1 **Calcula las razones trigonométricas de 55°, 125°, 145°, 215°, 235°, a partir de las razones trigonométricas de 35°:**

$$\boldsymbol{sen\ 35° = 0{,}57;\ \ cos\ 35° = 0{,}82;\ \ tg\ 35° = 0{,}70}$$

- 55° = 90° – 35° → 55° y 35° son complementarios.

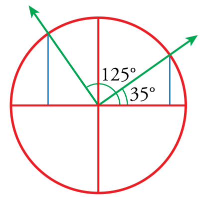
$$\left.\begin{array}{l} sen\ 55° = cos\ 35° = 0{,}82 \\ cos\ 55° = sen\ 55° = 0{,}57 \end{array}\right\} \quad tg\ 55° = \frac{sen\ 55°}{cos\ 55°} = \frac{0{,}82}{0{,}57} = 1{,}43 \quad \left(\text{También } tg\ 55° = \frac{1}{tg\ 35°} = \frac{1}{0{,}70} \approx 1{,}43\right)$$

- 125° = 90° + 35°

$sen\ 125° = cos\ 35° = 0{,}82$

$cos\ 125° = -sen\ 35° = -0{,}57$

$$tg\ 125° = \frac{-1}{tg\ 35°} = \frac{-1}{0{,}70} = -1{,}43$$

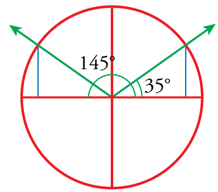


- 145° = 180° – 35° → 145° y 35° son suplementarios.

$sen\ 145° = sen\ 35° = 0{,}57$

$cos\ 145° = -cos\ 35° = -0{,}82$

$tg\ 145° = -tg\ 35° = -0{,}70$

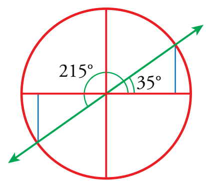


- 215° = 180° + 35°

$sen\ 215° = -sen\ 35° = -0{,}57$

$cos\ 215° = -cos\ 35° = -0{,}82$

$tg\ 215° = tg\ 35° = 0{,}70$

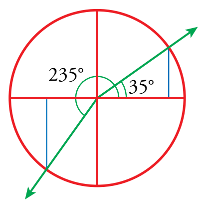


- 235° = 270° – 35°

$sen\ 235° = -cos\ 35° = -0{,}82$

$cos\ 235° = -sen\ 35° = -0{,}57$

$$tg\ 235° = \frac{sen\ 235°}{cos\ 235°} = \frac{-cos\ 35°}{-sen\ 35°} = \frac{1}{tg\ 35°} = \frac{1}{0{,}70} = 1{,}43$$



2 **Averigua las razones trigonométricas de 358°, 156° y 342°, utilizando la calculadora solo para hallar razones trigonométricas de ángulos comprendidos entre 0° y 90°.**

- $358° = 360° - 2°$

  $sen\ 358° = -sen\ 2° = -0{,}0349$

  $cos\ 358° = cos\ 2° = 0{,}9994$

  $tg\ 358° \overset{(*)}{=} -tg\ 2° = -0{,}03492$

  $(*)\ tg\ 358° = \dfrac{sen\ 358°}{cos\ 358°} = \dfrac{-sen\ 2°}{cos\ 2°} = -tg\ 2°$

- $156° = 180° - 24°$

  $sen\ 156° = sen\ 24° = 0{,}4067$

  $cos\ 156° = -cos\ 24° = -0{,}9135$

  $-tg\ 24° = -0{,}4452$

  OTRA FORMA DE RESOLVERLO:

  $156° = 90° + 66°$

  $sen\ 156° = cos\ 66° = 0{,}4067$

  $cos\ 156° = -sen\ 66° = -0{,}9135$

  $tg\ 156° = \dfrac{-1}{tg\ 66°} = \dfrac{-1}{2{,}2460} = -0{,}4452$

- $342° = 360° - 18°$

  $sen\ 342° = -sen\ 18° = -0{,}3090$

  $cos\ 342° = cos\ 18° = 0{,}9511$

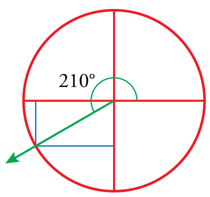
  $tg\ 342° = -tg\ 18° = -0{,}3249$

3 **Dibuja, sobre la circunferencia goniométrica, ángulos que cumplan las siguientes condiciones y estima, en cada caso, el valor de las restantes razones trigonométricas:**

a) $sen\ \alpha = -\dfrac{1}{2},\ tg\ \alpha > 0$ **b)** $cos\ \alpha = \dfrac{3}{4},\ \alpha > 90°$ **c)** $tg\ \alpha = -1,\ cos\ \alpha < 0$

d) $tg\ \alpha = 2,\ cos\ \alpha < 0$ **e)** $sen\ \alpha = -1$ **f)** $cos\ \alpha = 0,\ sen\ \alpha > 0$

a)

