2do parcial - AMII

viernes, 2 de diciembre de 2022 16:09

2do parcial
- AMII irin...

UTN - FRBA 2º PARCIAL ANÁLISIS MATEMÁTICO II 02/12/2022

Apellido y Nombre:.. .... LEGAJO UTN:..

Teóricos				Prácticos				Calificación con promoción	Calificación para firma de T.P.
1		2		1	2	3	4		
M	B	B	B	M	B	R+	B	8	

complemento 1er examen

PARTE TEÓRICA

T1)

a. Determine cómo se construye la solución general de una ecuación diferencial homogénea de orden superior al primero con coeficientes constantes. Indique todas las situaciones posibles.

b. Halle la solución particular de la ecuación diferencial: $y'' + 9y = 12$ sabiendo que en el punto $(0,5)$ la función tiene recta tangente paralela a la recta de ecuación $y = x - 1$.

T2)

a. Enuncie el teorema de Green y proponga una expresión que permita calcular el área de una región limitada mediante integrales de línea.

b. Sea un campo de velocidades $\vec{f} = (P(x,y), Q(x,y)) \in C^1$, si $\frac{\partial P}{\partial y} = k + \frac{\partial Q}{\partial x}$ con $k \in \mathbb{R} - \{0\}$.

Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la frontera de la región definida por: $|x + y| \leq 1$, con $|x| \leq 1$, recorrida en sentido positivo.

PARTE PRACTICA

P1. Calcule la siguiente integral utilizando un cambio de variables apropiado:

$$\iint_R e^{x+y}\, .dA \text{ donde } R \text{ está dada por la desigualdad: } \frac{|x|}{2} + \frac{|y|}{3} \leq 1.$$

P2. Considerando el campo vectorial $\vec{f}(x,y,z) = (e^x \cos(y) + yz\, ; xz - e^x sen(y)\, ;\ xy + z)$

Calcule. $\int_C \vec{f}\, .d\vec{l}$ donde C es la curva parametrizada por. $\vec{\alpha}: [1,2] \to R^3$ /

$$\vec{\alpha}(t) = \left(t^2 - 3t + 2\, , arcsen\left(\frac{\sqrt{t+1}}{2}\right), 2t\ \right) \text{ con } t \in [1,2]$$

P3. Calcule el trabajo realizado por el campo de fuerzas $\vec{h}(x,y,z) = (x^2 + z^2; x^2 + y^2;\ z^2 + y^2)$ al mover una partícula por la curva C intersección de las esfera: $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ con los planos coordenados para $x, y, z \geq 0$. Represente gráficamente el sentido de circulación calculado.

P4. Dado el campo vectorial $I(x,y,z) = (z\, arctan(y^2)\, ;\ z^3\, ln(x^2 + 1);\ z)$. Encuentre el flujo de $\vec{I}$ que atraviesa la porción de la superficie de ecuación $-x^2 - y^2 + z = -2$ que está debajo del plano $z = -1$ y está orientado con su tercera componente hacia las z positivas .

