Circuitos de Corriente Alterna

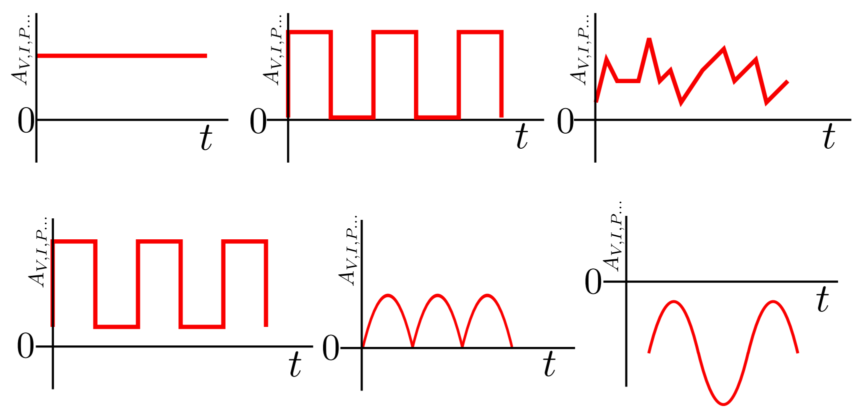
J.E. Rodríguez
Departamento de Física
grupo de **Materiales Termoeléctricos**
Universidad Nacional de Colombia

Febrero 2021

Señales AC y DC

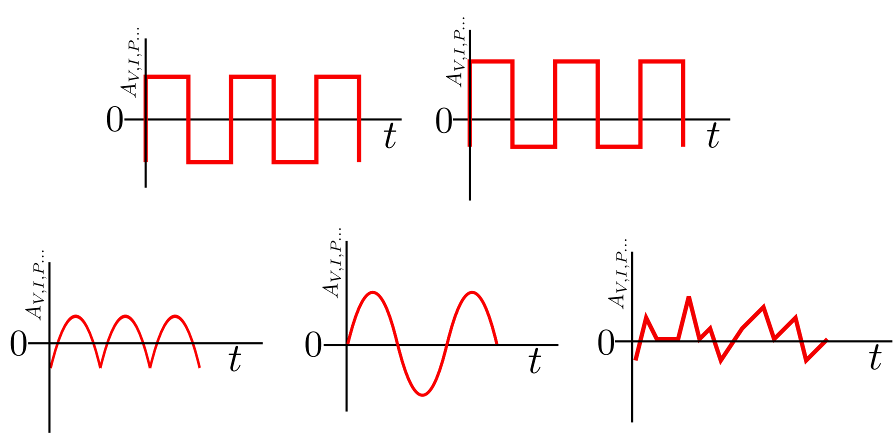
Señales DC

Tienen siempre el mismo sentido, puede ser constante o variable.

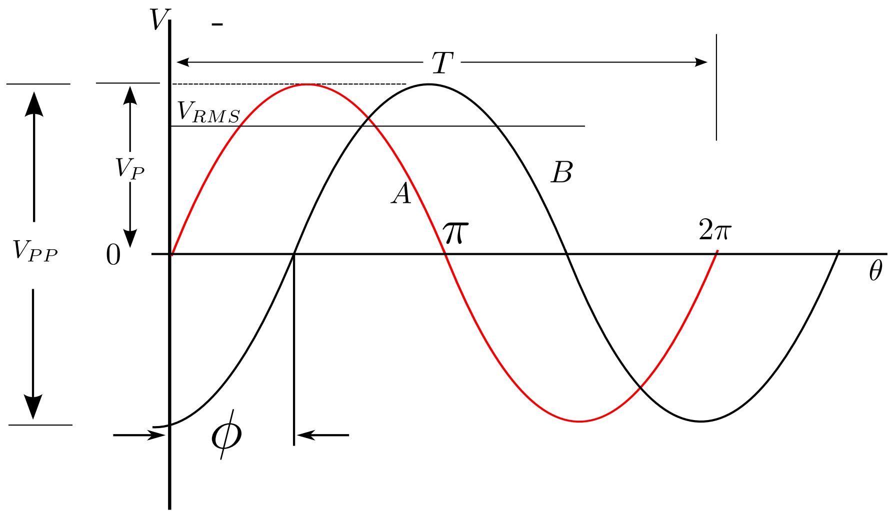


Señales AC

Cambian de sentido en función del tiempo.



