Geometria a l’espai

Punt simètric respecte una recta

Calcula el punt simètric de P=(1,-14, 8) respecte la recta $r: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{-3}$

Mètode del pla perpendicular

- **Trobam un punt i vector de la recta** $R(-2,-1,1)$ $\vec{d_r}(2,1,-3)$
- **Calculam el pla perpendicular a la recta i que passa per P**

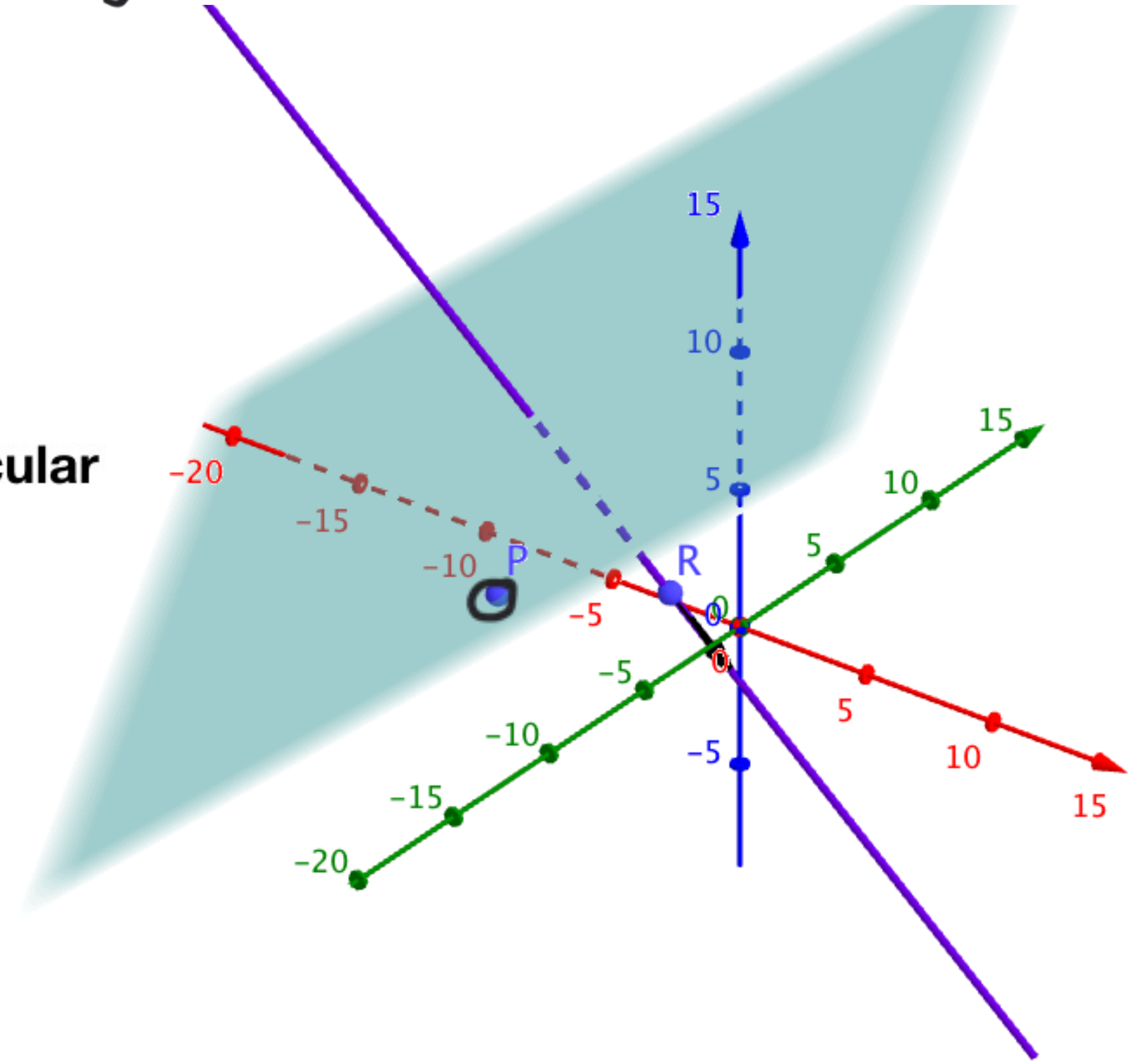
$$\underline{A}x + \underline{B}y + \underline{C}z + D = 0$$

