

PARCIAL DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA : PARTE A 09/02/11

Nombre y Apellido:	Legajo:
--------------------	---------

Por promoción ☐ Por examen final ☐

P1	P2	P3	T1	T2	Nota

1. Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} & 0 \leq x \leq b \\ 0 & \text{para todo otro } x \end{cases}$;

X representa el tiempo de espera en un consultorio en horas.

- Encontrar b para que sea función de densidad.
 - Calcular la esperanza y la varianza de la variable aleatoria X.
 - Si la calificación del personal médico, en una encuesta que se les suministra a los pacientes, está dada en función del tiempo de espera por $Y = -x + 10$. Halle la calificación promedio y su varianza.
2. Los tubos de luz que produce una fábrica tienen una duración que se corresponde con una distribución exponencial negativa. Si se sabe que $F(1000) = 0,3934$.
- Hallar la probabilidad de que si se toma un tubo de la producción éste dure más de 1200 horas.
 - Hallar la probabilidad de que dure más de 1400 horas si ya lleva durando 1000 horas.
 - Encontrar la media y la varianza. Interpretar los resultados obtenidos
3. En el recubrimiento de láminas metálicas grandes aparecen defectos distribuidos aleatoriamente. Si estos defectos siguen una ley de Poisson a razón de 2,56 defectos cada 100 pies-cuadrados

- Calcular la probabilidad de que entre 6 láminas de 4 x 8 pies, tomadas al azar de un lote grande a lo sumo 2 tengan exactamente un defecto.
- ¿Cuántas láminas se deberían considerar como mínimo para que con probabilidad de por lo menos el 95%, al menos una de ellas no tenga fallas de este tipo?

$P(X=0) = e^{-2.56} \approx 0.08$
 $P(X=1) = 2.56 e^{-2.56} \approx 0.21$

Teórico 1

- Demuestre la relación entre sucesos independientes y mutuamente excluyentes
- De un ejemplo concreto de sucesos excluyentes y dependientes

Teórico 2

- Defina varianza de una variable aleatoria
- Qué representa la desviación estándar de una variable aleatoria discreta?
- Si la desviación de la variable fuera 2 y su media 13 ¿indicaría que el recorrido de la variable está entre 11 y 15 inclusive? Justifique la respuesta y proporcione un ejemplo.

Nombre y Apellido:

Legajo:

1	2	3	T1	T2	Nota

- En una fábrica utilizan herrajes de 2 calidades A y B en una proporción 2:3. El diámetro de paso de una cuerda de un herraje de la calidad A sigue una distribución $N(0.4001, 0.001)$ y la de un herraje de la calidad B está dentro de las especificaciones en un 98% de las veces.
Las especificaciones de diseño son 0.4 ± 0.001
 - Si se eligen 5 herrajes de alguna de las dos calidades, ¿cuál es la probabilidad de que más de cuatro estén dentro de lo especificado?
 - Si de 5 herrajes más de cuatro están dentro de lo especificado, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la calidad A?
- Suponga que los conteos registrados por un contador Geiger siguen un proceso Poisson con un promedio de dos conteos por minuto.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que haya conteos en un intervalo de 30 segundos?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que el primer conteo ocurra en un tiempo menor que 20 segundos?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran menos de 1,5 minutos hasta que se registren 6 conteos?
- La demanda de un producto es -1, 0, 1 y 2 con las probabilidades respectivas de 1/5, 1/10, 2/5 y 3/10. Una demanda de -1 implica que se regresa una unidad.
 - Halle y grafique la función de distribución acumulada de X.
 - Encuentre la demanda esperada y la varianza de la variable ganancia $Y = 200X - 50$. Interprete el valor de la esperanza.

Teórico 1

- Defina varianza de una variable aleatoria.
- ¿Qué representa la desviación estándar de una variable aleatoria discreta?
- Si la desviación de la variable fuera 2 y su media 16 ¿Indicaría que el recorrido de la variable está entre 14 y 18 inclusive? Justifique la respuesta y proporcione un ejemplo.

