μ_x: Como se calcula se vuelve una constante.

Ejercicio:

Demuestre que:

$$Var\{x\} = \mathcal{E}\{\overbrace{(x-\mu_x)^2}^{\text{señal}}\} = \mathcal{E}\{x^2\} - \mathcal{E}^2\{x\}$$

$$Cov\{x,y\} = \mathcal{E}_{x,y}\{(x-\mu_x)(y-\mu_y)\}$$

$$= \mathcal{E}_{x,y}\{xy\} - \mathcal{E}\{x\}\mathcal{E}\{y\}$$

$$Cov(\mathbb{X},\mathbb{Y}) = \mathcal{E}_{x,y}\{\mathbb{X}\mathbb{Y}^T\} - \mathcal{E}\{\mathbb{X}\mathbb{Y}^T\} - \mathcal{E}\{\mathbb{X}\}\mathcal{E}\{\mathbb{Y}\}$$

$$\mathbb{X},\mathbb{Y} \in \mathbb{R}^{Dx}$$

Solución

- $Var\{x\} = \mathcal{E}\{(x-\mu_x)^2\} = \mathcal{E}\{x^2\} - \mathcal{E}^2\{x\}$

$$= \mathcal{E}\{(x^2 - 2x\mu_x + \mu_x^2)\} = \mathcal{E}\{x^2\} - \mathcal{E}^2\{x\}$$

$$= \mathcal{E}\{x^2\} - \mathcal{E}\{2x\mu_x\} + \mathcal{E}\{\mu_x^2\} =$$

$\mu_x = \text{Const.}$

$$= \mathcal{E}\{x^2\} - 2\mathcal{E}\{x\mu_x\} + \mathcal{E}\{\mu_x^2\}$$

$$= \mathcal{E}\{x^2\} - 2\mu_x \underbrace{\mathcal{E}\{x\}}_{①} + \mu_x^2$$

Nota: $\mathcal{E}_x\{A\} = \int_x A\,P(x)\,dx = A = 1$ constante

$\mu_x = \mathcal{E}\{x\}$

$$= \mathcal{E}\{x^2\} - \overbrace{2\mu_x\mu_x}^{-2\mu_x^2} + \mu_x^2 = \mathcal{E}\{x^2\} - \mu_x^2$$

$$= \mathcal{E}\{x^2\} - (\mathcal{E}\{x\})^2 = \mathcal{E}\{x^2\} - \mathcal{E}^2\{x\}$$

$$\mathcal{E}_{x,y}\{y\} = \int_{\phi} y\,P\{x,y\}\,dxy$$

$$P(x,y) = P(y)$$