$$2x + y - 3z + \underline{\underline{D}} = 0$$

Mètode del pla perpendicular

$$2 - 14 - 3 \cdot 8 + D = 0 \rightarrow D = 36$$

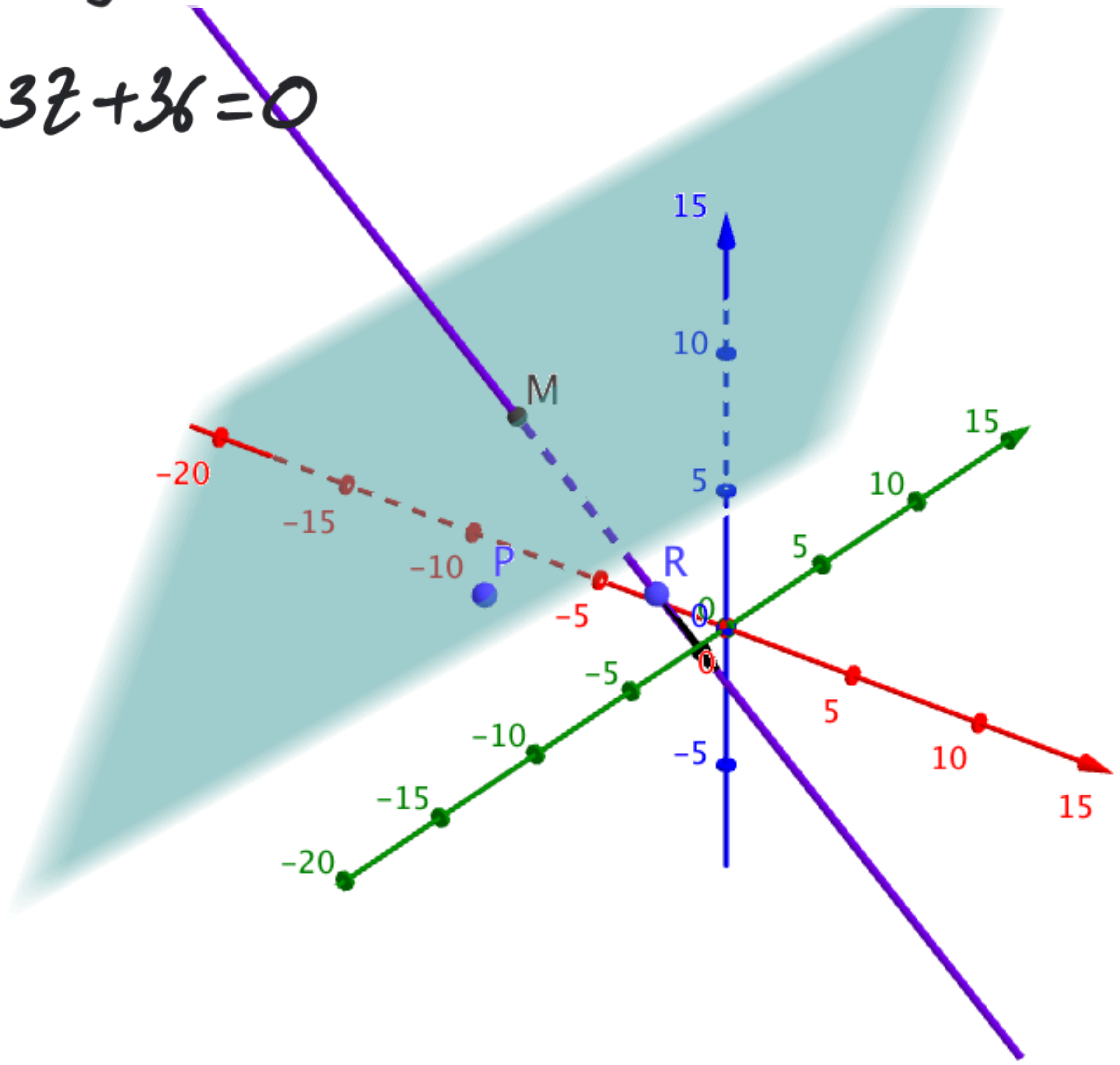
$$\pi: \ 2x + y - 3z + 36 = 0$$



Calcula el punt simètric de P=(-1,-14, 8) respecte la recta $r: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{-3}$

