MATEMÀTIQUES II

Lliurament 1

Matriu inversa

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$$

Josep Mulet Pol

La inversa d'un nombre

Element neutre del producte és *1* $\longrightarrow$ $x \cdot 1 = x$

x^{-1} és la inversa del nombre x si: $x \cdot x^{-1} = 1$

Per exemple, $\frac{1}{2}$ és la inversa de 2 perquè $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$

... però, el nombre 0 no té inversa.

La inversa d'una matriu quadrada

La matriu identitat

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \cdots$$

I és l'element neutre del producte $\rightarrow$ $A \cdot I = I \cdot A = A$

A^{-1} és la inversa de A si compleix:

$$A \cdot A^{-1} = I$$
$$A^{-1} \cdot A = I$$

Atenció ! No totes les matrius tenen inversa

Càlcul de la inversa d'una matriu

Calculau la inversa de $A=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$A \cdot A^{-1} = I$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2a-3c & 2b-3d \\ -2a+4c & -2b+4d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2a-3c=1 \\ * \; 2b-3d=0 \\ -2a+4c=0 \\ * \; -2b+4d=1 \end{cases}$$

$$-2a+4c=0 \rightarrow a=2c \rightarrow \boxed{a=2}$$

$$4c-3c=1 \rightarrow \boxed{c=1}$$

$$* \begin{cases} 2b-3d=0 \\ -2b+4d=1 \end{cases}$$

$$+ \quad / \quad d=1$$

$$2b-3=0 \rightarrow b=\frac{3}{2}$$

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} 2 & \frac{3}{2} \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Càlcul de la inversa d'una matriu

Calculau la inversa de $A=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} 2 & \frac{3}{2} \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1}\cdot A = \mathbb{I}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & \frac{3}{2} \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \mathbb{I} \quad \checkmark$$

Comprovau si són inverses

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -2 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -4 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$A \cdot B = \mathbb{I}$ *

$B \cdot A = \mathbb{I}$

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -2 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -4 & -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \mathbb{I}$$

A i B són inver.

IEDIB

https://iedib.net

Josep Mulet Pol

(2019)