Guion VI: Cuanficación Escalar

Información sobre la entrega de la práctica

Las prácticas se entregarán en un único fichero comprimido Practica06ApellidoNombre.zip. El fichero contendrá:

- Las funciones de Matlab a realizar en ficheros . m con los nombres de las funciones que se indiquen en el guion.
- Los trozos de código a realizar, que se entregarán todos en los pasos correspondientes de un único fichero .m llamado Practica06ApellidoNombre.m . Este fichero lo crearás modificando el fichero .m Practica06MolinaRafael.m en el servidor.
- Las discusiones y respuestas solicitadas en el guion se entregarán en un único fichero pdf. El nombre del fichero será Practica06ApellidoNombre.pdf. Lo construirás editando Practica06MolinaRafael.doc y salvándolo en formato pdf.

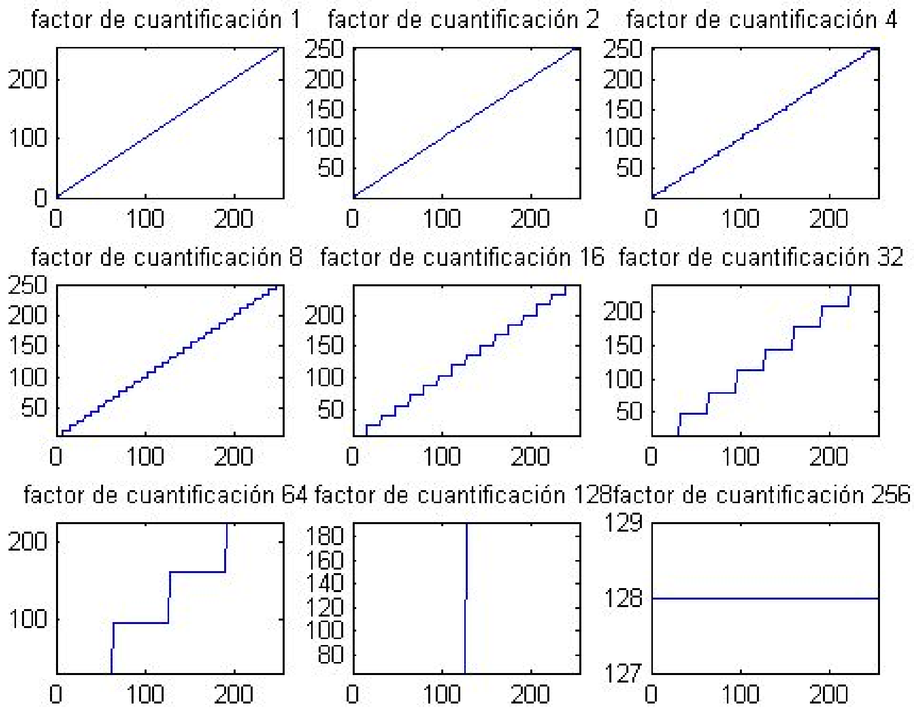
Cuantificación

Paso 1

El primer paso de este guion es un ejercicio muy sencillo. Vamos a diseñar un cuantificador muy simple para datos en [0:255] y se lo aplicaremos a varias imágenes.

```
X=[0:255];
for i=0:8
  factor=2^i;
  Q_X=uint8(floor(factor*(floor(X/factor)+0.5)));
  subplot(3,3,i+1)
  plot(X,Q_X); axis('tight');
  title(['factor de cuantificación ',num2str(factor)])
end
```

Entiende que hace el cuantificador y las figuras obtenidas.



Paso 2

A continuación aplicaremos estos cuantificadores a la imagen bridge.pgm. Escribe en el paso 2 de Practica06ApellidoNombre.m código de Matlab que:

1. lea la imagen bridge.pgm en la matriz `a`, la convierta a double y la almacene en `adouble`

2. calcule y guarde en un vector de 9 componentes la entropía de las imágenes cuantificadas utilizando

   `uint8(floor(factor*(floor(adouble(:)/factor)+0.5)));`

   con los 9 factores, `factor=2^i`, i=0:8.

3. calcule y guarde, en un vector de 9 componentes, el error cuadrático medio de cuantificación entre la imagen original y la cuantificada para los 9 factores y

4. dibuje en una gráfica con dos figuras las entropías obtenidas y la curva (factor, error cuadrático medio de cuantificación).

