



FINALES DE PROBABILIDAD Y ESTADISTICAS

Secretaria Gremial: Digitalizando
apuntes para conseguir el centro
de apuntes que todos queremos y
necesitamos.

CET
AETI

2010

A.E.T.I. Todo el año junto a vos!!!

MODELO 1:

- 1) La probabilidad que un satélite después de colocado en órbita funcione adecuadamente es de 0,9. Cinco de ellos se colocan en órbita y funcionan de manera independiente.
 - a) Calcular la probabilidad que al menos el 80% funcione adecuadamente.
 - b) Repetir el calculo para:
 - i. $n=10$
 - ii. $n=20$
 - c) ¿Que distribución de probabilidad se debe usar para resolver este problema y porque?
- 2) Una Pastelería desea estimar el volumen de ventas diarias. El valor de la desviación estándar es de \$50.
 - a) Si el volumen de ventas sigue una distribución normal, calcular el tamaño de la muestra para que con una confianza de 95% la media muestral se encuentre a no más de \$20 del volumen medio verdadero de ventas.
 - b) Si no es posible suponer que la distribución es normal, obtener el tamaño necesario de la muestra para el inciso a.
- 3) Un fabricante desea comparar el proceso de armado para uno de sus productos entre dos métodos **A** y **B**. Con 8 trabajadores de la planta, se hicieron armar unidades con ambos procesos obteniéndose los siguientes resultados:

Resultados	Tiempos en minutos							
Metodo A	38	32	41	35	42	32	45	37
Metodo B	30	32	34	37	35	26	38	32

- a) Determinar con $\alpha=0,05$ si existe razón para creer que el tiempo de armado con el proceso A es mayor que el del proceso B.
 - b) ¿Que hipótesis debió suponer para poder usar la distribución de probabilidad que utilizo para el calculo efectuado?
- 4)
 - a) Escriba y defina las propiedades deseables que debe tener un estimador puntual.
 - b) Usar el método de máxima verosimilitud para hallar el estimador máximo verosímil $\mu=\lambda$ en el caso de la distribución de Poisson.

A.E.T.I. Todo el año junto a vos!!!

MODELO 2:

- 1) El gerente de personal de una empresa que vende computadoras estima que el 19% de sus empleados renuncian al empleo al cumplir un año de permanencia en el mismo, y el resto decide continuar. Por otro lado, el 77% de los empleados están casados y el resto están solteros. También se conoce que el 13% de los empleados que renuncia al cumplir un año de permanencia en la empresa está casado. De acuerdo a esta información, ¿Cuál es la probabilidad de que un agente de ventas de esta empresa, seleccionado al azar:
 - a) ¿Este casado?
 - b) ¿Renuncie a su empleo antes de completar el año?
 - c) ¿Estando soltero renuncie a su empleo antes de completar un año?
 - d) ¿Que si el agente que no renuncia a su empleo antes de completar el año, este casado?
- 2) Un grupo vecinal, que había en una población de edificios antiguos, correctamente asesorado, investigó que el 30% de los departamentos, tienen instalaciones eléctricas inseguras.

Suponga que EDELAP selecciona una muestra aleatoria de 250 departamentos de esta población, ¿cual es la probabilidad de que la cantidad de departamentos de la muestra con instalaciones eléctricas inseguras se encuentre entre 63 y 88?

- 3) Una empresa envasa granos de café, en bolsas de 6Kg de peso, utilizando dos máquinas, **A** y **B**. Los pesos de las bolsas de café que llenan cada una de las máquinas sigue una distribución normal, siendo las varianzas desconocidas, e ignorándose si ambos son iguales.

El gerente de planta sospecha que últimamente la máquina **A** dispensa por bolsas más café que la **B**. Para contrastar la veracidad de su sospecha, se extraen muestras aleatorias de bolsas de café que llenaron en un día estas máquinas, registrándose los siguientes pesos:

Máquina A	6,0	6,1	5,9	6,4	
Máquina B	6,2	5,8	6,0	6,1	5,7

Con un nivel de significación de 5%, compruebe la solidez de la sospecha realizada por el gerente.