Hoja N° 1

2° PARCIAL ANÁLISIS MATEMÁTICO II 02/12

NOMBRE:
CURSO: Z2001
DOCENTE: MIGUEL ALBIONE

T1) 6) $y'' + 9y = 12$

1) Encuentro la solución de la homogénea asociada

$y'' + 9y = 0$

Ecuación característica $\downarrow$

$R^2 + 9 = 0$

$R^2 = -9$

$R = \sqrt{-1 \cdot 9}$

$R = \pm 3i$

$y_H = e^{\alpha x} \cdot (C_1 \cos(3x) + C_2 \cdot \operatorname{sen}(3x))$

$y_H = e^0 \cdot (C_1 \cdot \cos(3x) + C_2 \cdot \operatorname{sen}(3x))$

$\boxed{y_H = C_1 \cdot \cos(3x) + C_2 \cdot \operatorname{sen}(3x)}$

2) Encuentro la solución de la EDO

$y'' + 9y = 12 \longrightarrow$ PROPONGO $y_P = k$

$y_P' = 0$

$y_P'' = 0$

$\downarrow$

$0 + 9 \cdot k = 12$

$k = 12/9$

$k = 4/3$

$\boxed{y_P = 4/3}$

3) Solución general $\longrightarrow y_G = y_P + y_H$

$\boxed{y_G = C_1 \cdot \cos(3x) + C_2 \cdot \operatorname{sen}(3x) + 4/3}$

4) Busco la solución particular

$y(0) = 5$

$y'(0) = 1$

$y_G = C_1 \cdot \cos(3x) + C_2 \cdot \operatorname{sen}(3x) + 4/3$

$5 = C_1 \cdot \cos(0) + C_2 \cdot \cancel{\operatorname{sen}}(0) + 4/3$

$5 = C_1 + 4/3$

$5 - \frac{4}{3} = C_1$

$\frac{15 - 4}{3} = C_1$

$\boxed{\frac{11}{3} = C_1}$

$y_G' = -3C_1 \operatorname{sen}(3x) + 3C_2 \cdot \cos(3x)$

$\downarrow$

$1 = -3 C_1 \cdot \cancel{\operatorname{sen}(0)} + 3 \cdot C_2 \cdot \cos(0)$

$1 = 3C_2$

$\boxed{\frac{1}{3} = C_2}$

RTA FINAL:

$$\boxed{y_P = \frac{11}{3} \cdot \cos(3x) + \frac{1}{3} \operatorname{sen}(3x) + \frac{4}{3}}$$

Scanned with CamScanner

(1) a) La solución general de una ecuación diferencial homogénea de orden superior al primero se escribe dependiendo de el tipo de las raíces de su ecuación característica

¿Como es la expresión de una edo homogenea de orden superior? ¿Que forma tienen sus soluciones?

¿que es la ecuación caracteristica?

- Si las raíces son distintas $\in \mathbb{R}$

$$R_1 \neq R_2 \rightarrow \underline{y_H = C_1 \cdot e^{R_1 x} + C_2 \cdot e^{R_2 x}}$$

- Si las raíces son iguales $\in \mathbb{R}$

$$R = R_1 = R_2 \longrightarrow \underline{y_H = C_1 \cdot e^{Rx} + C_2 \cdot x \cdot e^{Rx}}$$

- Si las raíces son complejas

$$R = a \pm bi \longrightarrow \underline{y_H = e^{ax} \cdot (C_1 \cdot \cos(bx) + C_2 \cdot \operatorname{sen}(bx))}$$

¿Como deben ser las soluciones halladas en la ecuacion caracteristica para generar la sl general del homogenea?

Scanned with CamScanner

Hoja Nº 2

T2) TEOREMA DE GREEN

a)

Sea $\bar{F}: D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 / \bar{F}(x,y) = (P(x,y), Q(x,y))$

Sea $\bar{F} \in C^1(D)$ y D abierto

Sea A un recinto compacto y simplemente conexo con frontera ∂A. Frontera ∂A

Sea ∂A una curva cerrada, simple, regular o regular a trozos y orientada positivamente.

Estén A y ∂A incluidos en el dominio de $\bar{F}$ (D)

Entonces se cumple:

$$\boxed{\oint_{\partial A} \bar{F} \cdot \bar{ds} = \iint_A \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx\, dy}$$

[illegible] con que $Q'_x - P'_y = K \in \mathbb{R} - \{0\}$

Para calcular el área de una región mediante una integral de línea tendría que ocurrir $\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} = 1$ ya que

Si consideramos que se cumplen todas las hipótesis mencionadas anteriormente ocurre

$$\oint_{\partial A} \bar{F} \cdot ds = \iint_A \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\, dx\, dy = \iint_A 1\, dx\, dy = \text{Area}(A)$$

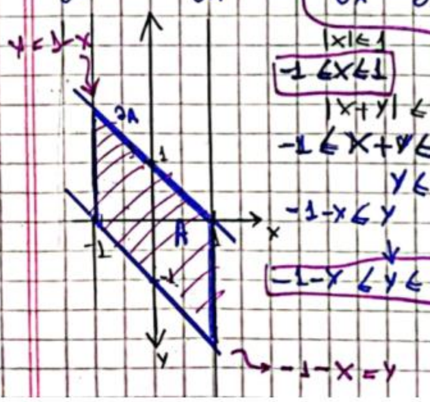
Entonces si $\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} = 1 \longrightarrow \boxed{\oint_{\partial A} \bar{F} \cdot ds = \text{AREA}(A)}$

Una función vectorial que cumple todas las hipótesis mencionadas y además sirve para calcular el área de un recinto o región es $\boxed{F(x,y) = (0, x)}$

$$\boxed{\oint_{\partial A} (0,x) \cdot ds = \text{AREA}(A)}$$

T2) b) $\bar{F} = (P(x,y), Q(x,y))$
$\in C^1$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = k + \frac{\partial Q}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} = -k$$



