# Function Approximation & DQN

#### Slides from

- 1. 이웅원 외, 파이썬과 케라스로 배우는 강화학습, 주교재
- 2. 이웅원, 가깝고도 먼 DeepRL, PPT
- 3. David Silver, Reinforcement Learning, PPT

#### References

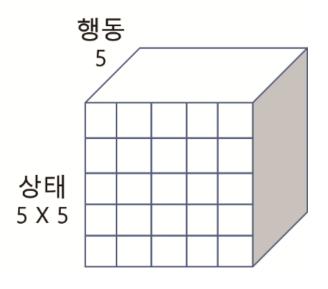
- 1. Richard S. Sutton and Andrew G. Barto, Reinforcement Learning: An Introduction, MIT Press
- 2. 유튜브, 전민영, 노승은, 강화학습의 기초 이론, 팡요랩

#### Contents

- 1. 강화학습이 풀고자 하는 문제 : Sequential Decision Problem
- 2. 문제에 대한 수학적 정의 : MDP & Bellman Equation
- 3. MDP를 계산으로 푸는 방법 : Dynamic Programming
- 4. MDP를 학습으로 푸는 방법 : Reinforcement Learning
- 5. 상태공간이 크고 차원이 높을 때 쓰는 방법 : Function Approximation & DQN
- 6. 인공신경망으로 정책을 근사하는 방법: Policy Gradient & Actor-Critic

#### 고전 강화학습의 한계

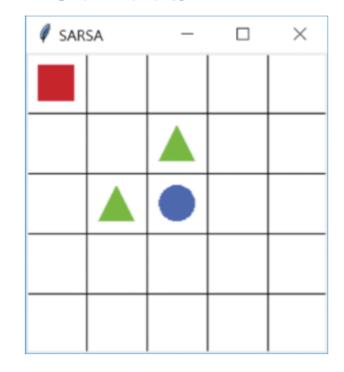
- Tabular Solution Methods
  - 모든 상태의 큐함수를 테이블의 형태로 저장
  - 모든 상태의 큐함수를 방문할 때마다 하나씩 업데이트
  - 모든 상태를 충분히 방문해야 최적의 큐함수에 수렴
- >비효율적인 업데이트 방식
- ▶적용할 수 있는 문제의 제한
  - 간단한 문제
  - 환경이 변하지 않는 문제



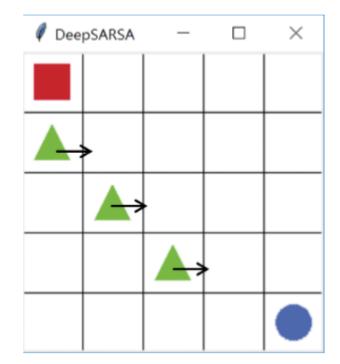
#### 고전 강화학습 알고리즘의 한계

1. 환경이 변하지 않는 Grid world

상태 : 2차원, 25개 (1) 에이전트 의 위치 (x, y)



2. 환경이 변하는 Grid world



상태 : 15차원,

18,225,000개

- (1) 에이전트에 대한 도착지 점의 상대 위치 (x, y)
- (2) 도착지점의 레이블
- (3) 에이전트에 대한 장애물 의 상대 위치 (x, y)
- (4) 장애물의 레이블
- (5) 장애물의 속도(방향)

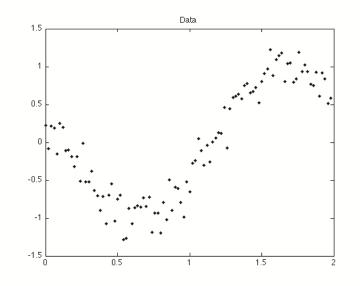
#### 고전 강화학습 알고리즘의 한계

- 1. TD-gammon이 학습했던 Backgammon의 가능한 state 수 ▶10<sup>20</sup>개
- 2. AlphaGo가 학습했던 바둑의 가능한 state 수 ▶10<sup>270</sup>개
- 3. Possible Camera image?
- 4. Robot, Drone -> Continuous state space

