Algunas matrices de esfueros especiales

Consideremos los siguientes casos:

Caso 1: $\sigma_x = \sigma_y$, $\tau_{xy} = 0$ **(Estado de esfuerzos hidrostático)**

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$$

- Su polinomio característico es:

  $$0 = (\sigma_n - k)^2$$

- Sus esfuerzos principales son:

  $$\sigma_{n1} = k$$

  $$\sigma_{n2} = k$$

- Sus direcciones principales son cualquier vector:

  $$\underline{\hat{n}} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$

  que cumpla $\alpha^2 + \beta^2 = 1$

Caso 2: $\sigma_x \neq \sigma_y$, $\tau_{xy} = 0$ **(Estado en la dirección principal de esfuerzos)**

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & q \end{bmatrix}$$

- Su polinomio característico es:

  $$0 = (\sigma_n - p)(\sigma_n - q)$$

- Sus esfuerzos principales son: (si $p > q$)

  $$\sigma_{n1} = p$$

  $$\sigma_{n2} = q$$

- Sus direcciones principales son:

  $$\underline{\hat{n}_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

  $$\underline{\hat{n}_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Caso 3: $\sigma_x = \sigma_y,\, \tau_{xy} \neq 0$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} k & m \\ m & k \end{bmatrix}$$

- Su polinomio característico es:

  $$0 = (\sigma_n - k)^2 - m^2$$

- Sus esfuerzos principales son: (si $m > 0$)

  $$\sigma_{n1} = k + m$$

  $$\sigma_{n2} = k - m$$

- Sus direcciones principales son:

  $$\underline{\hat{n}_1} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

  $$\underline{\hat{n}_2} = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

Caso 4: $\sigma_x = \sigma_y = 0$**,** $\tau_{xy} \neq 0$ **(Estado de cortante puro)**

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} 0 & m \\ m & 0 \end{bmatrix}$$

- Su polinomio característico es:

  $$0 = \sigma_n^2 - m^2$$

- Sus esfuerzos principales son: (si $m > 0$)

  $$\sigma_{n1} = m$$

  $$\sigma_{n2} = -m$$

- Sus direcciones principales son:

  $$\underline{\hat{n}_1} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

  $$\underline{\hat{n}_2} = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$