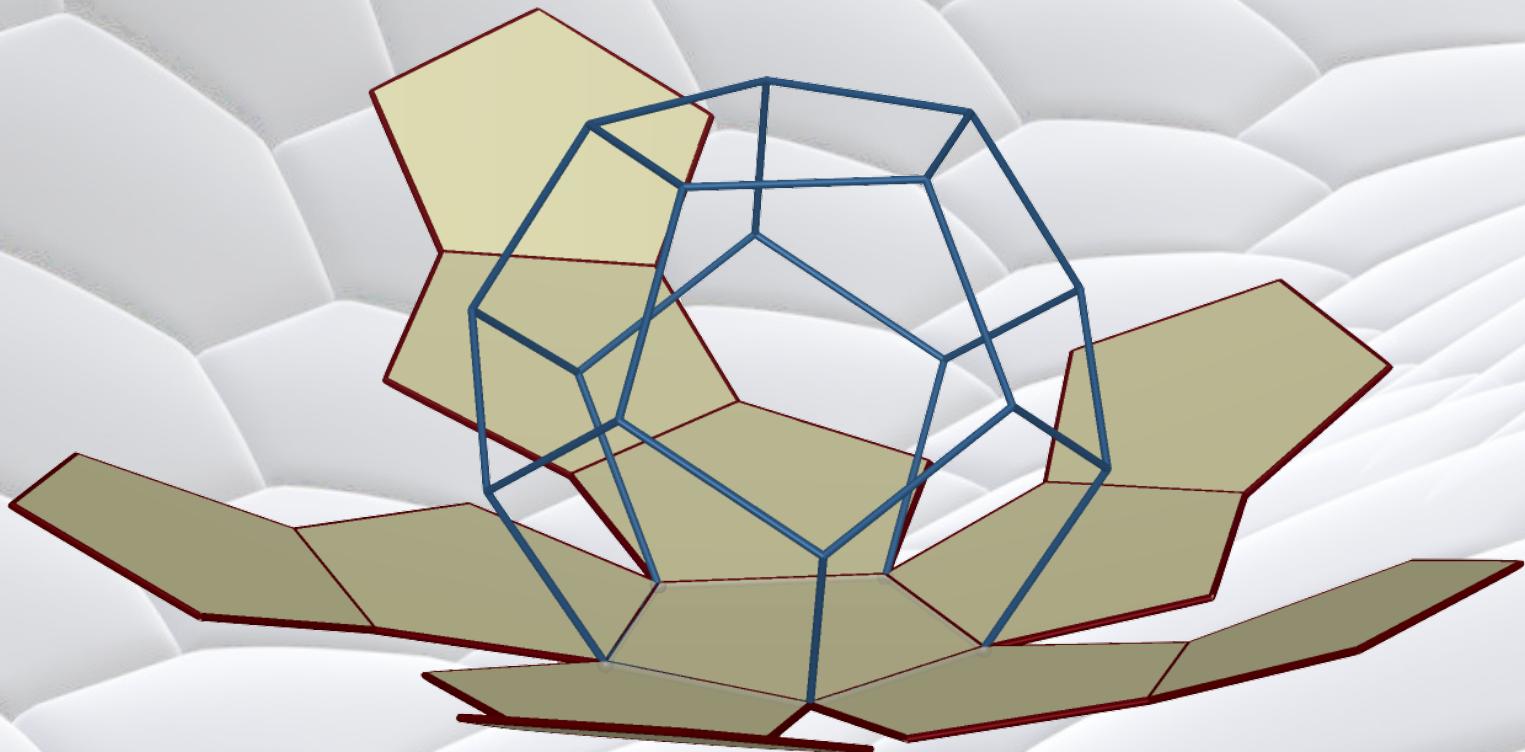


**3**  
ESO

Matemàtiques

Sample



Mostra

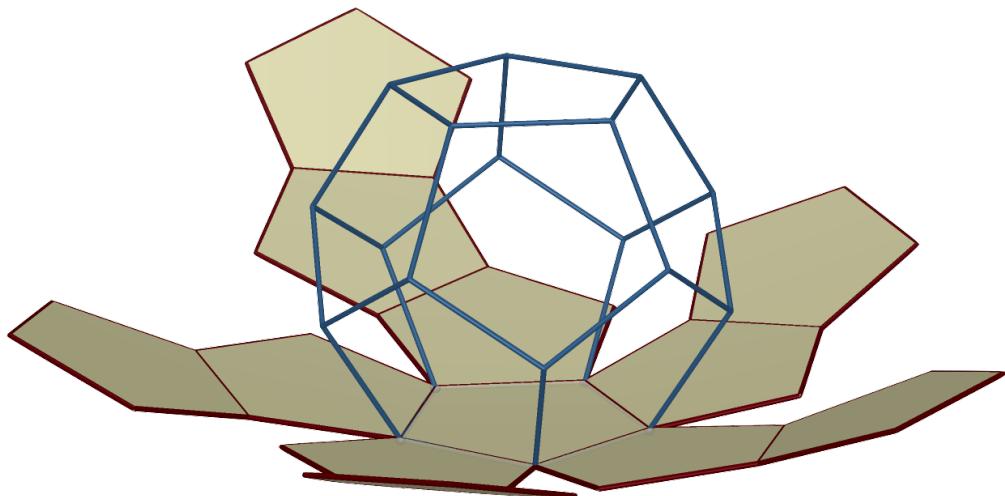
*Josep Mulet*



# Matemàtiques 3r ESO

## Sèrie Pràctica

*2a Edició*



**IESB**

[www.iesbinissalem.net](http://www.iesbinissalem.net)

**Josep Mulet**  
*Departament de Matemàtiques*  
IES Binissalem

Aquesta és una obra derivada de “*Matemáticas 3º de ESO. Ejercicios y problemas*” de Marea Verde de matemàtiques. Per tant, està subjecta a les mateixes condicions de llicència CREATIVE COMMONS que l'obra original.

**Edició L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X:** ® Josep Mulet Pol

**Versió:** 2017-07-23

**Portada:** *Desenvolupament d'un dodecaedre.*

[Reconeixement-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional](#)



---

# Índex

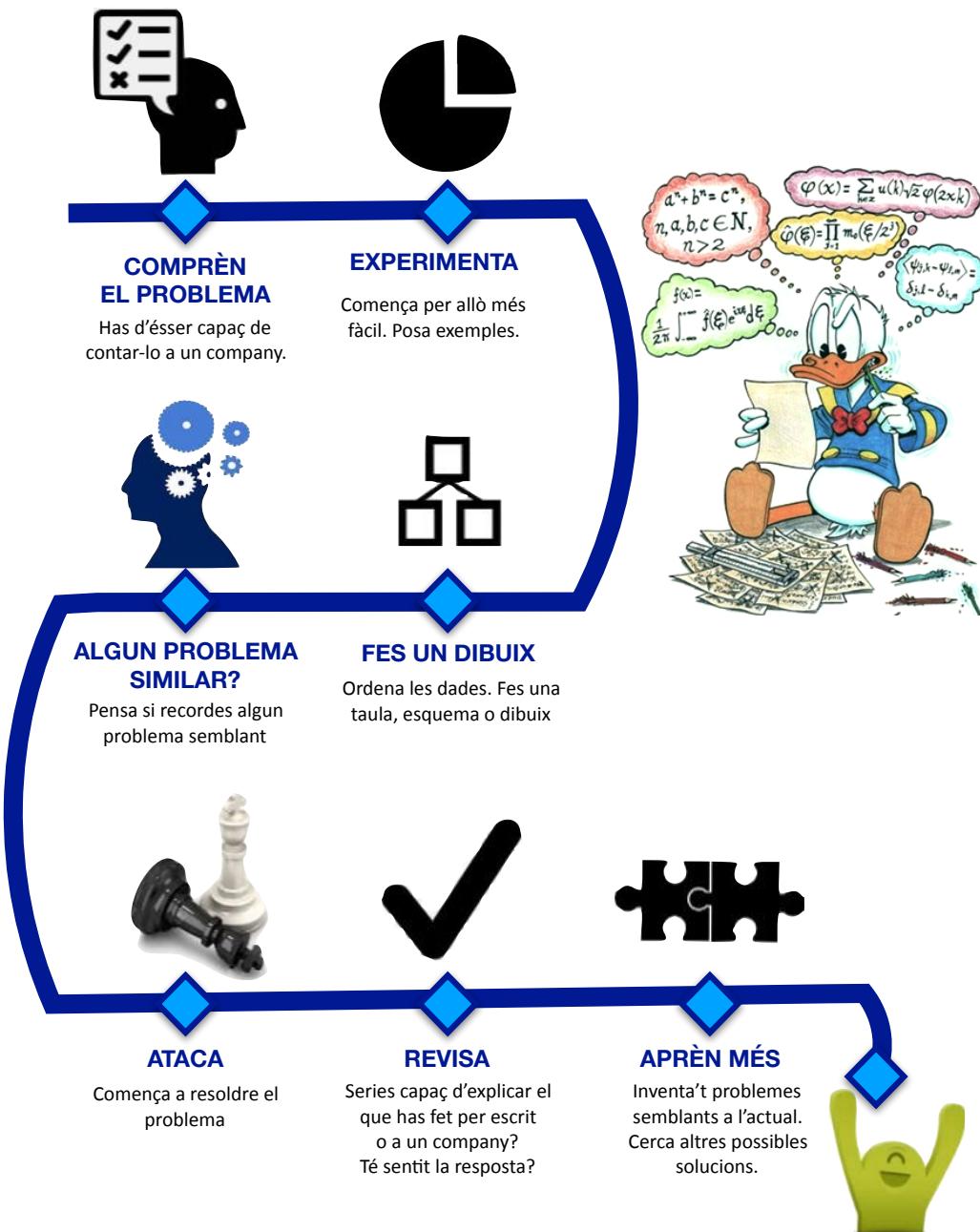
---

<b>1 Nombres Racionals</b>	<b>8</b>
1.1 Operacions amb nombres enters . . . . .	9
1.2 Operacions amb nombres racionals . . . . .	9
1.3 Representació de fraccions sobre la recta numèrica . . . . .	12
1.4 Fraccions i decimals . . . . .	13
1.5 Ordenar fraccions . . . . .	14
1.6 Problemes de fraccions . . . . .	15
1.7 Aproximacions i errors . . . . .	18
<b>2 Potències i arrels</b>	<b>22</b>
2.1 Potències . . . . .	23
2.2 Notació científica . . . . .	25
2.3 Arrels o radicals . . . . .	28
<b>3 Successions i progressions</b>	<b>34</b>
3.1 Successions . . . . .	35
3.2 Progressions aritmètiques . . . . .	37
3.3 Progressions geomètriques . . . . .	38
3.4 Activitats . . . . .	40
<b>4 Estadística i Probabilitat</b>	<b>44</b>
4.1 Fases d'un estudi estadístic . . . . .	45
4.2 Representació de la informació . . . . .	46
4.3 Paràmetres estadístics . . . . .	47
4.4 Problemes d'estadística . . . . .	49
4.5 Introducció al càlcul de probabilitats . . . . .	51
4.6 Probabilitats simples (Regla de Laplace) . . . . .	52
4.7 Probabilitat composta . . . . .	54
4.7.1 Successos independents . . . . .	55
4.7.2 Successos dependents. Diagrames d'arbre . . . . .	56
<b>5 Àlgebra: Polinomis</b>	<b>60</b>
5.1 El llenguatge algebraic . . . . .	61
5.2 Monomis . . . . .	62
5.2.1 Operacions amb monomis . . . . .	63
5.3 Operacions amb polinomis . . . . .	64
5.3.1 Divisió de polinomis . . . . .	66
5.4 Identitats notables . . . . .	68

5.5	Introducció a les fraccions algebraiques . . . . .	69
5.6	Activitats . . . . .	71
<b>6</b>	<b>Equacions i sistemes</b>	<b>76</b>
6.1	Concepte d'equació . . . . .	77
6.2	Equacions de primer grau . . . . .	77
6.2.1	Problemes d'equacions de primer grau . . . . .	80
6.3	Equacions de segon grau . . . . .	81
6.3.1	Problemes d'equacions de segon grau . . . . .	83
6.4	Equacions biquadrades i factoritzades . . . . .	83
6.5	Sistemes d'equacions . . . . .	84
6.5.1	Problemes de sistemes d'equacions . . . . .	86
6.6	Activitats . . . . .	88
<b>7</b>	<b>Proporcionalitat i percentatges</b>	<b>92</b>
7.1	Proporcionalitat directa i inversa simple . . . . .	93
7.2	Proporcionalitat composta . . . . .	94
7.3	Repartiments proporcionals . . . . .	95
7.4	Percentatges . . . . .	96
7.5	Interès bancari . . . . .	98
7.6	Activitats . . . . .	98
<b>8</b>	<b>Funcions i gràfics</b>	<b>102</b>
8.1	Sistemes de representació en el pla . . . . .	102
8.2	Concepte de funció . . . . .	103
8.3	La funció lineal i afí . . . . .	104
8.3.1	Funcions lineals . . . . .	104
8.3.2	Funcions afins . . . . .	105
8.4	La funció quadràtica o paràbola . . . . .	107
8.5	Interpretació i característiques de les funcions . . . . .	109
<b>9</b>	<b>Geometria en el pla</b>	<b>114</b>
9.1	Semblança . . . . .	115
9.2	Angles, longituds i àrees . . . . .	116
9.3	Llocs geomètrics . . . . .	120
9.4	Activitats . . . . .	123
9.4.1	Semblança . . . . .	123
9.4.2	Angles, longituds i àrees . . . . .	124
9.4.3	Llocs geomètrics . . . . .	125
<b>10</b>	<b>Moviments en el pla i l'espai</b>	<b>128</b>
10.1	Transformacions geomètriques . . . . .	129
10.2	Translacions . . . . .	129
10.2.1	Vectors . . . . .	129
10.2.2	Translacions . . . . .	131
10.3	Girs o rotacions . . . . .	132
10.4	Simetries . . . . .	133
10.5	Mosaics, frisos i rosasses . . . . .	135
<b>11</b>	<b>Geometria a l'espai</b>	<b>140</b>
11.1	Perpendicularitat i paral·lelisme a l'espai . . . . .	140
11.2	Poliedres . . . . .	141

11.2.1 Teorema de Pitàgores a l'espai . . . . .	142
11.2.2 Àrea lateral i total de poliedres . . . . .	142
11.3 Cossos de revolució . . . . .	143
11.4 Volum de cossos geomètrics . . . . .	143
11.5 Globus terraquíi . . . . .	144
11.6 Activitats . . . . .	144
11.6.1 Angles polièdrics. Paral·lelisme i perpendicularitat. Poliedres. . . . .	144
11.6.2 Teorema de Pitàgores en l'espai . . . . .	145
11.6.3 Àrea lateral, total i volum de cossos geomètrics . . . . .	146
11.6.4 Fusos horaris . . . . .	150
<b>Activitats de síntesi</b>	<b>156</b>
<b>Solucions</b>	<b>161</b>

## Recomanacions per RESOLDRE PROBLEMES

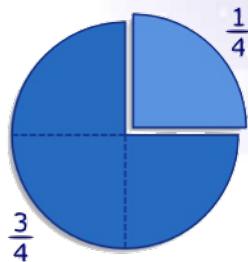


## Símbols

Símbol	Significat
	Problema clau amb solució al final del llibre.
	A més de la solució, proporciona orientacions per arribar a ella.
	Problema que requereix d'investigació o recerca d'informació.
	Activitat adequada per realitzar amb el programa Geogebra.
Vídeo 132:	Explicació en vídeo dels continguts de l'apartat. El número de vídeo correspon a la numeració emprada en <a href="https://piworld.es">https://piworld.es</a>
	Problema amb un cert grau de dificultat.
	Activitat que es pot contestar en el llibre mateix.
	Activitat que es pot resoldre mentalment o en veu alta.

## Recursos

	Plataforma d'aprenentatge. Conté explicacions en vídeo i activitats interactives. Requereix usuari i contrasenya. <a href="https://piworld.es">https://piworld.es</a>
	Programa lliure de geometria dinàmica en dues i tres dimensions. Ideal pels temes de funcions i geometria. <a href="https://www.geogebra.org/graphing">https://www.geogebra.org/graphing</a>
	Calculadora per al càlcul simbòlic. Nova versió Web <a href="https://calcme.com/a">https://calcme.com/a</a> La versió antiga la trobareu a <a href="http://www.wiris.net/educa.madrid.org/wiris/es/cas.html">http://www.wiris.net/educa.madrid.org/wiris/es/cas.html</a> Atenció: requereix el plugin de Java i no funciona en dispositius mòbils.



## Tema 1

# Nombres Racionals

### Què aprendrem?

1.1 Operacions amb nombres enteros . . . . .	9
1.2 Operacions amb nombres racionals . . . . .	9
1.3 Representació de fraccions sobre la recta numèrica . . . . .	12
1.4 Fraccions i decimals . . . . .	13
1.5 Ordenar fraccions . . . . .	14
1.6 Problemes de fraccions . . . . .	15
1.7 Aproximacions i errors . . . . .	18

### Abans de començar

Nota:

#### Completa:

- En una fracció  $\frac{a}{b}$ ,  $a$  es diu ..... i  $b$  s'anomena .....
- Quan una fracció no es pot simplificar més es diu .....
- Quant val les dues terceres parts de 24? .....
- Una botella de vi de  $3/8$  de litre; com s'expressa com a número decimal? .....

#### Calcula i simplifica:

a)  $\frac{3}{4} + \frac{7}{2} - 3 =$

b)  $\frac{3}{7} \cdot \frac{28}{6} =$

c)  $\frac{3}{4} : \frac{7}{2} =$

d)  $\frac{3}{7}$  de 42 =

## 1.1 Operacions amb nombres enters

### Prioritat de les operacions

- 1r** Efectuem els parèntesis  
**2n** Calculam potències i arrels  
**3r** Efectuem les multiplicacions i les divisions  
**4t** Finalment, feim les sumes i les restes.

$$\begin{aligned} & 3 - (-2)^2 \cdot (4 - 9) \\ & 3 - (-2)^2 \cdot (-5) \\ & 3 - 4 \cdot (-5) \\ & 3 + 20 \\ & 23 \end{aligned}$$

**1.** Calcula:

a)  $-2 \cdot (-20 + 15) =$

b)  $-20 : (10 - 2 \cdot (-20 + 15)) =$

c)  $[-80 - 20 : (10 - 2 \cdot (-20 + 15))] \cdot (3 - 2 \cdot 3^2) =$

**2.** Calcula pas a pas:  $(-5 + 4 \cdot (-2) + 7) : (7 - (3 - 4) \cdot (-1))$

**3.** Calcula:

a)  $-10 + 20 : (-5) =$

b)  $-100 : [(-20) : (-5)] =$

**4.** Calcula:

a)  $3 - (4 \cdot 3 - 2 \cdot 5)^2 - (3 - 5)^3$

b)  $5 - 3^2 - 2 \cdot (-5) - (7 - 9)^2$

c)  $7 - 2 \cdot (3 - 5)^2 + 2 \cdot (-3) + 8 - (-2)^2$

d)  $2 - (2 \cdot 3 - 3 \cdot 4)^2 - (2 - 4)^3$

## 1.2 Operacions amb nombres racionals



Vídeo 117: Nombres racionals, operacions simples.



Vídeo 118: Nombres racionals, operacions combinades.