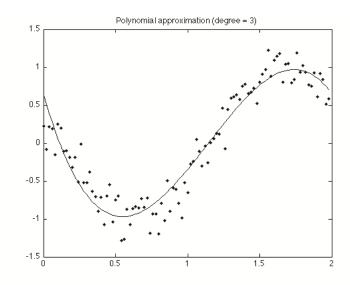
#### 근사함수를 통한 일반화

- 1. 대부분 강화학습을 적용하고 싶은 문제 -> Large state space
- 2. Large state space : 많은 양의 메모리, 계산량, 데이터 필요
- 3. 한정된 양의 자원 -> Good approximate solution
- 4. 비슷한 state는 비슷한 function의 output을 가질 것 -> Generalization!!
  - 어떻게 지금까지 방문한 state들에 대한 경험으로 전체 문제에 대해 generalize 할 수 있을까?
- 5. Generalization을 하기 위해 Supervised Learning의 기법을 가져다 쓰자!
  - Function Approximation : Target function 이 있고 그 target function을 approximate 하는 function을 찾기

# 매개변수로 근사



$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$



좌측의 데이터를 3차 함수로 근사

- ▶ 4개의 매개변수(a,b,c,d)만으로 좌측의 데이터를 대체
- > Function Approximation!

# 강화학습과 Function approximation

#### Q-Learning에서

- 1. Target function : 큐함수
- 2. 방문한 상태들에 대한 경험 -> 다른 상태들의 큐함수를 generalize
- 3. Approximate하는 함수의 parameter :  $\theta$

