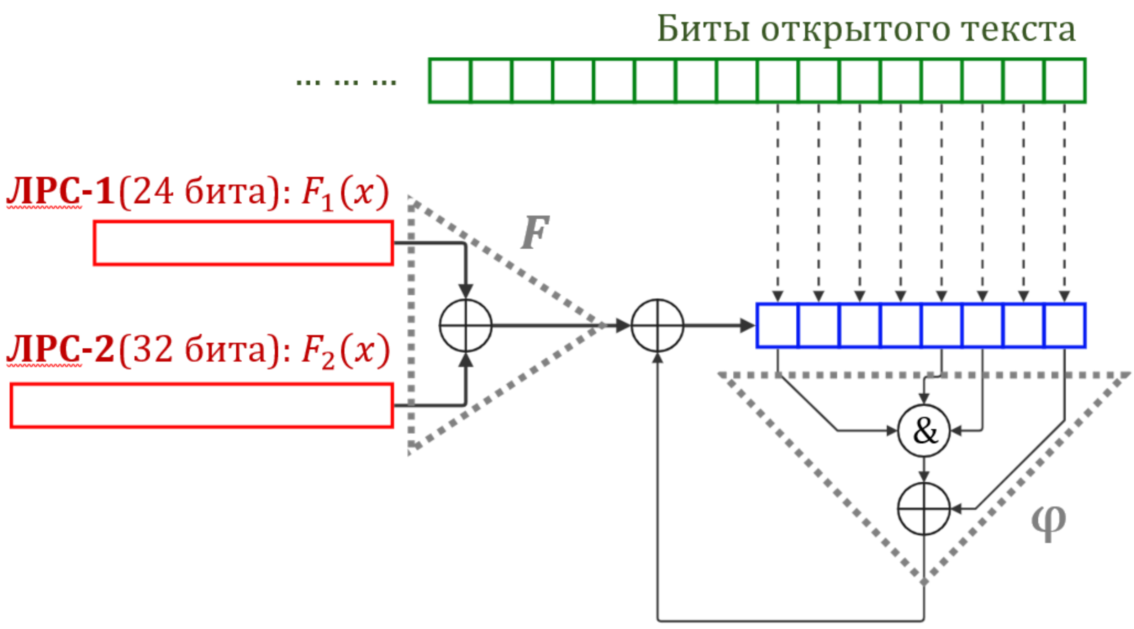
Шифр Колонной Замены



В данной схеме шифрования используется 2 ключа длины 24 и 32 бита. Они являются начальным заполнением ЛРС-1 и ЛРС-2 соответственно. Каждый байт открытого текста помещается в неавтономный регистр сдвига, после чего совершается 10 тактов.

В каждом такте вычисляется:

1. значение функции обратной связи ϕ и складывается с очередным битом ключевого потока, который получается на выходе функции F.
2. Результат помещается со сдвигом в неавтономный регистр.

Полученная после 10 таких тактов байт в регистре является байтом шифртекста. Шифрование продолжается (ЛРС при этом не сбрасываются), пока в открытом тексте не кончатся буквы.

В данной работе предлагается вскрыть шифр по паре открытого и шифр текста, используя криптографическую «слабость» схемы: малая длина управляющей комбинации.

Рассматривая пару батов открытого и шифртекста, требуется найти все подстановки, переводящие байты открытого текста в байт шифртекста. Каждая из подстановок определяется 10 битами ключевого потока. Получая на каждую пару букв открытого и шифртекста список возможных отрезков ключевого потока, нужно перебрать варианты гаммы используя критерий на открытый текст.

1. Реализуем шифр

Реализуем все необходимые компоненты ширфа, в соответствии со схемой шифрования

1.1. Компоненты управляющего блока

В первую очередь определим функцию $\phi(x_7, \ldots x_0) = x_0 \oplus x_2x_3x_7$.
При этом считаем, что $x = x_7 \ldots x_0$ - битовое представление очередного байта, а результирующий бит функции храним в младшем бите выходного байта

```
def phi(x):
    return (
        (x) ^ ((x>>2)&(x>>3)&(x>>7))
    ) & 1
```

Далее определим функцию одного такта g которая зависит от байта состояния $x = (x_7, \ldots, x_0)$ и бита ключевого потока γ_i