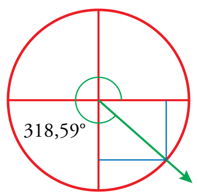


$\left.\begin{array}{l} sen\ \alpha = -1/2 < 0 \\ tg\ \alpha > 0 \end{array}\right\} \to cos\ \alpha < 0 \to \alpha \in 3.^{er}$ cuadrante

$cos\ 210° \approx -0{,}86$

$tg\ 210° \approx 0{,}58$

b)

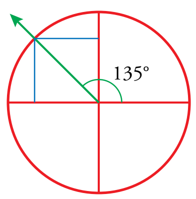


$\left.\begin{array}{l} cos\ \alpha = 3/4 \\ \alpha > 90° \end{array}\right\} \to \alpha \in 4.°$ cuadrante

$sen\ 318{,}59° \approx -0{,}66$

$tg\ 318{,}59° \approx -0{,}88$

c)

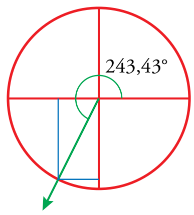


$\left.\begin{array}{l} tg\ \beta = -1 < 0 \\ cos\ \beta < 0 \end{array}\right\} \to sen\ \beta > 0 \to \beta \in 2.°$ cuadrante

$sen\ 135° \approx 0{,}7$

$cos\ 135° \approx -0{,}7$

d)

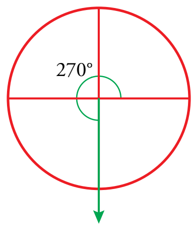


$\left.\begin{array}{l} tg\ \alpha = 2 > 0 \\ cos\ \alpha < 0 \end{array}\right\} \rightarrow sen\ \alpha < 0 \rightarrow \alpha \in$ 3.er cuadrante

$sen\ 243,43° \approx -0,9$

$cos\ 243,43° \approx -0,45$

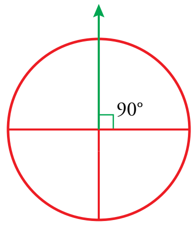
e)



$cos\ 270° = cos\ 90° = 0$

$tg\ 270°$ no existe

f)



$sen\ 90° = 1$

$tg\ 90°$ no existe

6 Resolución de triángulos rectángulos

Página 112

Hazlo tú. Los catetos de un triángulo rectángulo son a = 47 cm y b = 62 cm. Halla la hipotenusa y los ángulos.

Por el teorema de Pitágoras, $c = \sqrt{47^2 + 62^2} = 77{,}8$ cm

$tan\ \hat{A} = \frac{a}{b} = \frac{47}{62} \rightarrow \hat{A} = 37°\ 9'\ 52''$

$\hat{B} = 90° - \hat{A} = 90° - 37°\ 14'\ 5'' = 52°\ 50'\ 8''$

Hazlo tú. En un triángulo rectángulo conocemos $\hat{B}$ = 62° y b = 152 m. Halla los demás elementos.

$sen\ \hat{B} = \frac{b}{c} \rightarrow c = \frac{b}{sen\ \hat{B}} = \frac{152}{sen\ 62°} = 172{,}15$ cm

$tg\ \hat{B} = \frac{b}{a} \rightarrow a = \frac{b}{tg\ \hat{B}} = \frac{152}{tg\ 62°} = 80{,}82$ cm

$\hat{A} = 90° - 62° = 28°$

Hazlo tú. Conocemos la hipotenusa, c = 72 m, y el ángulo $\hat{A}$ = 23° de un triángulo rectángulo. Calcula b.