Paso 3

En el paso 3 de Practica06ApellidoNombre.pdf

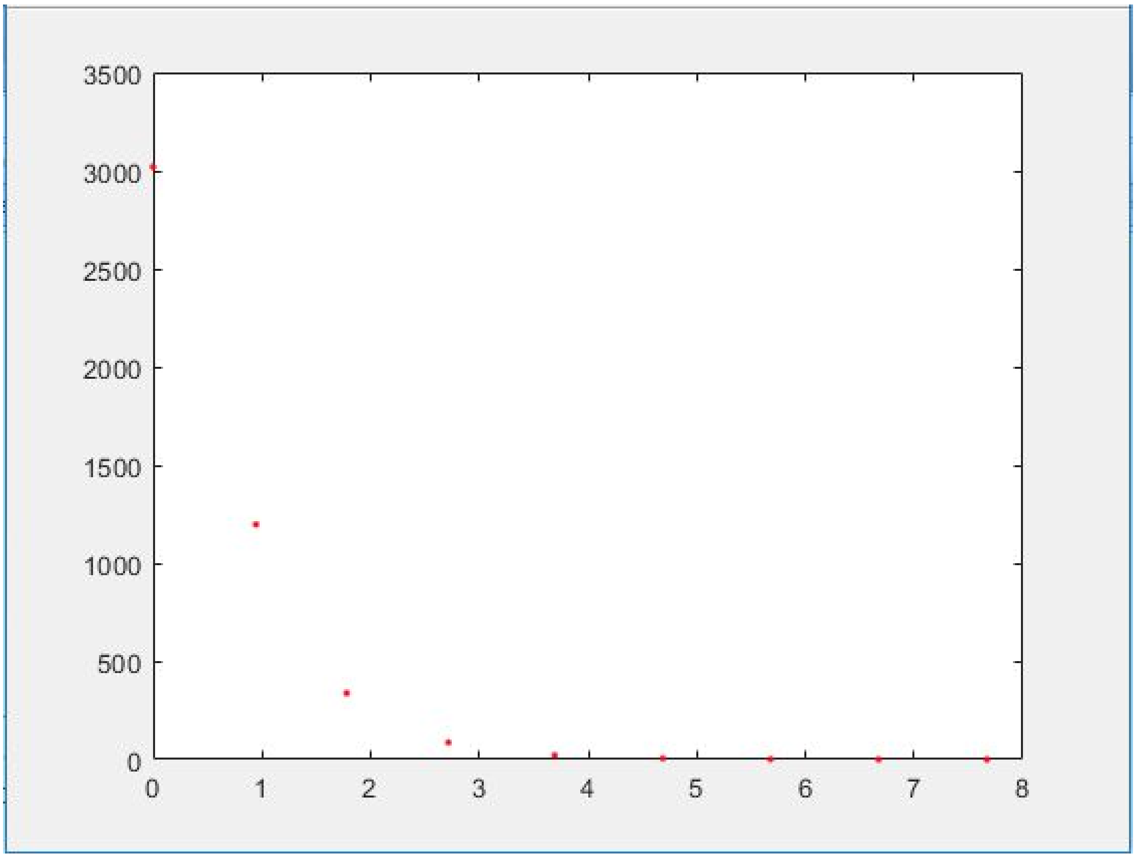
1. incluye las entropías y los errores cuadráticos medios calculados en la tabla adjunta. Explica el contenido de la tabla //entre el tama;o de la imagen

2. incluye las gráficas de la entropía y la curva (factor, error cuadrático medio de cuantificación).

Soluciones

	N=8	N=7	N=6	N=5	N=4	N=3	N=2	N=1	N=0
Entropía	0	0.9434	1.7797	2.7161	3.6950	4.6870	5.6805	6.6753	7.6686
Error cuadrático	3020,7	1197,4	336.31	87.134	21.566	5.4880	1.5109	0.5030	0

Con N igual a 0 significa que no hay diferencia entre el original y el cuantificado, los siguientes valores significa que se va cuantificando uniformemente hasta llegar solo a valer 128 que es cuando N=8 y por tanto el error va a ser mayor.

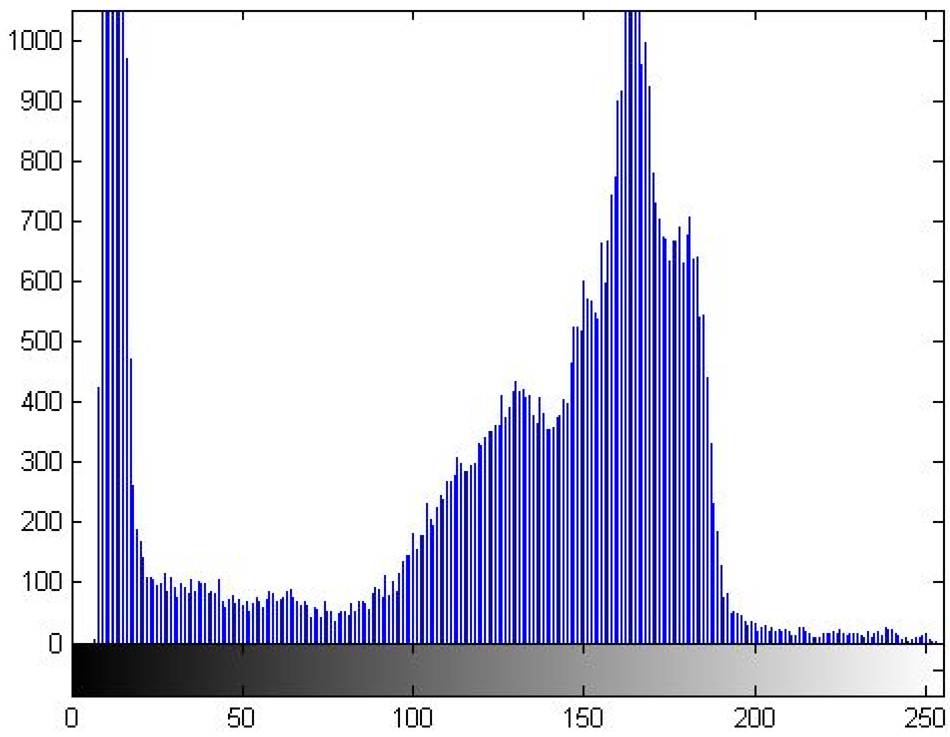


Paso 4

Vamos ahora a aplicar diferentes cuantificadores a una imagen usando las funciones definidas en Matlab. Comenzaremos cargando la imagen camera.pgm y dibujando su histograma

```
clear all;close all;
A=imread('camera.pgm');
imhist(A)
```

