Centro de gravedad: Punto de aplicación de la resultante de las fuerzas de gravedad que actúan sobre todas las partes de un cuerpo, en el cual dichas fuerzas producen un $m_R = 0$.

Centro de masa: Punto donde se supone concentrada toda la masa de un cuerpo y que depende de la distribución de su materia.

Centroide: Posición media aritmética de todos los puntos en la forma geométrica, es decir, el punto donde se supone concentrada toda el volumen o el área del cuerpo.

El centro de gravedad coincide con el centro de masa y con el centroide cuando el cuerpo está en un campo gravitatorio uniforme y tiene densidad uniforme.

El centro de gravedad se calcula como:

$$\overline{x_g} = \frac{\int x\, dW}{\int dW} \quad \text{y} \quad \overline{y_g} = \frac{\int y\, dW}{\int dW}$$

Teniendo en cuenta que $dW = \rho g\, dV$, donde:

dW: diferencial de peso

ρ: densidad

dV: diferencial de volumen

g: gravedad.

Reemplazando:

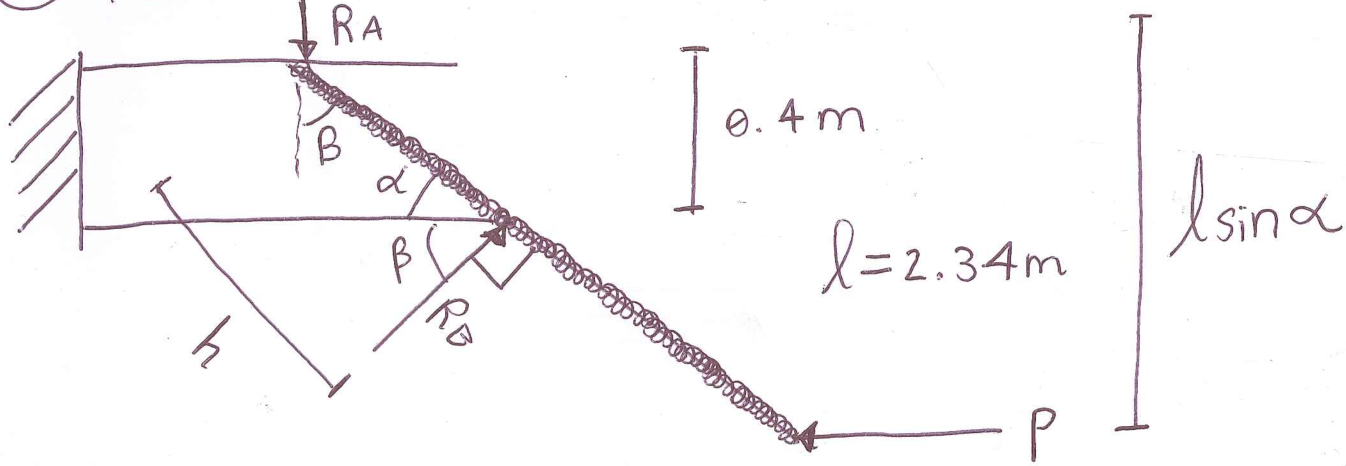
$$\left.\begin{aligned} \overline{x_g} &= \frac{\int x \rho g\, dV}{\int \rho g\, dV} \\ \overline{y_g} &= \frac{\int y \rho g\, dV}{\int \rho g\, dV} \end{aligned}\right\} \text{Si } \rho \text{ y } g \text{ son constante} \rightarrow \left\{\begin{aligned} \overline{x_g} &= \frac{\cancel{\rho g}\int x\, dV}{\cancel{\rho g}\int dV} \\ \overline{y_g} &= \frac{\cancel{\rho g}\int y\, dV}{\cancel{\rho g}\int dV} \end{aligned}\right.$$

Es decir, llegamos a las ecuaciones de centroide:

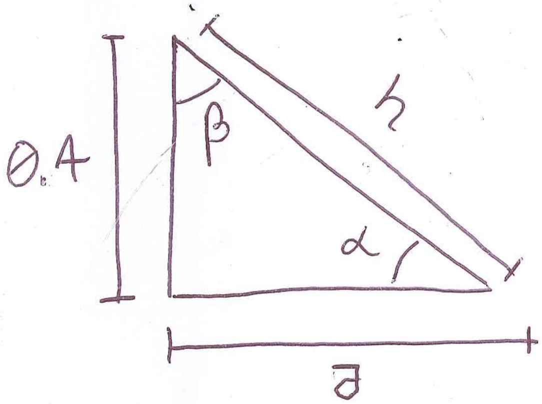
$$\overline{X} = \frac{\int x\, dV}{\int dV} \quad \text{y} \quad \overline{y} = \frac{\int y\, dV}{\int dV}$$

