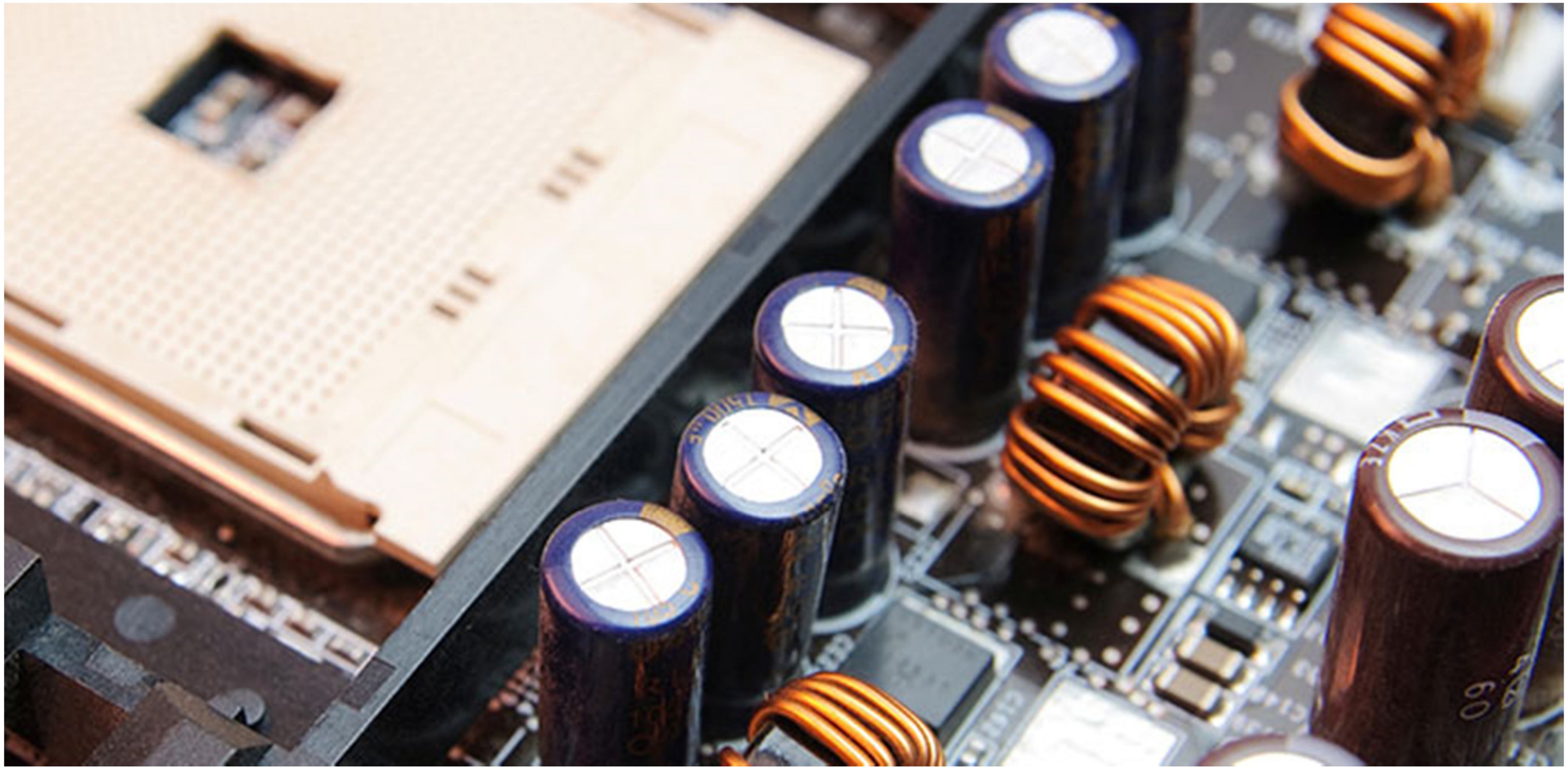
Capacitores



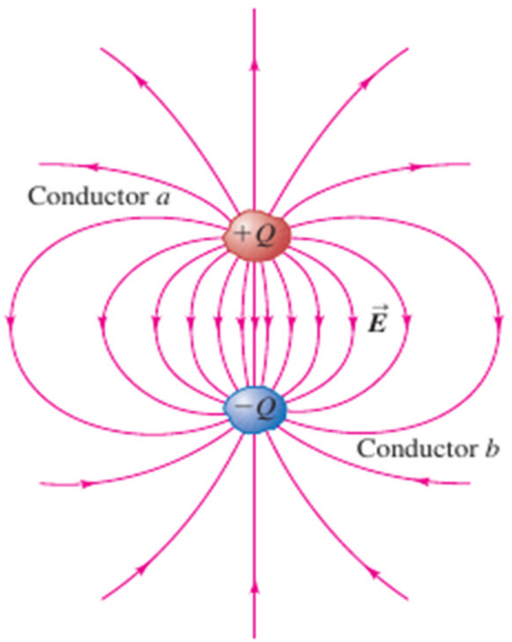
Capacitores

- Dos conductores separados por un aislante o por vacío, constituyen un "capacitor".

