

Synthèse de Projet

1. Travail

Le travail est la *quantité d'énergie* qui est produite ou consommée lorsqu'une force effectue un déplacement. La formule principale est

$$W = F \cdot \Delta X \text{ [J]}$$

Si nous avons besoin de trouver une des deux inconnues à droite dans l'équation, il nous faut pouvoir calculer le travail d'une autre manière. Nous avons que

$$W = \Delta K = K_2 - K_1 \text{ [J]}$$

où K_1 est la force cinétique initiale et K_2 la force cinétique finale.

2. Mouvement Circulaire

Toutes les notions vues précédemment s'appliquent également au mouvement circulaire, mais avec quelques variations.

- La vitesse linéaire devient la vitesse angulaire : $\omega = \frac{V_L}{R} \text{ [rad/s]}$
- La puissance dans le cas d'un treuil est égale à : $P = weight \cdot V_L \text{ [W]}$
- Le couple est égal à : $C = \frac{P}{\omega} = F \cdot R \text{ [Nm]}$

3. Forces de Frottement

Une force de frottement est une interaction entre deux milieux, et qui s'oppose au déplacement. La formule principale est

$$F_{frott} = N \cdot \mu \text{ [N]}$$

où N est la force normale et μ est le coefficient de frottement.

Il existe deux types principaux de frottements, à savoir les frottements *statiques* et *dynamiques*. Dans le cas d'un frottement statique, $\mu = \mu_s$ et peut être calculé comme

$$\mu_s = \tan \alpha$$

où α est l'angle formé par la pente au point de rupture entre le moment où le corps est à l'équilibre et le moment où il commence à se déplacer. Le coefficient de frottement dynamique est plus difficilement calculable, c'est pourquoi il existe des tableaux pour donner sa valeur en fonction des éléments qui sont en contact.

Lorsque nous parlons de dynamique d'un engin à roues, deux notions importantes entrent en jeu. La première est celle de *frottements équivalents*. Pour trouver sa valeur, nous repartons de la formule de base pour les frottements statiques, qui peut également s'écrire

$$F_{eq} = mg \cdot \mu \cos \alpha = mg \cdot \sin \alpha \text{ [N]}$$

L'autre notion, à négliger ou non selon les cas, dans la dynamique d'un engin à roues est le *frottement de l'air*. Celui-ci vaut

$$F_{air} = kv^2 \text{ [N]} \text{ (où } k \text{ dépend de l'aérodynamique de l'engin)}$$

Cela nous permet de trouver une formule globale pour un engin en déplacement, à savoir

$$F_{frott} = F_{eq} + F_{air} = mg \cdot \sin \alpha + kv^2 \text{ [N]}$$

4. Puissance et Énergie Électrique

La puissance est le travail accompli par un objet par unité de temps. La formule principale de la puissance est

$$P = \frac{W}{t} = F \cdot \|\vec{v}\| \text{ [W]}$$

Dans le cas d'un circuit électrique (comme pour les moteurs LEGO et de l'engin réel), la puissance peut être calculée grâce à

$$P = V \cdot I \text{ [W]}$$

On peut, grâce à un rapport de puissance calculer le *rendement* η d'un moteur. Il s'agit du rapport entre la puissance développée et la puissance consommée. Nous distinguons deux cas principaux et un troisième cas général :

$$\text{— } \eta_{el} = \frac{P_{meca}}{P_{el}} = \frac{C_m \cdot \omega_m}{V \cdot I} < 1 \text{ où } C_m \text{ et } \omega_m \text{ concernent le moteur}$$

$$\text{— } \eta_{meca} = \frac{P_{utile}}{P_{meca}} = \frac{C_r \cdot \omega_r}{C_m \cdot \omega_m} < 1 \text{ où } C_r \text{ et } \omega_r \text{ concernent les roues}$$

$$\text{— et évidemment, } \eta_{tot} = \frac{P_{utile}}{P_{el}} = \frac{C_r \cdot \omega_r}{V \cdot I} < 1$$