Observa que para que conozcas otra función de Matlab hemos utilizado la función imhist. No obstante es mejor que sigas utilizando hist o histc. Ya debes entender bien cómo funcionan estas funciones. El histograma de la imagen es



Este histograma no es, evidentemente, muy uniforme.

Paso 5

Vamos a aplicarle un cuantificador uniforme con dos intervalos (necesitaríamos, por tanto, como mucho un bit por píxel para codificar la imagen cuantificada), mostraremos la imagen cuantificada y calcularemos el error cuadrático medio de cuantificación. Entiende bien la función quantiz, la usaremos con cierta frecuencia, y el cálculo del error. Observa también como funciona reshape

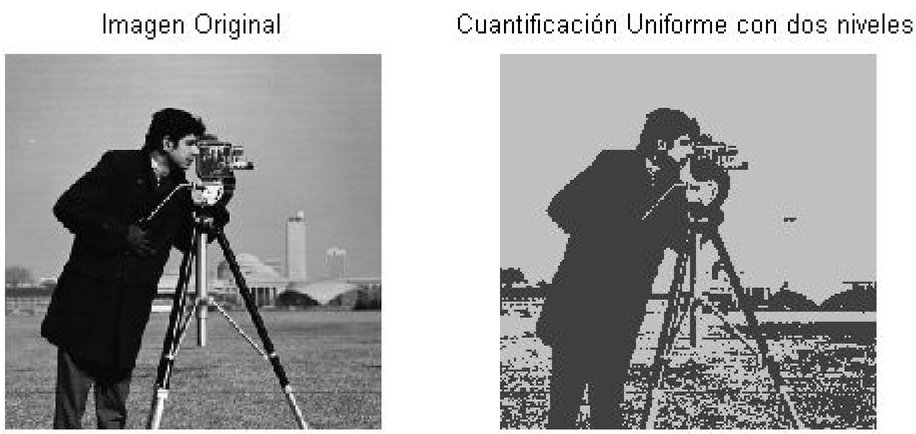
```
dA=double(A);
frontera_particion =[127];
valores_cuantizados=[63 , 192];
[index,quants]=quantiz(dA(:),frontera_particion,valores_cuantiz
ados);
dqA=reshape(quants,size(dA));
qA=uint8(dqA);
subplot(1,2,1), imshow(A); title('Imagen Original')
```

```
subplot(1,2,2), imshow(qA); title('Cuantificación uniforme con
dos niveles')
error=(dA-dqA).*(dA-dqA);
qerror=sum(error(:))/numel(error);
fprintf('Error cuadrático medio de cuantificación
%e\n',qerror);
```

La salida es

Error cuadrático medio de cuantificación 1.580957e+03

y las imágenes original y cuantificadas son



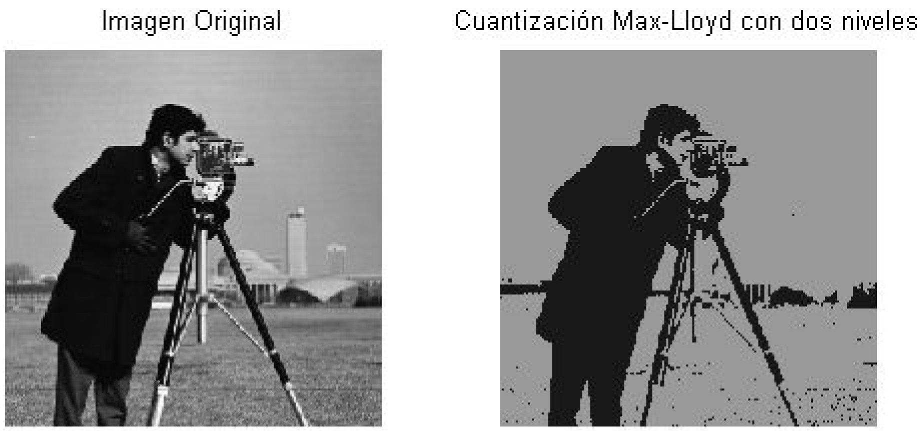
Observa que cambiando los dos valores de `valores_cuantizados` puede cambiar el error de cuantificación

Paso 6

Vamos ahora a aplicar el cuantificador de Max-Lloyd a esta imagen con dos intervalos de cuantificación

```
[particion, vcuantizada,qerror] = lloyds(dA(:),2);
[index,quants]=quantiz(dA(:),particion,vcuantizada);
qA=uint8(reshape(quants,size(A)));
subplot(1,2,1), imshow(A); title('Imagen Original')
```

```
subplot(1,2,2), imshow(qA); title('Cuantización Max-Lloyd con
dos niveles')
formatspc='Partición= %4.2f; V. Cuantificadas =%4.2f, %4.2f;
Error =%4.2f.\n';
fprintf(formatspc,particion,vcuantizada(1),vcuantizada(2),qerro
r)
```



Partición= 88.54; V. Cuanticadas =23.73, 153.35; Error =597.31.