$|x| \leq 1$

$\boxed{-1 \leq x \leq 1}$

$|x+y| \leq 1$

$-1 \leq x + y \leq 1$

$y \leq 1 - x$

$-1 - x \leq y$

$\boxed{-1 - x \leq y \leq 1 - x}$

Como el recinto A es simplemente conexo y acotado, ∂A es la curva frontera del recinto cerrada simple y regular a trozos. Como A y ∂A están incluidas en $\mathbb{R}^2$ puedo utilizar el teorema de Green

$$\oint_{\partial A} \bar{F} \cdot ds = \iint_A \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\, dx\, dy$$

$$= \iint_A -k\, dx\, dy$$

Sigo del otro lado

$$\oint_{\partial A} \bar{F} \cdot dS = \iint_A \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\, dx\, dy = \iint_A -k \, dx\, dy = \int_{-1}^{1} \int_{-1-x}^{1-x} -k \, dx\, dy$$

$$\boxed{\begin{array}{l} -1 \leq x \leq 1 \\ -1-x \leq y \leq 1-x \end{array}} \quad -k \int_{-1}^{1} y \Big|_{-1-x}^{1-x} dx = -k \int_{-1}^{1} (1-x-(-1-x))\, dx$$

$$-k \int_{-1}^{1} (1-x+1+x)\, dx = -k \int_{-1}^{1} 2\, dx = -k \cdot 2x \Big|_{-1}^{1}$$

$$-k \cdot 2(1-(-1)) = -k \cdot 2(1+1) = -k\, 2 \cdot 2 = \boxed{-4k}$$

$$\boxed{\oint_{\partial A} \bar{F} \cdot dS = -4k}$$ RTA FINAL

(P4) $\bar{I}(x,y,z) = (z \cdot \arctan(y^2),\ z^3 \ln(x^2+1),\ z)$

$\operatorname{div} \bar{I} = 0 + 0 + 1 = \boxed{1}$ $\quad \boxed{\operatorname{div} \bar{I} = 1}$ $\quad \boxed{S = S_1 \cup S_2}$

$-x^2 - y^2 + z = -2$

$z + 2 = x^2 + y^2$

Como $\bar{I} \in C^1(\mathbb{R}^3)$

Como el volumen V es un sólido simple con superficie frontera S.

Como S es una superficie CERRADA, simple, regular y orientada con las normales exteriores

Como S y V están incluidos en $\mathbb{R}^3$

Utilizo el teorema de Gauss. que indica

$$\iint_S \bar{I} \cdot \bar{N} \cdot d\sigma = \iiint_V \operatorname{div} \bar{I}\, dx\, dy\, dz$$

$$\iint_{S_1} \bar{I} \cdot \bar{N} \cdot d\sigma + \iint_{S_2} \bar{I} \cdot \bar{N} \cdot d\sigma = \iiint_V \operatorname{div} \bar{I}\, dx\, dy\, dz$$

$$\iint_{S_1} \bar{I} \cdot \bar{N} \cdot d\sigma = \underbrace{\iiint_V 1\, dx\, dy\, dz}_{1*} - \underbrace{\iint_{S_2} \bar{I} \cdot \bar{N} \cdot d\sigma}_{2*}$$

esto es debido a que el teorema de Gauss nos da el flujo de la sup orientada con las z hacia abajo

Las integrales correspondientes están en la siguiente página

$$= \frac{\pi}{2} - (-2\pi)$$

$$= \frac{\pi}{2} + 2\pi$$

$$\boxed{\iint_{S_1} \bar{I} \cdot \bar{N} \cdot d\sigma = \frac{5}{2}\pi}$$

Como me piden que la superficie este orientada con sus normal hacia los z positivos el flujo que me piden es $\boxed{-\frac{5}{2}\pi}$

coherente con el error

Scanned with CamScanner

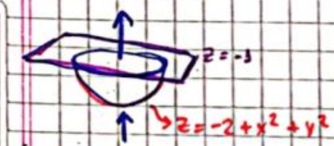
Hoja Nº 3

1) $\iiint_V 1\, dx\,dy\,dz = \iiint_V dx\,dy\,dz$

$-x^2-y^2+z=-2$

$z \geq -2+x^2+y^2$

$z \leq -1$



$z \geq -2+x^2+y^2$

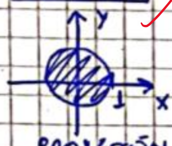
$z \geq -2+R^2$

Si $z=-1$

$-x^2-y^2+z=-2$

$-x^2-y^2-1=-2$

$\underline{1 = x^2+y^2}$



PROYECCIÓN EN XY

Voy a utilizar el cambio de variables empleando coordenadas cilíndricas

$$\begin{cases} z = z \\ x = R.\cos\theta \\ y = R.\operatorname{sen}\theta \end{cases}$$

