

H1

Terme, Gleichungen und Variablen

Ein **Term** ist ein sinnvoller Rechenausdruck aus Zahlen, Rechenzeichen, Vorzeichen, Klammern und Variablen.
Gültig: $5 + (3,4 - (-4)) + x$
Ungültig: $5 + \cdot 5) - 4$

Eine **Gleichung** besteht aus zwei Termen, die durch ein Gleichzeichen (=) verbunden sind. Eine Gleichung kann *wahr (gültig)* sein (z.B. $5 + 3 = 9 - 1$) oder *falsch* sein (z.B. $4 = 1 + 1$).

Eine **Variable** ist ein Platzhalter für einen Wert, der erstmal unbekannt oder nicht festgelegt ist.

Als Kurzschreibweise für eine Multiplikation einer Zahl mit einer Variablen benutzen wir $4 \cdot x = 4x$.

74: 01 (Terme und Gleichungen), v2020-12-03



TERME, GLEICHUNGEN UND VARIABLEN

Beispiele für Terme:

sinnvolle Ausdrücke (Terme)	unsinnige Ausdrücke (keine Terme)
$\begin{aligned} &4 \\ &x \\ &4 + 3 - 5,1 \cdot (7,2 + 5) \\ &4 - a + 2 \cdot b \cdot c \\ &5 - \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{3}\right) \cdot (4,254) \end{aligned}$	$\begin{aligned} &+ \\ &4 \cdot \\ &5 + : x \\ &(4 + 3 - (5,1 \cdot (7,2 + 5 \\ &7..5\$6 \\ &:\left(\frac{x}{2} - \frac{x}{3}\right) \cdot (4,254) \end{aligned}$

74: 01 (Terme und Gleichungen), v2020-12-03



H2

Variablen

Variablen sind Platzhalter für Werte, die noch unbekannt sind. Wir benutzen kleine Buchstaben für Variablen (z.B. x, y, a, b, c, \dots). Kommt ein Buchstabe mehrfach vor, dann steht er immer für denselben Wert.
Es gibt zwei Arten von Variablen:
In einem **Term** ist eine Variable ein Platzhalter für beliebige Werte, die du dir selber aussuchen kannst. Du kannst für die Variablen Zahlen einsetzen und den Wert des Terms berechnen. z.B.

$$5 \cdot a + 4 \stackrel{a=3}{\Rightarrow} 5 \cdot 3 + 4 = 19$$

In einer **Gleichung** steht eine Variable für einen bestimmten Wert, der gefunden werden muss. So, dass die Gleichung wahr ist. z.B.

$$5 \cdot x + 4 = 34 \Rightarrow x = 4, \text{ da } 5 \cdot 4 + 4 = 34 \text{ wahr ist}$$

Als Kurzschreibweise für eine Multiplikation einer Zahl mit einer Variablen benutzen wir $4 \cdot x = 4x$.

74: 01 (Terme und Gleichungen), v2020-12-03



H3

Termumformungen

Um Dir das Rechnen leichter zu machen können Terme durch zusammenfassen vereinfacht werden. Gültige Umformungen sind:

- Summanden ohne Variablen können zusammengefasst werden. $2 + 4 + 5$ wird zu 11
- Summanden mit derselben Variablen können zusammengefasst werden. $12a - 4a + a$ wird zu $9a$
- Faktoren ohne Variable können mit einer Variablen multipliziert werden: $4 \cdot 5 \cdot 2x$ wird zu $40x$

Auch mit Hilfe der Rechengesetze kannst Du die Terme umformen:

- Kommutativgesetz:** $4a + b + 3a = 4a + 3a + b = 7a + b$
- Assoziativgesetz:** $5b - 2a + a = 5b + (-2a + a) = 5b - a$
- Distributivgesetz:** $2 \cdot (a + 5) = 2 \cdot a + 2 \cdot 5$
- Minuskammern auflösen:** $8 - (a - 5 + 3b) = 8 - a + 5 - 3b$

74: 01 (Terme und Gleichungen), v2020-12-03



TERMUMFORMUNGEN

Beispiele:

$\begin{aligned} &5x + 7x - 2 \cdot 3x + 2y \\ &= 12x - 6x + 2y \\ &= 6x + 2y \end{aligned}$	$\begin{aligned} &6,2 \cdot (4x + 3,1y) - 5,6x \\ &= 6,2 \cdot 4x + 6,2 \cdot 3,1y - 5,6x \\ &= 24,8x + 19,22y - 5,6x \\ &= 19,2x + 19,22y \end{aligned}$
--	---

74: 01 (Terme und Gleichungen), v2020-12-03



H4

Äquivalenzumformungen

Führst Du auf beiden Seiten einer Gleichung dieselbe Umformung durch, dann bleibt die Gleichung weiterhin gültig. Rechnest Du auf der rechten Seite -4 , musst Du also auf der anderen Seite auch -4 rechnen.

$$\begin{aligned} &4a + 5 = 7a + 4 && | -4 \\ \Leftrightarrow &4a + 5 - 4 = 7a + 4 - 4 \\ \Leftrightarrow &4a + 1 = 7a \end{aligned}$$

Gültige Äquivalenzumformungen sind:

- Addition/Subtraktion einer Zahl.
- Multiplikation mit / Division durch eine Zahl.

74: 01 (Terme und Gleichungen), v2020-12-03



ÄQUIVALENZUMFORMUNGEN

$$\begin{aligned} &4a + 5 = 7a + 4 && | -4 \\ \Leftrightarrow &4a + 1 = 7a && | -4a \\ \Leftrightarrow &1 = 3a && | :3 \\ \Leftrightarrow &\frac{1}{3} = a \end{aligned}$$

74: 01 (Terme und Gleichungen), v2020-12-03





Um eine Text- oder Sachaufgaben systematisch zu lösen, kannst Du nach diesen vier Schritten vorgehen:

- Aufgabe verstehen:** Lies den Aufgabentext sorgfältig durch. Markiere wichtige Informationen im Text. Informiere Dich über Begriffe, die Du noch nichts kennst.
- (Teil-)Probleme identifizieren:** Schreibe Dir alle wichtigen Informationen aus dem Text sorgfältig auf und notiere dir Werte und Gleichungen, die Du ablesen kannst. Am Ende stellst Du eine Gleichung auf, die Du lösen musst.
- Lösung berechnen:** Löse die Gleichung mit Term- und Äquivalenzumformungen.
- Probe und Rückschau:** Mache mit dem Ergebnis noch eine Proberechnung. Prüfe das Ergebnis auch im Kontext der Aufgabe: Klingt das Ergebnis realistisch? Fall nicht, musst Du noch einmal von vorne anfangen und Deinen Lösungsweg überprüfen.

Ein Beispiel findest Du auf der Rückseite.

74: 01 (Terme und Gleichungen), v2020-12-03



Für **zwei Erwachsene** und **drei Kinder** müssen in einem Freizeitpark insgesamt **84 €** gezahlt werden. **Erwachsene kosten das Doppelte von Kindern**. Wie teuer ist eine Karte für ein Kind?

Teilprobleme sammeln:

Karte Kind: x

Karte Erwachsener: y

Kosten insg.: $2 \cdot y + 3 \cdot x = 84$

Erwachsene kosten das Doppelte: $y = 2 \cdot x$

Gleichung: $2 \cdot (2 \cdot x) + 3 \cdot x = 84$

Gleichung lösen:

$$2 \cdot (2 \cdot x) + 3 \cdot x = 84$$

$$\Leftrightarrow 4x + 3x = 84$$

$$\Leftrightarrow 7x = 84$$

$$\Leftrightarrow x = 12$$

Probe und Rückschau:

$$4 \cdot 12 + 3 \cdot 12 = 48 + 36 = 84 \checkmark$$

Das Ergebnis scheint realistisch. (Der Potts Park in Minden kostet zum Beispiel 23,50 € für einen Erwachsenen.)