Причем $g_{\gamma_i}(x) = (\gamma_i \oplus \phi(x), x_7, \ldots, x_1) = (\gamma_i \oplus x_0 \oplus x_2x_3x_7, x_7, \ldots, x_1)$

```
def g(gamma, x):

    return (
        ((x>>1) &0x7F)
        ^
        ((phi(x) ^ (gamma &1)) << 7)
    )
```

Обратное преобразование для g можно вычислить как сдивг влево:

$g_{\gamma_i}^{-1}(y) = (y_6, \ldots, y_0, \phi(y_6, \ldots, y_0, y_7) \oplus \gamma_i)$

Действительно,

$g_{\gamma_i}(g_{\gamma_i}^{-1}(y)) = g_{\gamma_i}(y_6, \ldots, y_0, \phi(y_6, \ldots, y_0, y_7) \oplus \gamma_i) =$

$= (\gamma_i \oplus \phi(y_6, \ldots, y_0, \phi(y_6, \ldots, y_0, y_7) \oplus \gamma_i, y_6, \ldots y_0) =$

$= (y_6y_2y_1 \oplus \phi(y_6, \ldots, y_0, y_7), y_6, \ldots, y_0) =$

$= (y_6y_2y_1 \oplus y_6y_2y_1 \oplus y_7, y_6, \ldots, y_0) = (y_7, y_6, \ldots, y_0) = y$

```
def inv_g(gamma, y):
    return (
        ((y<<1) &0xFE)
        ^
        phi(
            ((y<<1) &0xFF)
            ^
            ((y>>7) &1)
        )
        ^
        (gamma &1)
    )
```

1.2. Генератор ключевого потока

Теперь необходимо определить регистры, реализуемые шифром в генераторе ключевого потока

Для этого создадим класс, который будет принимать длину состояния в битах, функцию обратной связи и начальное состояние

```
class R:
    def __init__(self, stateLen, feedBack, initState):
        self.s = initState
        self.l = stateLen
        self.f = feedBack

    # извлечение младшего бита состояния
    # с последующм сдвигом вправо и изменением старшего бита
    # в соответствии с функцией обратной связи
    def pop(self):
        #self.debug()
        state = self.s
        self.s = (
            # формирование старшего бита
            ((self.f(state) & 1) << (self.l-1))
            ^
            # сдвиг вправо
            ((state >> 1) & ((1 << (self.l-1))-1))
        )
        # младший бит
        return state & 1

    def debug(self):
        print(f"\tR[{self.l}]: {bin(self.s)[2:].rjust(self.l,
'0')}")
```

Зададим регистры битами, которые формируют обратную связь:

```
F1=0x1155105
F2=0x101000001
```

Такое представление эквивалентно представлению многочленами:

```
from sympy import Poly, gcd, symbols, parse_expr
```

```
x = symbols('x')
```

```
F1x = Poly(map(int, list(bin( F1 )[2:])), x, modulus=2)
F2x = Poly(map(int, list(bin( F2 )[2:])), x, modulus=2)
```

```
F1x
```

$\mathrm{Poly}\left(x^{24}+x^{20}+x^{18}+x^{16}+x^{14}+x^{12}+x^{8}+x^{2}+1, x, domain=\mathbb{F}_2\right)$

```
F2x
```

$\mathrm{Poly}\left(x^{32}+x^{24}+1, x, domain=\mathbb{F}_2\right)$

1.3. Функции шифрования и расшифрования

В соответствии со схемой, зашифрование каждого байта $x \in X$ реализуется:

1. вычисление 10 знаков гаммы $\gamma_1, \ldots, \gamma_{10}$ как $R1 \oplus R2$
2. 10 тактами функции g на соответствующих знаках гаммы, следующих в прямом порядке - $\gamma_1, \ldots, \gamma_{10}$

Определим соответствующие функции обратной связи регистров

```
def f1(s):
    return bin(s & F1 & 0xFFFFFF).count('1') % 2

def f2(s):
    return bin(s & F2 & 0xFFFFFFFF).count('1') % 2
```

```
def encryption(X, key1, key2):
    R24 = R(stateLen=24, feedBack=f1, initState=key1)
    R32 = R(stateLen=32, feedBack=f2, initState=key2)
    Y = b''
    for x in X:
        y = x
        gammas = [R24.pop() ^ R32.pop() for _ in range(10)]
        for gamma in gammas:
            y = g(gamma, y)
        Y += bytes([y])
    return Y
```

