Física Computacional

2023/2024

Universidade de Aveiro

Departamento de Física

Trabalho Prático 5

Condução de calor

Introdução

A condução de calor num objeto unidimensional obedece à equação

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{k}{c\rho}\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}$$

onde T é a temperatura, x é a posição, t é o tempo, k é a condutividade térmica do material, c é o seu calor específico e ρ a sua massa volúmica. Esta equação também é conhecida como a equação de difusão do calor.

Problema 5.1

Considere uma barra de cobre de comprimento L = 50 cm, isolada termicamente, exceto nas extremidades, que se encontram ambas em banhos de água e gelo, ou seja, sempre à temperatura de 0 ∘C. Dados: k = 0.93 cal/(s cm ∘C), c = 0.094 cal/(g ∘C), ρ = 8.9 g/cm3.

a) Se a temperatura inicial em toda a barra (exceto nas extremidades) for de 100 ∘C, qual é a evolução da temperatura na barra até ao instante final tf = 500 s? Use o método de Euler. Valores sugeridos: Δx = 0.5 cm e Δt = 0.1 s.
b) Varie Δx e Δt para verificar se se confirma o critério de estabilidade deste método:

$$\eta = \frac{k\Delta t}{c\rho(\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2}$$

c) Quanto tempo demoram os pontos situados a L/4 da extremidade da barra a diminuir a sua temperatura para 50∘ C?

Represente graficamente a evolução da temperatura na barra usando as rotinas do Matlab **`mesh`** e **`contourf.`**

Problema 5.2

Resolva o problema anterior usando o método de Crank–Nicolson.
Para resolver o sistema pode usar:

a) a rotina **`linsolve`**;
b) a rotina **sol_sist_trid**, disponível no moodle, otimizada para o caso em que a matriz é tridiagonal (e só aplicável a esse caso);
c) a rotina de **fatorização LU do Matlab** da seguinte forma:

```
[L,U,P] = lu(A);

y = L\b; % (divisão de matrizes, resolve o sistema Ly = b)

solucao = U\y;
```

onde **`A`** é a matriz do sistema, **`b`** o vetor de elementos independentes e **`lu`** a rotina **LU**.
Neste caso, a matriz fixa $\boldsymbol{A}$ é fatorizada antes do ciclo e as matrizes resultantes são usadas no ciclo para encontrar a solução. (Consulte por ex, R. Burden e J.Faires, *Numerical Analysis*, secção 6.5.).

Problema 5.3

Use o método de Crank–Nicolson para resolver o Problema 5.1 com as seguintes alterações:

a) A temperatura inicial da barra é dada pela expressão:

$$T(x, t = 0) = 50 \sin\left(2\pi \frac{x}{L}\right)$$

b) Use a temperatura inicial da alínea a) e assuma que a metade direita da barra tem um calor específico diferente, c = 0.188 cal/(g ∘C).