5. Calcula i simplifica.

a)  $\frac{3}{2} - \frac{3}{10} - \frac{3}{5} =$

b)  $\frac{7}{12} + \frac{4}{9} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{7}{6} =$

c)  $\frac{1}{2} - \frac{3}{4} - \frac{2}{3} + 1 =$

d)  $\frac{1}{11} - \frac{13}{22} - \frac{1}{4} + 1 =$

6. Calcula i simplifica.

**EXEMPLE**

a)  $\frac{7}{6} - \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{7}{6} - \left( \frac{3}{6} - \frac{2}{6} \right) = \frac{7}{6} - \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$

a)  $\frac{7}{6} - \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) =$

b)  $2 - \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) =$

c)  $\frac{6}{7} - \left( \frac{3}{7} - \frac{11}{14} \right) =$

d)  $\left( \frac{5}{6} + \frac{2}{5} \right) - \left( \frac{3}{5} + \frac{1}{6} \right) =$

e)  $\left( \frac{3}{4} + \frac{2}{5} + 1 \right) - \left( 2 - \frac{7}{5} \right) =$

f)  $\left( 5 - \frac{7}{2} \right) - \left( 3 + \frac{1}{4} \right) + \left( 2 - \frac{3}{8} \right) =$

g)  $\left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) - \left( 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) =$

h)  $\left( \frac{11}{12} - \frac{3}{4} + \frac{1}{8} \right) - \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{5}{4} \right) =$

**7.** Opera i simplifica.

a)  $2 \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right) =$

b)  $2 : \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) =$

c)  $\left( \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \right) \cdot 5 =$

d)  $\frac{3}{7} : \left( 1 - \frac{1}{7} \right) =$

e)  $\left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) \cdot \left( 1 - \frac{1}{3} \right) =$

f)  $\left( 1 - \frac{1}{5} \right) : \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{10} \right) =$

g)  $\left( 5 - \frac{1}{2} - \frac{7}{3} \right) : \left( \frac{6}{5} - \frac{1}{3} \right) =$

h)  $\left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \right) \cdot \left( 2 - \frac{10}{13} \right) =$

i)  $3 \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) - 2 \cdot \left( 2 - \frac{1}{3} \right) =$

j)  $\frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \frac{2}{5} \right) + 2 \cdot \left( 1 - \frac{3}{5} \right) =$

k)  $\frac{2}{3} \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right) - 2 \cdot \left( \frac{2}{3} - \frac{4}{9} \right) =$

l)  $\frac{3}{4} \cdot \left[ \frac{6}{5} - \frac{2}{7} \cdot \left( 1 + \frac{2}{5} \right) \right] =$

**8.** Troba la fracció inversa de  $3 + \frac{4}{5} : \frac{6}{10} =$

**9.** Opera i simplifica:  $\frac{4}{5} \cdot \frac{6}{14} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{7}{2} =$

**10.** Resol pas a pas  $\frac{\frac{3}{5} - \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{6}}{\frac{3}{5} : \left( \frac{1}{6} - 2 \right)} =$

**11.** Simplifica:

a)  $\frac{2 \cdot 7 \cdot 15}{21 \cdot 10} =$

b)  $\frac{2 \cdot 3 + 4}{2 \cdot 5 + 10} =$

**12.** Calcula:

a)  $\frac{2}{3} \cdot \left( \frac{3}{2} : \frac{1}{3} \right)^2 + \left( 2 - \frac{1}{2} \right)^2$    b)  $\frac{3}{4} \cdot \left( \frac{3}{2} : \frac{3}{4} \right)^3 + \left( 2 - \frac{3}{2} \right)^2$    c)  $\frac{8}{3} \cdot \left( \frac{3}{4} : \frac{1}{2} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} - 1 \right)^3$

### 1.3 Representació de fraccions sobre la recta numèrica



**Vídeo 153:** Representació de fraccions

Classificam les fraccions en tres tipus:

- Fraccions **pròpies** (menors que la unitat):  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{9}, \dots$

- Fraccions **iguals a la unitat**:  $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \dots$

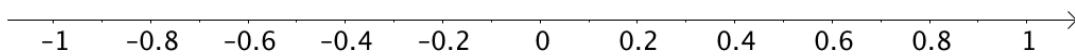
- Fraccions **impròpies** (majors que la unitat):  $\frac{7}{2}, \frac{11}{3}, \frac{-49}{5}, \dots$

Les fraccions impròpies es poden expressar com un **número mixt**:  $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$

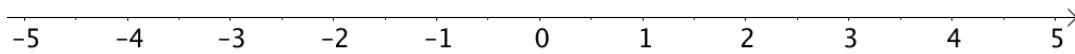
**13.** Passa a forma mixta les següents fraccions:  $\frac{50}{7}, \frac{25}{11}, \frac{101}{6}$

**14.** Passa a forma mixta les fraccions  $\frac{-30}{7}, \frac{-50}{13}, \frac{-100}{21}$

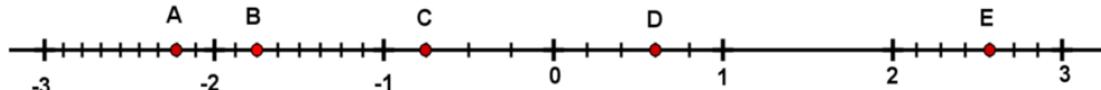
**15.** Representa en la recta numèrica les fraccions:  $\frac{1}{5}, \frac{3}{7}, \frac{-5}{8}, \frac{-3}{4}$



**16.** Passa a forma mixta i representa les fraccions:  $\frac{23}{8}, \frac{-23}{8}, \frac{180}{50}, \frac{-26}{6}$



- 17.** Troba les fraccions que es corresponen amb els punts A, B, C, D i E, expressant en forma mixta i com a fracció impròpia les representades pels punts A, B i E.



$$A =$$

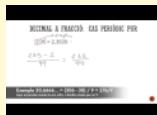
$$B =$$

$$C =$$

$$D =$$

$$E =$$

## 1.4 Fraccions i decimals



**Vídeo 119:** Nombres racionals: Relació entre fracció i decimal.

Els nombres decimals es classifiquen en:

- **Exactes:** com  $1,25 = \frac{125}{100}$

- **Periòdics:** Són Fraccions

$$\textbf{Pur: } 3,626262\cdots = 3,\widehat{62} = \frac{362 - 3}{99} = \frac{359}{99}$$

$$\textbf{Mixt: } 7,19999\cdots = 7,1\hat{9} = \frac{719 - 71}{90} = \frac{648}{90}$$

- **No periòdics:** com el número  $\pi$ ,  $\sqrt{2}, \dots$ . No són fraccions.

- 18.** Sense fer la divisió indica si les següents fraccions tenen expressió decimal exacta o periòdica:

a)  $\frac{21}{750}$

b)  $\frac{75}{21}$

c)  $\frac{11}{99}$

d)  $\frac{35}{56}$

*Ajuda: La divisió és exacta només quan la descomposició del denominador conté únicament 2 o 5.*

- 19.** Passa a fracció i simplifica:

a) 1,4142

b) 0,125

c) 6,66

- 20.** Passa a fracció i simplifica:

a) 1,41424142...

b) 0,125125...

c) 6,666...

- 21.** Passa a fracció i simplifica:

a) 1,04444...

b) 0,7125125...

c) 6,7666...

**22.** Completa la taula següent

Decimal	Fracció	Percentatge %
0,75		
	6/4	
		68%

**23.** Calcula el número decimal que correspon al percentatge 130% i el percentatge que correspon a la fracció 7/25.

**24.** Calcula, passant prèviament a fracció cada nombre decimal:

a) 0,333... + 0,666...      b) 0,888... · 2,5      c) 0,65 : 0,656565...

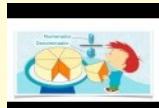
**EXEMPLU**

$$1,66666\dots - 1,0222\dots = 1,\widehat{6} - 1,\widehat{02} = \frac{16-1}{9} - \frac{112-10}{90} = \frac{15}{9} - \frac{102}{90} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15}$$

**25.** Demostra que 4,999... = 5. Generalitza: Quant val n,999...?

**26.** Representa de forma exacta en la recta numèrica:  $\frac{760}{240}$ ; 3,125;  $-\frac{46}{14}$ ; -2,1666...

## 1.5 Ordenar fraccions



Vídeo 152: Nombres racionals.

**Per ordenar fraccions ho podem fer de dues formes diferents:**

- Reduir les fraccions a denominador comú (mín. c. m.)
- Convertir les fraccions a nombre decimal i ordenar els números decimals

**27.** Ordena de menor a major:  $\frac{7}{12}, \frac{4}{6}, \frac{5}{9}, \frac{3}{4}, \frac{13}{18}$

**Primer mètode:** Reduir a denominador comú.  $\min.c.m(12, 6, 9, 4, 18) = 36$

$$\frac{7}{12}, \frac{4}{6}, \frac{5}{9}, \frac{3}{4}, \frac{13}{18} \rightarrow \frac{21}{36}, \frac{24}{36}, \frac{20}{36}, \frac{27}{36}, \frac{26}{36}$$

Ordenam de menor a major les fraccions originals  $\frac{5}{9} < \frac{7}{12} < \frac{4}{6} < \frac{13}{18} < \frac{3}{4}$

**Segon mètode:** Valor decimal

$$\frac{7}{12}, \frac{4}{6}, \frac{5}{9}, \frac{3}{4}, \frac{13}{18} \rightarrow 0.8\hat{3}, 0.\hat{6}, 0.\hat{5}, 0.75, 0.7\hat{2}$$

i ordenam els nombres decimals de menor a major i trobam el mateix resultat que abans.

- 28.** Ordena de menor a major:  $\frac{8}{9}, -\frac{8}{9}, \frac{4}{5}, \frac{38}{45}, \frac{77}{90}, -\frac{9}{8}$
- 29.** Ordena de menor a mayor:  $\frac{11}{24}, -\frac{7}{4}, \frac{3}{8}, -\frac{1}{6}, \frac{5}{12}, -\frac{5}{3}$
- 30.** Suposa que tens dues fracció  $a$  i  $b$  i vols trobar el nombre que es troba just enmig. Explica com ho faràs. Inventat un exemple i representa les tres fraccions sobre la recta numèrica.

*Redacta la teva resposta* 

## 1.6 Problemes de fraccions



**Vídeo 120:** Nombres racionals: Problemes tipus Part-Fracció-Total

- **Recorda l'essencial:**

$$\text{Fracció} = \frac{\text{Part}}{\text{Total}} \quad \text{Part} = \text{Fracció} \cdot \text{Total} \quad \text{Total} = \frac{\text{Part}}{\text{Fracció}}$$

- **Totes les fraccions de les parts sumen 1**



**Vídeo 154:** Nombres racionals: Problemes típics amb fraccions

- 31.**  Calcula les dues tercetes part de la sisena part del 80% de 900.

- 32.**  Troba el nombre tal que els seus quatre terços valen 520.

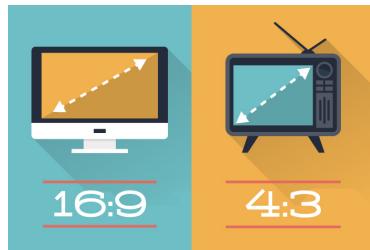
- 33.**  Quants pots de tres vuitens de litre puc omplir amb 12 litres?

- 34.** Inventat un problema on aparegui la fracció  $\frac{2}{5}$  i el nombre 200. Resol aquest problema i comparteix-lo amb el teus companys.

*Redacta la teva resposta* 

- 35.** Si 100 polzades són 254 cm:

- Troba el llarg en centímetres d'una televisió si l'altura són 19,2 polzades i llarg/alt = 4/3
- Igual però ara llarg/alt = 16/9



- 36.** Si en una classe el 77,777... % dels alumnes aproven i hi ha més de 30 alumnes però menys de 40, quants alumnes són i quants aproven? *Ajuda: Passa 77,7 a fracció.*

- 37.** Després dels resultats de la jornada de futbol d'aquest cap de setmana, el Osasuna ha jugat 24 partits, dels quals ha guanyat 6 i ha empatat els 5/12. Quants partits ha perdut? Quin percentatge representen els 6 partits guanyats sobre el total de partits jugats?



- 38.** Una fundació té un dipòsit de diners per premiar joves artistes. D'aquests diners, la meitat seran per al primer premi, la tercera part per al segon premi, la dotzena part per al tercer premi i els 2.000 € que, d'aquesta manera, sobren es reservaran per a properes edicions. Quants diners rebrà cada premiat ?

- 39.** En una escola hi ha 1800 alumnes, dels quals 860 són noies. Els 3/4 de les noies i els 2/5 dels nois practiquen natació. Quants alumnes en total practiquen natació?

- 40.** Una empresa disposa de 7.200 € de pressupost mensual, del qual tres cinquenes parts es dediquen a pagar els sous dels treballadors, una quarta part a cobrir despeses comunes, i amb la resta es fa un fons d'estalvi per possibles imprevistos.

- Quina fracció del pressupost es destina a aquest fons d'estalvi? Quin percentatge del sou mensual representa?
- Quants diners s'han estalviat a l'acabar l'any ?

- 41.** Una mare divideix el contingut d'una caixa de llepolies entre els seus tres fills; al primer li dóna la meitat del total, al segon, dues cinquenes parts del total, i al tercer, les 6 que queden.

- Quantes llepolies conté la caixa?
- Quantes llepolies toquen a cada un dels fills?

Entre els dos primers fills tindran  $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{9}{10}$ . Per tant, el tercer fill tindrà  $1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$ .

Sabem que aquesta fracció del total  $x$  correspon a 6 llepolies.  $\frac{1}{10}$  de  $x = 6 \rightarrow x = 60$ .

Ara ja sabem que la caixa conté 60 llepolies. Sabries calcular quantes li toquen al primer i segon fill?

- 42.** Marta té 1.500 € al seu compte corrent. Gasta  $\frac{1}{3}$  en una cadena musical i  $\frac{2}{5}$  en una reparació del cotxe. Quants diners li queden?
- 43.** A la selecció per a un concurs televisiu, passen la primera prova  $\frac{5}{12}$  dels aspirants i en la segona prova passen  $\frac{4}{13}$  dels que quedaven.
- a) Expressa en forma de fracció els aspirants que han estat seleccionats pel concurs.  
 b) Si 130 aspirants van passar la primera prova, quants aspirants es van presentar inicialment?
- 44.** Per a la construcció d'un poliesportiu, l'Ajuntament aporta  $\frac{1}{10}$  del cost, la Unió Europea,  $\frac{1}{6}$  parts, el Govern,  $\frac{4}{15}$  parts, i la resta s'aconsegueix amb un préstec.
- a) Calcula la fracció del cost que representa el préstec.  
 b) Si el Govern aporta 416.000 euros, calcula el cost total d'aquesta obra.
- 45.** Un alumne ha de llegir una novel·la en quatre setmanes. La primera setmana llegeix  $\frac{5}{12}$  de la novel·la, la segona setmana llegeix  $\frac{5}{24}$  i la tercera setmana llegeix  $\frac{2}{8}$  de la novel·la.
- a) Quina fracció de la novel·la ha de llegir la quarta setmana ?  
 b) Si la novel·la té 216 pàgines, quantes ha llegit cada setmana ?
- 46.** Quantes botelles de  $\frac{3}{4}$  de litre necessita per tenir la mateixa quantitat que en 60 botelles de  $\frac{3}{5}$  de litre?



- 47.** Troba un nombre enter de tal forma que: la seva meitat, la seva tercera part, la seva quarta part, la seva cinquena part, la seva sisena part i la seva setena part siguin nombres enters.
- 48.** A la unitat li llevo les seves dues cinquenes parts. Per quina fracció cal multiplicar el resultat per arribar una altra vegada a la unitat?
- 49.** Troba la fracció resultant:
- a) Llevo 1 terç del que tinc i després afegeixo 1 terç del que queda.  
 b) Afegeixo 1 terç del que tinc i després llevo 1 terç del resultat.
- 50.** Estàs avorrit i decideixes jugar al següent: Avances un metre en línia recta, retrocedeixes la meitat, avances la meitat del que has retrocedit en l'últim pas, retrocedeixes la meitat del que has avançat en l'últim pas, ...

Si ho fas moltes, però que moltes vegades, quant avances en total?

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32} + \dots =$$

## 1.7 Aproximacions i errors

Si d'una quantitat sabem el valor exacte i el valor aproximat, definim

L'error absolut és  $E_A = |\text{Valor exacte} - \text{Valor aproximat}|$

L'error relatiu és  $E_R = E_A / \text{Valor exacte}$

Per exemple, si aproximem el número  $\pi$  per 3,14 els errors cometuts són:

$$E_A = |\pi - 3,14| = 0,0016$$

$$E_R = 0,0016 / \pi = 0,0005 = 0,05\%$$

- 51.** Copia aquesta taula en el teu quadern i arrodoneix amb el nombre de xifres indicat

Nombre	Xifres significatives			
	1	2	3	4
$\sqrt{10}$				
$1/7$				
<b>95549</b>	100000			
<b>30000</b>	$3 \cdot 10^4$			
<b>1,9995</b>				2,000

- 52.** Prova que 123,45 amb  $E_A = 0,005$  i 0,12345 amb  $E_A = 0,000005$  tenen el mateix  $E_R$ .
- 53.** Contesta Vertader o Fals i justifica la teva resposta:
- Per a una mateixa màquina, l'error cometut és menor com més petita sigui la mesura.
  - No es poden comparar errors relatius de diferents magnituds.
  - Posar preus com 1,99 €/Kg és un intent d'engany.
  - Comprar a 1,99 €/Kg enfront de 2 €/Kg suposa un estalvi.
  - Posar moltes xifres en un resultat significa que un és un gran matemàtic.
  - La precisió es mesura pel nombre de xifres decimals.
- 54.** Aproxima els nombres 32567 i 1,395 amb 2 xifres significatives i digues en quin es comet menor error relatiu.
- 55.**  $\pi$  no pot representar-se mitjançant una fracció d'enters però, pots trobar una fracció que ho approximi amb 5 xifres significatives?
- 56.** Aproximem  $\pi$  per  $3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16}}$ :
- Simplifica fins a una fracció impròpria irreductible.
  - Troba l'error absolut i l'error relatiu.



### Autoavaluació

1. Resol pas a pas:  $(-8 - 7 \cdot (-4 + 6)) : (2 + (-3)) + 5 - 42^2 \cdot (-2)$
2. Ordena de major a menor:  $\frac{5}{6}; \frac{7}{8}; \frac{-7}{8}; \frac{-5}{6}; \frac{-5}{4}$
3. Representa sobre la recta numèrica:  $\frac{3}{4}, \frac{17}{6}, \frac{-11}{7}, -0,125$   

$$\frac{\frac{2}{3} - \frac{5}{6}}{2} : \left(2 - \frac{11}{3}\right)$$
4. Resol pas a pas i simplifica:  

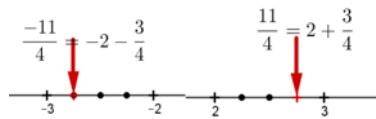
$$\frac{2}{6}$$
5. a) Troba les quatre cinquenes parts dels cinc vuitens de 360.  
 b) Una ampolla té plenes les seves set vuitenes parts, si conté  $840 \text{ cm}^3$ , quant li cap plena?
6. Aproxima els nombres 9859 i 9,945 amb 2 xifres significatives i calcula els errors relatius comesos (en %), quin és menor?
7. a) Digues quins de les següents fraccions tenen expressió decimal exacta i quins peròdica:  $\frac{6}{120}, \frac{5}{180}, \frac{42}{210}$   
 b) Quants decimals té  $\frac{1}{2^{10} \cdot 5^6}$ ?  
 c) Quantes xifres com a màxim pot tenir el període d' $1/97$ ?
8. Passa a fracció i simplifica:  
 a) 2,225      b) 2,2252525...      c)  $\frac{0,125}{0,125125125\dots}$
9. Una medusa creix cada setmana un terç del seu volum.  
 a) Quantes setmanes han de passar perquè el seu volum es multipliqui per més de 3?  
 b) Si el seu volum actual és de  $1200 \text{ cm}^3$ , quin era el seu volum fa 3 setmanes?
10. A un treballador li baixen el sou la sisena part, del que li queda el 25 % es va destinat a impostos i finalment de la resta que **li queda** les dues cinquenes parts les hi gasta a pagar la hipoteca del pis. Si encara té disponibles 450 €, quant cobrava abans de la baixada de sou?, quant paga d'impostos i d'hipoteca?

## Resum

<b>Prioritat de les operacions</b>	
1r Parèntesis interiors 2n Potències i arrels 3r Productes i divisions 4t Sumes i restes.	$10 - 5 \cdot (4 - 3 \cdot 2^2) = 50$
<b>Signe de la suma</b>	
(+) + (+) = (+) se sumen, (-) + (-) = (-) se sumen. (+) + (-) = ? se resten i té el signe del més gran.	$-\frac{7}{3} - \frac{8}{3} = -\frac{15}{3} = -5$ $-\frac{12}{5} + \frac{8}{5} = -\frac{4}{5}$
<b>Signe del producte i la divisió</b>	
Si tenen igual signe dóna positiu. $(+)(+)=(-)(-)=(+)$ Si tenen signe contrari dóna negatiu. $(+)\cdot(-)=(-)\cdot(+)=(-)$	$-4 \cdot (-10) = +40$ $+2 \cdot (-15) = -30$
<b>Nombre racional</b>	
Un nombre $r$ és racional si pot escriure's com a $r = \frac{a}{b}$ amb $a, b$ enters i $b \neq 0$ .	2; $-\frac{7}{2}$ són racionals. També 2,6777... $\sqrt{2}$ i $\pi$ no ho són.
<b>Fracció irreductible</b>	
S'obté dividint el numerador i el denominador pel mateix nombre. Numerador i denominador són primers entre si.	$\frac{360}{840} = \frac{3}{7}$ l'última és irreductible.
<b>Fraccions equivalents</b>	
Són equivalents les fraccions que tenen igual expressió decimal. Dues fraccions equivalents representen al mateix nombre racional. Els seus productes creuats valen el mateix.	$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{15}{20} = 0,75$ són equivalents: $3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$
<b>Ordenar fraccions</b>	
Es passen a comú denominador o es troba el seu valor decimal o s'usa la lògica i el truc $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ si $a \cdot d < b \cdot c$ per a nombres positius.	$\frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{9}{10}$ ja que $\frac{15}{20} < \frac{16}{20} < \frac{18}{20}$

**Representació sobre la recta numèrica**

Si és necessari es passen a forma mixta. Per a  $n + a/b$  dividim la unitat que va de  $n$  a  $n+1$  en  $b$  parts iguals i prenem  $a$  trossos. Per a  $-n - a/b$  dividim la unitat que va de  $-n$  a  $-n-1$  en  $b$  parts iguals i comptem  $a$  començant en  $-n$ .

**Suma i resta de fraccions**

Es passen a comú denominador i se sumen (resten) els numeradors.

$$\frac{5}{6} - \frac{7}{8} = \frac{20}{24} - \frac{21}{24} = \frac{-1}{24}$$

**Producte i divisió de fraccions**

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{14}{6} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 7}{7 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{6}{5} : \frac{14}{10} = \frac{6}{5} \cdot \frac{10}{14} = \frac{6}{7}$$

**Fracció d'una quantitat**

$$\frac{a}{b} \text{ de } x = \frac{a}{b} \cdot x = \frac{a \cdot x}{b}$$

$$\frac{3}{4} \text{ de } 60 = \frac{3}{4} \cdot 60 = 45$$

$$\frac{3}{4} \text{ de } \frac{4}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$$

**Errors**

Error absolut:

$$E_A = |valor\ real - valor\ approximat|$$

Error relatiu:  $E_R = \frac{E_A}{|Valor\ real|}$  es multiplica per 100 per obtenir-ho en %.

$$\frac{2}{3} \approx 0,7 \Rightarrow E_A \approx 0,033$$

$$\Rightarrow E_R \approx \frac{0,033}{2/3} \approx 0,050 \Rightarrow 5\%$$

**Fraccions i decimals**

L'expressió decimal d'una fracció sempre és exacta o periòdica. Exacta si el denominador només té com a factors primers el 2 o el 5. Peròdica en cas contrari.