$|J| = R$

$0 \leq R \leq 1$

$0 \leq \theta \leq 2\pi$

$-2+R^2 \leq z \leq -1$

$\iiint_V dx\,dy\,dz = \iiint_H dR\,d\theta\,dz = \int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_{-2+R^2}^{-1} R\,dz\,d\theta\,dR$

$\int_0^{2\pi} d\theta \cdot \int_0^1 \int_{-2+R^2}^{-1} R\,dz\,dR = 2\pi \cdot \int_0^1 R\left[-1-(-2+R^2)\right] dR$

$2\pi \cdot \int_0^1 R.\left[-1+2-R^2\right] dR = 2\pi \cdot \int_0^1 R.(1-R^2)\,dR$

$2\pi \int_0^1 R - R^3\, dR = 2\pi \cdot \left[\frac{R^2}{2} - \frac{R^4}{4}\Big|_0^1\right] = 2\pi\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right] = 2\pi \cdot \frac{1}{4} = \boxed{\frac{\pi}{2}}$

2) $\iint_S \bar{F}.\bar{N}.\,d\sigma \rightarrow$ La superficie de la tapa es el plano $\underline{z=1}$. Utilizo la sup. definida de forma implícita

$\iint_S \bar{F}\bar{N}\,d\sigma = \iint_{D_{xy}} \bar{F} \cdot \frac{\nabla G(x,y,z)}{|G'z|} dx\,dy$

$G(x,y,z) = z+1$

$\nabla G(x,y,z) = (0,0,1)$ → Normal saliente

$\iint_{D_{xy}} \bar{F} \cdot \frac{(0,0,1)}{|1|} dx\,dy = \iint_{D_{xy}} z\,dx\,dy \Big|_{z=-1} = \iint_{D_{xy}} -1\,dx\,dy$

