

Centro de gravedad: Punto de aplicación de la resultante de las fuerzas de gravedad que actúan sobre todas las partes de un cuerpo, en el cual dichas fuerzas producen un $m_R = 0$.

Centro de masa: Punto donde se supone concentrada toda la masa de un cuerpo y que depende de la distribución de su materia.

Centroide: Posición media aritmética de todos los puntos en la forma geométrica, es decir, el punto donde se supone concentrada toda el volumen o el área del cuerpo.

El centro de gravedad coincide con el centro de masa y con el centroide cuando el cuerpo está en un campo gravitatorio uniforme y tiene densidad uniforme.

El centro de gravedad se calcula como:

$$\bar{x}_g = \frac{\int x dW}{\int dW} \quad \text{y} \quad \bar{y}_g = \frac{\int y dW}{\int dW}$$

Teniendo en cuenta que $dW = \rho g dV$, donde:

dW : diferencial de peso

ρ : densidad

dV : diferencial de volumen

g : gravedad.

Reemplazando:

$$\bar{x}_g = \frac{\int x \rho g dV}{\int \rho g dV}$$

$$\bar{y}_g = \frac{\int y \rho g dV}{\int \rho g dV}$$

Si ρ y g
son constante

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_g = \frac{\cancel{\rho g} \int x dV}{\cancel{\rho g} \int dV} \\ \bar{y}_g = \frac{\cancel{\rho g} \int y dV}{\cancel{\rho g} \int dV} \end{array} \right.$$

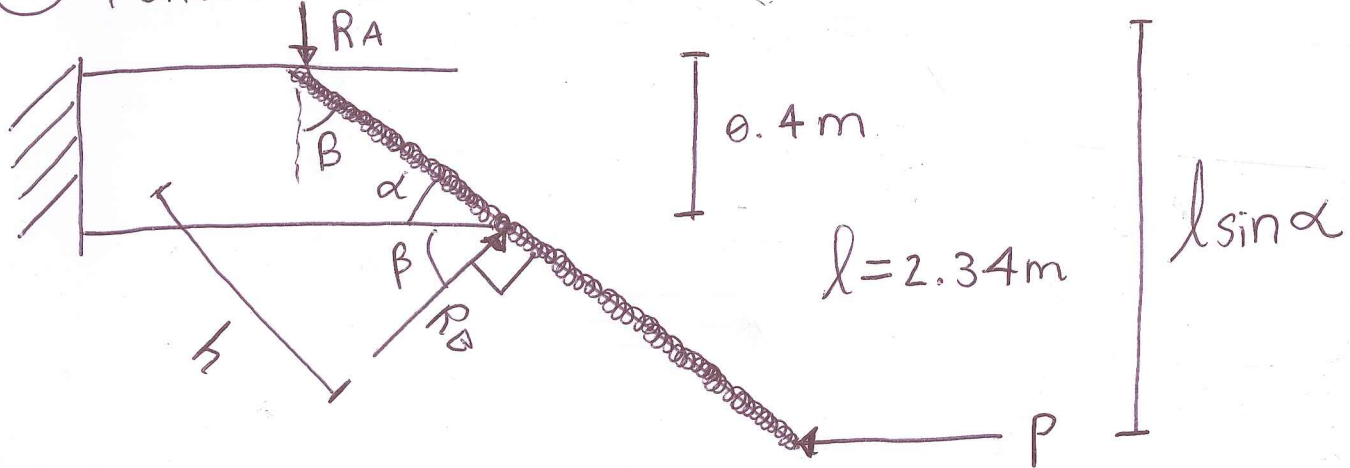
Es decir, llegamos a las ecuaciones de centroide:

$$\bar{X} = \frac{\int x dV}{\int dV}$$

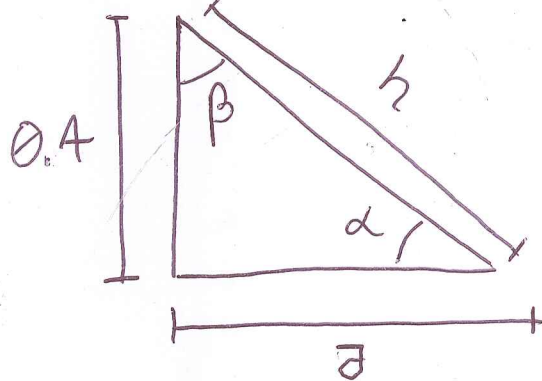
$$\text{y} \quad \bar{Y} = \frac{\int y dV}{\int dV}$$



② Tenemos el DCL:



Los ángulos:



• Por pitágoras:

$$h = \sqrt{0.4^2 + p^2}$$

$$h = \sqrt{0.16 + p^2}$$

Del triángulo:

$$* \sin \alpha = \cos \beta = \frac{0.4}{h}$$

$$* \cos \alpha = \sin \beta = \frac{p}{h}$$

• Hacemos $\sum F_x = 0$

$$0 = R_B \cos \beta - P$$

despejamos R_B :

$$R_B = \frac{P}{\cos \beta} = \left(\frac{P}{\frac{0.4}{h}} \right) = \boxed{\frac{Ph}{0.4} = R_B} \quad (1)$$

• Hacemos $\sum M_A = 0$

$$0 = R_B h - p l \sin \alpha$$

$$0 = R_B h - p(2.34) \left(\frac{0.4}{h} \right)$$

$$0 = R_B h - \frac{0.936 P}{h}$$

} Acá se aplica el concepto de fuerza por distancia perpendicular.

despejamos R_B :

$$\boxed{R_B = \frac{0.936 P}{h^2}} \quad (2)$$

Iguualamos (1) y (2) : $R_B = R_B$

$$\frac{Ph}{0.4} = \frac{0.936 P}{h^2}$$

$$h^3 = 0.3744 \longrightarrow h = 0.7207 \text{ m}$$

Como $h = \sqrt{0.16 + d^2}$

$$0.7207 = \sqrt{d^2 + 0.16}$$

$$d^2 = 0.7207^2 - 0.16$$

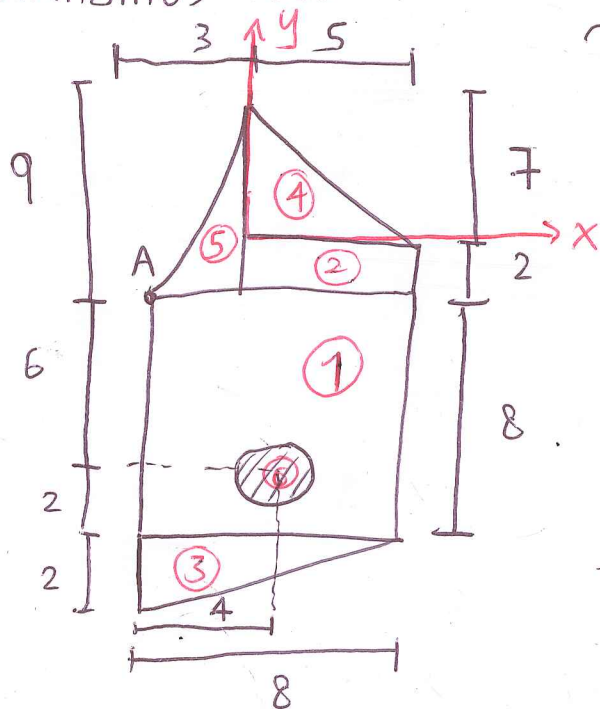
$$d^2 = 0.3595$$

$$d = 0.6m$$

Para que haya equilibrio d debe ser $0.6m$

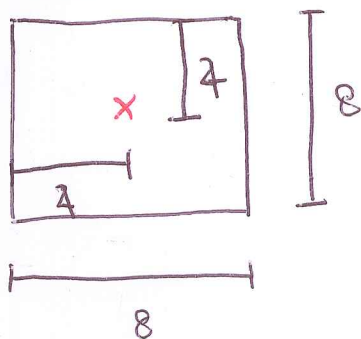
3

• Determinamos las dimensiones:



- La parábola aumenta en y : 9m gracias a $x^2 = (3)^2 = 9$
- La pendiente de la recta es $-\frac{7}{5}$, es decir, por cada 5 que aumenta en x , disminuye 7 en y .

