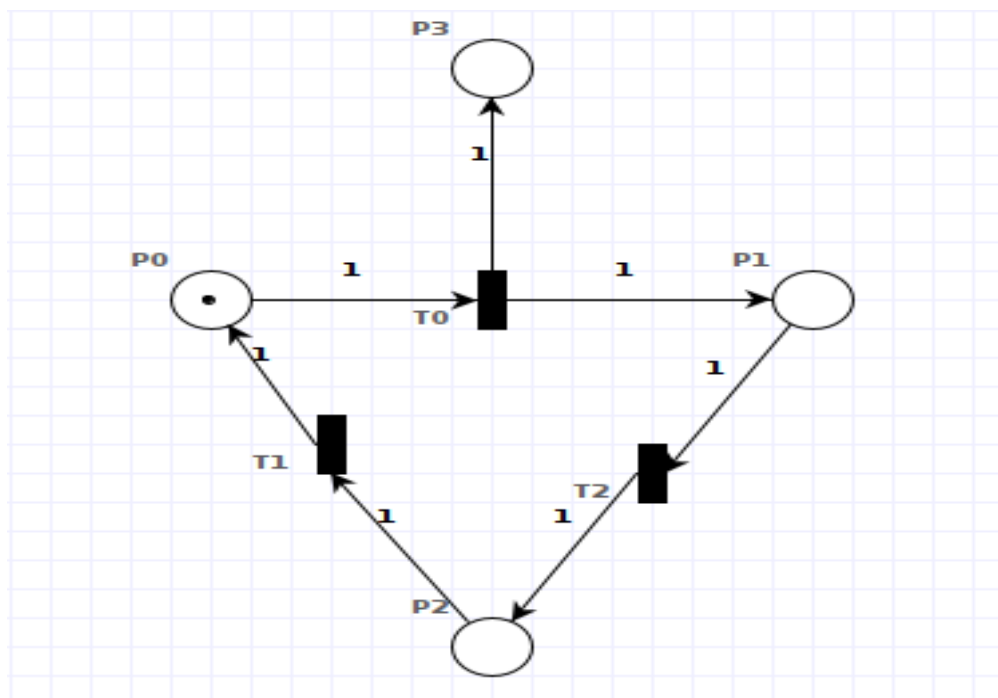


Przykłady modelowania i analizy systemów współbieżnych z wykorzystaniem sieci Petri.

Jakub Myśliwiec

07 Styczeń 2020

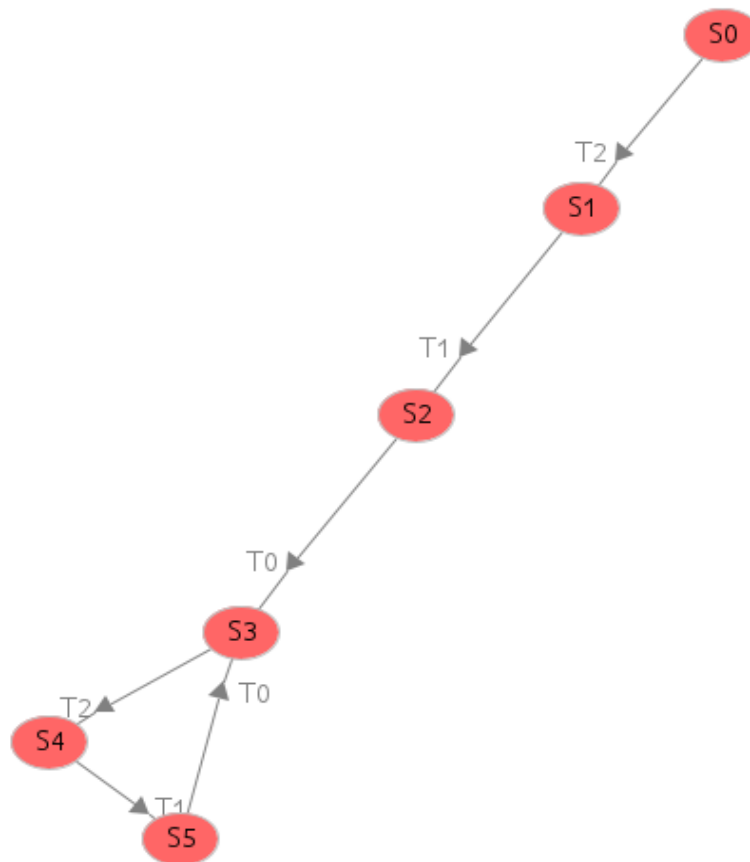
1 Symulacja i analiza własnego przykładu



Rysunek 1: Własny przykład sieci

Zbudowana przeze mnie sieć to cykl wraz z licznikiem liczby przejść przez cykl. Każdy token w **P3** oznacza jeden cykl który się wykonał.

1.1 Graf osiągalności



Rysunek 2: Graf osiągalności

Graf pokazuje, że cykl działa prawidłowo a w **P3** stale rośnie liczba tokenów.

1.2 Analiza niezmienników przejść

Petri net invariant analysis results

T-Invariants

T0	T1	T2
----	----	----

The net is not covered by positive T-Invariants, therefore we do not know if it is bounded and live.