Observa que el error de cuantificación es mucho menor

Entiende muy bien que contienen las variables `particion, vcuantizada`s. Observa que en partición hay un elemento menos que en las variables cuantificadas.

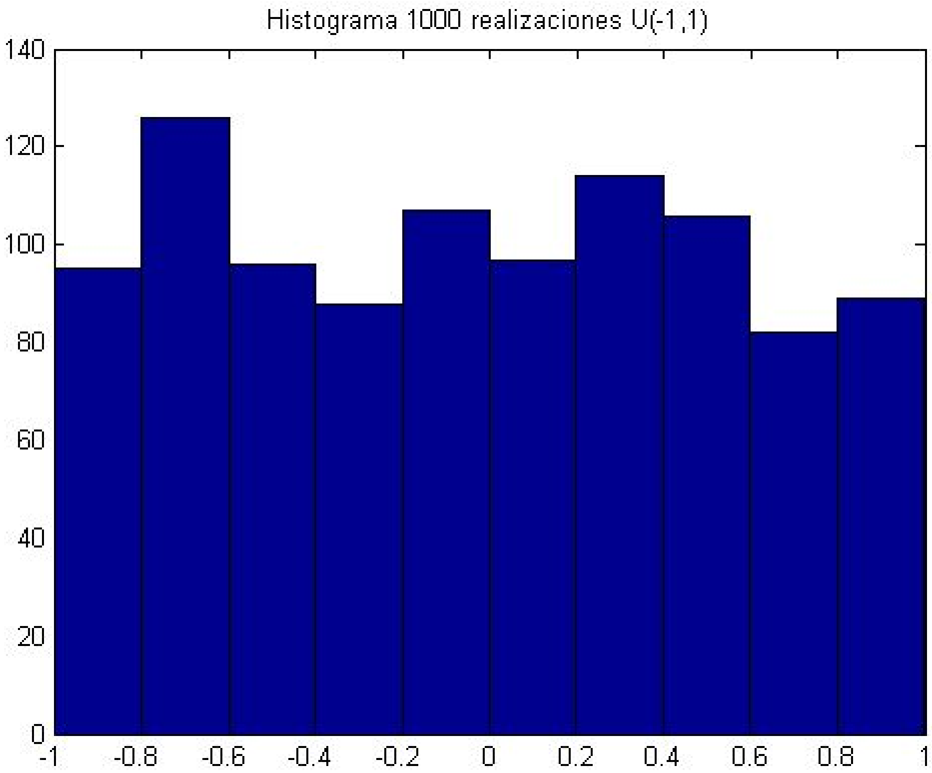
Paso 7

En este guion estamos viendo hasta ahora unos ejercicios muy sencillos de cuantificación. Normalmente la cuantificación no va a ser aplicada a la imagen o señal original, se aplicará a predicciones o a datos transformados. Las predicciones y transformación de datos las veremos en temas siguientes. Vamos ahora a practicar con diferentes cuantificadores.

Generamos 1000 datos de una distribución U(-1,1) y mostramos su histograma. Para que todos obtengamos las mismas realizaciones usaremos la función rng('default')

```
close all; clear all;
rng('default');
X=2*rand(1000,1)-1; %entiende este paso
```

```
hist(X); title('Histograma 1000 realizaciones U(-1,1)')
```



Paso 8

Antes de analizar el histograma, como curiosidad: como sabes la variancia de una distribución U(a,b) es (b-a)^2/12 que vale (1-(-1))^2/12=1/3 en nuestro caso. Si calculamos la varianza muestral tenemos

```
var=sum((X-mean(X)).*(X-mean(X)))/numel(X)
```

que en el ejemplo produce 0.3206 que no está mal, lo cual es normal porque tenemos muchos datos.

Paso 9

Volvamos al histograma. Éste nos indica que nuestras observaciones son candidatas a ser cuantificadas utilizando un cuantificador uniforme. Escribe en el paso 9 de Practica06ApellidoNombre.m código Matlab para:

1. Construir un cuantificador uniforme con 2^n valores cuantificados con n=1,2,3,4,5,6,7,8.
2. Calcular en función de n, el error cuadrático medio de cuantificación sobre los datos en X y también su error cuadrático medio de cuantificación teórico.

3. Dibujar, en función de n, las dos curvas de errores obtenidas. Dos subfiguras distintas en una misma figura.

La función linspace de Matlab, con valor inicial -1 y final 1, puede ser útil para este ejercicio.