Parámetros Importantes



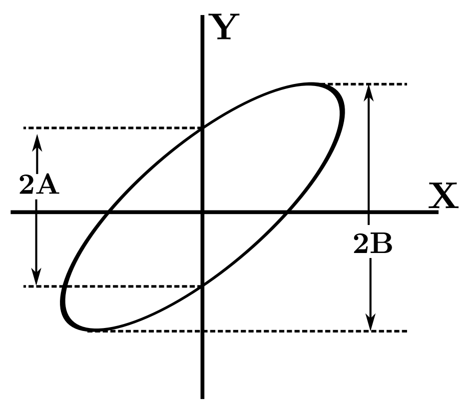
Diferencia de FASE

Si se alimentan dos ondas senoidales de igual frecuencia a las entradas vertical y horizontal del osciloscópio, la característica permite determinar la diferencia de fase entre las dos señales.

Las ecuaciones de las señales son:

$$X = Csen(\omega t)$$

$$Y = Bsen(\omega t + \theta)$$



La diferencia de fase θ se calcula mediante la expresión:

$$sen(\theta) = \frac{A}{B} \quad (1)$$

La expresión matemática que representa una onda senoidal:

$$V = V_0 sen(\omega t) = V_0 sen(2\pi f t) \tag{2}$$

Si se tiene en cuenta el desfase se puede escribir como:

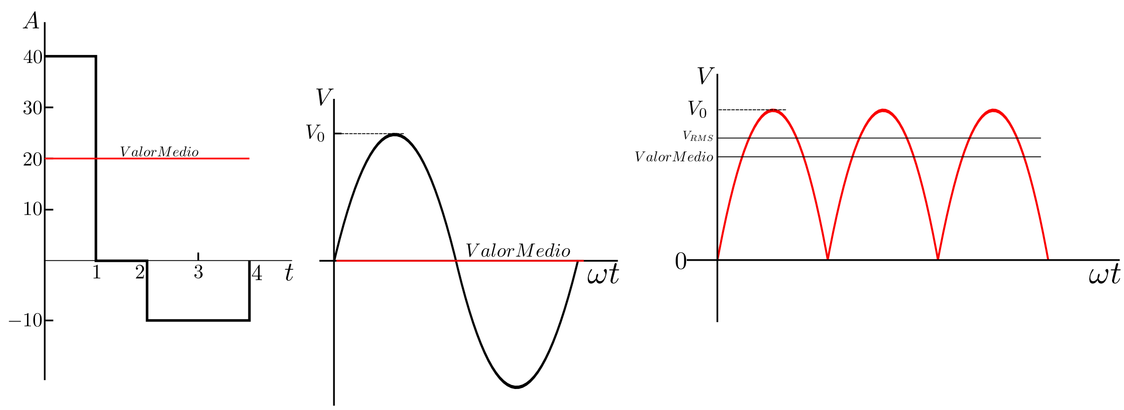
$$V = V_0 sen(\omega t - \theta) \tag{3}$$

Valor Promedio

El valor promedio de una onda de corriente que varía a lo largo de un periodo T es el valor que tendría una corriente directa si suministrara una cantidad igual de carga en el mismo periodo, T.

