

Teorema 1 (Integral de Gauss). *La integral de la función gaussiana sobre toda la recta real es:*

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi} \quad (1)$$

Prueba. Consideramos el cuadrado de la integral:

$$I^2 = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx \right) \left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2} dy \right) \quad (2)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x^2+y^2)} dx dy \quad (3)$$

Pasando a coordenadas polares...