• Figura 1

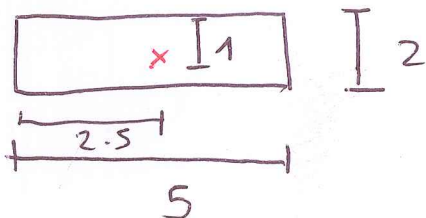


$$x_1 = 4 - 3 = 1m$$

$$y_1 = -4 - 2 = -6m$$

$$A_1 = (8)(8) = 64m^2$$

• Figura 2

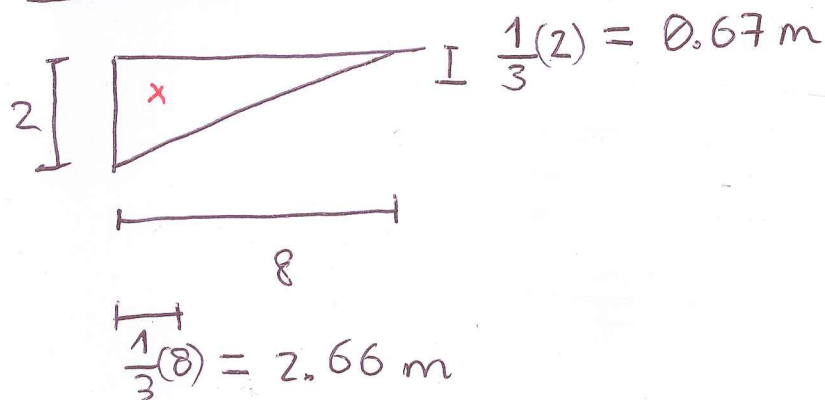


$$x_2 = 2.5m$$

$$y_2 = -1m$$

$$A_2 = (2)(5) = 10 m^2$$

• Figura 3

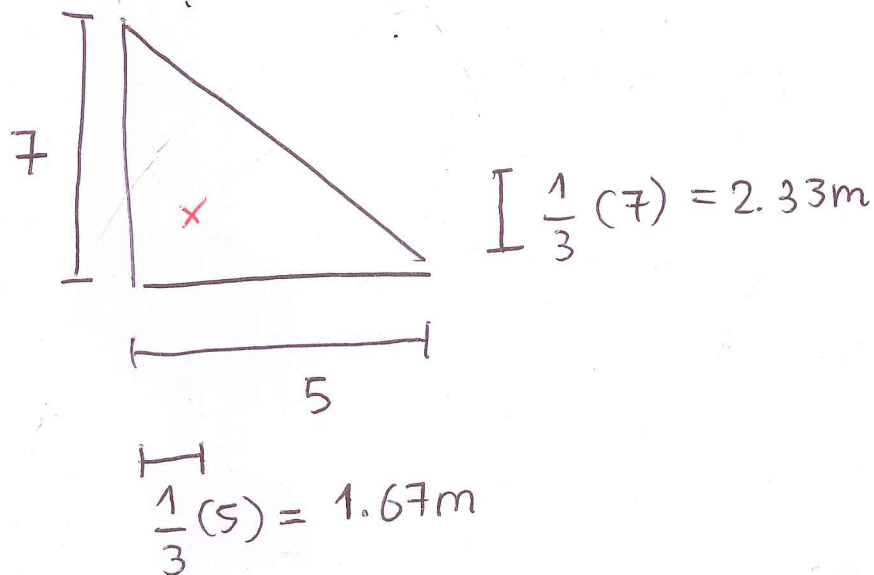


$$x_3 = 2.66 - 3 = -0.33 \text{ m}$$

$$y_3 = -10 - 0.67 = -10.67 \text{ m}$$

$$A_3 = \frac{(2)(8)}{2} = 8 \text{ m}^2$$

• Figura 4

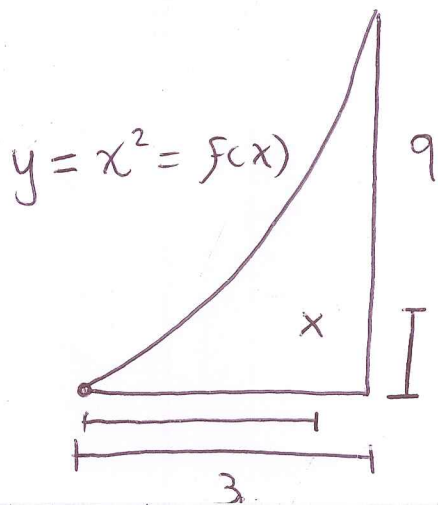


$$x_4 = 1.67 \text{ m}$$

$$y_4 = 2.33 \text{ m}$$

$$A_4 = \frac{(5)(7)}{2} = 17.5 \text{ m}^2$$

• Figura 5



$$x_5 = \frac{\int_0^3 x f(x) dx}{\int_0^3 f(x) dx} - 3$$

$$y_5 = \frac{\int_0^3 f(x)^2 dx}{2 \int_0^3 f(x) dx} - 2$$

$$A_5 = \int_0^3 f(x) dx$$

$$\left. \begin{aligned} \int_0^3 x f(x) dx &= \int_0^3 x^3 dx \\ &= \frac{1}{4} x^4 \Big|_0^3 = \frac{81}{4} \\ \int_0^3 f(x)^2 dx &= \int_0^3 x^4 dx \\ &= \frac{1}{5} x^5 \Big|_0^3 = \frac{243}{5} \\ \int_0^3 f(x) dx &= \int_0^3 x^2 dx \\ &= \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^3 = \frac{27}{3} = 9 \end{aligned} \right\}$$