P-Invariants

P0	P1	P2	P3
1	1	1	0

The net is not covered by positive P-Invariants, therefore we do not know if it is bounded.

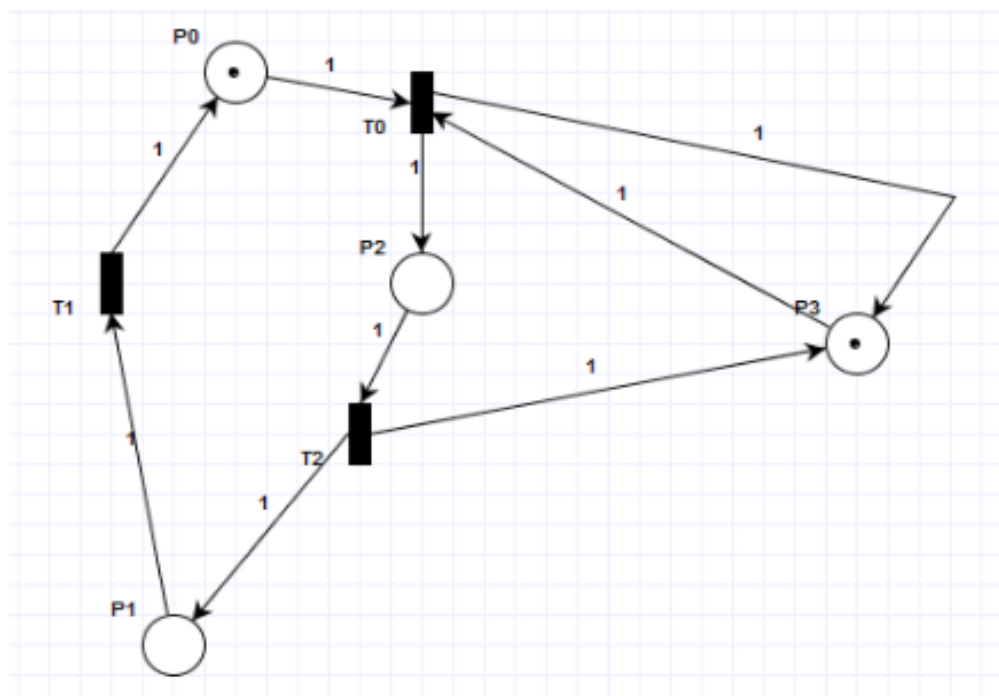
P-Invariant equations

$$M(P0) + M(P1) + M(P2) = 1$$

Rysunek 3: Analiza sieci

Z analizy niezmienników wynika, że sieć nie jest odwracalna. Wynika to z tego, że po rozpoczęciu pierwszego cyklu w liczniku pojawia się pierwszy token i z każdym kolejnym cyklem liczba tokenów rośnie i nie powróci do 0, które było w markowaniu początkowym. Z tego wynika również, że sieć nie jest ograniczona, bo **P3** nie jest ograniczone. Dodatkowo z równania niezmienników miejsc widzimy, że w cyklu jest na raz tylko jeden token, czyli nie ma możliwości by dwa cykły wykonywały się na raz.

2 Symulacja sieci z rysunku



Rysunek 4: Sieć do analizy

2.1 Analiza niezmienników przejść

Petri net invariant analysis results

T-Invariants

$[T0 \ T1 \ T2]$

The net is not covered by positive T-Invariants, therefore we do not know if it is bounded and live.

P-Invariants

P0	P1	P2	P3
1	1	1	0

The net is not covered by positive P-Invariants, therefore we do not know if it is bounded.

P-Invariant equations

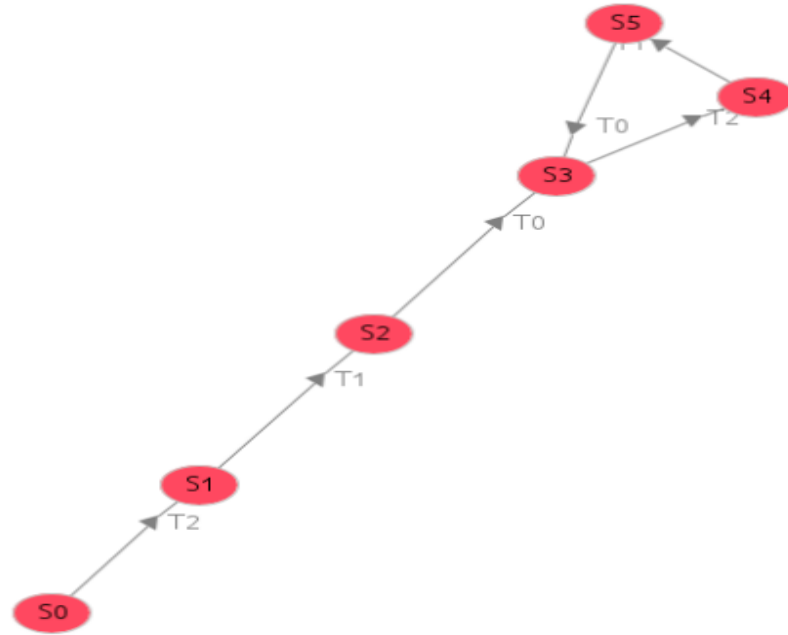
$$M(P0) + M(P1) + M(P2) = 1$$

Analysis time: 0.0s

Rysunek 5: Analiza sieci

Odwracalność cechuje się możliwością wrócenia do stanu początkowego. W analizie niezmienników zauważmy, że nie ma żadnych niezmienników tranzycji (T-invariants). Wynika z tego że nie możemy odpalić tranzycji w taki sposób by wrócić do markowania początkowego, czyli sieć nie jest odwracalna.