$3/40 = 0,075$  exacte  
 $1/3 = 0,3333\dots$  periòdic pur  
 $5/12 = 0,41666\dots$  periòdic mixt

**Pas de decimal a fracció**

Expressió decimal exacta: es divideix el nombre sense la coma entre la unitat seguida de punts zeros com a xifres decimals.

$$3,175 = \frac{3175}{1000} = \frac{127}{40}$$

Expressió decimal periòdica: Es multiplica  $N$  per potències de 10 fins aconseguir 2 nombres amb la mateixa part decimal, es resten i s'aïlla  $N$ .

$$N = 2,033\dots \quad 100N - 10N = 183 \\ 90N = 183 \quad N = \frac{183}{90} = \frac{61}{30}$$



Al Juarismi (segle IX d.C)  
Pare de l'àlgebra.

## Tema 5

# Àlgebra: Polinomis

### Què aprenarem?

5.1	El llenguatge algebraic . . . . .	61
5.2	Monomis . . . . .	62
5.3	Operacions amb polinomis . . . . .	64
5.4	Identitats notables . . . . .	68
5.5	Introducció a les fraccions algebraiques . . . . .	69
5.6	Activitats . . . . .	71

### Abans de començar

Nota:

Classifica en vertaderes o falses les següents expressions:

$a + a = 2 a^2$	$a + a = 2 a$	$2a \cdot a = 2 a^2$	$3a \cdot 4b = 7 ab$
$a \cdot b = ab$	$3b - 2 = b$	$a + b = ab$	$a : 2 = \frac{a}{2}$
$b \cdot 3 \cdot a = 3 ab$	$3a \cdot 4b = 12 ab$	$2a + b = 2 ab$	$2 \cdot a \cdot a \cdot b = 2a^2b$
$3b - 3b = b$	$3 \cdot a \cdot a = 6 a$	$3a = 2a + a$	$2a + 1 = 3a$

## 5.1 El llenguatge algebraic



Vídeo 168: El llenguatge algebraic

El llenguatge algebraic es caracteritza per utilitzar **números i lletres** (indeterminades). Normalment empram  $x, y, \dots$  per a les lletres.

Si falta el signe de l'operació s'entén que hi ha una multiplicació. Primer s'escriu el número i després la lletra

**SÍ ✓**       $3x$

**NO ✗**       $x \cdot 3$

Algunes expressions habituals són:

- El doble d'un nombre:  $2x$
- La meitat d'un nombre:  $\frac{y}{2}$
- Un nombre augmentat en 5 unitats:  $k + 5$
- La diferència dels quadrats de dos nombres:  $a^2 - b^2$
- Un nombre al quadrat:  $x^2$
- L'anterior d'un nombre:  $n - 1$
- El quadrat de la diferència de dos nombres:  $(a - b)^2$
- La mitjana de dues notes:  $\frac{x + y}{2}$

1. Escriu les expressions algebraiques que ens proporcionen l'àrea d'un quadrat i la longitud d'una circumferència.
2. Escriu, en llenguatge algebraic, els següents enunciats, referits a dos nombres qualssevol  $x$  i  $y$ :
  - a) El triple de la seva diferència .....
  - b) La suma dels seus quadrats .....
  - c) El quadrat de la seva suma .....
  - d) L'invers del seu producte .....
  - e) La suma dels seus opositos .....
  - f) El producte dels seus quadrats .....

3. Suposem que tenim un contracte amb una companyia de telefonia mòbil pel qual paguem 5 cèntims d'euro per minut, així com 12 cèntims per establiment de cridada. A la fi de cada mes l'empresa de telefonia mòbil ens proporciona la factura mensual. En ella apareix molta informació, en particular, el nombre total de cridades realitzades ( $N$ ) així com la quantitat total de minuts de conversa ( $M$ ). Troba una expressió que doni l'import de les cridades efectuades segons  $N$  i  $M$ .

*Redacta la teva resposta*

4. Una botiga de roba anuncia en els seus aparadors que està de rebaixes i que tots els seus articles estan rebaixats un 30 % sobre el preu imprès en cada etiqueta. Escriu el que pagarem per una peça en funció del que apareix en la seva etiqueta.

5. Indica, en cada cas, el valor numèric de l'expressió  $x - 2y + 3z$ :

a)  $x = 1, y = 2, z = 1$

**Exemple:**  $x - 2y + 3z = 1 - 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 0$

b)  $x = 2, y = 0, z = -1$

c)  $x = 0, y = 1, z = 0$

6. Calcula el valor numèric de les següents expressions algebraiques per al valor o els valors que s'indiquen:

a)  $x^2 + 2x - 7$  quan  $x = 2$

b)  $\frac{a-3}{b+1}$  quan  $a = -2$  i  $b = 4$

c)  $c^2 + 3c + 7$  quan  $c = 1$

7. Calcula el valor numèric de les següents expressions algebraiques per al valor o valors que s'indiquen:

a)  $-3x^2 + \frac{4}{x} - 5$  quan  $x = \frac{1}{2}$

b)  $3b + \frac{a+b}{2-b^3} + a \cdot b^2 - 1$  quan  $a = 3$  i  $b = 1$

8. Llança 2 daus. El resultat de cadascun serà el valor numèric de  $x$  i  $y$ . Tot seguit, troba el valor numèric de les següents expressions amb els nombres que has obtingut:

a)  $x = \square, y = \square$  per a  $x + 4y =$



b)  $x = \square, y = \square$  per a  $(x+y)^2 - (x-y)^2 =$



c)  $x = \square, y = \square$  per a  $4x \cdot (1-y) =$

d)  $x = \square, y = \square$  per a  $-x - (x^2 + y^2) =$

Ara suma tots els resultats obtinguts i compara'l amb el teu company. Guanya la suma més gran. Quin deu ésser el valor més gran possible d'aquesta suma? Demana si algú de la classe ha obtingut aquest valor.

## 5.2 Monomis



Vídeo 169: Monomis.

Definició i operacions

Un **monomi** està format per un únic terme:  $-5xy^2$

**Coeficient:**  $-5$ , **Part literal:**  $xy^2$ ,

**Grau** (és la suma d'exponents): 3

- 9.** En cadascun dels següents monomis escriu el seu coeficient, la seva part literal i el seu grau:

Monomi	Coeficient	Part literal	Grau
$-12x^3$			
$a^4b^3c$			
$4xy^2$			

### ■ Operacions amb monomis

**- Suma o resta de monomis:** Només poden sumar o restar monomis amb la mateixa part literal. Sumam o restam els coeficients i copiam la part literal.

$$2x^2 + 5x^2 - x^2 = 6x^2 \quad \text{en canvi,} \quad 2x^2 + 5x - y \text{ no es pot efectuar.}$$

**- Producte de monomis:** “Multiplicam coeficient amb coeficient i lletres amb lletres.”

$$2x^2 \cdot 5x^3 = 2 \cdot 5 x^2 \cdot x^3 = 10 x^5$$

**- Quocient de monomis:** “Dividim coeficient amb coeficient i lletres amb lletres.”

$$4x^8 : 5x^5 = \frac{4}{5} \frac{x^8}{x^5} = \frac{4}{5} x^3$$

- 10.** Suma i resta els monomis equivalents.

a)  $3x + 5x = \boxed{8x}$

b)  $11y + 21y - 7y = \boxed{25y}$

c)  $5ab - 18ab + 7ab = \boxed{-6ab}$

d)  $3x^5 + 7x^5 =$

e)  $4z^2 + \frac{1}{2}z^2 =$

f)  $-x^2 + \frac{1}{4}x^2 =$

g)  $x^4y^3 + \frac{1}{2}x^4y^3 + \frac{1}{3}x^4y^3 =$

h)  $a - 4a - (-8a + 3a) + 3a =$

- 11.** Fes el producte de monomis.

a)  $2x \cdot x \cdot x^2 = \boxed{2x^4}$

b)  $4x^5 \cdot 2x^7 = \boxed{8x^{12}}$

c)  $\frac{1}{3}y^4 \cdot \frac{2}{5}y^2 =$

d)  $(-8x^2) \cdot \frac{1}{8} =$

e)  $(-\frac{3}{2}x^7) \cdot (-\frac{1}{3}x^4) \cdot (-x) =$

f)  $3x \cdot xy =$

g)  $5xy \cdot 3y^3 \cdot x^2y^2 =$

h)  $a^2b^2 \cdot ab =$

**12.** Fes el quocient de monomis

a)  $x^2 : x =$  x

b)  $x^3 : 2x^2 =$   $\frac{x}{2}$

c)  $3x^5 : x^2 =$

d)  $\frac{8x^7}{2x^5} =$

e)  $x^3 : (2x^3) =$

f)  $(-3)x^8 : (-2x^3) =$

g)  $\frac{-12x^3}{4x} =$

h)  $3x^7 : (-x^4) =$

i)  $-9a : (3a) =$

j)  $-10x^3y^2 : (x^2y) =$

k)  $3x^7 : (-x^4) =$

l)  $-5a^4b^3 : (2a^3b) =$

**13.** Fes les operacions combinades.

a)  $(4x^2 : 2x) \cdot x =$  2x<sup>2</sup>

b)  $(-2x \cdot 5x^2) : (2x) =$  -5x<sup>2</sup>

c)  $xy \cdot (x + 3x) =$

d)  $(12x^3y^3 - 7x^3y^3) : (3x^2y) =$

e)  $2\frac{x^5}{x^3} + 2\frac{x^4}{x^2} + 2\frac{x^2}{x^0} =$

f)  $(ab^2) \cdot a + (a^2b) \cdot (3b) =$

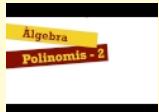
g)  $(ab) : a - (7b^2 + b^2) : b =$

h)  $\frac{\frac{x^2y^2}{xy} + \frac{3}{2}xy + \frac{7x^4y}{3x^3}}{\frac{3}{2}y} =$

### 5.3 Operacions amb polinomis



Vídeo 170: Polinomis: Definició. Suma i resta.



Vídeo 171: Producte de polinomis

Un **polinomi** està format per la suma o resta de **molts de monomis**.

Per exemple  $9x^2 - 2x + 5$ , està format per 3 termes. Té grau 2 que és el major grau dels seus monomis. El seu terme independent és 5 (correspon al terme de grau 0).

**14.** Completa la taula

Polinomi	N. Termes	Grau	Terme independent
$5x^4 + 7x^2$			
$6x^2 + 10 - 2x^3$			
$3x^4 - 5x^3 + x^2 + 1$			
$2xy^3 - x^5 + 7x^2y^2$			

**15.** Sigui el polinomi  $P(x) = x^3 - 3x + 2$ . Troba els següents valors numèrics de  $P(x)$ :

$$P(0) =$$

$$P(1) =$$

$$P(-1) =$$

$$P(-2) =$$

$$P(1/2) =$$

**16.** Realitza les següents sumes de polinomis:

$$\text{a)} \ (-x^3 + x - 5) + (2x^2 + 5x + 4) + (-4x^3 - 2x^2 + 3x) =$$

$$\text{b)} \ (x^2 + 4) + (-2x + 4) + (-6x^3 + 3x^2 + x + 1) - x^2 =$$

**17.** Realitza les següents diferències. (Canvia tots els signes del subtrahend)

$$\text{a)} \ (5x^2 + 2) - (-2x) =$$

$$\text{b)} \ (-2x^3 + 4x) - (-2x - 1) =$$

$$\text{c)} \ (7x^2 - 2x) - (3x^3 + 4x^2 - x + 1) =$$

**18.** Considera els polinomis  $P(x) = x^2 - x + 1$ ,  $Q(x) = -x^3 + 2x - 3$ , així com el polinomi suma  $S = P + Q$ . Troba els valors de cadascun d'ells per a  $x = -2$ , és a dir, calcula  $P(-2)$ ,  $Q(-2)$  i  $S(-2)$ . Investiga si existeix alguna relació entre aquests tres valors.

**19.** Fes aquestes multiplicacions de monomi per polinomi:

$$\text{a)} \ x \cdot (x^2 + 3x - 1) =$$

$$\text{b)} \ 3x \cdot (-2x + 5) =$$

$$\text{c)} \ -2x^2 \cdot (3x^5 - 4x^2 + 8x) =$$

$$\text{d)} \ \frac{3}{2}x^3 \cdot (6x^4 + 2) =$$

**20.** De cadascun dels següents polinomis extreu els factors que siguin comuns als seus monomis:

a)  $2x^2 + 2x + 2 = \boxed{2 \cdot (x^2 + x + 1)}$

b)  $x^2 + x = \boxed{x \cdot (x + 1)}$

c)  $15x^2 + 5x =$

d)  $-16x^2 - 4x - 8 =$

e)  $-10x^3 - 15x^2 + 20x =$

f)  $30x^4 + 24x^2 =$

**21.** Efectua els següents productes de polinomis:

a)  $(-2x) \cdot (3x^2 - 4) =$

b)  $(2x^3 + 1) \cdot (-4x + 5) =$

c)  $(4x^3 - x^2 - 1) \cdot (2x + 6) =$

d)  $(-1) \cdot (8x^2 + 7x - 9) =$

**22.** Calcula i simplifica els següents productes:

a)  $x \cdot (-2x + 4)$

b)  $(2x - 3) \cdot (3x + 2)$

c)  $(a - 2) \cdot (4 - 3a)$

d)  $(3a - b^2) \cdot (2b - a^2)$

**23.** Realitza els següents productes de polinomis:

a)  $x \cdot (-3x^2 + 4x + 2) \cdot x^2$

b)  $(-2x + 1) \cdot (5x^2 - x + 3) \cdot (-x)$

c)  $(3a - 1) \cdot (2 - a) \cdot (5 - 4a)$

## ■ Divisió de polinomis

En una divisió de dos polinomis

$$\underbrace{\begin{array}{r} D(x) \\ R(x) \end{array}}_{\text{ }} \quad \overline{Q(x)} \quad |d(x)}$$

$D(x)$  s'anomena dividend,  $d(x)$  divisor,  $Q(x)$  quocient i  $R(x)$  el residu. En el cas que el residu sigui zero, es diu que la **divisió és exacta**.

La comprovació que una divisió està ben feta és:

$$\boxed{D(x) = Q(x) \cdot d(x) + R(x)}$$

Si el divisor és de la forma  $x - a$  o  $x + a$ , aleshores podem utilitzar la **regla de Ruffini**. Recorda que quan falta algun terme en el dividend cal afegir zeros quan feim Ruffini.

## EXEMPLE

- Comprova que els càlculs que tens a continuació reflecteixen la divisió del polinomi  $p(x) = 6x^4 + 5x^3 + x^2 + 3x - 2$  entre el polinomi  $q(x) = 2x^2 - x + 3$ :

$$\begin{array}{r}
 6x^4 + 5x^3 + x^2 + 3x - 2 \\
 -6x^4 + 3x^3 - 9x^2 \\
 \hline
 8x^3 - 8x^2 + 3x - 2 \\
 -8x^3 + 4x^2 - 12x \\
 \hline
 -4x^2 - 9x - 2 \\
 4x^2 - 2x + 6 \\
 \hline
 \underbrace{-11x + 4}
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{c} 2x^2 - x + 3 \\ 3x^2 + 4x - 2 \end{array} \right.$$

- Realitza aquesta divisió  $(x^3 + 5x - 2) : (x - 4)$  per la regla de Ruffini:

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 0 & 5 & -2 \\
 4 & & 4 & 16 & 84 \\
 \hline
 & 1 & 4 & 21 & 82
 \end{array}$$

El quocient és  $Q(x) = x^2 + 4x + 21$  i el residu de la divisió  $R = 82$ .

**24.** Divideix els següents polinomis:

- $3x^3 + 4x^2 - 9x + 7$  entre  $x^2 + 2x - 1$
- $-6x^3 + 2x^2 + 3x + 4$  entre  $3x^3 + x^2 - 2x + 1$
- $-6x^4 - 13x^3 - 4x^2 - 13x + 7$  entre  $-3x^2 - 2x + 1$
- $3x^5 - 9x^4 + 7x^3 + 4x^2 - 14x + 14$  entre  $x^3 - 2x^2 - x + 3$
- $x^5 - 4x - 6$  entre  $x^2 + 3$

**25.** Efectua les següents operacions utilitzant la regla de Ruffini i indica quines d'elles són exactes.

- $(3x^2 - 2x + 5) : (x + 3)$
- $(x^4 - 16) : (x - 2)$
- $(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1) : (x - 1)$
- $(7x^5 - 4x^3 + 7x - 5) : (x + 2)$

**26.** Efectua les divisions de polinomis pel mètode que creus més convenient:

- $2x^3 + x^2 - 12x + 7$  entre  $x + 3$
- $-4x^4 + 8x^3 + 7x^2 - 21x + 8$  entre  $2x^2 - 3x + 1$
- $-3x^5 - 2x^3 + 9x^2 + 6x - 14$  entre  $-x^3 - 2x + 3$

- 27.** Troba dos polinomis tals que en dividir-los obtinguem  $q(x) = x^2 - 2x - 1$  com a polinomi quotient i  $r(x) = 2x^2 - 3$  com a residu.

## 5.4 Identitats notables



Vídeo 172: Identitats notables

Quadrat d'una suma:  $(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

Quadrat d'una diferència:  $(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$

Suma per diferència:  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

- 28.** Desenvolupa les identitats:

a)  $(1 + x)^2 =$

b)  $(-x + 2)^2 =$

c)  $(x - 2)^2 =$

d)  $(2a - 3)^2 =$

e)  $(x^2 + 1)^3 =$

f)  $(2b - 4)^3 =$

- 29.** Efectua aquests productes:

a)  $(3x + 2) \cdot (3x - 2) =$

b)  $(2x + 4y) \cdot (2x - 4y) =$

c)  $(4x^2 + 3) \cdot (4x^2 - 3) =$

d)  $(3a - 5b) \cdot (3a + 5b) =$

e)  $(x^3 - 4) \cdot (x^3 + 4) =$

f)  $(-x^2 + 5x) \cdot (x^2 + 5x) =$

- 30.** Desenvolupa les següents potències:

a)  $(3x - y)^2 =$

b)  $\left(2a + \frac{x}{2}\right)^2 =$

c)  $\left(4y - \frac{2}{y}\right)^2 =$

d)  $(5a + a^2)^2 =$

e)  $(-a^2 + 2b^2)^2 =$

f)  $\left(\frac{2}{3}y - \frac{1}{y}\right)^2 =$

- 31.** Expressa com quadrat d'una suma o d'una diferència les següents expressions algebraiques:

a)  $a^2 - 6a + 9 = (\square - \square)^2$

b)  $4x^2 + 4x + 1 =$

c)  $b^2 - 10b + 25 =$

d)  $4y^2 - 12y + 9 =$

e)  $a^4 + 2a^2 + 1 =$

f)  $y^4 + 6xy^2 + 9x^2 =$

- 32.** Expressa com suma per diferència les següents expressions

a)  $9x^2 - 25 = (\square + \triangle) \cdot (\square - \triangle)$

b)  $4a^4 - 81b^2 =$

c)  $49 - 25x^2 =$

d)  $100a^2 - 64 =$

- 33.** Realitza les següents divisions de polinomis a partir de la conversió del dividend en la potència d'un binomi o en un producte de la forma suma per diferència:

a)  $x^2 + 12x + 36$  entre  $x + 6$

b)  $4x^4 - 16x^2$  entre  $2x^2 - 4x$

c)  $9x^2 - 24x + 16$  entre  $3x - 4$

d)  $x^2 - 4$  entre  $x + 2$

- 34.** ★ Obté les fórmules dels quadrats dels següents trinomis:

a)  $(a + b + c)^2$

b)  $(a - b + c)^2$

## 5.5 Introducció a les fraccions algebraiques

Una fracció algebraica és el quocient de dos polinomis  $\frac{D(x)}{d(x)}$

Si la divisió  $D(x) : d(x)$  és exacta, la fracció serà en realitat un polinomi.

Per **sumar/restar fraccions** necessitem denominador comú:

$$\frac{2x}{x-1} + \frac{3}{x+2} = \frac{2x \cdot (x+2)}{(x-1)(x+2)} + \frac{3(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{2x \cdot (x+2) + 3(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{2x^2 + 7x - 3}{x^2 + x - 2}$$

Per **multiplicar fraccions**, multiplicam “en línia”:

$$\frac{2x}{x-1} \cdot \frac{3(x+2)}{x+1} = \frac{2x \cdot 3(x+2)}{(x-1)(x+1)} = \frac{6x^2 + 12x}{x^2 - 1}$$

Per **dividir fraccions**, multiplicam “en creu”:

$$\frac{2x}{x-1} : \frac{3(x+2)}{x+1} = \frac{2x \cdot (x+1)}{3(x-1)(x+2)} = \frac{2x^2 + 2x}{3x^2 + 3x - 6}$$

**35.** Efectua els següents càlculs:

a)  $\frac{1}{x+2} + \frac{2}{x-1}$

b)  $\frac{x-2}{x^2-x} - \frac{5}{x}$

c)  $\frac{-x+1}{x+3} \cdot \frac{3x^2}{x+1}$

d)  $\frac{2+x}{x^2} : \frac{x}{x-3}$

**36.** Realitza les següents operacions alterant, en cada apartat, solament un dels denominadors, i el seu respectiu numerador:

a)  $\frac{-2x^2 - x + 1}{x^3} + \frac{3x + 1}{x^2}$

b)  $\frac{2x - 1}{x^2 - 2x} - \frac{3}{x - 2}$

**37.** Calcula els següents quocients (treu factor comú del numerador):

a)  $(2x^3 - 8x^2 + 6x) : 2x$

b)  $(5a^3 + 60a^2 - 20) : 5$

c)  $(16x^3 + 40x^2) : 8x^2$

d)  $(6x^2y^3 - 4xy^2) : xy^2$

**1.** Simplifica la fracció algebraica

$$\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4}$$

La primera passa consisteix en factoritzar el numerador i el denominador. Per això ens fixam si podem treure factor comú i/o identificam alguna identitat notable.

$$\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4} = \frac{x \cdot (x - 2)}{(x + 2) \cdot (x - 2)} = \frac{x}{x + 2}$$

Finalment, hem eliminat els factors que estan repetits al numerador i denominador.