Расшифрование каждого байта $y \in Y$ реализуется:

1. вычисление 10 знаков гаммы $\gamma_1, \ldots, \gamma_{10}$ как $R1 \oplus R2$
2. 10 тактами функции g^{-1} на соответствующих знаках гаммы, следующих в обратном порядке - $\gamma_{10}, \ldots, \gamma_1$

```
def decipher(Y, key1, key2):
    R24 = R(stateLen=24, feedBack=f1, initState=key1)
    R32 = R(stateLen=32, feedBack=f2, initState=key2)
    X = b''
    for y in Y:
        x = y
        gammas = [R24.pop() ^ R32.pop() for _ in range(10)]
        for gamma in gammas[::-1]: # обратный порядок гамм
            x = inv_g(gamma, x)
        X += bytes([x])
    return X
```

1.4. Примеры шифрования сообщения

Попробуем зашифровать сообщение: "Криптографические методы защиты информации"

В первую очередь, сгенерируем ключи:

```
import random

k1 = random.randint(0, 1 << 24)
k2 = random.randint(0, 1 << 32)

print(f"k1: {bin(k1)[2:]}")
print(f"k2: {bin(k2)[2:]}")
```

```
k1: 101000000111011011111011
k2: 11110000100101110111001100000 11
```

```
message = "Криптографические методы защиты информации"
bMessage = bytes(message, encoding="utf-8")
```

Вычислим результат зашифрования:

```
cip = encryption(bMessage, k1, k2)
print(cip)
```

```
b'\xbe|\x96\x0e\x9cy\x9aN\xce\x0cp
\xbe>\x96\x0e\x9c;\xda@\x16\x820\xa6\xbe\xae\x96\xc6\x9c\xd8\x9a\xce
\x16\xc1L?
`\xea\x83\xd6\x08\xc6\xcdu\n\xd8\xbe\xc7\xbe\xff^\x03\xd4\x0c\x9a\xc
e\xce\x0c0\xa5\x86\xea\xc0\x1e\x86\x1e\x8buX\xd8d?
`\xea\xc2\xd6\t\xc6\x84u\t'
```

Расшифруем сообщение:

```
p = decipher(cip, k1, k2)
print(p.decode('utf-8'))
```

```
Криптографические методы защиты информации
```

2. Пробуем выскрыть шифр

Будем рассматривать каждую пару байтов открытого и шифртекста.

2.1. Сообщение для анализа

Пусть имеются пары о.т./ш.т. текстов, использованных на одном ключе. Сгенерируем ключи и сформируем такие пары:

```
k1 = random.randint(0, 1 << 24)
k2 = random.randint(0, 1 << 32)

print(f"k1: {hex(k1)[2:]}")
print(f"k2: {hex(k2)[2:]}")
```

```
k1: 6465a
k2: 0x79826546
```

```
bMessage = b'Meet me on Monday at 5pm'
```

```
cip = encryption(bMessage, k1, k2)
print(cip)
```

```
b'\x94\x19}\xb3HPwxL\xd2\xc2~\x0c\xbb=w\x8d\x03\xb4l\x8f\x04Vv'
```

2.2. Нахождение эквивалентного регистра

Для удобства анализа, мы представим два регистра одним.
Для этого вычислим НОК их многочленов:

```
LCMx = ( (F1x * F2x) // gcd(F1x, F2x) ).as_poly()
LCMx
```

$\mathrm{Poly}\left(x^{40} + x^{34} + x^{26} + x^{24} + x^{8} + x^{2} + 1, x, domain = \mathbb{F}_2\right)$

И в соответствующих бинарной и шестнадцатиричной записях:

```
LCM = int(''.join(map(str, LCMx.as_list())), base=2)
print(f"hex: {hex(LCM)[2:]}")
print(f"bin: {bin(LCM)[2:]}")
```

```
hex: 10405000105
bin: 10000010000000101000000000000000100000101
```