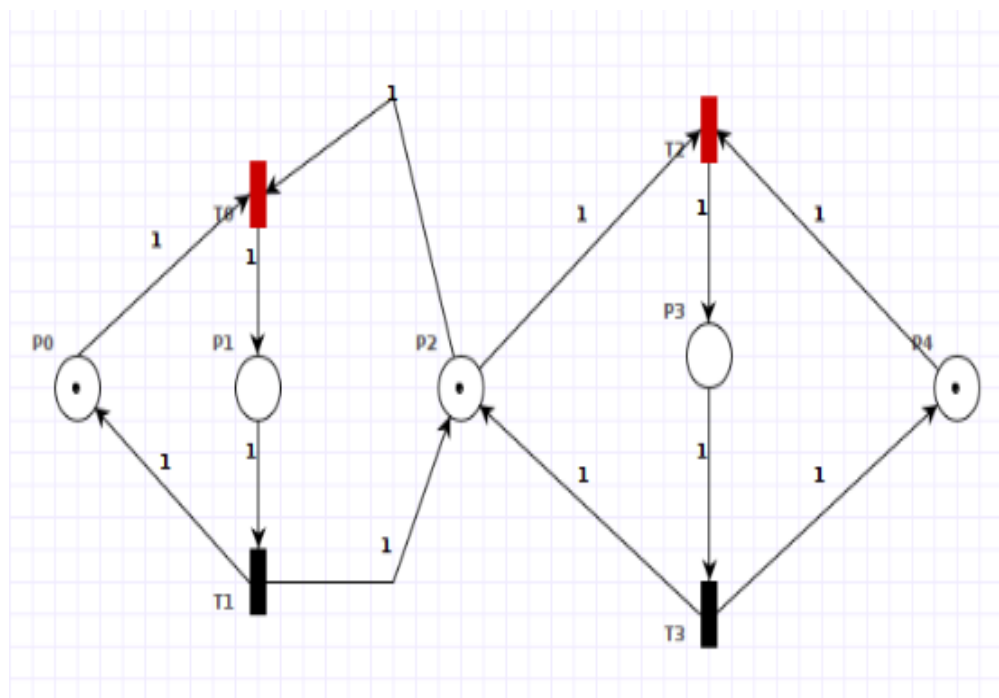
2.2 Graf osiągalności



Rysunek 6: Graf osiągalności

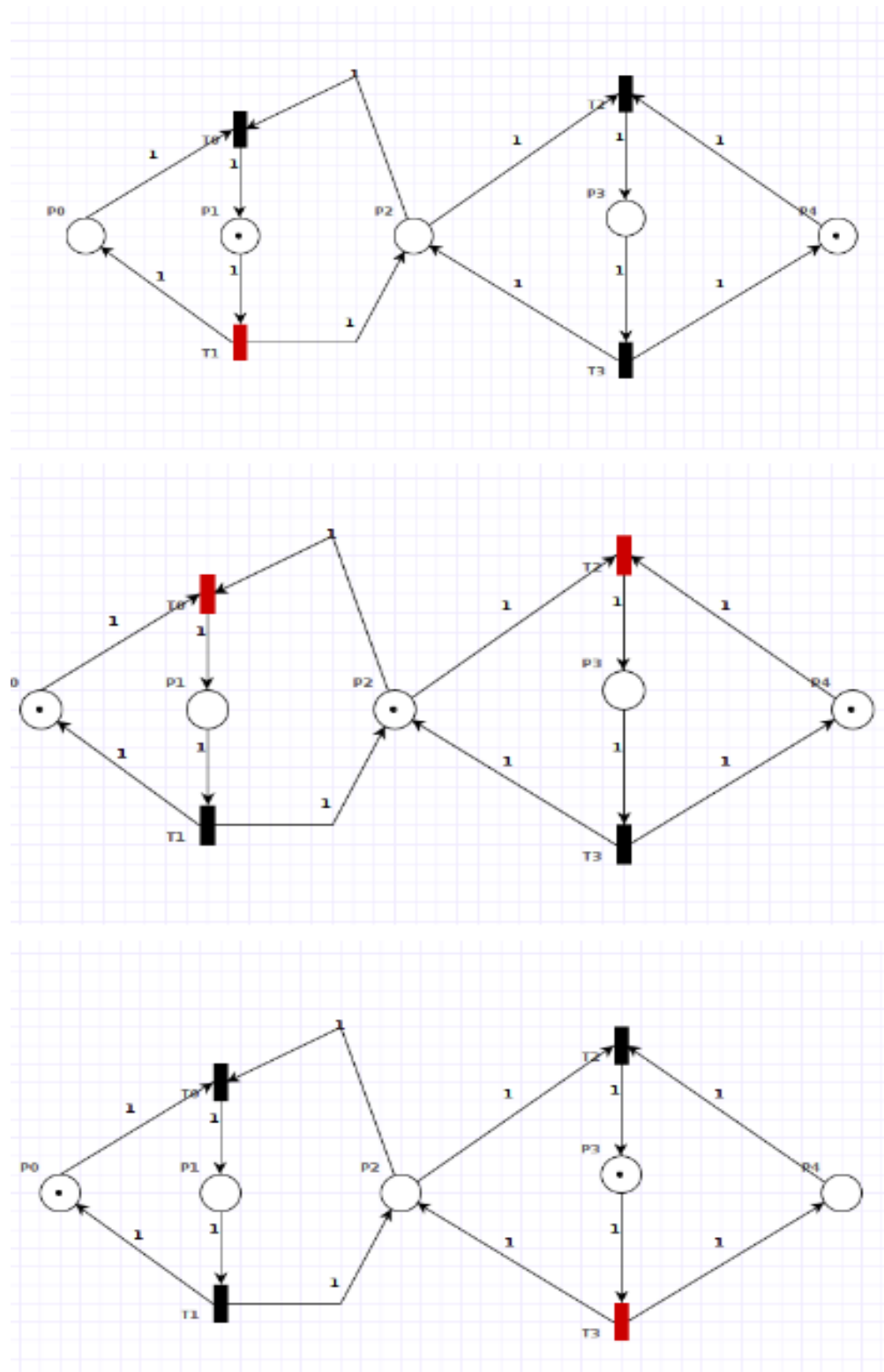
Sieć jest żywa, gdyż począwszy od stanu początkowego zostanie uruchomione każde przejście. Nie występuje żadne martwe przejście. Sieć nie jest ograniczona gdyż miejsce **P3** nie jest ograniczone. Jak widać w grafie sieć wpada w nieskończony cykl między stanami **S3**, **S4**, **S5** i liczba tokenów w **P3** będzie rosła w nieskończoność.

