Universidade de Aveiro

Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática

Linguagens Formais e Autómatos + Compiladores

Exame teórico-prático, parte 2 (Ano Letivo de 2018/2019) modelo

NºMec: **Nome:**

1. Sobre o alfabeto $T_1 = \{\texttt{t b z w a o v n}\}$ considere a gramática G_1 dada a seguir e seja L_1 a linguagem por ela descrita.

$$
\begin{array}{lcl}
\text{P} & \rightarrow & \varepsilon \mid \text{X I t P} \mid \text{X b P z P} \\
\text{X} & \rightarrow & \varepsilon \mid \texttt{w}\ \text{C} \\
\text{I} & \rightarrow & \varepsilon \mid \texttt{a} \\
\text{C} & \rightarrow & \text{T} \mid \text{C}\ \texttt{o}\ \text{T} \\
\text{T} & \rightarrow & \texttt{v} \mid \texttt{n}\ \text{T}
\end{array}
$$

[1,5] (a) Mostre que a palavra `a t w n v b z` pertence a L_1.

Optei por fazer uma derivação à esquerda.

P => X I t P => I t P => a t P => a t X b P z P => a t w C b P z P
=> a t w T b P z P => a t w n T b P z P => a t w n v b P z P
=> a t w n v b z P => a t w n v b z

Mas poderia ser com outro tipo de derivação ou com uma árvore de derivação.
A menos que seja pedido de uma forma específica.

[1,5] (b) Considere o conjunto $F = \texttt{first}(X\ I\ \texttt{t}\ P)$.
Das seguintes afirmações, assinale as que são verdadei

[x]	$\texttt{t} \in F$	[ ]	$\texttt{b} \in F$
[x]	$\texttt{w} \in F$	[x]	$\texttt{a} \in F$

first(X I t P) = ?
Aplicando o algoritmo: h = X ; w = I t P
Como h é não terminal e há 2 produções começadas por X
first(X I t P) = first(I t P) U first(w C I t P)
first(I t P) = ?
Aplicando o algoritmo: h = I ; w = t P
Como h é não terminal e há 2 produções começadas por I
first(I t P) = first(t P) U first(a t P)
O first de uma expressão começada por um terminal é o conjunto singular com esse terminal. Logo
first(w C I t P) = {w}
first(t P) = {t}
first(a t P) = {a}
Donde:
first(I t P) = {a t}
first(X I t P) = {a t w}

[1,5] (c) Considere o conjunto $G = \texttt{follow}(T)$.
Das seguintes afirmações, assinale as que são ver

[x]	$\texttt{t} \in G$	[x]	$\texttt{b} \in G$
[ ]	$\texttt{w} \in G$	[x]	$\texttt{a} \in G$

Por definição $ \in follow(S)
follow(T) = ?
- pela produção C -> T, follow(T) contém o follow(C)
follow(C) = ?
- pela produção X -> w C, follow(C) contém o follow(X)
- pela produção C -> C o T, follow(C) contém first(o T) = {o}
follow(X) = ?
- pela produção S -> X I t P, follow(X) contem first(I t P) = {a t}
- pela produção S -> X b P z P, follow(X) contém first(b P z P) = {b}
Logo:
follow(X) = {a b t}, follow(C) = {a b t o}, follow(T) = {a b t o}

[2,0] (d) Considere o conjunto $H = \texttt{predict}(P \rightarrow X\ I\ \texttt{t}\ P)$.
Das seguintes afirmações, assinale as que são verdadeiras.

