



DEPARTAMENTO DE FÍSICA
UNIVERSIDADE DE AVEIRO

Modelação de Sistemas Físicos

Ano Académico 2020/2021 - 2º Semestre

1º TESTE – Tipo e de Treino

Parte Cálculo Computacional-Numérico

Data: 27 ABRIL 2021

Hora: 16H30

Duração: ¾ hora

Disciplina: 41769

Cotação: 1) $1 + 1.5 + 1.5 + 1 = 5$ valores

2) $2 + 1.5 + 1.5 = 5$ valores

NOTE:

- Responda às perguntas, **justificando-as, na vossa folha de prova**
- Indique claramente o sistema de eixos usado.
- Esboce os gráficos, indicando univocamente os pontos importantes. Se gravar as figuras, salve-as em formato png.
- Na vossa folha de prova indique os métodos, os algoritmos, passos, ... usados.
- Os ficheiros devem ser copiados para a caneta de memória do docente presente na sala com o nome e número do aluno (para poderem ser consultados quando o docente tiver dúvidas durante a correção).
- Tem de usar o seu computador portátil. Pode (e deve) usar os seus programas, assim como outros programas que tenha obtido.

As respostas não podem ser escritas a lápis

Justifique todas as respostas

1. O período de oscilação de uma massa, M , presa a uma mola foi medido para massas diferentes. As medições efetuadas estão registadas na seguinte tabela:

M (kg)	T (s)
0,15	1,21
0,20	1,40
0,16	1,26
0,11	1,05
0,25	1,60
0,32	1,78
0,40	2,00
0,45	2,11
0,50	2,22
0,55	2,33

- Apresente estas medições num gráfico. A analisar o gráfico, a relação entre o período de oscilação e a massa é linear?
- Apresente as medições num gráfico log-log. Qual a dependência entre a quantidade período e massa?
- Considerando a relação entre o período e a massa descoberta na alínea anterior, transforme as quantidades de modo a obter um gráfico que apresente uma relação linear. Encontre o declive, a ordenada na origem, os erros respetivos e o coeficiente de determinação. É um bom ajuste?
- Calcule a constante elástica, definida como $K = 2\pi \frac{M}{T^2}$ (o que equivale a se ter $T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}}$).

2. Numa partida de ténis, muitas vezes a bola é batida de modo a adquirir rotação, num eixo horizontal e perpendicular à velocidade. Calcule a trajetória da bola, quando parte da posição inicial $(-10,1,0)$ com a velocidade 130 km/h, a fazer um ângulo de 10° com a horizontal e no sentido positivo dum eixo horizontal OX, sendo OY eixo vertical. A bola de ténis tem a massa 57 g, o diâmetro 67 mm e no ar tem a velocidade terminal 100 km/h. Calcule a altura máxima e o alcance (quando bate em $y = 0$ da trajetória da bola, quando

a) A rotação é nula.

b) A rotação é descrita por $\vec{\omega} = (0, 0, +100)$ rad/s

c) A rotação é descrita por $\vec{\omega} = (0, 0, -100)$ rad/s

As forças aplicadas à bola de ténis são o seu peso, a força de resistência do ar e, em rotação, a força de Magnus.

A densidade do ar é $\rho_{ar} = 1.225 \text{ kg/m}^3$

Formulário:

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt}$$

$$a_x(t) = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$v_x(t + \delta t) = v_x(t) + \left. \frac{dv_x}{dt} \right|_t \delta t + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2v_x}{dt^2} \right|_t \delta t^2 + \frac{1}{3!} \left. \frac{d^3v_x}{dt^3} \right|_t \delta t^3 + o(\delta t^4)$$

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

$$\vec{F}_{res} = -m D |\vec{v}| \vec{v} \quad \vec{F}_{Magnus} = \frac{1}{2} A \rho_{ar} r \vec{\omega} \times \vec{v}$$

$$\vec{F}_{grav} = -G \frac{m M}{|\vec{r}|^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad \vec{F}_{elástica} = -k \vec{r}$$

$$\vec{F}_{elet} = -k \frac{q Q}{|\vec{r}|^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad \vec{F}_{elet} = q \vec{E}_{elet}$$

Grandezas físicas e conversões:

$$1 \text{ polegada} = 1 \text{ in} = 0,39370 \text{ m}$$

$$1 \text{ pé} = 1 \text{ ft} = 2,54 \text{ m}$$

$$1 \text{ milha} = 1,609344 \text{ km}$$

$$1 \text{ cv} = 735,4975 \text{ W}$$

$$1 \text{ hp} = 745,715 \text{ W}$$

$$M_{Sol} = M = 1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$1 \text{ AU} = 1.489 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$1 \text{ ano} = 365,24 \text{ dias}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2) = 4\pi^2 \text{ AU}^3/(\text{M} \cdot \text{ano}^2)$$

$$g = 9,80 \text{ m/s}^2$$

$$c = 299792,458 \text{ km/s} = 2,99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$k_B = 1.380649 \times 10^{-23} \text{ J/K} = 8.61733 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$$

$$\epsilon_0 = 8,854187817 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,98755188 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

$$m_e = 9,10938356 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_p = 1,67262 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1836.151 m_e$$

$$m_n = 1,67493 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$$

$$e = 1,602176208 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$e/c = 5,34428 \times 10^{-28} \text{ C} \cdot \text{m/s}$$

Grandezas matemáticas e Transformações Trigonométricas:

$$e = 2,71828183$$

$$\pi = 3,14159265$$

$$\operatorname{sen}(-x) = -\operatorname{sen}(x) \quad \operatorname{sen}(\pi - x) = \operatorname{sen}(x) \quad \operatorname{sen}\left(x \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm \cos(x)$$

$$\cos(-x) = +\cos(x) \quad \cos\left(x \pm \frac{\pi}{2}\right) = \mp \operatorname{sen}(x)$$

$$\operatorname{sen}(x \pm y) = \operatorname{sen} x \cos y \pm \cos x \operatorname{sen} y \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \operatorname{sen} x \operatorname{sen} y$$

$$\operatorname{sen} x \cos y = \frac{1}{2} [\operatorname{sen}(x + y) + \operatorname{sen}(x - y)]$$

$$\cos x \operatorname{sen} y = \frac{1}{2} [\operatorname{sen}(x + y) - \operatorname{sen}(x - y)]$$

$$\operatorname{sen} x \operatorname{sen} y = \frac{1}{2} [\cos(x - y) - \cos(x + y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x - y) + \cos(x + y)]$$

$$\operatorname{sen}^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x$$

$$\operatorname{sen} x \pm \operatorname{sen} y = 2 \cos\left(\frac{x \mp y}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{x \pm y}{2}\right)$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) \quad \cos x - \cos y = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{x+y}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{x-y}{2}\right)$$