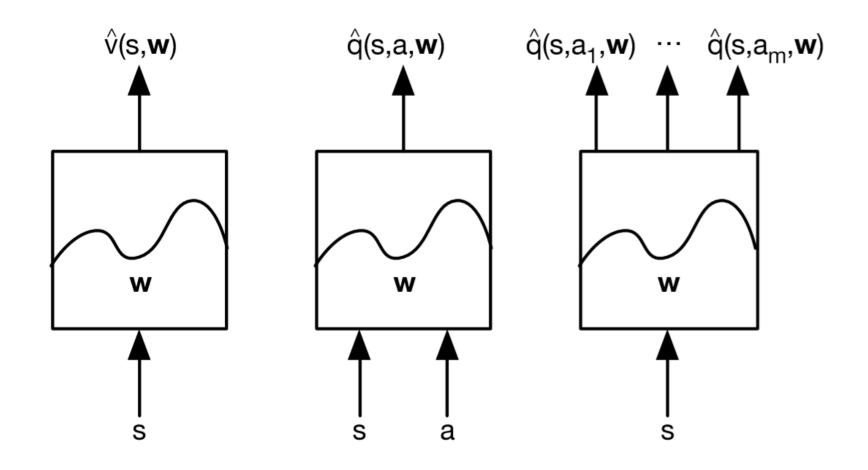
$$q_{\theta}(s,a) \sim q_{\pi}(s,a)$$

# 강화학습과 Function approximation

#### 1. Table 형태의 큐함수

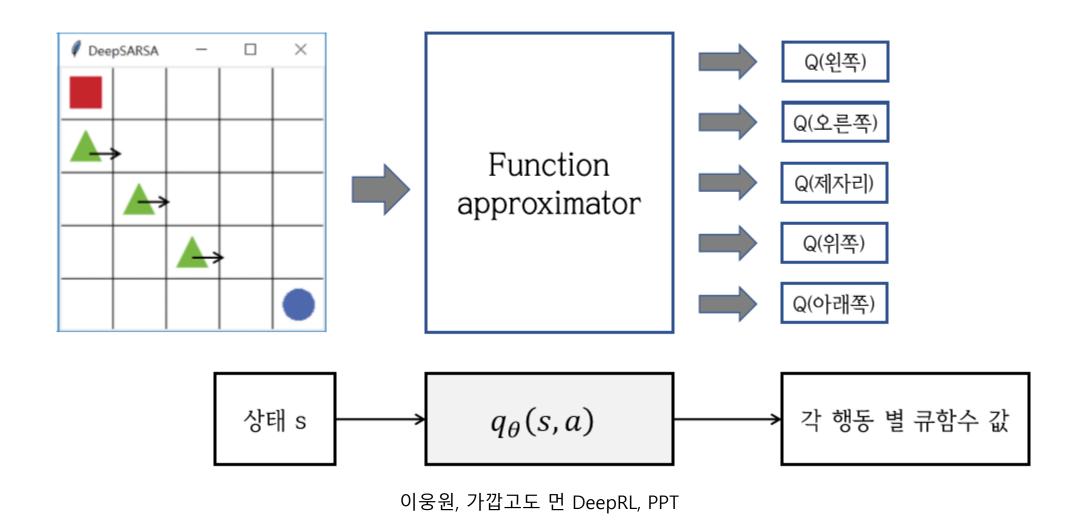
AS	$s_0$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	<i>s</i> <sub>4</sub>	
$a_0$	$q(s_0,a_0)$	$q(s_1,a_0)$	$q(s_2,a_0)$	$q(s_3,a_0)$	$q(s_4,a_0)$	
$a_1$	$q(s_0, a_1)$	$q(s_1,a_1)$	$q(s_2, a_1)$	$q(s_3,a_1)$	$q(s_4,a_1)$	
$a_2$	$q(s_0, a_2)$	$q(s_1, a_2)$	$q(s_2,a_2)$	$q(s_3,a_2)$	$q(s_4, a_2)$	
$a_3$	$q(s_0,a_3)$	$q(s_1,a_3)$	$q(s_2,a_3)$	$q(s_3,a_3)$	$q(s_4,a_3)$	

### Types of Value Function Approximation



# 강화학습과 Function approximation

2. 함수 형태로 근사한 큐함수

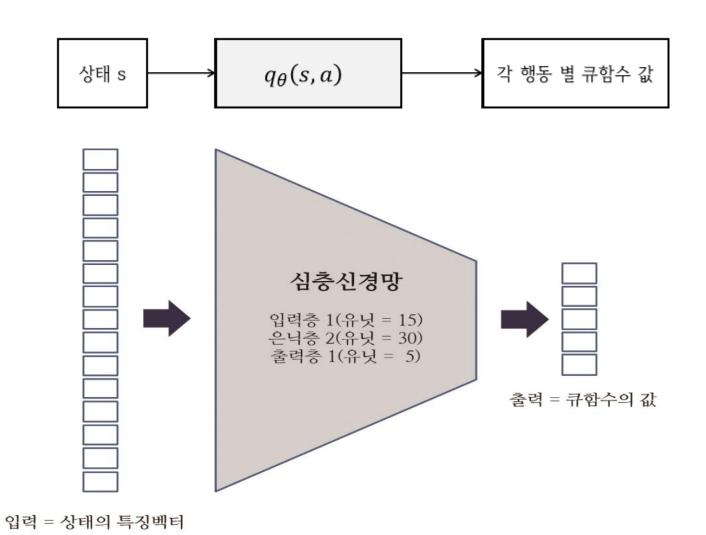


#### Which Function Approximator?

There are many function approximators, e.g.

- Linear combinations of features
- Neural network
- Decision tree
- Nearest neighbour
- Fourier / wavelet bases
- ...

