

Model 3

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. a) Discutiu per a quins valors de m el sistema següent és compatible:

$$\left. \begin{array}{rcl} 4x & + & my & + & z & = & m + 2, \\ x & + & y & + & mz & = & -2(m + 1), \\ 4x & + & y & + & z & = & m. \end{array} \right\}$$

(7 punts)

- b) Resoleu-lo en el cas en què $m = 0$.

(3 punts)

2. Considerem la funció $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$. Feu un dibuix aproximat de la funció anterior en l'interval $[-1, 1]$. (5 punts). Calculeu l'àrea limitada per la gràfica de la funció anterior, l'eix de les X i les rectes verticals $x = -\frac{1}{2}$ i $x = \frac{1}{2}$. (5 punts)

3. Determineu els punts A, B i C de la recta $x - 12 = \frac{y+6}{2} = \frac{z-6}{3}$ que estan als plans coordenats (6 punts) i determineu quin d'aquests tres punts, A, B, C, està situat entre els altres dos. (4 punts)

4. Volem fer un estudi de les opinions polítiques dels estudiants de primer curs de la UIB. Per això, hem agafat una mostra representativa de 500 estudiants de primer curs i els hem demanat quin partit polític varen votar a les darreres eleccions. Dels 500 estudiants, 200 varen respondre que varen votar el PP, 100 el PSIB i la resta altres formacions polítiques. Sabent que 200 dels estudiants eren al·lots, que el 40% dels votants del PP són al·lots i que el 50% dels votants del PSIB són al·lots, es demana:

- a) La probabilitat que un estudiant hagi votat altres formacions polítiques i sigui al·lot.
(4 punts)
- b) La probabilitat que un estudiant al·lot hagi votat el PP.
(2 punts)
- c) La probabilitat que un estudiant que ha votat altres formacions polítiques sigui al·lot.
(4 punts)

Model 3

OPCIÓ B

1. Considerem les matrius $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Trobau la matriu \mathbf{X} que verifica:
(10 punts)

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{Id} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Trobau els valors a , b i c per tal que la funció

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 5, & \text{si } x < 2, \\ cx + 1, & \text{si } x \geq 2, \end{cases}$$

verifiqui les hipòtesis del teorema de Rolle en l'interval $[0, 4]$ (6 punts). Determinau en quin(s) punt(s) se verifica el que assegura el teorema. (4 punts)

3. El pla perpendicular al punt mig del segment d'extrems $P(0, 3, 8)$ i $Q(2, 1, 6)$ talla als eixos coordinats en els punts A, B i C. Trobau l'àrea del triangle ABC. (10 punts).

4. Considerem la població d'estudiants que han aprovat la selectivitat en la convocatòria de juny un any determinat. Sigui X la variable aleatòria que modela la proporció d'estudiants de la població anterior que escull estudiar un grau d'humanitats. Aquesta variable aleatòria X es modela amb una distribució normal de mitjana 0.35 i desviació típica 0.1. Es demana:

- quina és la probabilitat que en un any qualsevol més del 45% dels estudiants de la població considerada estudiïn un grau d'humanitats? (5 punts)
- En els darrers 10 anys, en quants anys el percentatge d'estudiants de la població considerada que han escollit estudiar un grau d'humanitats no ha superat el 30%? (5 punts)

Model 1

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada problema es puntua sobre 10 punts. Supposem que P_1 , P_2 , P_3 i P_4 son les qualificacions dels problemes sobre 10. La qualificació final s'obté d'aplicar la fórmula següent: $\frac{4}{15} \cdot (P_1 + P_2 + P_3) + \frac{1}{5} \cdot P_4$. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