[x]	$\texttt{t} \in H$	[ ]	$\texttt{b} \in H$
[x]	$\texttt{w} \in H$	[x]	$\texttt{a} \in H$

first(X I t P) = {a t w} (ver 1b)
Como \e \not\in first(X I t P)
predict(P -> X I t P) = {a t w}

[2,0] (e) As produções começadas por P e C tornam a gramática G_1 inadequada à implementação de um reconhecedor descendente com *lookahead* de 1. Altere-a de forma a obter uma equivalente que o permita.

não pode ter prefixos comuns
é preciso resolver
P -> X I t P | X b P z P

não pode ter recursividade à esquerda
é preciso resolver
C -> T | C o T

Removendo os prefixos comuns
P -> \e | X Y
Y -> I t P | b P z P

Analisando a recursividade à esquerda
C => C o T => C o T o T => ... => C (o T)* => T (o T)*

Permite eliminá-la
C -> T Z
Z -> \e | o T Z

2. Considere o alfabeto $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$ e seja L_2 o conjunto de todas as expressões regulares definíveis sobre o alfabeto A. L_2 é uma linguagem independente do contexto definida sobre o alfabeto $T_2 = A \cup \{\mathtt{(}, \mathtt{)}, \mathtt{*}, \mathtt{|}\}$, em que $\mathtt{*}$ é o operador de fecho, $\mathtt{|}$ o operador de escolha e em que o operador de concatenação é implícito. Em termos de precedência, e da mais alta para a mais baixa, estão as operações de fecho, concatenação e escolha. Os parêntesis podem ser usados para alterar a precedência por defeito.

[3,0] (.) Construa uma gramática independente do contexto que represente a linguagem L_2.

De forma a evitar confusões entre o operador | da linguagem e o usado na gramática, usa-e + no lugar do primeiro
Exemplos de palavras aceites pela linguagem:
a*
a+c
ac
(ac)*
((ac|b)*|aa)**

Definição da precedência: uma expressão é uma soma de T, um T é uma concatenação de F, um F é K fechado 0 ou mais vezes, e K é uma letra ou uma expresão entre parêntesis
E = T + T + T ...
T = F F F ...
F = K * * ...
K = N | (E)

Gramática, onde se usa o + em vez do |:

E -> T | E + T
T -> F | T F
F -> K | F *
K -> N | (E)
N -> a | b | c

3. Sobre o alfabeto $T_3 = \{$NUM, BOX, CIRCLE, THICKNESS, COLOR, '{', '}'$\}$, considere a gramática G_3 dada a seguir e seja L_3 a linguagem por ela descrita.

$$
\begin{array}{rcl}
draw & \rightarrow & seq \\
seq & \rightarrow & \varepsilon \\
 & | & seq\ \ item \\
item & \rightarrow & \texttt{COLOR NUM} \\
 & | & \texttt{THICKNESS NUM} \\
 & | & \texttt{CIRCLE}\ point\ \texttt{NUM} \\
 & | & \texttt{BOX}\ point\ \texttt{'\{'}\ \ seq\ \texttt{'\}'} \\
point & \rightarrow & \texttt{NUM NUM}
\end{array}
$$

Considere ainda a coleção de conjunto de itens usada na contrução de um reconhecedor ascendente parcialmente apresentada a seguir, onde $\delta(Z_i, a)$ representa a função de transição de estado.

$Z_0 = \{draw \rightarrow \bullet\ seq\ ,\ seq \rightarrow \bullet\ ,\ seq \rightarrow \bullet\ seq\ \ item\}$

$Z_1 = \delta(Z_0, seq) = \{draw \rightarrow seq \bullet\ ,\ seq \rightarrow seq \bullet\ item\ ,\ item \rightarrow \bullet$ COLOR NUM $,\ item \rightarrow \bullet$ THICKNESS NUM $,$
$item \rightarrow \bullet$ CIRCLE $point$ NUM $,\ item \rightarrow \bullet$ BOX $point$ '{' seq '}'$\}$

$Z_2 = \delta(Z_1, item) = \{seq \rightarrow seq\ item \bullet\}$

$Z_3 = \delta(Z_1,$ COLOR$) = \{item \rightarrow$ COLOR $\bullet$ NUM$\}$

$Z_4 = \delta(Z_1,$ THICKNESS$) = \{item \rightarrow$ THICKNESS $\bullet$ NUM$\}$

$Z_5 = \delta(Z_1,$ CIRCLE$) = \{\cdots\}$

$Z_6 = \delta(Z_1,$ BOX$) = \{\cdots\}$

$Z_7 = \delta(Z_3,$ NUM$) = \{item \rightarrow$ COLOR NUM $\bullet\}$

$Z_8 = \delta(Z_4,$ NUM$) = \{item \rightarrow$ THICKNESS NUM $\bullet\}$

follow(seq) = { $ CO TH CI BO '}' }

[2,0] (a) Preencha as linhas da tabela de reconhecimento (*parsing*) para um reconhecedor ascendente relativamente aos estados Z_0 a Z_4.