Matemáticamente el valor promedio de cualquier onda periódica se obtiene dividiendo el área bajo la curva de la curva en un periodo, T, entre el tiempo del periodo. Es decir:

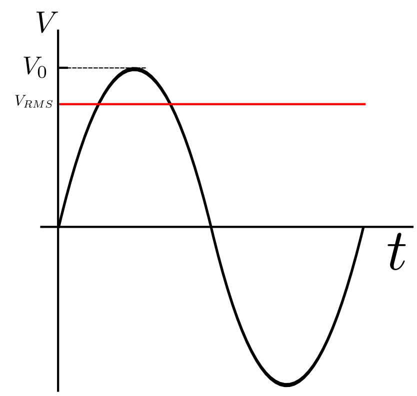
$$A_{prom} = \frac{\text{Área bajo la curva}}{\text{Longitud del periodo}} = \frac{1}{T}\int_0^T f(x)dt \tag{4}$$

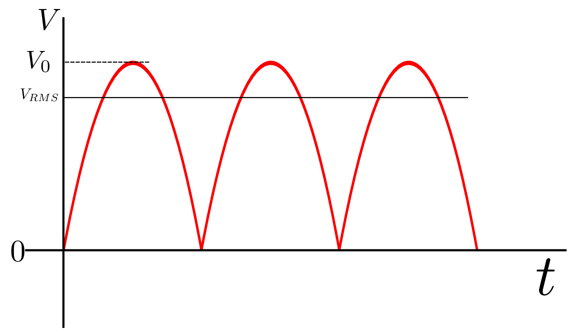


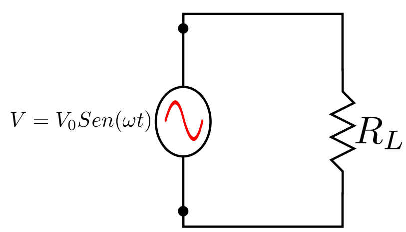
Valor cuadrático medio (rms)

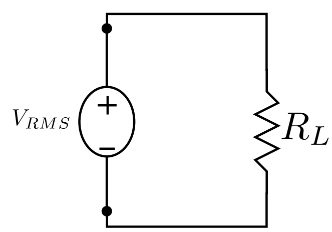
Root-Mean-Squared

El voltaje RMS es igual al valor de voltaje CD que entregaría la misma potencia si sustituyera la fuente de voltaje AC.









$$
\begin{aligned}
A_{rms} &= \sqrt{< f(t) >^2} \\
&= \sqrt{\text{promedio}[f(t)^2]} \\
&= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \Big[f(t)\Big]^2 dt}
\end{aligned}
$$

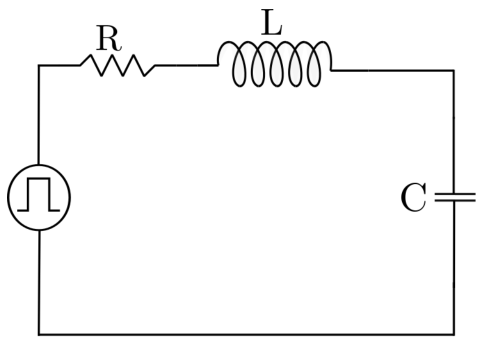
Para el caso de una onda senoidal tenemos:

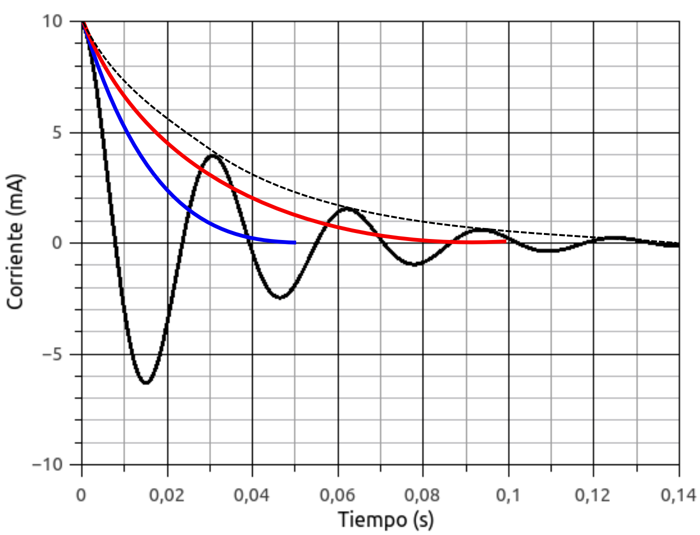
$$\begin{aligned}
A &= A_0 sen(\omega t) \\
A_{RMS} &= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [f(t)]^2 dt} \\
&= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T A_0^2 \left[sen\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right]^2 dt} \\
&= \sqrt{\frac{A_0^2}{T}\left[\frac{t}{2} - \frac{T sen\left(\frac{4\pi}{T}t\right)}{4\pi}\right]_0^T} \\
&= \frac{A_0}{\sqrt{2}}
\end{aligned}$$