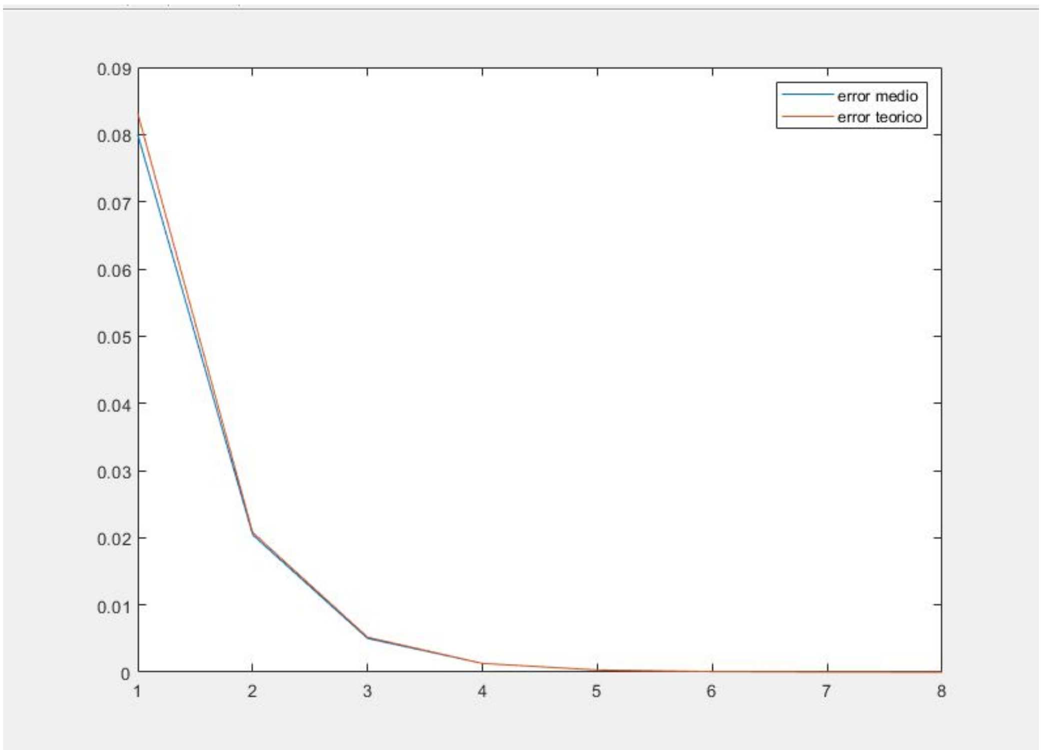
Paso 10

En el paso 10 de Practica06ApellidoNombre.pdf:

1. Completa la tabla adjunta que contiene el error cuadrático medio calculado y el teórico. Utiliza 5 decimales
2. Incluye las dos curvas obtenidas correspondientes al error cuadrático medio calculado y al teórico.
3. Discute y explica además qué ocurre cuando aumentamos n en el paso anterior.
4. Por último, indica cómo deberíamos codificar los índices de cuantificación: Huffman, aritmética o longitud fija.

Solución

	N=1	N=2	N=3	N=4	N=5	N=6	N=7	N=8
Error cuadrático medio	0.07998	0.02043	0.00501	0.00129	0.00031	0.00008	0.00002	0.00000
Error cuadrático medio teórico	0.08316	0.02079	0.00519	0.00129	0.00032	0.00008	0.00002	0.00000

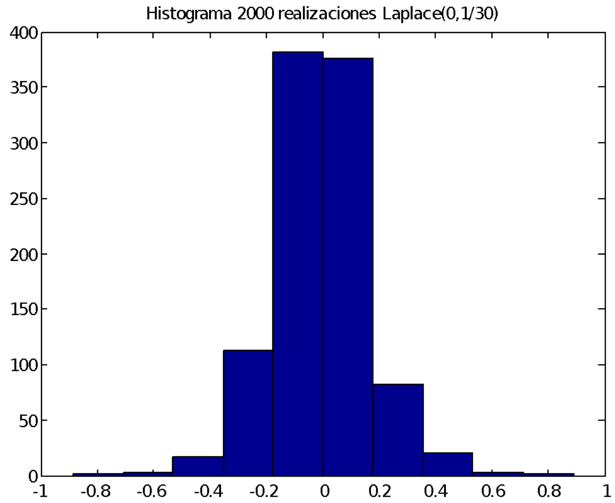


1. Cuando aumentamos n, el error va disminuyendo, siempre valores positivos, hasta llegar al 0 que se alcanza cuando se divide por tantos valores como tiene el conjunto de datos.
2. Si se trataran de datos no uniformes con una fuerte dependencia entre datos, sería conveniente usar codificación aritmética o Huffman, pero al tratarse de datos aleatorios uniformes, la codificación de longitud fija no sería tan mala opción.

Paso 11

Generamos 2000 realizaciones de una distribución de Laplace de media cero y varianza 1/30 Observa cómo generamos las realizaciones, ejecuta la orden help laprnd. Observa también que esta distribución tiene mucho menos varianza que una U(-1,1), ¿lo entiendes?. Por simplicidad nos quedaremos sólo con las observaciones que están en el intervalo (-1,1), todas. Dibujaremos el histograma de las realizaciones. Mira la diferencia con el histograma de las realizaciones de la distribución uniforme que obtuvimos con anterioridad.

```
close all; clear all; rng('default');
X=laprnd(1000,1,0,sqrt(1/30));
X=X(X>=-1 & X<=1);
hist(X); title('Histograma 2000 realizaciones Laplace(0,1/30)')
```



Paso 12

Como puedes observar el histograma no es muy uniforme. Esto nos indica que nuestras observaciones no son candidatas a ser cuantificadas utilizando un cuantificador uniforme. No obstante, escribe en el paso 12 de Practica06ApellidoNombre.m código Matlab para:

1. construir un cuantificador uniforme con 2^n , n=1,2,3,4,5,6,7,8, niveles de cuantificación en el intervalo (-1,1) y aplicarselo a estos datos en X,
2. calcular, en función de n, el error cuadrático medio de cuantificación sobre los datos en X,
3. dibujar, en función de n, la curva de errores obtenida.

