

UDB -Matemática				Asignatura: <i>Análisis Matemático II</i>				
Examen: Primer Parcial		Tema 1 (A)		Fecha:				
Apellido y nombres del alumno:								
N° de Legajo:		Curso:			Especialidad:			
Temas prácticos	P1	✓	P2a	✓	P2b	✓	P3	✓
T. conceptuales	C1	✓	C2	✗	C3	?	C4	✓
Nota:								

Condiciones para aprobar: tener bien resuelto el 50 % de los temas prácticos y correctamente desarrollados el 50% de los temas conceptuales.

Temas prácticos

- P1. Encontrar la curva que pase por (0;0) y resulte ortogonal a la familia de curvas $x e^{2y} = K$

• P2. Sea el campo $G(x; y) = \begin{cases} \frac{x-y}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ 0 & \text{si } x = 1 \end{cases}$

Justificar si es V o F que **G en el punto $P_0(1; 0)$**

- a) es diferenciable
• b) sólo tiene derivadas en las direcciones y sentidos de los versores (0;1) y (0;-1)
- P3. Sea la ecuación $xy + z = x + y + kz$ que se satisface para el punto $(-1; 1; 0) \wedge k \in \mathbb{R}$
Hallar para qué valores de k dicha ecuación define $z = F(x; y)$ en un entorno de $(-1; 1)$

Temas conceptuales:

- C1. Justificar si es V o F que el campo escalar G del ítem práctico 2, puede redefinirse en (1; 0) para que resulte continuo en dicho punto
- C2. Dar un ejemplo de una función vectorial $\vec{g}: [0;1] \rightarrow \mathbb{R}^3$, hallar su derivada en $t \in [0;1]$ e interpretar geométricamente este resultado.
- C3. Sea $\begin{cases} F(x, y, z) = 0 \\ G(x, y, z) = 0 \end{cases}$ con F y G diferenciables en un entorno de $P_0(x_0, y_0, z_0)$. ¿Qué condiciones deben cumplirse para que este sistema defina $y = y(x) \wedge z = z(x)$ en un entorno $E(x_0)$? ¿Cómo se calculan $y'(x_0) \wedge z'(x_0)$
- C4. Sean $\vec{f}: A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n \wedge \vec{G}: B \subseteq \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^m$ con $n \geq 2, m \geq 2, p \geq 2$. Analizar si es posible componer $\vec{f} \circ \vec{G}$ o $\vec{G} \circ \vec{f}$. Indicar las condiciones que deben cumplirse.

TEMA					
Examen: Recuperatorio Primer Parcial				Fecha:	
Apellido y nombres del alumno:					
N° de Legajo:		Curso:		Especialidad:	
Temas prácticos	P1)a ✓	P1)b ✓	P2) ✓	P3) ?	P4) ✓
T. conceptuales	C1)	C2)	C3)	C4)	C5)
Nota:					

Condición de aprobación: para aprobar es necesario tener bien el 50% de los prácticos y el 50% de los teóricos.

Temas prácticos

- 1) Sea $F(x,y) = \begin{cases} \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$
- a) Estudiar la continuidad del campo escalar en el punto (0,0)
 - b) Analizar en qué direcciones el campo es derivable en el punto (0,0)
- 2) Hallar la solución general de la siguiente ecuación diferencial: $y' + 2xy = x$
- 3) Sean $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, F \in C^1$, tal que $\nabla F(3,3,1) = (1,1,-3)$ y $H(u,v,w) = (2uw + v^2, uv + v^2 + w^3, uvw)$. Determinar el valor de la derivada direccional máxima de $F \circ H$ en $(u,v,w) = (1,1,1)$
- 4) Sea $F(x,y,z) = (x-2y)^3 + (z+3y)^2 + 3z^4 - y$. Halle el plano tangente y la recta normal a la superficie de nivel de F que pasa por el punto (0,1,-1)

Temas Conceptuales

- Definir la derivada de un campo escalar $F: A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ respecto de x en el punto $(a,b) \in A$ y dar su interpretación geométrica haciendo un gráfico para ilustrarlo.
- Enunciar el teorema de Cauchy-Dini para superficies en \mathbb{R}^3 . Analizar si la ecuación $x^2y + \ln(xyz) - 2(y-1) - 1 = 0$ define implícitamente una $x=x(y,z)$ y una $y=y(x,z)$ alrededor del (1,1,1).
- Mostrar que un campo diferenciable F, que verifica que $\nabla F(\vec{X}) \neq 0$, disminuye más rápidamente en \vec{X} en la dirección opuesta al vector gradiente, es decir, en la dirección de $-\nabla F(\vec{X})$
- Supongamos que (1,1) es un punto crítico de un campo escalar diferenciable F con derivadas segundas continuas. En cada caso, ¿Qué puede decir con respecto a F en (1,1)? Justificar
 - $F'_{xx}(1,1) = 4, F'_{xy}(1,1) = 1, F'_{yy}(1,1) = 2$ - $\Delta = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (4 \cdot 2) - (1 \cdot 1) = 7$
 - $F'_{xx}(1,1) = 4, F'_{xy}(1,1) = 3, F'_{yy}(1,1) = 2$ - $\Delta = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = (4 \cdot 2) - (3 \cdot 3) = -1$
- Definir trayectorias ortogonales. Mostrar con un ejemplo cómo se obtienen.