IEDIB

SOLUCIONS MOSTRA D'EXAMEN JUNY
MATEMÀTIQUES I

1. Resoleu l'equació trigonomètrica $\operatorname{tg} x = 1$. Expressau totes les solucions en graus. (1,5 punts)

Una solució la proporciona la calculadora emprant la funció inversa de la tangent, és a dir, l'arctangent $x = \operatorname{arctg} 1 = 45°$

L'altre quadrant, dins d'una volta on la tangent és positiva és al tercer quadrant. Aleshores, $x = 45° + 180° = 225°$.

Finalment, hem de sumar voltes completes per tenir totes les solucions

$$x = \begin{cases} 45° + 360°n \\ 225° + 360°n \end{cases}$$

També es poden donar les solucions d'una forma més compacta $x = 45° + 180°n$.

2. Resoleu el sistema d'equacions $\begin{cases} x + 2y + 2z &= 3 \\ x + y + 3z &= 0 \\ -2x + 3y + 3z &= 1 \end{cases}$ pel mètode de Gauss. (1,75 punts)

A la segona equació li restam la primera.

A la tercera equació li sumam el doble de la primera.

$$\begin{cases} x + 2y + 2z &= 3 \\ -y + z &= -3 \\ 7y + 7z &= 7 \end{cases}$$

La tercera equació la simplificam entre 7

$$\begin{cases} x + 2y + 2z &= 3 \\ -y + z &= -3 \\ y + z &= 1 \end{cases}$$

A la tercera equació li sumam la segona

$$\begin{cases} x + 2y + 2z &= 3 \\ -y + z &= -3 \\ 2z &= -2 \end{cases}$$

El sistema ja és escalonat. Trobam que $z = -1$, $y = 2$, $x = 1$.

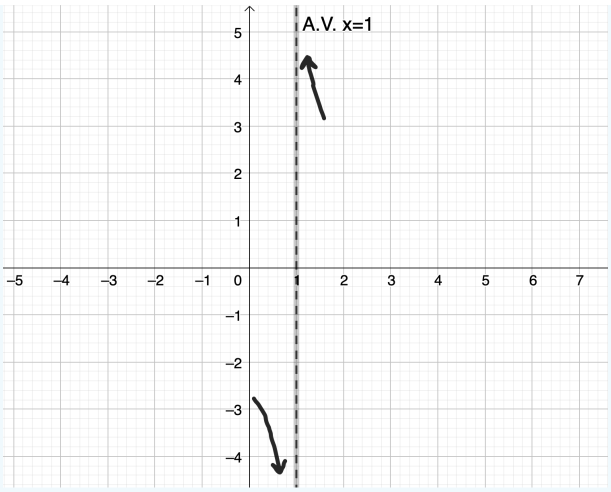
3. Calculau l'asímptota vertical de la funció $f(x) = \dfrac{x}{x-1}$. Representau amb fletxes de quina forma s'acosta la funció a l'asímptota. (1,75 punts)

L'asímptota vertical anul.la el denominador $x - 1 = 0 \to x = 1$. Per determinar la posició relativa, calculam els límits laterals al voltant de $x = 1$.

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{x}{x-1} = \frac{+1}{-0} = -\infty$$

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{x}{x-1} = \frac{+1}{+0} = +\infty$$

La representació d'aquests límits és



A més a més, $f(x)$ té una asímptota horitzontal a $y = 1$ però no l'hem calculada perquè no ho demanva l'enunciat.

4. Considerau la funció $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ (1,75 punts)

a) Calculau la funció derivada completament simplificada. (0,75 punts)

Aplicam la regla de la derivada d'una funció composta; regla de la cadena

$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{1+x^2}} \cdot 2x = \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

b) Estudieu-ne el creixement/creixement, màxims i mínims. (1 punts)

El domini de la funció és $Dom f = \mathbb{R}$ perquè el denominador mai s'anul.la.

Igualam a zero la derivada per trobar els punts crítics.

$\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}} = 0 \quad \rightarrow \quad x = 0$

- Si $x < 0$, la derivada és negativa i la funció és decreixent.
- Si $x > 0$, la derivada és positiva i la funció és creixent.

La funció decreix a $x \in (-\infty, 0)$ i és creixent a $x \in (0, +\infty)$.

La funció assoleix un mínim relatiu a $(x, y) = (0, 1)$.

5. Calculau l'equació **general** de la recta que és perpendicular a la recta $r : \begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = 7 - 2t \end{cases}$ i passa pel punt $P(1, 2)$. (1,75 punts)

La recta de l'enunciat ve donada en forma paramètrica. En aquesta forma, el vector director s'obté dels coeficients que acompanyen el paràmetre, és a dir, $\vec{d}(5, -2)$. Un vector perpendicular a aquest és $\vec{n}(2, 5)$ i és el vector director de la recta que ens demanen.

Començam escrivint l'equació contínua

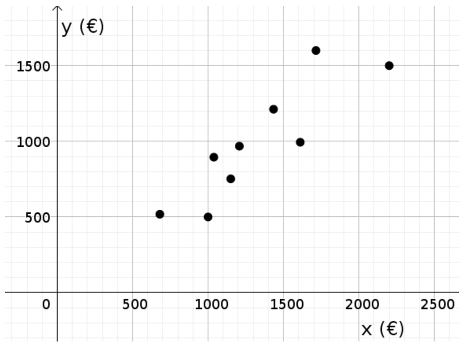
$s: \ \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{5}$

feim els productes en creu i simplificam. Així, obtenim l'equació general de la recta perpendicular $s: \ 5x - 2y - 1 = 0$.

6. S'ha fet un estudi estadístic de les variables $x =$ ingressos mensuals i $y =$ despeses mensuals (en €) d'un conjunt de famílies. S'ha obtingut el següent gràfic de dispersió. Es demana: (1,5 punts)

a) Explicau el tipus de correlació entre les variables i el signe que té el coeficient de correlació. (0,75 punts)

b) Sabent que la recta de regressió és $y = 0.75\,x - 10$, estimau els ingressos d'una família que ha gastat 1400 €en un mes. (0,75 punts)



a) Del núvol de punts de l'enunciat es pot veure que existeix una correlació positiva (amb intensitat moderada). Possiblement, el coeficient de correlació lineal r estigui al voltant de 0.8.

b) La recta de regressió és $y = 0.75x - 10$ i ens diuen que $x = 1400$. Amb això, podrem obtenir una estimació de les despeses mensuals $y = 0.75 \cdot 1400 - 10 = 1040$ €.

Es tracta d'una interpolació perquè 1400 cau dins del rang de valors de la variable x. L'estimació serà quan més fiable com més gran sigui el valor del coeficient de correlació r.