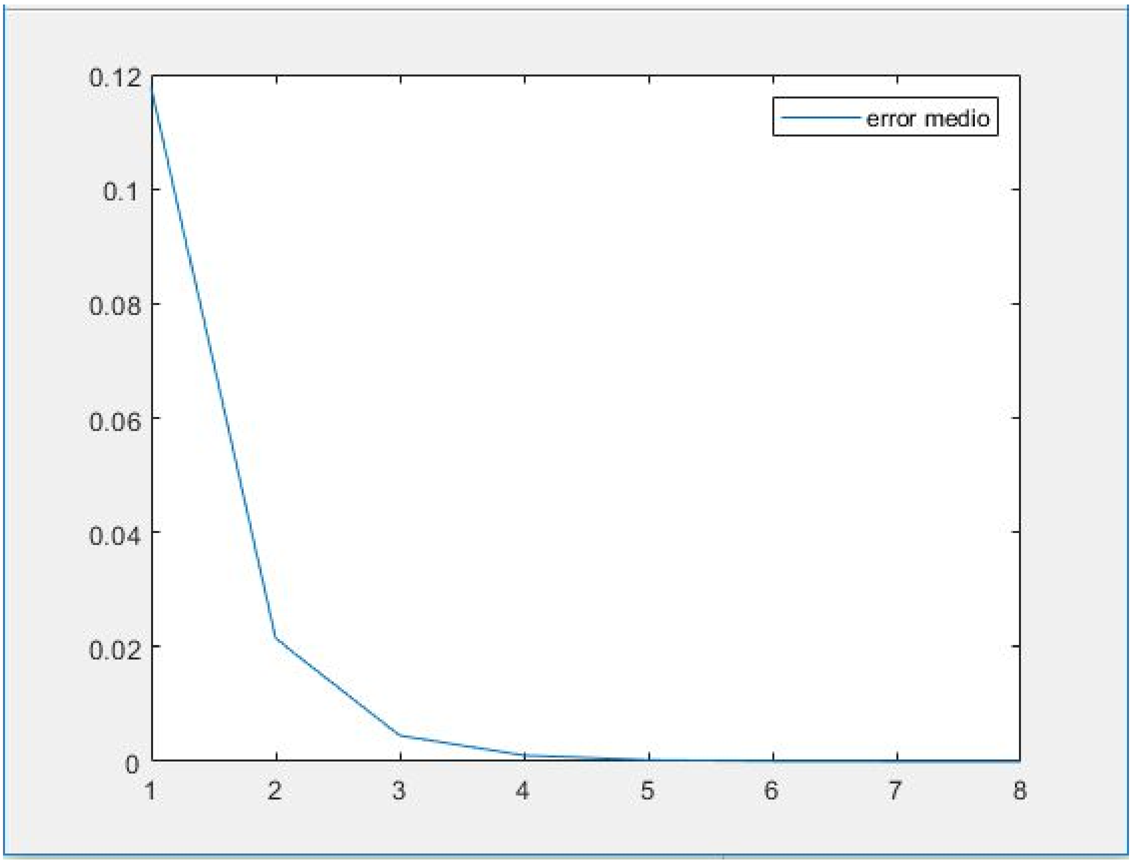
Paso 13

En el paso 13 de Practica06ApellidoNombre.pdf

1. Completa la tabla de errores cuadráticos medios. Utiliza cinco decimales
2. Incluye la curva de errores cuadráticos medios obtenidos
3. Por último indica cómo deberíamos codificar los índices de cuantificación: Huffman, aritmética o longitud fija.

Respuesta

	N=1	N=2	N=3	N=4	N=5	N=6	N=7	N=8
Error cuadrático medio	0.11776	0.02149	0.00454	0.00107	0.00025	0.00006	0.00001	0.00000



1. Al ser datos no uniformes con una gran cantidad de valores en ciertos rangos, estos rangos podrían ser codificados con una representación variable, como puede ser Huffman o aritmética. Entre estos dos, elegiría codificación aritmética porque hay pocos rangos y huffman ocuparía más debido a la representación del arbol

Paso 14

Discute y compara las tablas que has incluido en los pasos 10 y 13.