$\boxed{\checkmark}$

② Tenemos el DCL:



Los ángulos:



- Por pitágoras:

$$h = \sqrt{0.4^2 + a^2}$$

$$\boxed{h = \sqrt{0.16 + a^2}}$$

Del triángulo:

* $\sin\alpha = \cos\beta = \dfrac{0.4}{h}$

* $\cos\alpha = \sin\beta = \dfrac{a}{h}$

- Hacemos $\sum F_x = 0$

$$0 = R_B \cos\beta - P$$

despejamos R_B:

$$R_B = \frac{P}{\cos\beta} = \frac{P}{\left(\frac{0.4}{h}\right)} = \boxed{\frac{Ph}{0.4} = R_B} \quad (1)$$

- Hacemos $\sum M_A = 0$

$$0 = R_B h - P l \sin\alpha$$

$$0 = R_B h - P(2.34)\left(\frac{0.4}{h}\right)$$

$$0 = R_B h - \frac{0.936 P}{h}$$

Acá se aplica el concepto de fuerza por distancia perpendicular.

despejamos R_B:

$$\boxed{R_B = \frac{0.936 P}{h^2}} \quad (2)$$

Igualamos (1) y (2): $R_B = R_B$

$$\frac{\cancel{P}h}{0.4} = \frac{0.936\cancel{P}}{h^2}$$

$$h^3 = 0.3744 \longrightarrow h = 0.7207 \text{ m}$$

Como $h = \sqrt{0.16 + a^2}$

$$0.7207 = \sqrt{a^2 + 0.16}$$

$$a^2 = 0.7207^2 - 0.16$$

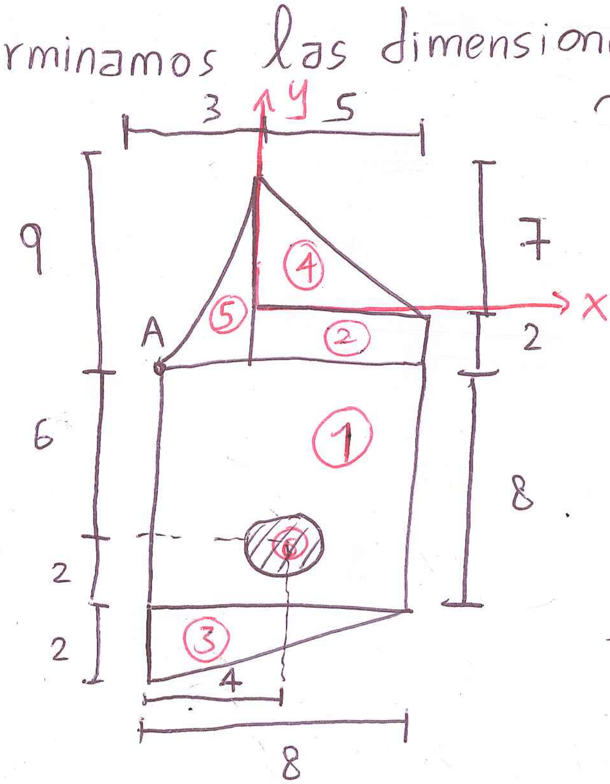
$$a^2 = 0.3595$$

$$\boxed{a = 0.6m}$$

Para que halla equilibrio a debe ser $0.6m$

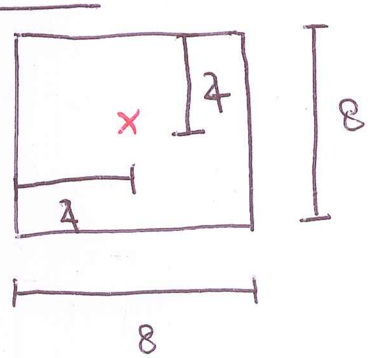
3

- Determinamos las dimensiones:



- La parábola aumenta en y: 9m gracias a $x^2=(3)^2=9$
- La pendiente de la recta es $-\frac{7}{5}$, es decir, por cada 5 que aumenta en x, disminuye 7 en y.