- 4) Variable aleatoria Binomial: características, parámetros, función de probabilidad. Esperanza y varianza: Diferencias con la variable aleatoria Hipergeométrica.

A.E.T.I. Todo el año junto a vos!!!

MODELO 3:

1)

- a) En una oficina hay 100 calculadoras, 60 funcionan a pilas (P), y 40 a baterías (B). Además, 70 son nuevas (N), y 30 usadas (U). Hay 40 calculadoras que son a pilas y nuevas.
- Obtenga una tabla de contingencia para el ejercicio.
 - Halle la probabilidad de que al seleccionar una calculadora al azar, la misma sea:
 - a pilas
 - usadas o nuevas
 - usadas o a baterías
 - a pilas o nuevas
 - si es nueva que funcione a pilas
 - si es usada que sea manual
- b) Defina Axiomáticamente el concepto de probabilidad, y mencione las principales consecuencias que se desprenden de la definición.

2)

- a) Una muestra aleatoria de 147 directores de RRHH, 87 afirman que el expediente académico juega un papel fundamental en la evaluación de los candidatos a un cargo. Utilizando un nivel de 99% de confianza, encuentre el intervalo de la proporción total de directores de RRHH que comparten esta opinión.
- b) ¿Qué diferencias existen entre un estimador puntual y un estimador por intervalos para un parámetro población?. Defina por lo menos dos de las principales propiedades que verifican un buen estimador puntual.

3)

- a) un fabricante de detergentes afirma que el contenido de los envases que vende tienen un volumen promedio de 200 cm^3 . La distribución del contenido de los envases sigue una normal con desviación estándar de 4 cm^3 . Una muestra aleatoria de 16 envases extraídos del depósito del fabricante indicaron un volumen promedio de $198,4 \text{ cm}^3$. ¿Con el nivel de 5% de significación, piensa usted, que la afirmación del fabricante no es cierta?
- b) Indique los pasos necesarios para probar una hipótesis estadística, y explique cuál es el objetivo que se persigue mediante su realización.

A.E.T.I. Todo el año junto a vos!!!

MODELO 4:

- 1) Un realizador de películas cinematográficas analizo que la probabilidad de que una película gane un premio por mejor actuación es de 0,30, que gane un premio por mejor dirección 0,20 y la probabilidad que no gane ninguno de estos dos únicos premios que está evaluando es de 0,55.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad que una película seleccionada aleatoriamente gane:
 - i. solo un premio
 - ii. premio por la actuación si no gano premio a la dirección
 - b) La variable aleatoria x representa el número de premios que puede obtener una película. Pueden tener distribución binominal? Explique detalladamente porque.
- 2) El gerente de marketing de un supermercado investigo que las ventas semanales de café molido en paquetes de $\frac{1}{4}$ Kg, tienen una distribución aproximadamente normal con media de 354 unidades y una desviación estándar de 33 unidades. El gerente sospecha que la actual crisis económica ha provocado un cambio en la cantidad media vendida.
 - a) Para medir el impacto de la crisis, analizo las ventas que se concretaron en una muestra aleatoria de tres semanas, obteniéndose un valor promedio de 398 unidades. Si la desviación estándar de la población de ventas semanales se mantiene en el mismo valor, lleve a cabo una prueba de hipótesis para verificar si se encuentra fundamentada la sospecha del gerente.
 - b) Construya un intervalo de confianza de 95% para la cantidad promedio actual de unidades de café de $\frac{1}{4}$ Kg que vende por semana este supermercado.
- 3) Distinga entre los siguientes conceptos: eventos excluyentes y no excluyentes; eventos dependientes e independientes.
- 4) Mencione cuales son los errores que se pueden cometer cuando se lleva a cabo una prueba de hipótesis estadística.

