

Analysis III

Exponentialfunktionen ableiten II

Auf einem Konto werden 10 000 € zu 1,5 % p.A. angelegt. Das Wachstum des Guthabens kann durch eine *Exponentialfunktion* abhängig von der Zeit t modelliert werden:

$$g(t) = \underline{\hspace{10cm}}$$

Mit welcher Rate wächst das Guthaben nach 2 Jahren?

Lösungsansatz

- A) Exponentialfunktion als e -Funktion darstellen.
- B) Ableitung bilden.
- C) $t = 2$ in die Ableitung einsetzen.

A) Nutzen sie den *natürlichen Logarithmus* und die *Potenzgesetze*, um die Funktion $g(t)$ als e -Funktion darzustellen. (Stellen sie die Basis 1,015 als Potenz von e dar.)

$$g(t) = \underline{\hspace{10cm}} = \underline{\hspace{10cm}}$$



★ Leiten sie aus dem Beispiel eine *allgemeine Regel* zur Umformung von Exponentialfunktionen in eine e -Funktion ab.

$$f(x) = a \cdot b^x = \underline{\hspace{10cm}}$$



B) Ermitteln sie mit GeoGebra¹ die Ableitung(en) von

$$f_1(x) = e^{k \cdot x} \quad f'_1(x) = \underline{\hspace{10cm}}$$



$$\star f_2(x) = e^{k \cdot x + n} \quad f'_2(x) = \underline{\hspace{10cm}}$$



Wenden sie die Regel² auf $g(t)$ (in der Darstellung als e -Funktion) an:

$$g'(t) = \underline{\hspace{10cm}}$$



C) Berechnen sie $g'(2)$ und interpretieren sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.

$$g'(2) = \underline{\hspace{10cm}}$$



¹Nutzen sie die Konstruktionsanleitung auf der Rückseite.

²Denken sie auch an die anderen Ableitungsregeln.

Untersuchung von e^{kx} in GeoGebra

- 1) Starten sie GeoGebra in der „Grafikrechner“-Ansicht.
- 2) In der Seitenleiste links können sie Eingaben machen (neben dem „+“-Symbol).
- 3) Klicken sie in das Eingabefeld und geben sie ein:

$$f(x)=e^{kx}$$

☞ **Hinweis:** Geben sie die Symbole genauso ein. GeoGebra macht den Rest.

- 4) Bestätigen sie mit „ENTER“. GeoGebra zeigt die Funktion an und erstellt einen „Schieberegler“, mit dem k verändert werden kann.
- 5) Das nächste Eingabefeld sollte automatisch ausgewählt worden sein. Geben sie hier ein

$$P=(0, f(0))$$

und bestätigen sie wieder mit „ENTER“.

- 6) Geben sie im nächsten Feld ein

$$g=\text{Tangente}(P, f)$$

- 7) Und zuletzt

$$\text{Steigung}(g)$$

- 8) Untersuchen sie nun die Steigung der Tangente an der Stelle 0 für verschiedene Werte von k , indem sie den Schieberegler manipulieren.

Untersuchung von e^{kx+n} in GeoGebra

Gehen sie vor wie oben beschrieben, aber geben sie in Schritt 3) die neue Funktion ein:

$$f(x)=e^{kx+n}$$

Vermutungen überprüfen

- ① Um ihre Vermutungen zu überprüfen kann GeoGebra ihnen die Ableitung der Funktion direkt anzeigen mit der Eingabe

$$\text{Ableitung}(f)$$