#### 근사함수로 인공신경망을 이용



#### 인공신경망의 학습

- Function approximation으로 인공신경망을 사용하므로 지도 학습의 기법들을 가져올 수 있음
- 지도학습의 학습 데이터



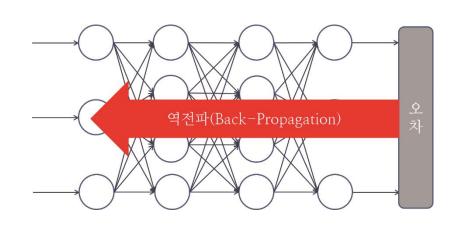
- 인공신경망의 출력 : 큐함수에 대한 예측 ▶큐함수의 값은 continuous -> Regression
- 오차함수 (Loss Function) ➤Mean square error : 오차 = (정답 – 예측)²
- 인공신경망의 학습
   ▶오차함수를 최소화 하도록 인공신경망의 파라미터를 업데이트

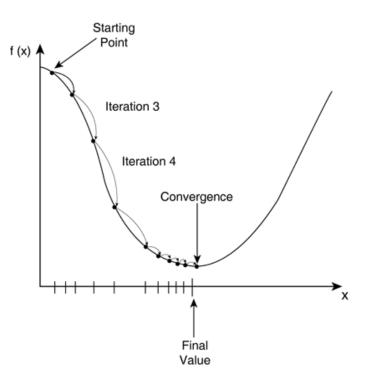
#### 인공신경망의 학습

• 업데이트 대상 : 각 큐함수의 값 -> 큐함수의 parameter 값  $q_{\theta}(s,a)$  ->  $\theta$ 

• 업데이트 방법 : Back-propagation & Gradient descent

>업데이트 값 ∝ 오차 × 오차기여도





#### 강화학습과 Neural Network

- 1. Nonlinear function approximation -> Neural Network
  - Neural Network의 activation function이 nonlinear
- 2. Neural Network를 이용한 큐함수 근사
- 3. 큐함수의 업데이트
  - MSE error에 대한 gradient

>SARSA: 
$$\nabla_{\theta}(r + \gamma q_{\theta}(s', a') - q_{\theta}(s, a))^2$$

$$ightharpoonup$$
Q-Learning:  $\nabla_{\theta} \left( r + \gamma \max_{a'} q_{\theta}(s', a') - q_{\theta}(s, a) \right)^2$ 

■ 계산한 gradient를 backpropagation

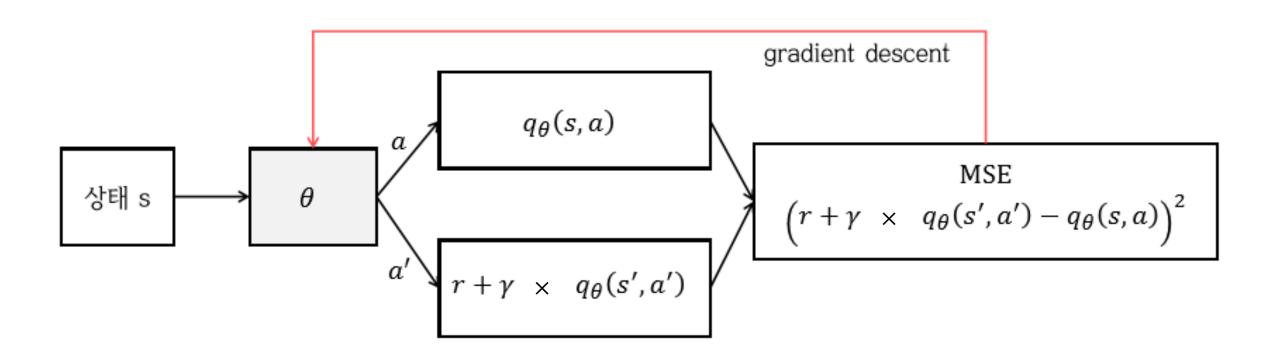
#### SARSA with function approximation

• SARSA의 큐함수 업데이트 식

$$Q(S_t, A_t) \leftarrow Q(S_t, A_t) + \alpha(R_{t+1} + \gamma Q(S_{t+1}, A_{t+1}) - Q(S_t, A_t))$$

- 경사하강법
  - 정답 역할:  $R_{t+1} + \gamma Q(S_{t+1}, A_{t+1})$
  - 예측 역할 :  $Q(S_t, A_t)$
  - MSE = (정답 예측)<sup>2</sup> =  $(R_{t+1} + \gamma Q(S_{t+1}, A_{t+1}) Q(S_t, A_t))^2$