$cos\ \hat{A} = \frac{b}{c} \rightarrow b = c \cdot cos\ \hat{A} = 72 \cdot cos\ 23° = 66{,}28$ cm

Página 113

1 Las siguientes propuestas están referidas a triángulos rectángulos que, en todos los casos, se designan por ABC, siendo C el ángulo recto.

a) Datos: c = 32 cm, $\hat{B}$ = 57°. Calcula a.

b) Datos: c = 32 cm, $\hat{B}$ = 57°. Calcula b.

c) Datos: a = 250 m, b = 308 m. Calcula c y $\hat{A}$.

d) Datos: a = 35 cm, $\hat{A}$ = 32°. Calcula b.

e) Datos: a = 35 cm, $\hat{A}$ = 32°. Calcula c.

a) $cos\ \hat{B} = \frac{a}{c} \rightarrow a = c\ cos\ \hat{B} = 17{,}43$ cm

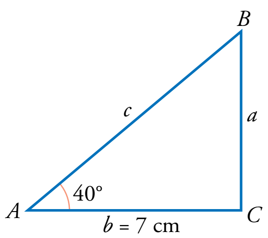
b) $sen\ \hat{B} = \frac{b}{c} \rightarrow b = c\ sen\ \hat{B} = 26{,}84$ cm

c) $c = \sqrt{a^2 + b^2} = 396{,}69$ m; $tg\ \hat{A} = \frac{a}{b} = 0{,}81 \rightarrow \hat{A} = 39°\ 3'\ 57''$

d) $tg\ \hat{A} = \frac{a}{b} \rightarrow b = \frac{a}{tg\ \hat{A}} = 56{,}01$ cm

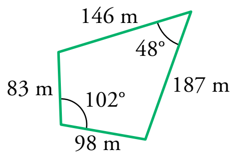
e) $sen\ \hat{A} = \frac{a}{c} \rightarrow c = \frac{a}{sen\ \hat{A}} = 66{,}05$ cm

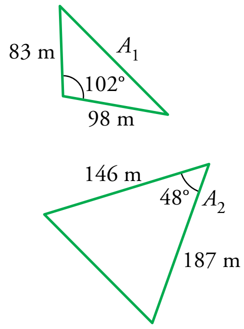
2 Para determinar la altura de un poste nos hemos alejado 7 m de su base y hemos medido el ángulo que forma la visual al punto más alto con la horizontal, obteniendo un valor de 40°. ¿Cuánto mide el poste?



$tg\ 40° = \frac{a}{7} \rightarrow a = 7\ tg\ 40° = 5{,}87$ m

3 Halla el área del siguiente cuadrilátero. Sugerencia: pártelo en dos triángulos.





$A_1 = \frac{1}{2} 98 \cdot 83 \ sen \ 102° = 3\,978,13 \text{ m}^2$

$A_2 = \frac{1}{2} 187 \cdot 146 \ sen \ 48° = 10\,144,67 \text{ m}^2$

El área es la suma de A_1 y A_2: $14\,122,80 \text{ m}^2$

7 Estrategia de la altura para resolver triángulos oblicuángulos

Página 115

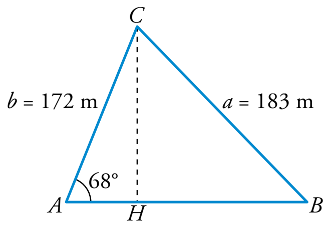
1 En un triángulo *ABC* conocemos $\hat{A} = 68°$, $b = 172$ m y $a = 183$ m. Calcula la longitud del lado *c*.

$\overline{AH} = 172 \cos 68° = 64,43$ m

$\overline{CH} = 172 \text{ sen } 68° = 159,48$ m

$\overline{HB} = \sqrt{a^2 - \overline{CH}^2} = 89,75$ m

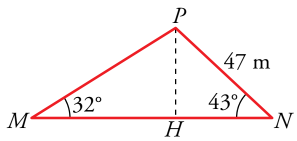
$C = \overline{AH} + \overline{HB} = 64,43 \text{ m} + 89,75 \text{ m} = 154,18$ m



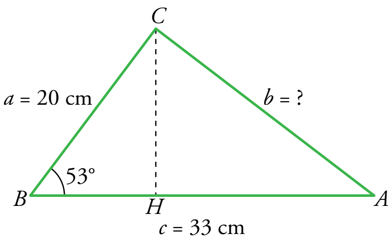
2 En un triángulo *MNP* conocemos $\hat{M} = 32°$, $\hat{N} = 43°$ y $\overline{NP} = 47$ m. Calcula $\overline{MP}$.

