MATE10
Álgebra y Geometría

Prof: NN

SANTIAGO J. VASCONCELLO ACUÑA

Universidad Tecnica Federico Santamaria - Campus Vitacura

1. Fundamentos del Lenguaje Matemático

1.1. Nociones de lógica y teoría de conjuntos

1.1.1. Conectivos Lógicos y Tablas de Verdad

		Conjunción	Disyunción	Implicación Condicional	Equivalencia Bicondicional	Negación	Disyunción exclusiva
p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	$\bar{p}$	$p \veebar q$
1	1	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	0	1	1
0	0	0	0	1	1	1	0

1.1.2. Álgebra de Proposiciones

Nombre	**Propiedad**
Identidad	$p \wedge V \equiv p, \quad p \wedge F \equiv F, \quad p \vee V \equiv V, \quad p \vee F \equiv p$
Idempotencia	$p \wedge p \equiv p, \quad p \vee p \equiv p$
Involución	$\overline{(\overline{p})} \equiv p$
Complemento	$p \wedge \bar{p} \equiv F, \quad p \vee \bar{p} \equiv V$
Conmutatividad	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Asociatividad	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r, \quad p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$
Distributividad	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r), \quad p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
Leyes de Morgan	$\overline{p \vee q} \equiv \bar{p} \wedge \bar{q}, \quad \overline{p \wedge q} \equiv \bar{p} \vee \bar{q}$
Transitividad	$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
Absorción	$[p \wedge (p \vee q)] \equiv p, \quad [p \vee (p \wedge q)] \equiv p$
C. de la implicancia	$(p \Rightarrow q) \equiv \bar{p} \vee q$
Equivalencia dividada	$(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
Por casos	$(p_1 \vee p_2 \vee \cdots \vee p_n \Rightarrow q) \equiv (p_1 \Rightarrow q) \wedge (p_2 \Rightarrow q) \wedge \cdots \wedge (p_n \Rightarrow q)$

2. Conjuntos

Conjunto: Concepto primitivo, pero puede ser considerado como una colección de elementos u objetos

2.1. Definiciones Básicas

Unión de A y B	$A \cup B = \{x \in \mathcal{U} / x \in A \vee x \in B\}$
Intersección A y B	$A \cap B = \{x \in \mathcal{U} / x \in A \wedge x \in B\}$
Diferencia de A y B	$A - B = \{x \in A / x \notin B\}$
Complemento de A	$A^c = \mathcal{U} - A = \{x \in \mathcal{U} / x \notin A\}$

2.2. Proposición

Sean A, B y C conjuntos. Se tiene las siguientes propiedades:

Nombre	**Propiedades**
Identidad	$A \cap B = A, \quad A \cap \phi = \phi, \quad A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}, \quad A \cup \phi = A$
Idempotencia	$A \cap A = A, \quad A \cup A = A$
Involución	$(A^c)^c = \phi$
Complemento	$A \cap A^c = \phi, \quad A \cup A^c = \mathcal{U}$
Conmutatividad	$A \cap B = B \cap A, \quad A \cup B = B \cup A$
Asociatividad	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C, \quad A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
Distributividad	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap B), \quad A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
Leyes de Morgan	$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c, \quad (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

$$A \subseteq B \Leftrightarrow B^c \subseteq A^c$$

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A \ \wedge \ A \cup B = B$$

$$A \subseteq B \ \wedge \ B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$$

$$A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$$

2.2.1. Cardinalidad

Llamaremos cardinalidad de un conjunto A (denotado por $|A|$ o $\sharp A$), al número de elementos que lo forman. Si no existe un número natural que corresponda al número de elementos de un conjunto A, diremos que el conjunto tiene infinitos elementos, o que A es infinito. En caso contrario, diremos que A es finito.

Proposición	**Propiedades**
Sea $A, B \subseteq U$ tal que $\|A\|, \|B\| < \infty$	$\|A \cup B\| = \|A\| + \|B\| - \|A \cap B\|$
Sea A, B y C subconjuntos de un universo finito	$\|A \cup B \cup C\| = \|A\| + \|B\| + \|C\| - \|A \cap B\| - \|A \cap C\| - \|B \cap C\| + \|A \cap B \cap C\|$
Sean $A, B \subseteq U$ tal que $\|A\|, \|B\| < \infty$	Si $A \subseteq B$, entonces $\|A\| \leq \|B\|$
	$\|A^c\| = \|u\| - \|A\|$
	$\|A - B\| = \|A\| - \|A \cap B\|$