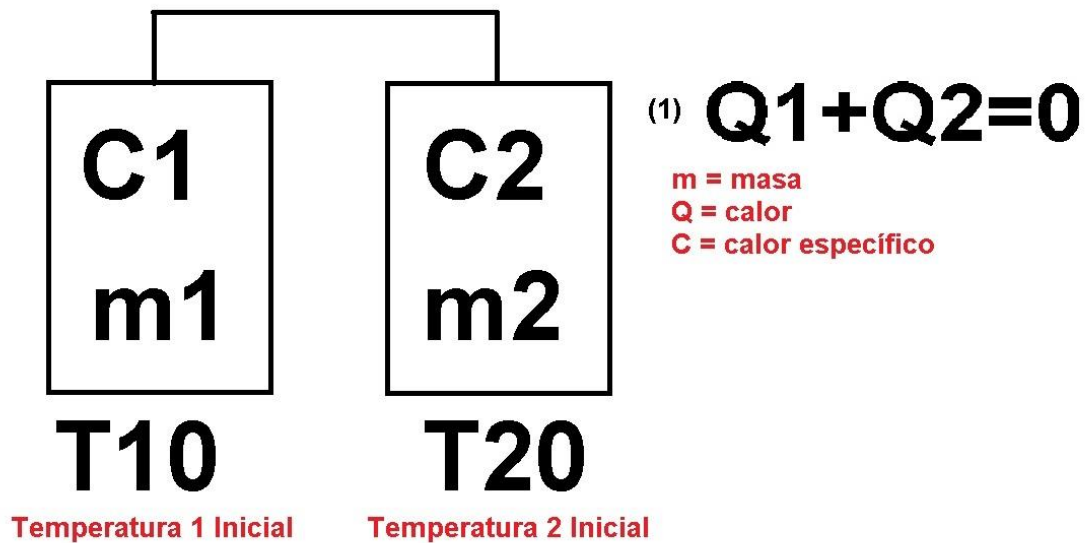
+ Cuadro con fórmulas

Las teorías y ejemplos de parcial resueltos corresponden a la comisión 53 de Alejandro Paola y Martín Juen. En el tercer parcial toman las teorías y prácticas desarrolladas en este documento.

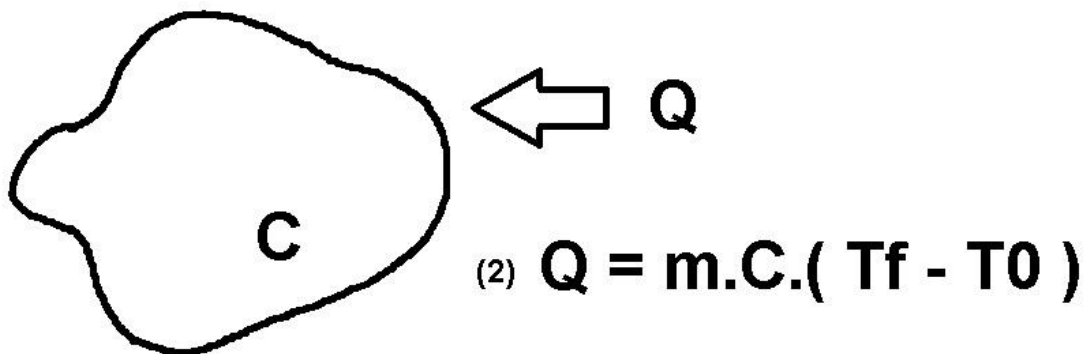
Si encontrás algún error o querés agregar algo tenés la libertad de hacerlo, pero incluíte en la lista de **Modificaciones** al final del archivo, indicando tu nombre y qué fue lo que agregaste o modificaste.

1) Considere dos recipientes adiabáticos que poseen idénticas cantidades de una misma sustancia. Suponga que cada muestra tiene masa m y calor específico C y sus temperaturas iniciales son T_{10} y T_{20} . Suponga que un puente térmico entre ambos recipientes pone en contacto las muestras. Deduzca expresiones para la temperatura final del sistema y el cambio total de entropía en el proceso.

Deducción de la temperatura total del sistema



Modelo Simplificado con C constante



"El calor específico depende de la temperatura"

Reemplazo la ecuación (2) en la ecuación (1)

$$m1.C1.(Tf-T10) + m2.C2.(Tf-T20) = 0$$

$$m1.C1.Tf - m1.C1.T10 + m2.C2.Tf - m2.C2.T20 = 0$$

$$m1.C1.Tf + m2.C2.Tf = m1.C1.T10 + m2.C2.T20$$

$$Tf.(m1.C1 + m2.C2) = m1.C1.T10 + m2.C2.T20$$

Despejo la Temperatura final

$$Tf = \frac{m1.C1.T10 + m2.C2.T20}{m1.C1 + m2.C2}$$

Como $m1=m2=m$ y $C1=C2=C$

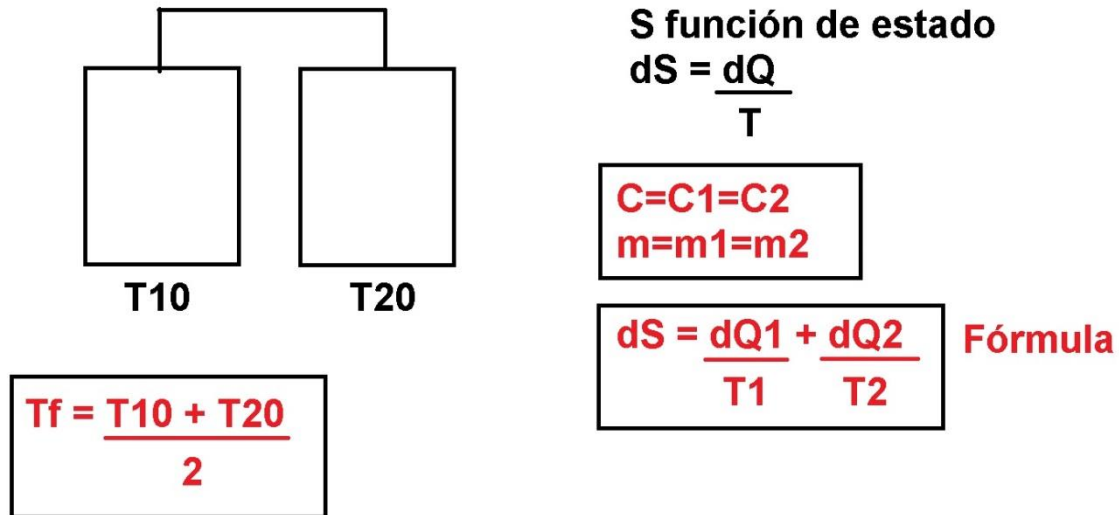
Entonces

$$Tf = \frac{m.C.T10 + m.C.T20}{m.C + m.C}$$

$$Tf = \frac{m.C.(T10+T20)}{2.m.C}$$

$$Tf = \frac{T10+T20}{2} \quad \text{Fórmula Final}$$

Cambio total de Entropía



Fórmula anteriormente deducida

$$dQ1 = C1.m1.dT1 \rightarrow C.m.dT1$$

$$dQ2 = C2.m2.dT2 \rightarrow C.m.dT2$$

Reemplazo los dQ en la fórmula

$$dS = \frac{C.m.dT1}{T1} + \frac{C.m.dT2}{T2} \quad (\text{diferencial de entropía})$$

Integro ($\Delta S = \text{cambio de entropía}$)

$$\Delta S = \int_{T10}^{Tf} \frac{C.m.dT1}{T1} + \int_{T20}^{Tf} \frac{C.m.dT2}{T2}$$

Saco factor común a C.m

$$\Delta S = C.m. \left[\int_{T10}^{Tf} \frac{dT1}{T1} + \int_{T20}^{Tf} \frac{dT2}{T2} \right]$$