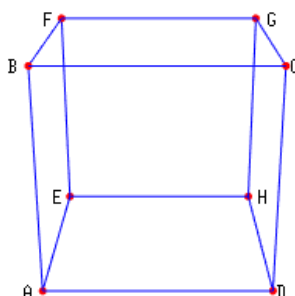
Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. Les edats d'en Joan, en Miquel i en Gabriel sumen 70 anys. L'edat d'en Joan, el doble de l'edat d'en Miquel i el triple de l'edat d'en Gabriel sumen 160 anys i l'edat d'en Gabriel igual la suma de les edats d'en Joan i en Miquel. Calculeu les edats d'en Joan, en Miquel i en Gabriel (7 punts) i quin any va néixer cadascun. (3 punts)

2. Entre dues torres de 15 i 25 metres d'alçada, respectivament, hi ha una distància de 30 metres. Enmig de les dues torres hi hem de posar una altra torreta de 5 metres d'alçada i hem d'estendre un cable que uneixi els extrems de dalt de la primera torre amb la torreta i els extrems de dalt d'aquesta amb la segona torre. On hem de situar la torreta de 5 metres perquè la longitud total del cable sigui mínima? (7 punts). Què val la llargada del cable en aquest cas? (3 punts)

3. Considerem el cub que apareix a la figura adjunta. Supposem que el punt C té coordenades (1,1,1), les arestes del cub són paral·leles als eixos coordenats (o sigui, l'aresta AE és paral·lela a l'eix X, l'aresta AD, a l'eix Y i l'aresta AB, a l'eix Z) i els costats del cub tenen llargada 2. Calculeu el pla que passa pels punts A, E, C i G (7 punts) i la recta perpendicular al pla anterior que passa pel punt D. (3 punts)



4. El temps que un alumne pot estar concentrat i escoltar el professor en una classe de Matemàtiques es modela com una distribució normal de mitjana 15 minuts i desviació típica 5 minuts.

- Calculeu la probabilitat que un alumne estigui concentrat més de 20 minuts. (3 punts)
- Calculeu la probabilitat que un alumne estigui concentrat entre 10 i 30 minuts. (3 punts)
- Ens diuen que la probabilitat que un alumne estigui concentrat més de x minuts val 0.75. Calculeu aquest valor de x minuts. (4 punts)

Model 1

OPCIÓ B

1. a) Discutiu per a quins valors de a el sistema següent és compatible:

$$\left. \begin{aligned} ax + y - 2z &= -1, \\ -x + ay + z &= 2, \\ 3x + y - z &= 0, \\ y + z &= 3. \end{aligned} \right\}$$

(6 punts)

- b) Resoleu-lo en el cas en què sigui compatible

(4 punts)

2. Considerem la funció $f(x) = x \cdot |x - 1|$. Feu un dibuix aproximat de la funció anterior en l'interval $[0, 2]$. (6 punts). Calculau l'àrea limitada per la gràfica de la funció anterior i l'eix de les X. (4 punts)

3. Donats els punts $A(1, 0, 3)$ i $B(1, 3, 4)$, determinau els punts situats en el pla $z = 1$ que formin amb els punts A i B un triangle equilàter. (6 punts) Calculau el volum del tetraedre format pels 3 punts anteriors i l'origen de coordenades. (4 punts)

4. Suposem que els estudiants de la UIB només tenen dos sistemes operatius als seus telèfons mòbils: Android i IOS (el dels iPhone). El 80% dels estudiants de la UIB tenen el sistema operatiu Android. El 25% de les al·lotes estudiants de la UIB tenen IOS al seu telèfon mòbil i el 45% dels estudiants de la UIB són al·lots.

- a) Calculau la probabilitat que un al·lot de la UIB tingui IOS al seu telèfon mòbil. (6 punts)
- b) Calculau la probabilitat que un estudiant que tingui Android al telèfon mòbil sigui al·lota. (4 punts)

Model 2

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada problema es puntua sobre 10 punts. Suposem que P_1 , P_2 , P_3 i P_4 son les qualificacions dels problemes sobre 10. La qualificació final s'obté d'aplicar la fórmula següent: $\frac{4}{15} \cdot (P_1 + P_2 + P_3) + \frac{1}{5} \cdot P_4$. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. a) Discutiu per a quins valors de m el sistema següent és compatible:

$$\left. \begin{array}{l} mx + 3z = m, \\ x + 2y - z = 1, \\ 2x + y - z = 2. \end{array} \right\}$$