3 Wzajemne wykluczanie dwóch procesów na wspólnym zasobie



Rysunek 7: Sieć wykluczających się procesów dla wspólnego zasobu

3.1 Symulacja



Rysunek 8: Symulacja działania sieci

Jak widać procesy wzajemnie wykluczają dostęp do zasobu i raz w sekcji krytycznej znajdują się proces po lewej stronie a raz po prawej.

3.2 Analiza niezmienników

Petri net invariant analysis results

T-Invariants

T0	T1	T2	T3
1	1	0	0
0	0	1	1

The net is covered by positive T-Invariants, therefore it might be bounded and live.

P-Invariants

P0	P1	P2	P3	P4
1	1	0	0	0
0	1	1	1	0
0	0	0	1	1

The net is covered by positive P-Invariants, therefore it is bounded.

P-Invariant equations

$$\begin{aligned} M(P0) + M(P1) &= 1 \\ M(P1) + M(P2) + M(P3) &= 1 \\ M(P3) + M(P4) &= 1 \end{aligned}$$

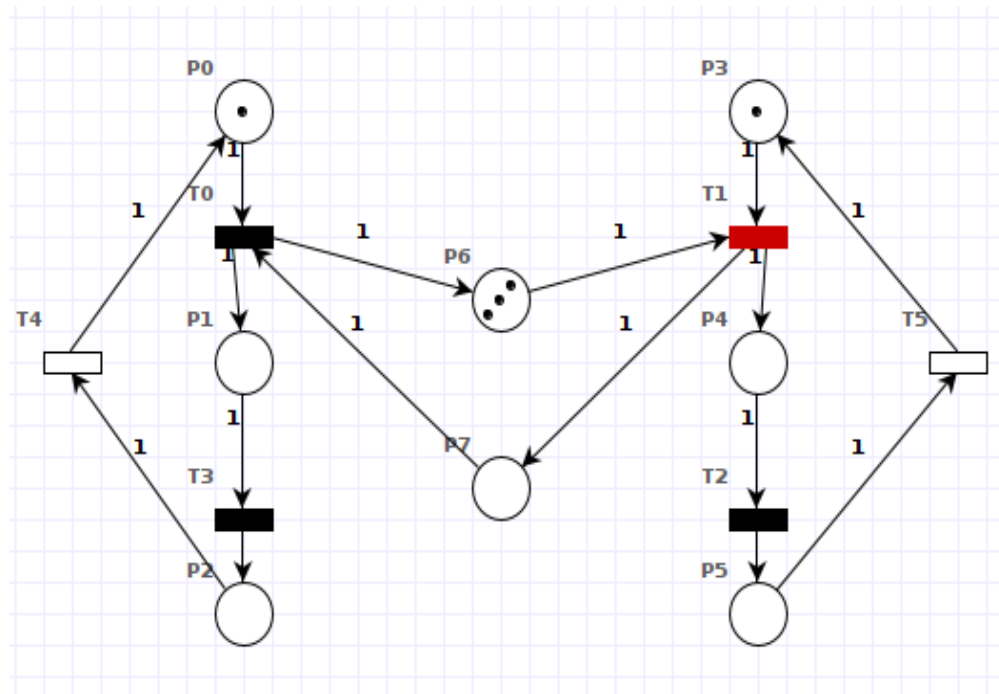
Rysunek 9: Analiza sieci

Równanie $M(P0) + M(P1) = 1$ świadczy o tym, że proces po lewej stronie nie może być 2 dwóch stanach równocześnie, albo będzie posiadał zasób albo nie.

