Modelo de Equilíbrio Geral

Consumidor

$\max\limits_{c,l} = C^{\beta} l^{1-\beta}$

$s.a.\ C = wN^s$

Contudo, $N^s + l = h$, logo podemos reformular a restrição orçamentária para:

$C = w(h - l)$

Produtor

$\max\limits_{w}\ \pi = AK^{\alpha} N^{1-\alpha} - wN$

Parametros:

$\beta \equiv$ Elasticidade da Utilidade em relação a renda $A \equiv$ Produtividade Total dos Fatores de Produção $K \equiv$ Estoque de Capital Físico $\alpha \equiv$ Elasticidade da Produção em Relação ao Capital $h \equiv$ Total de horas disponíveis

Lagrangeano

$L(C, l, \lambda) = \beta \ln C + (1 - \beta) \ln l - \lambda(C - w(h - l))$

Derivando chegamos a seguites expressões:

$\frac{\delta L}{\delta C} = C = \frac{\beta}{\lambda}$

$\frac{\delta L}{\delta l} = l = \frac{1-\beta}{w\lambda}$

$\frac{\delta L}{\delta \lambda} = C = w(h - l)$

Substituindo os valores de l e C na última equação podemos encontrar que $\lambda = \frac{1}{wh}$ Logo, podemos achar os valores ótimos de C e l .

$C^* = \beta wh$

$l^* = (1 - \beta)h$

Como sabemos que $N^s = h - l^*$, então achamos que $N^s = h\beta$ Todavia, ainda nos falta determinar o valor de w^* que é endogeno.

Produto Marginal do Trabalho

Maximizando o lucro em relação ao trabalho, achamos:

$\frac{\delta \pi}{\delta N} = (1 - \alpha)A(\frac{K}{N})^{\alpha} = w^*$

Como $N^s = N$, então substituindo o valor encontrado nesta equação achamos que:

$w^* = \frac{(1-\alpha)AK^\alpha}{(h\beta)^\alpha}$

Por conseguinte, conseguimos achar, finalmente as expressões ótimas para:

$C^* = A(1-\alpha)(\beta h)^{1-\alpha}K^\alpha$

$l^* = (1-\beta)h$

$N^* = \beta h$

$\lambda = \frac{\beta^\alpha}{(1-\alpha)AK^\alpha h^{1-\alpha}}$