Заметим, что поскольку на каждом символе открытого текста происходит 10 тактов, для хватит k пар о.т./ш.т., где $10k \geq deg(НОК(F_1, F_2))$

В нашем случае, хватит 4-ех пар

```
k = 4
```

2.3. Вычисление всевозможных подстановок управляющей комбинации

Найдем для каждой из 4-х пар подстановки, которые переводят символ открытого текста в соответствующие символ шифрованного текста

Заметим, что, подстановок, реализуемых 10 тактами - ровно $2^{10} = 1024$, каждая из которых определяется битом ключевого потока.
Причем каждая подстановка определяется последовательностью из 2^8 бит

Трудозатраты на вычисление всех подстановок небольшие. Вычислим их:

```
# gammas - 10 битное число
# i-ый бит соотвествует знаку i-ому знаку гаммы
# gammas = 1111000011 соответствует подстановке G:
# G = g[1]g[1]g[0]g[0]g[1]g[1]...g[1],
# где g[k] = функция одного такта со знаком гаммы k
S = {
    gammas: [
        g( (gammas>>9) &1,
        g( (gammas>>8) &1,
        g( (gammas>>7) &1,
        g( (gammas>>6) &1,
        g( (gammas>>5) &1,
        g( (gammas>>4) &1,
        g( (gammas>>3) &1,
        g( (gammas>>2) &1,
        g( (gammas>>1) &1,
        g( (gammas>>0) &1, x ))))))))))
        for x in range(1<<8)
    ]
    for gammas in range(1<<10)
}
```

Кажое B_i состоит из значений отрезка гаммы (10 знаков), которые может порождать ключевой поток на i-ой букве

```
possibleGammas = {}

for i in range(k):
    possibleGammas[i] = []
    for gammas, G in S.items():
        if G[ bMessage[ i ] ] == cip[ i ]:
            possibleGammas[i].append(gammas)

print(possibleGammas)
```

```
{0: [31, 286, 541, 796], 1: [9, 264, 651, 970], 2: [152, 409, 602,
795], 3: [55, 310, 689, 944]}
```

Проинтерпритируем полученый результат. Первый байт открытого текста может перейти в соответствующий байт шифртекста 4-мя вариантами в зависимости от ключевого потока.

2.4. Определяем эквивалентные функции шифрования и расшифрования

Определим функцю обратной связи эквивалентного регистр сдвига, а также эквивалентные функции ширования и расшифрования через регистр R_{40}. Используем для этого найденный НОК многочленов в пункте 2.2

```
def lcmF(s):
    return bin(s & LCM & 0xFFFFFFFFFF).count('1') % 2
```

```
def eq_encryption(Y, key):
    R40 = R(stateLen=40, feedBack=lcmF, initState=key)
    X = b''
    for y in Y:
        x = y
        gammas = [R40.pop() for _ in range(10)]
        for gamma in gammas:
            x = g(gamma, x)
        X += bytes([x])
    return X
```

```
def eq_decipher(Y, key):
    R40 = R(stateLen=40, feedBack=lcmF, initState=key)
    X = b''
    for y in Y:
        x = y
        gammas = [R40.pop() for _ in range(10)]
        for gamma in gammas[::-1]:
            x = inv_g(gamma, x)
        X += bytes([x])
    return X
```

Проверим, что функции корректны. Для этого попробуем зашифровать и расшифровать сообщение:

```
key = random.randint(0, 1<<40)
eq_decipher(eq_encryption(b'Secure message!', key), key)
```

```
b'Secure message!'
```

Если посмотрим на первые 40 знаков гаммы, которые порождаются регистрами R_{24} и R_{32}, а также на знаки гаммы регистра R_{40}, то заметим, что они действительно эквивалентны:

```
R24 = R(stateLen=24, feedBack=f1, initState=k1)
R32 = R(stateLen=32, feedBack=f2, initState=k2)
R24_R32_gammas_40 = ''.join(map(str, [R24.pop() ^ R32.pop() for _ in
range(40)]))[::-1]

R40 = R(stateLen=40, feedBack=lcmF, initState=int(R24_R32_gammas_40,
base=2))
R40_gammas_40 = ''.join(map(str, [R40.pop() for _ in range(40)]))
[::-1]

print(f'R24^R32: {R24_R32_gammas_40}')
print(f'    R40: {R40_gammas_40}')
```

```
R24^R32: 0100110110001001100001000010001100011100
    R40: 0100110110001001100001000010001100011100
```