Analogiczna sytuacja zachodzi dla drugiego procesu (po prawej stronie) $M(P3) + M(P4) = 1$.

Równaniem ukazującym działanie sekcji krytycznej jest $M(P1) + M(P2) + M(P3) = 1$. Pokazuje to, że w danym momencie tylko jedno z miejsc może posiadać token więc 2 procesy nie znajdą się w tym samym momencie w sekcji krytycznej.

4 Problem konsumenta i producenta



Rysunek 10: Sieć dla problemu producenta i konsumenta

4.1 Analiza niezmienników

Petri net invariant analysis results

T-Invariants

T0	T1	T2	T3	T4	T5
1	1	1	1	1	1

The net is covered by positive T-Invariants, therefore it might be bounded and live.

P-Invariants

P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1

The net is covered by positive P-Invariants, therefore it is bounded.

P-Invariant equations

$$M(P0) + M(P1) + M(P2) = 1$$

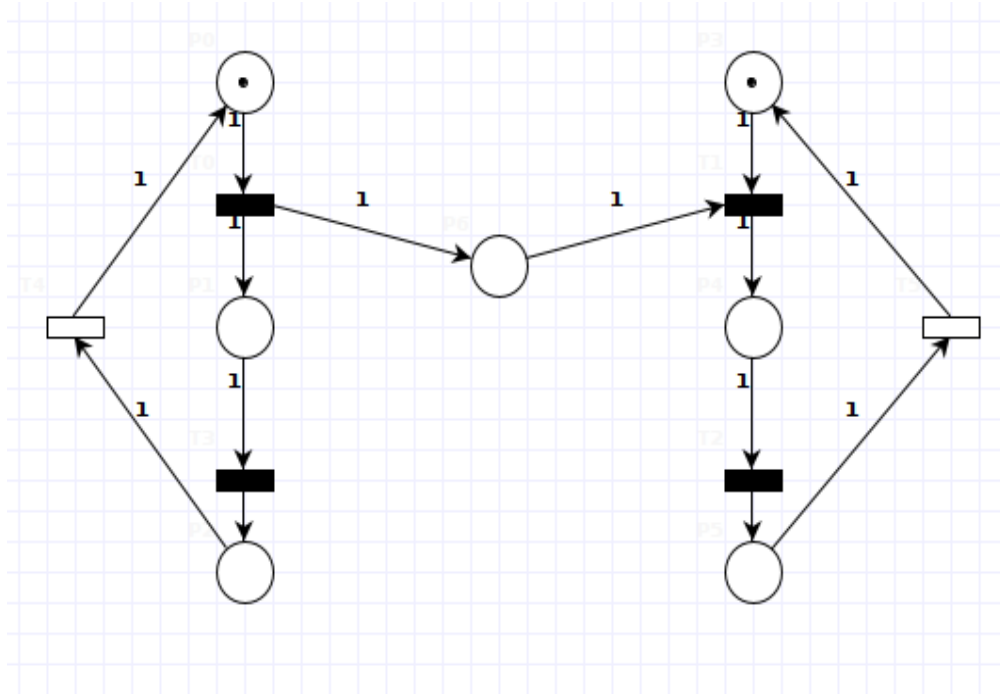
$$M(P3) + M(P4) + M(P5) = 1$$

$$M(P6) + M(P7) = 3$$

Rysunek 11: Analiza sieci

Sieć jest zachowawcza gdyż liczba tokenów w sieci jest stała, nie zmienia się. Zawsze są 3 tokeny w buforze i po jednym w procesie producenta i konsumenta. O rozmiarze bufora świadczy ostatnie równanie $M(P6) + M(P7) = 3$ i wynosi on **3**.

5 Problem producentów i konsumentów z nieskończonym buforem



Rysunek 12: Sieć dla problemu z nieskończonym buforem

5.1 Analiza niezmienników

Petri net invariant analysis results

T-Invariants

T0	T1	T2	T3	T4	T5
1	1	1	1	1	1

The net is covered by positive T-Invariants, therefore it might be bounded and live.

P-Invariants

P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6
1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0

The net is not covered by positive P-Invariants, therefore we do not know if it is bounded.