Integro

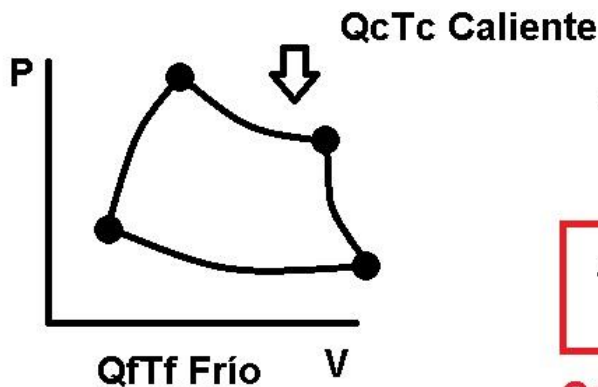
$$\Delta S = C.m. \left[\ln\left(\frac{Tf}{T10}\right) + \ln\left(\frac{Tf}{T20}\right) \right]$$

$$\Delta S = C.m. \left[\ln\left(\frac{Tf^2}{T10.T20}\right) \right]$$

Reemplazo en Tf la fórmula ya deducida

$$\Delta S = C.m. \left[\ln\left(\frac{(T10 + T20)^2}{4.T10.T20}\right) \right]$$

Fórmula Final (Lo que está en verde debe dar mayor a 1) $\therefore \Delta S > 0$



$$\Delta S = \frac{Qc}{Tc} + \frac{Qf}{Tf}$$

$$\Delta S = \frac{qc}{Tc} - \frac{qf}{Tf}$$

Cambio total de entropía que tiene Carnot

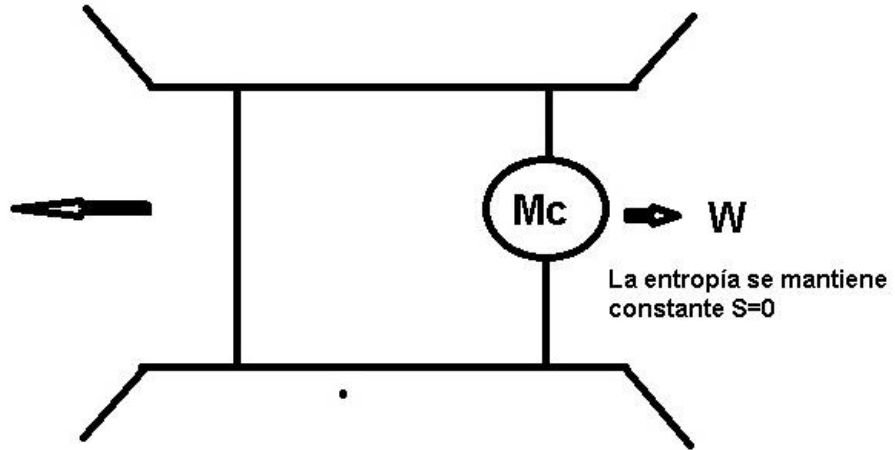
$$\frac{qf}{qc} = \frac{Tf}{Tc}$$

$$\frac{qf}{Tf} = \frac{qc}{Tc}$$

$$\Delta S_c = 0 \quad \text{Cambio de entropía a 0}$$

Proceso espontáneo
(tiene una
direccionalidad, no
puede ser transitado
al revés)
La entropía siempre
aumenta. Tiene un
camino.

**PROCESO
IRREVERSIBLE**



La entropía se mantiene
constante $S=0$

Cuando la S es constante
se está diciendo que la
máquina es reversible.

PROCESO REVERSIBLE

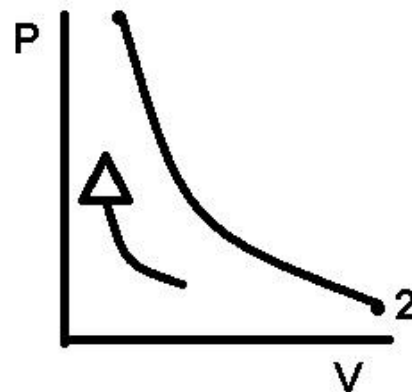
2) Dada una transformación adiabática deduzca una expresión para el trabajo interno al pasar de un estado 1 (P_1, V_1, T_1) a un estado 2 (P_2, V_2, T_2)

Opera sin intercambio de calor $(Q) = 0$

$$U_2 - U_1 = W$$

$$W = U_1 - U_2$$

$$W = C.N.R.(T_1 - T_2)$$



$$W.C.(P_1.V_1 - P_2.V_2)$$

$$P.V^\gamma = \text{Constante}$$

$$P_1.V_1^\gamma = P_2.V_2^\gamma$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \begin{cases} \frac{5}{3} & \text{Gas Monoatómico} \\ \frac{7}{5} & \text{Gas Diatómico} \end{cases}$$

3) Dada una transformación Isotérmica a temperatura T, deduzca una expresión para el trabajo interno realizado al pasar de un estado 1 (P1, V1,T) a un estado 2 (P2, V2, T).

$$T = \text{Constante}$$

$$P.V = \text{Constante}$$

$$P.V = N.R.T$$

$$P1.V1 = P2.V2 \quad \text{Ley de Boyle - Mariotte}$$

$$T0 = \text{Constante}$$

$$P.V = N.R.T0$$

(Como T0 es constante es igual para todos)

$$P = \frac{N.R.T0}{V} \quad \text{Presión en términos de volumen}$$

$$U1 = C.N.R.T0$$

$$U2 = C.N.R.T0$$

$U_2 - U_1 = Q - W$	Primer Principio de la Termodinámica
---------------------	--------------------------------------

$$0 = Q - W$$

$$Q = W$$

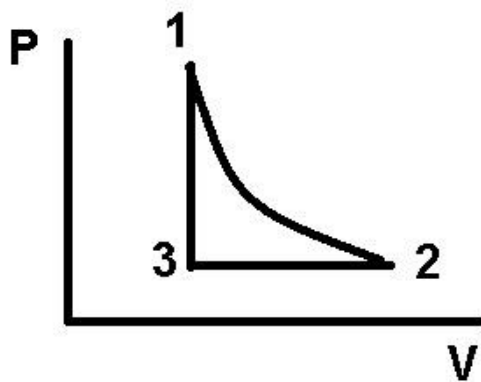
$$W = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dv \quad \Rightarrow \quad W = N \cdot R \cdot T_0 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$W = N \cdot R \cdot T_0 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad \text{Trabajo Interno}$$

4) Describa el ciclo de Carnot y deduzca una expresión de su rendimiento en función de las temperaturas de las fuentes

Ciclo termodinámico

Secuencia cerrada de transformación



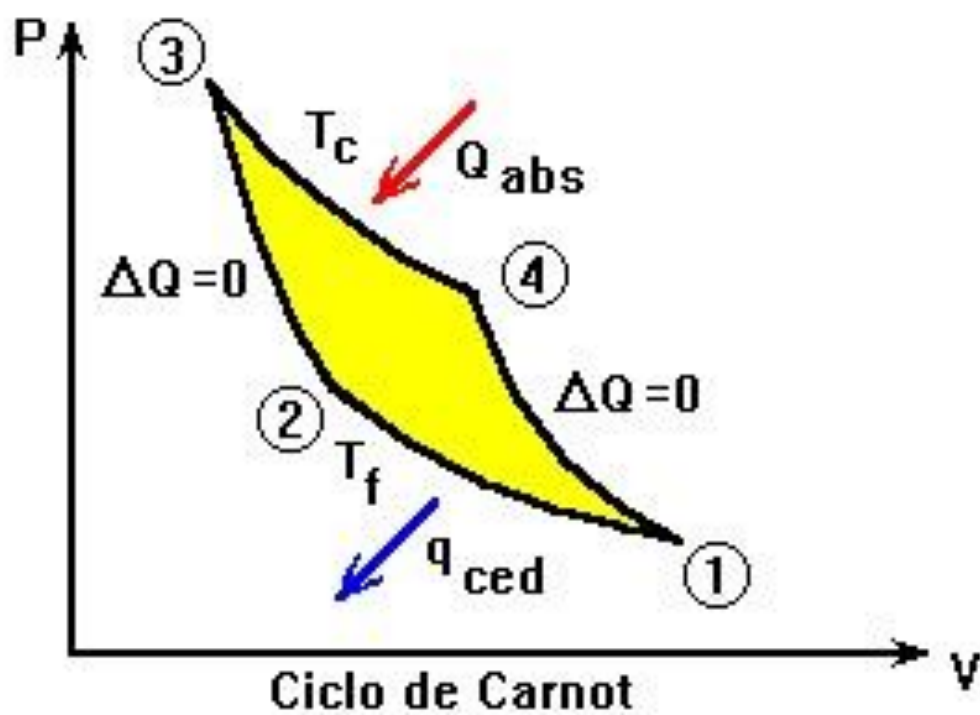
Estado final
coincide con el
estado inicial

