a) Zeichnen sie die ein räumliches Koordinatensystem von -8 bis 8 auf jeder Achse (1 LE $=$ 1 cm).

b) Zeichnen sie ein Rechteck mit der Breite 6 LE und Höhe 4 LE in die x_2x_3-Ebene. Die untere linke Ecke soll im Koordinatenursprung anliegen. Bestimmen sie die *Ortsvektoren* der vier Eckpunkte A, B, C und D.

c) Erweitern sie das Rechteck in Richtung der x_1-Achse zu einem Quader mit der Tiefe 5 LE. Zeichnen sie den Quader und bestimmen sie die Koordinaten der neuen Eckpunkte.

d) Berechnen sie die Länge der Diagonalen der Seiten des Quaders, die in den Koordinatenebenen liegen.

e) Beschreiben sie den vom Ursprung am weitesten entfernten Eckpunkt auf drei unterschiedliche Weisen (z.B. durch Addition von anderen Vektoren).

f) Berechnen sie die neuen Koordinaten des Quaders, nachdem er um den *Vektor* $\vec{v} = \begin{pmatrix} 6{,}3 \\ -4{,}2 \\ -5{,}6 \end{pmatrix}$ verschoben wurde.

Rechnen sie möglichst viele der Aufgaben ohne Einsatz des GTR.

Bestimmen sie, ob der Punkt P auf der Geraden g liegt.

a) $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad P\,(1\,|\,3\,|\,-1)$

b) $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + q \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad P\,(1\,|\,2{,}5\,|\,3)$

c) $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad P\,(4\,|\,-5\,|\,-6)$

Bestimmen sie, ob die Geraden g und h einen Schnittpunkt besitzen.

a) $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$h : \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -16 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

b) $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$

$h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix}$

Punktprobe

Schnittpunkt

Bezogen auf ein lokales Koordinatensystem mit der Einheit m kann die Flugroute eines Sportflugzeugs nach dem Start näherungsweise durch die Gerade

$$g : \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 420 \\ -630 \\ 120 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 40 \\ 50 \\ 11 \end{pmatrix}$$

angegeben werden.

In der Nähe des Flugplatzes steht ein Windrad. Der Fußpunkt des Windrads befindet sich im Punkt P $(1380 \,|\, 570 \,|\, 0)$, der höchste Punkt der Umlaufbahn der Rotorblätter liegt 170 m über dem Boden.

a) Prüfen sie, ob die Spitze des Windrads auf der Flugbahn des Sportflugzeugs liegt.

b) Überprüfen sie, ob das Flugzeug bei gleichbleibendem Kurs genau über das Windrad hinweg fliegt. Wenn ja, bestimmen sie den Abstand, in der es das Windrad überfliegt.

Teilaufgabe a)

Teilaufgabe b) Ansatz

Teilaufgabe b) Lösungen

Von einem Flugplatz, der in der x_1x_2-Ebene liegt, hebt ein Sportflugzeug im Punkt A $(4\,|\,1\,|\,0)$ von der Startbahn ab. Es fliegt in den ersten drei Minuten auf einem Kurs, der annähernd durch die Gerade $g:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 18 \\ 14 \\ 3 \end{pmatrix}$ (r in Minuten ab dem Abheben), beschrieben werden kann. Die Längeneinheit beträgt **100 m**. Nach drei Minuten ändert der Pilot seinen Kurs und fliegt in den nächsten 20 Minuten ohne weitere Kursänderung pro Minute um den Vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 22 \\ 19 \\ 1{,}2 \end{pmatrix}$ weiter.

a) Berechnen sie: Mit welcher Geschwindigkeit hebt die Maschine vom Boden ab? In welchem Punkt befindet sich das Flugzeug 10 Minuten nach dem Abheben?

b) Ein zweites Flugzeug befindet sich in dem Moment, in dem as Sportflugzeug in A abhebt, im Punkt B $(220\,|\,-180\,|\,32)$. Es bewegt sich über längere Zeit pro Minute um den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 14 \\ 25 \\ 0 \end{pmatrix}$ weiter. Bestimmen sie, wie weit die beiden Flugzeuge 10 Minuten nach dem Abheben des Sportflugzeuges voneinander entfernt sind.

c) Untersuchen sie, ob es zu einer Kollision kommen könnte, wenn die beiden Flugzeuge ihren Kurs beibehalten.

Teilaufgabe a)

Teilaufgabe b)

Teilaufgabe c)

Lösungen