Nous pouvons également faire un lien entre la *capacité* (= énergie stockée) d'une batterie et son *énergie totale*. Généralement la capacité est exprimée en [Ah], soit l'intensité que peut délivrer la batterie pendant une heure. Pour calculer l'énergie nous avons

$$[V] \cdot [As] = [Ws] = [J]$$

Notons que pour pouvoir avoir des joules, nous sommes obligés de passer par des Ampère-Seconde et non des Ampère-Heure comme donnés dans une capacité de batterie (il est évident que 1 [Ah] = 3600 [As]). De manière plus formelle, nous pouvons dire que

$$\boxed{E_{el} = P \cdot \Delta t = VI \cdot \Delta t \text{ [J]}}$$

Concernant *l'autonomie*, nous savons que le temps nécessaire au déchargement de la batterie est égal à la distance parcourue sur la vitesse (moyenne si elle n'est pas constante). Nous en déduisons

$$t = \frac{\Delta x}{v_{av}} = \frac{E_{meca}}{F_f \cdot v_{av}} \text{ [s]}$$

5. Couple

Le couple ("net Torque" en anglais) est l'ensemble des forces qui sont appliquées à un corps, dont la résultante est nulle mais dont le moment total est non - nul, ce qui va avoir pour effet de le faire tourner. La formule générale du couple est

$$C = \frac{P}{\omega} [Nm]$$

où ω est la vitesse angulaire du corps en rotation. On pourra noter que lorsque le nombre de tours augmente (et donc ω), la puissance augmente également pour un certain couple fixé. Dans une voiture, la première vitesse aura donc un très grand nombre de tours et une grande puissance alors que la sixième aura les caractéristiques inverses.

Dans le cas d'engrenages n'ayant pas le même diamètre, il faut calculer un *rapport de réduction* afin de permettre aux couples respectifs de rester égaux. Il est égal à $\frac{D_1}{D_2}$, donc le diamètre de la roue menant sur celui de la roue menée.

Dans le cas d'un engin mécanique, on distingue trois types de couples :

- Le couple lié aux frottements : $C_{fr} = F_{fr} \cdot R \cdot r [Nm]$ où R est le rayon et r le rapport de réduction (notez qu'ici il s'agit bien du couple aux roues lié au frottements).
- Le couple utile (lié à l'accélération) : $C_u = m \cdot a \cdot R [Nm]$ où a est l'accélération du véhicule à un moment donné.
- Le couple résistant : $C_r = C_u + C_{fr} [Nm]$

6. Méthodes de stockage de l'énergie (engin mécanique)

a. *Energie de Gravité*

Dans ce cas-ci la seule force conservatrice qui est responsable de l'avancement de l'engin est un poids en chute libre. Selon la loi de conservation de l'énergie, nous avons que

$$\Delta U_{grav} = W_{other}$$

Ici, W_{other} est le travail exercé par les forces de frottement. Nous en concluons donc

$$mg \cdot \Delta h = F_f \cdot \Delta d$$

b. *Energie élastique*

Ce cas-ci est sensiblement équivalent au précédent, si nous remplaçons U_{grav} par U_{el} nous avons

$$\Delta U_{el} = W_{other} \Rightarrow 0.5 \cdot kx^2 = F_f \cdot \Delta d$$

c. *Energie de translation*

Ici, nous avons également une force conservatrice qui va agir seule afin de faire avancer l'engin. Encore une fois, cette force, par la loi de la conservation de l'énergie est contrebalancée par une force de frottement. Nous avons

$$\Delta E_{cin} = W_{other} \Rightarrow 0.5 \cdot mv^2 = F_f \cdot \Delta d$$

d. *Volant d'inertie*

La dernière des méthodes de stockage diffère quelque peu des précédentes, car il ne s'agit pas d'une des trois forces conservatrices habituelles. Nous devons tenir compte d'un moment d'inertie I , qui mis en relation avec la vitesse angulaire du volant nous permet de trouver son énergie cinétique.

$$I = 0.5 \cdot mR^2 \text{ \& } \Delta E_{cin} = 0.5 \cdot \omega^2 \Rightarrow \Delta E_{cin} = \frac{mR^2\omega^2}{4}$$

Nous savons grâce à la loi de la conservation de l'énergie que

$$\Delta E_{cin} = W_{other} \Rightarrow 0.25 \cdot mR^2\omega^2 = F_f \cdot \Delta d$$