Por lo tanto, el valor *RMS* de las ondas senoidales es:

$$\boxed{A_{RMS} = \frac{A_0}{\sqrt{2}}} \approx 0.707 A_0 \qquad (5)$$

Circuito RLC





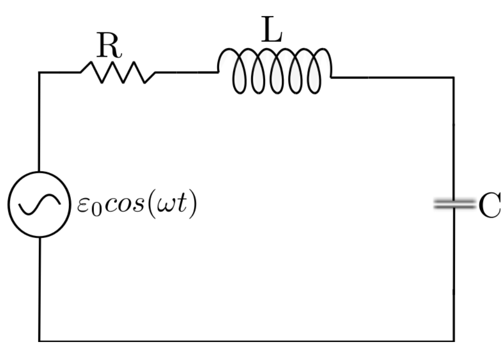
$$I(t) = I_0 e^{-(R/2L)t} cos\left(\sqrt{\omega^2 - \frac{R^2}{4L^2}}t + \delta\right)$$

$$I(t) = I_0 e^{-(R/2L)t} cos\left(\omega' t + \delta\right)$$

$$\boxed{R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

$$\boxed{R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

$$\boxed{R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}}$$



$$\varepsilon_0 cos(\omega t) = \frac{Ldi}{dt} + \frac{q}{C} + iR \tag{6}$$

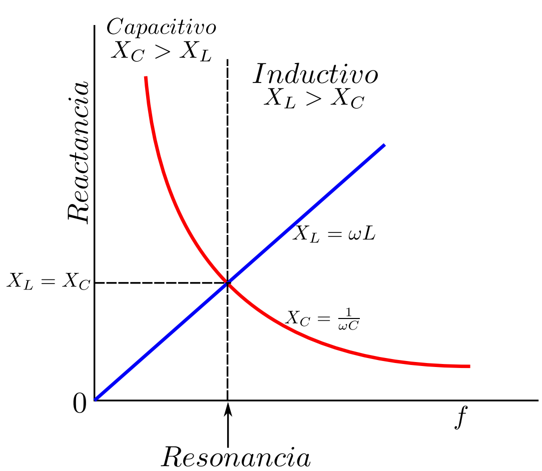
$$-\varepsilon_0 sen(\omega t) = \frac{Ld^2i}{dt^2} + \frac{i}{C} + \frac{di}{dt}R \tag{7}$$