$$U_f = U_i$$
$$W_t = Q_t$$

Rendimiento para un motor térmico

$$\eta = \frac{W}{q_c} \quad \frac{\text{Lo que me gusta}}{\text{Lo que me cuesta}}$$

$$\eta = 1 - \frac{q_f}{q_c}$$



$$\eta = 1 - \frac{q_f}{q_c}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_f}{T_c} \cdot \frac{\ln(\frac{V_3}{V_4})}{\ln(\frac{V_2}{V_1})}$$

$$\eta = 1 - \frac{N.R.T_f}{N.R.T_c} \cdot \frac{\ln(\frac{V_3}{V_4})}{\ln(\frac{V_2}{V_1})}$$

$$P_1.V_1 = P_2.V_2 \text{ de 1 a 2}$$

$$P_2.V_2^\gamma = P_3.V_3^\gamma \text{ de 2 a 3}$$

$$P_3.V_3 = P_4.V_4 \text{ de 3 a 4}$$

$$P_4.V_4^\gamma = P_1.V_1^\gamma \text{ de 4 a 1}$$

Multiplico cada ecuación

$$\cancel{P_1.P_2.P_3.P_4}.V_1.V_2^\gamma.V_3.V_4^\gamma = \cancel{P_1.P_2.P_3.P_4}.V_1^\gamma.V_2.V_3^\gamma.V_4$$

$$V_1.V_1^{-\gamma}.V_2^\gamma.V_2^{-1} = V_3^\gamma.V_3^{-1}.V_4.V_4^{-\gamma}$$

$$\frac{V_2^{\gamma-1}}{V_1^{\gamma-1}} = \frac{V_3^{\gamma-1}}{V_4^{\gamma-1}}$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

$$\frac{\ln(V_3/V_4)}{\ln(V_2/V_1)} = 1$$

$$\eta_c = 1 - \frac{T_f}{T_c} \quad \text{Rendimiento para un ciclo de Carnot}$$

5) Deduzca expresiones para el calor intercambiado, el trabajo realizado por el gas y el cambio de energía interna durante una transformación isobárica de una muestra N de moles de gas ideal diatómico.

En una transformación isobara la presión del sistema no varía.

Supongamos que un gas ideal absorbe calor y, como consecuencia, se expande desde un estado inicial A a uno final B , controlando la presión para que esté en equilibrio con el exterior y permanezca constante.

En este caso parte del calor absorbido se transforma en trabajo realizado por el gas y el resto se invierte en aumentar la energía interna.

Calculamos el trabajo a partir de la definición integrando a lo largo de la transformación, teniendo en cuenta que la presión no varía:

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p dV = p_A (V_B - V_A)$$

La variación de energía interna se calcula usando la expresión general para un gas ideal:

$$\Delta U_{AB} = n C_V (T_B - T_A)$$

Para expresar la relación entre el calor y la variación de temperatura usaremos ahora la capacidad calorífica a presión constante C_p :

$$Q_{AB} = n C_p (T_B - T_A)$$

Además, se debe cumplir el Primer Principio, es decir:

$$n C_p (T_B - T_A) = p_A (V_B - V_A) + n C_v (T_B - T_A)$$

Recordando que por ser un gas ideal $pV=nRT$, el segundo miembro de la ecuación se puede escribir:

$$nRT_B - nRT_A + nC_v T_B - nC_v T_A = n(R + C_v)(T_B - T_A)$$

Esta ecuación nos permite obtener una relación entre las capacidades caloríficas de un gas a volumen y a presión constante, conocida como **Ley de Mayer**:

$$C_p = R + C_v$$

FÓRMULAS PARA TRANSFORMACIONES

FÓRMULAS CUADRO ΔUQT

<u>Adiabática</u>	<u>Isobárica</u>	<u>Isométrica/córica</u>	<u>Isotérmica</u>
$Q=0$	<i>Presión constante</i>	<i>Volumen Constante</i>	<i>Temperatura Constante</i>
$Q = 0$ $-\Delta U = W$ $W = C.N.R.(T_i - T_f)$	$Q = \Delta U + W$ $W = P.(V_f - V_i)$ ó $W = N.R.(T_f - T_i)$ $\Delta U = C.N.R.(T_f - T_i)$	$W = 0$ $\Delta U = Q$ $\Delta U = C.N.R.(T_f - T_i)$	$W = Q$ $\Delta U = 0$ $W = N.R.T.\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

(C -> 3/2 monoatómico | 5/2 diatómico)

RENDIMIENTO

$$\eta = \frac{W_{util}}{\sum Q(positivo)} \quad \text{ó} \quad 1 - \frac{Q_f}{Q_c}$$

(η = rendimiento)

(Q_f : El calor más frío | Q_c : El calor más caliente)

(W_{util} = Sumatoria de la columna W)

(Q positivo = Sumatoria de los valores positivos de la columna Q)

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

(T_f : La temperatura más fría | T_c : La temperatura más caliente)

FÓRMULAS CUADRO PVT

$$P_a.V_a^\gamma = P_b.V_b^\gamma \quad (\gamma \rightarrow 5/3 \text{ monoatómico} \mid 7/5 \text{ diatómico}) \quad (\text{Sólo adiabáticas})$$

$$P.V = N.R.T$$

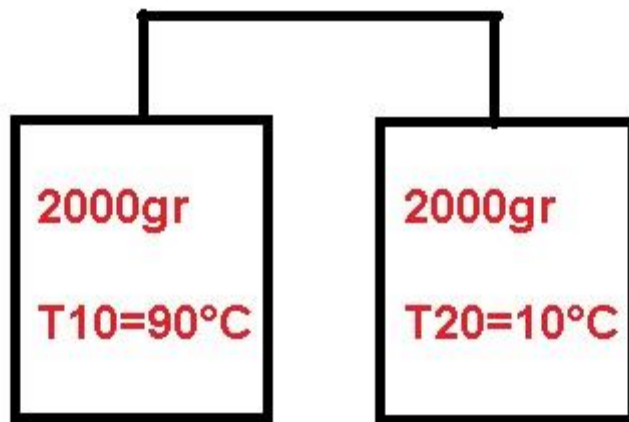
$$\frac{T_a}{P_a} = \frac{T_b}{P_b} \quad [V = \text{constante}]$$

$$\frac{V_a}{T_a} = \frac{V_b}{T_b} \quad [P = \text{constante}]$$

$$P_a.V_a = P_b.V_b \quad [T = \text{constante}]$$

Resolución de ejemplos y modelos de parcial

Considere dos recipientes adiabáticos que contienen 2 Kg de agua cada uno. Las temperaturas iniciales son $T_{10} = 90^\circ\text{C}$ y $T_{20} = 10^\circ\text{C}$ respectivamente. Luego se los pone en contacto térmico hasta que sus temperaturas se equilibran. Determine la temperatura final del sistema y el cambio de entropía total del proceso.



