

Universidad Nacional de Colombia
Sede Manizales
Mecánica tensorial
Segundo examen parcial (15 %)
Miércoles 08 de marzo de 2023

De forma detallada, pero no en más de siete (7) renglones, responda las siguientes preguntas:

- (1) [50 %] Del estado de esfuerzos descrito por:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{bmatrix}$$

- (a) [20 %] Determinar sus esfuerzos principales y sus direcciones principales (dibujar los resultados en un elemento infinitesimal).

- * [+0.24] Si calculaba de forma clara y detallada el polinomio característico $(-p - \sigma_n)^3$ (o equivalentes) a partir de $\det(\underline{\underline{\sigma}} - \sigma_n \underline{\underline{I}}_3) = 0$.
- * [+0.24] Si determinaba que las tres raíces iguales eran los esfuerzos principales (valores propios) $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = -p$.
- * [+0.24] Si extraía las ecuaciones de las direcciones principales, reemplazando en $\underline{\underline{\sigma}} \hat{n} = \sigma_n \hat{n}$, $\sigma_n = -p$, llegando a ecuaciones similares a $\alpha_1 = \alpha_1$ o $0 = 0$
- * [+0.24] Si concluía que las direcciones principales (vectores propios) pueden ser cualquiera, ya que las igualdades del punto anterior se cumplían con cualquier combinación de números.
- * [+0.24] Si hacía el gráfico de esfuerzos en 3D con toda la información pertinente.

- (b) [10 %] Determinar unas direcciones \hat{n}_1 , \hat{n}_2 y \hat{n}_3 , en términos numéricos, que cumplan con la regla de la mano derecha (verificarlo).

- * [+0.60] Si suponía una base cualquiera, ya que podía ser cualquiera, y verificaba que $\hat{e}_3 = \hat{e}_1 \times \hat{e}_2$. El ejemplo más sencillo era suponer \hat{i} , \hat{j} y \hat{k} .
- * [+0.00] En los demás casos.

- (c) [20 %] ¿Qué interpretación física tienen los resultados? ¿Puede ocurrir en la vida real? ¿En qué casos puede ocurrir?

- * [+0.40] Si decía que solo hay esfuerzos normales y nunca cortantes.
- * [+0.40] Si reforzaba la idea de que en cualquier dirección no habrá esfuerzos cortantes o que los esfuerzos axiales son iguales en cualquier dirección.
- * [+0.40] Si decía que sí ocurre en la vida real, en el caso de fluidos, denominado estado de esfuerzos hidrostático.
- * [+0.40] Si decía alguna otra conclusión significativa y válida, diferente a las anteriores.

- (2) [40 %] Teniendo en cuenta la transformación de coordenadas de $\underline{\underline{\sigma}}$ en el caso bidimensional.

- (a) [40 %/3] Comprobar que $\sigma_{y'}(\theta) = \sigma_{x'}(90^\circ + \theta)$.

- * **[+0.80]** Usando las ecuaciones de $\sigma_{x'}(\theta)$ y $\sigma_{y'}(\theta)$, de forma clara y detallada construir la conclusión de la igualdad. Se debía evaluar $\sigma_{x'}(90^\circ + \theta)$, es decir, reemplazar θ por $90^\circ + \theta$, y aplicar identidades trigonométricas del sin y cos de la suma de ángulos.
 - * **[-0.40]** Si no realiza el procedimiento detallado, es decir, si las ecuaciones no tienen explicación y conexión.
 - * **[-0.75]** Si la comprobación la hacía para un caso particular.
 - * **[-0.75]** Si hacía la comprobación, pero presenta problemas graves en el procedimiento.
 - * **[-0.25]** Si hacía la comprobación, pero presenta problemas menores en el procedimiento.
- (b) **[80 %/3]** ¿Qué interpretación física tiene la anterior igualdad?
- * **[+1.60]** Sí decía que la expresión $\sigma_{x'}(\theta)$ genera el esfuerzo $\sigma_{y'}(\theta)$ si se mueve 90° , ya que los ejes x' y y' son ortogonales (forman un ángulo de 90°). También se podía mencionar que la expresión $\sigma_{x'}(\theta)$ es suficiente para describir el esfuerzo axial en cualquier dirección.
 - * **[-0.80]** Si tenía la idea de la interpretación física, sin embargo, no es completamente clara la respuesta o tenía imprecisiones..
 - * **[+0.00]** En los demás casos.
- (3) **[10 %]** De forma concisa y clara ¿Qué diferencia hay entre $A@B$ y $A * B$ en el contexto de numpy?
- * **[+0.20]** Si tenía una noción de la diferencia respecto de las operaciones respecto al tamaño matricial.
 - * **[+0.20]** Si tenía el concepto claro del tamaño matricial y el contexto de las operaciones.
 - * **[+0.20]** Si tenía claro que $A@B$ sí cumple con las reglas del álgebra lineal y la otra no.

«Cum cogitaveris quot te antecedant, respice quot sequantur»

Séneca