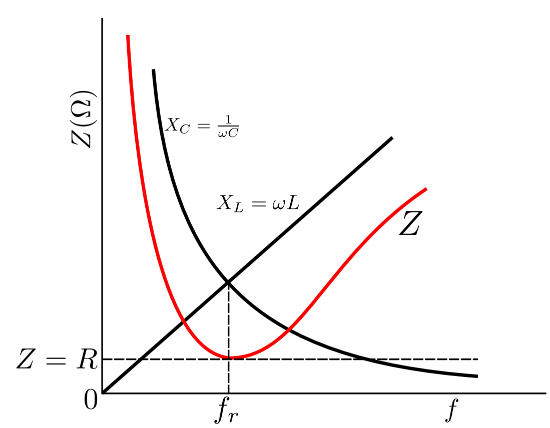
$$i = i_0 cos(\omega t) \tag{8}$$

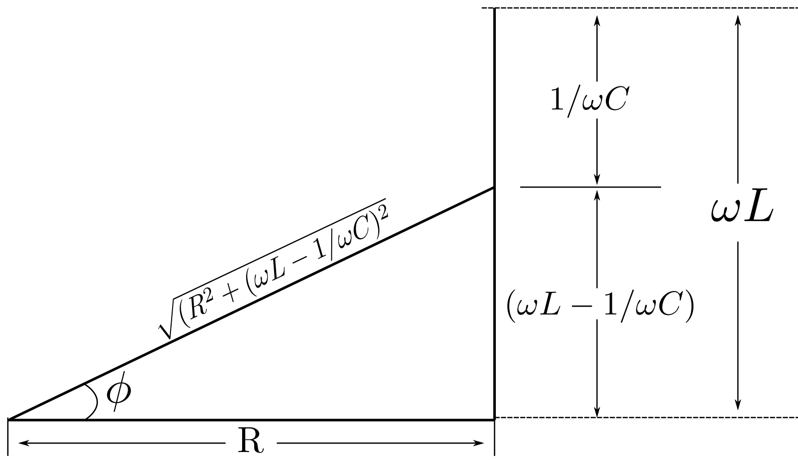
$$i_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{\varepsilon_0}{Z} \tag{9}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \tag{10}$$

$$\boxed{Z = R + jX_L - jX_C}$$





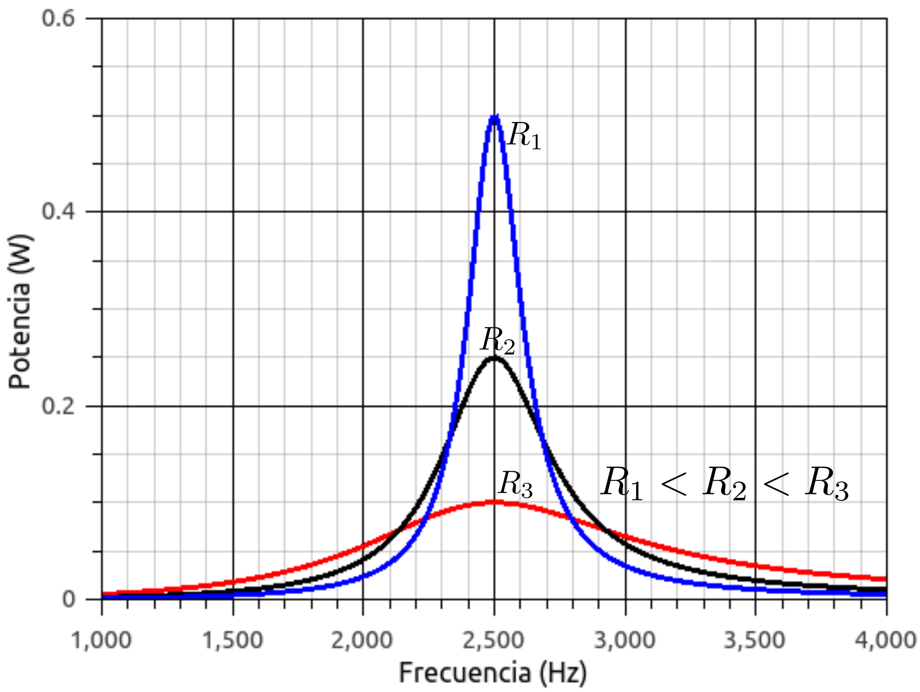


Factor de Calidad

Es una medida de la capacidad de almacenamiento de energía en el circuito respecto de la capacidad de disipación. Es decir es la transferencia continua de energía desde un elemento reactivo a otro en comparación con la energía disipada en la resistencia.

