MATLAB
DOIS EXEMPLOS de aplicação do método de Runge-Kutta de 4ª ordem: as vantagens das funções anónimas

OBS:A implementação em MATLAB pode ser feita, por exemplo, por 1) um ciclo comum ou por 2) um ciclo com recurso a funções anónimas

EXEMPLO 1.

Considere a FUNÇAO y=3 exp(-2 t) e a sua primeira derivada y'=-6 exp(-2 t) ou y'= -2 y. A partir da derivada y' obtenha a solução y por integração numérica, usando um método RK de 4ª ordem.

1.1 Aplicação 'DIRECTA' do MÉTODO de Runge-Kutta

```
clc
close all
clear all

y0=3.0; h=0.1;
t=0:h:2;
N=length(t);

yexact=3*exp(-2.*t); %solucao exata

y(1)=y0;

for k=1:N-1
 k1=-2*y(k);
   y1=y(k)+k1*h/2;
 k2=-2*y1;
   y2=y(k)+k2*h/2;
 k3=-2*y2;
  y3=y(k)+k3*h;
 k4=-2*y3;
  y(k+1)=y(k)+h/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);
end

plot(t,yexact,'*',t,y)
```

OBS: e se tiver duas equações?

Dá muito trabalho e está sujeito a enganos!!!!!

Alternativa?

1.2 Aplicação do MÉTODO de Runge-Kutta por recurso a FUNÇÕES ANÓNIMAS

```
clc
close all
clear all

y0=3; h=0.1;
t=0:h:2; N=length(t);
yexact=3*exp(-2.*t);

y(1)=y0;
```

```
fy=@(y) -2*y; %Função Anónima (Caso particular)

for k=1:N-1
  k1=fy(y(k));
  k2=fy(y(k)+k1*h/2);
  k3=fy(y(k)+k2*h/2);
  k4=fy(y(k)+k3*h);
y(k+1)=y(k)+h/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);
end
```

```
plot(t,yexact,'*',t,y)
```

------------------------------***------------------------------------

OBS: o bloco anterior pode ser substituído por:

```
fy = @(t,y) -2*y;%Função Anónima (CASO GERAL)

     for k=1:N-1
          k1=fy(t(k),y(k));
          k2=fy(t(k)+h/2,y(k)+k1*h/2);
          k3=fy(t(k)+h/2,y(k)+k2*h/2);
          k4=fy(t(k)+h,y(k)+k3*h);
        y(k+1)=y(k)+h/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);
     end
```

VANTAGENS: Se o bloco estiver escrito de modo geral, na implementação de um novo código apenas é necessário a substituição da função anónima.

EXEMPLO 2.

Recorde o problema do oscilador harmónico simples, (OHS), considerado nas aulas. Obtenha o deslocamento por integração numérica da equação do movimento, usando um método RK de 4ª ordem.

Neste caso a equação do movimento escreve-se como :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -Kx$$

Como é uma equação de 2ª ordem, então é equivalente a um sistema de duas equações de 1ª ordem:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v \\ \dfrac{dv}{dt} = -Kx/m \end{cases}$$

(Uma equação de ordem N é equivalente a um sistema de N equações de 1ªordem).

2.1 Aplicação 'DIRECTA' do MÉTODO de Runge-Kutta

```
clc
clear all
close all

% Input
x0=1.0;  % deslocamento inicial  (m)
v0=0.0;  % velocidade inicial  (m/s)

% Parametros
tfin=15; % tempo final de integração (s)
h=0.1;   % passo temporal  (s)

% Constantes do problema
KK=16.0;  % Constante da mola (N/m)
m=1.0;  % massa (kg)
```

```
% Calculos
w=sqrt(KK/m); % frequência angular
w2=KK/m;

% Iniciação das Variaveis
t=0:h:tfin;
N=length(t);  % dimensão do vetor 'variável independente'

x=zeros(N,1);  % construção dovetor variavel dependente x com a mesma dimensão
x(1)=x0;
v=zeros(N,1); ); % construção dovetor variavel dependente v com a mesma dimensão

v(1)=v0;
```

```
for k=1:N-1
%-------------------------r1x---r1v-----
r1x=v(k);
r1v=-KK*x(k)/m;
%-------------------------r2x---r2v-----
x1=x(k)+r1x*h/2;
v1=v(k)+r1v*h/2;
r2x=v1;
r2v=-KK*x1/m;
%-------------------------r3x---r3v-----
x2=x(k)+r2x*h/2;
v2=v(k)+r2v*h/2;
r3x=v2;
r3v=-KK*x2/m;
%-------------------------r4x---r4v-----
x3=x(k)+r3x*h;
v3=v(k)+r3v*h;
r4x=v3;
r4v=-KK*x3/m;
x(k+1)=x(k)+h/6*(r1x+2*r2x+2*r3x+r4x);
v(k+1)=v(k)+h/6*(r1v+2*r2v+2*r3v+r4v);
end
```

```
% SoluÃ§ao analitica
xsa=x0*cos(w*t);

plot(t,x,'r',t,xsa,'*');
```

2.2 Aplicação do MÉTODO de Runge-Kutta por recurso a FUNÇÕES ANÓNIMAS

```
Clc; clear all; close all

% Input
x0=1.0;  % deslocamento inicial  (m)
v0=0.0;  % velocidade inicial  (m/s)


% Parametros
tfin=15;  % tempo final de integração (s)
h=0.1;  % tempo final de integração (s)


% Constantes do problema
KK=16.0;  % Constante da mola (N/m)
m=1.0;  % massa (kg)


% Calculos
w=sqrt(KK/m);  % frequência angular
w2=KK/m;

% Iniciação das Variaveis
t=0:h:tfin;
N=length(t);
x=zeros(N,1);
x(1)=x0;
v=zeros(N,1);
v(1)=v0;

fx = @(V) V;
fv = @(X) -KK*X/m;
```

```
for k=1:N-1          %Funções Anónimas   (Caso particular)

 r1v=fv(x(k));
 r1x=fx(v(k));
 r2v=fv(x(k)+r1x*h/2);
 r2x=fx(v(k)+r1v*h/2);
 r3v=fv(x(k)+r2x*h/2);
 r3x=fx(v(k)+r2v*h/2);
 r4v=fv(x(k)+r3x*h);
 r4x=fx(v(k)+r3v*h);                (Repita para o caso geral!)

 v(k+1)=v(k)+(r1v+2*r2v+2*r3v+r4v)*h/6;
 x(k+1)=x(k)+(r1x+2*r2x+2*r3x+r4x)*h/6;
end
```

```
% SoluÃ§ao analitica,    xsa=x0*cos(w*t);
plot(t,x,'r',t,xsa,'*');
```