Teórico 2

Indique si las siguientes proposiciones son V o F. Si son verdaderas demuéstrelas si son falsas proporcione un contraejemplo

- Dados A y B, sucesos de un espacio muestral tales que $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$ entonces $P(A \cap B) \neq 0$ F
- Si A y B son sucesos independientes de un espacio muestral entonces A y \bar{B} también son independientes.
- Dados $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ sucesos de un espacio muestral y B suceso incluido en el mismo espacio muestral $P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B)$

debe aclararse que son una partición \therefore es F.

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA – RECUPERATORIO PRIMER PARCIAL

APELLIDO Y NOMBRE:

N° LEGAJO:

P1	P2	P3	T1	T2	NOTA
	a	b	a	b	

1.- Los alumnos de un curso de capacitación técnica tienen que realizar dos pruebas, una teórica y otra práctica. La probabilidad de que un alumno apruebe la prueba teórica es de 0.6, la probabilidad de que apruebe la prueba práctica es de 0.8 y la probabilidad de que apruebe ambas pruebas es 0.5.

- ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno no apruebe ninguna de las dos pruebas?
- Se sabe que un alumno no aprobó la prueba teórica. ¿Cuál es la probabilidad de que no apruebe tampoco la prueba práctica?

2.- El tiempo total en horas que una persona utiliza su teléfono celular en un período de un mes, es una variable aleatoria X que tiene la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{50}x & 0 < x < 10 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Calcular $E(X)$
- Si se sabe que el tiempo total que una persona utilizó su teléfono celular fue de más de 5 horas en un mes, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo total que utilizó el teléfono celular sea menor al tiempo total esperado?

3.- El peso neto de ciertos paquetes de galletitas es una variable aleatoria normal con una media de 250 gramos y desvío estándar de 5 gramos.

- Si se elige un paquete de galletitas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su peso esté entre 242 y 262 gramos?
- Si se toma una muestra 12 paquetes ¿cuál es la probabilidad de que el peso de al menos 5 de ellos sea menor a 250 gramos?

4.- Mencione las características de una variable aleatoria con distribución de Poisson y deduzca la expresión de su esperanza.

5.- Deduzca la expresión de la varianza de una variable aleatoria con distribución binomial de parámetros n y p

Nombre y Apellido:	Legajo:
--------------------	---------

P1	P2	P3	T4	T5	Nota

P1-La proporción de tiempo que un empleado está dedicado a la atención telefónica de clientes es una variable aleatoria continua X cuya función de densidad está dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 5x^4 & 0 < x < 1 \\ 0 & x \notin (0,1) \end{cases}$$

- Hallar la función de distribución de X
- Hallar un valor de la proporción del tiempo tal que la probabilidad de superarlo sea de 0.85
- ¿Cuál es el valor esperado y el desvío estándar de la variable $Y = 2 + X$

P2-Un salón tiene tres focos de iluminación. El tiempo de duración (en semanas) de cada foco es una variable aleatoria exponencial con un promedio de 8 semanas y es independiente del tiempo de duración de los otros focos.

- El salón está iluminado si al menos uno de los tres focos funciona, calcular la probabilidad de que si no se cambia ningún foco esté iluminado al cabo de 12 semanas.
- ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 3 focos tengan una duración superior a las 12 semanas sabiendo que por lo menos uno de los tres focos tuvo una duración superior a las 12 semanas?

P3 Una fábrica produce piezas cuyos diámetros se encuentran clasificados por una distribución normal con un diámetro medio de 5cms. y un desvío de 0,001cms. El diámetro de los mismos debe encontrarse entre 4,998 y 5.002cms. Las piezas que estén bajo medida deben desecharse y las que estén sobre medida pueden reprocesarse con un costo adicional.

- ¿cuál es la probabilidad de que ninguna pieza deba reprocesarse con un costo adicional?
- Se tienen 4 de tales fábricas. ¿Cuál es la probabilidad de que en ninguna de ellas, alguna pieza deba procesarse con un costo adicional?