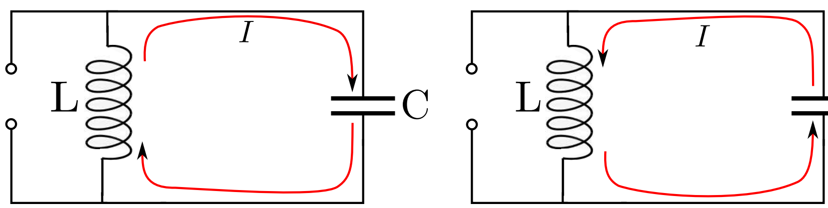
$$Q = 2\pi \frac{\text{Energía acumulada}}{\text{Energía disipada por ciclo}} \tag{11}$$

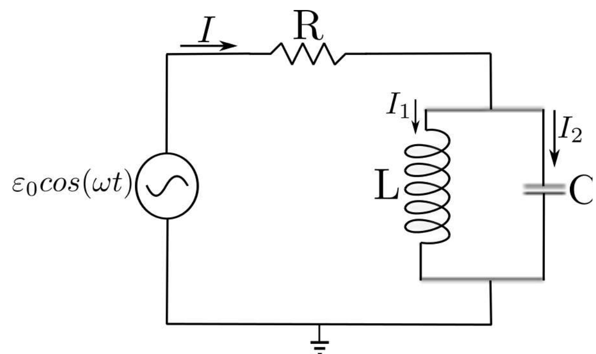
$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{12}$$



0.6
0.4
0.2
0
Potencia (W)
R_1
R_2
R_3
$R_1 < R_2 < R_3$
1,000
1,500
2,000
2,500
3,000
3,500
4,000
Frecuencia (Hz)

Circuito RLC en Paralelo





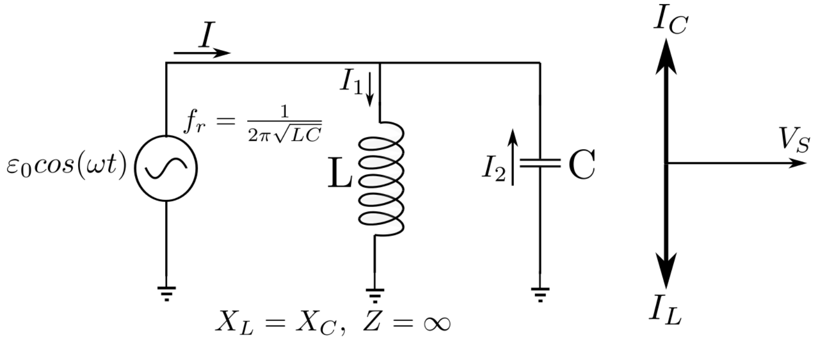
$$I = I_1 + I_2 \tag{13}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_0 cos(\omega t) &= \Delta V_R + \Delta V_L \\ &= IR + L\frac{dI}{dt} \\ &= (I_1 + I_2)R + L\frac{dI}{dt}\end{aligned}$$

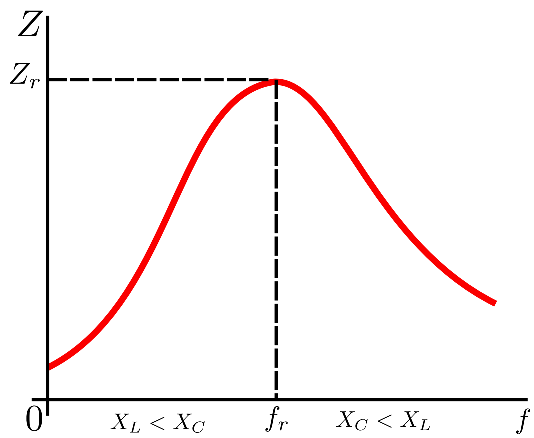
$$\Delta V_L = L\frac{dI}{dt} = \frac{q}{C} = \Delta V_C \tag{14}$$

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + \frac{l^2/C^2}{(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}} = \frac{\varepsilon_0}{Z} \qquad (15)$$

