

Universidad Nacional de Colombia  
Sede Manizales  
Mecánica tensorial  
Primer examen parcial (10 %)  
Lunes 27 de febrero de 2023  
**Solución**

De forma detallada, responda las siguientes preguntas:

(1) De la matriz:  $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

(a) [25 %] Calcular sus valores propios.

- \* [+1.25] Si exponía de forma detalla la aplicación de la ecuación  $\det(\underline{A} - \lambda \underline{I}) = 0$ . Luego, llegar al polinomio característico:  $\lambda^2 - 4\lambda + 3 = 0$ ; y mostrar cómo llegar a las raíces del polinomio:  $\lambda_1 = 3$  y  $\lambda_2 = 1$ .
- \* [-0.25] Si las ecuaciones están incompletas.
- \* [-0.55] Si se presentan ecuaciones y resultados completamente sin contexto, o sin procedimiento claro.

(b) [25 %] Calcular sus vectores (unitarios) propios.

- \* [+1.25] Concluir paso a paso y de forma detallada que  $\underline{v}_1 = \pm \left[ \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2} \right]^T = \pm [0.7171, -0.7071]^T$  es el vector propio unitario asociado a  $\lambda_1 = 3$  y que  $\underline{v}_2 = \pm \left[ \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right]^T = \pm [0.7171, 0.7071]^T$  es el vector propio unitario asociado a  $\lambda_2 = 1$ .
- \* [-0.55] Si no se calculan los vectores unitarios correspondientes.
- \* [-0.55] Si se presentan ecuaciones y resultados completamente sin contexto, o sin procedimiento claro.

(2) Dado un plano que pasa por el punto  $A = (4, 2, -5)$  y tiene un vector normal  $\underline{n} = (2, 1, 5)$ :

(a) [15 %] Calcular la ecuación de dicho plano.

- \* [+0.75] Usando la ecuación del plano, paso a paso y de forma detallada, concluir que la ecuación es  $2x + y + 5z = -15$ .
- \* [-0.35] Si se presentan ecuaciones y resultados completamente sin contexto, o sin procedimiento claro.

(b) [15 %] Verificar si el punto  $B = (1, -2, -3)$  pertenece a dicho plano.

- \* [+0.75] Usando la ecuación  $2x + y + 5z = -15$ , reemplazando los valores del punto, concluir que sí pertenece al plano.

(c) [20 %] Hallar un vector otogonal a  $\underline{AB}$  y a  $\underline{n}$ .

- \* [+1.00] Si calcula de forma detallada mediante el producto cruz:  $\underline{AB} \times \underline{n}$  el vector:  $(-22, 19, 5)^T$  o cualquiera paralelo a él.
- \* [-0.50] Si se presentan ecuaciones y resultados completamente sin contexto, o sin procedimiento claro.

*«Cum cogitaveris quot te antecedant, respice quot sequantur»*

**Séneca**