**38.** Comprova les següents identitats simplificant l'expressió del costat esquerre de cada igualtat:

a)  $\frac{6a^8b^2}{2a^3b} = 3a^5b$

b)  $\frac{8x^3y - 2xy^2}{4xy} = 2x^2 - \frac{1}{2}y$

c)  $\frac{4x^2 + 2x}{2x - 8} = \frac{2x^2 + x}{x - 4}$

d)  $\frac{6a^2b^2 - 4a^2b^3 + 4ab}{2ab^2 - 8a^2b} = \frac{3ab - 2ab^2 + 2}{b - 4a}$

**39.** Simplifica les següents fraccions traient factor comú:

a)  $\frac{3x^2 + 6x}{9x^2 + 18}$

b)  $\frac{a^3 - 7a^2}{3a^3 + 5a^2}$

c)  $\frac{x^2y^2 - 7xy^2}{2xy}$

d)  $\frac{a^2b^2 - ab}{a^3b + ab}$

**40.** En cadascuna de les següents fraccions algebraiques escriu, quan sigui possible, el polinomi numerador, o denominador, en forma de potència d'un binomi o de suma per diferència per, posteriorment, poder simplificar cada expressió:

a)  $\frac{x^2 - 4}{3x + 6}$

b)  $\frac{2x^2 - 16x + 32}{x^2 - 16}$

c)  $\frac{6 - 4a}{4a^2 - 9}$

d)  $\frac{x^2 + 2x}{x^2 - 4}$

## 5.6 Activitats

- 41.** Una empresa majorista de viatges està confeccionant una oferta per distribuir-la en diferents agències de viatges. Es tracta d'un viatge amb avió, d'anada i tornada, a Madrid el preu de la qual depèndrà del nombre final de viatgers. Les dades concretes són:

- Si no hi ha més de 100 persones interessades, el vol costarà 150 euros per persona.
- Si hi ha més de 100 persones interessades, per cada viatger que passi del centenar el preu del viatge es reduirà en 1 euro. No obstant això, el preu del vol en cap cas serà inferior a 90 euros.

Estudia i determina el preu final del vol, per persona, en funció del nombre total de viatgers. Així mateix, expressa la quantitat que ingressarà l'empresa segons el nombre de viatgers.

- 42.** En aquest exercici es mostra un *truc* mitjançant el qual anem a endevinar el nombre que resulta després de manipular repetidament un nombre desconegut. Converteix en una expressió algebraica les successives alteracions del nombre desconegut i justifica el que ocorre.

- Digues-li a un company que escrigui en un paper un nombre parell i que no ho mostri
- Que ho multipliqui per 5
- Que al resultat anterior li sumi 5
- Que multipliqui per 2 el resultat
- Que al resultat anterior li sumi 10
- Que multipliqui per 5
- Que divideixi entre 100 la darrera quantitat
- Que al resultat precedent li resti la meitat del nombre que va escriure

Independentment del nombre desconegut original quin nombre ha sorgit?

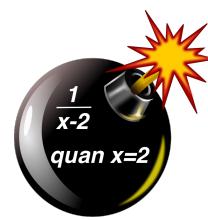
- 43.** Els responsables d'una empresa, en previsió d'uns futurs alts i baixos en les vendes dels productes que fabriquen, pensen proposar als seus treballadors a la fi de l'any 2014 el següent:

- La disminució dels sous, per al proper any 2015, en un 10%.
- Per 2016 ofereixen augmentar un 10% els salariis de 2015.
- En general, suggereixen que el sou disminueixi un 10% cada any imparell i que augmenti un 10% cada any parell.

Si finalment s'aplica aquest pla, estudia si els treballadors recuperaran l'any 2016 el salari que tenien en 2014. Analitza què ocorre amb els sous després del pas de molts anys.

- 44.** Observa si hi ha nombres pels quals les següents expressions no poden seravaluades:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{x-3}{x+1} \\ \text{b) } \frac{2x-1}{(x-5) \cdot (2x+7)} \\ \text{c) } \frac{x}{x^2-2x+1} \\ \text{d) } \frac{x+y-2}{x^2+3y^2} \end{array}$$



- 45.** Construeix un polinomi de grau 2,  $P(x)$ , tal que  $P(-2) = 6$ .

- 46.** Considera els polinomis  $p(x) = 2x^3 - x^2 + 4x - 1$ ,  $q(x) = -x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x - 5$  i  $r(x) = x^2 - 3x + 2$ . Fes les següents operacions:

- |                |                    |
|----------------|--------------------|
| a) $p + q + r$ | b) $p - q$         |
| c) $p \cdot r$ | d) $p \cdot r - q$ |

**47.** Calcula els productes:

a)  $\left(\frac{3ax}{2} - \frac{y}{5}\right) \cdot \left(\frac{-by}{3}\right)$

b)  $(0'1x + 0'2y) \cdot (0'3x - 0'2y)$

c)  $(x - y) \cdot (y - 1) \cdot (x + a)$

**48.** Calcula els quocients:

a)  $(4x^3) : (x^2)$

b)  $(4x^3y^3z^4) : (3x^2yz^2)$

c)  $(x^4 - 4x^2y + 4y^2) : (x^2 - 2y)$

**49.** Realitza les operacions amb les fraccions algebraiques:

a)  $\frac{x-1}{x^2} + \frac{2x-1}{x}$

b)  $\frac{2x+3}{x} + \frac{5}{x+1}$

c)  $\frac{x-1}{x^2-3x} - \frac{2-x}{x}$

d)  $\frac{x-1}{x^2-3x} \cdot \frac{2-x}{x}$

e)  $\frac{x-1}{x^2-3x} : \frac{2-x}{x}$

**50.** Troba un polinomi  $p(x)$  tal que en dividir  $p(x)$  entre  $q(x) = x^3 - x^2 + 2x - 3$  s'obtingui com a residu  $r(x) = -3x^2 + 1$ .

**51.** Calcula les potències:

a)  $(x + 2y - z)^2$

b)  $(x - 3y)^3$

c)  $\left(a + \frac{b}{3}\right)^2$

d)  $(x^2 - 2z^3)^2$

**52.** Analitza si els següents polinomis han sorgit del desenvolupament de potències de binomis o d'un producte *suma per diferència*. En cas afirmatiu expressa la seva procedència.

a)  $x^2 - 6x + 9$

b)  $x^4 + 8x^2 + 16$

c)  $x^2 - 25$

d)  $x^2 + 5$

e)  $5x^2 - 1$

f)  $x^2 - 8y^2$

g)  $x^4 - 1$

h)  $x^2 - y^2$

**53.** Analitza si el numerador i el denominador de les següents expressions algebraiques procedeixen del desenvolupament d'un binomi, o d'un producte suma per diferència, i simplifica-les:

a)  $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$

b)  $\frac{x^4 - 2x^2y^2 + y^4}{x^2 + y^2}$

c)  $\frac{xy^3 - yx}{y^4 - 1}$

**54.** Efectua les següents operacions i simplifica tot el possible:

a)  $\frac{3}{x(3-x)} - \frac{1}{2(3-x)}$

b)  $3x^4 - 5x^3 + \frac{x^4 - 1}{x^3} \cdot \frac{x^5}{x^2 + 1}$

c)  $\frac{x-2y}{a-b} + \frac{4x+5y}{3a-3b}$

**55.** Simplifica tot el possible:

a)  $\left(yx^4 - \frac{y}{x^2}\right) : \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)$

b)  $\frac{b^3 + 3ab^2 + 3a^2b + a^3}{b-a} : \frac{b+a}{b-a}$

c)  $\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}\right) : \frac{4}{a-b}$

### Autoavaluació

- 1.** Tradueix al llenguatge algebraic:
  - Sumar 5 al triple d'un nombre
  - El quadrat de la suma de dos nombres
  - La tercera part d'un nombre parell
  
- 2.** Expressa mitjançant una expressió algebraica el volum d'un prisma de base quadrada de costat  $x$  i d'altura 7 cm.
  
- 3.** Calcula el valor numèric de l'expressió  $\frac{x+7}{4-2y^2} + 6xz^2 - \frac{3}{z}$  en  $x = 1$ ,  $y = 2$ ,  $z = -1$ .
  
- 4.** Opera els següents monomis:
 

a) $(3x) \cdot (5x^2) =$	b) $(5x^2yz) : (-3xz) =$	c) $a^2b + 3a^5b : a^3 - 2ab \cdot a =$
--------------------------	--------------------------	---
  
- 5.** Del polinomi  $5x^4 - 8x^2 - x + 9$  indica el seu grau, terme independent i els monomis que ho integren.
  
- 6.** Efectua les divisions de polinomis
 

a) $(2x^4 - x^3 + 4) : (x^2 + 2x + 2)$	b) $(3x^4 - 5x^2 + x - 2) : (x - 3)$
--	--------------------------------------
  
- 7.** Calcula utilitzant les identitats notables
 

a) $\left(\frac{2}{5}x - \frac{1}{3}y\right)^2 =$	b) $(x^2 - 1) \cdot (x^2 + 1) =$
c) $(3x + 2)^2 =$	d) $(x^2 + 2) \cdot (x^2 - 2) - (x^2 - 1)^2 =$
  
- 8.** Extreu factor comú en cada expressió
 

a) $5x^2 - 15x^3 + 25x^4 =$	b) $2x^3y^5 - 3x^2y^4 + 2x^7y^2 + 7x^3y^3 =$
-----------------------------	--
  
- 9.** Extreu factor comú i expressa com una identitat notable quan sigui possible
 

a) $x^3 + 2x^2 + x =$	b) $x^4 - x^2 =$	c) $3x^4 - 24x^3 + 48x^2 =$
-----------------------	------------------	-----------------------------
  
- 10.** Opera i simplifica les fraccions algebraiques  $(x + 1) : \frac{x^2 - 1}{2x} =$
  
- 11.** Efectua  $\frac{3-x}{x^2} + \frac{1}{x} - \frac{x+5}{2x} =$  (*Ajudat el mcm és  $2x^2$* )

## FITXA DE REPÀS: OPERACIONS AMB POLINOMIS

**1.** Suma els polinomis següents:

a)  $(4x^2 + 2x - 4) + (x^2 + 3x + 6) =$

b)  $(3x^2 - 2x + 2) + (x^2 - 3x + 6) =$

c)  $(-3x^2 - 5) + (2x^2 + 2x + 6) =$

d)  $(3x^3 + 6x - 5) + (2x^3 - x^2 + 2x - 2) =$

**2.** Donats els següents polinomis:  $A = x^2 + 3x - 2$  i  $B = -3x^2 + 5x - 1$ , calcula al teu quadern.

a)  $A - B,$

b)  $A + B$

c)  $B - A$

**3.** Efectua les operacions següents:

a)  $3 \cdot (3x^3 + 2x + 5) =$

b)  $-3 \cdot (2x^2 - 3x - 4) =$

c)  $3x^2 \cdot (x^3 + 2x - 6) =$

d)  $-4x^2 \cdot (6x^4 - 2x^3 - 6x) =$

**4.** Extreu factor comú a cada un dels polinomis següents:

a)  $3x + 3y + 3z =$

b)  $a^2 + 3a =$

c)  $2x + 4y + 6z =$

d)  $4x - 8x^2 + 12x^3 =$

e)  $9a + 6a^2 + 3a^3 =$

f)  $2a^2 - 5a^3 + a^4 =$

**5.** Realitza les multiplicacions d'aquests polinomis:

a)  $(2x^2 + 3x + 1) \cdot (x - 1) =$

b)  $(3x^2 + x + 2) \cdot (-7x + 2) =$

c)  $(x^2 + 2x) \cdot (2x^2 - 2x - 3) =$

d)  $(-2x^3 + x) \cdot (-x^2 + 3x + 1) =$

**6.** Simplifica les expressions següents:

a)  $(x - 1) \cdot (x + 1) + (x^2 + 4) =$

b)  $(x - 2)^2 - (2x^2 + 1) =$

c)  $(x^2 + 2)^2 - (x + 1) \cdot (x - 1) =$

d)  $3 \cdot (x + 1)^2 - (2x + 3)^2 =$

**7.** Descompon en factors.

a)  $x^2 - 6x + 9 =$

b)  $x^3 - 9x =$

c)  $3x^2 + 6x + 3 =$

d)  $x^4 - x^2 =$

## Resum

Noció	Descripció	Exemples
<b>Expressió algebraica</b>	Es construeix amb nombres i les operacions matemàtiques bàsiques de suma, resta, multiplicació i/o divisió	$\frac{-3x}{2x + y^3} - x \cdot y^2 \cdot z$
<b>Variable, indeterminada</b>	El no concretat en una expressió algebraica	Les variables, o indeterminades, de l'exemple anterior són $x, y, z$
<b>Valor numèric d'una expressió algebraica</b>	En fixar un valor concret per a cada indeterminada, o variable, d'una expressió algebraica s'obté un nombre, el <b>valor numèric</b> d'aquesta expressió algebraica per a tals valors de les indeterminades.	Si feim $x = 3, y = -2, z = 1/2$ , obtenim $\frac{-3 \cdot 3}{2 \cdot 3 + (-2)^3} - 3 \cdot (-2)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{-3}{2}$
<b>Monomi</b>	Expressió donada pel producte de nombres i indeterminades.	$-5 \cdot x \cdot y^3 \cdot z^2, 7 \cdot x^2$
<b>Coeficient d'un monomi</b>	El nombre que multiplica a la indeterminada, o indeterminades, del monomi	Els coeficients dels anteriors monomis són, respectivament, $-5$ i $7$
<b>Part literal d'un monomi</b>	La indeterminada, o producte d'indeterminades, que multiplica al coeficient del monomi	La part literal de $-5 \cdot x \cdot y^3 \cdot z^2$ és $x \cdot y^3 \cdot z^2$
<b>Grau d'un monomi</b>	Quan hi ha una única indeterminada és l'exponent d'aquesta indeterminada. Si apareixen diverses, el grau del monomi serà la suma dels exponents d'aquestes indeterminades.	Els graus dels monomis precedents són $6$ i $2$ , respectivament
<b>Polinomi</b>	Expressió construïda a partir de la suma de monomis.	$-x^3 + 4x^2 + 8x + 6$
<b>Grau d'un polinomi</b>	El major grau dels seus monomis	L'anterior polinomi és de grau 3
<b>Suma, resta i producte de polinomis</b>	El resultat sempre és un altre polinomi	$p \equiv x + 3, q \equiv x^2 - 2$ $p + q \equiv x^2 + x + 1$ $p - q \equiv -x^2 + x + 5$ $p \cdot q \equiv x^3 + 3x^2 - 2x - 6$
<b>Divisió de dos polinomis</b>	S'obtenen altres dos polinomis, els polinomis quotient $Q(x)$ i residu $R(x)$ , lligats als polinomis inicials: els polinomis dividend $D(x)$ i divisor $d(x)$	$D(x) = Q(x) \cdot d(x) + R(x)$

## Tema 6

# Equacions i sistemes d'equacions

### Què aprendrem?

6.1	Concepte d'equació . . . . .	77
6.2	Equacions de primer grau . . . . .	77
6.3	Equacions de segon grau . . . . .	81
6.4	Equacions biquadrades i factoritzades . . . . .	83
6.5	Sistemes d'equacions . . . . .	84
6.6	Activitats . . . . .	88

### Abans de començar

Nota:

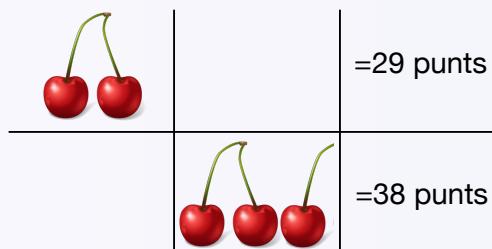
#### Resol les següents equacions

a)  $2x + 5 = 2 - x$

b)  $2(x - 1) = 3 - (1 - x)$

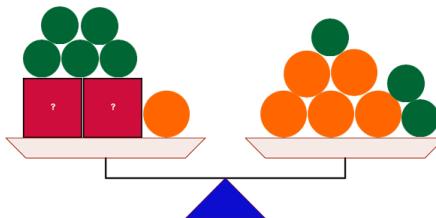
c)  $x^2 + 5x + 4 = 0$

d) Què val cada fruita?



## 6.1 Concepte d'equació

1. La balança de la figura està equilibrada. Què pesa un quadrat si sabem que les boles grosses fan 2 kg i les petites 1 kg?



Si anomenam  $x$  al pes d'un quadrat, podries plantejar una equació per resoldre el problema?

2. Indica el nombre d'incògnites de les següents equacions:

a)  $4x - 5y = 7x + 6$       b)  $2x + 8y^2 = 5$

c)  $3a + 6a^2 = 3$       d)  $4x + 8x^2 = 12$

3. Indica el grau de les següents equacions:

a)  $2x - 4 = 6x + 8$       b)  $3x + 9y^2 = 12$

c)  $5x + 10x^2 = 30$       d)  $2x + 2xy^2 = 3$

## 6.2 Equacions de primer grau

### Transposar termes

*Si és positiu passa negatiu*

$$x \boxed{+3} = 5 \rightarrow x = 5 - 3$$

*Si negatiu passa positiu*

$$x \boxed{-3} = 5 \rightarrow x = 5 + 3$$

*Si multiplica la  $x$  passa dividint*

$$\boxed{3} x = 15 \rightarrow x = \frac{15}{3}$$

*Si divideix la  $x$  passa multiplicant*

$$\frac{x}{2} = 8 \rightarrow x = 2 \cdot 8$$

4. Resol aquestes equacions aquí.

a)  $4x = 20$       b)  $x + 3 = 5$

c)  $x - 1 = -8$       d)  $3x = 12$

e)  $\frac{x}{3} = 2$       f)  $x + 4 = 8$

## 5. Resol:

- |                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|
| a) $2x - 1 = x + 2$           | b) $3x + 2 = x + 6$           |
| c) $2x + 1 = 5x - 5$          | d) $1 - x = 4 - 2x$           |
| e) $x - 6 = 5x - 2$           | f) $3 + 7x = 2x + 5$          |
| g) $6x - 2 + x = 2x + 3$      | h) $8x + 3 - 5x = 7 - 2x - 1$ |
| i) $4x + 5 + x = 7 + 3x - 3$  | j) $8 - x + 1 = 4x - 1 - 7x$  |
| k) $7x - 4 - 3x = 2 + 4x - 6$ | l) $2 + 3x - 5 = 4x - 2 - x$  |

EXAMPLE

$$\begin{aligned} \text{a) } 2x - 1 &= x + 2 \\ 2x - x &= 2 + 1 \\ x &= \boxed{3} \end{aligned}$$

Si trobes  $0 \cdot x = 0 \rightarrow$  Té  $\infty$  solucions.Si trobes  $0 \cdot x = 1 \rightarrow$  No té cap solució.