T4- Sean A y B sucesos independientes siendo $P(A) = p_a$ y $P(B) = p_b$. Encontrar una fórmula para calcular $P(A' \cup B')$, teniendo en cuenta que A y B son sucesos independientes. Definir cuándo dos sucesos son independientes.

T5.-Deducir que $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

RECUPERATORIO PARTE A (02/08/11)

Nombre y Apellido:	Legajo:
--------------------	---------

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Teórico 1	Teórico 2	Calificación

Ejercicio 1

Dos expertos realizan peritajes para una cierta compañía de seguros. La probabilidad de que un peritaje haya sido realizado por el primer experto es 0,55 y que haya sido realizado por el segundo experto es 0,45. Si un peritaje ha sido realizado por el primer experto, la probabilidad de que dé lugar al pago de una indemnización es 0,96 y si ha sido realizada por el segundo experto es 0,90. Un siniestro ha supuesto a la compañía el pago de una indemnización, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido realizada por el segundo experto?

Ejercicio 2

En la fabricación de un alambre de cobre, el número de fallas sigue una distribución Poisson con un promedio de 2,3 fallas por centímetro.

- Encontrar la probabilidad de tener 2 fallas en un centímetro del alambre de cobre.
- Encontrar la probabilidad de tener 10 fallas en cinco centímetros de alambre de cobre.
- El número medio de fallas en dos centímetros de alambre de cobre.

Ejercicio 3

Sea X una variable aleatoria con la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} k(1+x^2) & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{en otro punto} \end{cases}$$

- Encontrar el valor de la constante k .
- Encontrar la probabilidad de que la variable X no supere a 1.
- Encontrar $E(X)$.

Teórico 1

Si $P(A)=1/3$ y $P(B|A)=1/3$ decir si se verifican las siguientes afirmaciones justificando su respuesta:

- A y B son independientes.
- $A \cap B = \emptyset$
- $A \subseteq B$
- $P(A^c | B^c) = 2/3$

Teórico 2

- Defina Varianza de una variable aleatoria cualquiera.
- Enuncie dos propiedades de la varianza y demuestre una de ellas.

Apellido: Nombres: CURSO:

1	2	3	4	5	Calificación

IMPORTANTE: usted debe presentar en las hojas que entrega, el desarrollo de todos los ejercicios, para justificar sus respuestas. NO USE LÁPIZ.

1) El tiempo (medido en horas) por día que una familia se conecta a internet es una variable aleatoria con función de densidad $f(x) = \begin{cases} c \cdot x^2 \cdot (4 - x) & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{en cualquier otro punto} \end{cases}$

a) Si a la familia le cuesta \$12 por hora la conexión a internet ¿cuál es el costo diario esperado?

b) Si se eligen 10 familias que se conectan a internet bajo las mismas condiciones y en forma independiente, calcule la probabilidad que a lo sumo 1 de esas familias esté conectada menos de 3 horas por día.

2) Un almacén tiene lámparas de tres tipos: el 45% son halógenas, el 35 % son bajo consumo y el resto incandescentes. Los porcentajes de lámparas defectuosas son, respectivamente, 2%, 3% y 5%. Se elige una lámpara al azar y resulta defectuosa ¿cuál es la probabilidad que sea una lámpara del tipo halógena o de bajo consumo?

3) Se sabe que un líquido contiene ciertas bacterias a razón de 4 bacterias por cm^3 .

a) Obtenga la probabilidad de que una muestra de $2,5 \text{ cm}^3$ no contenga bacteria alguna.

b) Se analiza un frasco conteniendo el líquido en cuestión y se encuentra una bacteria. Considere la variable: volumen de líquido (en cm^3) a revisar hasta que aparezca la próxima bacteria. ¿Qué distribución tiene esta nueva variable? ¿Cuál es la probabilidad de que se deba analizar más de 3 cm^3 si ya se analizaron $1,5 \text{ cm}^3$?