AGUA EN AMBOS RECIPIENTES
 $C \text{ del agua} = 1 \text{ cal/gr.K}$

Paso las temperaturas a Kelvin

$$T_{10} = 273 + 90 = 363\text{K}$$

$$T_{20} = 273 + 10 = 283\text{k}$$

Planteo la fórmula (1)

$$Q_{10} + Q_{20} = 0$$

Planteo las fórmulas (2)

$$Q_{10} = C_1.m_1.(T_f - T_{10})$$

$$Q_{20} = C_2.m_2.(T_f - T_{20})$$

Como ambos recipientes contienen líquido y sus masas son las mismas

$$C_1 = C_2 = C$$

$$m_1 = m_2 = m$$

Entonces las fórmulas (2) quedarían

$$Q_{10} = C.m.(T_f - T_{10})$$

$$Q_{20} = C.m.(T_f - T_{20})$$

Reemplazo las ecuaciones (2) en la (1) y desarrollo

$$C.m.(T_f - T_{10}) + C.m.(T_f - T_{20}) = 0$$

$$C.m.T_f - C.m.T_{10} + C.m.T_f - C.m.T_{20} = 0$$

$$C.m.T_f + C.m.T_f = C.m.T_{10} + C.m.T_{20}$$

$$2.C.m.T_f = \underline{C.m.}(T_{10} + T_{20})$$

La fórmula final para sacar la temperatura final

$$T_f = (T_{10} + T_{20}) / 2$$

Reemplazo los datos del enunciado

$$T_f = (363 + 283) / 2$$

$$T_f = 323\text{K o } 50^\circ\text{C}$$

El cambio de entropía total se calcula con

$$\Delta S = c.m. \left[\ln \left(\frac{(T_f)^2}{T_{10} \cdot T_{20}} \right) \right]$$

Reemplazo los datos en la fórmula

$$\Delta S = 1.2000. \left[\ln \left(\frac{(323)^2}{363 \cdot 283} \right) \right]$$

$$\Delta S = 30.9$$

Una muestra de gas ideal monoatómico se encuentra a 10 Atm , 1000 K y ocupando un volumen de 8 l . La misma toma parte en un ciclo térmico en que se expande a presión constante hasta que el volumen alcanza los 27 l . Luego se enfría a volumen constante y finalmente se cierra el ciclo con una transformación adiabática. Determine el rendimiento del ciclo y compare con el rendimiento de un ciclo de Carnot que opera entre las mismas temperaturas extremas.

Datos iniciales (monoatómico $\rightarrow C = 3/2$)

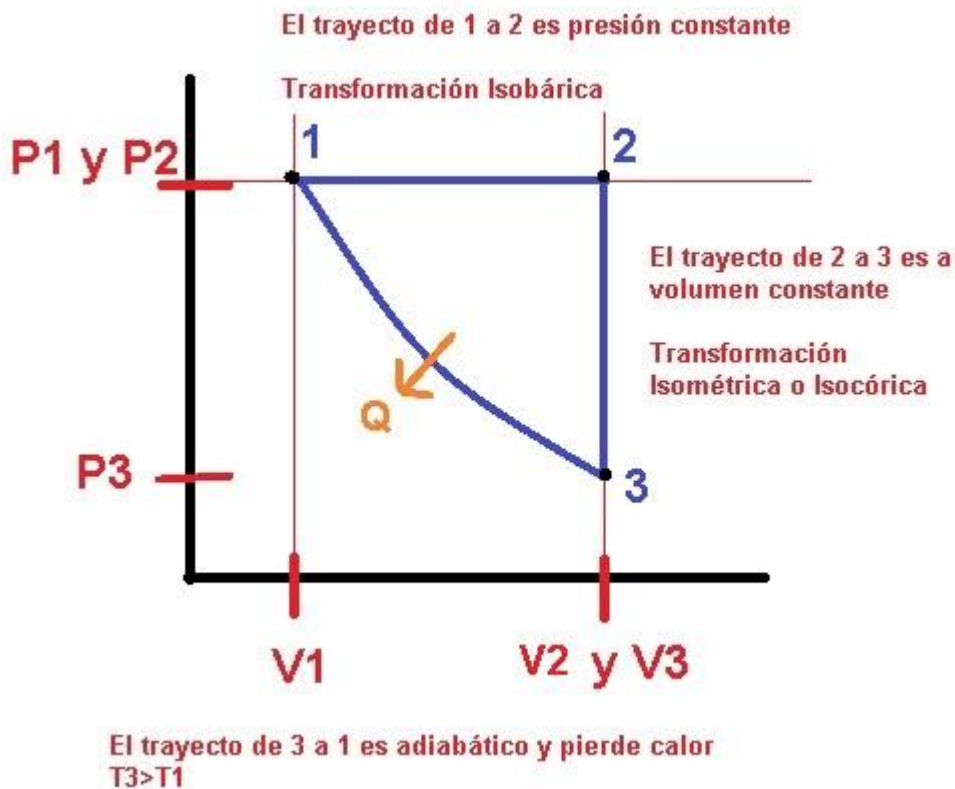
$P_1 = 10 \text{ atm}$ $V_1 = 8 \text{ l}$ $T_1 = 1000 \text{ K}$

Se expande a presión constante

$P_2 = P_1$ $V_2 = 27 \text{ l}$ $T_2 = ?$

Se enfría a volumen constante

$P_3 = ?$ $V_3 = V_2$ $T_3 = ?$



Armo el cuadro PVT

Estado	Presión	Volumen	Temperatura
1	10	8	1000
2	10	27	-
3	-	27	-

El enunciado no da el número de moles (N), pero da todos los datos del estado 1. Por lo que se puede despejar de la fórmula:

$$P1.V1 = N.R.T1$$

Despejo N

$$(P1.V1) / (R.T1) = N$$

Reemplazo los valores (R=0.082)

$$(10.8) / (0,082.1000) = N$$

$$0,975 = N$$

Teniendo N ya se puede calcular T2

$$P2.V2 = N.R.T2$$

$$10.27 = 0,975.0,082.T2$$

Despejo T2

$$270 / 0,07995 = T2$$

$$3377,1 = T2$$

Como la transformación que va de 3 a 1 es adiabática se puede sacar P3 usando la fórmula:

$$P3.V3^\gamma = P1.V1^\gamma \text{ (Sólo para adiabáticas)}$$

Donde por ser un gas monoatómico gamma (γ) vale 5/3

Reemplazo en la fórmula

$$P3.27^{5/3} = 10.8^{5/3}$$

$$P3 = 10.\left(\frac{8}{27}\right)^{5/3}$$

$$P3 = 1,317$$

P3 lo único que queda por sacar es T3

$$P3.V3 = N.R.T3$$

$$(P3.V3) / (N.R) = T3$$

$$(1,317.27) / (0,975.0,082) = T3$$

$$444,765 = T3$$

Completando el cuadro inicial

Estado	Presión	Volumen	Temperatura
1	10	8	1000
2	10	27	3377,1
3	1,317	27	444,765

$$N = 0,975$$

Armo el cuadro $\Delta U Q W$

Transformación	ΔU	Q	W
1-2 Isobárica	-	$\Delta U + W$	-
2-3 Isométrica	Q	ΔU	0
3-1 Adiabática	-W	0	$-\Delta U$

$\sum \Delta U = 0$	$\sum Q = \sum W$	$\sum W = W_{\text{útil}}$
---------------------	-------------------	----------------------------

Transformación 1-2

Para sacar W utilizo:

$$W = P \cdot (V_f - V_i)$$

En este caso V_f es V_2 y V_i es V_1

$$W = 10 \cdot (27 - 8)$$

$$W = 190$$

Ahora saco ΔU utilizando:

$$\Delta U = C.N.R. (T_f - T_i)$$

$$\Delta U = 1,5 \cdot 0,975 \cdot 0,082 \cdot (3377,1 - 1000)$$

$$\Delta U = 285$$

$$\text{Por lo tanto } Q = \Delta U + W \Rightarrow Q = 190 + 285 \Rightarrow$$

$$Q = 475$$

Reemplazo en el cuadro los valores

Transformación	ΔU	Q	W
1-2 Isobárica	285	475	190
2-3 Isométrica	Q	ΔU	0
3-1 Adiabática	-W	0	$-\Delta U$