$\text{sen } 43° = \dfrac{\overline{PH}}{47} \to \overline{PH} = 47 \text{ sen } 43° = 32,05$ m

$\text{sen } 32° = \dfrac{\overline{PH}}{\overline{MP}} \to \overline{MP} = \dfrac{\overline{PH}}{\text{sen } 32°} = \dfrac{32,05}{\text{sen } 32°} = 60,49$ m



3 En un triángulo *ABC* conocemos $a = 20$ cm, $c = 33$ cm y $\hat{B} = 53°$. Calcula la longitud del lado *b*.



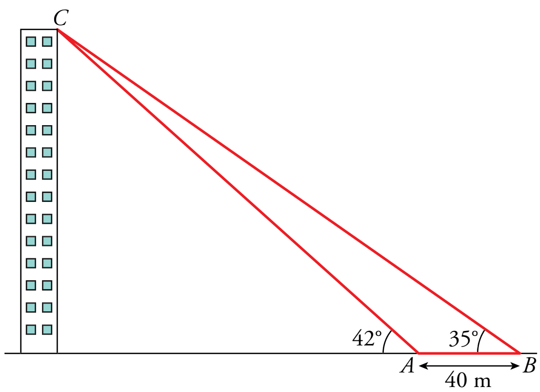
$\overline{BH} = a \cos 53° = 12,04$ cm

$\overline{CH} = a \text{ sen } 53° = 15,97$ cm

$\overline{HA} = c - \overline{BH} = 20,96$ cm

$b = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{HA}^2} = 26,35$ cm

4 Observa el gráfico de la derecha. Estamos en *A*, medimos el ángulo bajo el que se ve el edificio (42°), nos alejamos 40 m y volvemos a medir el ángulo (35°). ¿Cuál es la altura del edificio y a qué distancia nos encontramos de él?



$$\left.\begin{array}{l} tg\ 42° = \dfrac{h}{d} \to h = d\ tg\ 42° \\ tg\ 35° = \dfrac{h}{d+40} \to h = (d+40)\ tg\ 35° \end{array}\right\} \to$$

$$\to d\ tg\ 42° = (d+40)\ tg\ 35° \to d = \frac{40\ tg\ 35°}{tg\ 42° - tg\ 35°} = 139,90 \text{ m}$$

$h = d\ tg\ 42° = 125,97$ m

La altura es 125,97 m. La primera distancia es 139,90 m, y ahora, después de alejarnos 40 m, estamos a 179,90 m.

8 Dos importantes teoremas para resolver triángulos cualesquiera

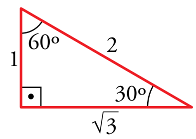
Página 116

1 ¿Verdadero o falso?

a) El teorema de los senos confirma que en un triángulo, "a mayor lado se opone mayor ángulo".

b) Este triángulo rectángulo es la mitad de un triángulo equilátero.

Dividimos el seno de cada ángulo entre el lado opuesto:



- $\dfrac{sen\ 60°}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}/2}{\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}$
- $\dfrac{sen\ 90°}{2} = \dfrac{1}{2}$
- $\dfrac{sen\ 30°}{1} = \dfrac{1/2}{1} = \dfrac{1}{2}$

Con estas igualdades se comprueba que se cumple el teorema de los senos.

a) Verdadero.

Como la razón entre el lado y el seno del ángulo opuesto es constante, cuanto mayor es el lado, mayor es el seno del ángulo opuesto y, por tanto, mayor es el ángulo opuesto (al tratarse de ángulos de un triángulo).

b) Verdadero.

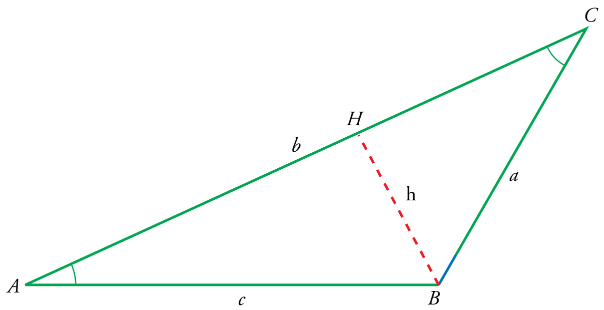
Con estas igualdades se comprueba el teorema de los senos en el caso particular de un triángulo equilátero. Sin embargo, el teorema es mucho más general porque se pueda aplicar a triángulos cualesquiera.