Здесь первый знак гаммы соответствует правому (младшему) биту - также, как они лежат в регистре на схеме

И вообще, любой отрезок:

```
Len = 100000

R24 = R(stateLen=24, feedBack=f1, initState=k1)
R32 = R(stateLen=32, feedBack=f2, initState=k2)


R24_R32_gammas = ''.join(map(str, [R24.pop() ^ R32.pop() for _ in
range(Len)]))[::-1]

R40 = R(stateLen=40, feedBack=lcmF, initState=int(R24_R32_gammas_40,
base=2))

R40_gammas = ''.join(map(str, [R40.pop() for _ in range(Len)]))
[::-1]

print(R24_R32_gammas == R40_gammas)
```

```
True
```

2.5. Восстановление отрезка гаммы

```
possibleGammas
```

```
{0: [31, 286, 541, 796],
 1: [9, 264, 651, 970],
 2: [152, 409, 602, 795],
 3: [55, 310, 689, 944]}
```

Поскольку эквивалентный регистр сдвига длиной 40 бит, то один из 4^4 вариантов ключевого потока является начальным заполнением регистра. Вариантов не много, а значит можно просто перебрать.

```
i = 1
for gamma_4 in possibleGammas[3]:
    for gamma_3 in possibleGammas[2]:
        for gamma_2 in possibleGammas[1]:
            for gamma_1 in possibleGammas[0]:
                key = int(
                      bin( gamma_4 )[2:].rjust(10, '0')
                    + bin( gamma_3 )[2:].rjust(10, '0')
                    + bin( gamma_2 )[2:].rjust(10, '0')
                    + bin( gamma_1 )[2:].rjust(10, '0'),
                    base=2
                )
                try:
```

```
                    print("{:3d}. eq_decipher( cip, '{}' ) = '{}'".
format(
                        i,
                        hex(key)[2:],
                        eq_decipher(cip, key).decode('utf-8') #
критерий на корректные символы юникода
                    ))
                    i+=1
                except:
                    continue
```

```
  1. eq_decipher( cip, 'dc980261d' ) = 'Meet%h-!jk`•/&da6%!u%00,'
  2. eq_decipher( cip, 'dc980271c' ) = 'Meetd•e5+x ^o&da70aal%p~'
  3. eq_decipher( cip, 'dc984221d' ) = 'Meet!h-5nk`•/nda2%!a!00<'
  4. eq_decipher( cip, 'dc984231c' ) = 'Meet`•e!/z Londa30auh%pl'
  5. eq_decipher( cip, 'dd990261d' ) = 'Meet0}ap;z$Y/&dao0e$0%ty'
  6. eq_decipher( cip, 'dd990271c' ) = 'Meetqh)dzkd o&dan%%0{04)'
  7. eq_decipher( cip, 'dd994221d' ) = 'Meet4}ad?x$I/ndak0e04%ti'
  8. eq_decipher( cip, 'dd994231c' ) = 'Meetuh)p~kd•ondaj%%$•04;'
  9. eq_decipher( cip, '4d8980261d' ) = 'Meetex- *•`\r/&da~5!tm 0-'
 10. eq_decipher( cip, '4d8980271c' ) = 'Meet$me4kn ]o&da} a`$5p}'
 11. eq_decipher( cip, '4d8984221d' ) = 'Meetax-4.}`•/ndaz5!`i 0?'
 12. eq_decipher( cip, '4d8984231c' ) = 'Meet me on Monday at 5pm'
 13. eq_decipher( cip, '4d9990261d' ) = 'Meetpmaq{n$Z/&da' e%z5tz'
 14. eq_decipher( cip, '4d9990271c' ) = 'Meet1z)e:}o&da&5%11 4('
 15. eq_decipher( cip, '4d9994221d' ) = 'Meettmae•n$H/nda# e1~5th'
 16. eq_decipher( cip, '4d9994231c' ) = 'Meet5z)q>•d•onda"5%%5 48'
```

Таким образом мы сократили перебор ключа с 2^{40} до 2^{8} !