Transformación 2-3

Para Q utilizo:

$$Q = C.N.R. (T_f - T_i)$$

$$Q = 1,5.0,975.0,082. (444,765 - 3377,1)$$

$$Q = -351,66$$

Siendo $\Delta U = Q$

$$\Delta U = -351,66$$

Reemplazo los valores en el cuadro

Transformación	ΔU	Q	W
1-2 Isobárica	285	475	190
2-3 Isométrica	-351,66	-351,66	0
3-1 Adiabática	-W	0	$-\Delta U$

Transformación 3-1

Para W utilizo:

$$W = C.N.R.(T_f - T_i)$$

$$W = 1,5.0,975.0,082. (1000 - 444,765)$$

$$W = -66,586$$

Siendo $\Delta U = -W$, entonces

$$\Delta U = 66,586$$

Reemplazo los valores en el cuadro

Transformación	ΔU	Q	W
1-2 Isobárica	285	475	190
2-3 Isométrica	-351,66	-351,66	0
3-1 Adiabática	66,586	0	-66,586

Debe cumplirse

$$\sum \Delta U = 0 \quad \sum Q = \sum W \quad \sum W = W_{\text{útil}}$$

$$\sum \Delta U = 285 - 351,66 + 66,586 = -0,074 \text{ (Casi 0 por los decimales)}$$

$$\sum Q = 475 - 351,66 = 123,34 \cong \sum W = 190 - 66,586 = 123,414$$

Sacar el rendimiento

$$\eta = \frac{W_{util}}{\sum Q(positivo)}$$

$$\eta = \frac{123,414}{475} = 0,259$$

Sacar el rendimiento de Carnot

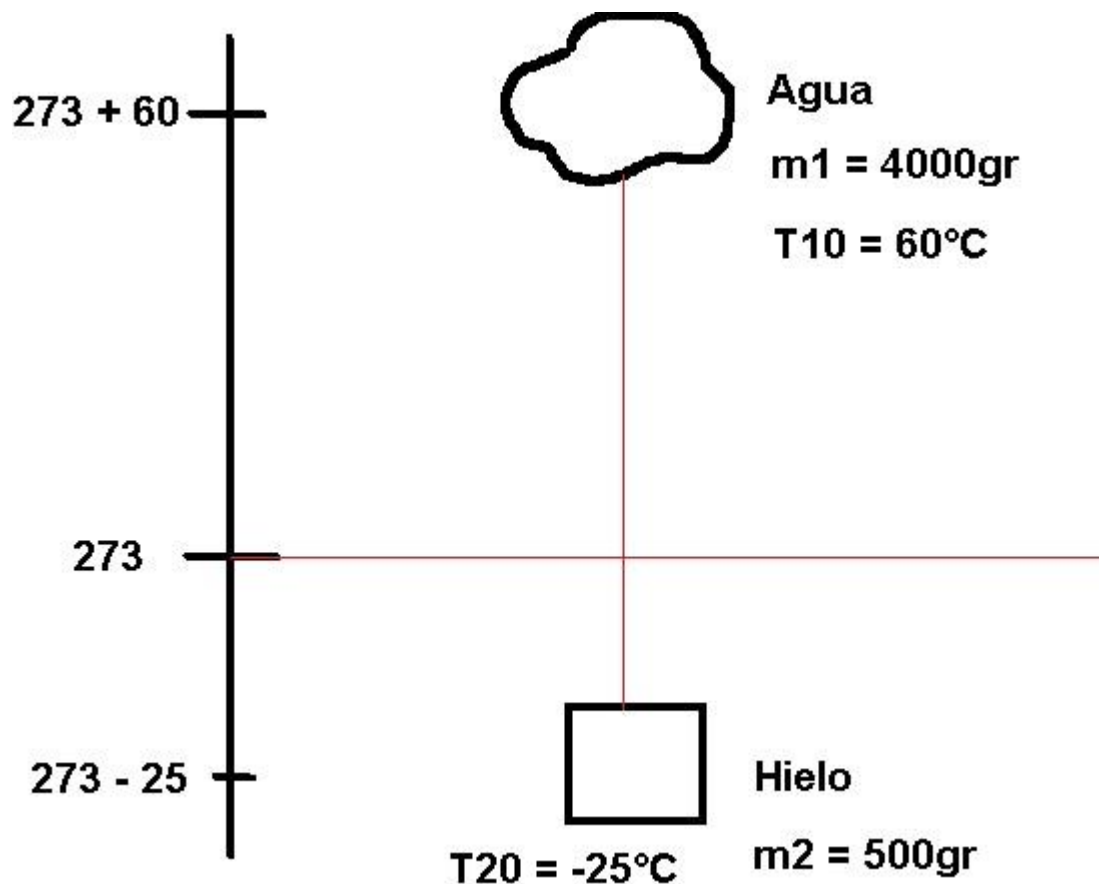
$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{444,765}{3377,1} = 0,868$$

Siempre debe cumplirse

$$\eta_{carnot} > \eta$$

P1) En un recipiente adiabático se mezclan 4 litros de agua a 60°C , con 300g de hielo a una temperatura de -25°C . Calcule la temperatura final de la mezcla.



La temperatura final puede estar por arriba de los 0°C o por abajo. Para eso primero se debe conocer si el hielo va a congelar al agua, o si el agua va a derretir el hielo.

Para averiguar eso se debe calcular cuánto calor le tengo que sacar al agua para llegar a 0°C y cuánto calor debo entregarle al hielo para que llegue a los 0°C .

Calor que debo sacarle al agua:

$$Q_{10} = C_{\text{agua}} \cdot m_1 \cdot (T_0^{\circ}\text{C} - T_{10})$$

$$C_{\text{agua}} = 1 \text{ cal/gr.k}$$

Se debe trabajar con Kelvin, por lo que los 0°C son 273.

$$Q_{10} = 1 \text{ cal/gr.k} \cdot 4000 \text{ gr.} \cdot (273 - 333) \text{ K}$$

$$Q_{10} = -240.000 \text{ cal}$$

Calor que debo darle al hielo:

$$Q_{20} = C_{\text{hielo}} \cdot m_2 \cdot (T_0^{\circ}\text{C} - T_{20})$$

$$C_{\text{hielo}} = 0,5 \text{ cal/gr.k}$$

$$Q_{20} = 0,5 \text{ cal/gr.k} \cdot 300 \text{ gr.} \cdot (273 - 248) \text{ K}$$

$$Q_{20} = 3750 \text{ cal}$$

Comparando los módulos se necesita mucho más calor para que el agua llegue a los 273. Entonces es probable que el agua termine derritiendo al hielo.

$$Q_{10} \gg Q_{20}$$

Se debe calcular el calor necesario para que el hielo pase la barrera de los 273. Si este calor mas el anterior calculado siguen dando mucho menos que el del agua, entonces definitivamente el hielo termina derritiéndose.

$$Q_{\text{fusionHielo}} = C_{\text{fh}} \cdot m_2$$

$$C_{\text{fh}} = 80 \text{ cal/gr}$$

$$Q_{\text{fH}} = 80 \text{ cal/gr} \cdot 500\text{gr}$$

$$Q_{\text{fh}} = 40000 \text{ cal}$$

$Q_{20} + Q_{\text{fh}}$ sigue siendo mucho menor que Q_{10} , por lo que el agua termina derritiendo al hielo.

Ahora se sabe que la temperatura final va a estar por sobre los 273.