$\frac{\pi}{2}+2\pi = \frac{\pi+4\pi}{2}$

$= -\iint_{D_{xy}} dx\,dy = -\text{AREA}(D_{xy}) = \boxed{-2\pi}$

mal

Usamos la fórmula de perímetro de longitud de arco

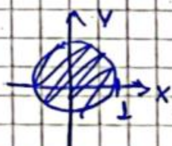
si $z=1$

$-x^2-y^2+z=-2$

$z+2 = x^2+y^2$

$-1+2 = x^2+y^2$

$1 = x^2+y^2$



$\text{AREA} = 2\pi.R$

$2\pi.1 = 2\pi$

mal -1

el cambio propuesto no es bueno

Hoja Nº

1) $\iint_R e^{x+y}.\,dA$ donde $R = \frac{|x|}{2}+\frac{|y|}{3} \leq 1$

$\frac{|3x+2y|}{6} \leq 1$

$-6 \leq |3x+2y| \leq 6$

$-6-3x \leq 2y \leq 6-3x$

$-3-\frac{3}{2}x \leq y \leq 3-\frac{3}{2}x$

$U = x$

$V = x+y \rightarrow \underline{y = V-x}$
$\underline{y = V-U}$

$H: D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \,/\, H(u,v) = (u,V)$

$J_H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = 1$

$|J| = 1$

$\iint_R e^{x+y}\,dx\,dy = \iint_D e^{v}|J|\,du\,dv = \iint_D e^{v}\,du\,dv$

el cambio propuesto no es bueno

1) $\iint_R e^{x+y}\, dA$ donde $R = \frac{|x|}{2} + \frac{|y|}{3} \leq 1$

$\frac{|3x+2y|}{6} \leq 1$

$-6 \leq |3x+2y| \leq 6$

$-6-3x \leq 2y \leq 6-3x$

$-3-\frac{3}{2}x \leq y \leq 3-\frac{3}{2}x$

$U = x$, $V = x+y$ → $y = V - X$, $y = V - U$

$H: D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 / H(u,v) = (u, v)$

$J_H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = 1$

$|J| = 1$

$\iint_R e^{x+y}\, dx\, dy = \iint_D e^v |J|\, du\, dv = \iint_D e^v\, du\, dv$

$F(x,y) = e^{x+y}$

$F[H(u,v)] = F(u, v-u) = e^{u+v-u} = e^v$

$\int_0^2 \int_{-3+\frac{5}{2}u}^{3-\frac{1}{2}u} e^v\, dv\, du$

$\int_0^2 e^v \Big|_{-3+\frac{5}{2}u}^{3-\frac{1}{2}u} du$

$\int_0^2 e^{(3-\frac{1}{2}u)} - e^{(-3+\frac{5}{2}u)}$

No llegué a terminar por tema para estudiar así :(

$\frac{|x|}{2} + \frac{|y|}{3} \leq 1$

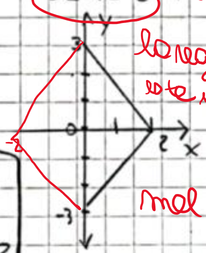
$\frac{|y|}{3} \leq 1 - \frac{|x|}{2}$

$-3+\frac{3}{2}|x| \leq y \leq 3 - \frac{3}{2}|x|$

$0 \leq x \leq 2$ no

la región está incompleta

mal planteado



$0 \leq u \leq 2$

$-3+\frac{3}{2}u \leq v - u \leq 3 - \frac{3}{2}u$

$-3+\frac{5}{2}u \leq v \leq 3 - \frac{1}{2}u$

RTA FINAL

$F(x,y)$

$-3-\frac{3}{2}u \leq v-u$

$-3 = \frac{u}{2}$, $-6 = u$

$\frac{u}{2} = 3$

~~$\frac{|x|}{2} + \frac{|v-u|}{3} \leq 1$~~

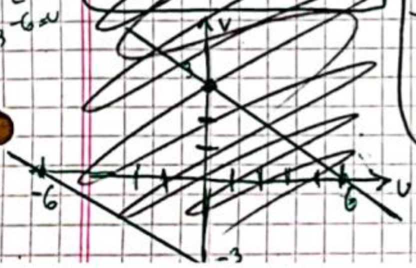
~~$\frac{|3u+2v-2u|}{6} \leq 1$~~

~~$-6 \leq u+2v \leq 6$~~

~~$-6-2v \leq u \leq 6-2v$~~

~~$-6-u \leq 2v \leq 6-u$~~

~~$-3-\frac{u}{2} \leq v \leq 3-\frac{u}{2}$~~



Hoja Nº 4

Nombre
Curso
Materia

P3) $\bar{H}(x,y,z) = (x^2+z^2, x^2+y^2, z^2+y^2)$

$$\text{ROT } \bar{H} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2+z^2 & x^2+y^2 & z^2+y^2 \end{vmatrix} = (2y, 2z, 2x)$$

Como $\bar{H} \in C^1(\mathbb{R}^3)$
Como la sup. S es una superficie abierta, simple, regular y orientable con curva frontera ∂S.
Como ∂S es una curva cerrada, simple y regular.
Como ∂S y S están incluidas en $\mathbb{R}^3$
Puedo utilizar el teorema de Stokes, que indica.

$$\boxed{\oint_{\partial S} \bar{H} \cdot d\bar{s} = \iint_S \text{ROT } \bar{H} \cdot \bar{N} \, d\sigma}$$

$z = \sqrt{4-x^2-y^2}$

Considero S la superficie $x^2+y^2+z^2=4$
Utilizo la superficie definida de manera implícita / $G(x,y,z) = x^2+y^2+z^2-4$
$\nabla G(x,y,z) = (2x, 2y, 2z)$

PROYECTO EN XY

$$\iint_S \text{ROT } \bar{H} \cdot \bar{N} \cdot d\sigma = \iint_S (2y, 2z, 2x) \cdot \bar{N} \cdot d\sigma$$

$$\iint_{Dxy} (2y, 2z, 2x) \cdot \frac{\nabla G(x,y,z)}{|G'z|} dx\,dy = \iint_{Dxy} (2y, 2z, 2x) \cdot \frac{(2x, 2y, 2z)}{|2z|} dx\,dy$$

Como $z \geq 0$ puedo sacar el módulo

$$\iint_{Dxy} \frac{4xy + 4zy + 4zx}{2z} = \iint_{D^*} \frac{2\varrho^2 \cos\theta \operatorname{sen}\theta + 2\sqrt{4-\varrho^2}\,\varrho \operatorname{sen}\theta + 2\sqrt{4-\varrho^2}\,\varrho\cos\theta}{\sqrt{4-\varrho^2}} \cdot \varrho \, d\varrho\, d\theta$$