(7 punts)

- b) Resoleu-lo en el cas o els casos en què sigui compatible indeterminat. (3 punts)

2. El nombre de litres per metre quadrat que va ploure en un determinat lloc ve donat per la funció següent:

$$Q(t) = -\frac{t^3}{8} + \frac{3t^2}{2} - \frac{9t}{2} + 10,$$

on t ve donat en dies i va des del dia $t = 1$ (dilluns) fins al dia $t = 8$ (dilluns de l'altra setmana).

- a) Determinau el dia de la setmana que va ploure més i el que va ploure menys. Quants de litres per metre quadrat va ploure aquests dos dies? (6 punts)
b) Feu un petit dibuix de la funció anterior durant els 8 dies. (4 punts)

3. Donades les rectes $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ i $s : \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}$,

- a) demostra que es creuen. (4 punts)
b) calculau la distància entre les rectes. (6 punts)

4. Llançam dos daus de 6 cares no trucats i consideram els esdeveniments següents:

S_7 : "la suma dels resultats dels dos daus és 7".

P : "el producte dels resultats dels dos daus és imparell".

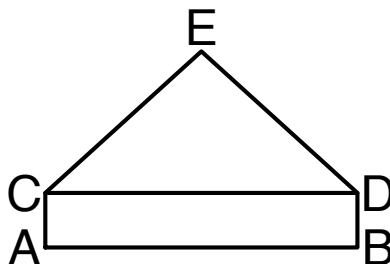
- a) Calculau les probabilitats que passin els esdeveniments anteriors. (6 punts)
b) Són independents S_7 i P ? Raonau la resposta. (4 punts)

Model 2

OPCIÓ B

1. Tenim tres aixetes per omplir un dipòsit d'aigua i suposam que el cabal que cau per cada aixeta és constant. Si fem servir l'aixeta 1, tardam 10 hores per omplir el dipòsit, si fem servir les aixetes 1 i 2, tardam 4 hores, i si les fem servir totes tres, tardam una hora. Suposant que la suma dels cabdals de les tres aixetes és 10 litres per minut, calculau el cabdal de l'aigua de cada aixeta (8 punts) i el volum del dipòsit (2 punts).

2. Hem de dissenyar una finestra com la que surt a la figura adjunta, o sigui, el polígon ACEDB, de 30 metres de perímetre. Es tracta d'un rectangle amb un triangle equilàter damunt. Calculau les dimensions del rectangle perquè l'àrea de la finestra sigui màxima. (10 punts)



3. Considerem les rectes següents dependents d'un paràmetre λ :

$$r : \left. \begin{array}{l} x = 1 + \lambda t, \\ y = -1 + t, \\ z = 3 - 2t. \end{array} \right\}, \quad s : \frac{x-2}{\lambda} = \frac{y}{2\lambda} = \frac{z-3}{-1}.$$

- Calculau el valor de λ perquè r i s es tallin. (7 punts)
- Calculau el punt d'intersecció pe al valor de λ calculat. (3 punts)

4. El test d'intel·ligència (CI) és una prova que en teoria mesura la intel·ligència de l'individu i dona un valor que aproximadament té de mitjana 100. O sigui, el nivell 100 se suposa que és el nivell d'intel·ligència d'una persona normal. Suposem ara que el nivell d'intel·ligència d'una determinada població segueix una distribució normal de mitjana 100 i desviació típica 10.

- Calculau el percentatge de la població que es considera superdotada. Una persona es considera superdotada si té un nivell d'intel·ligència superior a 130. (3 punts)
- Calculau el percentatge de la població amb un nivell d'intel·ligència entre 90 i 110. (3 punts)
- Ens diuen que el 70% de la població té un nivell d'intel·ligència menor que un cert llinar. Calculau aquest llinar. (4 punts)

Model 2

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula de la distribució normal $N(0, 1)$.