



## ***Geometria a l'espai***

# **Posició relativa entre plans**

Estudia la posició relativa dels plans segons els diferents valors de  $m$

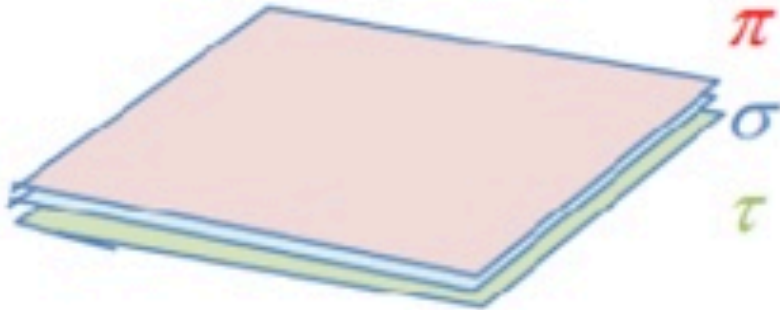
$$\begin{cases} mx - y - z = -m \\ x - my + mz = m \\ x + y + z = -1 \end{cases}$$

Teoria

$$\left. \begin{aligned} \pi_1 : Ax + By + Cz + D &= 0 \\ \pi_2 : A'x + B'y + C'z + D' &= 0 \\ \pi_3 : A''x + B''y + C''z + D'' &= 0 \end{aligned} \right\}$$

### 3 Plans : Sistema 3x3

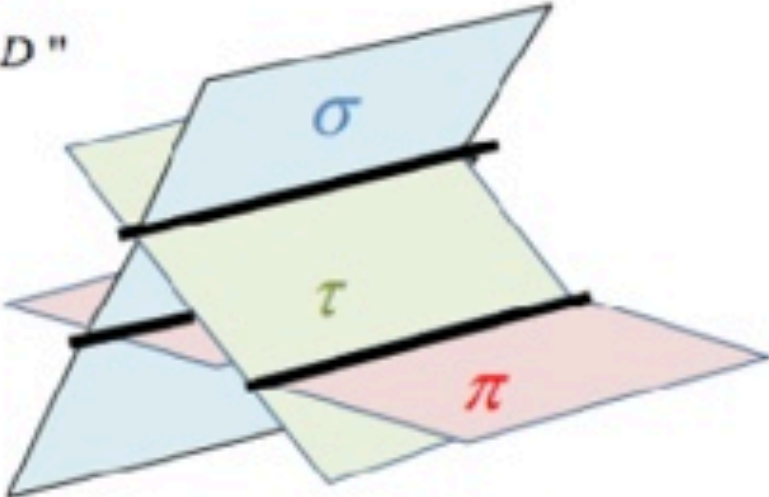
#### Coincidents



$\pi : \{ Ax + By + Cz = D$   
 $\sigma : \{ A'x + B'y + C'z = D'$   
 $\tau : \{ A''x + B''y + C''z = D''$