Respuesta

Tabla paso 10

	N=1	N=2	N=3	N=4	N=5	N=6	N=7	N=8
Error cuadrático medio	0.07998	0.02043	0.00501	0.00129	0.00031	0.00008	0.00002	0.00000
Error cuadrático medio teórico	0.08316	0.02079	0.00519	0.00129	0.00032	0.00008	0.00002	0.00000

Tabla paso 13

	N=1	N=2	N=3	N=4	N=5	N=6	N=7	N=8
Error cuadrático medio	0.11776	0.02149	0.00454	0.00107	0.00025	0.00006	0.00001	0.00000

1. el error es más grande en el paso 13 porque los datos esţán dispuestos de forma random aunque dando lugar a una función de laplace esto hace que los datos estén más cercanos en el centro, por tanto el error es más grande con una definición de intervalos fijos iguales y en los puntos más distantes hace que el error sea más grande y será más grande que cuando es una función random uniforme

Paso 15

Escribe en el paso 15 de Practica06ApellidoNombre.m código de Matlab para:

1. Construir a partir de los datos observados en X un cuantificador de Max-Lloyd con: 2^n niveles de cuantificación usando la función lloyd de Matlab para n=1,2,3,4,5,6,7,8,
2. Calcular los errores de cuantificación
3. Dibujar la curva de errores en función de n.
4. Incluir en una figura con 8 subfiguras los límites de las particiones y los valores de cuantificación asignados a cada partición.