	ACTION								GOTO		
	NUM	BOX	CIRCLE	THICKNESS	COLOR	{	}	$	*seq*	*item*	*point*
Z_0		r2	r2	r2	r2		r2	r2	z1		
Z_1		s, z6	s, z5	s, z4	s, z3			accept		z2	
Z_2		r3	r3	r3	r3		r3	r3			
Z_3	s, z7										
Z_4	s, z8										

[2,0] (b) Determine os conjuntos de itens definidores dos estados Z_5, Z_6 e de mais três, além dos apresentados.

Usa-se CI, BO em vez de CIRCLE, BOX

z5 = \d(z1,CI) = { item -> CI . point NUM } U { point -> . NUM NUM }

z6 = \d(z1,BO) = { item -> BO . point '{' seq '}' } U { point -> . NUM NUM }

z9 = \d(z5,point) = {item -> CI point . NUM }

z10 = \d(z5,NUM) = { point -> NUM . NUM }

z11 = \d(z6, point) = { item -> BO point . '{' seq '}' }

este é um adicional, pedido por um aluno

z12 = \d(z11, '{') = { item -> BO point '{' . seq '}' } U
{ seq -> . , seq -> . seq item }

4. Considere novamente a gramática G_3 dada no exercício anterior. Uma palavra na linguagem dada por G_3 descreve um desenho definido por uma sequência das seguintes operações gráficas (*item*):

   - `COLOR NUM`, que permite mudar a cor da caneta de desenho para a dada por `NUM`.
   - `THICKNESS NUM`, que permite mudar a espessura da caneta de desenho para a dada por `NUM`.
   - `CIRCLE` *point* `NUM`, que desenha um circunferência centrada no ponto dado por *point* e com raio dado por `NUM`, usando a caneta de desenho ativa.
   - `BOX` *point* `'{'` *seq* `'}'`, que cria um sub-desenho com um *offset* dado por *point* em relação ao desenho dentro do qual fica. O ponto (0,0) do sub-desenho é o ponto *point* do desenho onde está incluído.

   Apenas o símbolo terminal `NUM` tem um atributo associado, designado v e que representa um número. O símbolo não terminal *point* representa as coordenadas X e Y de um ponto. A configuração inicial do sistema é caraterizada por cor 0, espessura 1 e *offset* (0,0). Finalmente, considere que dispõe da função `drawCircle(x, y, r, c, t)` que desenha uma circunferência centrada no ponto `(x,y)`, com raio `r`, usando uma caneta de desenho com cor `c` e espessura `t`.