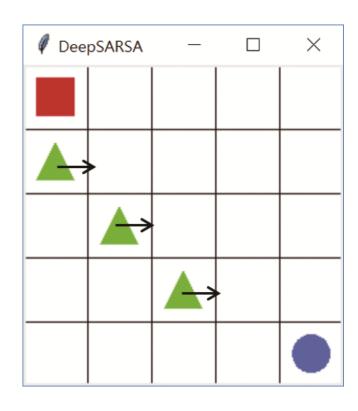
#### SARSA with function approximation



#### SARSA with function approximation

- 신경망을 이용한 SARSA 학습 과정
- 1. 상태 관찰
- 2. 신경망을 이용하여 행동 선택 ->  $q_{\theta}(s,a)$
- 3. 행동하고 다음 상태와 보상을 받음 ->  $r + \gamma q_{\theta}(s', a')$
- 4. TD error의 gradient를 따라 큐함수의 parameter를 업데이트  $-> (r + \gamma q_{\theta}(s', a') q_{\theta}(s, a))^2$

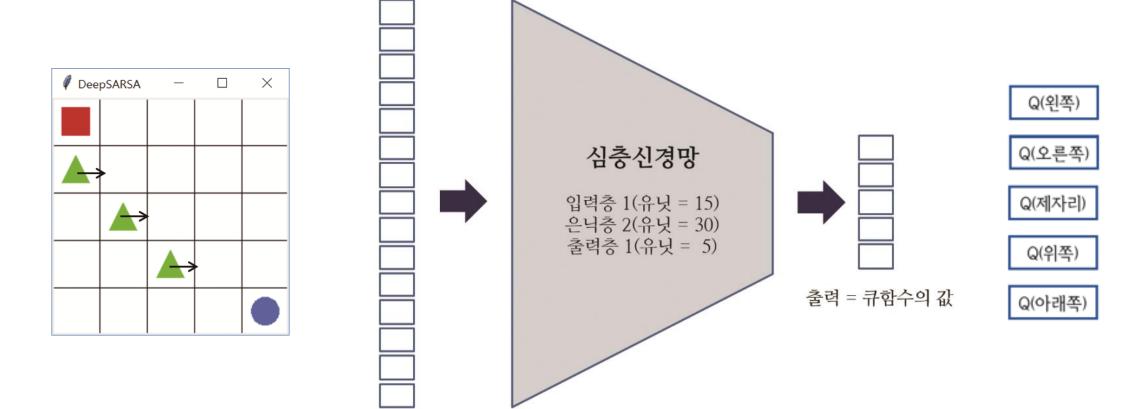
#### Deep SARSA



#### MDP 상태 정의

- (1) 에이전트에 대한 도착지점의 상대 위치 (x, y)
- (2) 도착지점의 레이블
- (3) 에이전트에 대한 장애물의 상대 위치 (x, y)
- (4) 장애물의 레이블
- (5) 장애물의 속도(방향)
- ▶ (1)+(2)+3\*{(3)+(4)+(5)} = 15 특징벡터