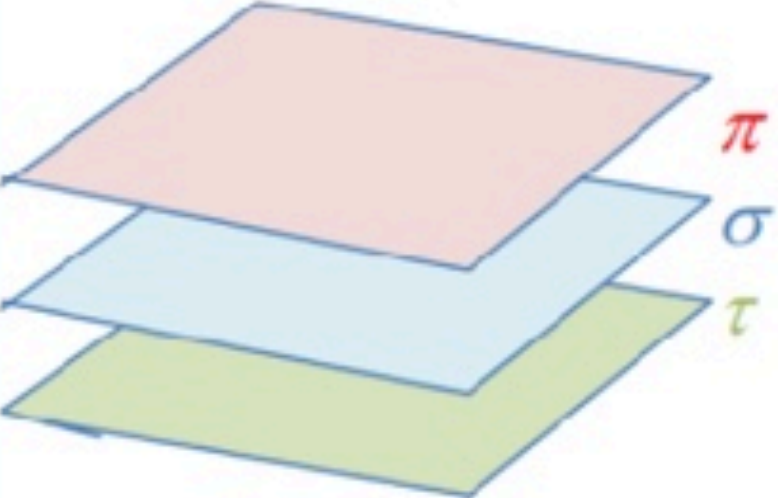
rang  $M = \text{rang } M^* = 1$

#### Secants dos a dos



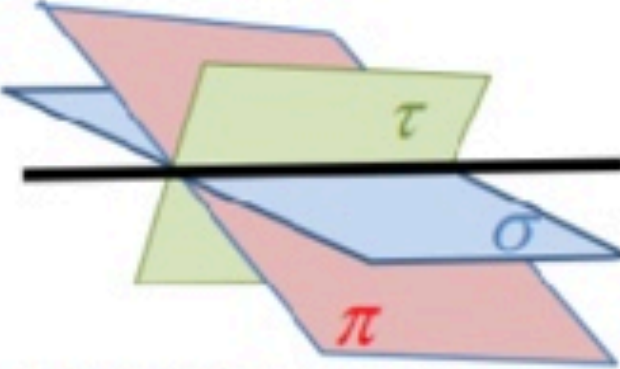
rang  $M = 2 \neq \text{rang } M^* = 3$

#### Paral·lels



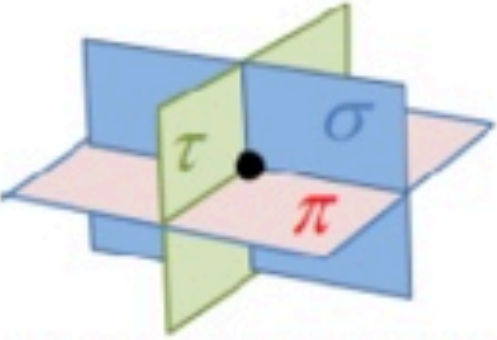