- En la mayoría de las aplicaciones prácticas, cada conductor tiene inicialmente carga cero, y los e^- son transferidos de un conductor al otro. A este proceso de le llama "cargar el capacitor".

- Como consecuencia, los dos conductores quedan con caras de igual magnitud y signo contrario, siendo la carga neta del capacitor igual a cero.

Dos conductores cualesquiera *a* y *b* aislados uno del otro forman un capacitor.



Se dice que un capacitor tiene una carga almacenada Q, cuando uno de los conductores tiene carga $+Q$ y el otro $-Q$. En los diagramas de circuitos, el capacitor se representa por el símbolo

Capacitores

CAPACITOR = Combinación de dos cuerpos conductores con cargas iguales y opuestas, de ahora en más, separados por vacío.

♦ **CAPACIDAD O CAPACITANCIA**

Definición: La capacidad o capacitancia C de un capacitor se define como la razón entre la magnitud de la carga de cualquiera de los conductores, y la magnitud de la diferencia de potencial entre ellos:

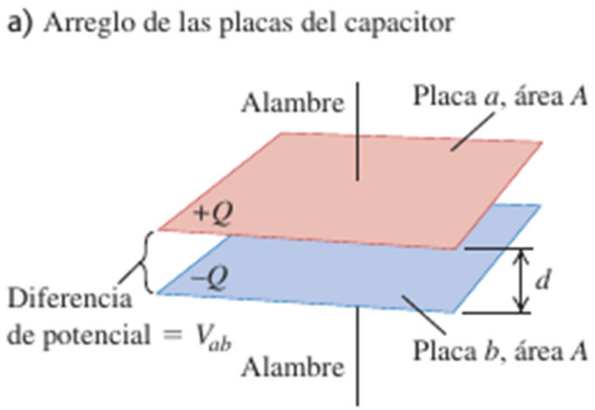
$$\boxed{C = \frac{|Q|}{|\Delta V|}}$$

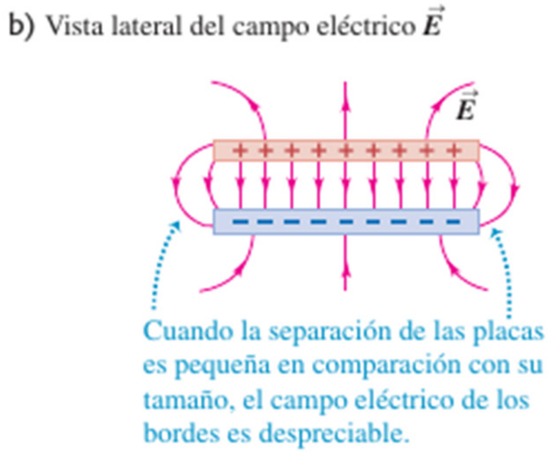
UNIDAD: En el SI: $[C] = \frac{[Q]}{[V]} = \frac{C}{V} = F \quad (Farad)$

El Farad es una unidad muy grande. En la práctica, los dispositivos representativos tienen capacitancias del orden de pF a μF.

Ejemplos de Capacitores

♦ CAPACTOR DE PLACAS PLANAS PARALELAS





Entre las placas a y b hay una diferencia de potencial dado por:

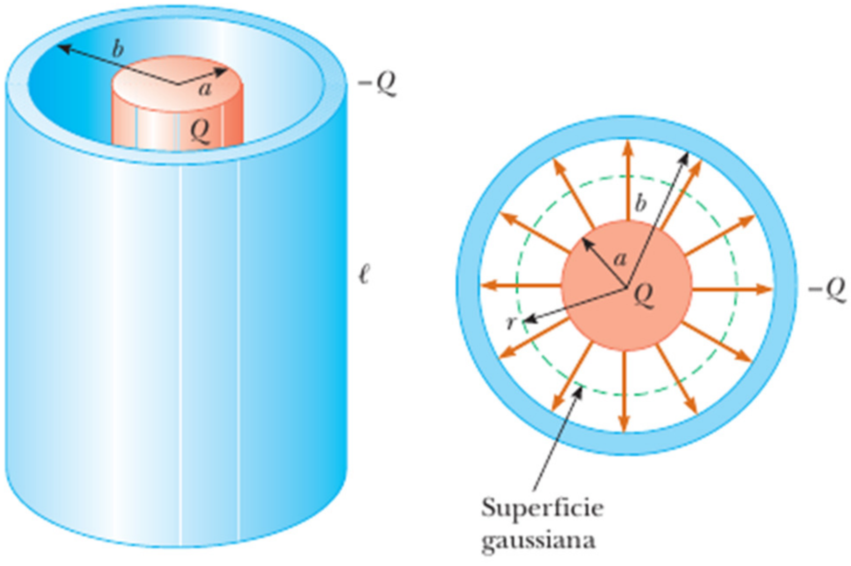
$$\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{Qd}{A\varepsilon_0}$$