$$x_5 = \frac{81/4}{9} - 3 = -0.75 \text{ m}$$

$$y_5 = \frac{243/5}{2(9)} - 2 = 0.7 \text{ m}$$

$$A_5 = 9 \text{ m}^2$$

• Figura 6 (hueco)



$$x_6 = 1 \text{ m}$$

$$y_6 = -6 \text{ m} - 2 \text{ m} = -8 \text{ m}$$

$$A_6 = -\pi (1.5)^2 = -7.07 \text{ m}^2$$

Tabulando:

	x_i	y_i	A_i	$A_i x_i$	$A_i y_i$
①	1	-6	64	64	-384
②	2.5	-1	10	25	-10
③	-0.33	-10.67	8	-2.67	-85.33
④	1.67	2.33	17.5	29.17	40.83
⑤	-0.75	0.7	9	-6.75	6.3
⑥	1	-8	-7.07	-7.07	56.55

$$A = \sum A_i = 101.43 \text{ m}^2$$

$$Q_y = \sum A_i x_i = 101.68 \text{ m}^3$$

$$Q_x = \sum A_i y_i = -375.65 \text{ m}^3$$

$$\bar{x} = \frac{Q_y}{A} = \frac{101.68 \text{ m}^3}{101.43 \text{ m}^2} = 1.00 \text{ m}$$

$$\bar{y} = \frac{Q_x}{A} = \frac{-375.65 \text{ m}^3}{101.43 \text{ m}^2} = -3.70 \text{ m}$$

El centroide de la figura respecto a los ejes x y y está en: $(1.00 \text{ m}, -3.70 \text{ m})$