rang  $M = 1 \neq \text{rang } M^* = 2$

#### Secants



Es tallen en una *recta*

rang  $M = \text{rang } M^* = 2$



Es tallen en una *punt*

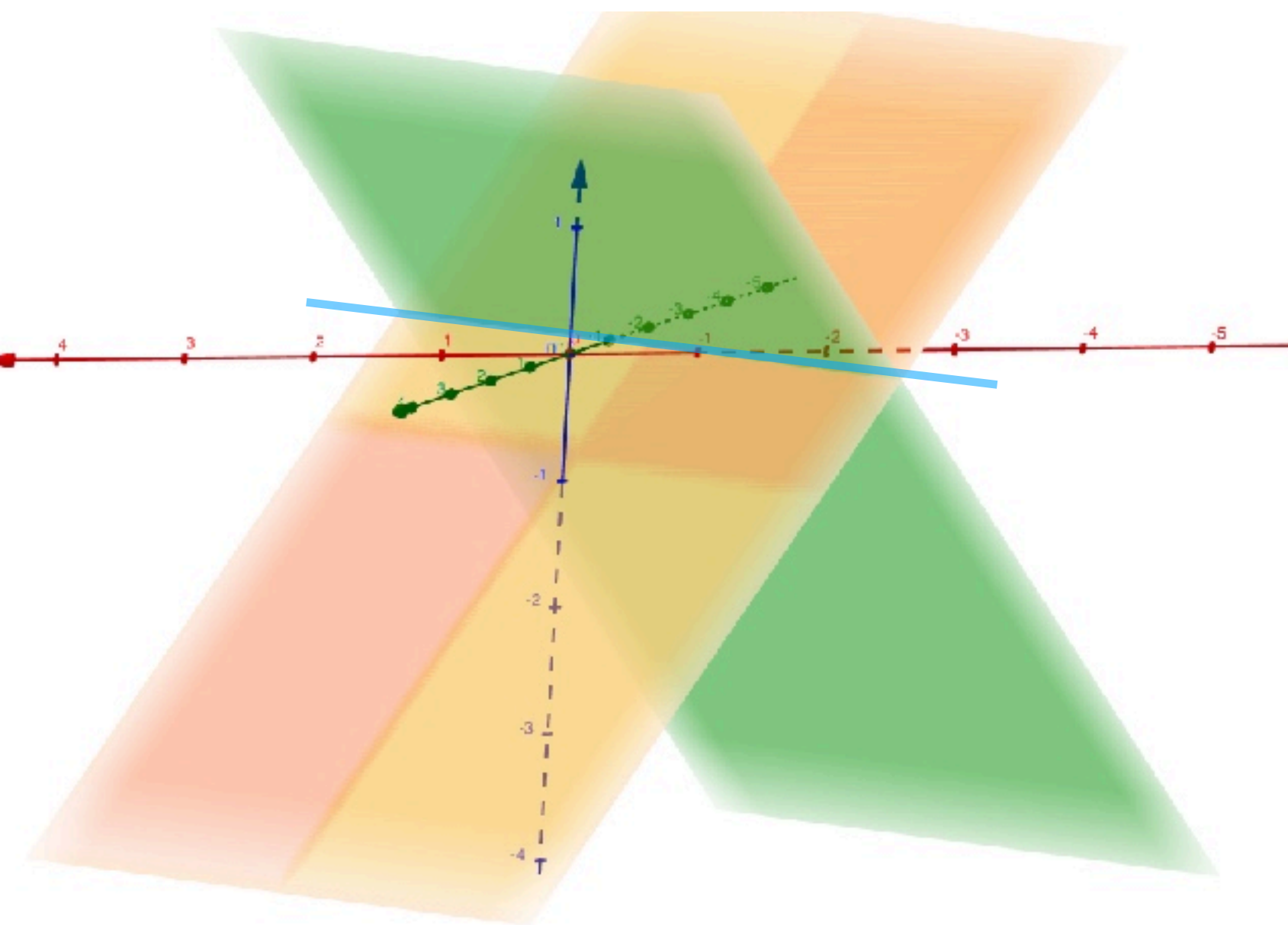
