FÍSICA COMPUTACIONAL 2022/2023

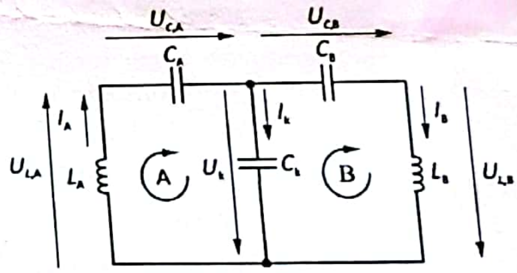
1º Teste Prático de Avaliação Discreta

24 de Março de 2023 **Duração:** 2 horas

Universidade de Aveiro **Departamento de Física**

<u>**Siga o seguinte procedimento**</u>:
• Crie no *desktop* uma pasta com nome dado pelo seu nome, número mecanográfico seguido da sua turma prática (**ASantos888888_P8**, por exemplo).
<u>Guarde os seus *scripts* nessa pasta, **um por alínea**</u>.
• Quando tiver terminado, chame o professor vigilante para recolher o teste.
Em nenhum momento pode fazer login com outra conta.
<u>Não apague</u> o seu teste do *desktop*, mesmo depois de o professor o ter recolhido.

1) (13 val.)



Considere o sistema formado por dois osciladores LC acoplados por um condensador, C_k., cujo circuito está representado esquematicamente na figura.

O sistema é constituído por duas bobinas iguais, com indutâncias $L_A = L_B = L$, e três condensadores de capacidades C_A, C_B, e C_k, respetivamente. $U_{C,A}$,$U_{C,B}$, U_k, e $U_{L,A}$, e $U_{L,B}$ representam as variações do potencial aos terminais de cada condensador, e de cada bobina, respectivamente. Em cada ramo do circuito circula uma corrente, nomeadamente, e da esquerda para a direita, I_A, I_k e I_B. I_k é a corrente de acoplamento, e é igual a $I_A - I_B$.

A partindo-se das leis de Kirchhoff obteve-se o seguinte sistema de equações,

$$\begin{cases} L\dfrac{d^2 I_A}{dt^2} = -\dfrac{1}{C}I_A - \dfrac{1}{C_k}\,(I_A - I_B) \\ L\dfrac{d^2 I_B}{dt^2} = -\dfrac{1}{C}I_B + \dfrac{1}{C_k}\,(I_A - I_B) \end{cases}$$

$$\frac{d^2 I_A}{dt} = -\frac{1}{CL} - \frac{1}{C_k L}(I_A - I_B)$$

$$DI' = -\frac{1}{CL} I_A - \frac{1}{C_k L}(I_A - I_B)$$

$$DI = I_A'$$

Digitalizada com CamScanner

Considere $L = 0.25$ H, $C_A = C_B = C = 10^{-3}$ F, e $C_k = C/\alpha$, com $\alpha = 0.2$.

a) **(2 val.)** Converta o sistema de equações de 2ª ordem num sistema de equações diferenciais de 1ª ordem, como fez nas aulas práticas. Apresente a resolução na sua folha de teste.

b) **(4 val.)** Discretize o sistema obtido em a) de acordo com o método de Euler-Cromer. Apresente os resultados na sua folha de teste.

c) **(4 val.)** Obtenha a solução para um tempo final de integração $t_f = 2$ s, com $h = 0.001$, $I_A(0) = 0.2\ A$, $dI_A/dt\ (0) = 0$, e $I_B(0) = 0\ A$, $dI_B/dt\ (0) = 0$. Represente graficamente as correntes I_A e I_B, em função do tempo, em gráficos distintos.

d) **(1.5 val.)** A solução analítica do sistema é conhecida, e é dada por:

$$I_A = \frac{1}{2}\left(I_{A,0} + I_{B,0}\right)\cos(w_1\, t) + \frac{1}{2}\left(I_{A,0} - I_{B,0}\right)\cos(w_2\, t)$$

$$I_B = \frac{1}{2}\left(I_{A,0} + I_{B,0}\right)\cos(w_1\, t) - \frac{1}{2}\left(I_{A,0} - I_{B,0}\right)\cos(w_2\, t)$$

Em que $I_{A,0} = I_A(0)$, e $I_{B,0} = I_B(0)$. w_1 e w_2 são as frequências angulares próprias do sistema, dadas por: $w_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ e $w_2 = \frac{1}{\sqrt{L\left(\frac{1}{C}+\frac{2}{C_k}\right)^{-1}}}$.

Compare a solução analítica do sistema com a solução numérica obtida em c). Para tal, represente-as em função do tempo nos gráficos obtidos anteriormente. Comente o resultado na sua folha de teste.

e) **(1.5 val.)** Considere agora a soma das soluções numéricas, $I_A + I_B$. Verifique que obtém um sinal periódico com amplitude constante.

Para a soma das soluções obtenha a frequência angular do movimento, ω. Para tal, use a função ***lagr.m*** ou a função intrínseca do Matlab, ***islocalmax***. Compare o valor obtido com os valores de w_1 e w_2. Comente o resultado obtido.

***

2) **(7 val.)** Considere o sistema de equações de Rössler:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -y - z \\ \dfrac{dy}{dt} = x + ay \\ \dfrac{dz}{dt} = b + (x - c)z \end{cases}$$

$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$\frac{dv}{dt} = -Km$$

Em que x, y e z são variáveis e *a*, *b* e *c*, são constantes. Para determinados valores dos parametros *a*, *b* e *c*, o sistema pode apresentar soluções caóticas ('variação irregular').

a) (1 val.) Discretize o sistema obtido de acordo com o método de **Euler implícito**. Apresente os cálculos na sua folha de teste.

b) (2 val) Obtenha a solução para um tempo final de integração $t_f = 100$ s, com h = 0.05, x(0)= y(0)=z(0) = 1. Considere ***a=0.2, b=0.2*** e ***c=1.8.***
Use a função do Matlab ***fsolve***. Escreva a ou as funções **F** na sua folha de teste.
Represente graficamente *x*, y e z em função do tempo, t, e y em função de x, em gráficos distintos, respetivamente.

c) (2 val) Repita a alínea b), mas agora usando o método de Runge-Kutta de 2ªordem, que usou no trabalho nº 3, com a seguinte tabela de Butcher:

$$\begin{array}{c|cc} 0 & & \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \\ \hline & 0 & 1 \end{array}$$

d) (2 val) Repita a alínea b), mas agora use a ***ode45*** do Matlab. Verifique que o sistema pode apresentar um comportamento caótico para ***c=5.7***. Apresente os gráficos pedidos em b) para este caso. Podem ser guardados com extensão .fig. (Por exemplo Figura1A.fig).