## 6. Resol en cada cas:

- |                                      |                                     |
|--------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $1 - 2(2x - 1) = 5x - (5 - 3x)$   | b) $x - (1 - 3x) = 8x - 1$          |
| c) $1 - (3x - 9) = 5x - 4x + 2$      | d) $13x - 15 - 6x = 1 - (7x + 9)$   |
| e) $7x - (4 + 2x) = 1 + (x - 2)$     | f) $2(3x - 1) - 5x = 5 - (3x + 11)$ |
| g) $x - 7 = 6 - (x - 3)$             | h) $7 - (2x + 9) = 11x - 5(1 - x)$  |
| i) $4(5x - 3) - 7x = 3(6x - 4) + 10$ | j) $4 - 7(2x - 3) = 3x - 4(3x - 5)$ |
| k) $16x - 7(x + 1) = 2 - 9(1 - x)$   | l) $6 - (8x + 1) = 4x - 3(2 + 4x)$  |

EXAMPLE

$$\begin{aligned} \text{a)} & \quad 1 - 2(2x - 1) = 5x - (5 - 3x) \\ \text{Eliminam parèntesis} & \quad 1 - 4x + 2 = 5x - 5 + 3x \\ \text{Transposam termes} & \quad -4x - 5x - 3x = -5 - 1 - 2 \\ \text{Simplificam} & \quad -12x = -8 \\ \text{Canviam signes} & \quad 12x = 8 \\ \text{Solució} & \quad x = \frac{8}{12} = \boxed{\frac{2}{3}} \end{aligned}$$

## 7. Resol al teu quadern les següents equacions amb denominadors:

- |  |   |
|--|---|
| a) $1 + \frac{2x}{5} = \frac{1}{5} - 2x$ | b) $\frac{2x}{3} + \frac{5}{3} = \frac{1}{3}$ |
| c) $4 - \frac{2x}{3} = x + \frac{2}{3}$  | d) $\frac{x}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$  |
| e) $\frac{1}{4} - x = \frac{3x}{4} - 1$  | f) $\frac{3x}{2} + 5 = 2x - \frac{1}{2}$      |

## EXEMPLE

a)  $1 + \frac{2x}{5} = \frac{1}{5} - 2x$   
 Multiplicam tot pel mcm=5  $5 \cdot 1 + 5 \cdot \frac{2x}{5} = 5 \cdot \frac{1}{5} - 5 \cdot 2x$   
 Eliminam denominadors  $5 + 2x = 1 - 10x$   
 Transposam termes  $2x + 10x = 1 - 5$   
 Simplificam  $12x = -4$   
 Solució  $x = \frac{-4}{12} = \boxed{\frac{-1}{3}}$

8. Resol en cada cas:

a)  $\frac{3x}{4} + \frac{2x}{5} + \frac{x}{10} = 1$

b)  $\frac{3x}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3x}{5} - \frac{1}{2}$

c)  $\frac{x}{2} + \frac{1}{3} = \frac{x}{3} + \frac{1}{4}$

d)  $\frac{x}{2} - \frac{5}{6} = \frac{x}{3} - \frac{x}{5} + 1$

e)  $x - \frac{3x}{4} + \frac{1}{10} = \frac{4x}{5} - \frac{x}{2}$

f)  $\frac{x}{2} + \frac{1}{6} - \frac{x}{3} = \frac{x}{6} - \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$

9. Resol les següents equacions de primer grau amb denominadors:

a)  $\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = 10$

b)  $\frac{x-3}{3} + \frac{-x+1}{7} = 3$

c)  $\frac{x+1}{5} + \frac{2x+6}{10} = 2$

d)  $\frac{1-x}{2} + \frac{3x-1}{3} = \frac{1}{3}$

e)  $\frac{2x-8}{5} - \frac{3x-9}{10} = x-1$

f)  $\frac{2x+3x}{5} - \frac{3x-6}{10} = 1$

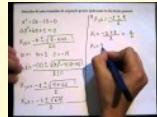
## EXEMPLE

a)  $\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = 10$   
 Multiplicam tot pel mcm=6  $6 \cdot \frac{(x-1)}{2} - 6 \cdot \frac{(x+1)}{3} = 6 \cdot 10$   
 Eliminam denominadors  $3 \cdot (x-1) - 2 \cdot (x+1) = 60$   
 Eliminam parèntesis  $3x - 3 - 2x - 2 = 60$   
 Transposam termes  $3x - 2x = 60 + 2 + 3$   
 Reduïm  $x = \boxed{65}$

**■ Problemes d'equacions de primer grau**

10. La tercera part de la meva edat sumada a la seva meitat són 15 anys. Quina edat tinc?
11. Un empleat d'un concessionari de cotxes guanya 850 euros cada mes, més un plus de 53 euros per cada cotxe que ven. Quants cotxes ha venut si en total aquest mes ha guanyat 1.221 euros?
12. A una caminada popular hi participen 16 dones més que homes. Si en total hi han participat 204 persones, quants homes i quantes dones hi han participat?
13. El meu germà té 10 euros menys que jo, i la meva germana, el doble que el meu germà. Entre tots tenim 470 euros. Quants euros té cadascun?
14. El triple de l'edat que tenia en Jordi fa 4 anys és el doble de la que tindrà d'aquí a 8 anys. Quina és l'edat actual d'en Jordi?
15. En la primera prova d'una oposició queda eliminat el 53% dels participants. En la segona prova, s'elimina al 25% dels restants. Si el nombre total de persones suspeses és de 518, quantes persones es van presentar a l'oposició?
16. En un rectangle, un costat és quatre vegades més gran que l'altre, i el perímetre és 100 cm. Calcula les longituds de cada costat.
17. El perímetre d'un rectangle és 26 cm. Si la base mesura 3 cm més que l'altura, quines són les dimensions del rectangle?
18. Hem de repartir 152 cromos entre tres nens, de manera que el segon en tingui 8 més que el primer i que el tercer en tingui 16 més que el segon. Com ho farem?
19. Per comprar 7 discos compactes em falten 12 €, però si només compro 5, em sobren 18 €. Si tots els compactes valen igual, quant en val un?
20. En una competició d'atletisme hi ha el doble d'atletes dels EUA que d'Alemanya. Si en total hi ha 213 atletes, quants participants hi ha de cada un d'aquests dos països?
21. Una prova consta de 20 qüestions. Per cada qüestió contestada correctament, un alumne guanya 3 punts; però per cada qüestió contestada malament o no contestada, en perd 2. Si al final de la prova un alumne va aconseguir 30 punts, quantes qüestions va contestar correctament?
22. Tinc 20 monedes, unes de 0,50 euros i altres de 2 euros. Quantes monedes tinc de cada si sumen un total de 22 euros?
23. Un dromedari té un gep, i un camell en té dos. En un ramat de camells i dromedaris hem comptat 86 caps i 148 geps. Quants camells i dromedaris hi ha?
24. En arribar 32 persones a una reunió s'observa que ara el nombre d'assistents és igual al triple dels que hi havia menys 14. Quantes persones hi havia inicialment a la reunió?

### 6.3 Equacions de segon grau



Vídeo 26: Equacions de 2n grau completes



Vídeo 23: Equacions de 2n grau incompletes

**Equació de 2n grau completa:**  $ax^2 + bx + c = 0$ .

Fórmula: 
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a}$$

**Discriminant**  $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$ .

Si  $\Delta > 0$  té dues solucions diferents. Si  $\Delta = 0$  té una solució doble. Si  $\Delta < 0$  no té solució.

**Exemples:**

L'equació  $x^2 - x + 3 = 0$  té discriminant  $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -11$  és negatiu, aleshores no té cap solució.

L'equació  $x^2 + 2x + 1 = 0$  té discriminant  $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0$  és zero, aleshores té una solució repetida.

L'equació  $x^2 - 5x + 6 = 0$  té discriminant  $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1$  és positiu, aleshores té dues solucions diferents.

**25.** Indica si són equacions de segon grau les següents equacions:

a)  $5x^2 - \sqrt{2}x + 8 = 0$

b)  $8x^2 - 9 = 0$

c)  $2x^2 - \frac{3}{x} = 0$

d)  $3xy^2 - 5 = 0$

e)  $8 - 7,3x = 0$

f)  $2x^2 - 3\sqrt{x} + 4 = 0$

**26.** En les següents equacions de segon grau, indica qui són  $a$ ,  $b$  i  $c$ . Calcula el discriminant i digues quantes solucions tenen.

a)  $3 + 4x^2 + 5x = 0$

b)  $-3x^2 + 5x = 0$

c)  $2x^2 - 3 = 0$

d)  $4x^2 - 4x + 1 = 0$

**EXAMPLE**

a)  $3 + 4x^2 + 5x = 0$  primer convé ordenar l'equació de major a menor grau:

$$4x^2 + 5x + 3 = 0 \quad \rightarrow \quad a = 4, b = 5 \text{ i } c = 3.$$

El discriminant és  $\Delta = 5^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = -23$ , negatiu llavors no té solució.

**27.** Esbrina quantes solucions tenen les següents equacions de 2n grau:

a)  $x^2 + x + 4 = 0$

b)  $x^2 - 6x + 9 = 0$

c)  $x^2 - 6x - 7 = 0$

d)  $x^2 - 3x + 5 = 0$

**28.** Resol les següents equacions de 2n grau completes:

a)  $x^2 - 7x + 10 = 0$

b)  $2x^2 + 2x - 24 = 0$

c)  $3x^2 - 9x + 6 = 0$

d)  $x^2 - 4x - 12 = 0$

EXEMPLU

a)  $x^2 - 7x + 10 = 0$

Sabem que  $a = 1$ ,  $b = -7$  i  $c = 10$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{7+3}{2} = \boxed{5} \\ \frac{7-3}{2} = \boxed{2} \end{cases}$$

### Equacions de segon grau incompltes

**Falta la b,**  $ax^2 + c = 0$ : Aïllar la  $x$  i fer l'arrel quadrada  $x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$ .

**Falta la c,**  $ax^2 + bx = 0$ : Treure  $x$  factor comú. Les solucions són  $x = 0$  i  $x = -\frac{b}{a}$ .

**29.** Resol les següents equacions de 2n grau incompltes:

a)  $3x^2 + 6x = 0$

b)  $3x^2 - 27 = 0$

c)  $x^2 - 25 = 0$

d)  $2x^2 + x = 0$

e)  $4x^2 - 9 = 0$

f)  $5x^2 - 10x = 0$

EXEMPLU

a)  $3x^2 + 6x = 0 \rightarrow 3x \cdot (x + 2) = 0 \rightarrow x = 0$  i  $x = -2$

b)  $3x^2 - 27 = 0 \rightarrow x^2 = 27/3 = 9 \rightarrow x = -3$  i  $x = 3$

**30.** Resol mentalment les següents equacions de 2n grau:

a)  $x^2 + 6x = 0$

b)  $x^2 + 2x - 8 = 0$

c)  $x^2 - 25 = 0$

d)  $x^2 - 9x + 20 = 0$

e)  $x^2 - 3x - 4 = 0$

f)  $x^2 - 4x - 21 = 0$

**31.** El perímetre d'un rectangle mesura 16 cm i la seva àrea 15  $\text{cm}^2$ . Calcula les seves dimensions.

**32.** Si 3 és una solució de  $x^2 - 5x + a = 0$ , quant val  $a$ ?

### ■ Problemes d'equacions de segon grau

33. Quin nombre multiplicat per 3 és 40 unitats menor que el seu quadrat?
34. Calcula tres nombres consecutius tals que la suma dels seus quadrats sigui 365.
35. El triple del quadrat d'un nombre més el seu doble és 85. Quin és el nombre?
36. Un triangle isòsceles té un perímetre de 20 cm i la base mesura 4 cm, calcula els costats del triangle i la seva àrea.

## 6.4 Equacions biquadrades i factoritzades

Una equació factoritzada és el producte de diferents termes igualat a zero.

$$\text{(Una cosa)} \cdot \text{(Altres coses)} = 0$$

L'única possibilitat que un producte sigui zero és que algun dels termes ho sigui. Així que per resoldre aquestes equacions **igualam a zero cadascun dels parèntesis**.

#### EXAMPLE

**Per exemple:** Si volem resoldre l'equació  $(x - 3) \cdot (x + 2) \cdot (2x - 1) = 0$  miram per quin valor de  $x$  cada parèntesi és fa igual a zero.

Això passa per  $x = 3$ ,  $x = -2$  i  $x = 1/2$ . Així doncs, aquesta equació té 3 arrels o solucions.

37. Resol mentalment les equacions següents, després desenvolupa les expressions i utilitza la fórmula general per tornar a resoldre-les.

a)  $(x - 2) \cdot (x - 6) = 0$

b)  $(x + 1) \cdot (x - 3) = 0$

c)  $(x - 9) \cdot (x - 3) = 0$

d)  $(x - 1) \cdot (x + 4) = 0$

e)  $(x + 7) \cdot (x - 2) = 0$

f)  $(x - 4) \cdot (x + 6) = 0$

38. Resol les equacions següents:

a)  $(x - 7) \cdot (x - 2) \cdot (x + 5) \cdot (x - 3) \cdot (x - 11) = 0$

b)  $3(x - 5) \cdot (x - 7) \cdot (x + 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - 4) = 0$



Vídeo 53: Equacions biquadrades.

Les **equacions biquadrades** són de la forma:  $ax^4 + bx^2 + c = 0$ .

Si feim el canvi de nom  $t = x^2$  es transforma en una equació de segon grau:  $at^2 + bt + c = 0$ , que podem resoldre amb la fórmula

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a}$$

Finalment, si **feim l'arrel quadrada de les  $t$**  trobam les  $x$ :  $x = \pm \sqrt{t}$ .

Una equació biquadrada pot tenir 4, 2 o cap solucions.

## EXEMPLU

**Per exemple:** Ens demanen resoldre l'equació  $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

La primera passa és convertir-la en una de segon grau:  $t^2 - 8t - 9 = 0$ , que podem resoldre amb la fórmula:

$$t = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9)}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} t = 9 & \rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3 \\ t = -1 & \rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \text{ No dóna solució} \end{cases}$$

**39.** Resol les següents equacions biquadrades:

a)  $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$       b)  $x^4 + 12x^2 + 35 = 0$       c)  $x^4 - 4x^2 - 12 = 0$

**40.** Resol les equacions biquadrades següents:

a)  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$       b)  $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$   
 c)  $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$       d)  $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$

## 6.5 Sistemes d'equacions

**41.** Raona si són o no sistemes d'equacions lineals els següents sistemes:

a) $\begin{cases} xy + 2y = 6 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 5y - x = 4 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases}$
c) $\begin{cases} 4x - 2 = y \\ 3x + 5y = 2 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x^2 + y = 2 \\ 3x + y^2 = 4 \end{cases}$

**42.** Comprova si els nombres que es donen són solució del sistema d'equacions.

a) $x = 2, y = 2$	$x = 1, y = 1$	per a $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 0 \end{cases}$
b) $x = 2, y = -1$	$x = 3, y = 0$	per a $\begin{cases} -5x + 3y = -13 \\ x - y = 3 \end{cases}$
c) $x = 0 \text{ i } y = -5$	$x = 5, y = -1$	per a $\begin{cases} -3x - 2y = 10 \\ 2x - 3y = 11 \end{cases}$

**43.** Resol els següents sistemes pel mètode de substitució:

a) $\begin{cases} 3x + 4y = -7 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 2x + 4y = 0 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases}$
---	--	--

**44.** Resol els següents sistemes pel mètode d'igualació:

a) $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ -2x + 3y = -5 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 7x - 4y = 3 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$
--	---	---

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Mètode de Sustitución

$$\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ -x + 5y = 16 \end{cases}$$

Método de Igualación

$$\begin{cases} 5x + 6y = 20 \\ 3x + 8y = 34 \end{cases}$$

Método de Eliminación

Vídeo 87: Mètode de substitució

Vídeo 88: Mètode d'igualació

Vídeo 89: Mètode de reducció

**Mètode de substitució**

1a equació :  $x + y = 1$   
 2a equació :  $3x - 2y = 13$

- Hem de triar una equació, la més senzilla possible, i triar una lletra d'aquesta.

**Recomanació!** Si és possible, triau la lletra que no estigui multiplicada per cap nombre. Per exemple, nosaltres triarem la  $y$  de la 1a equació.

- Aïllam la incògnita que hem triat:  $y = 1 - x$
- Substituïm la  $y$  dins l'altra equació.** Només ha de quedar una lletra.

$$3x - 2(1 - x) = 13$$

- Ara queda una equació de 1r grau que s'ha de resoldre: Eliminam parèntesis i aïllam la  $x$

$$3x - 2 + 2x = 13 \rightarrow 5x = 15 \rightarrow x = 3$$

- Calculam la **incògnita que falta**. Del 2n pas:  $y = 1 - x = 1 - 3 = -2$

- Comprovam la solució:**  $x = 3, y = -2$  Si substituïm  $x$  i  $y$  dins el sistema inicial s'han de complir les dues equacions a l'hora.

**Mètode d'igualació**

1a equació :  $x + y = 1$   
 2a equació :  $3x - 2y = 13$

- Hem de triar de cada equació la **mateixa lletra**. Si és possible, triau la lletra que no estigui multiplicada per cap nombre. Per exemple, nosaltres triarem la  $y$  de cada equació.

- Aïllam la incògnita que hem triat de cada equació:  $\begin{cases} y = 1 - x \\ y = \frac{3x - 13}{2} \end{cases}$

- IGUALAM les dues  $y$ .** Ara només ha de quedar una lletra:  $1 - x = \frac{3x - 13}{2}$

- Queda una equació de 1r grau que s'ha de resoldre: Eliminam denominadors i aïllam la  $x$

$$2 - 2x = 3x - 13 \rightarrow x = 3$$

- Calculam la **incògnita que falta**. Del 2n pas:  $y = 1 - x = 1 - 3 = -2$

6. **Comprovam la solució:**  $x = 3, y = -2$  Si substituem  $x$  i  $y$  dins el sistema inicial s'han de complir les dues equacions a l'hora.

### Mètode de reducció

$$\begin{array}{l} \text{1a equació : } \left\{ \begin{array}{l} x + y = 1 \\ 3x - 2y = 13 \end{array} \right. \\ \text{2a equació : } \left\{ \begin{array}{l} 2x + 2y = 2 \\ 3x - 2y = 13 \end{array} \right. \end{array}$$

1. El mètode de reducció és basat en tenir dues equacions amb un terme igual però canviat de signe. Si sumem les equacions, desapareix una incògnita. Si això no passa, podem multiplicar cadascuna de les equacions per un nombre.
2. Per exemple, si multiplicam per  $-3$  la primera se'n va la  $x$  o per  $2$  la primera i se'n va la  $y$ .
3. La 1a equació **per 2** i la 2a equació **igual**
4. Sumem les dues equacions i **s'en van les  $y$** . Només ha de quedar una lletra.

$$\begin{array}{r} 2x + 2y = 2 \\ + 3x - 2y = 13 \\ \hline 5x / = 15 \end{array}$$

5. Ara queda una equació de 1r grau fàcil de resoldre:  $5x = 15 \rightarrow x = 3$
6. Substituem dins una equació i aïllam l'altra incògnita:  $3 + y = 1 \rightarrow y = -2$
7. **Comprovam la solució:**  $x = 3, y = -2$  Si substituem  $x$  i  $y$  dins el sistema inicial s'han de complir les dues equacions a l'hora.

**45.** Resol els següents sistemes pel mètode de reducció:

a)  $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x - 5y = 14 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 5x + 3y = 2 \\ 4x + y = 7 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 3x - 2y = 13 \end{cases}$

**46.** Resol gràficament els següents sistemes i classifical's:

a)  $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ -2x + y = -1 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -y + 2x = 1 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ 2x - 6y = 6 \end{cases}$

**47.** Resol de forma gràfica els següents sistemes

a)  $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 4x + 3y = 4 \\ x - 6y = 1 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 9x - 5y = 13 \\ -7x + 5y = -9 \end{cases}$

### ■ Problemes de sistemes d'equacions

- 48.** En un hotel hi ha 47 habitacions simples i dobles. Si en total té 57 llits, quantes habitacions són simples i quantes són dobles?
- 49.** En una granja hi ha 100 animals entre gallines i conills, i entre tots els animals sumen 280 potes. Quantes gallines hi ha en la granja?

- 50.** La suma de les edats de Raquel i Lluís són 65 anys. L'edat de Lluís més quatre vegades l'edat de Raquel és igual a 104. Quina edat tenen cadascun?
- 51.** La suma de les edats de Maria i Albert és 32 anys. D'aquí de 8 anys, l'edat de n'Albert serà dues vegades l'edat de na Maria. Quina edat té cadascun en l'actualitat?
- 52.** Troba dos nombres la diferència dels quals sigui 24 i la seva suma sigui 123.

### Mètode gràfic



$$\text{1a equació : } \begin{cases} x + y = 1 \end{cases}$$

$$\text{2a equació : } \begin{cases} 3x - 2y = 13 \end{cases}$$

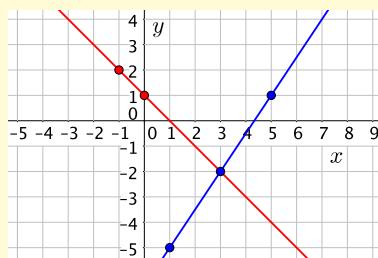
**Vídeo 188:** Mètode gràfic

- Hem d'aïllar la  $y$  de cada equació  $y = 1 - x$        $y = \frac{3x - 13}{2}$
- Feim una **taula de valors** per a cada equació. Per a  $x$  podeu agafar els valors que vulgueu. Les  $y$  es troben a partir de cada fórmula.

$x$	$y$
-1	2
0	1
3	-2

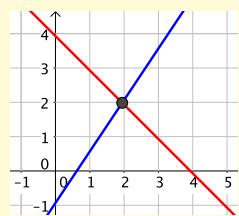
$x$	$y$
1	-5
3	-2
5	1

- Representam gràficament els punts de cada taula i dibuixam dues línies rectes. El punt on es tallen és la solució del sistema.

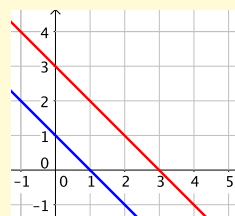


- Comprovam la solució:**  $x = 3, y = -2$  Si substituem  $x$  i  $y$  dins el sistema inicial s'han de complir les dues equacions a l'hora.