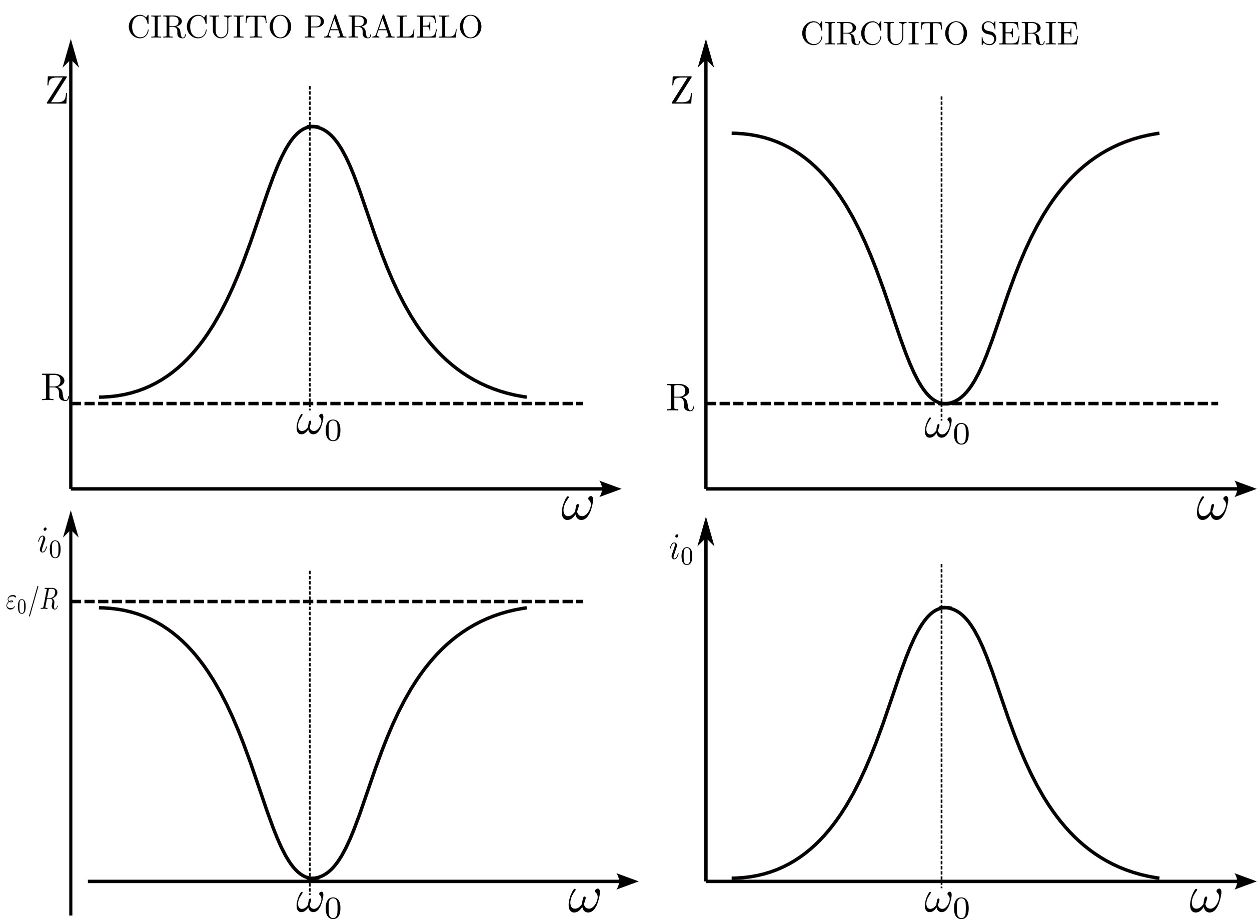
Resonancia en Paralelo



En resonancia la corriente I será un MÍNIMO, así la diferencia de potencial V en R es MÍNIMA, por lo tanto el voltaje de salida ser'a MÁXIMO.



A frecuencias bajas, X_L es pequeña y X_C muy alta, así que la impedancia total se puede considerar igual a la inductiva. Conforme aumenta la frecuencia, la impedancia también se incrementa y X_L se incrementa mientras que X_C decrece hasta que se alcanza la frecuencia resonante, donde $X_L = X_C$. Luego, X_L se hace cada vez más grande mientras X_C decrece, hasta que la impedancia total se puede considerar de naturaleza inductiva.


CIRCUITO PARALELO
CIRCUITO SERIE
Z
R
ω_0
ω
i_0
ε_0/R