#### Deep SARSA

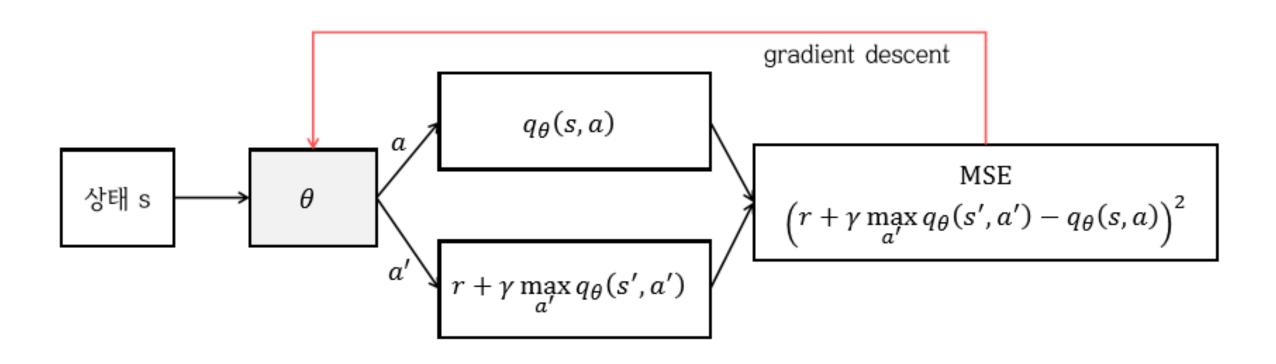


입력 = 상태의 특징벡터

## Q-Learning with function approximation

- Q-Learning에서 큐함수의 업데이트 식  $Q(S_t, A_t) \leftarrow Q(S_t, A_t) + \alpha \left( R_{t+1} + \gamma \max_{a'} Q(S_{t+1}, a') Q(S_t, A_t) \right)$
- 경사하강법
  - 정답 역할:  $R_{t+1} + \gamma \max_{a'} Q(S_{t+1}, a')$
  - 예측 역할 :  $Q(S_t, A_t)$
  - MSE = (정답 예측)<sup>2</sup> =  $\left(R_{t+1} + \gamma \max_{a'} Q(S_{t+1}, a') Q(S_t, A_t)\right)^2$

### Q-Learning with function approximation



### Q-Learning with function approximation

- 신경망을 이용한 Q-Learning 학습 과정
- 1. 상태 관찰
- 2. 신경망을 이용하여 행동 선택 ->  $q_{\theta}(s,a)$
- 3. 행동하고 다음 상태와 보상을 받음 ->  $r + \gamma \max_{a'} q_{\theta}(s', a')$
- 4. TD error의 gradient를 따라 큐함수의 parameter를 업데이트 ->  $\left(r + \gamma \max_{a'} q_{\theta}(s', a') q_{\theta}(s, a)\right)^2$

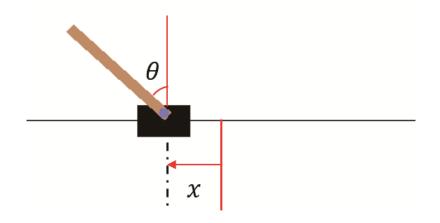
#### Deep Q-Learning

- Deep Reinforcement Learning = Reinforcement Learning + Deep Learning
- DQN (Deep Q-Network)
  - ➤ "Playing Atari with Deep Reinforcement Learning"-Mnih, 2013
  - ➤ DeepMind의 초창기 논문
  - ▶ Atari game을 화면으로부터 학습
  - ▶화면은 high-dimension -> Deep Learning을 사용
- DQN의 핵심 개념
  - ➤ Experience Replay
  - ➤ Target Network

#### Cart-Pole

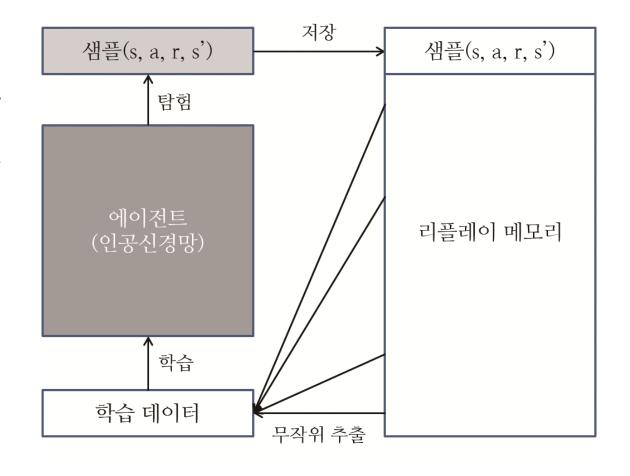
- 카트폴
  - 카트폴이 일정 각도 이상으로 떨어지거나 화면을 벗어나면 에피소드가 끝남
  - 학습목표 : 카트폴을 5초 동안 세우는 것
- MDP 상태 정의
  - 카트의 위치 *x*
  - 카트의 속도 *ẋ*
  - 폴의 각도 *θ*
  - 폴의 각속도 *⋳*

