- RESUMÃO –
VARIÁVEIS ALEATÓRIAS DISCRETAS

(Probabilidade e Estatística)

Formulário, Dicas e Macetes para a Prova

www.respondeai.com.br

Introdução à Variável Aleatória Discreta

Variáveis Aleatória discretas serão aquelas que assumirão valores finitos ou infinitos enumeráveis.
Exemplos: Lançamentos de dados, número de pessoas que frequentam um restaurante semanalmente, etc.

Função de Probabilidade, $f(x)$.

$$f(x):\ \ x_i \longmapsto p(x_i)$$

Onde x_i são os valores que X pode assumir. Pra esclarecer a notação:

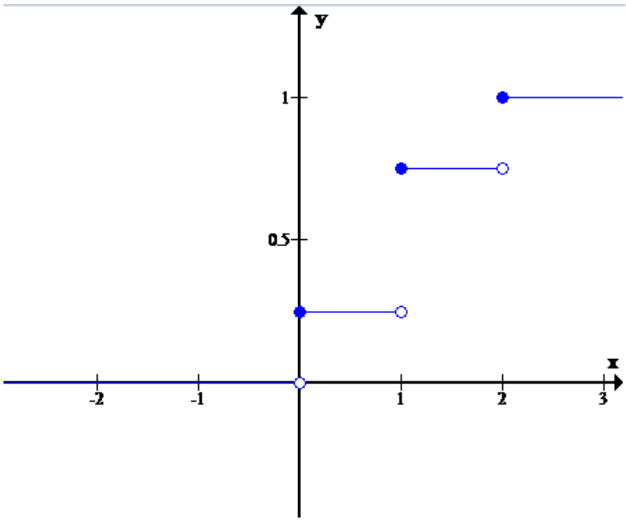
$$p(x_i) = P(X = x_i)$$

Função de Distribuição Acumulada

FDA – Função de Distribuição Acumulada, $F(x)$.

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} p(x_i)$$

Gráfico da Distribuição Acumulada para Variáveis Aleatórias discretas,
Exemplo:



Medidas de Dispersão

O valor médio ou valor esperado de X, que chamaremos de $E(X) \rightarrow esperança\ de\ X$, pode ser calculado da seguinte forma:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i . p(x_i)$$

$E(X)$ é considerado uma medida de centralidade.

<u>Variância</u> – $Var(X)$ ou σ^2:

$$Var(X) = \sum_{i=1}^{n} [x_i - E(X)]^2 \times p_i$$

<u>Desvio padrão</u> – $DP(X)$ ou σ:

$$DP(X) = \sqrt{Var(X)}$$

<u>Coeficiente de variação</u> ou $CV(X)$.

$$CV(X) = \frac{DP(X)}{E(X)}$$

Função de uma Variável Aleatória Discreta

Esperança e variância de uma constante

Se c é uma constante,

$$E(c) = c \quad e \quad Var(c) = 0$$

Linearidade da esperança

Seja X uma v.a., e $Y = aX + b$, com a e b quaisquer reais. Então:

$$E(Y) = E(aX + b) = a.E(X) + b$$

Variância de $aX + b$

Sendo a e b reais,

$$Var(aX + b) = a^2.Var(X)$$

Desvio padrão de $aX + b$

Sendo a e b reais,

$$DP(aX + b) = |a|.DP(X)$$

Distribuição Bernoulli e Binomial

Distribuição Bernoulli

Nesse tipo de distribuição serão dois resultados possíveis:

- SUCESSO ou S, representado por 1
- FRACASSO ou F, representado por 0

E diremos que:

$$P(\text{sucesso}) = p$$
$$P(\text{fracasso}) = 1 - p$$

Ou seja:

$$P(X = 1) = p \; e \; P(X = 0) = 1 - p$$

E suas respectivas esperança e variância:

$$E(X) = p$$
$$Var(X) = p(1 - p)$$

Distribuição Binomial

Nesse tipo de distribuição contaremos o número de sucessos dado que sabemos o número de tentativas (n). Ou seja, estamos repetindo um experimento de Bernoulli n vezes.

A função de probabilidade da Binomial é:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k} \;, \quad k = 0,1,2,\ldots,n$$
$$k = \text{número de sucessos que queremos}$$

Notação: Usamos,

$$X \sim \text{Bin}(n, p)$$

Para indicar que X segue o modelo Binomial com $P(\text{sucesso}) = p$ e n repetições.

E suas respectivas esperança e variância:

$$E(X) = np$$
$$\text{Var}(X) = np(1 - p)$$

Dica: Usaremos Binomial sempre que a gente tiver um mesmo experimento sendo repetido n vezes, com:

- Repetições independentes;
- Apenas 2 possibilidades: sucesso ou fracasso;
- Probabilidade p de sucesso constante.

Distribuição Pascal

Nesse tipo de distribuição representará o n° de tentativas (k) para acontecer o *r-ésimo* sucesso. E seguirá a distribuição **Pascal**.

$$P(X = k) = \binom{k-1}{r-1} . p^r . (1-p)^{k-r}$$

E suas respectivas esperança e variância:

$$E(X) = \frac{r}{p} \qquad Var(X) = \frac{r(1-p)}{p^2}$$

Distribuição Geométrica

Nesse tipo de distribuição o experimento **se repetirá até que se obtenha o primeiro sucesso.**

$$P(X = k) = p(1-p)^{k-1}$$

Notação: Se uma v.a. segue a distribuição geométrica a gente pode escrever:

$$X \sim G(p) \quad ou \quad X \sim Geom(p)$$

E suas respectivas esperança e variância:

$$E(X) = \frac{1}{p} \qquad Var(X) = \frac{(1-p)}{p^2}$$

Distribuição Hipergeométrica

Nesse tipo de distribuição o experimento ocorrerá sempre que a gente tiver um amostra com n elementos, retirados **sem reposição**, e quisermos a probabilidade dessa amostra conter k elementos com determinada característica.

$$P(X = k) = \frac{\binom{r}{k} . \binom{N-r}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Onde:

$$N \rightarrow n° \ total \ de \ elementos$$
$$n \rightarrow n° \ de \ elementos \ da \ nossa \ amostra$$
$$r \rightarrow n° \ inicial \ de \ elementos \ com \ a \ característica \ requerida$$
$$k \rightarrow n° \ de \ elementos \ que \ a \ gente \ quer \ na \ nossa \ amostra \ com \ a \ tal \ característica$$

Notação: usamos $X \sim H(p)$, onde $p = \frac{r}{N}$

E suas respectivas esperança e variância:

$$E(X) = np \qquad Var(X) = np(1-p)\frac{N-n}{N-1}$$

Distribuição Poisson

Nesse tipo de distribuição veremos a probabilidade do n° de sucessos dentro de um determinado intervalo de tempo, distância, área, volume ou coisas do tipo.

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}.\lambda^k}{k!} \qquad k = 0,1,2,\dots$$

Notação: Usamos,

$$X \sim \text{Poisson}(\lambda)$$

Para indicar que a v.a. X tem distribuição de Poisson com parâmetro λ.

E suas respectivas esperança e variância:

$$E(X) = \lambda$$

$$\text{Var}(X) = \lambda$$