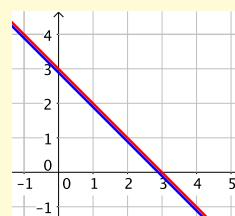
Els sistemes es classifiquen en:



1 solució - Compatible determinat



Cap solució - Incompatible



Infinites solucions - Compatible indeterminat

## 6.6 Activitats

**53.** Resol les següents equacions de 2n grau

- a)  $-x^2 - 6x - 8 = 0$
- b)  $x(-1 + x) = 6$
- c)  $7x^2 = 70x$
- d)  $2(x + 3) - x(2x + 1) = 5$
- e)  $5(2x - 1) + x(x - 1) = 5$
- f)  $12(x^2 - 1) - 6(2 + x) = -18$
- g)  $(2x + 3) \cdot (x - 1) = -x - 3$

**54.** Resol les següents equacions de 2n grau amb denominadors:

- a)  $\frac{x^2 - 1}{2} - \frac{x + 1}{3} = 10$
- b)  $\frac{x^2 - 3}{3} + \frac{x^2 - x + 1}{7} = 3$
- c)  $\frac{x^2 + 1}{5} + \frac{2x + 6}{10} = 2$
- d)  $\frac{1 - x^2}{2} + \frac{3x - 1}{3} = \frac{1}{3}$
- e)  $\frac{2x^2 - 8}{5} - \frac{3x - 9}{10} = x - 1$
- f)  $\frac{2x + 3x^2}{5} - \frac{3x - 6}{10} = 1$

**55.** Resol les següents equacions de 2n grau:

- a)  $x^2 - 7x + 10 = 0$
- b)  $x(-1 + x) = 0$
- c)  $2x^2 = 50$
- d)  $x^2 - 3x - 10 = 0$
- e)  $x^2 + 3x - 10 = 0$
- f)  $x^2 + 7x + 10 = 0$
- g)  $x^2 - 5x + 6 = 0$

**56.** Escriu tres equacions de segon grau que no tinguin cap solució real. Ajuda: Utilitza el discriminant.

**57.** Resol els següents sistemes pel mètode de substitució:

- a) 
$$\begin{cases} 2x - 5y = -4 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$$
- b) 
$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases}$$
- c) 
$$\begin{cases} 6x + 5y = 7 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

**58.** Resol els següents sistemes pel mètode d'igualació:

- a) 
$$\begin{cases} -2x + 3y = 13 \\ 3x - 7y = -27 \end{cases}$$
- b) 
$$\begin{cases} 5x - 2y = -3 \\ 4x - y = 0 \end{cases}$$
- c) 
$$\begin{cases} 9x - 5y = 4 \\ -8x + 3y = -5 \end{cases}$$

**59.** Resol els següents sistemes pel mètode de reducció:

- a) 
$$\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$
- b) 
$$\begin{cases} 4x + 3y = 14 \\ -x - 6y = 7 \end{cases}$$
- c) 
$$\begin{cases} 9x - 5y = 4 \\ -7x + 5y = -2 \end{cases}$$

**60.** Copia en el teu quadern i completa els següents sistemes incomplets de manera que es compleixi el que es demana en cadascun:

a) Compatible indeterminat

$$\begin{cases} \square x + 3y = \square \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

b) Incompatible

$$\begin{cases} -5x + y = 2 \\ \square x + y = 6 \end{cases}$$

c) La seva solució sigui  $x = 2$  i  $y = 1$

$$\begin{cases} 3x - y = \square \\ \square x + y = 7 \end{cases}$$

d) Compatible indeterminat

$$\begin{cases} \square x + 6y = \square \\ 2x + 3y = -2 \end{cases}$$

- 61.** Resol els següents sistemes pel mètode que crequis més convenient:

a)  $\begin{cases} \frac{4x-1}{3} - \frac{2y+2}{5} = -1 \\ \frac{x+3}{2} + \frac{4y-1}{3} = 7 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} \frac{3x-1}{2} - \frac{y+3}{5} = -3 \\ 3x+y = -1 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} \frac{x+1}{2} + \frac{y+2}{3} = 2 \\ 3x-2y = 1 \end{cases}$

- 62.** Resol els següents sistemes pel mètode d'igualació i comprova la solució gràficament. De quin tipus és cada sistema?

a)  $\begin{cases} -2x + 6y = 13 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x - y = -3 \\ 4x - 4y = -12 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x - y = 4 \\ -x + 3y = -5 \end{cases}$

- 63.** En una botiga lloguen bicicletes i tricicles. Si tenen 51 vehicles amb un total de 133 rodes, quantes bicicletes i quants tricicles tenen?

- 64.** Quina és l'edat d'una persona si en multiplicar-la per 15 li falten 100 unitats per completar el seu quadrat?

- 65.** La suma dels quadrats de dos nombres imparells consecutius és 394. Determina aquests nombres.

- 66.** Van carregats un ase i un mul. L'ase es queixava del pes que portava damunt. El mul li va contestar: Si jo portés un dels teus sacs, portaria el doble de càrrega que tu, però si tu prens un dels meus, els dos portarem igual càrrega. Quants sacs porta cadascun?

- 67.** Calcula tres números consecutius que la seva suma de quadrats és 365

- 68.** D'aquí d'11 anys, l'edat de'n Mario serà la meitat del quadrat de l'edat que tenia fa 13 anys. Quina edat té Mario?

- 69.** La suma de dos nombres és 5 i el seu producte és -84. De quins nombres es tracta?

- 70.** Maria vol formar safates d'un quilogram amb massapans i polvorons. Si els polvorons li costen a 5 euros el quilo i els massapans a 7 euros el quilo, i vol que el preu de cada safata sigui de 6 euros, quina quantitat haurà de posar de cada producte? Si vol formar 25 safates, quina quantitat de polvorons i de massapans necessitarà?

- 71.** Determina els catets d'un triangle rectangle que la seva suma és 7 cm i la hipotenusa d'aquest triangle mesura 5 cm.

- 72.** El producte de dos nombres és 4 i la suma dels seus quadrats 17. Calcula aquests nombres

- 73.** En un garatge hi ha 30 vehicles entre cotxes i motos. Si en total hi ha 100 rodes, quants cotxes i motos hi ha en el garatge?

- 74.** L'edat actual d'en Pere és el doble de la de Raquel. D'aquí de 10 anys, les seves edats sumaran 65. Quants anys tenen actualment en Pere i na Raquel?

- 75.** En la meva classe hi ha 35 persones. Ens han regalat a cada nena 2 bolígrafs i a cada nen 1 quadern. Si en total hi havia 55 regals. Quants nens i nines som en classe?

- 76.** Entre el meu avi i el meu germà tenen 56 anys. Si el meu avi té 50 anys més que el meu germà, quina edat té cadascun?

- 77.** Dos entrepans i un refresc costen 5€. Tres entrepans i dos refrescs costen 8€. Quin és el preu de l'entrepà i el refresc?

- 78.** En una granja hi ha pollastres i vaques. Si es compten els caps, són 50. Si es compten les potes, són 134. Quants pollastres i vaques hi ha en la granja?
- 79.** En una bossa hi ha monedes de 1€ i 2€. Si en total hi ha 40 monedes i 53€, quantes monedes de cada valor hi ha en la bossa?
- 80.** En una baralla entre aranyes i vespes, hi ha 70 caps i 488 potes. Sabent que una aranya té 8 potes i una vespa 6, quantes vespes i aranyes hi ha en la baralla?
- 81.** Iolanda té 6 anys més que el seu germà Pau, i la seva mare té 50 anys. D'aquí 2 anys, l'edat de la mare serà doble de la suma de les edats dels seus fills. Quines edats tenen?

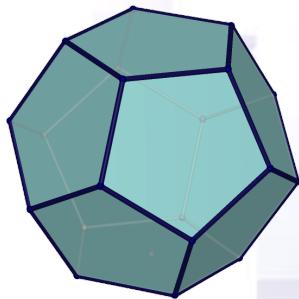


### Autoavaluació

- 1.** Resol l'equació  $3(x^2 - 1) + 2(x^2 - 2x) = 9$ .
- 2.** Resol  $156 = x(x - 1)$
- 3.** Resol l'equació  $3x^2 - 14x + 15 = 0$
- 4.** Resol l'equació  $(x - 14)^2 + x^2 = (x + 2)^2$
- 5.** Resol l'equació  $2(x + 2) - x(2 - x) = 0$
- 6.** Com són les rectes que formen el sistema  $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 5x - 4y = 9 \end{cases}$  ?
- 7.** Resol el sistema  $\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 6x - 8y = 12 \end{cases}$
- 8.** Resol el sistema  $\begin{cases} 3x + 4y = 2 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$
- 9.** En una granja, entre pollastres i porcs hi ha 27 animals i 76 potes. Quants pollastres i porcs hi ha en la granja?
- 10.** Quina és l'edat d'una persona si en multiplicar-la per 15, li falten 100 unitats per arribar al seu quadrat?

## Resum

<b>Equació de primer grau</b>	És una equació algebraica en la qual la major potència de la incògnita és 1.	$-5x + 6 = 0$
<b>Equació de segon grau</b>	És una equació algebraica en la qual la major potència de la incògnita és 2. Té la forma: $ax^2 + bx + c = 0$ , on $a, b$ i $c$ són nombres reals, amb $a \neq 0$ .	$-3x^2 + 7x - 8 = 0$
<b>Resolució d'equacions de 2n grau completes</b>	S'utilitza la fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x^2 - 5x + 6 = 0:$ $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$ $x_1 = 3, x_2 = 2$
<b>Discriminant</b>	$\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$
<b>Nombre de solucions d'una equació de 2n grau</b>	<p>Si <math>\Delta = b^2 - 4ac &gt; 0</math>, té dues solucions reals i diferents</p> <p>Si <math>\Delta = b^2 - 4ac = 0</math>, té una solució doble.</p> <p>Si <math>\Delta = b^2 - 4ac &lt; 0</math>, l'equació no té solució</p>	$x^2 - 4x - 5 = 0: \Delta = 36 > 0$ , té dues solucions 5 i -1. $x^2 - 2x + 1 = 0: \Delta = 0$ , té una arrel doble: $x = 1$ . $x^2 + 3x + 8 = 0: \Delta = -23$ . No té solució real
<b>Resolució d'equacions de 2n grau incomplites</b>	<p>Si <math>b = 0</math>, <math>ax^2 + c = 0</math>, buidem la incògnita: <math>x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}</math>.</p> <p>Si <math>c = 0</math>, <math>ax^2 + bx = 0: x = 0</math> i <math>x = \frac{-b}{a}</math></p>	$2x^2 - 18 = 0: x = \pm \sqrt{9} = \pm 3$ $3x^2 - 15x = 0 \Rightarrow 3x(x - 5) = 0$ $\Rightarrow x_1 = 0; x_2 = 5$ .
<b>Suma i producte d'arrels</b>	$x_1 x_2 = \frac{c}{a}; x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$	$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = 3$
<b>Sistema d'equacions</b>	$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$	$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 7x - 3y = 4 \end{cases}$
<b>Classificació</b>	<p><b>Compatible determinat:</b> Una única solució, el punt d'intersecció. Les rectes són <b>secants</b>:</p> $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ -2x + y = -1 \end{cases}$ <p><b>Compatible indeterminat:</b> Infinites solucions, per la qual cosa les rectes són <b>coincidents</b>:</p> $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ 2x - 6y = 6 \end{cases}$ <p><b>Incompatible:</b> No té solució, les rectes són <b>paral·leles</b>:</p> $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ 2x - 6y = 2 \end{cases}$	
<b>Mètodes de resolució</b>	<p><b>Substitució:</b> aïllar una incògnita i substituir en l'altra equació.</p> <p><b>Igualació:</b> aïllar la mateixa incògnita de les dues equacions.</p> <p><b>Reducció:</b> sumar les dues equacions, multiplicant-les per nombres adequats.</p> <p><b>Gràficament:</b> representar les dues funcions lineals i determinar el punt <math>(x, y)</math> on es tallen</p>	



Dodecaedre. Polígon regular de  
12 cares

## Tema 11

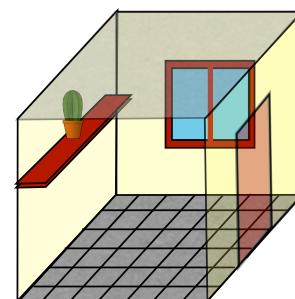
# Geometria a l'espai

### Què aprendrem?

11.1 Perpendicularitat i paral·lelisme a l'espai . . . . .	140
11.2 Poliedres . . . . .	141
11.3 Cossos de revolució . . . . .	143
11.4 Volum de cossos geomètrics . . . . .	143
11.5 Globus terraquí . . . . .	144
11.6 Activitats . . . . .	144

### 11.1 Perpendicularitat i paral·lelisme a l'espai

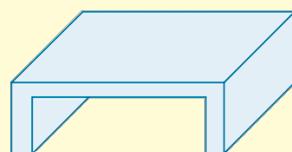
1. Cerca a l'habitació en la qual et trobes, exemples de:
  - a) Plans paral·lels i perpendiculars.
  - b) Rectes paral·leles, rectes perpendiculars i coplanàries, rectes perpendiculars i no coplanàries.
  - c) Recta paral·lela al pla, recta i plans secants, recta continguda en pla.
2. Les fulles d'una porta giratòria formen entre sí 5 angles diedres consecutius i iguals. Quant mesura cadascun d'ells?
3. Des d'un punt interior a una sala de planta hexagonal regular es traça una recta perpendicular a cada paret. Quant mesurarà l'angle que formen dues perpendiculars consecutives?
4. Dos triedres tenen les tres cares iguals, es pot assegurar que són iguals? Raona la resposta.



## 11.2 Poliedres

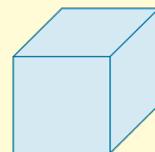
Un políedre és un cos geomètric format per cares planes. Una aresta és allà on s'ajunten dues cares. Un vèrtex és el punt on es troben duesarestes.

**Políedre còncau**



Algunes de les seves cares no es poden recolçar sobre un pla.

**Políedre convex**

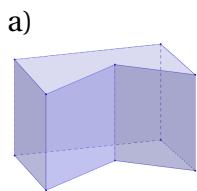


Totes les seves cares no es poden recolçar sobre un pla.

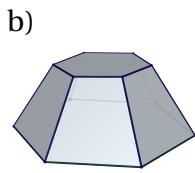
La **relació d'Euler** estableix una relació entre el nombre de cares  $C$ ,arestes  $A$  i vèrtex  $V$  que pot tenir un **políedre convex**:

$$C + V = A + 2$$

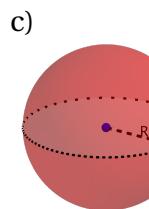
5. Investiga si els següents cossos són poliedres i, en cas afirmatiu, si compleixen el teorema de Euler. Indica també si són còncaus o convexos



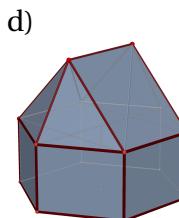
Políedre?  
Convex?  
 $C=$   
 $V=$   
 $A=$   
Euler?



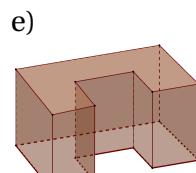
Políedre?  
Convex?  
 $C=$   
 $V=$   
 $A=$   
Euler?



Políedre?  
Convex?  
 $C=$   
 $V=$   
 $A=$   
Euler?



Políedre?  
Convex?  
 $C=$   
 $V=$   
 $A=$   
Euler?



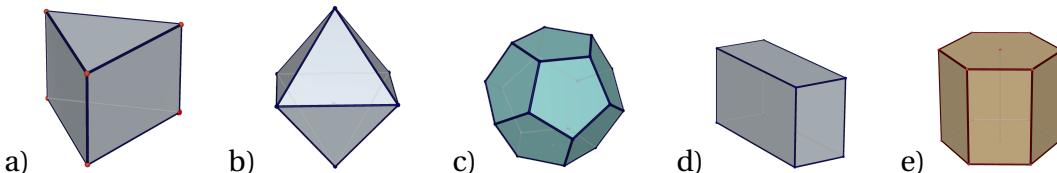
Políedre?  
Convex?  
 $C=$   
 $V=$   
 $A=$   
Euler?

Un políedre és regular si totes les seves cares són igual i si a cada vèrtex hi confluix el mateix nombre cares i d'arestes.

Només existeixen 5 políedres regulars (sòlids platònics):

Tetraedre	Cub	Octaedre	Dodecaedre	Icosaedre
 4 triangles	 6 quadrats	 8 triangles	 12 pentàgons	 20 triangles

6. És suficient que un paral·lelepípede tingui dues cares rectangulars perquè sigui un prisma recte?
7. Dibuixa un prisma pentagonal regular i comprova que compleix la relació de Euler.
8. Classifica els següents poliedres convexos en regulars o irregulars



9. Dibuixa una piràmide hexagonal regular i distingeix l'apotema de la piràmide de l'apotema de la base. Dibuixa també el seu desenvolupament.

### Teorema de Pitàgores a l'espatl

10. Una caixa té forma cúbica de 2 dm d'aresta. Quant mesura la seva diagonal?
11. Calcula la mesura de la diagonal d'una sala que té 10 metres de llarg, 4 metres d'ample i 3 metres d'altura.

### Àrea lateral i total de poliedres

Trobareu un resum de les fórmules que heu de menester al resum de la pàgina 152.

12. Calcula les àrees lateral i total d'un prisma triangular regular sabent que les arestes de les bases mesuren 2 cm i cada aresta lateral 8 m.
13. L'àrea lateral d'un prisma regular de base quadrada és  $63 \text{ m}^2$  i té 7 m d'altura. Calcula el perímetre de la base.
14. El costat de la base d'una piràmide hexagonal regular és de 6 cm i l'altura de la piràmide 10 cm. Calcula l'apotema de la piràmide i la seva àrea total.

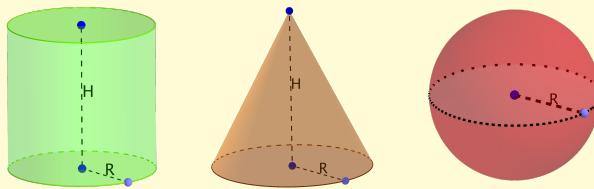
15. Calcula l'àrea lateral d'un tronc de piràmide regular, sabent que les seves bases són dos octògons regulars de costats 4 i 7 dm i que l'altura de cada cara lateral és de 8 dm.



16. ★ Si l'àrea lateral d'una piràmide quadrangular regular és  $104 \text{ cm}^2$ , calcula l'apotema de la piràmide i la seva altura.

### 11.3 Cossos de revolució

Els cossos de revolució són: El cilindre, el con i l'esfera. Tots ells s'obtenen de fer girar al voltant d'un eix una corba anomenada **generatriu**.



17. Una columna cilíndrica té 76 cm de diàmetre i 4 m d'altura. Quina és la seva àrea lateral?
18. El radi de la base d'un cilindre és de 38 cm i l'altura és el triple del diàmetre. Calcula la seva àrea total.
19. Calcula l'àrea lateral d'un con recte sabent que la seva generatriu mesura 50 dm i el radi de la base 30 dm.
20. La circumferència de la base d'un con mesura 6,25 m i la seva generatriu 8 m. Calcula l'àrea total.
21. Una esfera té 4 m de radi. Calcula: a) la longitud de la circumferència màxima; b) l'àrea de l'esfera.

### 11.4 Volum de cossos geomètrics

Trobareu un resum de les fórmules que heu de menester al resum de la pàgina 155.

22. Calcula el volum d'un prisma recte de 12 dm d'altura la base de la qual és un hexàgon de 4 dm de costat.
23. Calcula la quantitat d'aigua que hi ha en un recipient amb forma de cilindre sabent que la seva base té 12 cm de diàmetre i que l'aigua aconsegueix 1 dm d'altura.
24. El dipòsit de gasoil de la casa d'Irene és un cilindre d'1 m d'altura i 2 m de diàmetre. Irene ha cridat al subministrador de gasoil perquè en el dipòsit només hi queden 140 litres.
  - a) Quin és, en  $\text{dm}^3$ , el volum del dipòsit? (Utilitza 3,14 com a valor de  $\pi$ ).
  - b) Si el preu del gasoil és de 0,80 € per litre, quant haurà de pagar la mare d'Irene per omplir el dipòsit?
25. Comprova que el volum de l'esfera de radi 5 dm sumat amb el volum d'un con del mateix radi de la base i 10 dm d'altura, coincideix amb el volum d'un cilindre que té 10 dm d'altura i 5 dm de radi de la base.

## 11.5 Globus terraquí

26. Un avió recorre  $20^{\circ}$  en direcció Oest al llarg de l'Equador. Si arriba a un punt la longitud del qual és de  $170^{\circ}$ Est, quines són les coordenades del lloc de partida?
27. Joan surt de la seva casa i recorre 10 Km en direcció sud, 20 Km cap a l'est i 10 Km cap al nord. Si es troba de nou a casa, on està situada la seva casa?
28. En l'esfera terrestre, quin paral·lel mesura més?, quin meridià mesura més? Raona les teves respostes.
29. Busca les coordenades geogràfiques del lloc en el qual vius.



## 11.6 Activitats

### ■ Angles polièdrics. Paral·lelisme i perpendicularitat. Poliedres.

30. Si estem en una habitació sense columnes, atenent al terra i a les seves quatre parets, quants angles diedres es formen?
31. Doblega per la meitat un full de paper, construeix un angle diedre i traça el seu rectilini. Podries mesurar l'amplitud de diferents angles diedres mitjançant aquest rectilini?
32. Determina l'amplitud dels angles diedres que formen les cares laterals d'un poliedre que és un prisma recte de base un octògon regular.

33. Dues cares d'un triedre mesuren  $60^{\circ}$  i  $118^{\circ}$ . Entre quins valors pot oscilar l'altra?
34. Es pot formar un angle poliedre amb un angle d'un triangle equilàter, dos d'un rectangle i un d'un pentàgon regular?
35. Podrà existir un poliedre regular que les seves cares siguin hexagonals? Raona la resposta.
36. Quantes diagonals pots traçar en un cub? I en un octàedre?
37. Pots trobar dues arestes paral·leles en un tetraedre? I en cadascun dels resultants poliedres regulars?