A.E.T.I. Todo el año junto a vos!!!

MODELO 5:

La variable aleatoria x que representa la demanda semanal de un producto, en pesos, sigue una distribución uniforme en el intervalo (10,30)

- a) Cual es la probabilidad que en una semana seleccionada al azar la demanda de este producto no alcance el valor de \$15
 - b) Cual es el valor de la demanda superada en el 35% de las semanas que se pudieran seleccionar?
 - c) Si se analizan 36 semanas, cual es la probabilidad que la demanda promedio supere los \$22?
- 2) Una muestra aleatoria de 25 observaciones extraídas de una población normal permitió diseñar la siguiente distribución de frecuencias absolutas:

Intervalos de clases	12 – 18	18 – 24	24 – 30	30 – 36
Frecuencias absolutas	5	8	9	3

La media muestral es de 23,4 y la desviación estándar de 5,74.

Utilizando esta información:

- a) Con un nivel de significación de 5%, probar si la media poblacional supera el valor 22
 - b) Si se acepta la hipótesis nula, solo si la media resulta inferior al valor critico 23,9, calcule la probabilidad de rechazarla cuando el verdadero valor de la media poblacional es 25.
 - c) Hallar un intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar poblacional.
 - d) Justifique las dos distribuciones muestrales utilizadas en el desarrollo de los incisos a) y e).
- 3) Que entiende por un estimador puntual? De ejemplos. Para una estimación por intervalo, deduzca el intervalo de la media de una población normal cuya varianza conocida.
- 4) Explícite como se genera la distribución muestral de las proporciones muestrales. Cuales son sus parámetros y que distribución de probabilidad sigue? Justifique e indique un caso en el cual se utilice.
- 5) Cual es el objetivo por el cual se realiza una prueba de hipótesis y cuales son los dos tipos de errores a los que se debe enfrentar al ejecutarla?

A.E.T.I. Todo el año junto a vos!!!

MODELO 6:

- 1) Una muestra aleatoria de 100 estudiantes matriculados en una universidad indico que el 90% de ellos están a favor de no rendir examen finales.
 - a) Estime en forma puntual la proporción de estudiantes que están en contra de los exámenes finales.
 - b) Halle un intervalo de confianza de 95% para la proporción total de estudiantes de esta universidad que están en contra de los exámenes finales.
 - c) Indique cual es el margen de error de la estimación anterior, proponiendo el tamaño que debería utilizarse para reducirlo a la mitad manteniendo el mismo nivel de confianza.
- 2) El prestador de un servicio de reparaciones eléctricas anuncia que el 10% de las llamadas que reciben son erróneas. Para comprobar su anuncio se tomo una muestra aleatoria de 200 llamadas, de las cuales 15 resultaron erróneas.
 - a) Con un nivel de significación de 1% considera usted que es correcto el anuncio de este prestador?
 - b) Calcule el nivel de significación alcanzado en la prueba para esta muestra.
 - c) Cual es la probabilidad de cometer un ET.11 si la verdadera proporción poblacional es de 0,12?
- 3) Explícite el significado de la Desigualdad de Chebyshev y presente un ejemplo concreto de su aplicación.
- 4) Intervalo de confianza para la varianza de una población normal: metodología para su construcción y gratificación.

A.E.T.I. Todo el año junto a vos!!!

MODELO 7:

1)

- a) Represente mediante un diagrama de árbol las distintas probabilidades para B_i , y para A y su complemento, adjudicando para cada resultado el valor de la probabilidad que corresponda, realice lo mismo mediante un diagrama de Venn y mediante una tabla de doble entrada.

$$P(A \cap B_1) = 0,16; P(A \cap B_2) = 0,24; P(A \cap B_3) = 0,40;$$

$$P(\bar{A} \cap B_1) = 0,04; P(\bar{A} \cap B_2) = 0,06; P(\bar{A} \cap B_3) = 0,10;$$

- b) ¿Si el espacio muestral “S” es infinito a que es igual la probabilidad condicional?