2 Demuestra detalladamente, basándote en la demostración del teorema de los senos, la siguiente relación:

$$\frac{a}{sen\ \widehat{A}} = \frac{c}{sen\ \widehat{C}}$$

Lo demostramos para $\hat{C}$ ángulo agudo. (Si fuese un ángulo obtuso razonaríamos como en el ejercicio anterior).

Trazamos la altura h desde el vértice B. Así, los triángulos obtenidos AHB y CHB son rectángulos.



Por tanto, tenemos

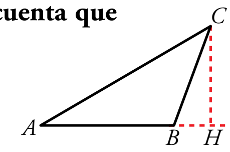
$$sen\ \hat{A} = \frac{h}{c} \rightarrow h = c\ sen\ \hat{A}$$

$$sen\ \hat{C} = \frac{h}{a} \rightarrow h = a\ sen\ \hat{C}$$

$$c\ sen\ \hat{A} = a\ sen\ \hat{C}$$

$$\frac{a}{sen\ \widehat{A}} = \frac{c}{sen\ \widehat{C}}$$

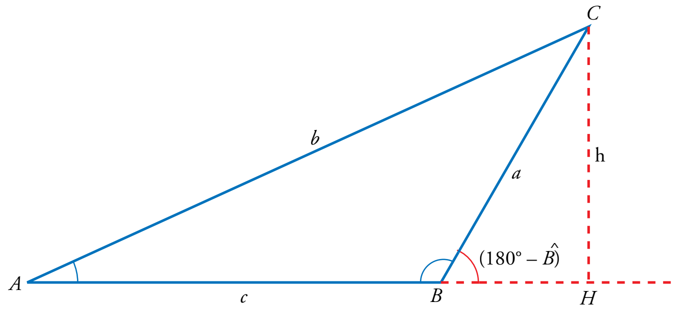
3 **Repite la demostración anterior en el caso de que $\hat{B}$ sea obtuso. Ten en cuenta que *sen* (180° – $\hat{B}$) = *sen* $\hat{B}$.**



$sen\ \hat{A} = \frac{h}{b} \to h = b\ sen\ \hat{A}$

$sen\ \hat{B} = sen\ (180 - \hat{B}) = \frac{h}{a} \to h = a\ sen\ \hat{B}$

$b\ sen\ \hat{A} = a\ sen\ \hat{B} \to \frac{a}{sen\ \hat{A}} = \frac{b}{sen\ \hat{B}}$



Página 117

Hazlo tú. Halla *b* y *c* conociendo *a* = 56 m, $\hat{B}$ = 52° y $\hat{C}$ = 112°.

$\hat{A} = 180° - 52° - 112° = 26°$

Ahora usamos el teorema de los senos.

$$\frac{56}{sen\ 26°} = \frac{b}{sen\ 52°} \to b = \frac{56 \cdot sen\ 52°}{sen\ 26°} = 100,66 \text{ m}$$

$$\frac{56}{sen\ 26°} = \frac{c}{sen\ 112°} \to c = \frac{56 \cdot sen\ 112°}{sen\ 26°} = 118,44 \text{ m}$$

Hazlo tú. Calcula $\hat{A}$ conociendo *a* = 6 cm, *b* = 4 cm y $\hat{B}$ = 30°.

Por el teorema de los senos:

$$\frac{6}{sen\ \hat{A}} = \frac{4}{sen\ 30°} \to sen\ \hat{A} = \frac{6 \cdot sen\ 30°}{4} = 0,75 \to \hat{A}_1 = 48°\ 35'\ 25'' \quad \hat{A}_2 = 131°\ 24'\ 35''$$

En este caso ambas soluciones son posibles porque $\hat{A} + \hat{B} < 180°$.

Por tanto, tenemos dos posibles triángulos, uno acutángulo y otro obtusángulo.

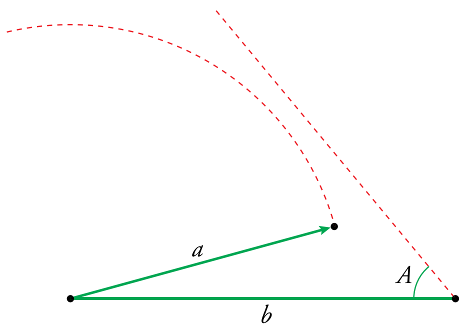
4 **¿Verdadero o falso?**

a) Si nos dan dos lados de un triángulo, *a* y *b*, y el ángulo opuesto a uno de ellos, $\hat{A}$, y deseamos hallar el ángulo $\hat{B}$, con el teorema de los senos seguro que llegaremos a una solución.

b) Si nos dan dos lados y un ángulo de un triángulo y deseamos hallar otro lado, el teorema de los senos seguro que nos permite llegar a una solución.

a) Falso.

Si el lado *a* no es suficientemente grande, el problema no tendrá solución como muestra el siguiente dibujo:



b) Falso.

Si nos dan el ángulo comprendido entre los dos lados, no podemos plantear el problema usando el teorema de los senos.

5 **En un triángulo *ABC*, conocemos a = 4 cm y $\hat{B}$ = 30°. Halla $\hat{A}$ en los siguientes casos:**

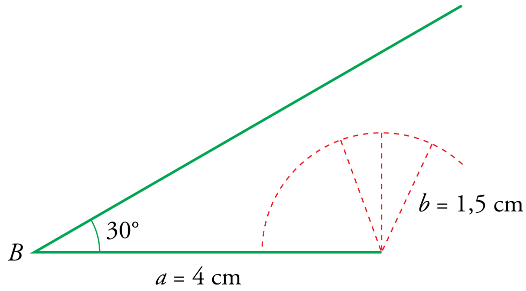
a) b **= 1,5 cm** **b)** b **= 2 cm** **c)** b **= 3 cm** **d)** b **= 4 cm**

a) b = 1,5 cm

$$\frac{a}{sen\,\widehat{A}} = \frac{b}{sen\,\widehat{B}} \rightarrow \frac{4}{sen\,\widehat{A}} = \frac{1,5}{sen\,30°} \rightarrow sen\,\hat{A} = \frac{4 \cdot 0,5}{1,5} = 1,\widehat{3}$$

¡Imposible, pues $sen\,\hat{A} \in [-1, 1]$ siempre!

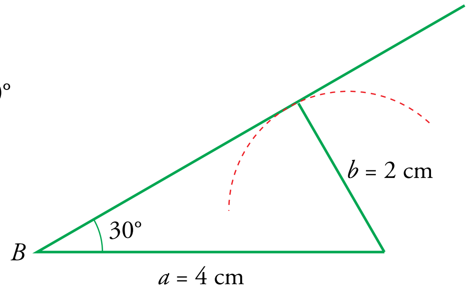
No tiene solución. Con esta medida, b = 1,5 cm, el lado b nunca podría tocar al lado c.



b) b = 2 cm

$$\frac{a}{sen\,\widehat{A}} = \frac{b}{sen\,\widehat{B}} \rightarrow \frac{4}{sen\,\widehat{A}} = \frac{2}{sen\,30°} \rightarrow sen\,\hat{A} = \frac{4 \cdot 0,5}{2} = 1 \rightarrow A = 90°$$

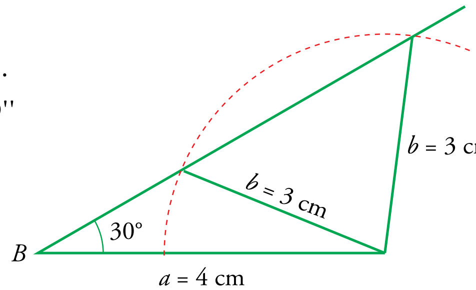
Se obtiene una única solución.



c) b = 3 cm

$$\frac{4}{sen\,\widehat{A}} = \frac{2}{sen\,30°} \rightarrow sen\,\hat{A} = \frac{4 \cdot 0,5}{3} = 0,\widehat{6} \rightarrow \begin{cases} \hat{A}_1 = 41°\ 48'\ 37,1''. \\ \hat{A}_2 = 138°\ 11'\ 22,9'' \end{cases}$$

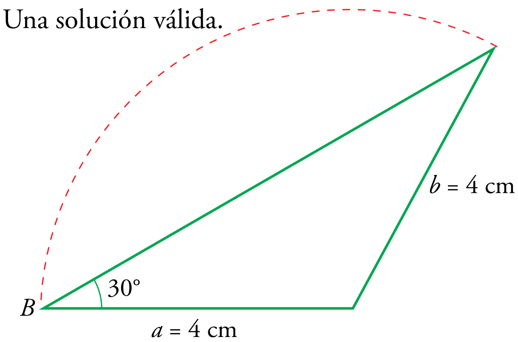
Las dos soluciones son válidas, pues en ningún caso ocurre que $\hat{A} + \hat{B} > 180°$.