PROYECTO EN XY

$0 \leq \varrho \leq 2$
$0 \leq \theta \leq \pi/2$

$z = \sqrt{4-\varrho^2}$
$|J| = \varrho$

Utilizando cambio de variables y empleando coordenadas polares

$x = \varrho \cdot \cos\theta$
$y = \varrho \cdot \operatorname{sen}\theta$

$$\iint_{D^*} \frac{2\varrho^3 \cos\theta \operatorname{sen}\theta}{\sqrt{4-\varrho^2}} + 2\varrho^2 \operatorname{sen}\theta + 2\varrho^2 \cos\theta \; d\varrho\, d\theta$$

1)

$$\int_0^2 \int_0^{\pi/2} \frac{2\varrho^3 \cos\theta \operatorname{sen}\theta}{\sqrt{4-\varrho^2}} d\theta\, d\varrho$$

$\int \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta$
$z = \operatorname{sen}\theta$
$dz = \cos\theta\, d\theta$
$\int z\, dz$
$\frac{z^2}{2}$
$\frac{\operatorname{sen}^2\theta}{2}$

$$\int_0^2 \frac{2\varrho^3}{\sqrt{4-\varrho^2}} \cdot \frac{\operatorname{sen}^2\theta}{2}\Big|_0^{\pi/2}$$

$$\int_0^2 \frac{\varrho^3}{\sqrt{4-\varrho^2}} d\varrho$$

$$\int_0^2 \frac{\varrho^2}{\sqrt{4-\varrho^2}} \varrho \, d\varrho$$

$z - 4 = -\varrho^2$
$\varrho^2 = 4 - z$

$z = 4 - \varrho^2$
$dz = -2\varrho\, d\varrho$
$\frac{dz}{-2} = \varrho \cdot d\varrho$

$$\int \frac{4-z}{\sqrt{z}} \frac{dz}{-2}$$

$$\int_4^0 \frac{4-z}{\sqrt{z}} \frac{dz}{-2} =$$

$$-\frac{1}{2}\int_4^0 \frac{4-z}{\sqrt{z}} dz$$

$$-\frac{1}{2}\int \frac{4}{\sqrt{z}} - \frac{z}{\sqrt{z}} dz$$

$$-\frac{1}{2}\int 4 \cdot z^{-1/2} - z^{1/2} dz$$

$\frac{z}{z^{1/2}}$
z
$z : z^{1/2}$
$z \cdot z^{-1/2}$
$z^{1/2}$

$$-\frac{1}{2}\left[\frac{4 \cdot z^{1/2}}{1/2} - \frac{z^{3/2}}{3/2}\right]$$

$$-\frac{1}{4}\left[4 \cdot \sqrt{z} : \frac{1}{2} - z^{3/2} : \frac{3}{2}\right]$$

$$-\frac{1}{4}\left[8\sqrt{z} - z^{3/2} \cdot \frac{2}{3}\right]$$

$$\iint_{D^*} \frac{2\varrho^3 \cos\theta \operatorname{sen}\theta}{4-\varrho^2} d\varrho\, d\theta + \iint_{D^*} 2\varrho^2 \operatorname{sen}\theta + 2\varrho^2 \cos\theta$$

$$2 + \frac{32}{3} + \int_0^{\pi/2}\int_0^2 2\varrho^2 \operatorname{sen}\theta + 2\varrho^2 \cos\theta \, d\varrho\, d\theta$$

$$\int_0^{\pi/2} \frac{2\varrho^3}{3}\operatorname{sen}\theta + \frac{2\varrho^3}{3}\cos\theta \Big|_0^2 d\theta$$

$$\int_0^{\pi/2} \frac{16}{3}\operatorname{sen}\theta + \frac{16}{3}\cos\theta \, d\theta$$

$$-\frac{16}{3}\cos\theta + \frac{16}{3}\operatorname{sen}\theta \Big|_0^{\pi/2}$$

$$-\frac{16}{3}\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{16}{3}\operatorname{sen}\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{16}{3}\cos 0 + \cancel{\frac{16}{3}\operatorname{sen} 0}\right)$$

$$\frac{16}{3} + \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$$

(5) $\int_4 \frac{4-z}{\sqrt{z}} \frac{\partial z}{-2} =$

$-\frac{1}{2}\int_4 \frac{4-z}{\sqrt{z}}\,\partial z$

$-\frac{1}{2}\int \frac{4}{\sqrt{z}} - \frac{z}{\sqrt{z}}\,\partial z$

$-\frac{1}{2}\int 4 \cdot z^{-1/2} - z^{1/2}\,d\theta$

$-\frac{1}{2}\left[\frac{4 \cdot z^{1/2}}{1/2} - \frac{z^{3/2}}{3/2}\right]$

$-\frac{1}{4}\left[4 \cdot \sqrt{z} : \frac{1}{2} - z^{3/2} : \frac{3}{2}\right]$