**38.** Perllonga una parella d'arestes en una piràmide pentagonal, de manera que s'obtinguin rectes no coplanàries.

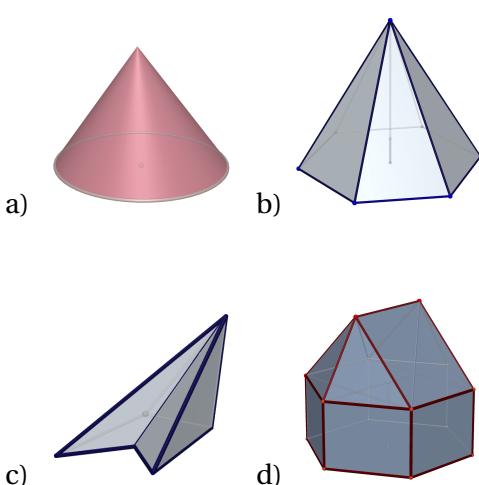
**39.** Dibuixa un prisma regular de base quadrada i assenyalà: a) dues arestes que siguin paral·leles, b) dues arestes que siguin perpendiculars i coplanàries, c) dues arestes perpendiculars i no coplanàries, d) dues cares paral·leles, e) dues cares perpendiculars.

**40.** Si un poliedre convex té 16 vèrtexs i 24 arestes, quantes cares té? Podria ser una piràmide? I un prisma?

**41.** Amb 12 varetas de 5 cm de llarg cada una, usant totes les varetas quins poliedres regulars es poden construir?

**42.** D'un prisma sabem que el nombre de vèrtexs és 16 i que el nombre d'arestes és 24, quantes cares té?

**43.** Classifica els següents cossos geomètrics i indica, quan siguin poliedres, el nombre de vèrtexs, cares i arestes que tenen. Quins compleixen el teorema de Euler?



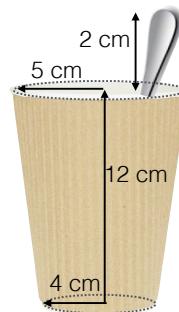
**44.** Descriu la diferència entre un prisma recte i un prisma oblic. És suficient que un paral·lelepípede tingui dues cares paral·leles rectangulars perquè sigui un ortoedre?

### ■ Teorema de Pitàgores en l'espai

**45.** Dibuixa un paral·lelepípede les arestes del qual mesurin 4 cm, 5 cm i 6 cm que no sigui un ortoedre. Dibuixa també el seu desenvolupament.

**46.** Si el paral·lelepípede anterior fos un ortoedre, quant mesuraria la seva diagonal?

**47.** Un tassó de 12 cm d'altura té forma de tronc de con en el qual els radis de les bases són de 5 i 4 cm. Quant ha de mesurar com a mínim una cullereta perquè sobresurti del tassó almenys 2 cm?



**48.** És possible guardar en una caixa amb forma de ortoedre d'arestes 4 cm, 3 cm i 12 cm un bolígraf de 13 cm de longitud?

**49.** Calcula la diagonal d'un prisma recte de base quadrada sabent que el costat de la base mesura 6 cm i l'altura del prisma 8 cm.

**50.** Si un ascensor mesura 1 m d'ample, 1,5 m de llarg i 2,2 m d'altura, és possible introduir en ell una escala de 3 m d'altura?

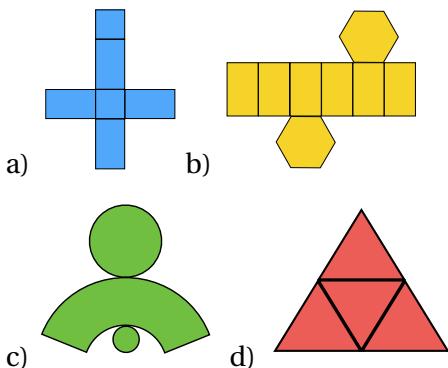
**51.** Quin és la major distància que es pot mesurar en línia recta en una habitació que té 6 m d'ample, 8 m de llarg i 4 metres d'altura?

**52.** Calcula la longitud de l'aresta d'un cub sabent que la seva diagonal mesura 3,46 cm.

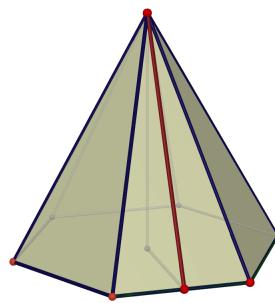
**53.** Calcula la distància màxima entre dos punts d'un tronc de con les bases del qual tenen radis 5 cm i 2 cm, i altura 10 cm.

■ **Àrea lateral, total i volum de cosos geomètrics**

- 54.** Identifica a quin cos geomètric pertanyen els següents desenvolupaments:



- 55.** Un prisma de 8 dm d'altura té com a base un triangle rectangle de catets 3 dm i 4 dm. Calcula les àrees lateral i total del prisma.
- 56.** Dibuixa un prisma hexagonal regular que tingui 4 cm d'aresta basal i 1 dm d'altura i calcula les àrees de la base i total.
- 57.** Un prisma pentagonal regular de 12 cm d'altura té una base de  $30 \text{ cm}^2$  d'àrea. Calcula el seu volum.
- 58.** Calcula l'àrea total d'un ortoedre de dimensions 3.5 dm, 8.2 dm i 75 cm.
- 59.** Calcula la superfície total i el volum d'un cilindre que té 8 m d'altura i 5 cm de radi de la base.
- 60.** Calcula l'àrea total d'una esfera de 5 cm de radi.
- 61.** Calcula l'apotema d'una piràmide hexagonal regular sabent que el perímetre de la base és de 32 dm i l'altura de la piràmide és de 4 dm. Calcula també l'àrea total i el volum d'aquesta piràmide.
- 62.** Calcula l'apotema d'una piràmide regular sabent que la seva àrea lateral és de  $120 \text{ m}^2$  i la seva base és un hexàgon de 5 m de costat.



- 63.** Un triangle rectangle de catets 12 cm i 5 cm gira al voltant d'un dels seus catets generant un con. Calcula l'àrea lateral, l'àrea total i el volum.
- 64.** Tres boles de metall de radi 12 dm, 0,3 m i 4 m es fonen en una sola. Quin serà el diàmetre de l'esfera resultant?
- 65.** Quin és la capacitat d'un pou cilíndric d'1,20 m de diàmetre i 20 metres de profunditat?
- 66.** Quant cartró necessitarem per construir una piràmide quadrangular regular si volem que el costat de la base mesuri 10 cm i que la seva altura sigui de 25 cm?
- 67.** Calcula el volum d'un cilindre que té 2 cm de radi de la base i la mateixa altura que un prisma la base del qual és un quadrat de 4 cm de costat i  $800 \text{ cm}^3$  de volum.
- 2 cm

4 cm

$800 \text{ cm}^3$
- 68.** Quina és l'àrea de la base d'un cilindre d'1,20 m d'alt i  $248 \text{ dm}^3$  de volum?
- 69.** L'aigua d'una font es condueix fins a uns dipòsits cilíndrics que mesuren 12 m de radi de la base i 20 m d'altura. Després s'embotella en bidons de 2,5 litres. Quants envasos s'omplen amb cada dipòsit?

- 70.** Calcula la quantitat de cartolina necessària per construir un anell de 10 tetraedres cadascun dels quals té 2 cm d'aresta.



- 71.** En fer el desenvolupament d'un prisma triangular regular de 8 dm d'altura, va resultar un rectangle d'1 metre de diagonal com a superfície lateral. Calcula l'àrea total.

- 72.** Determina la superfície mínima de paper necessària per embolicar un prisma hexagonal regular d'1 m de costat de la base i 2 m d'altura.

- 73.** L'ajuntament ha col·locat unes jardineres de pedra als seus carrers que tenen forma de prisma hexagonal regular. La cavitat interior on es diposita la terra, té 80 cm de profunditat i el costat de l'hexàgon interior és de 60 cm. Calcula el volum de terra que ompliria una jardineria per complet.



- 74.** Una habitació té forma de ortoedre i les seves dimensions són directament proporcionals als nombres 3, 5 i 7. Calcula l'àrea total i el volum si a més se sap que la diagonal mesura 14,5 m.

- 75.** Un ortoedre té 1 dm d'altura i 6 dm<sup>2</sup> d'àrea total. La seva longitud és el doble de la seva amplària, quin és el seu volum?

- 76.** Si el volum d'un cilindre de 10 cm d'altura és de 314 cm<sup>3</sup>, calcula el radi de la base del cilindre. (Utilitza 3,14 com a valor de  $\pi$ ).

- 77.** Han instal·lat a casa d'en Joan un dipòsit d'aigua de forma cilíndrica. El diàmetre de la base mesura 2 metres i l'altura és de 3 metres. a) Calcula el volum del dipòsit en m<sup>3</sup>. (Preneu  $\pi=3,14$ ). b) Quants litres d'aigua caben en el dipòsit?

- 78.** Un envàs d'un litre de llet té forma de prisma, la base és un quadrat que té 10 cm de costat. a) Quin és, en cm<sup>3</sup>, el volum de l'envàs? b) Calcula l'altura de l'envàs en cm.

- 79.** Una circumferència de longitud 2,24 cm gira al voltant d'un dels seus diàmetres generant una esfera. Calcula el seu volum. (Preneu  $\pi=3,14$ ).

- 80.** Una porta fa 2 m d'alt, 80 cm d'ample i 4 cm d'espessor. El preu d'instal·lació és de 200 € i es cobra 6 € per m<sup>2</sup> en concepte de envernissat, a més del cost de la fusta, que és de 300 € cada m<sup>3</sup>.

- a) Calcula el volum de fusta d'una porta.
- b) El cost de la fusta d'una porta més la seva instal·lació.
- c) El cost del envernissat de cada porta, si només es cobra el envernissat de les dues cares principals.

- 81.** L'aigua continguda en un recipient cònic de 18 cm d'altura i 24 cm de diàmetre de la base s'aboca en un tassó cilíndric de 10 cm de diàmetre. Fins a quina altura arribarà l'aigua?

- 82.** Segons Arquimedes quines dimensions té el cilindre circumscrit a una esfera de 5 cm de radi que té la seva mateixa àrea? Calcula aquesta àrea.

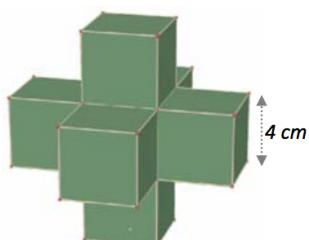
- 83.** El cristall d'un fanal té forma de tronc de con de 50 cm d'altura i bases de radis 20 i 30 cm. Calcula la seva superfície.

- 84.** Quin és el volum d'una esfera en la qual una circumferència màxima mesura 31,40 m?
- 85.** Calcula el radi d'una esfera que té 33,51 dm<sup>3</sup> de volum.

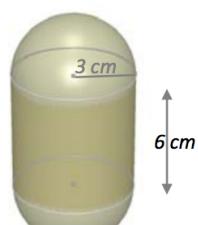
- 86.** Una piscina mesura 20 m de llarg, 5 m d'ample i 2 m d'alt.

- a) Quants litres d'aigua són necessaris per omplir-la?
- b) Quant costarà recobrir el sòl i les parets amb PVC si el preu és de 20 €/m<sup>2</sup>?

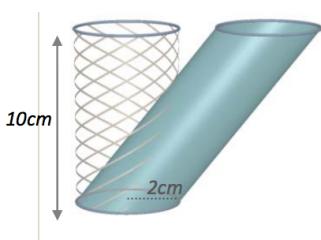
- 87.** Calcula l'àrea lateral i el volum dels següents cossos geomètrics



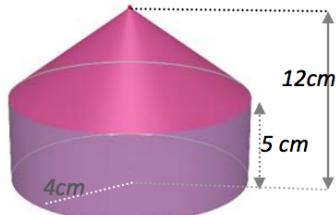
a)



b)



c)



d)

- 88.** En la construcció d'un globus aerostàtic

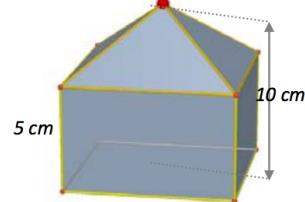
de radi de 2,5 m s'empra lona que té un cost de 300 €/m<sup>2</sup>. Calcula l'import de la lona necessària per a la seva construcció.

- 89.** S'ha pintat per dins i per fora un dipòsit sense tapadora de 8 dm d'alt i 3 dm de radi. Tenint en compte que la base només es pot pintar per dins, i que s'ha utilitzat pintura de 2 €/dm<sup>2</sup>, quants diners ha costat en total?

- 90.** El preu de les teules és de 14,30 €/m<sup>2</sup>. Quant costarà re-teular un habitatge la teulada del qual té forma de prisma quadrangular regular de 4 metres d'altura i 8 metres de costat de la base?

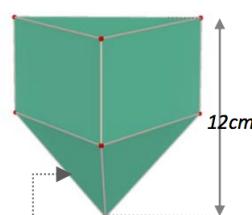
- 91.** S'enrotlla una cartolina rectangular de costats 30 cm i 25 cm de les dues formes possibles, fent coincidir costats oposats. Quin dels dos cilindres resultants té major volum?

- 92.** Calcula l'àrea lateral i el volum dels següents cossos geomètrics



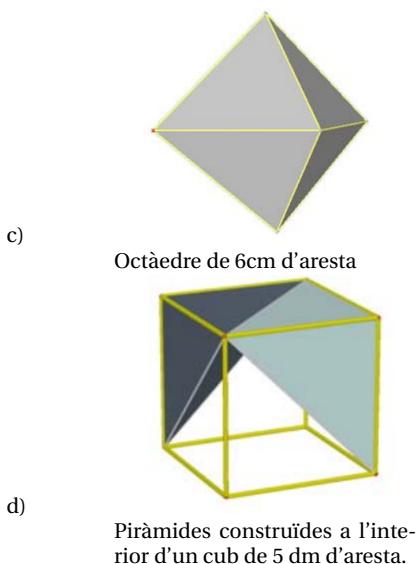
a)

La base és quadrada



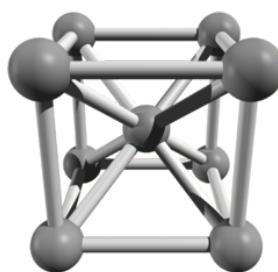
b)

Tetraedre de 5cm d'aresta

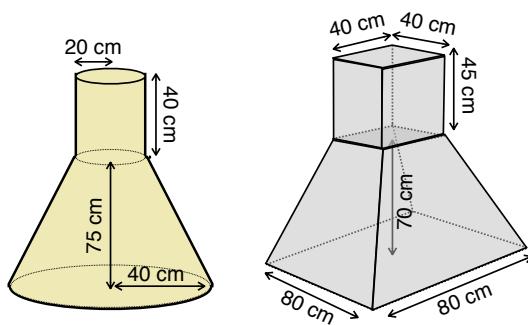


- 93.** En un recipient cilíndric de 8 dm de diàmetre i que conté aigua, s'introduceix una bola. Quin és el seu volum si després de la immersió puja 0,3 metres el nivell de l'aigua?

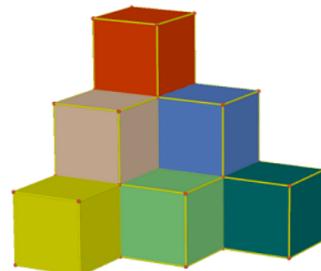
- 94.** L'*Atomium* és un monument de Brussel·les que reproduceix una molècula de ferro. Consta de 9 esferes d'acer de 18 m de diàmetre que ocupen els vèrtexs i el centre d'una estructura cúbica de 103 m de diagonal, realitzada amb cilindres de 2 metres de diàmetre. Si utilitzem una escala 1:100 i tant les esferes com els cilindres són massissos, quina quantitat de material necessitarem?



- 95.** ★ Quina de les dues campanes extractores de la figura esquerra té un cost d'acer inoxidable menor?

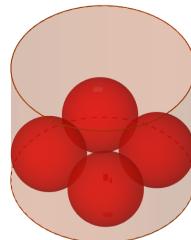


- 96.** Cadascun dels cubs de la figura té 2 cm d'aresta. Quants cal afegir per formar un cub de  $216 \text{ cm}^3$  de volum?



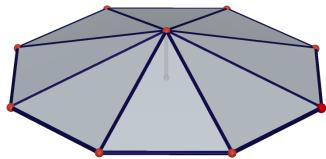
- 97.** Un tub d'assaig té forma de cilindre obert en la part superior i rematat per una semiesfera en la inferior. Si el radi de la base és d'1,5 cm i l'altura total és de 15 cm, calcula quants centilitres de líquid caben en ell.

- 98.** Un pot cilíndric de 10 cm de radi i 40 cm d'altura té en el seu interior quatre pilotes de radi 3,5 cm. Calcula l'espai lliure que hi ha en el seu interior.



- 99.** La lona d'una ombrel·la oberta té forma de piràmide octogonal regular d'1 m d'altura i 45 cm de costat de la base. Es fixa un pal en el sòl en el qual s'encaixa i el vèrtex de la piràmide queda a una distància d'1,80 m del terra. En el moment en què els ràjos de sol són

verticals, quina superfície d'ombra determina?



- 100.** Construïm un con amb cartolina retallant un sector circular de  $120^\circ$  i radi 20 cm. Calcula el volum del con resultant.
- 101.** Un embut cònic de 20 cm de diàmetre ha de tenir 2 litres de capacitat, quina serà la seva altura?
- 102.** En un dipòsit amb forma de cilindre de 25 cm de radi, una aixeta aboca 15 litres d'aigua cada minut. Quant augmentarà l'altura de l'aigua després d'un quart d'hora?
- 103.** Una peixera amb forma de prisma recte i base rectangular s'omple amb 56 litres d'aigua. Si té 48 cm de llarg i 36 cm d'ample, quin és la seva profunditat?
- 104.** Si s'enrotlla una cartolina rectangular de costats 30 cm i 25 cm de les dues formes possibles, quin dels dos cilindres resultants té major volum?
- 105.** Un rectangle d'1 m de base i 10 m d'alçada gira  $360^\circ$  al voltant d'una recta paral·lela a l'alçada, que està situada a 2 m

de distància. Calcula la superfície i el volum del cos que resulta.

- 106.** En un gelat de cucurutxo la galeta té 15 cm d'altura i 5 cm diàmetre. Quina és la seva superfície? Si el cucurutxo està completament ple de gelat i sobreusa una semiesfera perfecta, quants grams de gelat conté?

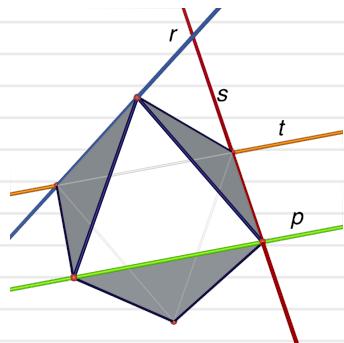
### Fusos horaris

- 107.** Quina diferència de longitud existeix entre dues ciutats si la diferència horària entre ambdues és de 5 hores? Podem saber si existeix diferència entre les seves latituds?
- 108.** Un avió emprèn viatge cap a una ciutat imaginària situada a l'oest de Palma. El viatge dura 10 hores i el seu rumb manté en tot moment la latitud de partida. Si la diferència de longitud entre Palma i la ciutat d'arribada és de  $45^\circ$  i l'avió surt de l'aeroport Son Sant Joan a les 9 del matí. A quina hora local aterrarà a la ciutat de destinació?
- 109.** La distància entre Londres i Pequín és de 8149 Km i la distància entre Londres i Sao Paulo és de 9508 Km, no obstant això a Pequín el rellotge marca 7 hores més que a Londres i en Sao Paulo 3 hores menys que a Londres. Com expliques aquesta diferència?

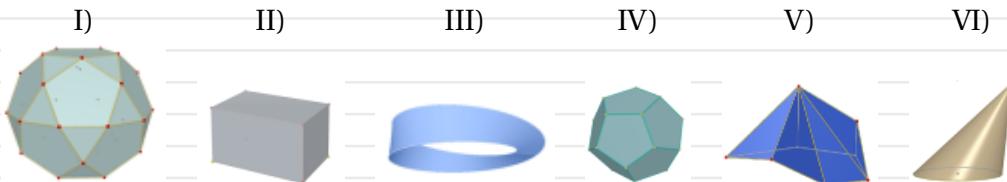
### Autoavaluació

- 1.** Cadascuna de les rectes  $r$ ,  $s$ ,  $t$  i  $p$  passa per dos vèrtexs consecutius d'un octàedre tal com s'observa en la figura. Assenyal quina afirmació de les següents és veradera:

- a) Les rectes  $r$  i  $s$  són coplanàries i secants.
- b) Les rectes  $t$  i  $p$  no són coplanàries.
- c) Les rectes  $r$  i  $p$  es creuen.
- d)  $r$  i  $s$  contenen arestes d'una mateixa cara de l'octàedre



- 2.** Observa els següents cossos geomètrics i selecciona l'opció vertadera:



- a) Els cossos I), II), IV) i V) compleixen la relació de Euler.
- b) Hi ha dos cossos de revolució III) i VI).
- c) Són poliedres regulars II) i IV).
- d) Són còncaus I) i V).