rang  $M = \text{rang } M^* = 3$



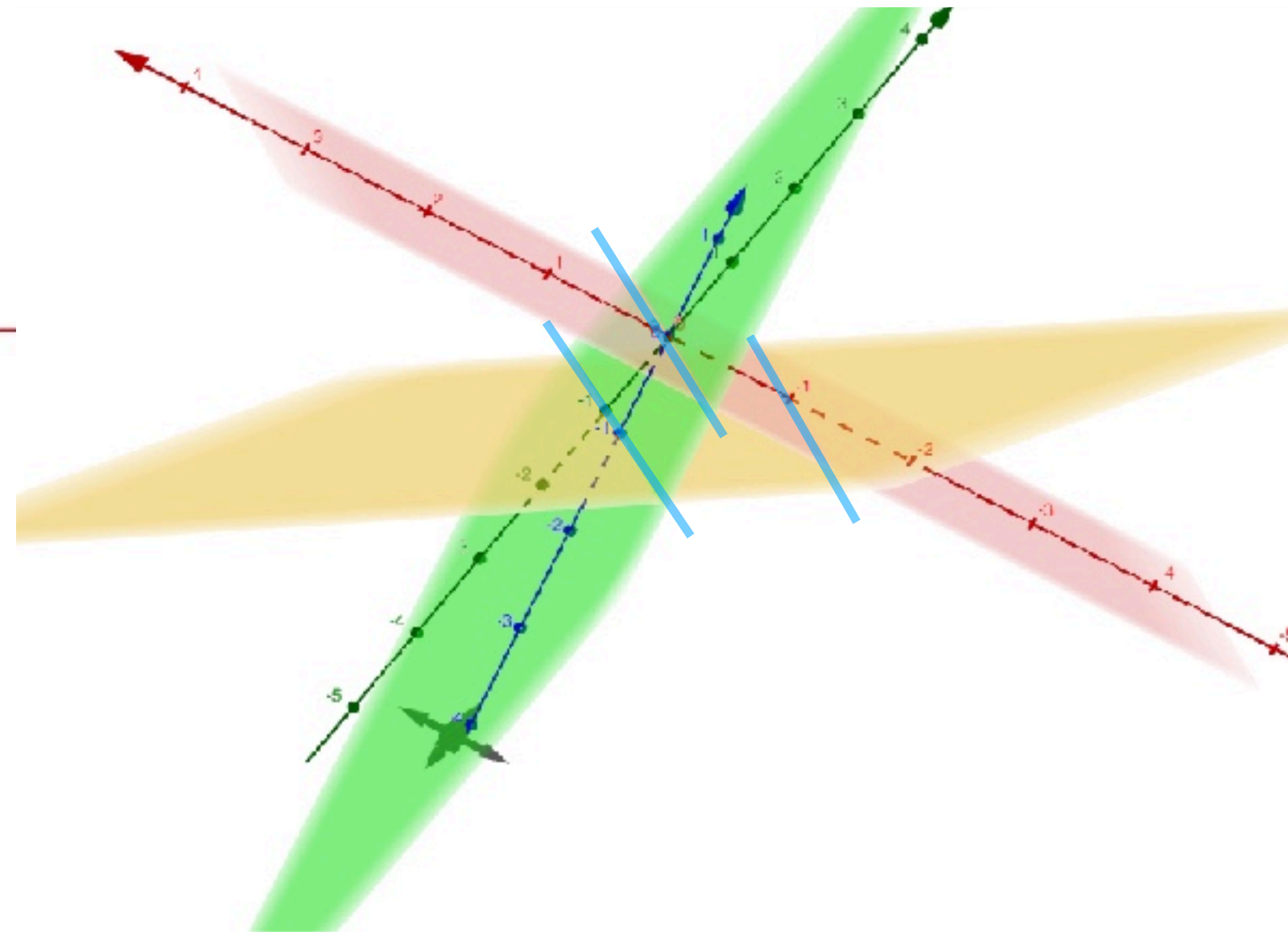
Estudia la posició relativa dels plans segons els diferents valors de  $m$

$$\begin{cases} mx - y - z = -m \\ x - my + mz = m \\ x + y + z = -1 \end{cases}$$