[1,5] (a) Trace a árvore de derivação da palavra

`COLOR NUM CIRCLE NUM NUM NUM BOX NUM NUM '{' THICKNESS NUM CIRCLE NUM NUM NUM '}'`

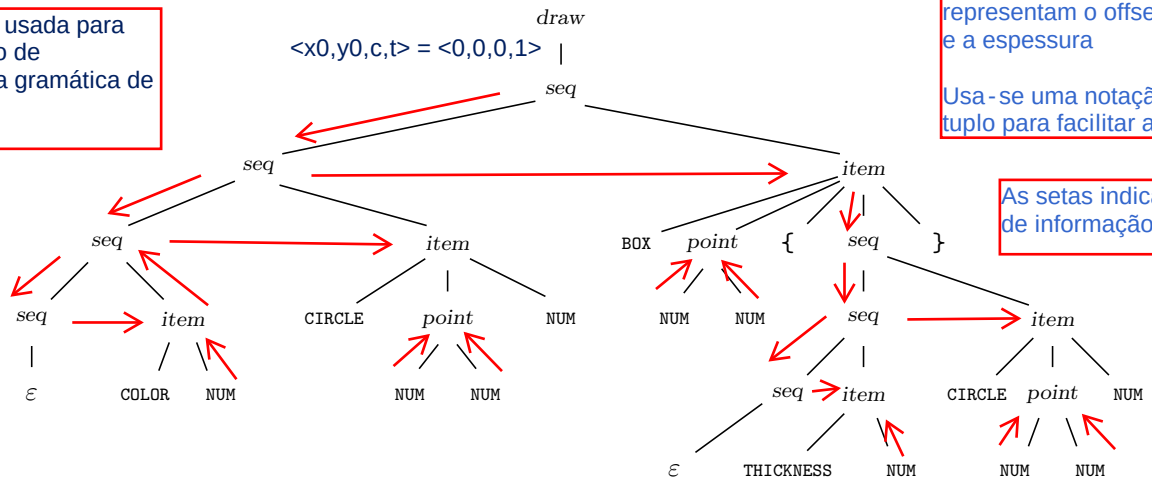
Se quiser, ao traçar a árvore, pode abreviar a designação dos símbolos, desde que isso não afete a interpretação da sua resposta.

Esta árvore é usada para ilustrar o fluxo de informação da gramática de atributos

Associam-se a seq e item 4 atributos <x0,y0,c,t> que representam o offset, a cor e a espessura

Usa-se uma notação em tuplo para facilitar a escrita

As setas indicam o fluxo de informação.



[3,0] (b) Construa uma gramática de atributos que permita invocar a função `drawCircle` de forma adequada para cada circunferência incluída num desenho.

Produção	**Regra semântica**
draw → *seq*	seq.<x0,y0,c,t> = <0,0,0,1>
seq → ε	
seq_1 → seq_2 *item*	seq2.<x0,y0,c,t> = seq1.<x0,y0,c,t> item.<x0,y0,c,t> = seq2.<x0,y0,c,t> seq1.<x0,y0,c,t> = item.<x0,y0,c,t>
item → `COLOR NUM`	item.c = NUM.v
item → `THICKNESS NUM`	item.t = NUM.v
item → `CIRCLE` *point* `NUM`	drawCircle(item.x0+point.x,item.y0+point.y,NUM.v,item.c,item.t);
item → `BOX` *point* `{` *seq* `}`	seq.<x0,y0,c,t> = <item.x0+point.x, item.y0+point.y, item.c, item.t>
point → $\texttt{NUM}_1$ $\texttt{NUM}_2$	point.x = NUM1.v; point.y = NUM2.v

---

`first:`

```
first(α) {
    if (α ∈ T ∨ α = ε) then
        return {α}
    else if (α ∈ N) then
        return  ⋃_{(α→β)∈P} first(β)
    else
        h = head(α)      # com |h| = 1
        β = tail(α)
        if ε ∉ first(h) then
            return first(h)
        else
            return (first(h) − {ε}) ∪ first(β)
}
```

`follow:`

```
foreach X ∈ N
    follow(X) = ∅
$ ∈ follow(S)
do
    if (A → αB) ∈ P then
        follow(B) ⊇ follow(A)
    else        /* (A → αBβ) ∈ P */
        if ε ∈ first(β) then
            follow(B) ⊇ first(β)
        else
            follow(B) ⊇ (first(β) − {ε}) ∪ follow(A)
while <any set changes>
```

`predict:`

$$\texttt{predict}(A \to \alpha) = \begin{cases} \texttt{first}(\alpha) & \varepsilon \notin \texttt{first}(\alpha) \\ (\texttt{first}(\alpha) - \{\varepsilon\}) \cup \texttt{follow}(A) & \varepsilon \in \texttt{first}(\alpha) \end{cases}$$