- 2) La siguiente tabla corresponde a una muestra aleatoria procedente de una base de datos que contiene la ficha técnica de los alumnos de un instituto privado.

Sexo	F	F	M	F	M	M	F	F
Procedencia	Neuquén	Bs As	Bs As	R. Negro	Neuquén	Bs As	R. Negro	Bs As
Materias aprobadas	6	8	5	7	8	7	9	8
Promedio (Y_i)	7	6	7	5	4	6	8	6

- a) Calcule un estimador puntual insesgado para la media; y otro para la varianza poblacional de la variable aleatoria “materias aprobadas”; y un estimador puntual insesgado para la proporción de la variable “procedencia de Bs. As”.
- b) Calcule un intervalo de confianza del 95% para la varianza y otro intervalo para la media, de la variable “materias aprobadas” de la base de datos.
- c) ¿Qué supuestos tuvo que realizar para resolver el punto anterior?
- d) Interprete los resultados de los intervalos logrados.
- e) Si la proporción de alumnos de procedencia de la Provincia de Bs. As. Hasta el año anterior fue del 70%. ¿Cuál sería la hipótesis nula? ¿y cual la alternativa que debería plantear a la luz los resultados de la muestra?
- f) ¿Qué tamaño de muestra hubiera necesitado para llevar a cabo la correspondiente prueba de hipótesis del punto anterior con una confianza del 95%, con una precisión de mas menos (+/-) 0,05?
- 3) De 10 pacientes a los que se les aplico una droga 9 respondieron en el tiempo y forma esperada. En la administración se selecciono de manera aleatoria a 4 de los 10 pacientes con objeto de solicitarle una opinión integral sobre el servicio.
- a) ¿Qué probabilidad hat de que 3 de los 4 pacientes seleccionados sean de los que se recuperaron en tiempo y forma?
- b) Por año, se tratan aproximadamente 4000 pacientes con la mencionada droga. Si se sabe que el 90% tienen una reacción favorable.
¿Qué probabilidad hay de que 3 de 4 pacientes seleccionados de manera aleatoria se recuperen en tiempo y forma?

A.E.T.I. Todo el año junto a vos!!!

MODELO 8:

- 1) Se ha asignado a un equipo de rescate las emergencias que ocurran en un tramo del río de cuatro kilómetros de largo. La experiencia indica que la distancia en este tramo en que ocurre la emergencia, puede representarse mediante una distribución uniforme, distribuida en el rango que va desde 0 a 4 kilómetros. Si X representa la distancia en que ocurre la emergencia su función de densidad es:

$$f(x) = \begin{cases} 0,25 & \text{para } 0 < x < 4 \\ 0 & \text{para valor de } x \end{cases}$$

- a) Dibuje la función de densidad.
 - b) Halle y dibuje la función de distribución acumulada.
 - c) El equipo de emergencia tiene su base en el centro de este tramo de río. Hallar la probabilidad de que ocurra una emergencia a más de 1,5 kilómetros de la base.
- 2) Desarrolle las propiedades de la función de distribución acumulada.
- 3) Un estudio acerca de los trabajadores de dos plantas de una empresa manufacturera incluye la pregunta: “¿Cuan efectiva es la gerencia responder a las legítimas quejas de los trabajadores?”. En la planta uno, 48 de 192 trabajadores contestaron “poco efectiva”, una respuesta desfavorable; en la planta dos, 80 de 248 respondieron “poco efectiva”. Se va a seleccionar aleatoriamente a un empleado de la empresa manufacturera. Sea A el suceso “el trabajador procede de la planta 1” y B el suceso “la respuesta es desfavorable”.
- a) Encuentre $P(A)$, $P(B)$, y $P(A \cap B)$.
 - b) ¿Son independientes los eventos A y B ?
 - c) Encuentre $P(A/B)$ y $P(B/\bar{A})$. ¿Son iguales?