P-Invariant equations

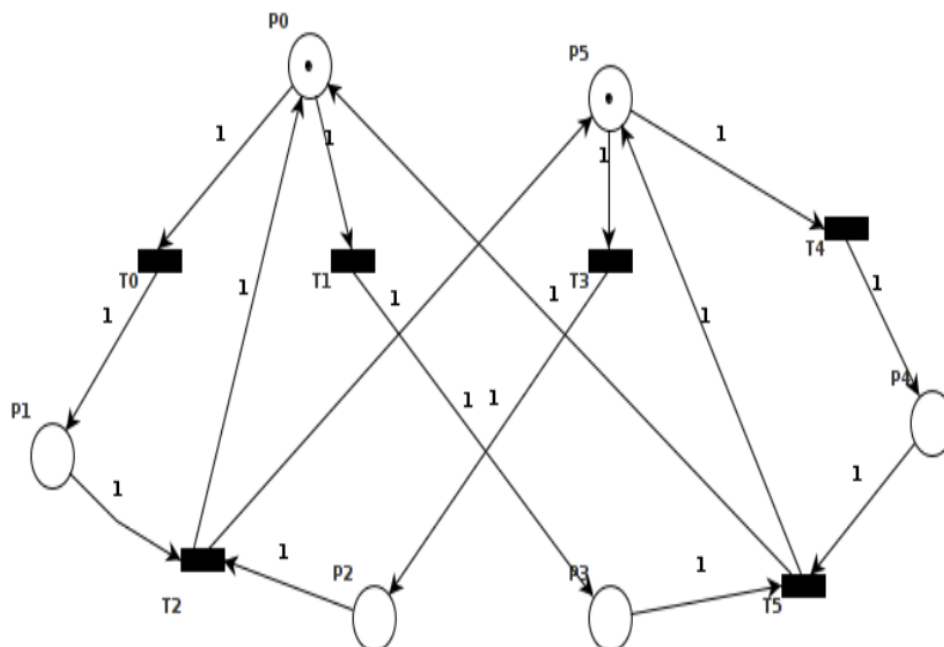
$$M(P0) + M(P1) + M(P2) = 1$$

$$M(P3) + M(P4) + M(P5) = 1$$

Rysunek 13: Analiza sieci

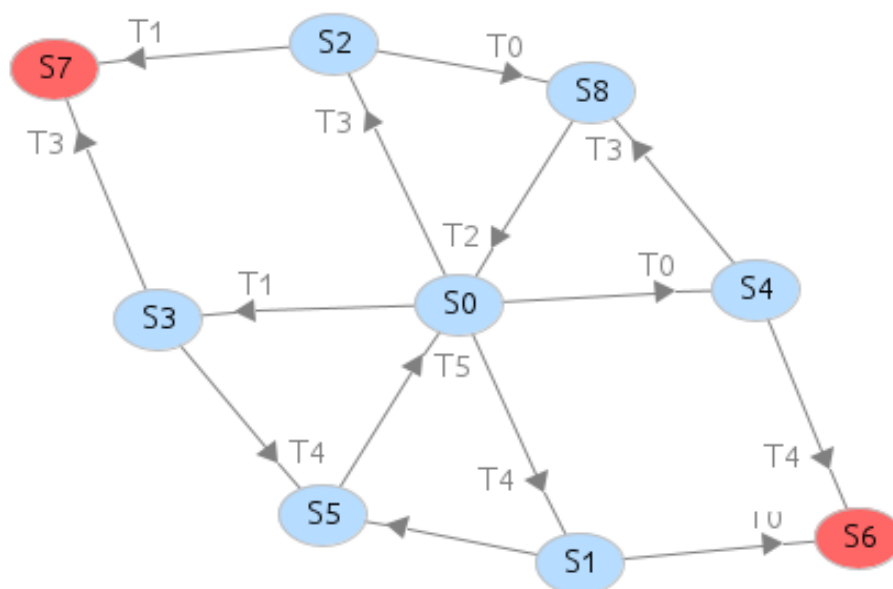
Jak widać z analizy niezmienników zawsze w procesach producenta i konsumenta będzie po jednym tokenie. Natomiast w buforze **P6** nie ma takiego ograniczenia (0 w wektorach P-Invariants), czyli mogą się tam gromadzić tokeny w nieskończoność, co oznacza że poprawnie skonstruowałem sieć z buforem nieograniczonym.

6 Problem zastoju meksykańskiego



Rysunek 14: Sieć dla problemu z zastoju meksykańskiego

6.1 Graf osiągalności



Rysunek 15: Graf osiągalności

Jak wynika z grafu osiągalności są dwa możliwe markowania w których dochodzi do zakleszczenia. Są to markowania $\{0, 1, 0, 0, 1, 0\}$ oraz $\{0, 0, 1, 1, 0, 0\}$, czyli takie w których tokeny znajdują się w **P1** i **P4** w pierwszym wypadku, oraz **P2** i **P3** w drugim. Do takiej sytuacji dochodzi jak kolejno po sobie zostaną odpalone tranzycje **T0** i **T4** w pierwszym wypadku, lub **T1**, **T3** w drugim wypadku.

