1) La solución de la siguiente EDO de primer orden $(x^2y\ - y)\,dx - (y^2 - 3y^3)\,dy = 0$ que pasa por el punto (1,2) es la curva de nivel 16/3 de un campo escalar F. Hallar la derivada direccional mínima de dicho campo en el punto (1,2) y dar su dirección y sentido. Justificar.

2) Sea $F: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, F\ \in C^1$, tal que F(3, −2) = 5 y ∇F(3, −2) = (2, 1) y sea $\vec{G}(x,y,z) = F(x^2 + xy - z^3, xy + yz - xz)$. Halle una ecuación del plano tangente a la superficie definida por ecuación $\vec{G}(x,y,z) = 5$ en (2, 0, 1).

3) Sean $\vec{v} = \left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)\ y\ \ \vec{w} = (\frac{3}{5}; \frac{-4}{5})$ y $F: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ diferenciable tal que $\frac{\partial F}{\partial \vec{v}}(3{,}2) = -1$ y $\frac{\partial F}{\partial \vec{w}}(3{,}2) = 7$. Sabiendo que F(3,2)=1, calcule en forma aproximada F(3,01 ; 1,95).

4) Sea $P(x,y) = -\frac{5}{2} + 3x - 3y - x^2 - \frac{5}{2}y^2$ el polinomio de Taylor de orden 2 de F(x,y) alrededor del punto (2,-1). Decidir si (2,-1) es punto crítico de $G(x,y) = e^{3F(x,y)} - 3xy$ y, en caso afirmativo clasificarlo.

5) Hallar la curva perteneciente a la familia de trayectorias ortogonales a $y = Cx^3$ que pasa por el punto (1,1) y encontrar los puntos donde la recta tangente a la curva en el punto (1,1) corta a los ejes coordenados.

6) Sea $x^2 sen(y + z) - \ln(z)\,y^2 + xy + 1 = 0$. Justificar que se puede definir al campo $x = h(y; z)$ en un entorno centrado en el punto $(y_0; z_0) = (-1; 1)$. Luego calcular por aproximación lineal $h(-0{,}98; 1{,}05)$.

7) Sea f(x) la solución particular de y´+3xy=0 con $f(0) = -\frac{1}{9}$ y sea $G(x,y) = 3f(x)e^{\frac{3}{2}x^2} + e^y(x - 1)$. Hallar el valor aproximado de $G(1.02; 0.03)$

8) Sea g: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivable y f(x,y)= g(u) con $u=x^2+y^2$; probar que $\vec{\nabla}f(x_0,y_0)$ es paralelo al vector (x_0,y_0).

9) Sabiendo que el polinomio de Taylor de grado 2 en (1,1) de una función C^3 f: $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es $p(x,y)=4x-2x^2+y-y^2$, hallar un versor para el cual la derivada direccional de f en (1,1) sea nula. **JUSTIFICAR.**

10) Sabiendo que f: $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ verifica que $f'(P_0,(a,b))=2a+b^2$, analizar la diferenciabilidad de f en P_0. **JUSTIFICAR.**

11) Sea F: $A \subseteq \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ / $F \in C^1 \wedge F(5,3,2)=6$. Se sabe que la recta $\overline{X} = (5,3,2) + t\ (1,-1,2)$ es normal a dicha superficie en P_0. Analice si la ecuación $F(x,y,z) = 6$ define $z = \varphi(x,y)$ en un entorno de (5,3,2).

12) Analice qué tipo de solución es $y = x + 2$ de la ecuación $y'' + y' = 1$. Justifique explicitando las definiciones.

Respuestas

1) (0,-1)

2) 7x+7y-8z=6

3) 1,3

4) (2,-1) es punto crítico. (2,-1,7) es punto silla

5) $\frac{y^2}{4/3} + \frac{x^2}{4} = 1$ P_0 =(4,0) P_1= (0,4/3)

6) 1,04

7) $-\frac{47}{150}$

9) (1,0) y (-1,0)

10) no diferenciable en P_0

11) Se verifican las hipótesis de Cauchy-Dini así que se puede definir

12) es SP