에이전트의 상태 = 
$$\begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$



### DQN - Experience Replay

- Off-Policy
- Experience Replay
  - Sample 들의 상관관계를 깸 -> Neural Network의 안정적인 학 습
  - 일정한 크기를 가지는 memory (FIFO)
- Online update with stochastic gradient descent
  - 매 스텝마다 replay memory에 서 추출한 mini-batch로 Qfunction 업데이트
  - 점진적으로 변하는 Q-function 에 대해 ε-greedy policy로 행 동 선택



#### DQN - Target Network

• Q-Learning에서 큐함수의 업데이트

MSE = 
$$(정답 - 예측)^2 = \left(R_{t+1} + \gamma \max_{a'} Q(S_{t+1}, a', \theta) - Q(S_t, A_t, \theta)\right)^2$$

- Target Network
  - Target network  $\theta^-$ 의 사용 : update의 target이 계속 변하는 문제를 개선
  - lacktriangle 일정주기마다 현재의 network  $heta^-$  를 heta로 업데이트

MSE = 
$$(정답 - 예측)^2 = \left(R_{t+1} + \gamma \max_{a'} Q(S_{t+1}, a', \theta^-) - Q(S_t, A_t, \theta)\right)^2$$

#### DQN의 학습과정

- 1. exploration
- 2. append sample to replay memory
- 3. random sampling, training
- 4. target Q-network update

#### DQN의 학습과정

#### 1. exploration

- 정책은 큐함수에 대한  $\varepsilon$ -greedy policy
- $\varepsilon$ 은 time-step에 따라서 decay -> 점점 수렴
- ε은 1에서 시작해서 0.1까지 decay, 0.1을 계속 유지 -> 지속적 탐험

#### 2. append sample to replay memory

- 에이전트는  $\varepsilon$ -greedy policy에 따라 샘플 [s, a, r, s']을 생성
- 샘플을 replay memory에 append
- Replay memory가 다 차면 오래된 sample부터 하나씩 빼고 새로운 sample을 memory에 넣기

#### DQN의 학습과정

- 3. random sampling, training
  - Mini-batch (32개) 샘플을 추출
  - 샘플로부터 target값과 prediction 값을 구하기 (32개)
    - $\bigstar$  MSE error :  $(target prediction)^2$
    - \*Target:  $r + \gamma \max_{a'} q_{\theta^-}(s', a')$
    - ❖ Prediction :  $q_{\theta}(s, a)$
  - MSE error에 대한 gradient backpropagation
- 4. target Q-network update : 일정 주기마다 target Q-network 를 현재 Q-network로 업데이트

#### DQN의 학습과정 정리

- 1) 상태에 따른 행동 선택
- 2) 선택한 행동으로 환경에서 한 타임스텝을 진행
- 3) 환경으로부터 다음 상태와 보상을 받음
- 4) 샘플(s,a,r,s')을 리플레이 메모리에 저장
- 5) 리플레이 메모리에서 무작위 추출한 샘플로 학습
- 6) 일정 주기마다 Target network 업데이트

#### Summary

- 매개변수로 큐함수를 근사
- 근사함수로 인공신경망을 이용
- Deep SARSA

■ MSE = (정답 – 예측)<sup>2</sup> = 
$$(R_{t+1} + \gamma Q(S_{t+1}, A_{t+1}) - Q(S_t, A_t))^2$$

- DQN (Deep Q-Network)
  - Experience Replay
  - Target Network
  - MSE =  $(정답 예측)^2 = \left(R_{t+1} + \gamma \max_{a'} Q(S_{t+1}, a', \theta^-) Q(S_t, A_t, \theta)\right)^2$