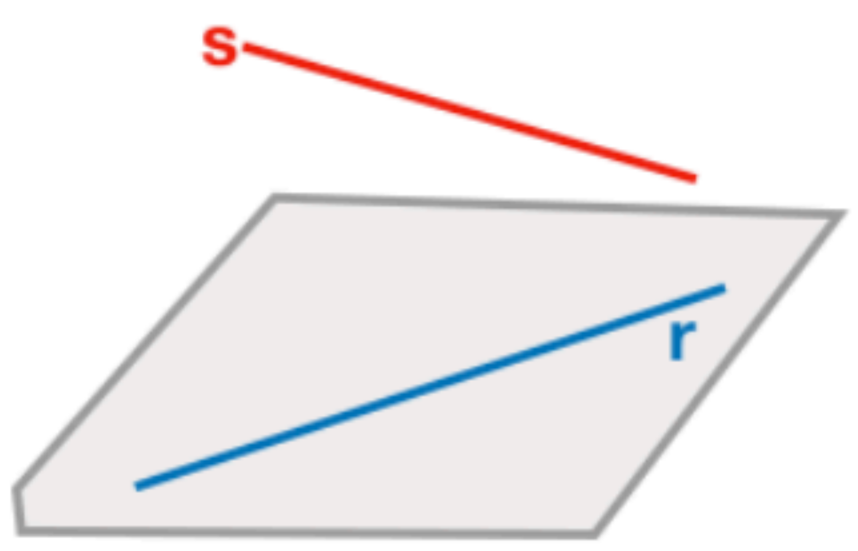
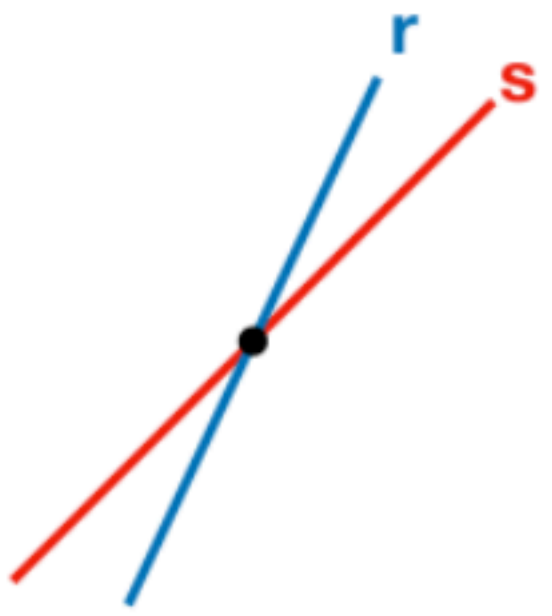
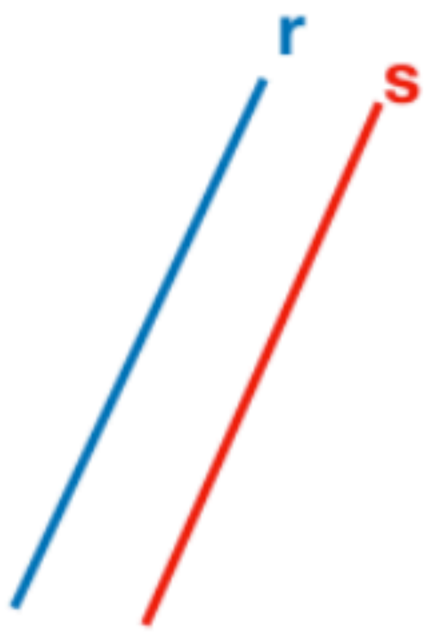
Geometria a l’espai

Posició relativa entre dues rectes

Estudia la posició relativa de les rectes $r : \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{-3}$ $\quad s : \begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ 3y - z + 6 = 0 \end{cases}$