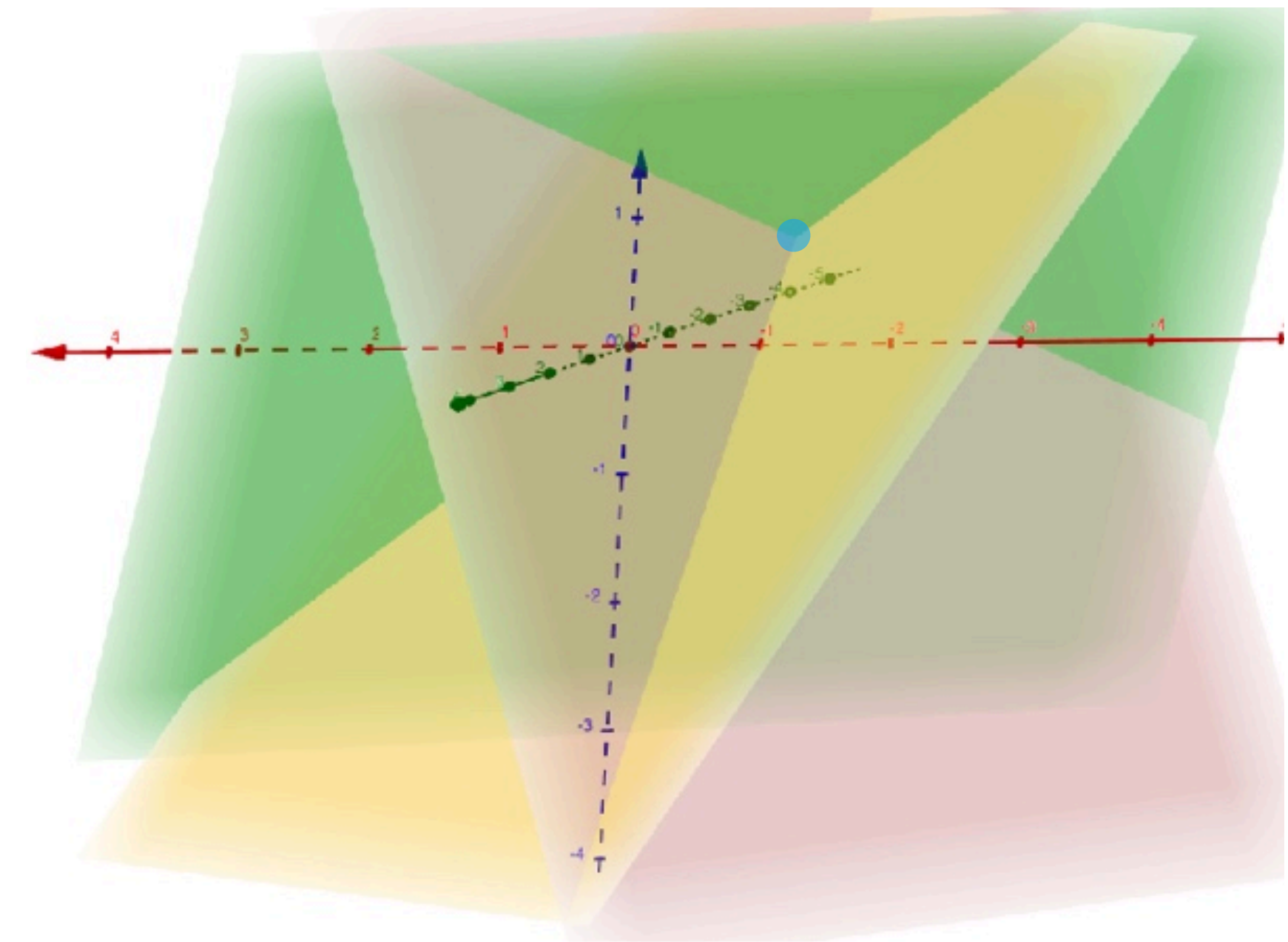
## Simulació



$m=-1$



$m=0$



$m=2$

Estudia la posició relativa dels plans segons els diferents valors de  $m$   $\begin{cases} mx - y - z = -m \\ x - my + mz = m \\ x + y + z = -1 \end{cases}$

**Matriu del sistema**  
 $M = \begin{pmatrix} m & -1 & -1 \\ 1 & -m & m \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

**Matriu ampliada**  
 $M^* = \begin{pmatrix} m & -1 & -1 & -m \\ 1 & -m & m & m \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

**Determinant de M**

$$\begin{vmatrix} m & -1 & -1 \\ 1 & -m & m \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m+1 & 0 & 0 \\ 1 & -m & m \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (m+1)(-2m) = 0$$

$\rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 0 \end{cases}$

• **Si**  $m \neq -1 \quad m \neq 0$

**rang M=rang M\*=3**

Vectors normals són independents  
El sistema és compatible determinant  
Els plans es tallen en un punt

• **Si**  $m = -1$

$$M^* = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

**rang M=rang M\*=2 < 3**

Els 1r i 3r plans són coincidents  
Es tallen amb el 2n pla format una recta  
Sistema compatible indeterminat

• **Si**  $m = 0$

$$M^* = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

**rang M=2 ≠ rang M\*=3**

Sistema incompatible  
Els 3 vectors normals són dependents  
Els plans es tallen 2 a dos