6.2 State Space Analysis

Petri net state space analysis results

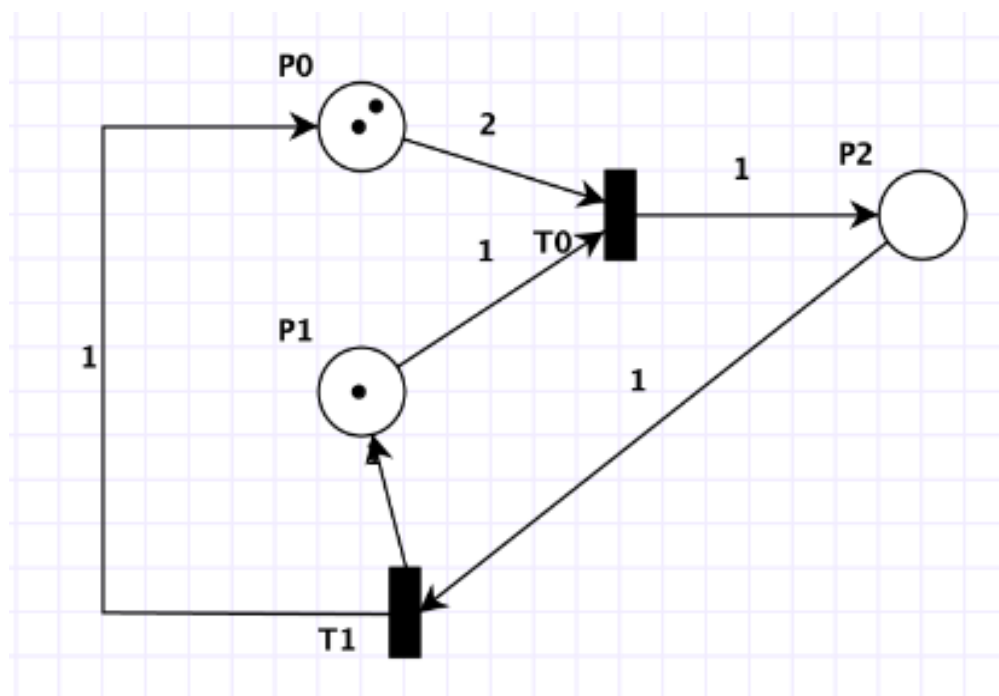
Bounded	true
Safe	true
Deadlock	true

Shortest path to deadlock: T0 T4

Rysunek 16: Analiza stanów

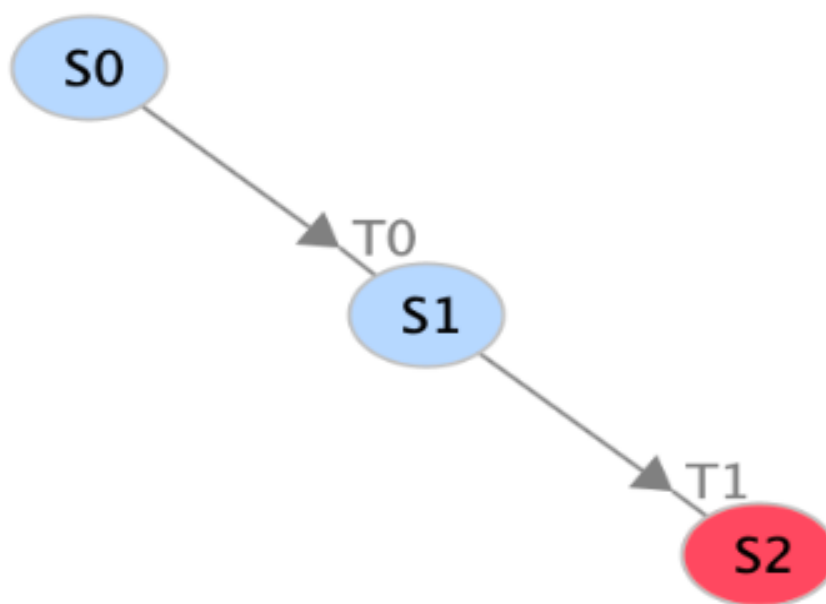
Jak widać *State Space Analysis* potwierdziła nasze obserwacje odnośnie zakleszczenia i tego jakie tranzycje trzeba odpalić by do niego doprowadzić. Oprócz tego widzimy że sieć jest ograniczona bo w żadnym miejscu nie będzie więcej niż jeden token na raz więc wszystkie miejsca są 1-ograniczone, a z tego wynika że sieć jest również bezpieczna.

7 Zakleszczenie



Rysunek 17: Mój projekt sieci prezentujący zakleszczenie

7.1 Graf osiągalności



Rysunek 18: Graf osiągalności

Jak widzimy sieć zakleszcza się po przejściu **T1**. Wynika to z tego, że tranzycja **T0** wymaga pobrania 2 tokenów od miejsca **P0** oraz jednego tokenu od **P1**, natomiast do obu miejsc po tranzycji **T1** dotrze po jednym tokenie.

