Sessió Dubtes

Matemàtiques-II

Lliurament 1

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} adj\, A^t$

$|A|$

$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Pregunta 5a), b)

Tasca Avaluable

"s'avalua a partir dels 2 missatges que heu de penjar al fòrum."

Pregunta 2 - Microtasca

$$\underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}}_{2\times 2} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}}_{2\times 1} + \begin{pmatrix} 0 \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-1 \\ y+2 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

A : - . . -

C : . . - - -

$$\begin{pmatrix} -x+7y \\ 2x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-1 \\ y+2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -x+7y \\ 2x+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-1 \\ y+2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} -x+7y = x-1 \\ 2x+z = y+2 \\ \vdots \end{cases}$$

sistema d'equacions. → Resolent

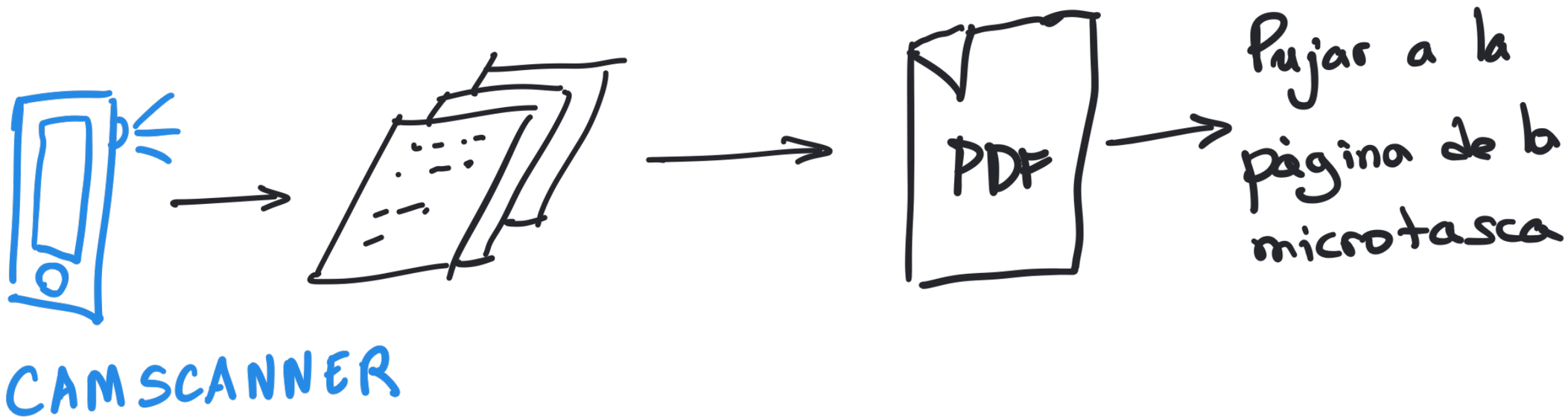
$x =$

$y =$

$z =$

Com s'ha de realitzar el lliurament?

Escanejat com 1 PDF



? Matriu inversa

« Matrius Quadrades » NOMÉS !!

- Què és? M^{-1} tal que $M \cdot M^{-1} = M^{-1} \cdot M = \mathbb{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

- Quan existeix? $|M| \neq 0$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 6 - (-5)$$
$$6 + 5 = 11$$

- Com es calcula
  - Sistema d'equacions (2x2)
  - Per la matriu d'adjuntes. → 3x3

EXEMPLE ① Calculau M^{-1}, $M = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

$$|M| = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 6 - (6) = 0 \quad \not\exists \; M^{-1}$$

EXEMPLE ② Calculau M^{-1}, $M = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$

$$|M| = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = -4 - (-6) = -4 + 6 = 2 \neq 0$$

$$M^{-1} = \frac{1}{|A|} \operatorname{adj} M^t$$

$$M \xrightarrow{t} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{menors}} \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Signes adjunts

$$\begin{pmatrix} + & - & + & \cdots \\ - & + & & \\ + & - & \ddots & \\ \vdots & & & \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{adj}} \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot \frac{1}{2}} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = A^{-1}$$

$\begin{pmatrix} + & - \\ - & + \end{pmatrix}$ canviar el signe del menor

Comprovació De La Matriu Inversa

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{0} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \mathbb{I}$$

M $\qquad$ M^{-1}

$$-2 - 2 \cdot \left(-\tfrac{3}{2}\right) = -2 + 3 = 1$$

$$1 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 - 1 = 0$$

EXEMPLE ③ Calculați M^{-1} unde $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

$$|M| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -4 - 5 + 15 - 2 = -11 + 15 = 4 \neq 0$$

$$M^{-1} = \frac{1}{|M|} \cdot \text{adj}\, M^t$$

$$M \xrightarrow{t} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ -1 & 5 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{minors}} \begin{pmatrix} -9 & 7 & 13 \\ -5 & 3 & 5 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = -4 - 5$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 7$$

$$\begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow[\text{adj}]{} \begin{pmatrix} -9 & -7 & 13 \\ 5 & 3 & -5 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{:|A|}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{9}{4} & -\frac{7}{4} & \frac{13}{4} \\ \frac{5}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{5}{4} \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

Calcular la matriu inversa resolent un sistema d'equacions

$$X = \begin{pmatrix} x & y \\ t & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = A^{-1}$$

$$A: \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot X = I$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y \\ -x+2z & -y+2t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ -x+2z = 0 \rightarrow -1+2z = 0 \rightarrow 2z = 1 \rightarrow z = \frac{1}{2} \\ -y+2t = 1 \rightarrow 2t = 1 \rightarrow t = \frac{1}{2} \end{cases}$$

11
0