Para calcular la temperatura final se suman todas las fórmulas usadas y se cambia T_0 por T_f . Ahora como el hielo se sabe que pasó la barrera de 273, se debe agregar una fórmula más que es Q_{2f} , donde el hielo ya está convertido en agua y va de los 273 a T_f .

$$Q_{1f} + Q_{20} + Q_{\text{fh}} + Q_{2f} = 0$$

$$C \cdot m_1 \cdot (T_f - T_{10}) + 3750 + 40.000 + C \cdot m_2 \cdot (T_f - T_0) = 0$$

$$C \cdot m_1 \cdot T_f - C \cdot m_1 \cdot T_{10} + C \cdot m_2 \cdot T_f - C \cdot m_2 \cdot T_0 = -43750$$

$$C.m1.T_f + C.m2.T_f - C.m1.T_{10} - C.m2.T_0 = -43750$$

$$T_f.(C.m1 + C.m2) = -77200 + C.m1.T_{10} + C.m2.T_0$$

$$T_f = \frac{-43750 + C.m1.T_{10} + C.m2.T_0}{C.m1 + C.m2}$$

Reemplazo los valores

$$T_f = \frac{-43750 + 1.4000.333 + 1.500.273}{1.4000 + 1.500}$$

$T_f = 316,16$

4 moles de un gas monoatómico ocupan 12,3 litros, a 500K. Se expande Isotérmicamente hasta duplicar su volumen. Luego a presión constante vuelve a su volumen inicial, finalmente se calienta a volumen constante hasta sus valores iniciales.

- a) Determine el trabajo interno, el calor intercambiado y la variación de la energía interna en cada transformación.
- b) Calcule su rendimiento y compárelo con el rendimiento que tendría un ciclo de Carnot operando entre las mismas temperaturas extremas.

Datos iniciales:

$N = 4$ moles | Monoatómico $\rightarrow C = 3/2$

$P_1 = -$ | $V_1 = 12,3$ | $T_1 = 500K$

Se expande isotérmicamente $\rightarrow T_1 = T_2$

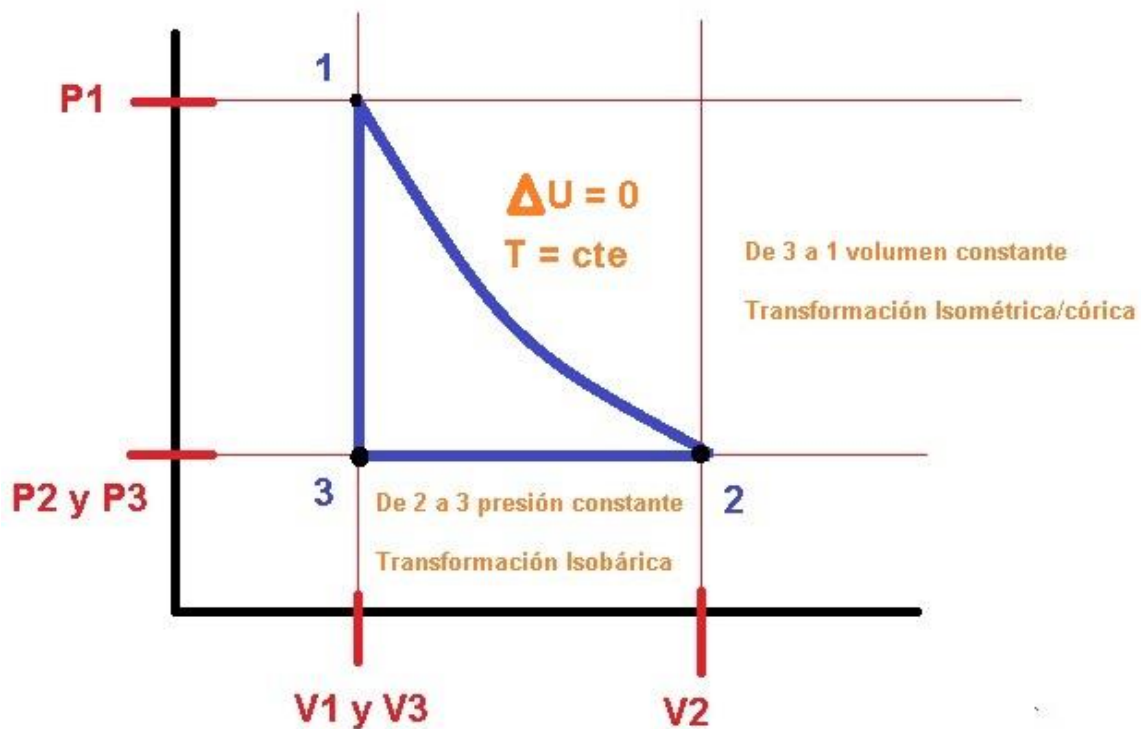
$P_2 = -$ | $V_2 = 2V_1$ | $T_2 = 500K$

Se calienta a presión a constante $\rightarrow P_2 = P_3$ y $T_3 < T_1$

Vuelve a su volumen inicial $\rightarrow V_3 = V_1$

$P_3 = P_2$ | $V_3 = V_1$ | $T_3 = -$

Gráfico



Armo el cuadro PVT

Estado	Presión	Volumen	Temperatura
1	-	12,3	500
2	-	24,6	500
3	P2	12,3	-

Saco P_1 con la fórmula:

$$P_1 \cdot V_1 = N \cdot R \cdot T_1$$

$$P_1 = (N \cdot R \cdot T_1) / V_1$$

$$P_1 = (4.0,082 \cdot 500) / 12,3$$

$$P1 = 13,3$$

Actualizo el cuadro

Estado	Presión	Volumen	Temperatura
1	13,3	12,3	500
2	-	24,6	500
3	P2	12,3	-

Como de 1 a 2 la temperatura es constante, puedo utilizar:

$$P1.V1 = P2.V2$$

Despejo P2

$$P2 = P1.V1 / V2$$

$$P2 = 13,3.12,3 / 24,6$$

$$P2 = 6,65$$

Y como de 2 a 3 es a P constante

$$P3 = 6,65$$

Actualizo el cuadro

Estado	Presión	Volumen	Temperatura
1	13,3	12,3	500
2	6,65	24,6	500
3	6,65	12,3	-

Saco T3 con

$$V_2/T_2 = V_3/T_3$$

$$24,6 / 500 = 12,3 / T_3$$

$$T_3 = 12,3 / 0,0492$$

$T_3 = 250$

Finalmente el cuadro queda

Estado	Presión	Volumen	Temperatura
1	13,3	12,3	500
2	6,65	24,6	500
3	6,65	12,3	250

Armo el cuadro $\Delta U Q W$

Transformación	ΔU	Q	W
1-2 Isotérmica	0	W	Q
2-3 Isobárica	-	$\Delta U + W$	-
3-1 Isométrica	Q	ΔU	0

$\sum \Delta U = 0$	$\sum Q = \sum W$	$\sum W = W_{\text{útil}}$
---------------------	-------------------	----------------------------

Transformación 1 – 2

Por ser isotérmica para sacar W uso:

$$W = N.R.T.\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$W = 4.0,082.500.\ln\left(\frac{24,6}{12,3}\right)$$

$$W = 113,67$$

$$Q = W$$

$$Q = 113,67$$

Actualizo el cuadro

Transformación	ΔU	Q	W
1-2 Isotérmica	-	113,67	113,67
2-3 Isobárica	-	$\Delta U + W$	-
3-1 Isométrica	Q	ΔU	0

Transformación 2 – 3

Para W uso:

$$W = P.(V_f - V_i)$$

$$W = 6,65. (12,3 - 24,6)$$

$$W = -81,795$$

Para ΔU uso:

$$\Delta U = C.N.R. (T_f - T_i)$$

$$\Delta U = 1,5.4.0,082. (250 - 500)$$

$$\Delta U = 1,5.4.0,082. (250 - 500)$$

$$\Delta U = -123$$

$$\text{Como } Q = \Delta U + W \Rightarrow Q = -123 - 81,795$$

$$Q = -204,795$$

Actualizo el cuadro

Transformación	ΔU	Q	W
1-2 Isotérmica	-	113,67	113,67
2-3 Isobárica	-123	-204,795	-81,795
3-1 Isométrica	Q	ΔU	0