- 3.** Si l'altura d'un prisma de base quadrada és 10 cm i el costat de la base és 4 cm, la seva àrea total és:
- a)  $160 \text{ cm}^2$
  - b)  $320 \text{ cm}^2$
  - c)  $400 \text{ cm}^2$
  - d)  $192 \text{ cm}^2$

- 4.** Un dipòsit d'aigua té forma de prisma hexagonal regular de 5 m d'altura i costat de la base 1 m. Si només conté les tres quartes parts de la seva capacitat, el nombre aproximat de litres d'aigua que hi ha en ell és:
- a) 13000 l
  - b) 9750 l
  - c) 3750 l
  - d) 3520 l

- 5.** La teulada d'una caseta té forma de piràmide quadrangular regular d'1,5 m d'altura i 80 cm de costat de la base. Si es necessiten 15 teules per metre quadrat per recobrir la teulada, en total s'utilitzaran:

- a) 38 teules
- b) 76 teules
- c) 72 teules
- d) 36 teules

- 6.** Una caixa de dimensions  $30 \times 20 \times 15$  cm, està plena de cubs d'1 cm d'aresta. Si s'utilitzen tots per construir un prisma recte de base quadrada de 10 cm de costat, l'altura mesurarà:

- a) 55 cm
- b) 65 cm
- c) 75 cm
- d) 90 cm

## Autoavaluació

- 7.** El radi d'una esfera que té el mateix volum que un con de 5 dm de radi de la base i 120 cm d'altura és:
- $5\sqrt{3}$  dm
  - $\sqrt[3]{75}$  dm
  - 150 cm
  - $\sqrt[3]{2250}$  cm
- 8.** Es distribueixen 42,39 litres de dissolvent en llaunes cilíndriques de 15 cm d'altura i 3 cm de radi de la base. El nombre d'envasos necessari és:
- 100
  - 10
  - 42
  - 45
- 9.** L'àrea lateral d'un tronc de con que té 20 cm d'altura i bases de radis 30 i 15 cm, és:
- $2250\pi$  cm<sup>2</sup>
  - $900\pi$  cm<sup>2</sup>
  - $1125\pi$  cm<sup>2</sup>
  - $450\pi$  cm<sup>2</sup>

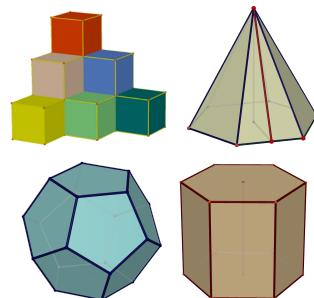
## Resum

### Poliedre. Elements d'un poliedre. Tipus de poliedres

Un poliedre és una regió tancada de l'espai limitada per polígons. Els seus principals elements són: cares, arestes, vèrtexs, angles diedres i poliedres, així com les diagonals.

Els poliedres poden ser còncaus i convexos depenent que alguna de les seves cares sigui un polígon còncau o cap ho sigui.

Entre els poliedres destaquen poliedres regulars, prismes i piràmides.



### Teorema d'Euler

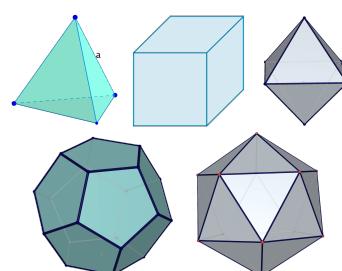
En tot poliedre convex el nombre de cares més el nombre de vèrtexs és igual al nombre d'arestes més 2.

$$C + V = A + 2$$

### Poliedres regulars

Un poliedre regular és un poliedre que compleix que totes les seves cares són polígons regulars iguals i que els seus angles poliedres són iguals.

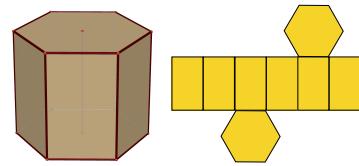
Hi ha cinc poliedres regulars: tetraedre (4 cares), cub (6 cares), octàedre (8 cares), dodecaedre (12 cares) i icosaedre (20 cares)



### Prismes

Un prisma és un políedre determinat per dues cares paral·leles que són polígons iguals i tantes cares laterals com a costats tenen les bases.

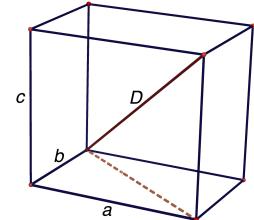
Poden ser còncaus o convexos; rectes o oblics, regulars o irregulars; triangulars, quadrangulars, pentagonal... .



### Teorema de Pitàgores a l'espai

La diagonal d'un ortoedre és l'arrel quadrada de la suma dels quadrats de les sevesarestes

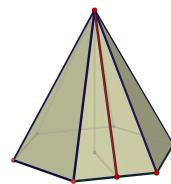
$$D^2 = a^2 + b^2 + c^2$$



### Piràmides

Una piràmide és un políedre determinat per una cara poligonal denominada base i tantes cares triangulars amb un vèrtex comú, com a costats té la base.

Poden ser còncaves o convexes; rectes o obliques, regulars o irregulars; triangulars, quadrangulars, pentagonal... .



### Tronc de piràmide

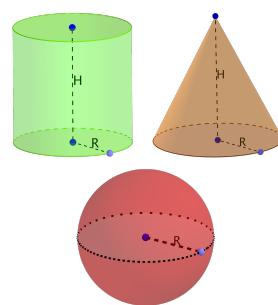
Un tronc de piràmide és el políedre resultant en tallar una piràmide per un pla paral·lel a la base. Les bases són polígons semblants i les cares laterals són trapezis.



### Cossos de revolució

Els cossos de revolució són cossos geomètrics que s'obtenen en fer girar una línia al voltant d'una recta fixa denominada *eix*. La línia que gira es diu *generatriu*.

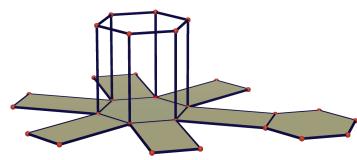
Entre els cossos de revolució destaquen cilindres, cons i esferes.



### Àrees lateral i total d'un prisma

$$A_{\text{Lateral}} = \text{Perímetre}_{\text{Base}} \cdot Altura$$

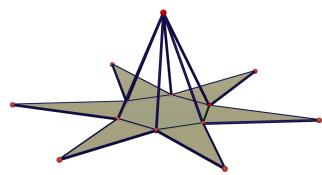
$$A_{\text{total}} = \text{Àrea}_{\text{Lateral}} + 2\text{Àrea}_{\text{Base}}$$



### Àrees lateral i total d'una piràmide regular

$$A_{\text{Lateral}} = \frac{\text{Perímetre}_{\text{Base}} \cdot \text{Apotema}_{\text{piràmide}}}{2}$$

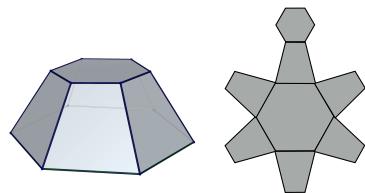
$$A_{\text{total}} = \text{Àrea}_{\text{Lateral}} + \text{Àrea}_{\text{Base}}$$



### Àrees lateral i total d'un tronc de piràmide regular

$$A_{\text{Lateral}} = \frac{\text{Perímetre}_{\text{Base}} \cdot \text{Apotema}_{\text{tronc}}}{2}$$

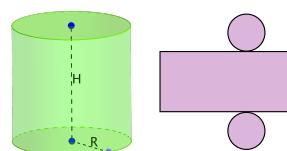
$$A_{\text{total}} = \text{Àrea}_{\text{Lateral}} + \text{Àrea}_{\text{Base} 1} + \text{Àrea}_{\text{Base} 2}$$



### Àrees lateral i total d'un cilindre

$$A_{\text{Lateral}} = 2\pi R H$$

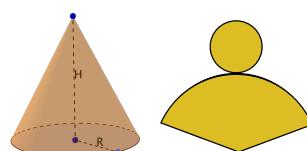
$$A_{\text{total}} = 2\pi R H + 2\pi R^2$$



### Àrees lateral i total d'un con

$$A_{\text{Lateral}} = \pi R G$$

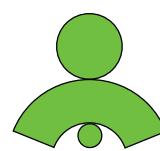
$$A_{\text{total}} = \pi R G + \pi R^2$$



### Àrees lateral i total d'un tronc de con

$$A_{\text{Lateral}} = (\pi R + \pi r) G$$

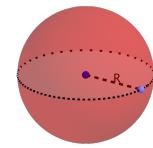
$$A_{\text{Total}} = A_{\text{Lateral}} + \pi R^2 + \pi r^2$$



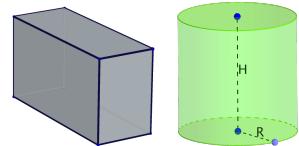
**Àrea i volum d'una esfera**

$$A_{total} = 4 \pi R^2$$

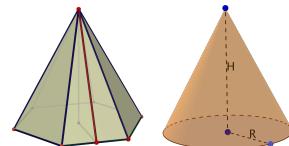
$$Volum = \frac{4}{3} \pi R^3$$

**Volum d'un prisma i d'un cilindre**

$$Volum = \text{Àrea}_{base} \cdot Altura$$

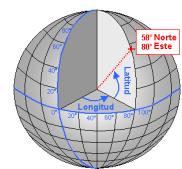
**Volum d'una piràmide i d'un con**

$$Volum = \frac{\text{Àrea}_{base} \cdot Altura}{3}$$

**Coordenades geogràfiques**

**Latitud:** Distància del punt geogràfic a l'Equador mesurada sobre el meridià que passa pel punt.

**Longitud:** Distància del punt geogràfic al meridià zero o de Greenwich, mesurada sobre el paral·lel que passa pel punt.

**Fusos horaris**

Cada **fus horari** és una zona del globus terraquí compresa entre dos meridians que es diferencien en  $15^\circ$  de longitud.



---

# ACTIVITATS DE SÍNTESI

---

## Activitats de síntesi 🔑

1. Efectua les operacions:

a)  $\frac{5}{4} - \left( \frac{3}{2} - \frac{1}{4} : \frac{-3}{2} \right) =$

b)  $\frac{\frac{2}{5} - \left( \frac{3}{2} : \frac{8}{5} \right)^{-1}}{2 - \left( \frac{2}{3} \right)^2} =$

2. Expressa com a potència única  $[5^2 \cdot 25^2]^3 : 5^{-2} =$
3. Un estudiant de 3r d'ESO es proposa el dia 1 de setembre repassar matemàtiques durant una quinzena, fent cada dia 2 exercicis més que el dia anterior. Si el primer dia va començar fent 1 exercici, quants d'exercicis va fer dia 15? Quants exercicis va fer en total?
4. El nombre de vegades que un grup d'alumnes de 3r ESO ha anat al cinema el darrer mes ve donat per la següent taula:

- (a) Completa la taula

$x_i$ – pics al cine	$f_i$ – n. alumnes	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
0	2		
1	8		
2	12		
3	3		
<b>SUMES</b>	<b>N=</b>	$\sum f_i x_i =$	$\sum f_i x_i^2 =$

- (b) Representa un diagrama de barres.
- (c) Calcula la Moda (Mo), Mitjana Aritmètica ( $\bar{x}$ ) , la Desviació Típica ( $\sigma$ ) i el coeficient de Variació (CV) de la variable.
5. Una urna té 3 bolles blanques i 7 negres. Extreim dues bolles amb reemplaçament. Fes un diagrama d'arbre. Trobau la probabilitat de treure:
- a) almenys una bolla blanca      b) les dues bolles de diferent color

- 6.** Donats els polinomis :  $p(x) = 3x^4 + 7x^3 - 3x^2 + 3x - 6$ ,  $q(x) = -2x^3 + 5x^2 - 7x - 1$  i  $r(x) = 2x + 3$ , calculau:

a)  $p(x) + q(x) + r(x)$    b)  $p(x) - q(x)$    c)  $q(x) \cdot r(x)$    d)  $r(x)^2$

- 7.** Resol les equacions:

a)  $\frac{x \cdot (x + 2)}{3} = x + \frac{1}{2}$       b)  $(x - 2)^2 = 9$

- 8.** Resol el sistema pel mètode més adient:  $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ y + 3x = -2 \end{cases}$

- 9.** Dues màquines funcionant 6 hores consumeixen 1500 kWh. Quant consumiran 3 màquines funcionant 8 hores?

- 10.** Pel lloguer d'un cotxe cobren 100 € diaris més 0.30 € per kilòmetre recorregut. Troba l'equació que relaciona els kilòmetres i el preu i representa-la. Si un dia s'han fet 300 km, quant s'haurà de pagar? Si un altre dia varem pagar 119,5 € quants kilòmetres varem fer?

- 11.** Calcula el vèrtex i representa gràficament la paràbola  $y = -x^2 + 5x - 2$ .

- 12.** Sabem que per trobar el nombre  $x$  que està enmig de dos donats  $a$  i  $b$ , basta calcular la seva mitjana  $\bar{x} = \frac{a+b}{2}$ . Quin és el nombre que està en enmig de 1.8585... i 2.888.... Ajuda: Passa cada nombre a fracció i opera les fraccions.

- 13.** A na Marta li descompten la cinquena part del sou en concepte de IRPF i la sisena part per a la Seguretat Social. Si sabem que cobra 600 € nets, quin és el seu sou brut? Ajuda: Comença comprovant que després dels descomptes només li queden les 19/30 parts del sou.

Retenciones IRPF



- 14.** Contesta:

- a) La mida d'un bacteri 0,00000247 en notació científica.  
 b) El valor decimal de  $\sqrt[6]{7,2 \cdot 10^{-3}}$   
 c) El que mesura un costat d'un cub de volum 125 cm<sup>3</sup>. Recorda  $V = c^3$



- 15.** Calcula la teva edat en segons expressada en notació científica.

- 16.** Una nedadora va entrenar tots els dies durant tres setmanes. El primer dia va nedar 15 minuts, i cada dia nedava 5 minuts més que el dia anterior. Quant de temps va nedar l'últim dia? I durant de les tres setmanes?



**17.** El número d'estrelles dels hotels d'una ciutat és:

- |               |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 3, 3, 4, 3, 4 | 3, 1, 3, 4, 3 | 3, 3, 2, 1, 3 | 3, 3, 2, 3, 2 |
| 2, 3, 3, 3, 2 | 2, 2, 2, 2, 3 | 2, 1, 1, 1, 2 | 2, 4, 1       |

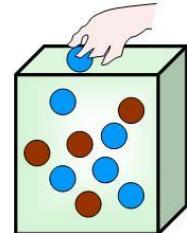


- Quants hotels té la ciutat en total?
- Construeix una taula de freqüències i un diagrama de barres.
- Calcula la mitjana, la desviació típica i el coeficient de variació de la variable.

**18.** Contesta:

- Quin és el grau de  $-5xyz^2$ ?
- Simplifica  $7x^2 \cdot 2x - x \cdot (2x^2 + 5x^5 : x^3) =$
- Efectua l'operació  $(x - 2)^2 + (x + 2) \cdot (x - 2) =$

**19.** Una urna conté 6 bolles blaves i 6 de vermelles. Es mescla el seu contingut i s'extreuen dues bolles sense reemplaçament. Quina és la probabilitat que surtin dues bolles de diferent color?  
*Ajuda: Fes un diagrama d'arbre.*



**20.** A l'aula de 3r A hi ha doble nombre d'alumnes que a l'aula de 3r B. A més es sap que, si es passen 8 alumnes de 3r A a 3r B, les dues aules tindran el mateix nombre d'alumnes. Quants alumnes hi ha en cadascuna d'aquestes aules? *Ajuda: Planteja i resol un sistema d'equacions*



**21.** Resol, si és possible, les següents equacions:

a)  $x^2 + 4 = 0$       b)  $x^2 - 9 = 0$       c)  $x^2 + 2x = 0$       d)  $x^2 + 2x - 3 = 0$

**22.** D'aquí a 30 anys l'edat de Pere serà la cinquena part del quadrat de l'edat actual. Calcula l'edat actual d'en Pere. *Ajuda: Planteja i resol una equació de 2n grau.*

**23.** Nou persones han gastat en transport 630 € en 20 dies. Quant gastaran 24 personnes en 8 dies realitzant un recorregut semblant?

**24.** Una espelma nova mesura 12 cm. Després de 3 hores, des de que l'encenem, mesura 10 cm.

- Calcula l'equació de la funció que relaciona la longitud de l'espelma amb el temps
- Utilitza l'equació per saber quan de temps ha de passar perquè l'espelma mesuri 5 cm.

- 25.** Un agricultor contracta una persona per recollir taronges. Li paga una quantitat fixa de 600 € i una variable de 3 € per cada kg de taronges recollit.



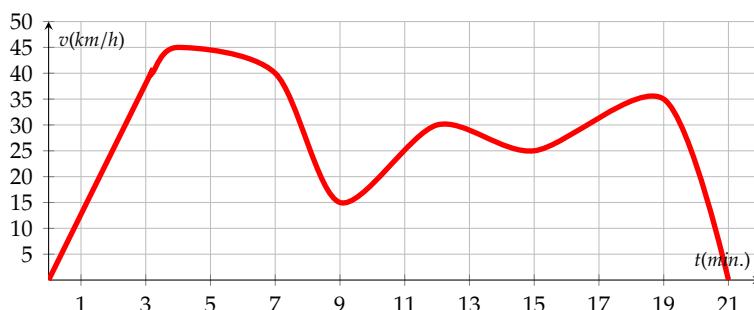
- a) Escriu la funció que relaciona el sou en € i els kg de taronges recollits  
 b) Si el mes passat va cobrar 1230 € quants kg de taronges va recollir?
- 26.** Representa gràficament les funcions

a)  $y = 2x$

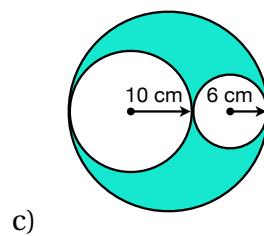
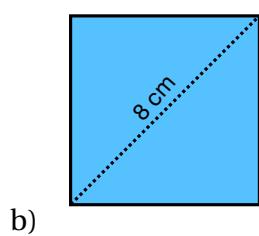
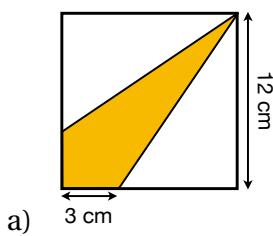
b)  $y = x^2 + 1$

c)  $y = -x + 3$

- 27.** El següent gràfic mostra la variació de la velocitat d'un ciclista:



- a) Indica els intervals de creixement i decreixement.  
 b) En què minuts va córrer a 10 km/h?  
 c) Quina va ser la velocitat màxima i en quin minut passa? I mínima en ple trajecte?  
 d) Quines altres característiques pots indicar sobre el gràfic?
- 28.** Tenim una fotografia mida  $10 \times 15$  que volem dibuixar sobre un quadre de mida  $15P = 65 \times 50$ . Justifica si serà possible encaixar tota la fotografia sense deformar-la. Si no és possible, explica quina part de la fotografia quedaria sense dibuixar.
- 29.** En un triangle de costats 4 cm, 6 cm i 8 cm, calculau l'altura sobre el costat major.  
*Ajuda:* Aplicau el teorema de Pitàgores i plantejau una equació.
- 30.** Calcula l'àrea de la part pintada de les figures següents

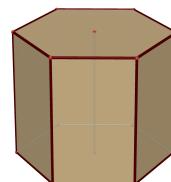


- 31.** Dibuixa en el teu quadern un triangle amb vèrtexs  $A(1, 2)$ ,  $B(2, 0)$  i  $C(3, 4)$ . Troba els vèrtexs de les figures segons les transformacions:

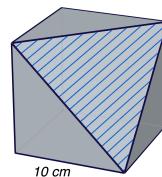
- Una translació de vector  $\vec{t}(3, -2)$
- Una simetria d'eix OX
- Una rotació de centre O(0,0) i angle  $90^\circ$ .
- Una simetria que té per eix la recta que passa pels punts  $P(3, 4)$  i  $Q(7, 0)$ .

- 32.** La piràmide de Kheops és una piràmide de base quadrangular de 230 m d'aresta i 147 m d'altura. Calcula l'àrea total i el volum d'aquesta piràmide. Dóna les respostes en  $\text{hm}^2$  i  $\text{hm}^3$ .

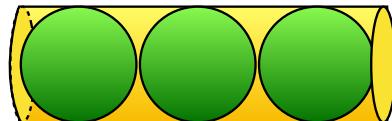
- 33.** Troba l'àrea total d'un prisma de base hexagonal de costat 6 cm i d'altura 10 cm. Calcula també el volum del prisma.



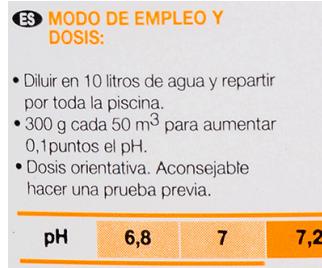
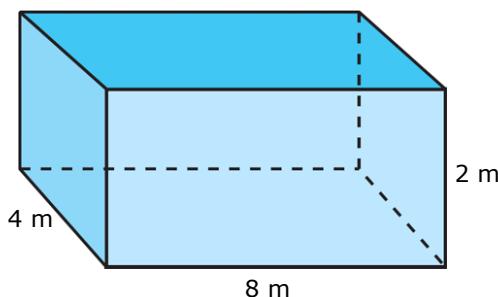
- 34.** Hem truncat un cub d'aresta 10 cm segons el pla ratllat de la figura. Calcula la superfície de la cara ratllada i el volum del cos.



- 35.** Tenim 3 pilotes de tennis dins d'una caixa cilíndrica de 6,6 cm de diàmetre en la que encaixen perfectament. Calcula el volum de la part buida.



- 36.** Una piscina té forma d'ortoedre de dimensions  $8 \times 4 \times 2$  m. Hem fet una lectura del pH de l'aigua de 6.8. Les recomanacions pel bany són que el pH estigui al voltant de 7.2. Per això, haurem afegir augmentador del pH del qual mostrem l'etiqueta d'instruccions a la figura. Quina quantitat de producte haurem de posar per obtenir el pH desitjat?







" L'univers està escrit en llenguatge matemàtic, i les lletres són triangles, cercles i altres figures, sense les quals seria impossible entendre una sola paraula."

- *Galileo Galilei*



**IESB**

**IES Binissalem**

C/ Andreu Pol 'Niuer' Batle, s/n  
07350 Binissalem

Tel. 971 88 66 12 - Fax. 971 51 22 06  
[iesbinissalem@educaib.eu](mailto:iesbinissalem@educaib.eu)