Es creuen	**Secants**	**Paral·leles**	**Coincidents**
			
$\vec{d}_r, \vec{d}_s$ independents	$\vec{d}_r, \vec{d}_s$ independents	$\vec{d}_r // \vec{d}_s$	$\vec{d}_r // \vec{d}_s$
$det(\vec{d}_r, \vec{d}_s, \overrightarrow{RS}) \neq 0$	$det(\vec{d}_r, \vec{d}_s, \overrightarrow{RS}) = 0$	$R \notin s$	$R \in s$

Estudia la posició relativa de les rectes $r: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{-3}$ $\qquad s: \begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ 3y - z + 6 = 0 \end{cases}$

Recta r (contínua):

Punt R=(-2, -1, 1)

Vector $\vec{d_r}$(2, 1, -3)

Recta s (implícita): —> Passam a paramètriques

$$x = 3 + \lambda$$
$$y = \lambda$$
$$z = 6 + 3\lambda$$

Punt S=(3, 0, 6)

Vector $\vec{d_s}$(1, 1, 3)

Estudiam com són els vectors directors

d_r(2, 1, -3) $\quad \vec{d_s}$(1, 1, 3)

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$$

rang =2 —> Independents < **Es tallen** / **Es creuen** **?**

Calculam el vector $\overrightarrow{RS}$=S-R =

=(3, 0, 6) - (-2, -1, 1)=(5, 1, 5)

Calculam det($\vec{d_r}$, $\vec{d_s}$, $\overrightarrow{RS}$)=
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -6 \\ 1 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & -6 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = -26 \neq 0$$

Les rectes es creuen

Estudia la posició relativa de les rectes $r: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{-3}$ $\quad s: \begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ 3y - z + 6 = 0 \end{cases}$

$$r: \left.\begin{aligned} Ax + By + Cz + D &= 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' &= 0 \end{aligned}\right\} \quad s: \left.\begin{aligned} A''x + B''y + C''z + D'' &= 0 \\ A'''x + B'''y + C'''z + D''' &= 0 \end{aligned}\right\}$$

$$M = \begin{pmatrix} A & B & C \\ A' & B' & C' \\ A'' & B'' & C'' \\ A''' & B''' & C''' \end{pmatrix} \quad M^* = \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ A' & B' & C' & D' \\ A'' & B'' & C'' & D'' \\ A''' & B''' & C''' & D''' \end{pmatrix}$$

- rang $M = 3 \neq$ rang $M^* = 4$: Si El sistema no té solució. Els seus vectors directors no són proporcionals. Les dues **rectes es creuen.**
- rang $M =$ rang $M^* = 3$: Si El sistema té solució única que és el punt de tall de les dues rectes. Les dues **rectes són secants.**
- rang $M = 2 \neq$rang $M^* = 3$: El sistema no té solució. Té els seus vectors proporcionals. Les dues **rectes paral·leles.**
- rang $M =$ rang $M^* = 2$: El sistema té infinites solucions. Té els seus vectors proporcionals. Les dues **rectes coincidents.**

Estudia la posició relativa de les rectes $r: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{-3}$ $\quad s: \begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ 3y - z + 6 = 0 \end{cases}$

Recta r (implícita): —> Passam a implícita

$$x - 2y = 0$$
$$-3y - z - 2 = 0$$

$$M^* = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & -6 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$|M^*| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & -6 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & -6 \\ 0 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -1 & -6 \\ -1 & 0 & -3 \\ -3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -1 & -6 \\ -1 & 0 & -3 \\ -6 & 0 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ -6 & 8 \end{vmatrix} = -26 \neq 0$$

- rang $M = 3 \neq$ rang $M^* = 4$: Si El sistema no té solució. Els seus vectors directors no són proporcionals. Les dues **rectes es creuen.**

Estudia la posició relativa de les rectes $r: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{-3}$ $\quad s: \begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ 3y - z + 6 = 0 \end{cases}$

Situació gràfica: