Con 100 m de valla queremos delimitar una parcela rectangular aprovechando una pared, de modo que solo tengamos que vallar tres de sus lados. Calcula las dimensiones de la parcela de área máxima que podemos vallar.

Llamamos x a los lados del rectángulo perpendiculares a la pared e y al lado paralelo a ella.

$2x + y = 100 \rightarrow y = 100 - 2x$

El área del rectángulo es:

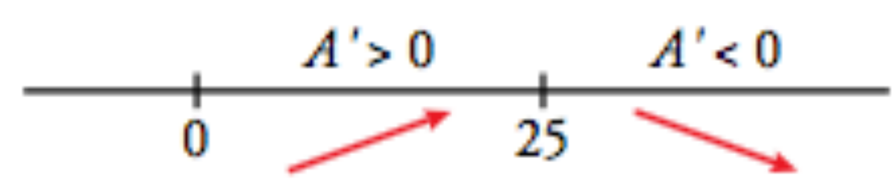
$A = xy = x(100 - 2x) = 100x - 2x^2$

Queremos hallar el valor que da lugar al área máxima:

$A' = 100 - 4x$

$A' = 0 \rightarrow 100 - 4x = 0 \rightarrow x = 25$ m

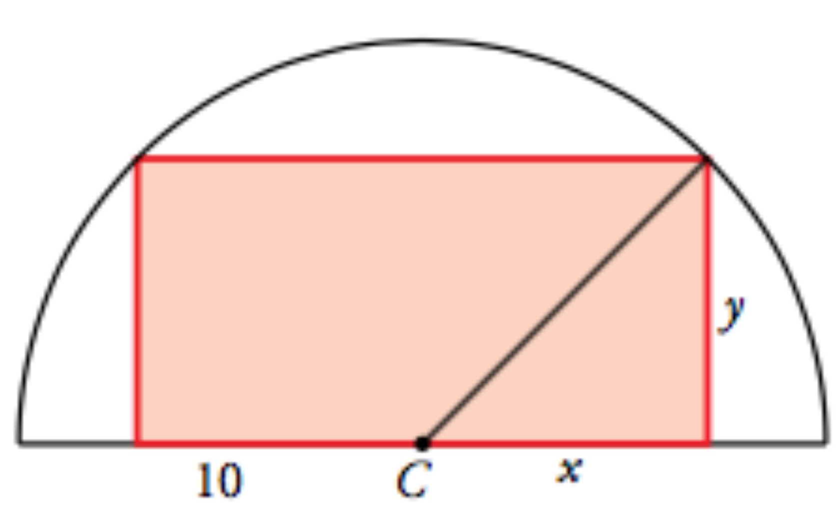
Comprobamos que es un máximo:



Por tanto, el área máxima se da si $x = 25$ m, $y = 100 - 50 = 50$ m y es $A = 25 \cdot 50 = 1\,250$ m^2.

En un semicírculo de radio 10 cm se inscribe un rectángulo. Calcula las dimensiones de dicho rectángulo para que su área sea máxima.

Sean x e y la semibase y la altura del rectángulo, respectivamente.



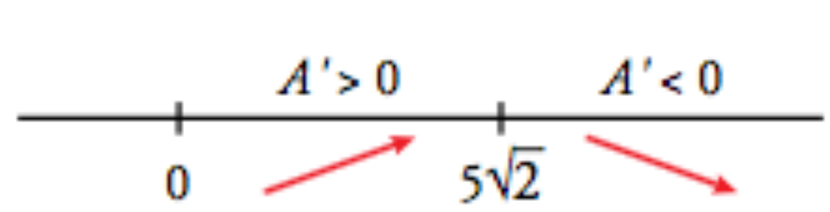
$x^2 + y^2 = 10^2 \rightarrow y = \sqrt{100 - x^2}$

El área es $A = 2x\sqrt{100 - x^2}$

Hallamos el valor de x que da el área máxima:

$$A' = 2\left(\sqrt{100 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{100 - x^2}}\right) = 2\frac{100 - 2x^2}{\sqrt{100 - x^2}}$$

$A' = 0 \rightarrow 2\frac{100 - 2x^2}{\sqrt{100 - x^2}} = 0 \rightarrow 100 - 2x^2 = 0 \rightarrow x = 5\sqrt{2}$ (el resultado negativo no tiene sentido).



Si $x = 5\sqrt{2}$ cm $\rightarrow y = \sqrt{100 - (5\sqrt{2})^2} = 5\sqrt{2}$ cm y el área máxima es $A = 50$ cm^2.