Mètode del pla perpendicular

- **Trobam un punt i vector de la recta** $R(-2,-1,1)$ $\vec{d_r}(2,1,-3)$
- **Calculam el pla perpendicular a la recta i que passa per P** $2x+y-3z+36=0$
- **Determinam el punt M d'intersecció del pla amb la recta**



$$r: \begin{cases} x = -2 + 2\lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = 1 - 3\lambda \end{cases}$$

$$2(-2+2\lambda) - 1 + \lambda - 3(1-3\lambda) + 36 = 0$$

$$-4 + \underbrace{4\lambda} - 1 + \underbrace{\lambda} - 3 + \underbrace{9\lambda} + 36 = 0$$

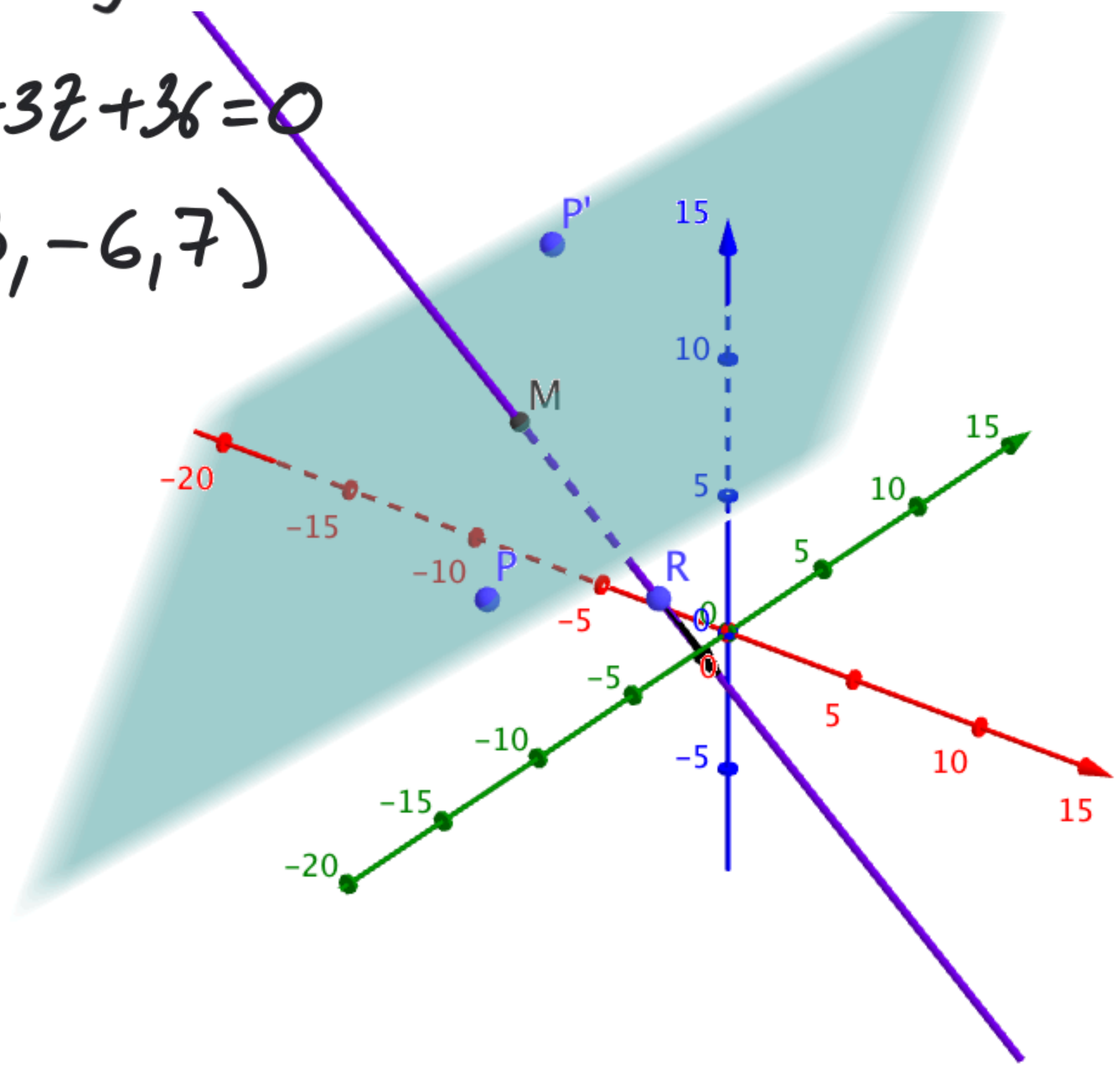
$$14\lambda + 28 = 0 \rightarrow \lambda = \frac{-28}{14} = -2$$