Transformación 3 - 1

Saco Q utilizando

$$Q = C.N.R.(T_f - T_i)$$

$$Q = 1,5.4.0,082.(500-250)$$

$$Q = 123$$

$$Y \Delta U = Q$$

$$\Delta U = 123$$

Actualizo el cuadro

Transformación	ΔU	Q	W
1-2 Isotérmica	-	113,67	113,67
2-3 Isobárica	-123	-204,795	-81,795
3-1 Isométrica	123	123	0

Se debe comprobar

$\sum \Delta U = 0$	$\sum Q = \sum W$	$\sum W = W_{\text{útil}}$
---------------------	-------------------	----------------------------

$$\sum \Delta U = 123 - 123 = 0$$

$$\sum Q = 113,67 - 204,795 + 123 = 31,875 = \sum W = 113,67 - 81,795 = 31,875$$

$$W_{\text{útil}} = 31,875$$

Sacar el rendimiento

$$\eta = \frac{W_{\text{útil}}}{\sum Q(\text{positivo})}$$

$$\eta = \frac{31,875}{113,67 + 123}$$

$$\eta = \frac{31,875}{113,67 + 123}$$

$$\eta = 0,134$$

Sacar el rendimiento de Carnot

$$\eta_{\text{carnot}} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

$$\eta_{\text{carnot}} = 1 - \frac{250}{500} = 0,5$$

Siempre debe cumplirse

$$\eta_{\text{carnot}} > \eta$$

2) 3 moles de un gas monoatómico ocupan 24,6 litros a 20Atm de presión .Se expande a presión constante hasta duplicar su volumen. Luego se enfría a V constante hasta su temperatura inicial. Cerrando el ciclo a isotérmicamente.

a) Determine el trabajo interno, el calor intercambiado y la variación de la energía interna en cada transformación

b) Calcule su rendimiento y compárelo con el rendimiento que tendría un ciclo de Carnot operando entre las mismas temperaturas extremas

Datos iniciales

$N = 3$ moles | monoatómico $\rightarrow 3/2$

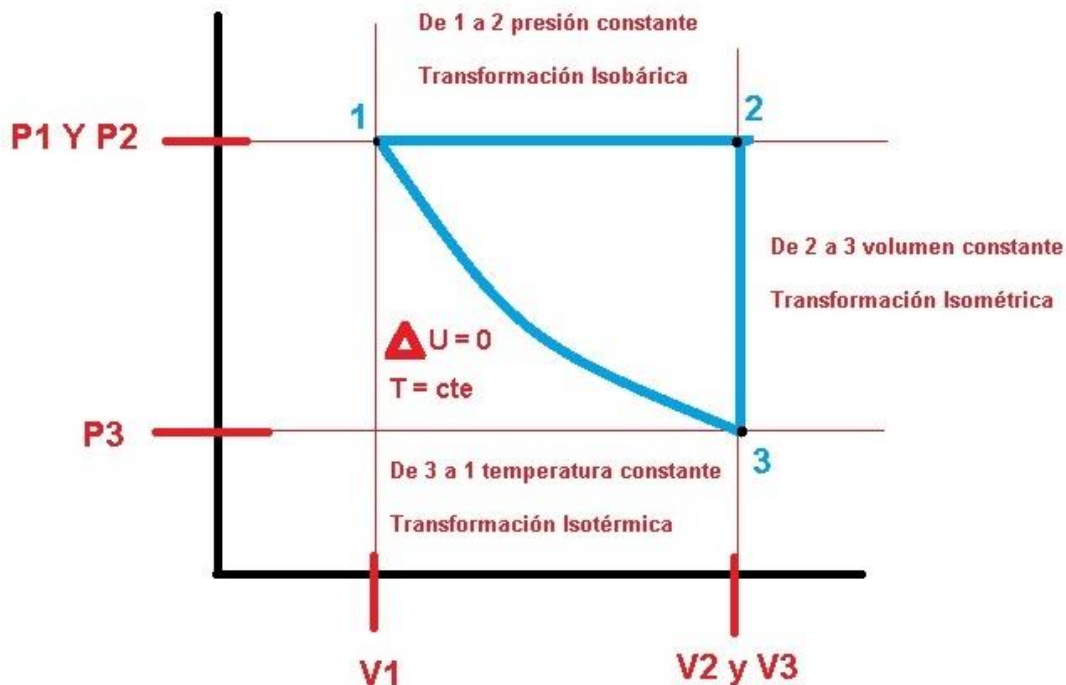
$P_1 = 20$ | $V_1 = 24,6$ | $T_1 = ?$

Se expande a presión constante y duplica su volumen

$P_2 = P_1$ | $V_2 = 2V_1$ | $T_2 = ?$

Se enfría a V constante hasta su temp inicial

$P_3 = ?$ | $V_3 = V_2$ | $T_3 = T_1$



Armo el cuadro PVT

Estado	Presión	Volumen	Temperatura
1	20	24,6	-
2	20	49,2	-
3	P2	49,2	T3=T1

Saco la T1 utilizando

$$P1.V1 = N.R.T1$$

$$20.24,6 = 3.0,082.T1$$

$$T1 = 2000$$

Como T3 = T1

$$T3 = 2000$$

Actualizo el cuadro

Estado	Presión	Volumen	Temperatura
1	20	24,6	2000
2	20	49,2	-
3	P2	49,2	2000

Como el trayecto 1 a 2 es P constante, puedo usar

$$T1/V1 = T2/V2$$

Calculo T2

$$(2000/24,6).49,2 = T2$$

$$T2 = 4000$$

Actualizo el cuadro

Estado	Presión	Volumen	Temperatura
1	20	24,6	2000
2	20	49,2	4000
3	P2	49,2	2000

Armo el cuadro $\Delta U Q W$

Transformación	ΔU	Q	W
1-2 Isobárica	-	$\Delta U + W$	-
2-3 Isométrica	Q	ΔU	0
3-1 Isotérmica	0	W	Q

$\sum \Delta U = 0$	$\sum Q = \sum W$	$\sum W = W_{\text{útil}}$
---------------------	-------------------	----------------------------

Transformación 1-2

Saco ΔU utilizando

$$\Delta U = C.N.R. (T_f - T_i)$$

$$\Delta U = 1,5.3.0,082. (4000 - 2000)$$

$$\Delta U = 738$$

Saco W utilizando

$$W = P.(V_f - V_i)$$

$$W = 20.(49,2 - 24,6)$$

$$W = 492$$

$$\text{Finalmente } Q = \Delta U + W \Rightarrow Q = 738 + 492$$

$$Q = 1230$$

Actualizo el cuadro

Transformación	ΔU	Q	W
1-2 Isobárica	738	1230	492
2-3 Isométrica	Q	ΔU	0
3-1 Isotérmica	0	W	Q

Transformación 2 - 3

Saco Q utilizando

$$Q = C.N.R.(T_f - T_i)$$

$$Q = 1,5.3.0,082.(2000 - 4000)$$

$$Q = -738$$

Siendo $\Delta U = Q$

$$\Delta U = -738$$

Actualizo el cuadro

Transformación	ΔU	Q	W
1-2 Isobárica	738	1230	492
2-3 Isométrica	-738	-738	0
3-1 Isotérmica	0	W	Q

Transformación 3 - 1

Saco W utilizando

$$W = N.R.T.\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

$$W = 3.0,082.2000.\ln\left(\frac{24,6}{49,2}\right)$$

$$W = -341,028$$

Siendo $Q = W$

$$Q = -341,028$$

Actualizo el cuadro

Transformación	ΔU	Q	W
1-2 Isobárica	738	1230	492
2-3 Isométrica	-738	-738	0
3-1 Isotérmica	0	-341,028	-341,028

Debe cumplirse

$$\sum \Delta U = 0 \quad \sum Q = \sum W \quad \sum W = W_{\text{útil}}$$

$$\sum \Delta U = 738 - 738 = 0$$

$$\sum Q = 1230 - 738 - 341,028 = 151 = \sum W = 492 - 341,028 = 151$$

$$W_{\text{útil}} = 833$$

Calcular el rendimiento

$$\eta = \frac{W_{util}}{\sum Q(positivo)}$$

$$\eta = \frac{151}{1230}$$

$$\eta = 0,12$$

Calcular el rendimiento de carnot

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{2000}{4000}$$

$$\eta_{carnot} = 0,5$$

Siempre debe cumplirse

$$\eta_{carnot} > \eta$$

2 moles de un gas monoatómico ocupan 16,4 litros a una temperatura inicial de 1000k. Se expande adiabáticamente hasta duplicar su volumen. Luego se comprime a presión constante hasta su volumen inicial. Luego se calienta a volumen constante hasta su temperatura inicial.