74: 01 (Terme und Gleichungen), v2020-12-03



ei einer Ungleichung steht statt dem Gleichzeichen ein Ungleichungszeichen zwischen den beiden Termen. Ungleichungszeichen sind:

$>$ größer als \geq größer als oder gleich

$<$ kleiner als \leq kleiner als oder gleich

Wie eine Gleichung kann eine Ungleichung wahr oder falsch (Gültig oder ungültig) sein:

Gültig: $4 < 5$

Ungültig: $4 \geq 5$

Ungleichungen mit einer Variablen können (fast) wie Gleichungen umgeformt werden. Die Lösung sind aber meist mehrere Zahlen:

$x < 5$ Lösung: Alle Zahlen die kleiner als 5 sind (aber nicht die 5 selber).

$x \geq 4.3$ Lösung: Alle Zahlen die größer oder gleich 4.3 sind (also auch 4.3 selber).

74: 01 (Terme und Gleichungen), v2020-12-03



Löse die Klammern auf und vereinfache die Terme.

a) $28 + (15x + 12) \cdot 3$

b) $15a - (2a + 3) - (-x)$

c) $9 - 2 \cdot (k - 3) - 3$

d) $-(h + 1) + 25 - 3h$

e) $9 \cdot (2y + 3)$

f) $7 - (4 - 5 \cdot x)$

74: 01 (Terme und Gleichungen), v2020-12-03



Löse die Gleichungen mit Hilfe von Äquivalenzumformungen.

a) $32 - 4 \cdot (2x - 5) = 59 - x$

b) $4z - 15 = 45 - 2z$

c) $0,9a + 2,5 = 2,4a - 2$

d) $\frac{4}{5} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot x + 3 \right) = 4 - \frac{2}{5} \cdot x$

e) $-\frac{2}{3}x - \frac{8}{18} = -\frac{1}{9}x - 1$

f) $\frac{7}{6} - 6x = -2 + \frac{8}{5}x$

74: 01 (Terme und Gleichungen), v2020-12-03



Löse das Zahlenrätsel, indem Du eine Gleichung aufstellst.

a) Wird 8 vom Dreifachen einer Zahl subtrahiert, erhält man 7.

b) Addiert man zum Fünffachen einer Zahl 9, so erhält man die Differenz aus 21 und der Zahl.

c) Addiert man zur Hälfte einer Zahl 4, vervierfache das Ergebnis und subtrahiere die Zahl, so erhält man 4.

d) Das Produkt aus einer Zahl und 7 ist genauso groß wie die Differenz von 32 und der Zahl.

e) Die Summe dreier aufeinander folgender Fünferzahlen ist 135.



74: 01 (Terme und Gleichungen), v2020-12-03



Was wurde hier jeweils falsch gemacht? Erkläre den Fehler und berichtige ihn dann.

a)

$$\begin{aligned} 3x + 1 &= 4x - 2 \\ \Leftrightarrow 1 &= x - 2 \\ \Leftrightarrow -1 &= x \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x + 2 &= 5 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2}x &= 3 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} 0,75x + 4 &= 1,25x \\ \Leftrightarrow 4 &= 2x \\ \Leftrightarrow 2 &= x \end{aligned}$$

d)

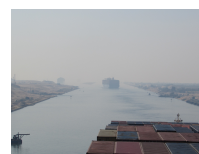
$$\begin{aligned} 3 \cdot (2 - x) &= 2x - (x + 6) \\ \Leftrightarrow 6 - 3x &= x + 6 \\ \Leftrightarrow 6 &= 2x \\ \Leftrightarrow x &= 3 \end{aligned}$$

74: 01 (Terme und Gleichungen), v2020-12-03



a) Christine ist 4 Jahre älter als Martin. Martin ist 3 Jahre jünger als Sebastian. Zusammen sind sie 109 Jahre alt. Wie alt ist jeder?

b) Der Suezkanal ist ein großes Bauwerk der Menschheit. Im Jahr 2019 ist er dreimal so alt, wie er im Jahr 1919 war. Bestimme, wann der Suezkanal eröffnet wurde.



74: 01 (Terme und Gleichungen), v2020-12-03



Bildquelle: Gregor Rom unter cc-by-sa-4.0

Sachaufgaben II

- H5**

Ungleichungen

H4

-

Begreifbare Gleichungen



Begreifbare Gleichungen II



Gleichungen lösen

H4

Weinkeller

H5

Bildquelle: openclipart.org - Autor: johnny_automatic

Von Duisburg nach Berlin