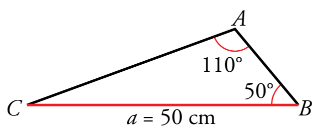
d) b = 4 cm

$$\frac{4}{sen\,\widehat{A}} = \frac{4}{sen\,30°} \rightarrow sen\,\hat{A} = \frac{4 \cdot 0,5}{4} = 0,5 \rightarrow \begin{cases} \hat{A}_1 = 30° \rightarrow \text{Una solución válida.} \\ \hat{A}_1 = 150° \end{cases}$$

La solución $\hat{A}_2$ = 150° no es válida, pues, en tal caso, sería $\hat{A} + \hat{B}$ = 180°. ¡Imposible!



6 **Calcula los lados b y c del triángulo de la derecha.**



Hallamos el ángulo $\hat{C} = 180° - (\hat{A} + \hat{B}) = 180° - 160° = 20°$

Aplicamos el teorema de los senos:

$$\frac{50}{sen\,110°} = \frac{b}{sen\,50°} \rightarrow b = \frac{50 \cdot sen\,50°}{sen\,110°} = 40,76 \text{ cm}$$

$$\frac{50}{sen\,110°} = \frac{c}{sen\,20°} \rightarrow b = \frac{50 \cdot sen\,20°}{sen\,110°} = 18,2 \text{ cm}$$

Página 118

7 ¿Verdadero o falso?

a) Si de un triángulo conocemos dos lados y el ángulo que forman, el teorema del coseno nos permite obtener el otro lado.

b) Si aplicamos el teorema del coseno a la hipotenusa de un triángulo rectángulo, entonces obtenemos el teorema de Pitágoras.

a) Verdadero. Esta es la situación en la que se usa el teroema del coseno para calcular el tercer lado de un triángulo.

b) Verdadero. El ángulo opuesto a la hipotenusa es el ángulo recto y, por tanto, su coseno vale cero.

Si a es la hipotenusa, el ángulo opuesto es $\hat{A} = 90°$ y se obtiene el teorema de Pitágoras a partir del teorema del coseno:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ cos\ 90° \rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

Página 119

Hazlo tú. Calcula c conociendo $a = 7$ m, $b = 22$ m y $\hat{C} = 40°$.

Por el teorema del coseno:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ cos\ \hat{C} \rightarrow c = \sqrt{7^2 + 22^2 - 2 \cdot 7 \cdot 22 \cdot cos\ 40°} = 17,24 \text{ m}$$

8 Resuelve los siguientes triángulos:

a) $a = 12$ cm; $b = 16$ cm; $c = 10$ cm

b) $b = 22$ cm; $a = 7$ cm; $\hat{C} = 40°$

c) $b = 4$ cm; $c = 3$ cm; $\hat{A} = 105°$

d) $a = 4$ m; $\hat{B} = 45°$; $\hat{C} = 60°$

e) $b = 5$ m; $\hat{A} = \hat{C} = 35°$

f) $a = b = 10$ cm; $\hat{C} = 40°$

g) $a = 5$ cm; $\hat{A} = 75°$; $\hat{B} = 45°$

h) $a = 16$ cm; $\hat{A} = 90°$; $\hat{C} = 30°$

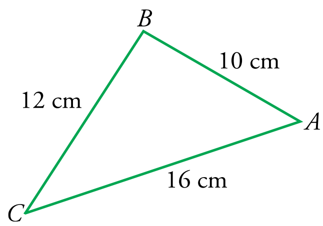
a) • $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ cos\ \hat{A}$

$12^2 = 16^2 + 10^2 - 2 \cdot 16 \cdot 10\ cos\ \hat{A}$

$144 = 256 + 100 - 320\ cos\ \hat{A}$

$$cos\ \hat{A} = \frac{256 + 100 - 144}{320} = 0,6625$$

$\hat{A} = 48°\ 30'\ 33''$



• $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\ cos\ \hat{B}$

$256 = 144 + 100 - 2 \cdot 12 \cdot 10\ cos\ \hat{B}$

$$cos\ \hat{B} = \frac{144 + 100 - 256}{240} = -0,05$$

$\hat{B} = 92°\ 51'\ 57,5''$

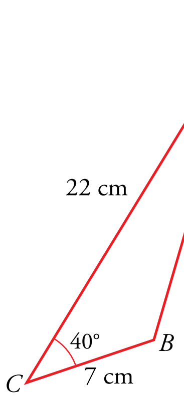
$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180° \rightarrow \hat{C} = 180° - \hat{A} - \hat{B}$

