

Analysis

Vermischte Übungen

Aufgabe 1 Bilden sie die Ableitung der Funktion

a) $f(x) = \frac{1}{x}$

b) $f(x) = \frac{4}{x}$

c) $f(x) = 3x^{-4}$

d) $f(x) = 7x^5 + 8x^{-2}$

e) $f(x) = \frac{-3}{x^5} - 4x^3 + 3$

f) $f(x) = 9x^6 - 7x^{-3} + \frac{2}{x^2} - 18$

Aufgabe 6 Bringen sie das Gleichungssystem in Dreiecksgestalt

a)

$$\begin{vmatrix} x+ & y- & z & = 3 \\ x+ & 2y- & 2z & = 2 \\ 2x- & y+ & 2z & = 15 \end{vmatrix}$$

b)

$$\begin{vmatrix} -2x+ & y+ & z = & -1 \\ 6x- & 2y- & 2z = & 6 \\ 3x- & 2y+ & 2z = & 4 \end{vmatrix}$$

Lösungen zu den Aufgaben

Lösung 1

$$\text{a) } f'(x) = -\frac{1}{x^2} = -1x^{-2}$$

$$\text{b) } f'(x) = -\frac{4}{x^2} = -4x^{-2}$$

$$\text{c) } f'(x) = -12x^{-5} = -\frac{12}{x^5}$$

$$\text{d) } f'(x) = 35x^4 - 16x^{-3}$$

$$\text{e) } f'(x) = 15x^{-6} - 12x^2$$

$$\text{f) } f'(x) = 54x^5 + 21x^{-4} - 4x^{-3}$$

Lösung 6

a) Mit der erweiterten Koeffizientenmatrix:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 3 & \\ 1 & 2 & -2 & 2 & \\ 2 & -1 & 2 & 15 & \end{array} \right) \begin{array}{l} | \cdot -1 \quad | \cdot -2 \\ \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 3 & \\ 0 & 1 & -1 & -1 & \\ 0 & -3 & 4 & 9 & \end{array} \right) \begin{array}{l} | \cdot 3 \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{array} \right)$$

Einsetzen von unten nach oben ergibt:

$$z = 6$$

$$y - z = y - 6 = -1$$

$$\Leftrightarrow y = 5$$

$$x + y - z = x + 5 - 6 = 3$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

b) Mit der erweiterten Koeffizientenmatrix:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -2 & 1 & 1 & -1 & \\ 6 & -2 & -2 & 6 & \\ 3 & -2 & 2 & 4 & \end{array} \right) \begin{array}{l} | \cdot 3 \quad | \cdot \frac{3}{2} \\ \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc} -2 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -0,5 & 3,5 & 2,5 \end{array} \right) \begin{array}{l} | \cdot 0,5 \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

Einsetzen von unten nach oben ergibt:

$$4z = 4$$

$$\Leftrightarrow z = 1$$

$$y + z = y + 1 = 3$$

$$\Leftrightarrow y = 2$$

$$-2x + y + z = -2x + 2 + 1 = -1$$

$$\Leftrightarrow -2x = -4$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$