7.2 State space analysis

Petri net state space analysis results

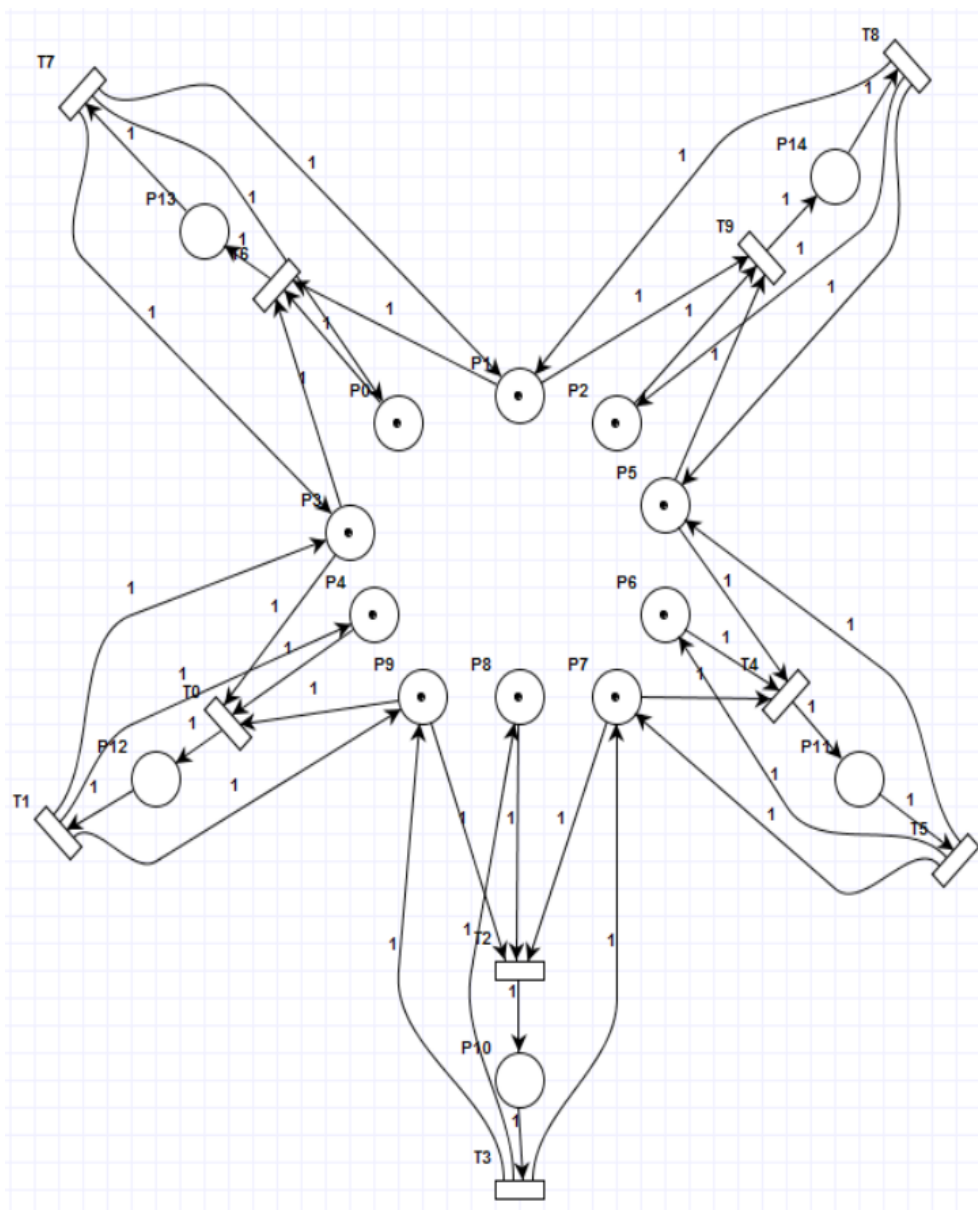
Bounded	true
Safe	false
Deadlock	true

Shortest path to deadlock: T0 T1

Rysunek 19: Analiza stanów

Jak widzimy *State space analysis* wykazało, że w sieci jest zakleszczenie.

8 Problem 5 filozofów



Rysunek 20: Sieć dla problemu 5 filozofów

8.1 State space analysis

Petri net state space analysis results

Bounded	true
Safe	true
Deadlock	false

Rysunek 21: Analiza stanów

Z *State space analysis* wynika, że sieć nie prowadzi do zakleszczenia. Oprócz tego sieć jest ograniczona, bo zawsze jest ograniczona liczba tokenów (po jednym dla każdego filozofa i widelca), czyli wszystkie miejsca są 1-ograniczone, czyli sieć jest bezpieczna.

8.2 Analiza niezmienników

Petri net invariant analysis results

T-Invariants

T0	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

The net is covered by positive T-Invariants, therefore it might be bounded and live.

P-Invariants

P0	P1	P10	P11	P12	P13	P14	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

The net is covered by positive P-Invariants, therefore it is bounded.

P-Invariant equations

$$\begin{aligned}
 M(P0) + M(P13) &= 1 \\
 M(P1) + M(P13) + M(P14) &= 1 \\
 M(P14) + M(P2) &= 1 \\
 M(P12) + M(P13) + M(P3) &= 1 \\
 M(P12) + M(P4) &= 1 \\
 M(P11) + M(P14) + M(P5) &= 1 \\
 M(P11) + M(P6) &= 1 \\
 M(P10) + M(P11) + M(P7) &= 1 \\
 M(P10) + M(P8) &= 1 \\
 M(P10) + M(P12) + M(P9) &= 1
 \end{aligned}$$

Rysunek 22: Analiza niezmienników

Z analizy niezmienników pokazują, że są zachowane wszystkie warunki problemu 5 filozofów. Równania z 2 składnikami (np. $M(P0) + M(P13) = 1$) pokazują, że każdy z 5 filozofów może być na raz tylko w jednym ze stanów: albo je albo myśli. Natomiast równania z 3 składnikami (np. $M(P1) + M(P13) + M(P14) = 1$) pokazują, że jeden widelec może być na raz tylko u jednego filozofa lub na stole, czyli dwóch sąsiadnich filozofów nie może jeść na raz.