Por lo tanto: $C = \dfrac{Q}{\Delta V} = \dfrac{Q}{\dfrac{Qd}{A\varepsilon_0}} \rightarrow \boxed{C = \dfrac{A\varepsilon_0}{d}}$

Ejemplos de Capacitores

♦ CAPACTOR DE PLACAS CILÍNDRICAS

Consiste de dos conductores cilíndricos coaxiales, el interno de radio a y carga $+Q$, y el externo de radio b y carga $-Q$.



a) b)

La diferencia de potencial entre las placas a y b es:

$$\Delta V = V_a - V_b = -\int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Para calcularlo tomamos una gaussiana cilíndrica de largo l, <u>entre</u> las placa, obtenemos el campo y lo integramos entre b y a.

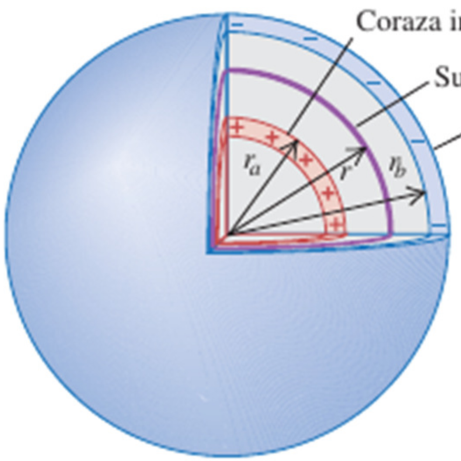
$$\rightarrow \quad \Delta V = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad \rightarrow \quad \boxed{C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(b/a)}}$$

Ejemplos de Capacitores

♦ CAPACTOR DE PLACAS ESFÉRICAS

Consiste de dos esferas conductores concéntricas. La interna de radio r_a y carga $+Q$, y la externa con radio r_b y carga $-Q$.

Capacitor esférico.



La diferencia de potencial entre las placas a y b es:

$$\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Para calcularlo tomamos una gaussiana entre las esferas, obtenemos el campo y lo integramos entre a y b.

$$\rightarrow \quad \Delta V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right) \quad \rightarrow \quad \boxed{C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)}}$$

Ejemplos de Capacitores

A menudo se hace referencia a la "capacitancia de una esfera" asumiendo que $r_b = \infty$ y $V_b = 0$, con lo cual, para una esfera de radio R, la capacitancia está dada por:

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 R}$$

- Ejemplo 1: (Problema 12 – Guía 7) Una gota esférica de mercurio de radio R tiene una capacidad dada por $C = 4\pi\varepsilon_0 R$. Si dos gotas se combinan para formar una sola, ¿Cuál es la capacidad resultante?

- Importante: Notar que, en todos los casos, la capacidad queda independiente de Q, sólo depende de la geometría del capacitor, y de las dimensiones de las placas.

Capacitores

♦ ENERGÍA ALMACENADA EN UN CAPACITOR

- La energía potencial almacenada en un capacitor está asociada a la cantidad de trabajo que se requiere para cargarlo → podemos calcular la energía U del capacitor calculando dicho trabajo.

- Sabemos que $\Delta V = Q/C$ cuando el capacitor está cargado. Si q y Δv son la carga y la diferencia de potencial en un instante de tiempo anterior → $\Delta v = q/c$. En esta etapa, el trabajo necesario para agregar una pequeña cantidad de carga dq es:

$$dW = dq\,\Delta v = dq\,\frac{q}{C}$$

- Por lo tanto, el trabajo necesario para cargarlo por completo es:

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C}\,dq = \frac{1}{C}\frac{q^2}{2}\bigg|_0^Q \rightarrow \boxed{U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2}$$

Energía almacenada en un capacitor que tiene una carga Q.

Capacitores

♦ DENSIDAD DE ENERGÍA

Definimos la densidad de energía u como la energía potencial por unidad de volumen:

$$u = \frac{energía}{volumen}$$

Para un capacitor plano: $u = \dfrac{\frac{1}{2}C(\Delta V)^2}{Ad}$

Pero: $C = \dfrac{\varepsilon_0 A}{d}$ y $\Delta V = Ed$ → $\boxed{u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}$

Si bien la deducción la hicimos para el caso particular de un capacitor plano, la ecuación de arriba se aplica a cualquier situación.

Capacitores

- Ejemplo 2: (Problema 15 – Guía 7) Un capacitor plano paralelo, lleno de aire, que tiene un área de $40cm^2$ y una separación de planos de $1mm$, está cargado con una diferencia de potencial de $600V$. Encuentre:
  a) La capacidad.
  b) La carga en cada plano.
  c) La energía almacenada.
  d) El campo eléctrico entre los planos.
  e) La densidad de energía entre los planos.