4) a) Escriba la definición axiomática de probabilidad.

b) Enuncie dos propiedades y demuéstrelas.

5) a) Defina probabilidad condicional y relacione con el concepto de sucesos independientes.

b) Si X e Y son dos variables aleatorias, entonces $V(X+Y) =$ (completar).

Demuestre la propiedad enunciada.

E y F ind

$$P(E/F) = P(E) \quad p. 8$$

$$= \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{P(E) \cdot P(F)}{P(F)} = P(E)!$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PARCIAL PARTE A (17/10/11)

TEMA 1

Nombre y Apellido:

Legajo:

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Teórico 1	Teórico 2	Calificación

✓ **Ejercicio 1:** El 30% de los usuarios de servicios de telecomunicaciones móviles corresponden al operador A, el 20% al operador B y el resto a otros competidores. EL porcentaje de clientes del operador A que utilizan tecnología wap es el 10% para el operador A, del 15% para el operador B y para el resto de competidores los usuarios de dicha tecnología corresponden al 5%.

- ✓ a) ¿Cuál es la probabilidad de que los usuarios de servicios de telecomunicaciones móviles usen tecnología wap?
- ✓ b) ¿Cuál es la probabilidad de que si se elige un cliente al azar que no usa tecnología wap, corresponda al operador A?

Ejercicio 2: El tiempo que se demora en cambiar cierta pieza de un automóvil, en cierto taller mecánico (en horas), es una variable aleatoria X con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} kx & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Encuentre el valor de k.
- b) Encuentre la función de distribución correspondiente a esta variable.
- c) Si el cambio de dicha pieza duró más de media hora, ¿cuál es la probabilidad de que dure por lo menos 45 minutos?
- d) Si $Y=2X-3$, encontrar la media y la varianza de Y.

Ejercicio 3: En una tela existen dos tipos de fallas independientes: de hilado y de estampado. Las fallas de hilado ocurren en promedio 1 cada 10 m² y, las fallas de estampado 1 cada 20 m².

- a) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar una falla de cada tipo en una pieza de 5 m²?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que en 10 piezas como la descrita en a) ninguna tenga fallas?

Teórica 1

- a) Defina sucesos independientes.
- b) Defina sucesos mutuamente excluyentes.
- c) Sean A y B sucesos mutuamente excluyentes, ¿son A y B sucesos independientes? Justifique su respuesta.

Teórico 2 Sea X variable aleatoria continua con $Rec(X)=(a; b)$ y función de densidad $f(x)$.

- a) Defina $E(X)$.
- b) Demuestre la propiedad $E(aX+b)=aE(X)+b$

Apellido y Nombres _____ Legajo _____ Fecha _____

1) La temperatura a la cual se debe realizar un determinado proceso de fabricación es una variable aleatoria normal con una media de 500°C . Se sabe que en el 70% del tiempo del proceso dicha temperatura no difiere de la media en más de 10°C . Si durante todo el proceso la temperatura no difiere de la media en más de 20°C , el producto se considera de primera calidad y podrá venderse con una utilidad de \$10.000. Si, en cambio en algún momento la temperatura del proceso difiere de la media entre 20°C y 30°C , se lo considerará de segunda calidad y podrá ser vendido con una utilidad de solo \$5.000. En todo otro caso el producto resultante deberá ser desechado produciéndose entonces una pérdida de \$30.000. Se pide: a) ¿cuál es la probabilidad de obtener la máxima utilidad? b) ¿cuál es la utilidad esperada de este proceso?

2) La cantidad X de computadoras de una determinada marca que vende mensualmente un comercio del ramo es una variable aleatoria con la siguiente distribución:

X	0	1	2	3	4
$f(x)$	0,1	0,1	0,4	0,3	0,1

El precio de costo de cada una de esas computadoras es de \$600. Los gastos fijos (publicidad, impuestos, electricidad, etc.) se estiman en \$500 por mes con prescindencia de la cantidad de equipos que se vendan. a) ¿A qué precio debe venderse esa computadora para obtener una ganancia media mensual de \$1.000? b) ¿cuál es la probabilidad de que se vendan 2 ó 3 computadoras?

