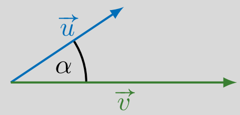
Analytische Geometrie
Winkel zwischen Vektoren

Für zwei Vektoren $\vec{u} \neq \vec{o}$ und $\vec{v} \neq \vec{o}$ mit dem eingeschlossenen Winkel α gilt:

$$\vec{u} * \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\alpha)$$



Aufgabe 1

Berechnen sie zunächst den Winkel zwischen den Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$[1].

Konstruieren sie *danach* die beiden Vektoren in GeoGebra und überprüfen sie ihr Ergebnis.

a)

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

b)

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Konstruktionen in GeoGebra

Erstellen sie in GeoGebra ein neues Dokument und aktivieren sie die „3D-Grafik“ Ansicht.
GeoGebra bietet Werkzeuge zum Erstellen geometrischer Konstruktionen an. Schneller geht es aber oft, die Konstruktion „von Hand“ einzugeben. Dazu geben sie in der linken Seitenleiste von GeoGebra die folgenden Befehle ein:

Punkte Den Punkt $A(4\,|\,-5\,|\,3{,}6)$ erzeugen sie durch dei Eingabe `A = (4,-5,3.6)`.

Vektoren Einene Vektor können sie auf zwei Arten erzeugen. Als *Orstvektor* für einen Punkt (z.B. `v = Vektor(A)` oder `v = Vektor((1,2,3))`), oder als *Differenzvektor* zwischen zwei Punkten (z.B. `u = Vektor(A, (4,5,7.2))`).

Winkel Winkel können zwischen ganz verschiedenen Objekten erzeugt werden. Wichtig für uns sind Winkel zwischen drei Punkten (z.B. `Winkel(A, B, (1,2,3))`) und zwischen zwei Vektoren (z.B. `Winkel(u, Vektor((4.5,6,8.2))`).

Aufgabe 2

Ergänzen sie die Formel zur Berechnung des Winkels zwischen zwei Vektoren.

Für den Winkel α zwischen zwei Vektoren $\vec{u} \neq \vec{o}$ und $\vec{v} \neq \vec{o}$ gilt:

$$\alpha =$$

Aufgabe 3 Buch S.196, Afg.3

Konstruieren sie ein Modell der Situation in GeoGebra und ermitteln sie den Winkel am Eckpunkt C.

Bestätigen sie dann das Ergebnis rechnerisch.

[1] Die Umkehrfunktion des Kosinus ist $\cos^{-1}$ und ist auf dem GTR unter trig zu finden. Es gilt dann

$$\cos(\alpha) = x \Leftrightarrow \alpha = \cos^{-1}(x)$$