$-\frac{1}{4}\left[8\sqrt{z} - z^{3/2} \cdot \frac{2}{3}\right]$

$-\frac{\sqrt{z}}{2} + \frac{z^{3/2}}{6}$

$\boxed{-\frac{\sqrt{4-R^2}}{2} + \frac{(4-R^2)^{3/2}}{6}}$

$-\frac{\sqrt{4-R^2}}{2} + \frac{(4-R^2)^{3/2}}{6}\Big|_0^2$

$0 + 0 - \left(-\frac{\sqrt{4}}{2} + \frac{4^{3/2}}{6}\right)$

$\frac{4}{2} + \frac{\sqrt{4^3}}{6}$

$2 + \frac{64}{6} = \boxed{2 + \frac{32}{3}}$

$\frac{z}{z^{1/2}}$

z

$z : z^{-1/2}$

$z \cdot z^{-1/2}$

$z^{1/2}$

erraste un error de calculo.

$\iint_{D^*} \frac{2R^3 \cos\theta \,\mathrm{sen}\,\theta}{4-R^2}\,dR\,d\theta + \iint_{D^*} 2R^2 \mathrm{sen}\,\theta + 2R^2\cos\theta$

$2 + \frac{32}{3} + \int_0^{\pi/2}\int_0^2 2R^2 \mathrm{sen}\,\theta + 2R^2\cos\theta \; dR\,d\theta$

$\int_0^{\pi/2} \frac{2R^3}{3}\mathrm{sen}\,\theta + \frac{2R^3}{3}\cos\theta \Big|_0^2 d\theta$

$\int_0^{\pi/2} \frac{16}{3}\mathrm{sen}\,\theta + \frac{16}{3}\cos\theta\,d\theta$

$-\frac{16}{3}\cos\theta + \frac{16}{3}\mathrm{sen}\,\theta \Big|_0^{\pi/2}$

$-\cancel{\frac{16}{3}\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)} + \frac{16}{3}\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{16}{3}\cos 0 + \cancel{\frac{16}{3}\mathrm{sen}\,0}\right)$

$\frac{16}{3} + \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$

$2 + \frac{32}{3} + \frac{32}{3}$

$\boxed{2 + \frac{64}{3}} = \frac{6+64}{3} = \boxed{\frac{100}{3}}$

Como lo dió $\frac{100}{3}$?

$\boxed{\iint_S \vec{H} \cdot d\vec{S} = \frac{100}{3}}$

RTA FINAL

FECHA

NOTA

Scanned with CamScanner

POR DEFINICIÓN ES COMPLICADO

Ⓟ2 $\bar{F}(x,y,z) = (\underbrace{e^x.\cos(y) + yz}_{P(x,y,z)}, \underbrace{xz - e^x \operatorname{sen}(y)}_{Q(x,y,z)}; \underbrace{xy + z}_{R(x,y,z)})$

$\gamma : [1,2] \to \mathbb{R}^3 \;/\; \alpha(t) = \left(t^2 - 3t + 2,\ \operatorname{arcsen}\left(\sqrt{\frac{t+1}{2}}\right),\ 2t\right)$

$\alpha'(t) = (2t-3, ?, ?)$

$\operatorname{arcsen}\left(\sqrt{\frac{t+1}{2}}\right) = \frac{1}{\operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{t+1}{2}}\right)}$

MODO 2

$$J_F = \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} & \frac{\partial P}{\partial y} & \frac{\partial P}{\partial z} \\ \frac{\partial Q}{\partial x} & \frac{\partial Q}{\partial y} & \frac{\partial Q}{\partial z} \\ \frac{\partial R}{\partial x} & \frac{\partial R}{\partial y} & \frac{\partial R}{\partial z} \end{pmatrix}$$