$\hat{C} = 38°\ 37'\ 29,5''$

b) • $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\hat{C}$

$c^2 = 7^2 + 22^2 - 2 \cdot 7 \cdot 22\cos 40° = 49 + 484 - 235{,}94 = 297{,}06$

$c = 17{,}24$ cm



• $\dfrac{a}{sen\,\widehat{A}} = \dfrac{c}{sen\,\widehat{C}} \rightarrow \dfrac{7}{sen\,\widehat{A}} = \dfrac{17{,}24}{sen\,40°}$

$sen\,\hat{A} = \dfrac{7\,sen\,40°}{17{,}24} = 0{,}26$

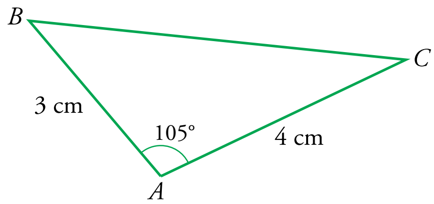
$\hat{A} = \begin{cases} \hat{A}_1 = 15°\ 7'\ 44{,}3'' \\ \hat{A}_2 = 164°\ 52'\ 15{,}7'' \rightarrow \text{No válida.} \end{cases}$

(La solución $\hat{A}_2$ no es válida, pues $\hat{A}_2 + \hat{C} > 180°$).

• $\hat{B} = 180° - (\hat{A} + \hat{C}) = 124°\ 52'\ 15{,}7''$

c) • $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A} = 16 + 9 - 2 \cdot 4 \cdot 3\cos 105° = 31{,}21$

$a = 5{,}59$ m



• $\dfrac{a}{sen\,\widehat{A}} = \dfrac{b}{sen\,\widehat{B}} \rightarrow \dfrac{5{,}59}{sen\,105°} = \dfrac{4}{sen\,\widehat{B}}$

$sen\,\hat{B} = \dfrac{4 \cdot sen\,105°}{5{,}59} = 0{,}6912$

$\hat{B} = \begin{cases} \hat{B}_1 = 43°\ 43'\ 25{,}3'' \\ \hat{B}_2 = 136°\ 16'\ 34{,}7'' \rightarrow \text{No válida.} \end{cases}$

(La solución $\hat{B}_2$ no es válida, pues $\hat{A} + \hat{B}_2 > 180°$).

• $\hat{C} = 180° - (\hat{A} + \hat{B}) = 31°\ 16'\ 34{,}7''$

d) • $\hat{A} = 180° - (\hat{B} + \hat{C}) = 75°$

• $\dfrac{a}{sen\,\widehat{A}} = \dfrac{b}{sen\,\widehat{B}} \rightarrow \dfrac{4}{sen\,75°} = \dfrac{b}{sen\,45°}$

$b = \dfrac{4 \cdot sen\,45°}{sen\,75°} = 2{,}93$ m

• $\dfrac{a}{sen\,\widehat{A}} = \dfrac{c}{sen\,\widehat{C}} \rightarrow \dfrac{4}{sen\,75°} = \dfrac{c}{sen\,60°}$

$c = \dfrac{4 \cdot sen\,60°}{sen\,75°} = 3{,}59$ m

e) • $\hat{B} = 180° - (\hat{A} + \hat{C}) = 110°$

• $\dfrac{b}{sen\,\widehat{B}} = \dfrac{a}{sen\,\widehat{A}} \rightarrow \dfrac{5}{sen\,110°} = \dfrac{a}{sen\,35°}$

$a = \dfrac{5 \cdot sen\,35°}{sen\,110°} = 3{,}05$ m

• Como $\hat{A} = \hat{C} \rightarrow a = c \rightarrow c = 3{,}05$ m

f) • Como los lados a y b son iguales, el triángulo es isósceles:

$\hat{A} + \hat{B} = 180° - 40° \rightarrow 2\hat{A} = 140° \rightarrow \hat{A} = \hat{B} = 70°$

• $\dfrac{10}{sen\,70°} = \dfrac{c}{sen\,40°} \rightarrow c = \dfrac{10 \cdot sen\,40°}{sen\,70°} = 6{,}84$ cm