- Figura 1

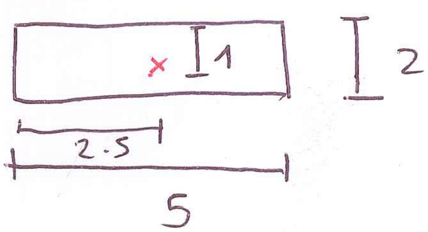


$x_1 = 4 - 3 = 1m$

$y_1 = -4 - 2 = -6m$

$A_1 = (8)(8) = 64m^2$

- Figura 2

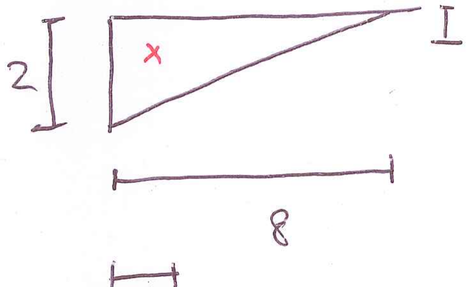


$x_2 = 2.5m$

$y_2 = -1m$

$A_2 = (2)(5) = 16\ m^2$

- Figura 3



$\frac{1}{3}(2) = 0.67\,m$

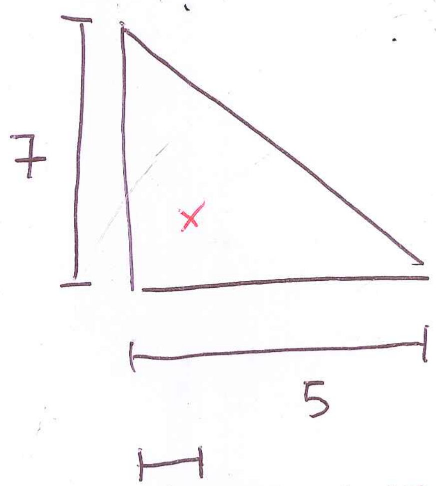
$\frac{1}{3}(8) = 2.66\,m$

$X_3 = 2.66 - 3 = -0.33\,m$

$Y_3 = -10 - 0.67 = -10.67\,m$

$A_3 = \frac{(2)(8)}{2} = 8\,m^2$

- Figura 4



$\frac{1}{3}(7) = 2.33\,m$

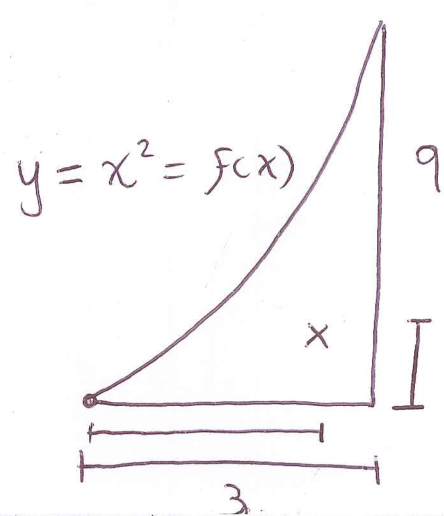
$\frac{1}{3}(5) = 1.67\,m$

$X_4 = 1.67\,m$

$Y_4 = 2.33\,m$

$A_4 = \frac{(5)(7)}{2} = 17.5\,m^2$

- Figura 5



$$X_5 = \frac{\int_0^3 x f(x)\,dx}{\int_0^3 f(x)\,dx} - 3$$

$$Y_5 = \frac{\int_0^3 f(x)^2\,dx}{2\int_0^3 f(x)\,dx} - 2$$

$$A_5 = \int_0^3 f(x)\,dx$$

$$\int_0^3 x f(x)\,dx = \int_0^3 x^3\,dx = \frac{1}{4}x^4\Big|_0^3 = \frac{81}{4}$$

$$\int_0^3 f(x)^2\,dx = \int_0^3 x^4\,dx = \frac{1}{5}x^5\Big|_0^3 = \frac{243}{5}$$

$$\int_0^3 f(x)\,dx = \int_0^3 x^2\,dx = \frac{1}{3}x^3\Big|_0^3 = \frac{27}{3} = 9$$

$$x_5 = \frac{81/4}{9} - 3 = -0.75\,m$$

$$y_5 = \frac{243/5}{2(9)} - 2 = 0.7\,m$$

$$A_5 = 9\,m^2$$

- <u>Figura 6</u> (hueco)

$$x_6 = 1\,m$$

$$y_6 = -6\,m - 2\,m = -8\,m$$

$$A_6 = -\pi(1.5)^2 = -7.07\,m^2$$

Tabulando:

	x_i	y_i	A_i	$A_i x_i$	$A_i y_i$
1	1	-6	64	64	-384
2	2.5	-1	10	25	-10
3	-0.33	-10.67	8	-2.67	-85.33
4	1.67	2.33	17.5	29.17	40.83
5	-0.75	0.7	9	-6.75	6.3
6	1	-8	-7.07	-7.07	56.55

$$A = \sum A_i = 101.43\ m^2$$

$$Q_y = \sum A_i x_i = 101.68\ m^3$$

$$Q_x = \sum A_i y_i = -375.65\ m^3$$

$$\bar{x} = \frac{Q_y}{A} = \frac{101.68\ m^3}{101.43\ m^2} = 1.00\ m$$

$$\bar{y} = \frac{Q_x}{A} = \frac{-375.65\ m^3}{101.43\ m^2} = -3.70\ m$$

El centroide de la figura respecto a los ejes x y y está en: (1.00m, -3.70m)