- determine el trabajo interno, el calor intercambiado y la variación de la energía interna en cada transformación
- Calcule su rendimiento y compárelo con el rendimiento que tendría un ciclo de Carnot operando entre las mismas temperaturas extremas.

Datos iniciales

$N = 2$ | monoatómico $\rightarrow C = 3/2 = 1,5$

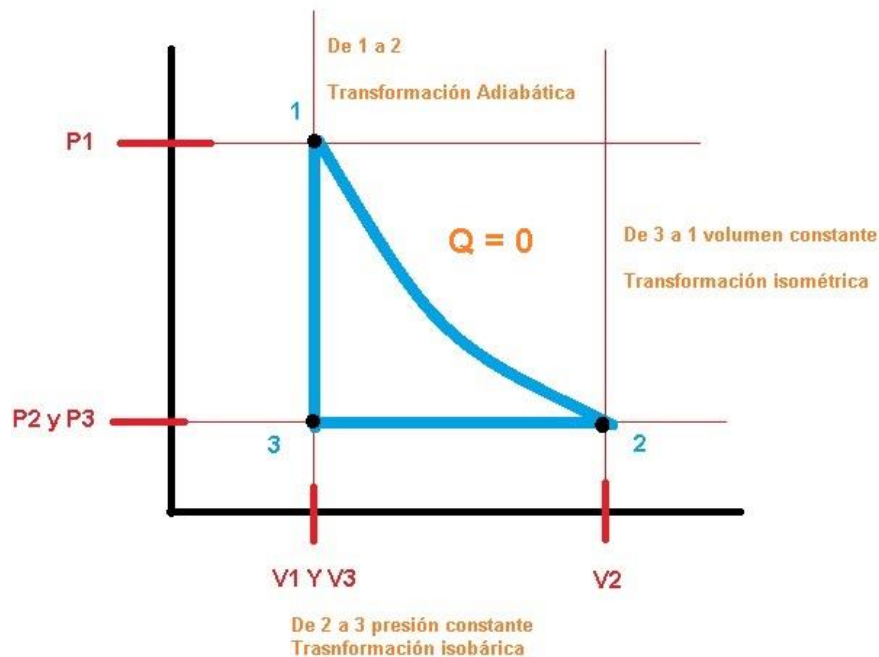
$P_1 = -$ | $V_1 = 16,4$ | $T_1 = 1000\text{k}$

Se expande adiabáticamente hasta duplicar su volumen

$P_2 = -$ | $V_2 = 2V_1$ | $T_2 = -$

Se comprime a presión constante hasta su volumen inicial

$P_3 = P_2$ | $V_3 = V_1$ | $T_3 = -$



Armo el cuadro PVT

Estado	Presión	Volumen	Temperatura
1	-	16,4	1000
2	-	32,8	-
3	=P2	16,4	-

Puedo sacar P1 utilizando

$$P1.V1 = N.R.T1$$

$$P1 = (N.R.T1) / V1$$

$$P1 = (2.0,082.1000) / 16,4$$

$$P1 = 10$$

Actualizo el cuadro

Estado	Presión	Volumen	Temperatura
1	10	16,4	1000
2	-	32,8	-
3	=P2	16,4	-

Como de 1 a 2 es adiabática para sacar P2 puedo usar

$$P1.V1^\gamma = P2.V2^\gamma$$

Gamma (γ) vale 5/3 por ser monoatómico

$$10.16,4^{5/3} = P2.32,8^{5/3}$$

$$10.\left(\frac{16,4}{32,8}\right)^{5/3} = P2 \Rightarrow P2 = 3,14$$

La temperatura 2 la calculo usando

$$P_2.V_2 = N.R.T_2$$

$$3,14.32,8 = 2.0,082.T_2$$

$$T_2 = 628$$

Actualizo el cuadro (Y $P_3=P_2$)

Estado	Presión	Volumen	Temperatura
1	10	16,4	1000
2	3,14	32,8	628
3	3,14	16,4	-

La temperatura 3 la calculo usando

$$P_3.V_3 = N.R.T_3$$

$$3,14.16,4 = 2.0,082.T_3$$

$$T_3 = 314$$

Actualizo el cuadro

Estado	Presión	Volumen	Temperatura
1	10	16,4	1000
2	3,14	32,8	628
3	3,14	16,4	314

Armo el cuadro $\Delta U Q W$

Transformación	ΔU	Q	W
1-2 Adiabática	-W	0	$-\Delta U$
2-3 Isobárica	-	$\Delta U + W$	-
3-1 Isométrica	Q	ΔU	0

$\sum \Delta U = 0$	$\sum Q = \sum W$	$\sum W = W_{\text{útil}}$
---------------------	-------------------	----------------------------

Transformación 1-2

Para sacar W utilizo

$$W = C.N.R. (T_i - T_f)$$

$$W = 1,5 \cdot 2 \cdot 0,082 \cdot (1000 - 628)$$

$$W = 91,5$$

Actualizo el cuadro

Transformación	ΔU	Q	W
1-2 Adiabática	-91,5	0	91,5
2-3 Isobárica	-	$\Delta U + W$	-
3-1 Isométrica	Q	ΔU	0

Transformación 2 - 3

Saco W utilizando

$$W = P.(V_f - V_i)$$

$$W = 3,14.(16,4 - 32,8)$$

$$W = -51,5$$

Saco ΔU utilizando

$$\Delta U = C.N.R.(T_f - T_i)$$

$$\Delta U = 1,5.2.0,082.(314 - 628)$$

$$\Delta U = -77,2$$

Como $Q = \Delta U + W$

$$Q = -77,2 + (-51,5)$$

$$Q = -128,7$$

Actualizo el cuadro

Transformación	ΔU	Q	W
1-2 Adiabática	-91,5	0	91,5
2-3 Isobárica	-77,2	-128,7	-51,5
3-1 Isométrica	Q	ΔU	0

Transformación 3-1

Para sacar Q utilizo

$$Q = C.N.R.(T_f - T_i)$$

$$Q = 1,5.2.0,082.(1000 - 314)$$

$$Q = 168,75$$

Como $\Delta U = Q$

$$\Delta U = 168,75$$

Actualizo el cuadro

Transformación	ΔU	Q	W
1-2 Adiabática	-91,5	0	91,5
2-3 Isobárica	-77,2	-128,7	-51,5
3-1 Isométrica	168,75	168,75	0

Se debe comprobar

$$\sum \Delta U = 0 \quad \sum Q = \sum W \quad \sum W = W_{\text{útil}}$$

$$\sum \Delta U = -91,5 - 77,5 + 168,75 = 0$$

$$\sum Q = -128 + 168,75 = 40 = \sum W = 91,5 - 51,5 = 40$$

$$W_{\text{útil}} = 40$$

Calcular el rendimiento

$$\eta = \frac{W_{util}}{\sum Q(positivo)}$$

$$\eta = \frac{40}{168,75}$$

$$\eta = 0,23$$

Calcular el rendimiento de carnot

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{314}{1000}$$

$$\eta_{carnot} = 0,686$$

Siempre debe cumplirse

$$\eta_{carnot} > \eta$$

MODIFICACIONES

[illegible]