$$M \rightarrow x = -2 + 2\cdot(-2) = -6; \quad y = -1 - 2 = -3; \quad z = 1 - 3\cdot(-2) = 7$$

Calcula el punt simètric de *P*=(-1,-14, 8) respecte la recta $r: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{-3}$

Mètode del pla perpendicular

- **Trobam un punt i vector de la recta** $R(-2,-1,1)$ $\vec{d_r}(2,1,-3)$
- **Calculam el pla perpendicular a la recta i que passa per P** $2x+y-3z+36=0$
- **Determinam el punt M d'intersecció del pla amb la recta** $M=(-3,-6,7)$
- **Cercam el punt simètric de P respecte el punt M**



$$P' = 2M - P$$

$$P' = 2\cdot(-3,-6,7) - (-1,-14,8)$$

$$= (-6+1, -12+14, 14-8)$$

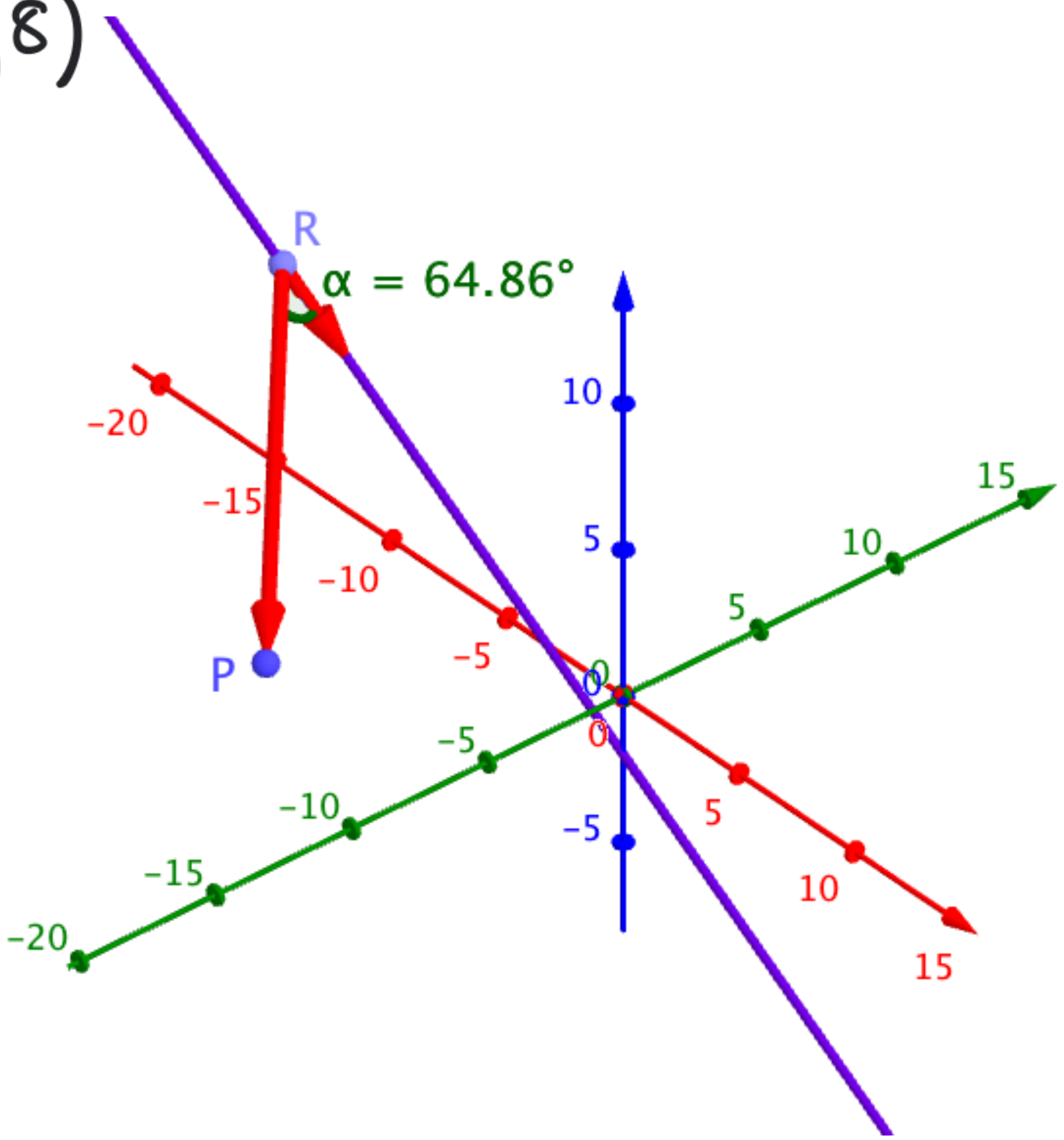
$$= (-5,2,6)$$

Calcula el punt simètric de *P*=(1,-14, 8) respecte la recta $r: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{-3}$

Mètode del punt genèric

- **Passam la recta a paramètriques. Punt genèric R =** $(-2+2\lambda, -1+\lambda, 1-3\lambda)$
- **Cercam el vector** $\overrightarrow{PR} = R-P = (-2+2\lambda, -1+\lambda, 1-3\lambda)-(1,-14,8)$