$\frac{\partial P}{\partial y} = -e^x.\operatorname{sen}(y) + z$ ✓

$\frac{\partial Q}{\partial x} = z - e^x.\operatorname{sen}(y)$

$\frac{\partial P}{\partial z} = y = \frac{\partial R}{\partial x}$ ✓

$\frac{\partial R}{\partial y} = x = \frac{\partial Q}{\partial z}$ ✓

Como $F \in C^1(\mathbb{R}^2)$, $\mathbb{R}^2$ es un dominio simplemente conexo y la matriz Jacobiana es simétrica, se cumple la condición necesaria y suficiente para la existencia de función potencial $\to$ El campo es conservativo

Es decir que $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \;/\; \nabla\phi = F(x,y,z)$

$$\begin{cases} P(x,y,z) = \frac{\partial \phi}{\partial x} \longrightarrow (a)\ e^x.\cos(y) + yz = \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ Q(x,y,z) = \frac{\partial \phi}{\partial y} \longrightarrow (b)\ xz - e^x \operatorname{sen}(y) = \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ R(x,y,z) = \frac{\partial \phi}{\partial z} \longrightarrow (c)\ xy + z = \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{cases}$$

① integro MAM en función de z

$\int (xy + z)\, dz = \int \frac{\partial \phi}{\partial z}\, dz$

$xyz + \frac{z^2}{2} + \alpha(x,y) = \phi(x,y,z)$

② derivo MAM en función de x

$yz + \frac{\partial \alpha}{\partial x}(x,y) = \frac{\partial \phi}{\partial x}$

③ igualo a (a)

$yz + \frac{\partial \alpha}{\partial x}(x,y) = e^x.\cos(y) + yz$

$\frac{\partial \alpha(x,y)}{\partial x} = e^x.\cos(y)$

④ integro MAM en función de x

$\int \frac{\partial \alpha(x,y)}{\partial x}\, dx = \int e^x \cos(y)\, \partial x$

$\alpha(x,y) = e^x.\cos(y) + B(y)$

$xyz + \frac{z^2}{2} + e^x.\cos(y) + B(y) = \phi(x,y,z)$

⑤ derivo MAM en función de y

$xz - e^x \operatorname{sen}(y) + B'(y) = \frac{\partial \phi}{\partial y}(x,y,z)$

⑥ igualamos a (b)

$xz - e^x \operatorname{sen}(y) + B'(y) = xz - e^x \operatorname{sen}(y)$

$B'(y) = 0$

$B(y) = k$

sigo en la sig pag $\to$

HOJA N°

FECHA

$B(y) = k$

$$\boxed{\phi(x,y,z) = xyz + \frac{z^2}{2} + e^x \cos(y) + k}$$

FAMILIA DE FUNCIONES POTENCIALES

Para calcular la circulación usaré ~~la~~ función con $k=0$

$$\boxed{\phi^*(x,y,z) = xyz + \frac{z^2}{2} + e^x \cos(y)}$$

Como el campo es conservativo debido a las hipótesis mencionadas previamente, se cumple el teorema de independencia de la trayectoria que indica

$\int_C \bar{F}\, d\bar{L} = \phi(B) - \phi(A)$ Siendo C la curva asociada a la parametrización y siendo $\underbrace{B = \gamma(2)}_{\text{PUNTO FINAL}}$ y $\underbrace{A = \gamma(1)}_{\text{PUNTO INICIAL}}$

$\operatorname{arcsen} \frac{\sqrt{2}}{2}$ no de cero

$\gamma(1) = (1 - 3 + 2, \operatorname{arcsen}(0), 2) = (0, 0, 2)$

arcsen $\frac{\sqrt{2}}{2}$ no de cero

$\gamma(1) = (1-3+2, \arcsin(0), 2) = (0,0,2)$

$\gamma(2) = (4-3.2+2, \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right), 2.2) = (0, \frac{\pi}{3}, 4)$

	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
sen	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
cos	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0

$\text{sen}(\pi/3) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\pi/3 = \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$\phi^*(0,0,2) = 0 + \frac{4}{2} + e^0 \cdot \cos(0) = 2+1 = \boxed{3}$

$\phi^*(0,\frac{\pi}{3},4) = 0, \frac{16}{2} + e^0 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 8 + \frac{1}{2} = \frac{16+1}{2} = \boxed{\frac{17}{2}}$

$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{l} = \phi(\gamma(2)) - \phi(\gamma(1)) = \phi(0,\frac{\pi}{3},4) - \phi(0,0,2) = \frac{17}{2} - 3 = \frac{17-6}{2} = \frac{11}{2}$

$$\boxed{\int_C \vec{F} \cdot d\vec{l} = \frac{11}{2}}$$

RTA FINAL

NOTA

Scanned with CamScanner