3) La cantidad de defectos que presenta una tela puede ser considerada una variable aleatoria Poisson. Se sabe que en un tramo de 1 metro, la probabilidad de que la tela no presente ningún defecto es 0,0821. Se pide: a) ¿cuál es la probabilidad de que en un tramo de 2 metros la tela presente algún defecto?, b) ¿cuál es la probabilidad de que en un tramo de 2 metros que se sabe que contiene defectos, el número de éstos no supere a 8?

4) En un depósito de bolsas de cemento se han mezclado accidentalmente las que contienen cemento de fragüe rápido con las de fragüe lento. El 70% de dichas bolsas contiene cemento del primer tipo y el resto al segundo tipo. De las bolsas de fragüe rápido, la mitad tiene un 0,1 % de humedad y la otra mitad 0,3 %. De las de fragüe lento la tercera parte tiene un 0,1% de humedad y las restantes 0,3 %. Se tomaron al azar 11 bolsas de cemento del depósito para emplearlas en la elaboración de un hormigón el cual, para tener la resistencia adecuada. Necesita que por lo menos 7 de esas bolsas tengan un 0,1 % de humedad. Se pide: a) ¿cuál es la probabilidad de que se logre cumplir esta exigencia? b) Si por lo menos 3 de esas 11 bolsas tienen un 0,1 % de humedad ¿cuál es la probabilidad de poder cumplir con la exigencia antes citada?

1a	1b	2a	2b	3a	3b	4a	4b	NOTA

UTN -PROBABILIDADES Y ESTADISTICA- PARCIAL PARTE A

2008/2011

Curso: -----Alumno:.....

Legajo:.....

1)	2)	3)	4)	5)	Nota

1) La fábrica de corchos "Catador" posee 2 máquinas para cortar los corchos destinados a usarse en botellas de vino fino. La primera produce corchos con diámetros normalmente distribuidos con media de 2,97 cm y desvío estándar de 0,04 cm; mientras que para la 2da máquina la media es de 3 cm y el desvío estándar de 0,05cm. Los corchos considerados aceptables son aquellos con diámetro que se encuentra entre 2,9 cm y 3,1 cm. La primera máquina produce el 40% de los corchos.

- Calcular la probabilidad de que un corcho al azar que tiene un diámetro superior a 3 cm haya sido fabricado por la maquina 1.
- De los corchos fabricados por la primer máquina con diámetro es inferior a 3 cm, ¿qué porcentaje de corchos tiene diámetro bajo medida?

2) a) Completar la siguiente tabla de distribución de la variable aleatoria discreta . X., sabiendo que la esperanza matemática es igual a 0,7 y que probabilidad de que x no sea igual a 1 es de 0,8.

X	-1	0	1	2
P(x)	0,3			

- Determinar la función de distribución de X
- Calcular $P(X < \mu + \sigma)$ (siendo $\mu = E(X)$ y $\sigma =$ desvío standard)

3) Un vidrierista vende sus vidrios en placas de 3 m² y sabe que se producen pequeñas marcas a razón de 0.5 por m², por tal motivo la divide en 2 calidades: de primera calidad si poseen menos de 4 marcas y de segunda, en caso contrario.

- Calcular la probabilidad de que una placa sea de primera calidad.
- Se toma una muestra de 20 placas, ¿cuál es la probabilidad de encontrar menos de 15 placas de primera calidad?

4) Definir sucesos mutuamente excluyentes y sucesos independientes.
¿Cómo se determina la probabilidad de la unión y la intersección para cada uno de estos pares de sucesos?

5) Caracterizar la distribución exponencial. (determinar contexto de aplicación, función de densidad, función de distribución, parámetros) Enunciar, demostrar y ejemplificar la propiedad de pérdida de memoria.