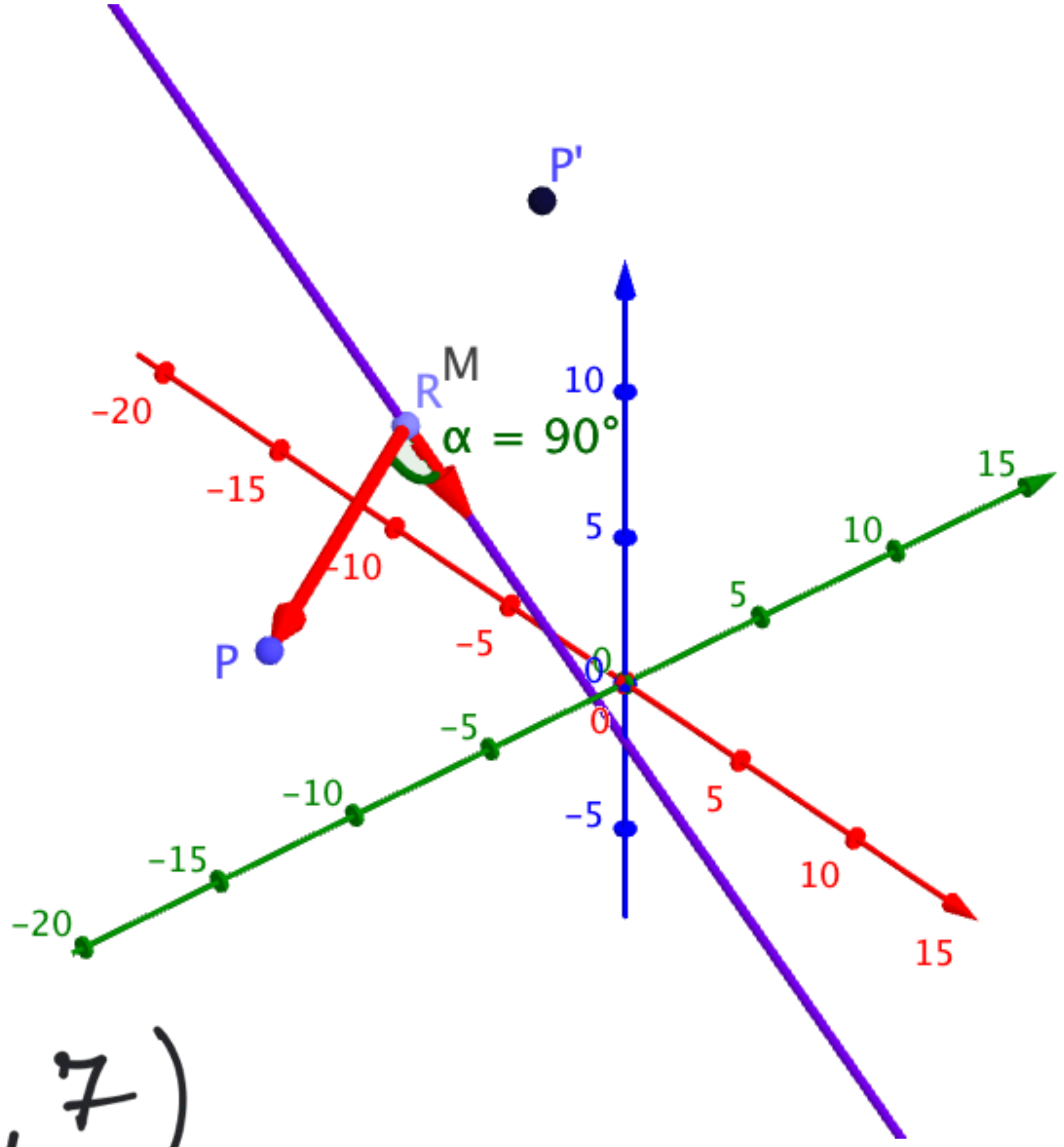
$$= (-3+2\lambda,\ 13+\lambda,\ 7-3\lambda)$$



Calcula el punt simètric de P=(1,-14, 8) respecte la recta $r: \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$

Mètode del punt genèric

- **Passam la recta a paramètriques. Punt genèric R =** $(-2+2\lambda, -1+\lambda, 1-3\lambda)$
- **Cercam el vector** $\overrightarrow{PR} = (-3+2\lambda,\ 13+\lambda, -7-3\lambda)$
- **Imposam que els vectors $\overrightarrow{RP}$ i $\overrightarrow{d_r}$ siguin perpendiculars. Trobam M**



$$(-3+2\lambda,\ 13+\lambda,\ -7-3\lambda)\cdot(2,1,-3)=0$$

$$-6+\underline{4\lambda}+13+\underline{\lambda}+21+\underline{9\lambda}=0$$

$$14\lambda+28=0 \longrightarrow \lambda=-2$$

$$M=R(\lambda=2)=(-2-4,-1-2,1+6)=(-6,-3,7)$$

Calcula el punt simètric de P=(1,-14, 8) respecte la recta $r: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{-3}$

Mètode del punt genèric

- **Passam la recta a paramètriques. Punt genèric R** $= (-2+2\lambda, -1+\lambda, 1-3\lambda)$
- **Cercam el vector** $\overrightarrow{PR} = (-3+2\lambda, 13+\lambda, -7-3\lambda)$
- **Imposam que els vectors $\overrightarrow{RP}$ i $\overrightarrow{d_r}$ siguin perpendiculars. Trobam M**
- **Cercam el punt simètric de P respecte el punt M** $= (-6, -3, 7)$

$$P' = 2M - P =$$

$$= 2(-6,-3,7) - (1,-14,8)$$

$$\boxed{P' = (-5,2,6)}$$