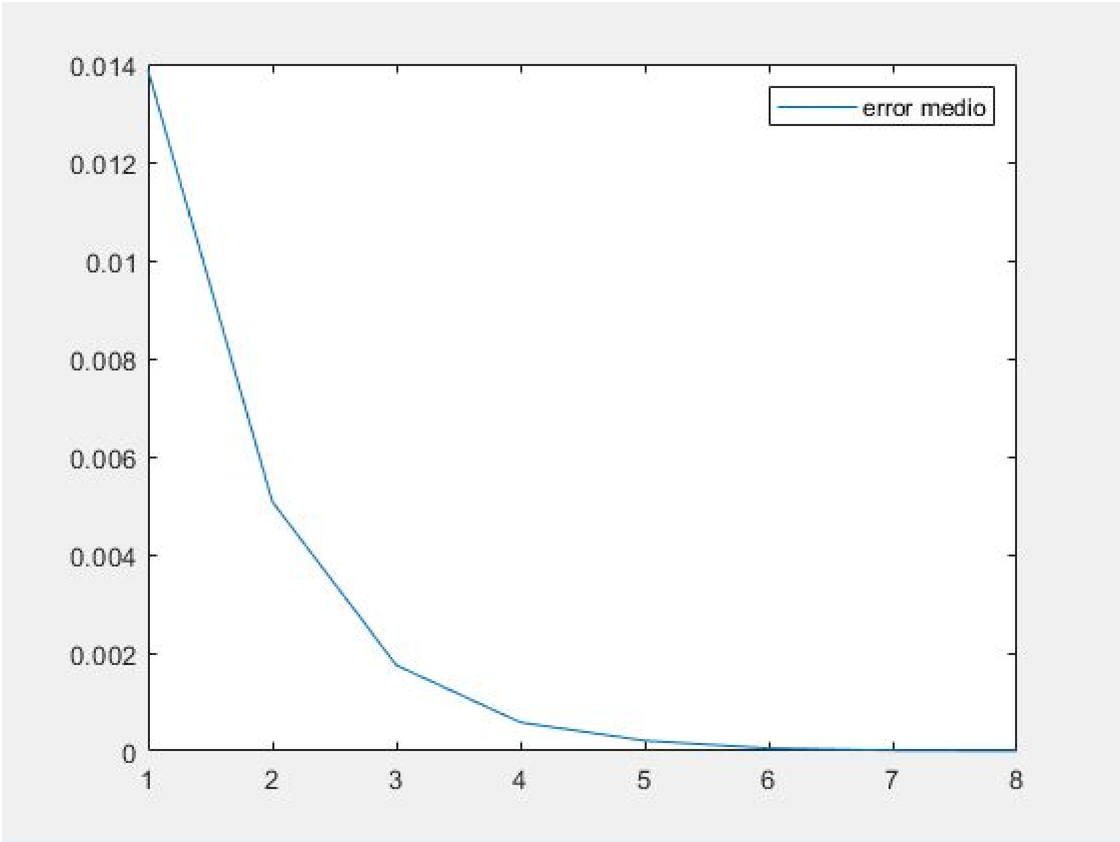
Paso 16

En el paso 16 de Practica06ApellidoNombre.pdf

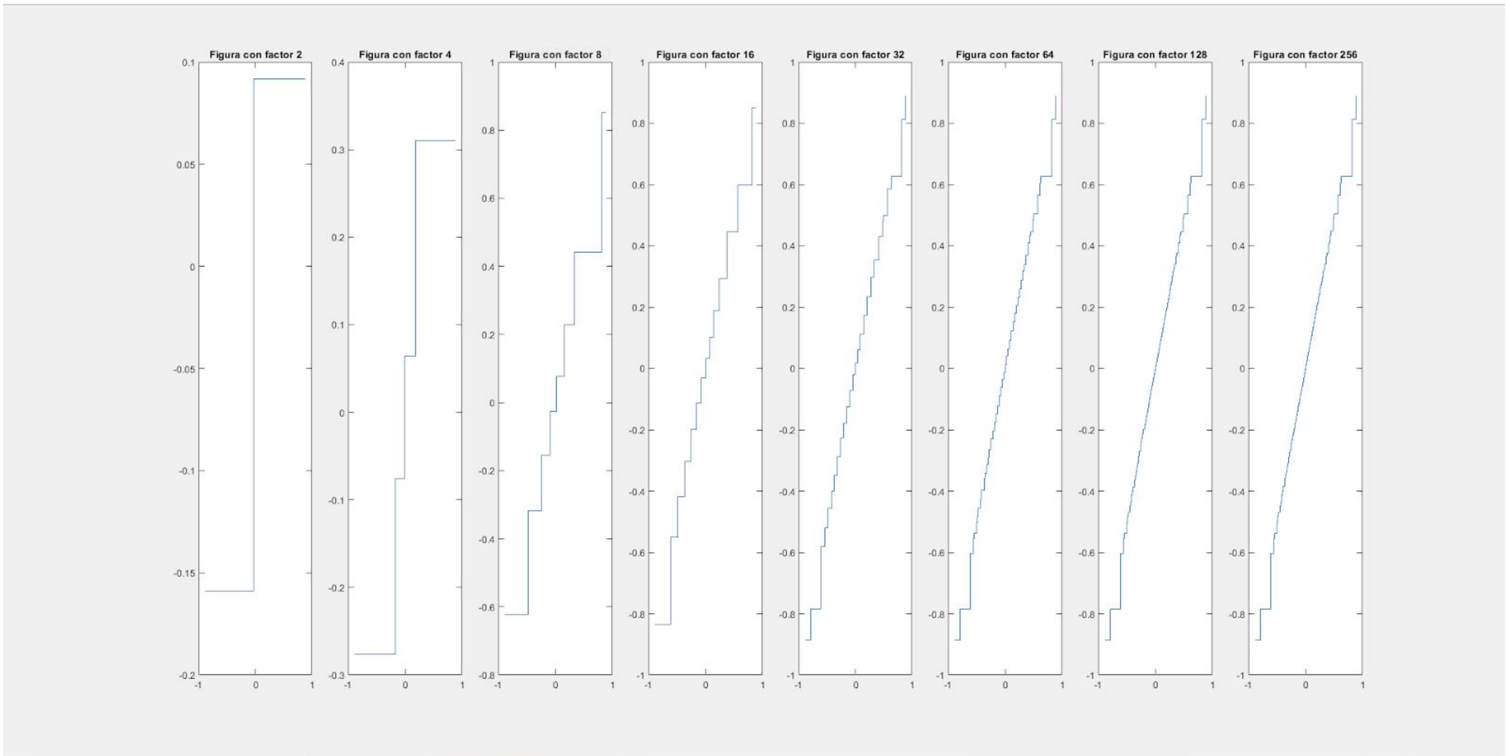
1. Completa la tabla de errores cuadráticos medios. Utiliza 5 decimales.
2. Incluye la curva de errores cuadráticos medios obtenidos.
3. Incluye la figura con 8 subfiguras que dibuja los límites de las particiones con los valores de cuantificación asignados a cada partición.
4. ¿Qué conclusiones extraes de la figura?
5. Por último, indica cómo deberíamos codificar los índices de cuantificación: Huffman, aritmética o longitud fija.

Respuesta

	N=1	N=2	N=3	N=4	N=5	N=6	N=7	N=8
Error cuadrático medio	0.01387	0.00507	0.00174	0.00058	0.00021	0.00005	0.00001	0.00000



0.014
0.012
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
0
1
2
3
4
5
6
7
8
error medio



1. Al igual que ocurría con la cuantificación de valores fijos, el error disminuye cuantos más rangos haya. Con la siguiente figura se puede concluir que cuantos más rangos haya más se refina llegan hasta 256 posibles valores. Usar un codificador de longitud fija significa no aprovechar el máximo de la cuantificación. Eso si para valores pequeños, no sería tan mala idea, pues el tiempo de ejecución también es importante. Si es por longitud variable, la codificación aritmética es una de las mejores opciones aunque en este caso con pocos valores que se han cuantificado comprimirlo por Huffman también puede resultar beneficioso en algunos casos.

Paso 17

Discute y compara las tablas que has incluido en los pasos 10 , 13 y 16.

Respuesta

Tabla paso 10

	N=1	N=2	N=3	N=4	N=5	N=6	N=7	N=8
Error cuadrático medio	0.32008	0.05161	0.01104	0.00251	0.00006	0.00001	0.00000	0.00000
Error cuadrático medio teórico	0.33264	0.03696	0.00679	0.00148	0.00003	0.00000	0.00000	0.00000

Tabla paso 13

	N=1	N=2	N=3	N=4	N=5	N=6	N=7	N=8
Error cuadrático medio	0.02803	0.01498	0.00427	0.00108	0.00003	0.00000	0.00000	0.00000

Tabla paso 16

	N=1	N=2	N=3	N=4	N=5	N=6	N=7	N=8
Error cuadrático medio	0.01387	0.00507	0.00174	0.00058	0.00021	0.00005	0.00001	0.00000

1. Se nota que la cuantificación por Max-Lloyd es mucho mejor que la cuantificación de igualitaria, siendo incluso 3 veces mejor que el primer caso. Aunque cuantos más valores hay para cuantificar el error va disminuyendo en todos los casos y equiparandose hasta el valor 0.

Paso 18

Por último, ¿Por qué crees que hemos utilizado la distribución de Laplace?

Respuesta

1. porque la distribución de la densidad de laplace es continua. Donde también es muy representativo para codificar utilizando cuantificadores de longitud variable, debido a que en cierto valor hay un gran número de puntos.